

## 1. 目的

マイケルソン干渉計を用いて He-Ne レーザーの波長, 空気の屈折率を測定する.

## 2. 実験原理

### 2.1 マイケルソン干渉計

図 1 にマイケルソン干渉計の構成を示す. 単色光源  $S$  からの光はビームスプリッタ  $G_1$  (半透明鏡) で 2 つの光路 (i), (ii) に分かれる. それぞれの光束は鏡  $M_1$ ,  $M_2$  で反射され, 再び  $G_1$  で合成され, 干渉縞を作る. この干渉縞を観測することで正確に光路 (i), (ii) の光路長差を測定することができる.

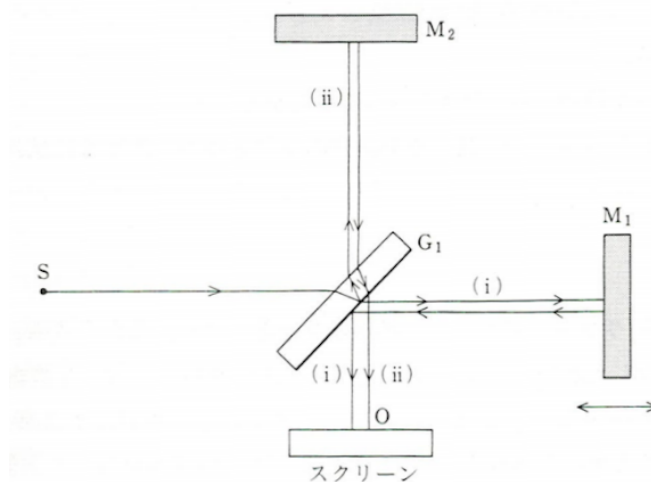


図 1 マイケルソン干渉計の構成

### 2.2 波長の測定

$G_1$  から  $M_1$ ,  $M_2$  への距離を  $L_1$ ,  $L_2$  とすると, 屈折率が一定な場合, 光源の波長を  $\lambda$  とすると中心の明暗は以下のように表せる.

$$|2(L_1 - L_2)| = \frac{\lambda}{2} \times \begin{cases} 2m & \text{(明)} \\ 2m + 1 & \text{(暗)} \end{cases} \quad (1)$$

ここで,  $m$  は整数である. したがって, 中心の干渉縞が明  $\rightarrow$  暗  $\rightarrow$  明と変化したとき, 光路長は  $\lambda$  変化している. よって干渉縞の明暗の変化を観測し, そのときの光路長変化を測定することで波長を測定できる.

## 2.3 屈折率の測定

Lorentz-Lorenz の法則によると, 屈折率  $n$ , 単位体積あたりの分子数  $N$ , 気体の平均分極率  $\gamma$  の間に以下の関係が成り立つ.

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N \gamma \quad (2)$$

$$n - 1 = \frac{n^2 + 2}{n + 1} \cdot \frac{4\pi}{3} N \gamma \quad (3)$$

気体が希薄なとき,  $n \approx 1$  とすると (3) 式は以下のように書ける.

$$n - 1 \approx 2\pi N \gamma \quad (4)$$

さらに状態方程式  $PV = nRT$ , アボガドロ定数  $N_A$  を用いて以下のように表される.

$$\begin{aligned} n - 1 &\approx 2\pi \frac{PN_A}{RT} \gamma \\ &=: \alpha P \end{aligned} \quad (5)$$

ここで図 2 のように  $G_1$  と  $M_1$  の間に厚さ  $w$  の光学セルを入れる場合を考える. 光学セル内の圧力が  $P$  であるとき, 光路長に対する光学セル部分の寄与は  $2(1 + \alpha P)w$  である. したがって, 圧力を  $P_1$  から  $P_2$  に変化させたとき干渉縞の明  $\rightarrow$  暗  $\rightarrow$  明という変化が  $x$  回あったなら,

$$2\alpha |P_1 - P_2| w = x\lambda \quad (6)$$

が成り立つ.

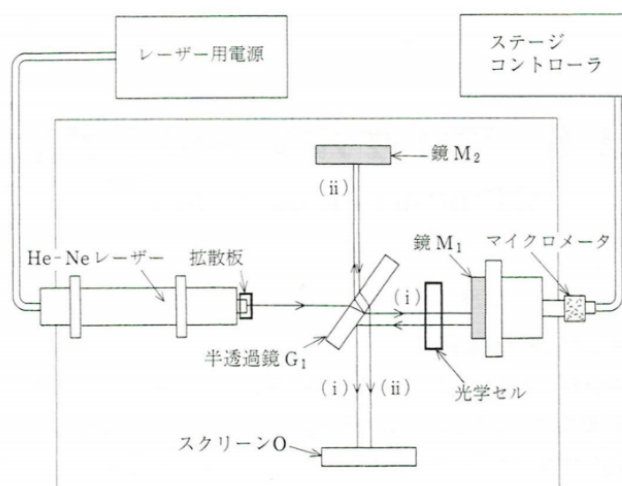


図2 実験装置の構成

### 3. 実験方法

#### 3.1 光学系のセットアップ

光学台に鏡  $M_1$  を取り付け、光軸を平行に調整した。次にビームスプリッタ  $G_1$  を取り付け、スクリーン上で光路 (i), (ii) の像が一致するように調整した。また干渉縞を見やすくするため、パラフィン紙でレーザーを拡散させた。

#### 3.2 実験 1 — 波長の測定

ステージコントローラを用いて鏡  $M_1$  を動かし、干渉縞を  $x$  回、明  $\rightarrow$  暗  $\rightarrow$  明と変化させた。そのときの  $M_1$  の移動量  $d$  から光源の波長を計算する。ただし、送りねじのバックラッシュ等により最初は  $M_1$  が動かないので、しばらくステージコントローラを動かして、安定して  $M_1$  が動くようになってから原点を指定し、測定した。

#### 3.3 実験 2 — 屈折率の測定

光学台に光学セルを設置し、マロメーター、ポンプを接続する。まずポンプを用いて光学セル内の圧力を高め、次にポンプの調節弁を開けて明暗の変化を数えながら圧力を抜いていった。開始時の圧力と終了時の圧力、明暗が変化した回数から屈折率を計算する。ただし、光学セルには 200 mmHg 以上の圧力を掛けてはいけない。

### 4. 実験結果

#### 4.1 実験 1

この実験では鏡  $L_1$  を小さくすると干渉縞が消滅した。表 1 に実験 1 の結果を示す。また、図 3 にその分布を示す。

表 1 実験 1 の結果

	開始位置 / mm	終了位置 / mm	明暗の変化回数	波長 / nm
1	0.0000	0.0165	50	660
2	0.0000	0.0167	50	668
3	0.0000	0.0165	50	660
4	0.0000	0.0160	50	640
5	0.0000	0.0160	50	640
6	0.0000	0.0160	50	640
7	0.0000	0.0160	50	640
8	0.0000	0.0165	50	660
9	0.0000	0.0165	50	660
10	0.0000	0.0162	50	648

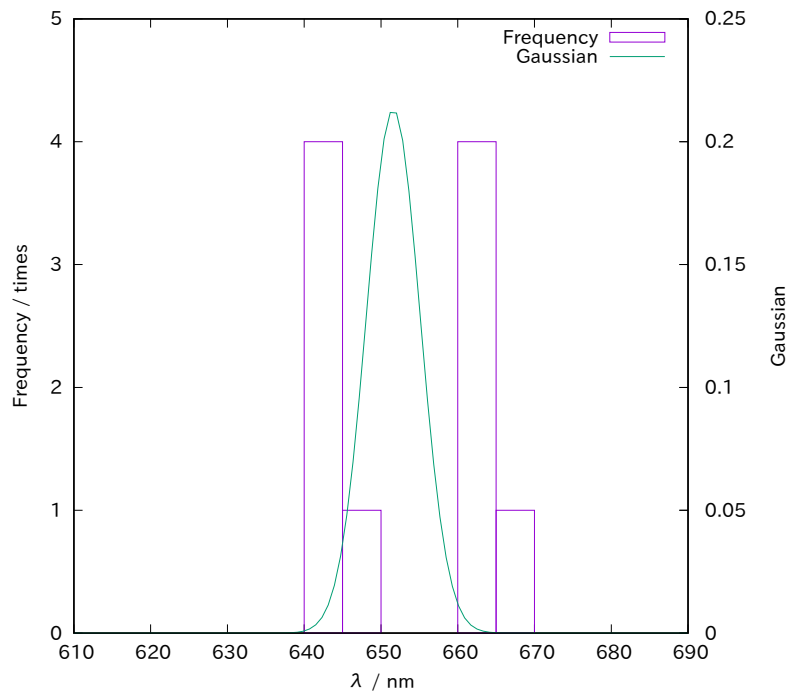


図 3 波長  $\lambda$  の分布

したがって計測された波長  $\lambda$  は

$$\lambda = 651.6 \pm 3.5 \text{ nm}$$

である [3].

## 4.2 実験 2

この実験では圧力の現象に伴い干渉縞が消滅した. 表 2 に光学セルの厚さ  $T$  の測定結果を示す. また表 3 に実験 2 の結果, 図にその分布を示す. ただし, 全ての測定で明暗の変化回数は 1 である.

表 2 光学セルの厚さ  $T$

	$T / \text{mm}$
1	10.30
2	9.55
3	9.85
4	10.20
5	9.80
6	9.85
7	10.35
8	9.75
9	9.55
10	10.40

したがって計測された光学セルの厚さ  $T$  は

$$T = 9.96 \pm 0.31 \text{ mm}$$

である.

表 3 実験 2 の結果

	開始圧力 / mmHg	終了圧力 / mmHg	圧力差 $\Delta P$ / mmHg
1	142.4	54.0	88.4
2	145.0	48.6	96.4
3	153.6	53.8	99.8
4	200.0	107.0	93.0
5	205.6	100.8	104.8
6	206.0	106.0	100.0
7	215.2	112.8	102.4
8	214.4	113.0	101.4
9	204.8	108.0	96.8
10	202.2	112.6	89.6

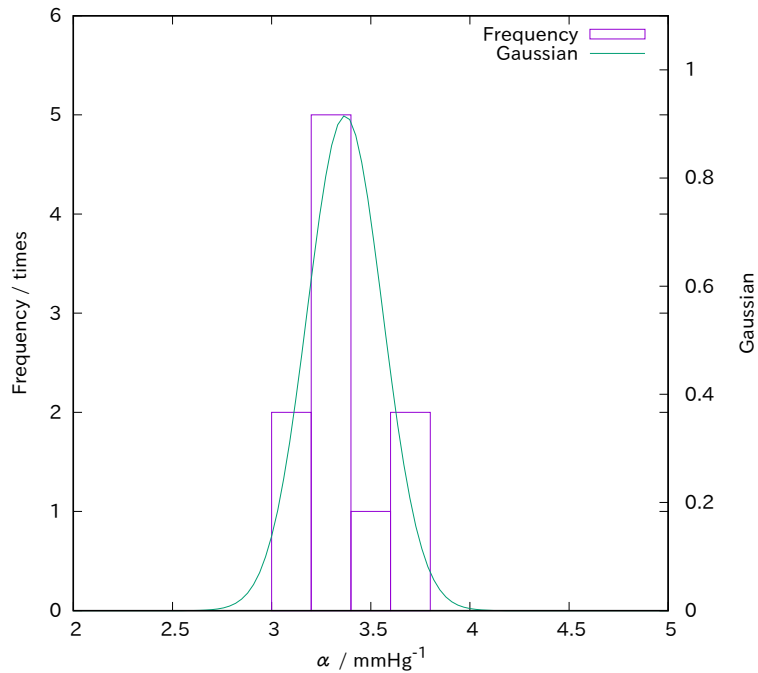


図 4  $\alpha$  の分布

したがって計測された比例定数  $\alpha$  は、誤差の伝搬式を用いて

$$\alpha = 3.27 \times 10^{-7} \pm 0.20 \times 10^{-7} \text{ mmHg}^{-1}$$

である。

## 5. 考察

### 5.1 実験 1

#### 5.1.1 He-Ne レーザーの波長

He-Ne レーザーの波長は 632.81646 nm である [1]。図 5 のように実験値と文献値には差があり、またその誤差率は  $-3.0\%$  である。レーザーは非常に鋭いスペクトルを持っているため、透過によりレーザーの波長が大きく変化したとは考えにくい。また、明暗の変化の数え間違いは無いものとする。よって、誤差は鏡  $M_1$  の移動量に由来すると考えられる。 $M_1$  を動かす機構は何らかのバックラッシュがあることがわかっている。したがって、ステージコントローラの表示よりも実際の移動量が少ないことが考えられる。仮にステージコントローラの表示より 0.0005 mm 実際の移動量が少なかったとすると、実験値は 632.8 nm になり、文献値との誤差率は  $1.6 \times 10^{-3}\%$  と非常に近い。またステージコントローラの最小表示桁数は 0.0001 mm であり、0.0005 mm の不確かさは十分に考えうる。このことから、マイケルソン干渉計による波長の測定においては鏡の移動量の僅かな差が結果を大きく変化させるため、鏡の移動量をより正確に測定することが重要であると考えられる。

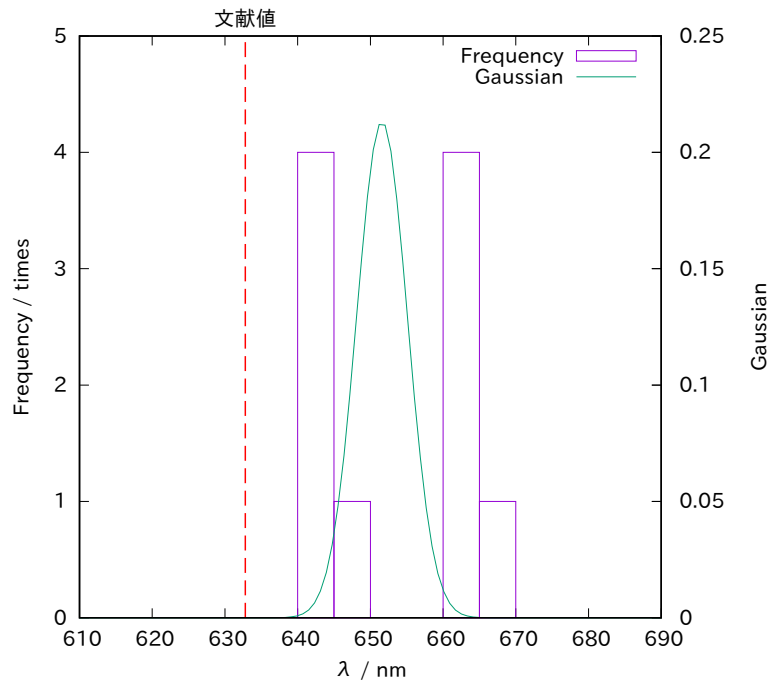


図 5 実験値と文献値の比較

### 5.1.2 $M_1$ の移動方向と干渉縞の湧き出し

実験 1 では  $L_1$  を小さくしたときに干渉縞が消滅し, 大きくしたときに干渉縞が湧き出した. 図 6 のように光路を直線上に展開して考える. ただし  $L_1 > L_2$  と仮定した. 図の位置に明縞があったとすると以下が成り立つ.

$$\left| \sqrt{d^2 + L_1^2} - \sqrt{d^2 + L_2^2} \right| = m\lambda$$

図 7 にいくつかの  $L_1$  に対してグラフの概形を示した. 図からわかるように,  $L_1$  が小さくなると  $d$  の絶対値も小さくなっており, この仮定では  $L_1$  を小さくすることで干渉縞は消滅していることがわかる. これは実験結果と一致しており, 今回の実験では  $L_1 > L_2$  だったと考えられる.

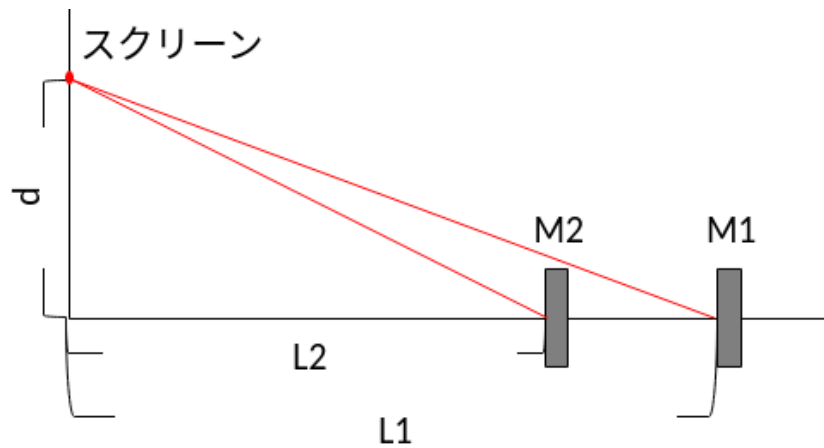


図6 光路を直線上にしたイメージ

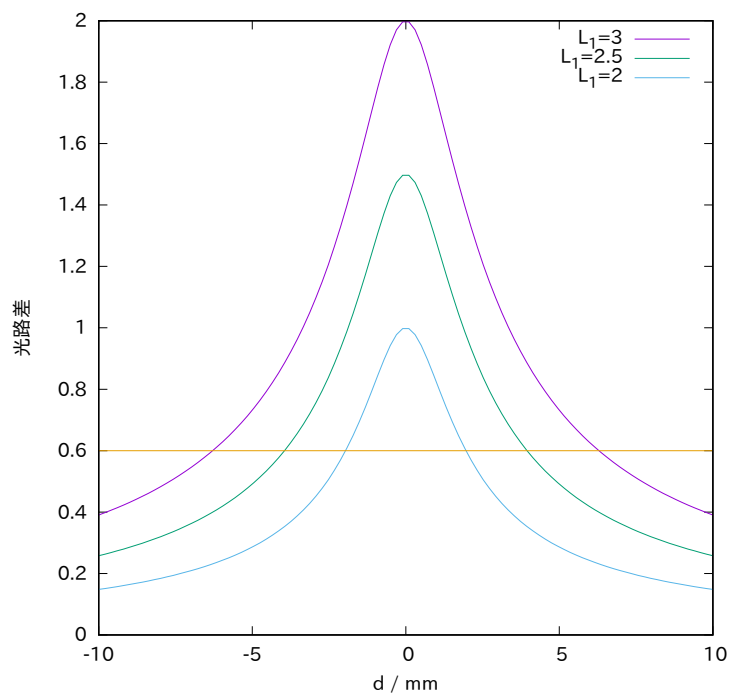


図7  $L_1$  と  $d$  の関係 ( $L_2 = 1$ )

### 5.1.3 マイケルソン干渉計の応用例

マイケルソン・モーリーの実験において、この干渉計はエーテルの風の検出のために考案された。当時、光はエーテルという媒質を媒介して伝達すると考えられていた。宇宙空間に対して固定されていたエーテルの中を地球が運動することで、相対的にエーテルが動くため、自転の radial 方向と axial 方向では光速が異なるはずだと考えられていた。しかし実際には光速は全ての方向について一定であり、エーテル説は否定されることになった。

また、マイケルソン干渉計は重力波観測にも用いられている。ブラックホールなど、大質量天体の



連星が運動する際に生じる重力波によって光路長が変化するため、これを測定することで重力波を検出する。

#### 5.1.4 波長の測定方法

波長の測定方法は以下のようなものがある。

- プリズムに目的の光を入射し、屈折角を測定することで波長を算出できる。
- 回折格子やニュートンリングなど、マイケルソン干渉計以外の装置で干渉を起こす。
- 波長が十分に短くエネルギーが大きい場合、光電子のエネルギーを測定することで波長を算出できる。

## 5.2 実験 2

### 5.2.1 屈折率 $n$

4.2 の結果から、

$$n - 1 = \alpha P = 0.000248 \pm 0.000015$$

である。一方、Edlen の実験式から

$$n - 1 = 0.0002711$$

となり、誤差率は 8.5 % である。光学セルの厚さは静的でありノギスを用いた測定が容易なため、誤差は発生しにくいと考えられる。一方で、圧力は常に減少し続けるため、実際の値よりも圧力差が大きくなることが考えられる。動画から、調節弁を開けたときには  $50 \text{ mmHg s}^{-1}$  程度の速度で圧力は減少していた。仮に誤差が全て圧力の測定に起因するものであるとすると、圧力差の真値は  $89.1 \text{ mmHg}$  程度である。実験値の平均は  $97.3 \text{ mmHg}$  であり、真値との差は  $8.2 \text{ mmHg}$  である。圧力が減少する速度が一定であるならばこの差は  $0.16 \text{ s}$  に相当し、操作の遅延によりこの程度の誤差が生じうると考えられる。

また、空気の屈折率の文献値は波長  $\lambda = 0.65 \text{ }\mu\text{m}$  にて  $1.0002767$  程度であり [2], 妥当である。

### 5.2.2 圧力の減少と干渉縞の湧き出し

5.1.2 項から、 $L_1$  の光路長が短くなると干渉縞が消滅する。実際、圧力が減少すると屈折率が低下し、光路長が短くなることから、圧力の低下に伴い干渉縞が消滅するのは妥当である。

### 5.2.3 空気の屈折率の測定方法

Lorentz-Lorenz の法則を用いずに空気の屈折率の測定方法は以下のようなものが考えられる。

- 屈折率が既知の物質、あるいは真空から空気に光を入射し、屈折角を精密に測定する。
- 空気の組成とその分極率から計算する。

## 6. 結論

マイケルソン干渉計を用いて He-Ne レーザーの波長, 空気の屈折率を測定できた.

## 参考文献

- [1] 化学便覧：基礎編, pp. II-719. 丸善, 東京, 改訂 5 版.
- [2] 国立天文台. 理科年表プレミアム. <http://www.rikanenpyo.jp.kras1.lib.keio.ac.jp>, 2020.
- [3] 慶應義塾大学理工学部. 自然科学実験 物理学編, pp. 10-12. 学術図書出版社, 2019.