1. 目的

この実験の目的は以下の通りである.

- オペアンプ (OPerational AMPlifier) の機能と基本特性を理解する.
- 積分器をオペアンプで構成し, その時間特性を理解する.
- 一次ダイナミカルシステムをオペアンプで構成し, その周波数特性を理解する.

2. 結果・考察・課題

2.1 実験 1

図 1 に実験 1 の回路図を示す.

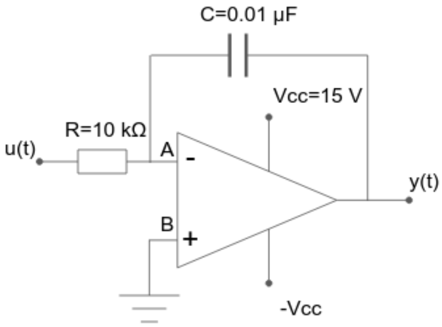

図 1　回路図

仮想接地しているため A 点の電位 = 0 なので, キルヒホッフの法則から回路方程式は

$$\frac{u(t)}{R} + C\frac{dy(t)}{dt} = 0 \tag{1}$$

$$y(t) = y(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t u(\tau)d\tau \tag{2}$$

したがって, 入力電圧 $u(t) = E_0$ のとき $y(0) = 0$ とすると

$$y(t) = -\frac{E_0}{RC}t \tag{3}$$

である. ただし RC の物理量は $\mathrm{kg\,m^2\,s^{-3}\,A^{-2}} \cdot \mathrm{kg^{-1}\,m^{-2}\,s^4\,A^2} = \mathrm{s}$ なので, 傾きは $-\dfrac{E_0}{RC}$ $[\mathrm{V\,s^{-1}}]$ とわかる.

2.1.1　結果

以下に実験 1.A, 実験 1.B, 実験 1.C の結果を示す. 表 1 に各実験での入力電圧 $u(t)$ を示す. また, 表 2 に各実験での出力電圧の傾きの実験値と理論値を示す. ただし実験値はグラフから読み取った経過時間と電位差から計算する. また,$f = 160$ Hz 以下で三角波が台形波に変化した.

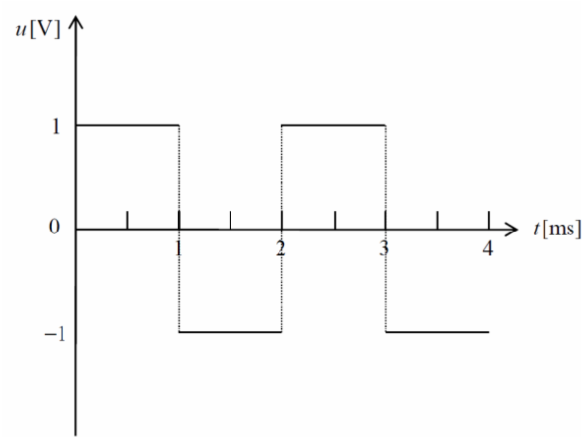

図 2　実験 1.A: 入力電圧

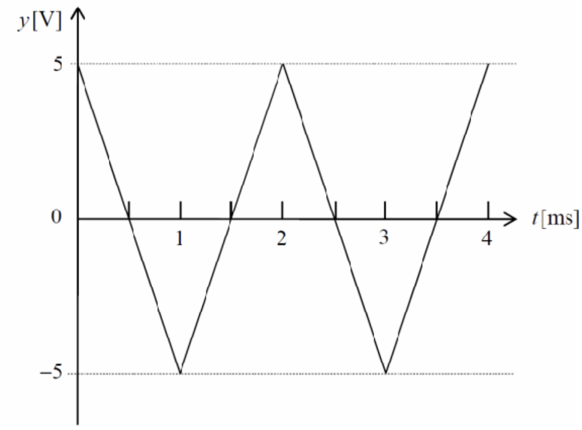

図 3　実験 1.A: 出力電圧

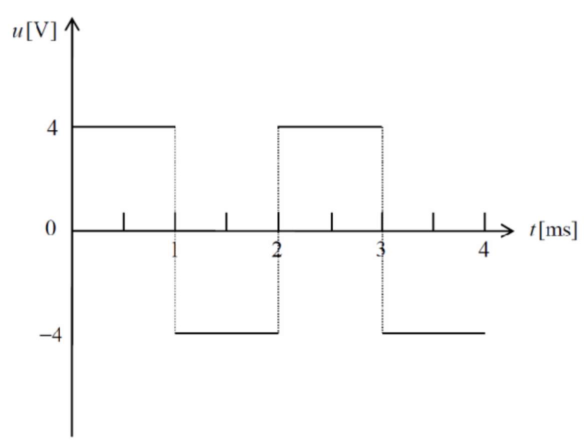

図 4　実験 1.B: 入力電圧

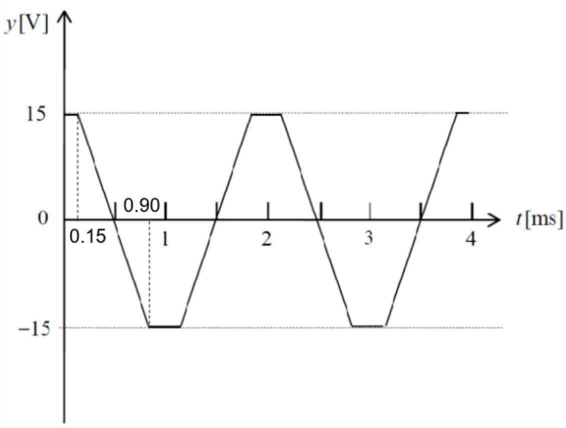

図 5　実験 1.B: 出力電圧

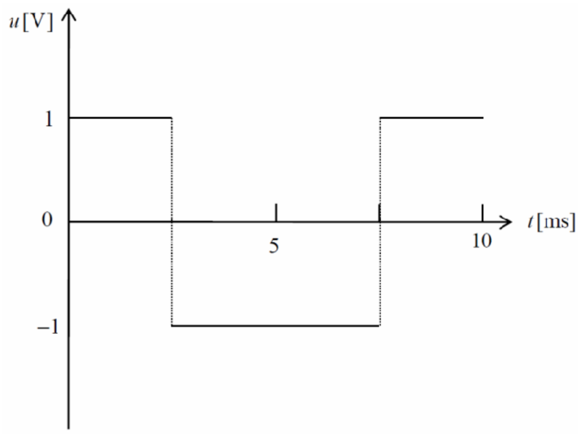

図 6　実験 1.C: 入力電圧

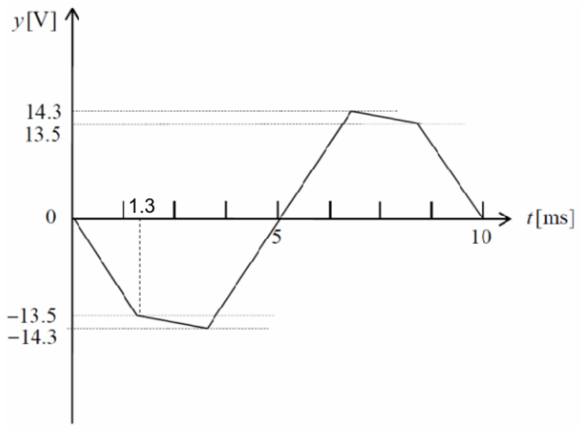

図 7　実験 1.C: 出力電圧

表 1　入力電圧 $u(t)$

実験	電圧 E_0 / V	周波数 f_0 / Hz
1.A	1.0	500
1.B	4.0	500
1.C	1.0	100

表 2　傾きの実験値と理論値

実験	傾き (実験値) / $\mathrm{V\,s^{-1}}$	傾き (理論値) / $\mathrm{V\,s^{-1}}$
1.A	$\dfrac{5-(-5)\ \mathrm{V}}{(1.00-0.00)\times 10^{-3}\ \mathrm{s}} = 1\times 10^4$	1.0×10^4
1.B	$\dfrac{15-(-15)\ \mathrm{V}}{(0.90-0.15)\times 10^{-3}\ \mathrm{s}} = 4.0\times 10^4$	4.0×10^4
1.C	$\dfrac{0-(-13.5)\ \mathrm{V}}{(1.3-0.0)\times 10^{-3}\ \mathrm{s}} = 1.0\times 10^4$	1.0×10^4

2.1.2　考察

表 2 から, 各実験での出力電圧の傾きは理論値と非常によく一致している．また, 実験 1.B, 実験 1.C で三角波が台形波になったのは, オペアンプの出力電圧 $y(t) \in [-V_{cc}, V_{cc}]$ となるからである．実際図 5, 図 7 では $-V_{cc}, V_{cc}$ 付近で傾きが減少あるいは無くなっている．また $E_0 = 1$ V のとき三

角波が台形波に変化しない限界の周期 T_c とその時の周波数 f_c は

$$\frac{E_0}{RC} \times \frac{T_c}{4} = V_{cc} \tag{4}$$

$$T_c = 6.0 \times 10^5 \text{ s} \tag{5}$$

$$f_c = \frac{1}{T_c} = 166.7 \text{ Hz} \tag{6}$$

となる. 実験値との誤差は 4.0 % であり, よく一致している.

2.2 実験 2

図 8 に実験 2 の回路図を示す. 回路方程式は

$$rC\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -\frac{r}{R}u(t) \tag{7}$$

となる. ここで $u(t) = E\sin\omega t$ とすると

$$rC\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -\frac{r}{R}E\sin\omega t \tag{8}$$

ここで $\sin\omega t = \mathrm{Re}(\mathrm{e}^{i(\omega t - \pi/2)})$ である. また $y(t) = A\mathrm{e}^{i(\omega t+\delta)}$ とすると

$$rCi\omega A\mathrm{e}^{i(\omega t+\delta)} + A\mathrm{e}^{i(\omega t+\delta)} = -\frac{r}{R}E\mathrm{e}^{i(\omega t-\pi/2)} \tag{9}$$

$$A\mathrm{e}^{i(\omega t+\delta)} = -\frac{r/R}{1+i\omega rC}E\mathrm{e}^{i(\omega t-\pi/2)} \tag{10}$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{1+(\omega rC)^2}E\mathrm{e}^{i(\omega t-\pi/2)}(1-i\omega rC) \tag{11}$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{1+(\omega rC)^2}E\mathrm{e}^{i(\omega t-\pi/2)}\sqrt{1+(\omega rC)^2}\mathrm{e}^{-i\arctan(\omega rC)} \tag{12}$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{\sqrt{1+(\omega rC)^2}}E\mathrm{e}^{i(\omega t-\pi/2-\arctan(\omega rC))} \tag{13}$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{\sqrt{1+(\omega rC)^2}}E\sin(\omega t - \arctan(\omega rC)) \tag{14}$$

となり, これが定常解である.

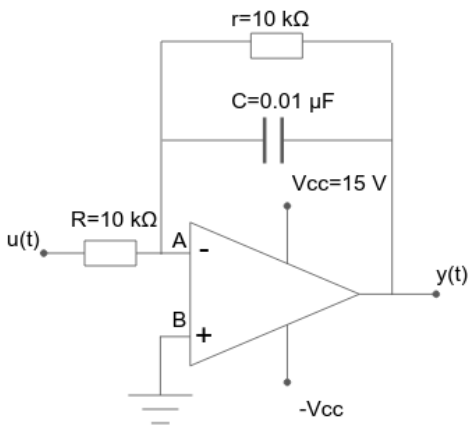

図 8　回路図

2.2.1　結果

図 9 に実験 2 のボード線図を示す．表 3 に周波数応答を示す．

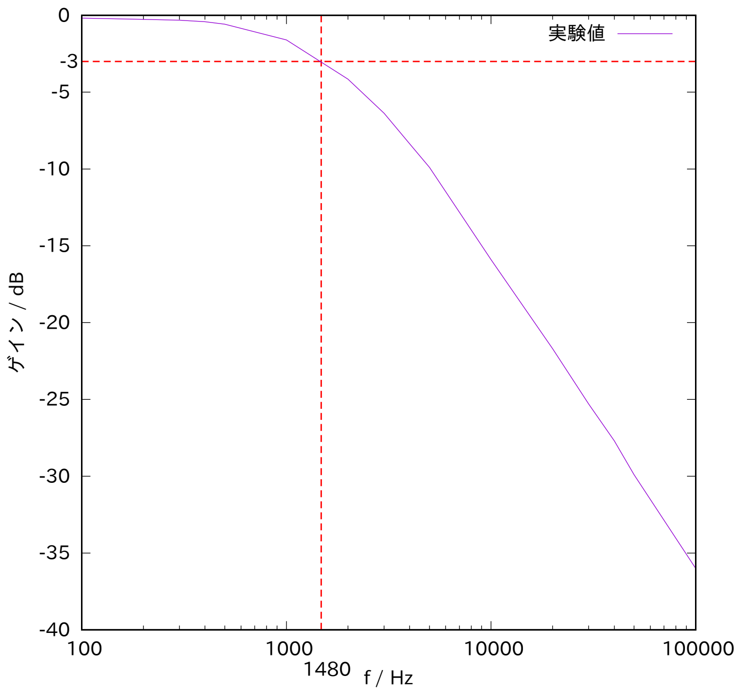

図 9　ボード線図

2.2.2　考察

図 10 にボード線図の理論値と実験値を示す．図 10 のように, ゲインは理論値と実験値でよく一致している．図 9 より, カットオフ周波数は 1480 Hz であった．一方, カットオフ周波数 f_B は以下

表 3　周波数応答

入力周波数 f	入力電圧 / V	出力電圧 / V	ゲイン (実験値) / dB	ゲイン (理論値) / dB
1.00×10^2	0.682	0.668	-1.80×10^{-1}	-1.71×10^{-2}
2.00×10^2	0.682	0.662	-2.59×10^{-1}	-6.80×10^{-2}
3.00×10^2	0.682	0.658	-3.11×10^{-1}	-1.52×10^{-1}
4.00×10^2	0.682	0.650	-4.17×10^{-1}	-2.66×10^{-1}
5.00×10^2	0.682	0.638	-5.79×10^{-1}	-4.09×10^{-1}
1.00×10^3	0.682	0.567	-1.60×10^0	-1.45×10^0
2.00×10^3	0.682	0.423	-4.15×10^0	-4.11×10^0
3.00×10^3	0.681	0.327	-6.37×10^0	-6.58×10^0
4.00×10^3	0.681	0.260	-8.36×10^0	-8.64×10^0
5.00×10^3	0.681	0.218	-9.89×10^0	-1.04×10^1
1.00×10^4	0.683	0.110	-1.59×10^1	-1.61×10^1
2.00×10^4	0.683	0.056	-2.17×10^1	-2.20×10^1
3.00×10^4	0.684	0.037	-2.53×10^1	-2.55×10^1
4.00×10^4	0.683	0.028	-2.77×10^1	-2.80×10^1
5.00×10^4	0.684	0.022	-2.99×10^1	-2.99×10^1
1.00×10^5	0.692	0.011	-3.60×10^1	-3.60×10^1

の式で与えられる.

$$f_B = \frac{1}{2\pi rC}\sqrt{\frac{2r^2}{R^2} - 1} \tag{15}$$

したがって $f_B = 1590$ Hz となる. 相対誤差は 6.9 % でありよく一致している.

表 4　カットオフ周波数 f_B の理論値と実験値

カットオフ周波数 (実験値) / Hz	カットオフ周波数 (理論値) / Hz
1480	1590

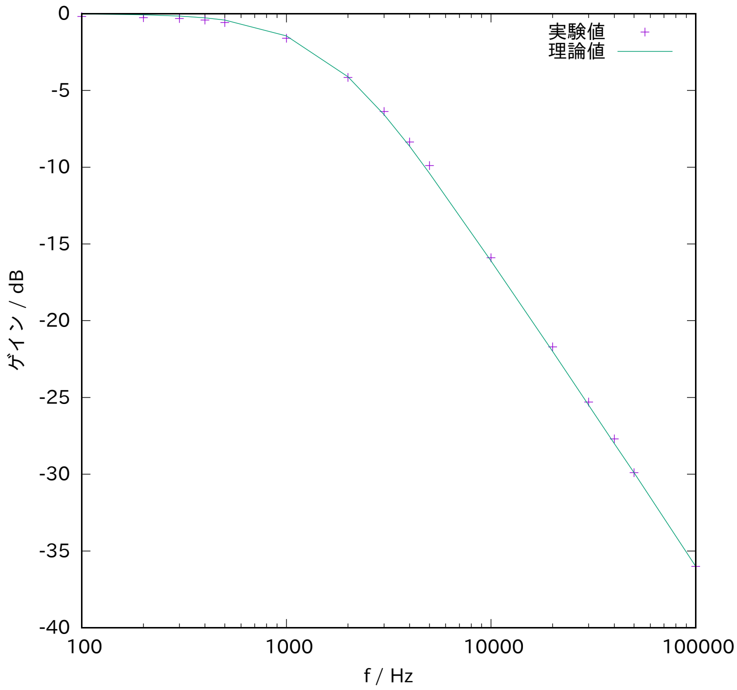

図 10　ボード線図 (理論値と実験値)

2.3　追加実験

図 11 に追加実験の回路図を示す.

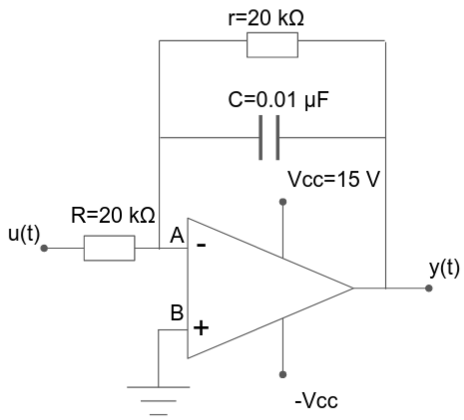

図 11　回路図

2.3.1　結果

図 12 に追加実験のボード線図を示す. 表 5 に周波数応答を示す.

表 5　周波数応答

入力周波数 f	入力電圧 / V	出力電圧 / V	ゲイン (実験値) / dB	ゲイン (理論値) / dB
1.00×10^2	0.702	0.666	-4.57×10^{-1}	-6.80×10^{-2}
3.00×10^2	0.700	0.630	-9.15×10^{-1}	-5.77×10^{-1}
1.00×10^3	0.700	0.420	-4.44×10^0	-4.11×10^0
1.50×10^3	0.700	0.318	-6.85×10^0	-6.58×10^0
2.00×10^3	0.698	0.256	-8.71×10^0	-8.64×10^0
2.50×10^3	0.696	0.210	-1.04×10^1	-1.04×10^1
3.00×10^3	0.698	0.179	-1.18×10^1	-1.18×10^1
1.00×10^4	0.692	0.056	-2.18×10^1	-2.20×10^1
3.00×10^4	0.698	0.019	-3.13×10^1	-3.15×10^1
1.00×10^5	0.700	0.006	-4.13×10^1	-4.20×10^1

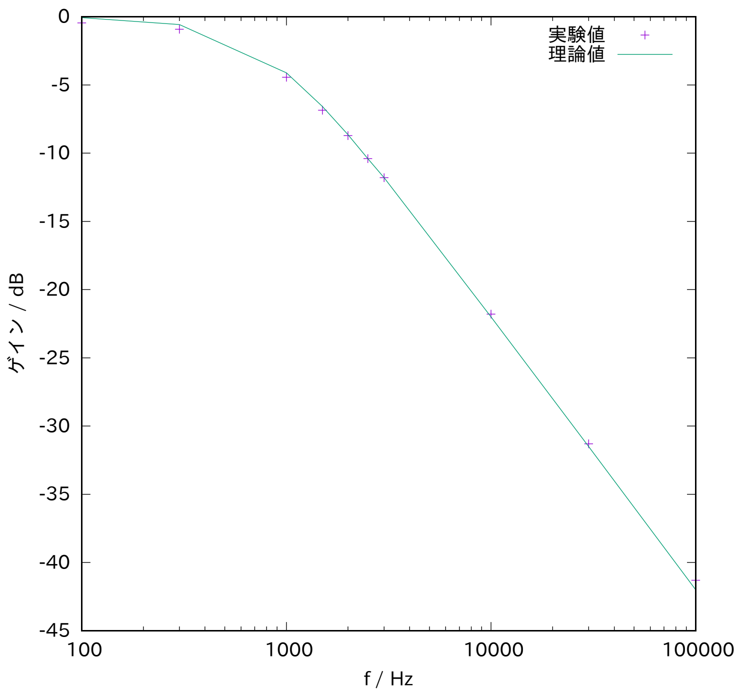

図 12　ボード線図 (理論値と実験値)

2.3.2　考察

図 12 のように, ゲインは理論値と実験値でよく一致している.

2.4　課題 1

積分器の回路方程式において $u(t) = A \sin \omega t$, $y(t) = \mathrm{e}^{i(\omega t + \delta)}$ とすると

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} u(t) \tag{16}$$

$$i\omega A \mathrm{e}^{i(\omega t + \delta)} = -\frac{E}{RC} \mathrm{e}^{i(\omega t - \pi/2)} \tag{17}$$

$$A \mathrm{e}^{i(\omega t + \delta)} = -\frac{E}{RC\omega} \mathrm{e}^{i(\omega t - \pi)} \tag{18}$$

$$\therefore \ A = \frac{E}{RC\omega} = \frac{E}{RC(2\pi f)} \tag{19}$$

以上から周波数応答は

$$H(f) = 20 \log_{10} \frac{1}{RC(2\pi f)} \tag{20}$$

となる. 図 13 にボード線図の理論曲線を示す. ただし $R = 10$ kΩ, $C = 0.01$ μF とした. 図 13 から, 積分器の周波数特性は線形であるとわかる.

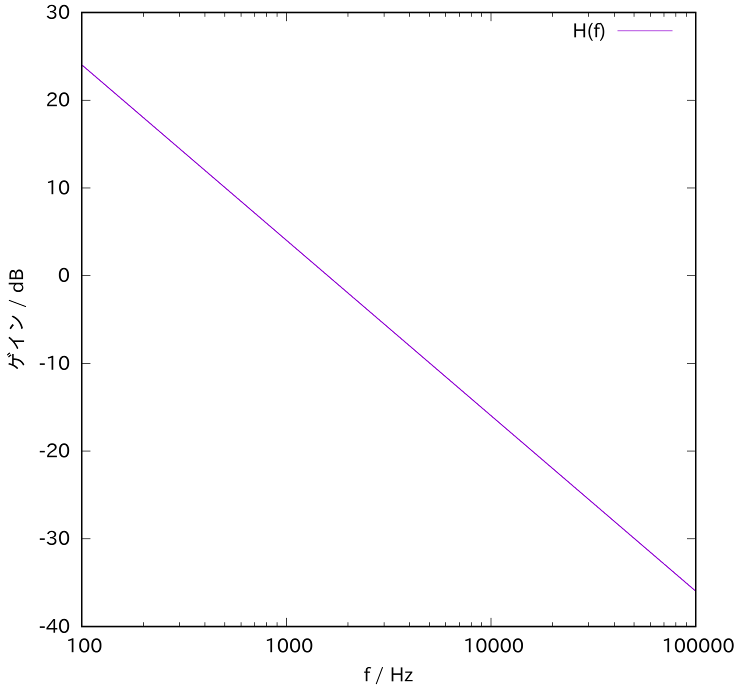

図 13　ボード線図

2.5　課題 2

図 14 に微分器の回路図を示す．微分器の回路方程式は

$$\frac{y(t)}{R} = -C\frac{du(t)}{dt} \tag{21}$$

$$y(t) = -RC\frac{du(t)}{dt} \tag{22}$$

であり, 確かに入力の微分が出力されている．また $u(t) = E\sin\omega t$ とすると

$$y(t) = -RC\frac{d}{dt}E\sin\omega t \tag{23}$$

$$= -RCE\omega\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \tag{24}$$

$$\therefore\ A = RCE\omega = RCE(2\pi f) \tag{25}$$

したがって, 微分器の周波数応答は周波数に比例してゲインが大きくなる. 微分機のボード線図は図 15 のようになる．微分器のボード線図と積分器のボード線図は R と C が等しいとき $y = 0$ に対して線対称である.

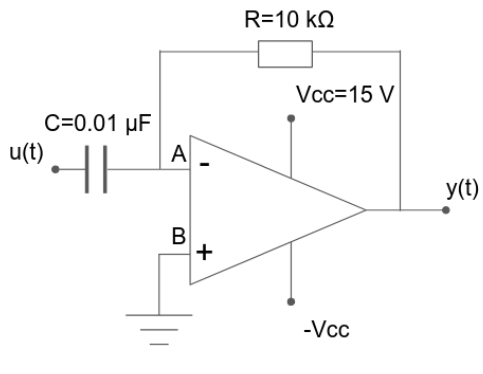

図 14　回路図

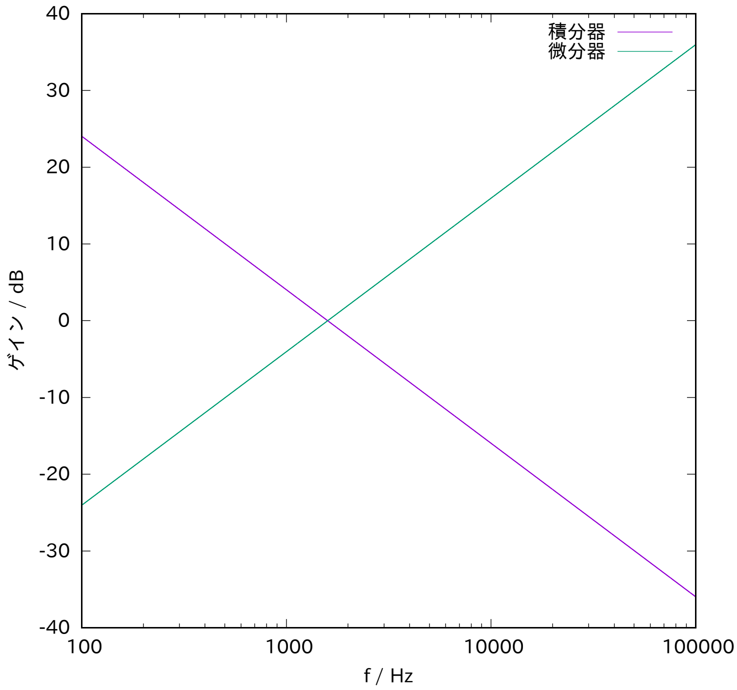

図 15　積分器と微分器のボード線図

2.6　課題 3

表 6 に理論曲線の条件を示す．また図 16 に各条件でのボード線図を示す．図 16 から,R と r が異なるとき, 定常ゲインが異なることがわかる．また r が異なっていても R が等しければ同じ直線に漸近することがわかる. このことは

$$G(f) = 20\log_{10}\frac{r/R}{\sqrt{1+(2\pi frC)^2}} \tag{26}$$

$$= 20\log_{10}\frac{1}{R\sqrt{\frac{1}{r^2}+(2\pi fC)^2}} \tag{27}$$

$$= 20\log_{10}\frac{1}{Rf\sqrt{\frac{1}{r^2f^2}+(2\pi C)^2}} \tag{28}$$

$$\to 20\log_{10}\frac{1}{2\pi RfC} \tag{29}$$

となることからも明らかである.

表 6　各場合の条件

場合	R / kΩ	r / kΩ
1	10	20
2	20	10
実験 2	10	10
追加実験	20	20

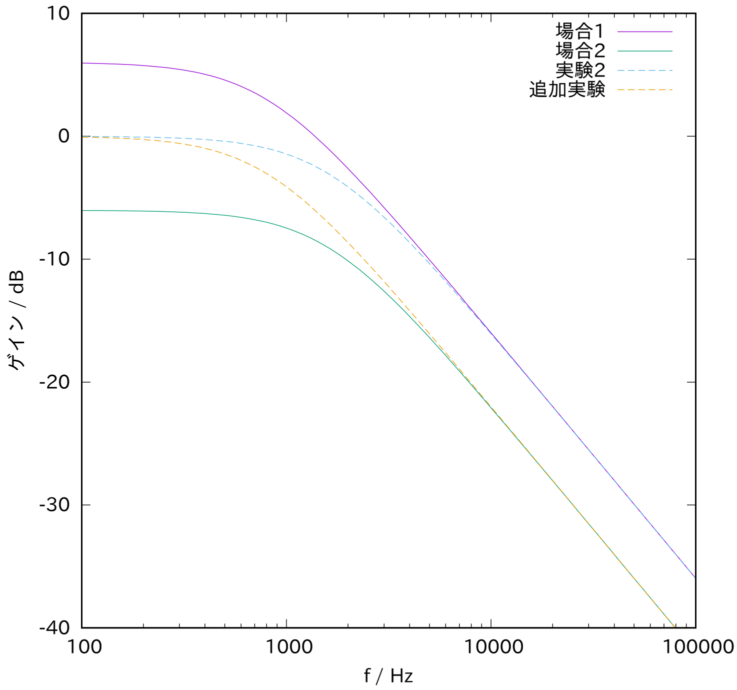

図 16　各条件でのボード線図 (理論値)

3.　結論

参考文献