

関数の平均より明らかに,

$$a_0 = \frac{1}{2}$$

また,

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx = 0$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^0 0 dx + \int_0^{\pi} \sin(nx) dx \right\} \\ &= -\frac{1}{n\pi} [\cos(n\pi) - 1] \\ &= \begin{cases} \frac{2}{n\pi} & (n : \text{odd}) \\ 0 & (n : \text{even}) \end{cases} \end{aligned}$$

よって, 自然数 k を用いて

$$f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{(2k-1)\pi} \sin((2k-1)\pi)$$

となる.