計算機基礎期末レポート

61908697 佐々木良輔

2020 年 7 月 31 日

1. 課題 1

以下の論理関数 F, G, H について真理値表を作成せよ.

- $F = (A + B) \cdot \overline{C}$
- $G = A + B \cdot \overline{C}$
- $H = \overline{(A + B)} \cdot C$

以下に F, G, H の真理値表を示す.

表 1 F の真理値表

A	B	C	$A + B$	$\overline{C}$	F
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

表 2　G の真理値表

A	B	C	$\overline{C}$	$B \cdot \overline{C}$	G
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

表 3　H の真理値表

A	B	C	$A+B$	$\overline{A+B}$	H
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0

2.　課題 2

以下の論理関数 F, G, H を NAND ゲートだけの式に変換せよ．NOT ゲートは NAND ゲートに書き換えなくてよい．

- $F = \overline{A} \cdot B + \overline{C} \cdot (A + B)$
- $G = \overline{A} \cdot B + C \cdot (A + \overline{B})$
- $H = A \cdot \overline{B} + C \cdot (\overline{A} + B)$

2.1 F について

$$
\begin{aligned}
F &= \overline{A}\cdot B + \overline{C}\cdot(A+B) \\
&= \overline{A}\cdot B + \overline{C}\cdot A + \overline{C}\cdot B
\end{aligned}
$$

両辺を 2 重否定し

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot B + \overline{C}\cdot A + \overline{C}\cdot B}}$$

ド・モルガンの定理から

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{\overline{C}\cdot A}\cdot\overline{\overline{C}\cdot B}}$$

2.2 G について

$$
\begin{aligned}
G &= \overline{A}\cdot B + C\cdot(A+\overline{B}) \\
&= \overline{A}\cdot B + C\cdot A + C\cdot\overline{B}
\end{aligned}
$$

両辺を 2 重否定し

$$\overline{\overline{G}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot B + C\cdot A + C\cdot\overline{B}}}$$

ド・モルガンの定理から

$$\overline{\overline{G}} = \overline{\overline{\overline{A}\cdot B}\cdot\overline{C\cdot A}\cdot\overline{C\cdot\overline{B}}}$$

2.3 H について

$$
\begin{aligned}
H &= A\cdot\overline{B} + C\cdot(\overline{A}+B) \\
&= A\cdot\overline{B} + C\cdot\overline{A} + C\cdot B
\end{aligned}
$$

両辺を 2 重否定し

$$\overline{\overline{H}} = \overline{\overline{A \cdot \overline{B} + C \cdot \overline{A} + C \cdot B}}$$

ド・モルガンの定理から

$$\overline{\overline{H}} = \overline{\overline{A \cdot \overline{B}} \cdot \overline{C \cdot \overline{A}} \cdot \overline{C \cdot B}}$$

3.　課題 3

以下の論理関数 F, G, H をカルノー図を用いて論理圧縮せよ.

- $F(x_1, x_0) = \sum(0, 2, 3)$
- $G(x_2, x_1, x_0) = \sum(0, 2, 4, 5, 6, 7)$
- $H(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum(0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14)$

3.1　F について

カルノー図を図 1 に示す．ここで赤いループは $\overline{x_0}$, 青いループは x_1 なので

$$F(x_1, x_0) = \overline{x_0} + x_1$$

となる.

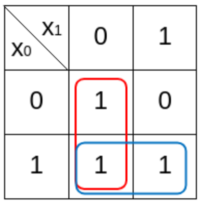

図 1　F のカルノー図

3.2　G について

カルノー図を図 2 に示す．ここで赤いループは $\overline{x_0}$, 青いループは x_2 なので

$$G(x_2, x_1, x_0) = \overline{x_0} + x_2$$

となる.

x_1x_0 \ x_2	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	1	1	1

図 2　G のカルノー図

3.3　H について

カルノー図を図 3 に示す．ここで赤いループは $\overline{x_0}$, 青いループは $\overline{x_2}$ なので

$$H(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_0} + \overline{x_2}$$

となる．

x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	1	1	1

図 3　H のカルノー図

4.　課題 4

以下の機能を持つ論理関数 F, G の論理式を示せ．

論理関数 F

4 本の信号線 x_3, x_2, x_1, x_0 を用いて 0 から 15 の 2 進数を表し，10 以上なら $F = 1$, それ以外で $F = 0$ とする．

論理関数 G

上の 2 進数が 6 以下なら $G = 1$, それ以外で $G = 0$ とする．

4.1　F について

F の真理値表を表 4 に示す．したがってカルノー図は図 4 のようになる．ここで赤いループは x_3x_1, 青いループは x_3x_2 なので

$$F(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3x_1 + x_3x_2$$

となる．

表 4　F の真理値表

x_3	x_2	x_1	x_0	表す整数	F
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	2	0
0	0	1	1	3	0
0	1	0	0	4	0
0	1	0	1	5	0
0	1	1	0	6	0
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	0
1	0	0	1	9	0
1	0	1	0	10	1
1	0	1	1	11	1
1	1	0	0	12	1
1	1	0	1	13	1
1	1	1	0	14	1
1	1	1	1	15	1

X_3X_2 \ X_1X_0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

図 4　F のカルノー図

4.2 G について

F の真理値表を表 5 に示す．したがってカルノー図は図 4 のようになる．ここで赤いループは $\overline{x_3 x_1}$, 青いループは $\overline{x_3 x_2}$, 緑のループは $\overline{x_3} x_1 \overline{x_0}$ なので

$$G(x_3, x_2, x_1, x_0) = \overline{x_3 x_1} + \overline{x_3 x_2} + \overline{x_3} x_1 \overline{x_0}$$

となる．

表 5 G の真理値表

x_3	x_2	x_1	x_0	表す整数	G
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	2	1
0	0	1	1	3	1
0	1	0	0	4	1
0	1	0	1	5	1
0	1	1	0	6	1
0	1	1	1	7	0
1	0	0	0	8	0
1	0	0	1	9	0
1	0	1	0	10	0
1	0	1	1	11	0
1	1	0	0	12	0
1	1	0	1	13	0
1	1	1	0	14	0
1	1	1	1	15	0

x_3x_2 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	

図 5 G のカルノー図

5. 課題 5

図 6 のように NOR ゲートに A, B と, その入力に Y, Y’, X, X’ と名前をつける．Y と X は ACTIVE HIGH とする．

まず Y を 1 にすることを考える．Y が 1 になると A の出力 Q は 0 になり, X’ も 0 になる．このとき X が 0 であるので B の出力 $\overline{\mathrm{Q}}$ は 1 になる．したがって Y’ は 1 になり, 出力 Q は 0 のままである．以上から入力 Y は RESET 信号に相当する．

次に X を 1 にすることを考える．X が 1 になると B の出力 $\overline{\mathrm{Q}}$ は 0 になり, Y’ も 0 になる．このとき Y が 0 であるので A の出力 Q は 1 になる．したがって X’ は 1 になり, 出力 $\overline{\mathrm{Q}}$ は 0 のままである．以上から入力 X は SET 信号に相当する．

また Y と X は ACTIVE HIGH なので両方が LOW のとき状態は変化しない．そして Y と X が両方 HIGH のとき, 出力 Q と $\overline{\mathrm{Q}}$ は同時に 0 になるのでこれは禁止状態である．以上からこの回路の動作は表 6 のようになる．また図 7 に X, Y の入力に対する出力 Q の波形を示す．

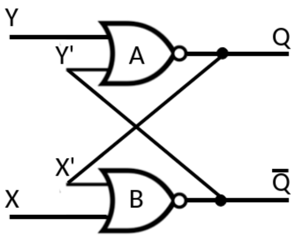

図 6　回路図

表 6　回路の動作

X	Y	Q	$\overline{\mathrm{Q}}$
L	H	リセット	
H	L	セット	
H	H	禁止状態	
L	L	前の状態	

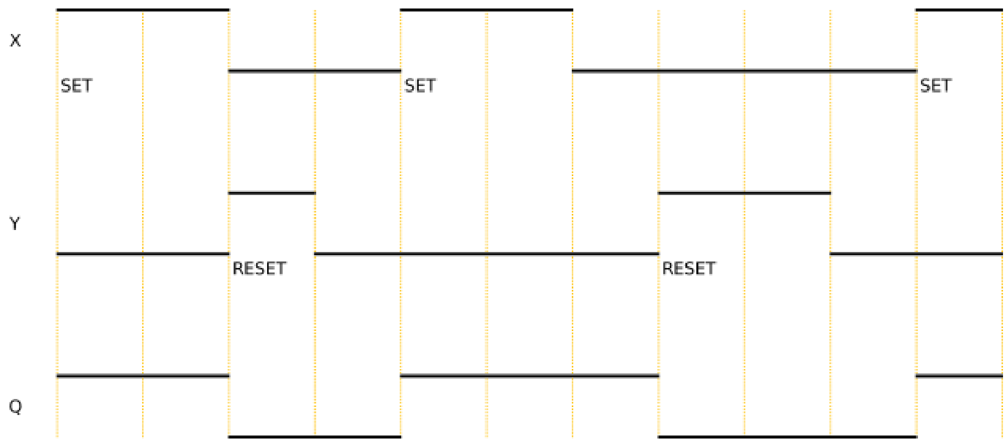

図 7　入力波形と出力波形