

## 1. 目的

$\frac{\lambda}{4}$  板や偏光板を用いて偏光を生成し、その偏光を調べる。その結果と理論値を比較する。

## 2. 実験原理

### 2.1 偏光板

PVA などの鎖状炭化水素を含む透明なプラスチックにヨウ素または染料を吸着させる.[1] これを一方向に延伸すると、プラスチック分子が配向するにしたがってヨウ素や染料の分子も配向する。これにより分子の長軸方向には電子が移動しやすく、直行する方向には電子が移動しにくくなる。すると、分子の長軸方向に平行な電磁波は誘起電流が発生し吸収されるが、直交する成分はほぼ吸収されずに透過する。この性質を用いて偏光を作り出すのが偏光板である.[2] ただし光を透過する方向を透過容易軸と呼ぶ。

### 2.2 $\frac{\lambda}{4}$ 板

複屈折性を示す結晶では波面の方向により異なった屈折率を持ち、常光線の振動方向を  $x$  軸、異常光線の振動方向を  $y$  軸とする。また常光線、異常光線の屈折率をそれぞれを  $n_o, n_e$  とする。波長  $\lambda$  の真空中での速度が  $\frac{\omega\lambda}{2\pi}$  であることから、常光線と異常光線の伝播速度をそれぞれ  $v_o, v_e$  とすると以下が成り立つ。

$$v_o = \frac{\omega\lambda}{2\pi n_o} \quad (1)$$

$$v_e = \frac{\omega\lambda}{2\pi n_e} \quad (2)$$

また、異なる伝播速度の光が厚さ  $d$  の結晶板を通過しきった時に持つ位相差  $\delta$  は (1) 式, (2) 式を用いて以下のようになる。

$$\begin{aligned} \delta &= \omega d \left( \frac{1}{v_e} - \frac{1}{v_o} \right) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} d (n_e - n_o) \end{aligned} \quad (3)$$

光線の入射方向を結晶の光軸に合わせ、また厚さ  $d$  を位相差  $\delta = \frac{\pi}{2}$  となるように加工することで位相が  $\frac{\lambda}{4}$  ずれた 2 つの光線を取り出すことができる。これが  $\frac{\lambda}{4}$  板である。

### 3. 実験方法

#### 3.1 実験 1

偏光板と検光板のみを光学台に設置し, 検光板の角度  $-100^\circ \leq \theta \leq 100^\circ$  に対する透過光の強度  $I_n$  を調べた. ただし, 偏光板と検光板の透過容易軸が平行になる角度を  $\theta = 0^\circ$  とする.

#### 3.2 実験 2

$\theta = 0^\circ, 90^\circ$  について  $\frac{\lambda}{4}$  板の角度  $-10^\circ \leq \phi \leq 100^\circ$  に対する透過光の強度  $I_n$  を調べた. ただし, 偏光板の透過容易軸と  $\frac{\lambda}{4}$  板の光軸が平行となる角度を  $\phi = 0^\circ$  とする.

#### 3.3 実験 3

$\phi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  について,  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$  に対する透過光の強度  $I_n$  を調べた.

### 4. 実験結果

各実験結果の生値は付録 A に記載する.

#### 4.1 実験 1

図 1 に  $\theta$ - $I$  グラフを, 図 2 に  $\cos^2 \theta$ - $I$  グラフを示す. 各図の最尤曲線は最小二乗法で作図した. そのパラメータを表 1 に示す.

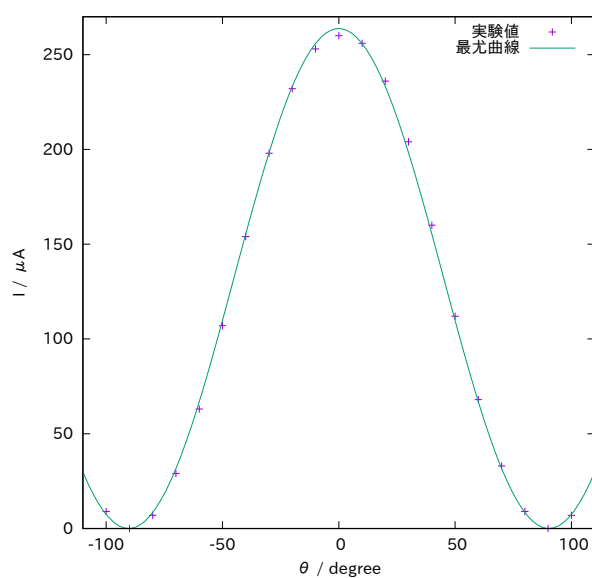


図 1  $\theta$ - $I$  グラフ

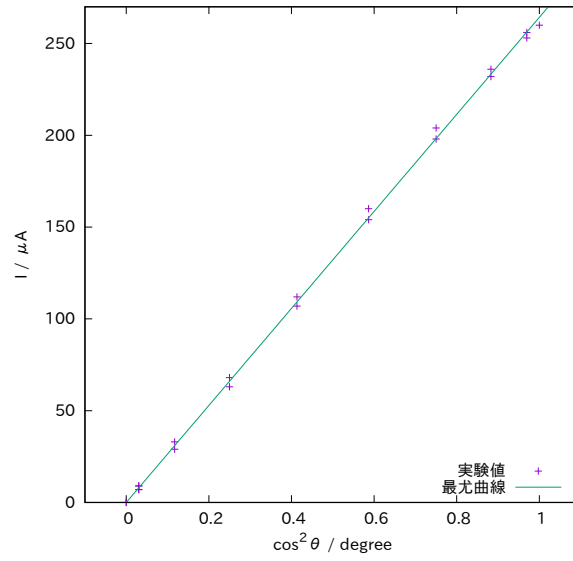


図 2  $\cos^2 \theta$ - $I$  グラフ

表 1 最尤曲線のパラメータ

	関数	パラメータ
図 1	$f(x) = A \cos^2(x)$	$A = 263.8 \pm 1.1$
図 2	$f(x) = ax + b$	$a = 264.2 \pm 1.0$ $b = 9.366 \times 10^{-31}$

また表 A.1 より  $P_0$  は以下ようになる.

$$P_0 = \frac{I_{n(max)} - I_{n(min)}}{I_{n(max)} + I_{n(min)}} = \frac{260 - 0}{260 + 0} = 1 \quad (4)$$

## 4.2 実験 2

図 3 に  $\phi$ - $I$  グラフを示す. 各図の最尤曲線は最小二乗法で作図した. そのパラメータを表 2 に示す.

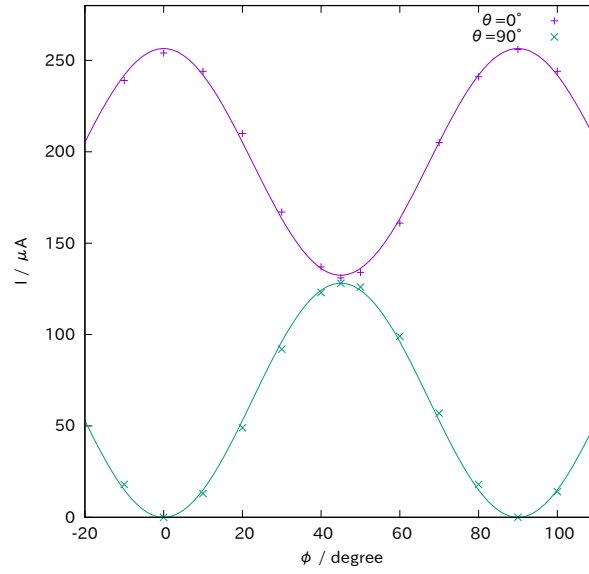


図3  $\phi$ - $I$  グラフ ( $\theta = 0^\circ, 90^\circ$ )

表2 最尤曲線のパラメータ

関数		パラメータ	
$\theta = 0^\circ$	$f(x) = A^2 \left( 1 - \sin^2 2x \sin^2 \frac{a}{2} \right)$	$A = 16.01 \pm 0.03$	$a = 1.538 \pm 0.012$
$\theta = 90^\circ$	$f(x) = B^2 \cdot 2 \cos^2 x \sin^2 x (1 - \cos b)$	$B = 16.01 \pm 0.04$	$b = 1.571 \pm 0.047$

また表 A.2 より位相差  $\delta$  は以下ようになる.

$$\delta = 2 \arcsin\left(\sqrt{1 - \frac{I_{min}'}{I_{max}'}}\right) = 2 \arcsin\left(\sqrt{1 - \frac{131}{256}}\right) = 1.55 \text{ rad} \quad (5)$$

### 4.3 実験 3

$\phi = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  における  $\sqrt{I}$ - $\theta$  グラフを図 4 から図 7 に示す. また図 8 に各  $\phi$  での偏光の形を示す. また表 3 に各  $\phi$  での長半径  $a$ , 短半径  $b$  を示す.

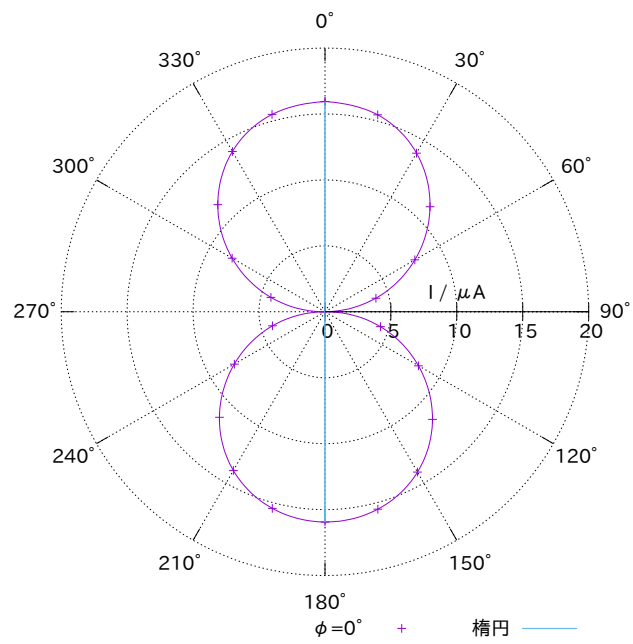


図 4  $\phi = 0^\circ$  での  $\sqrt{I}-\theta$  グラフ

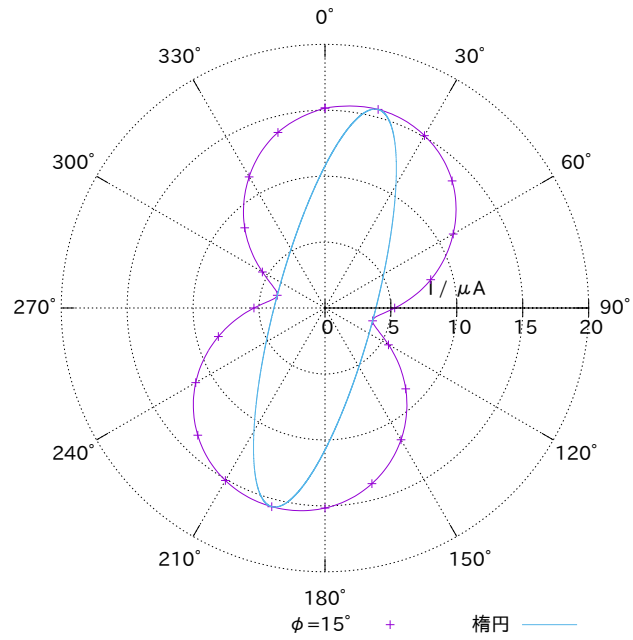


図 5  $\phi = 15^\circ$  での  $\sqrt{I}-\theta$  グラフ

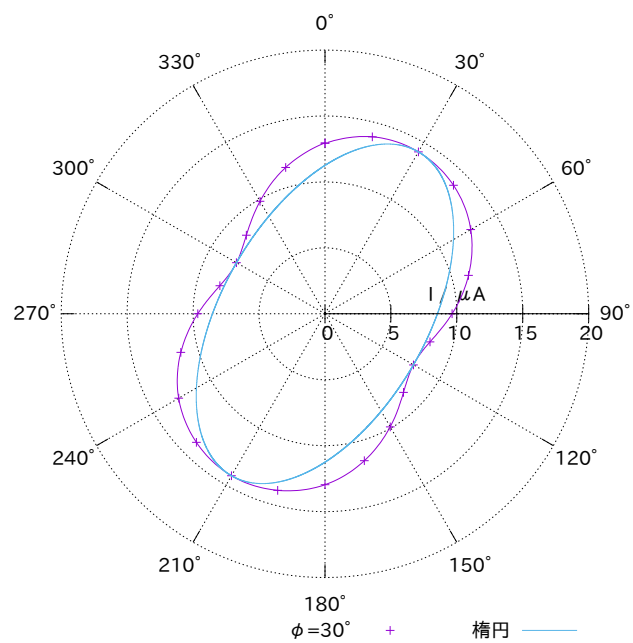


図 6  $\phi = 30^\circ$  での  $\sqrt{I}$ - $\theta$  グラフ

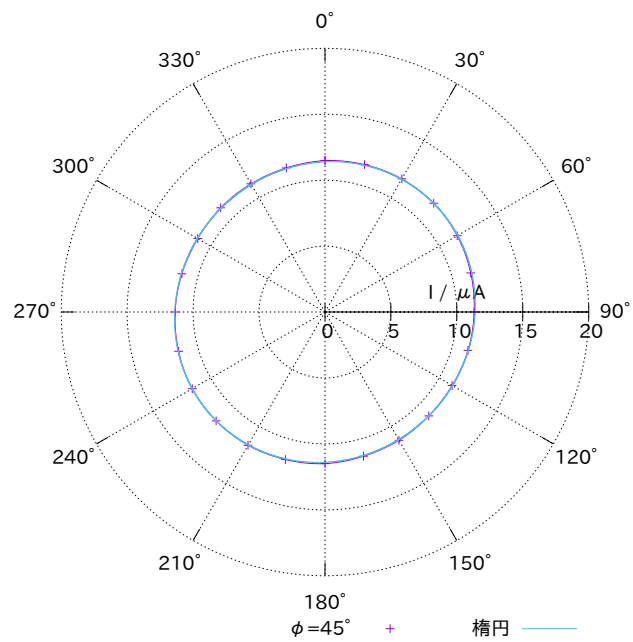


図 7  $\phi = 45^\circ$  での  $\sqrt{I}$ - $\theta$  グラフ

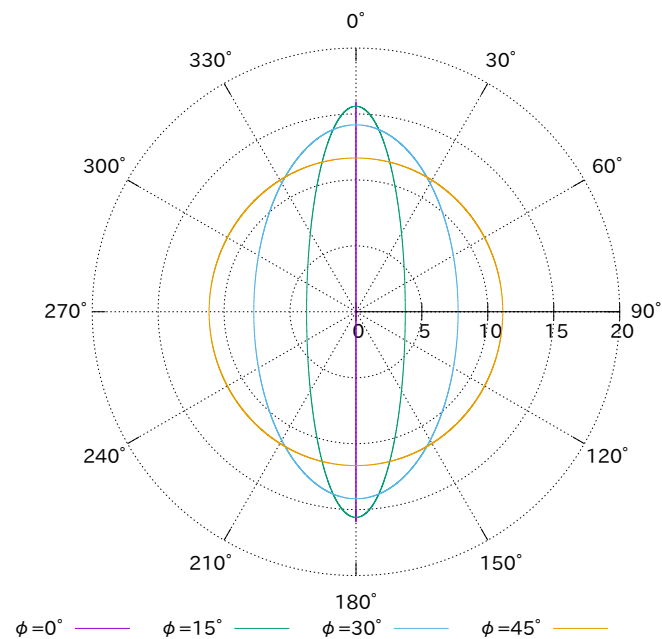


図 8 各  $\phi$  での偏光の形状

表 3 各  $\phi$  での  $a, b$

$\phi$	a	b
0	15.9	0.00
15	15.6	3.74
30	14.2	7.75
45	11.7	11.1

## 5. 考察

### 5.1 実験 1

実験 1 において観測される光のエネルギー強度  $I_n$  は比例定数  $k$  を用いて以下の式で与えられる.[2]

$$I_n = k^2 \cos^2 \theta = \frac{k^2}{2} (\cos 2\theta + 1) \quad (6)$$

実際に図 1, 表 1 でわかるように  $I_n$  は  $f(x) = A \cos^2(x)$  でよくフィットしている. また, 図 2, 表 1 でわかるように  $I_n$  は  $\cos^2 x$  に比例し, その切片は 0 である.

また,(4) 式から偏光度  $P_0 = 1$  であったことから, 少なくとも今回用いた電流計の分解能において, 用いた偏光板は非常に理想的な偏光度を持っている.

## 5.2 実験 2

図 8 より,  $\frac{\lambda}{4}$  板を透過した光は  $\phi = 0^\circ$  において直線偏光になる. また  $\phi = 45^\circ$  においては円偏光になり, その振幅は直線偏光のときのおよそ  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  倍になっている. このことから  $\theta = 0^\circ$  のとき,  $\phi = 0^\circ$  でエネルギー強度は最大値を取り,  $\phi = 90^\circ$  で  $\frac{1}{\sqrt{2}}^2 = \frac{1}{2}$  になるとわかる. また  $\theta = 90^\circ$  のとき,  $\phi = 0^\circ$  でエネルギー強度は 0 になり,  $\phi = 90^\circ$  で  $\frac{1}{\sqrt{2}}^2 = \frac{1}{2}$  になるとわかる. 図 3 では実際にそのようになっている.

$\theta = 90^\circ$  のとき,  $E_{0x}$  と  $E_{0y}$  を位相差  $\delta$  で合成すると以下ようになる.

$$I' = 2E_0^2 \cos^2 \phi \sin^2 \phi (1 - \cos \delta) \quad (7)$$

実際に図 3 のように, この関数で  $I$  をフィットできている.

表 2 から, フィットにより得た位相差  $\delta$  は  $1.538 \pm 0.012$  rad,  $1.571 \pm 0.047$  rad であり, その平均は  $1.56 \pm 0.03$  rad となる.(5) 式で求めた数値との相対誤差は 0.6% と小さく, この値は妥当である.

また  $1.55 \text{ rad} \approx \frac{\pi}{2}$  であり,  $\frac{\lambda}{4}$  板は確かに  $\frac{\lambda}{4}$  に近い位相差を生み出している.

## 5.3 実験 3

$\frac{\lambda}{4}$  板を透過した光の  $x$  軸,  $y$  軸成分はそれぞれ

$$E_{0x} = E_0 \cos \phi \quad (8)$$

$$E_{0y} = E_0 \sin \phi \quad (9)$$

である. このことから  $\phi = 0^\circ$  では  $E_{0y} = 0$  なので直線偏光,  $\phi = 45^\circ$  では  $E_{0x} = E_{0y}$  なので円偏光となる. また, その間では  $a = E_{0x}$ ,  $b = E_{0y}$  の楕円偏光となる. 実際に図 8 では直線偏光が楕円偏光を経て円偏光となる様子がわかる.

特に光のエネルギー強度の最大値  $I_{max}$  を用いて

$$E_0 = \sqrt{I_{max}} = 15.9 \quad (10)$$

としたとき,  $a$ ,  $b$  の理論曲線と実験値は図 9 のようになる. このように実験値は理論値によく一致している.



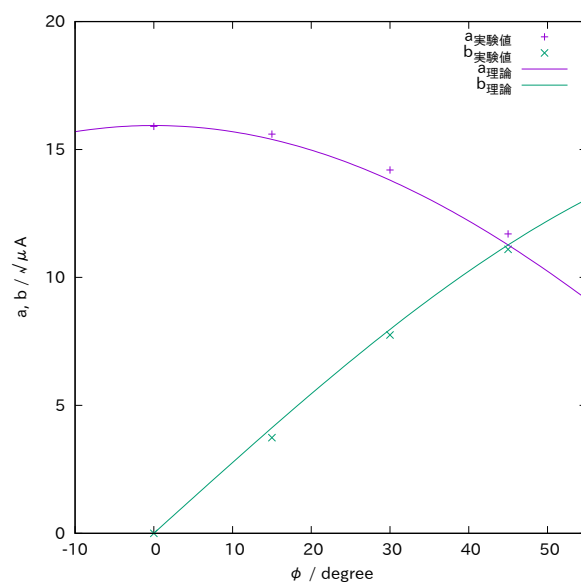


図 9  $a, b$  の理論曲線と実験値

## 6. 結論

$\frac{\lambda}{4}$  板や偏光板を用いた偏光の観測を行い, その結果が理論と一致することを見た.

## 参考文献

- [1] 武野泰彦. 図解入門よくわかる最新電子材料の基本と仕組み, pp. 111–112. 秀和システム, 2010.
- [2] 慶應義塾大学理工学部. 理工学基礎実験, pp. 58–65. 学術図書出版社, 2020.

## 付録 A 実験データ

表 A.1 実験 1

$\theta / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$
-100	9
-90	0
-80	7
-70	29
-60	63
-50	107
-40	154
-30	198
-20	232
-10	253
0	260
10	256
20	236
30	204
40	160
50	112
60	68
70	33
80	9
90	0
100	7

表 A.2 実験 2

$\phi / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$	
	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$
-10	239	18
0	254	0
10	244	13
20	210	49
30	167	92
40	137	123
45	131	128
50	134	126
60	161	99
70	205	57
80	241	18
90	256	0
100	244	14

表 A.3 実験 3

$\theta / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$			
	$\phi = 0^\circ$	$\phi = 15^\circ$	$\phi = 30^\circ$	$\phi = 45^\circ$
0	254	230	167	132
15	239	243	193	134
30	193	228	201	136
45	127	186	190	136
60	62	126	163	134
75	16	69	127	131
90	0	28	93	128
105	19	14	68	126
120	67	31	60	124
135	133	75	71	124
150	197	133	98	126
165	240	190	133	128
180	254	230	168	132
195	238	243	192	134
210	193	228	201	136
225	128	186	190	136
240	63	128	164	135
255	17	70	128	132
270	0	29	93	129
285	18	14	68	126
300	66	30	60	124
315	132	74	71	125
330	197	132	97	126
345	240	190	132	128
360	254	230	168	132