

理工学基礎実験レポート

実験日	2020 年 7 月 17 日 (金) (午前)
実験題目	A-1 アナログ演算回路

学科	物理	クラス	N	学籍番号	61908697
報告者氏名	佐々木良輔				

共同実験者		

レポート提出日	2020 年 7 月 23 日 6 時 00 分
再レポート提出日	2020 年 月 日 時 分

室温	
湿度	
気圧	

1. 目的

この実験の目的は以下の通りである.

- オペアンプ (OPerational AMPlifier) の機能と基本特性を理解する.
- 積分器をオペアンプで構成し, その時間特性を理解する.
- 一次ダイナミカルシステムをオペアンプで構成し, その周波数特性を理解する.
- アナログ回路設計に関して知見を得る.

2. 結果・考察・課題

2.1 実験 1

図 1 に実験 1 の回路図を示す [3].

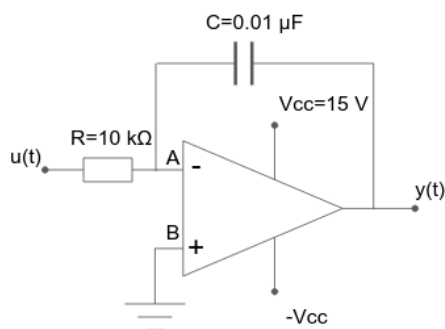


図 1 回路図

仮想接地しているため A 点の電位 = 0 なので, キルヒホッフの法則から回路方程式は

$$\frac{u(t)}{R} + C \frac{dy(t)}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$y(t) = y(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (2)$$

したがって, 入力電圧 $u(t) = E_0$ のとき $y(0) = 0$ とすると

$$y(t) = -\frac{E_0}{RC} t \quad (3)$$

である. ただし RC の物理量は $\text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^4 \text{A}^2 = \text{s}$ なので, 傾きは $-\frac{E_0}{RC} [\text{V s}^{-1}]$ とわかる.

2.1.1 結果

以下に実験 1.A, 実験 1.B, 実験 1.C の結果を示す. 表 1 に各実験での入力電圧 $u(t)$ を示す. また, 表 2 に各実験での出力電圧の傾きの実験値と理論値を示す. ただし実験値はグラフから読み取った経過時間と電位差から計算する. また, $f = 160 \text{ Hz}$ 以下で三角波が台形波に変化した.

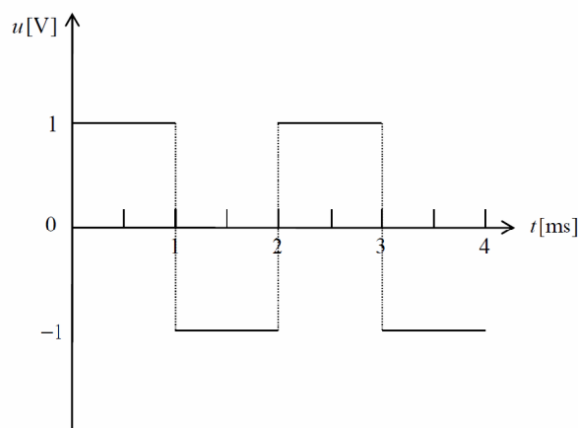


図 2 実験 1.A: 入力電圧

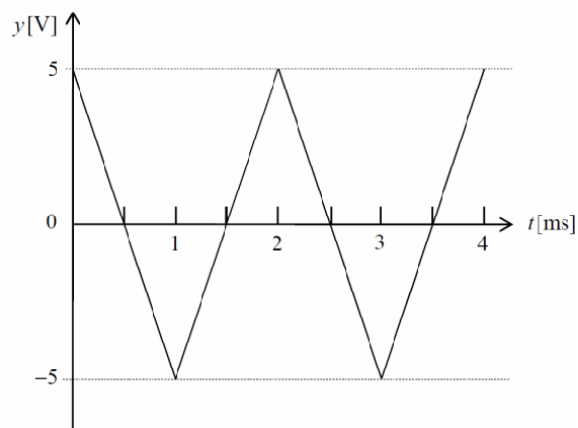


図 3 実験 1.A: 出力電圧

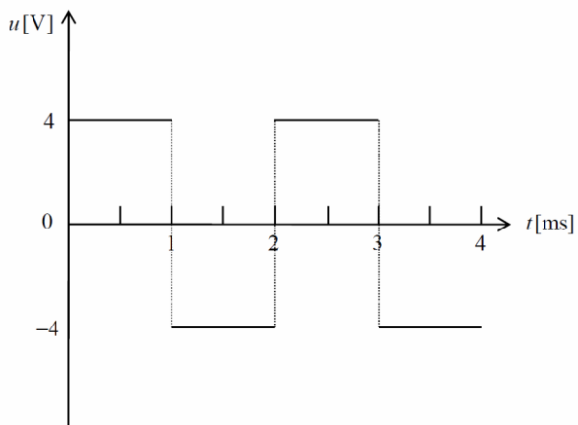


図 4 実験 1.B: 入力電圧

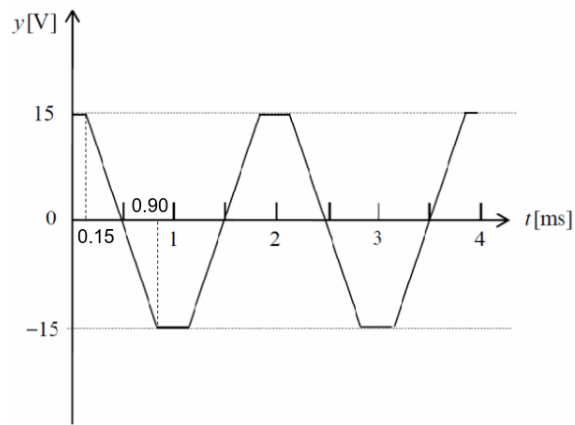


図 5 実験 1.B: 出力電圧

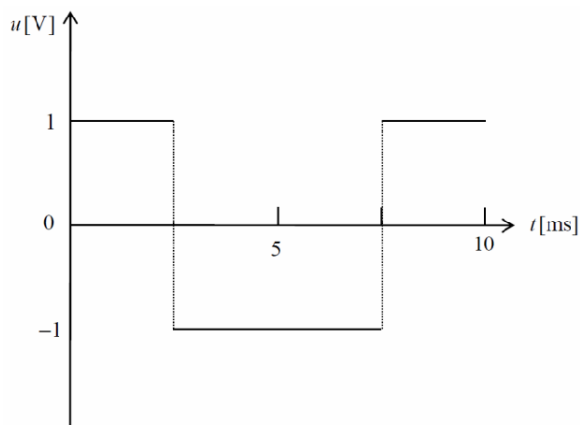


図 6 実験 1.C: 入力電圧

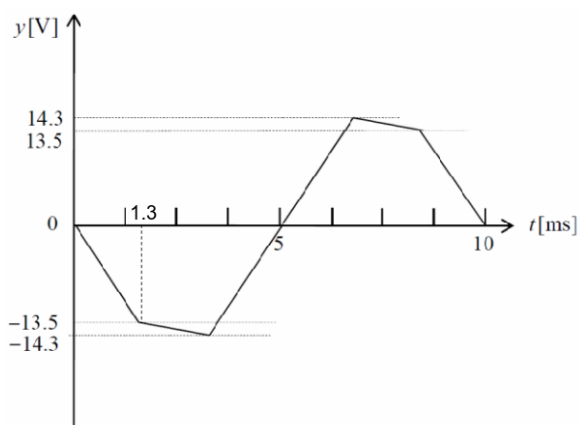


図 7 実験 1.C: 出力電圧

表 1 入力電圧 $u(t)$

実験	電圧 E_0 / V	周波数 f_0 / Hz
1.A	1.0	500
1.B	4.0	500
1.C	1.0	100

表 2 傾きの実験値と理論値

実験	傾き (実験値) / V s^{-1}	傾き (理論値) / V s^{-1}
1.A	$\frac{5 - (-5) \text{ V}}{(1.00 - 0.00) \times 10^{-3} \text{ s}} = 1 \times 10^4$	1.0×10^4
1.B	$\frac{15 - (-15) \text{ V}}{(0.90 - 0.15) \times 10^{-3} \text{ s}} = 4.0 \times 10^4$	4.0×10^4
1.C	$\frac{0 - (-13.5) \text{ V}}{(1.3 - 0.0) \times 10^{-3} \text{ s}} = 1.0 \times 10^4$	1.0×10^4

2.1.2 考察

表 2 から、各実験での出力電圧の傾きは理論値と非常によく一致している。また、実験 1.B, 実験 1.C で三角波が台形波になったのは、オペアンプの出力電圧 $y(t) \in [-V_{cc}, V_{cc}]$ となるからである。実際図 5, 図 7 では $-V_{cc}, V_{cc}$ 付近で傾きが減少あるいは無くなっている。また $E_0 = 1 \text{ V}$ のとき三

角波が台形波に変化しない限界の周期 T_c とその時の周波数 f_c は

$$\frac{E_0}{RC} \times \frac{T_c}{4} = V_{cc} \quad (4)$$

$$T_c = 6.0 \times 10^5 \text{ s} \quad (5)$$

$$f_c = \frac{1}{T_c} = 166.7 \text{ Hz} \quad (6)$$

となる. 実験値との誤差は 4.0 % であり, よく一致している.

2.2 実験 2

図 8 に実験 2 の回路図を示す. 回路方程式は

$$rC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -\frac{r}{R}u(t) \quad (7)$$

となる. ここで $u(t) = E \sin \omega t$ とすると

$$rC \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = -\frac{r}{R}E \sin \omega t \quad (8)$$

ここで $\sin \omega t = \text{Re}(e^{i(\omega t - \pi/2)})$ である. また $y(t) = Ae^{i(\omega t + \delta)}$ とすると

$$rCi\omega Ae^{i(\omega t + \delta)} + Ae^{i(\omega t + \delta)} = -\frac{r}{R}Ee^{i(\omega t - \pi/2)} \quad (9)$$

$$Ae^{i(\omega t + \delta)} = -\frac{r/R}{1 + i\omega rC}Ee^{i(\omega t - \pi/2)} \quad (10)$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{1 + (\omega rC)^2}Ee^{i(\omega t - \pi/2)}(1 - i\omega rC) \quad (11)$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{1 + (\omega rC)^2}Ee^{i(\omega t - \pi/2)}\sqrt{1 + (\omega rC)^2}e^{-i \arctan(\omega rC)} \quad (12)$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{\sqrt{1 + (\omega rC)^2}}Ee^{i(\omega t - \pi/2 - \arctan(\omega rC))} \quad (13)$$

$$y(t) = -\frac{r/R}{\sqrt{1 + (\omega rC)^2}}E \sin(\omega t - \arctan(\omega rC)) \quad (14)$$

となり, これが定常解である.

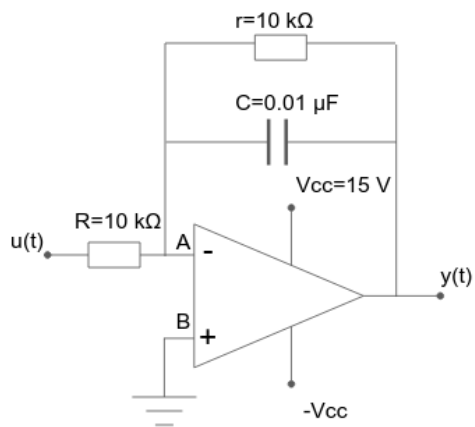


図 8 回路図

2.2.1 結果

図 9 に実験 2 のボード線図を示す. 表 3 に周波数応答を示す.

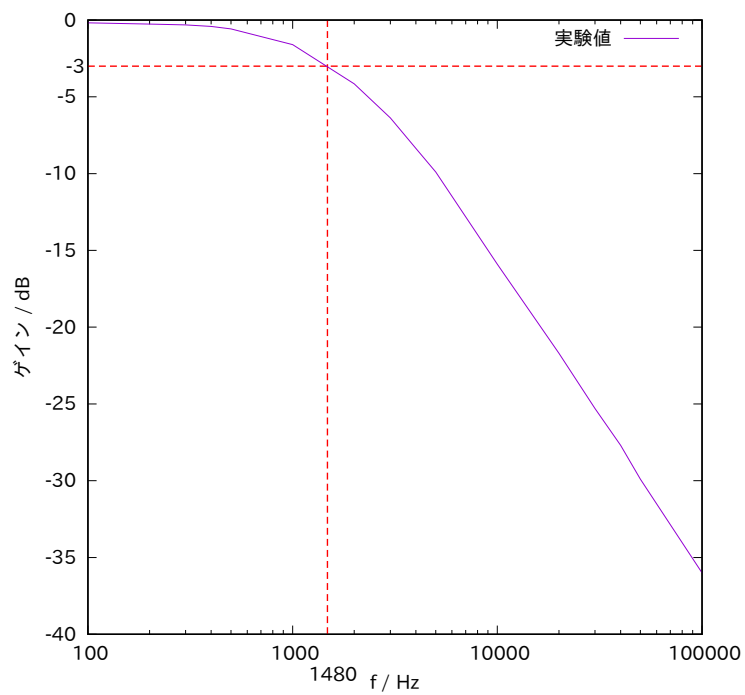


図 9 ボード線図

表 3 周波数応答

入力周波数 f	入力電圧 / V	出力電圧 / V	ゲイン (実験値) / dB	ゲイン (理論値) / dB
1.00×10^2	0.682	0.668	-1.80×10^{-1}	-1.71×10^{-2}
2.00×10^2	0.682	0.662	-2.59×10^{-1}	-6.80×10^{-2}
3.00×10^2	0.682	0.658	-3.11×10^{-1}	-1.52×10^{-1}
4.00×10^2	0.682	0.650	-4.17×10^{-1}	-2.66×10^{-1}
5.00×10^2	0.682	0.638	-5.79×10^{-1}	-4.09×10^{-1}
1.00×10^3	0.682	0.567	-1.60×10^0	-1.45×10^0
2.00×10^3	0.682	0.423	-4.15×10^0	-4.11×10^0
3.00×10^3	0.681	0.327	-6.37×10^0	-6.58×10^0
4.00×10^3	0.681	0.260	-8.36×10^0	-8.64×10^0
5.00×10^3	0.681	0.218	-9.89×10^0	-1.04×10^1
1.00×10^4	0.683	0.110	-1.59×10^1	-1.61×10^1
2.00×10^4	0.683	0.056	-2.17×10^1	-2.20×10^1
3.00×10^4	0.684	0.037	-2.53×10^1	-2.55×10^1
4.00×10^4	0.683	0.028	-2.77×10^1	-2.80×10^1
5.00×10^4	0.684	0.022	-2.99×10^1	-2.99×10^1
1.00×10^5	0.692	0.011	-3.60×10^1	-3.60×10^1

2.2.2 考察

図 10 にボード線図の理論値と実験値を示す．図 10 のように，ゲインは理論値と実験値でよく一致している．図 9 より，カットオフ周波数は 1480 Hz であった．一方，カットオフ周波数 f_B は以下の式で与えられる．

$$f_B = \frac{1}{2\pi rC} \sqrt{\frac{2r^2}{R^2} - 1} \quad (15)$$

したがって $f_B = 1590$ Hz となる．相対誤差は 6.9 % でありよく一致している．

表 4 カットオフ周波数 f_B の理論値と実験値

カットオフ周波数 (実験値) / Hz	カットオフ周波数 (理論値) / Hz
1480	1590

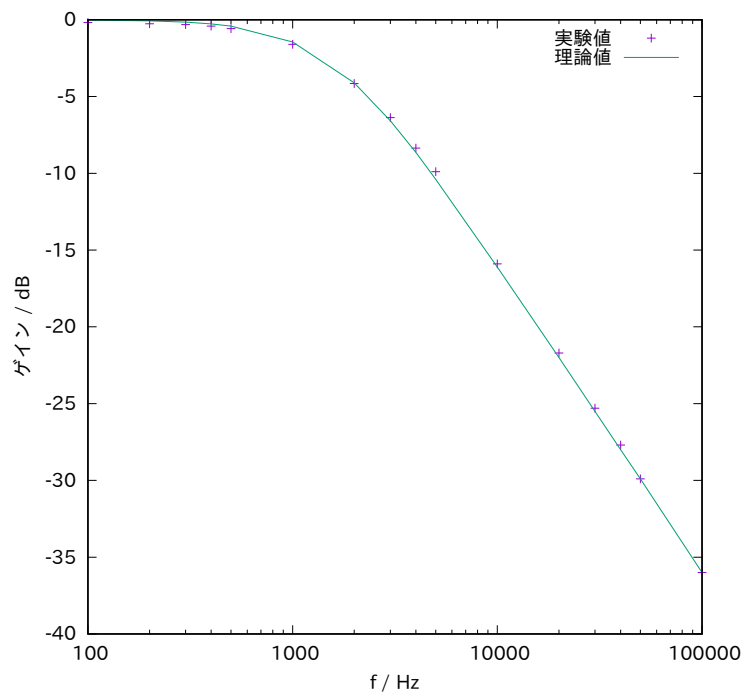


図 10 ポード線図 (理論値と実験値)

2.3 追加実験

図 11 に追加実験の回路図を示す.

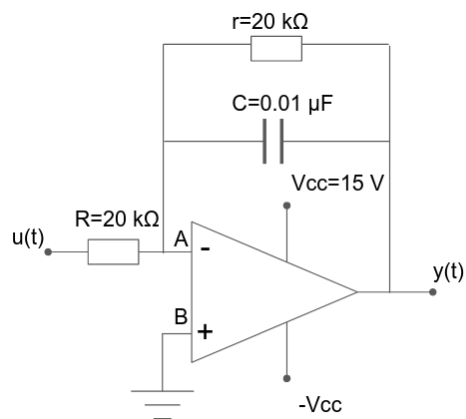


図 11 回路図

2.3.1 結果

図 12 に追加実験のポード線図を示す. 表 5 に周波数応答を示す.

表 5 周波数応答

入力周波数 f	入力電圧 / V	出力電圧 / V	ゲイン (実験値) / dB	ゲイン (理論値) / dB
1.00×10^2	0.702	0.666	-4.57×10^{-1}	-6.80×10^{-2}
3.00×10^2	0.700	0.630	-9.15×10^{-1}	-5.77×10^{-1}
1.00×10^3	0.700	0.420	-4.44×10^0	-4.11×10^0
1.50×10^3	0.700	0.318	-6.85×10^0	-6.58×10^0
2.00×10^3	0.698	0.256	-8.71×10^0	-8.64×10^0
2.50×10^3	0.696	0.210	-1.04×10^1	-1.04×10^1
3.00×10^3	0.698	0.179	-1.18×10^1	-1.18×10^1
1.00×10^4	0.692	0.056	-2.18×10^1	-2.20×10^1
3.00×10^4	0.698	0.019	-3.13×10^1	-3.15×10^1
1.00×10^5	0.700	0.006	-4.13×10^1	-4.20×10^1

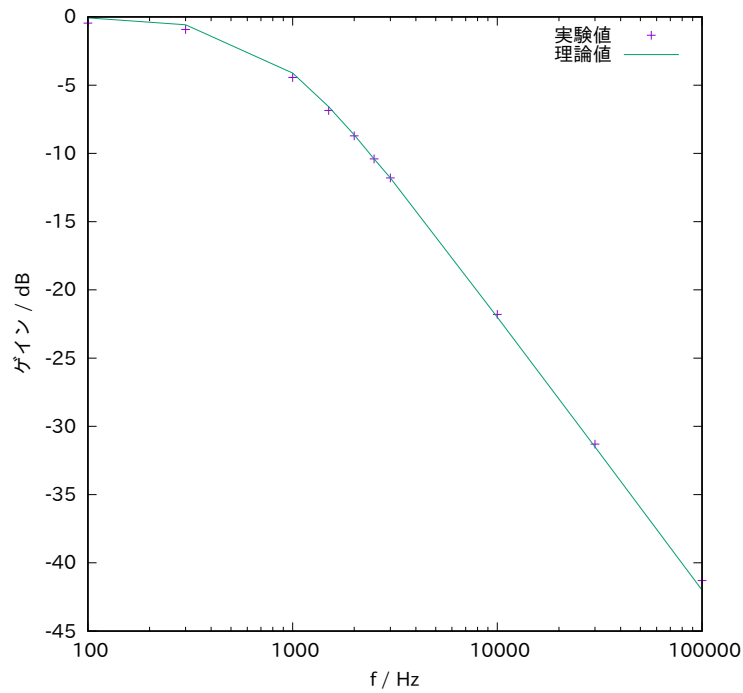


図 12 ボード線図 (理論値と実験値)

2.3.2 考察

図 12 のように, ゲインは理論値と実験値でよく一致している.

2.4 課題 1

積分器の回路方程式において $u(t) = A \sin \omega t$, $y(t) = e^{i(\omega t + \delta)}$ とすると

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}u(t) \quad (16)$$

$$i\omega A e^{i(\omega t + \delta)} = -\frac{E}{RC} e^{i(\omega t - \pi/2)} \quad (17)$$

$$A e^{i(\omega t + \delta)} = -\frac{E}{RC\omega} e^{i(\omega t - \pi)} \quad (18)$$

$$\therefore A = \frac{E}{RC\omega} = \frac{E}{RC(2\pi f)} \quad (19)$$

以上から周波数応答は

$$H(f) = 20 \log_{10} \frac{1}{RC(2\pi f)} \quad (20)$$

となる. 図 13 にボード線図の理論曲線を示す. ただし $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 0.01 \text{ }\mu\text{F}$ とした. 図 13 から, 積分器の周波数特性は線形であるとわかる.

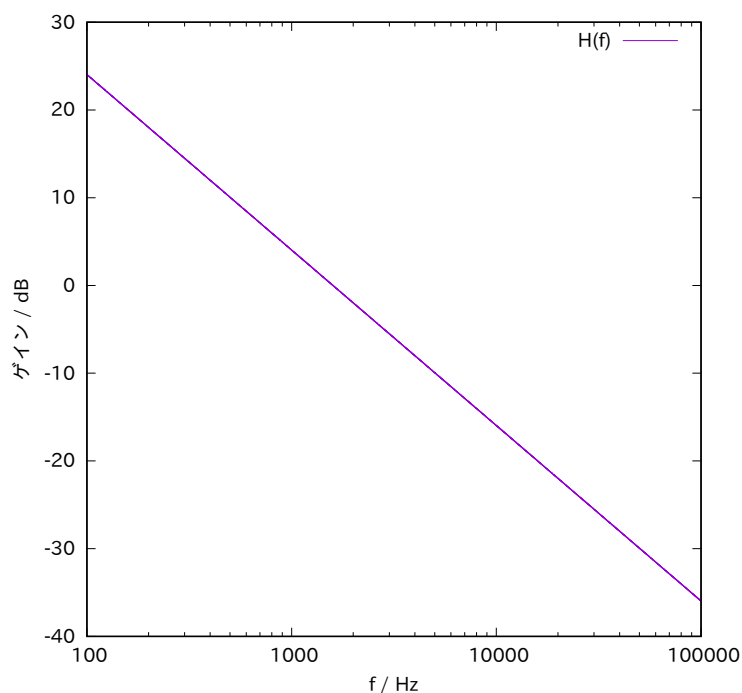


図 13 ボード線図

2.5 課題 2

図 14 に微分器の回路図を示す．微分器の回路方程式は

$$\frac{y(t)}{R} = -C \frac{du(t)}{dt} \quad (21)$$

$$y(t) = -RC \frac{du(t)}{dt} \quad (22)$$

であり，確かに入力の微分が出力されている．また $u(t) = E \sin \omega t$ とすると

$$y(t) = -RC \frac{d}{dt} E \sin \omega t \quad (23)$$

$$= -RCE\omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (24)$$

$$\therefore A = RCE\omega = RCE(2\pi f) \quad (25)$$

したがって，微分器の周波数応答は周波数に比例してゲインが大きくなる．微分機のボード線図は図 15 のようになる．微分器のボード線図と積分器のボード線図は R と C が等しいとき $y = 0$ に対して線対称である．

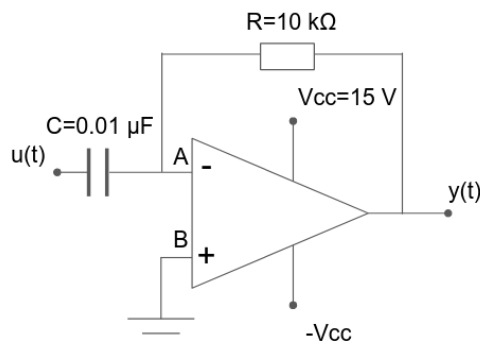


図 14 回路図

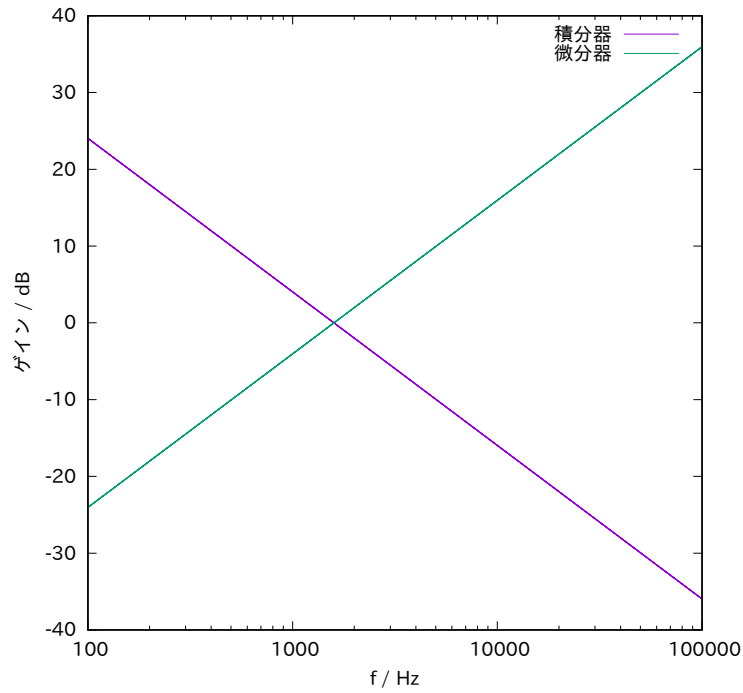


図 15 積分器と微分器のボード線図

2.6 課題 3

表 6 に理論曲線の条件を示す. また図 16 に各条件でのボード線図を示す. 図 16 から, R と r が異なるとき, 定常ゲインが異なることがわかる. また r が異なっているにもかかわらず R が等しければ同じ直線に漸近することがわかる. このことは

$$G(f) = 20 \log_{10} \frac{r/R}{\sqrt{1 + (2\pi f r C)^2}} \quad (26)$$

$$= 20 \log_{10} \frac{1}{R \sqrt{\frac{1}{r^2} + (2\pi f C)^2}} \quad (27)$$

$$= 20 \log_{10} \frac{1}{R f \sqrt{\frac{1}{r^2 f^2} + (2\pi C)^2}} \quad (28)$$

$$\rightarrow 20 \log_{10} \frac{1}{2\pi R f C} \quad (29)$$

となることから明らかである.

表 6 各場合の条件

場合	$R / \text{k}\Omega$	$r / \text{k}\Omega$
1	10	20
2	20	10
実験 2	10	10
追加実験	20	20

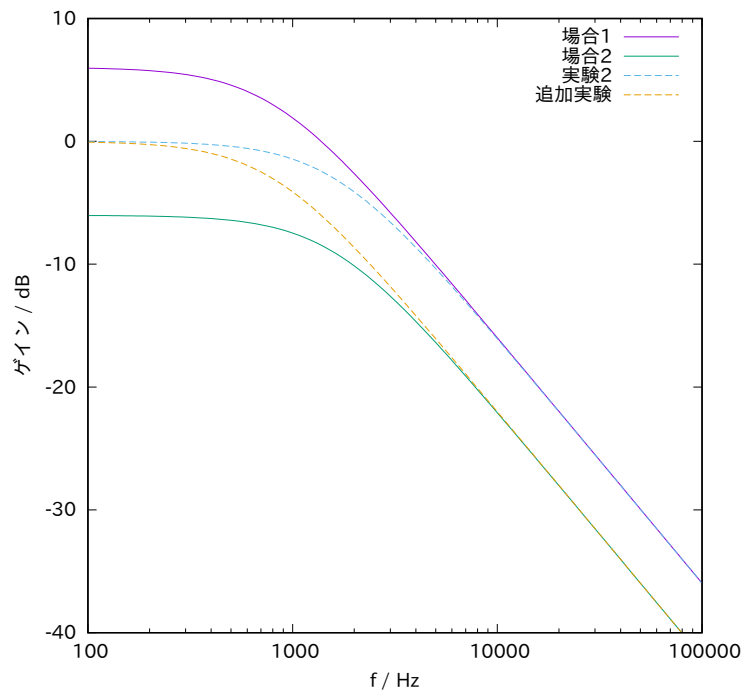


図 16 各条件でのボード線図 (理論値)

2.7 その他 (1)

カットオフ周波数とは出力波形の振幅が入力波形の $1/\sqrt{2}$ 倍になる周波数である。このとき出力の電力は入力 $1/2$ 倍になる。また図 17 のように、漸近線の延長線はカットオフ周波数で x 軸と交わる。すなわち、出力電圧が減衰し始める周波数ということもできる。カットオフ周波数が大きいとはより広い周波数帯域に対して信号を透過できることを意味する。

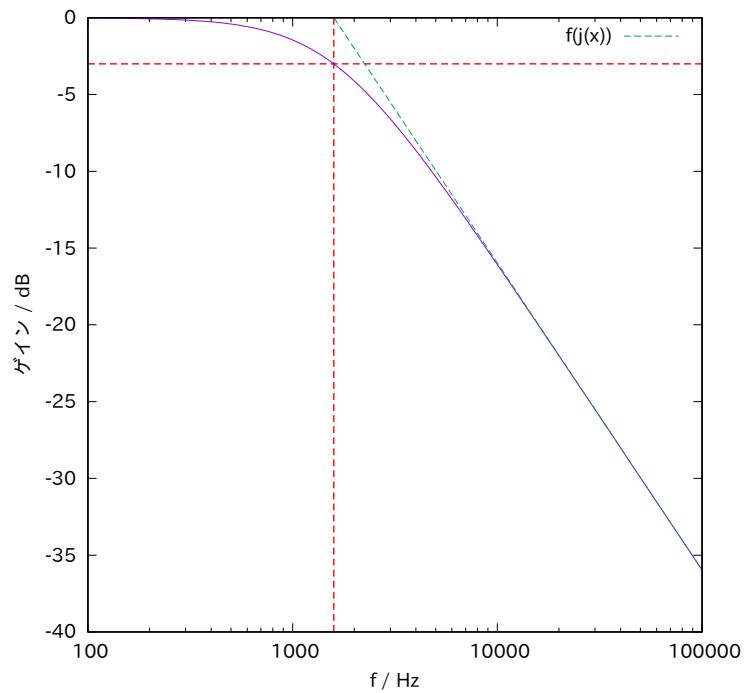


図 17 ポード線図 (理論値)

2.8 その他 (2)

図 15 に示したように, 純粋微分器は高周波成分での利得が大きいため, リップルノイズなどを過剰に増幅してしまう. したがって, 図 18 のようにコンデンサと直列に抵抗を入れ, 高周波成分の利得を抑える必要がある [1].

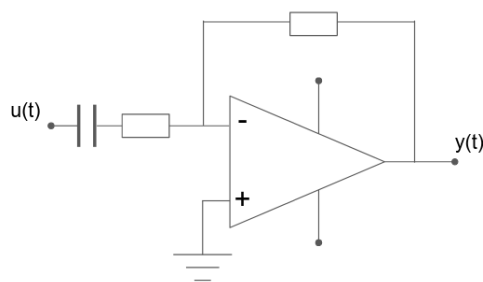


図 18 改良した微分器

2.9 その他 (3)

図 19 にインダクタを用いた積分器を示す. ここで回路方程式は

$$\frac{y(t)}{R} = -\frac{1}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (30)$$

$$y(t) = -\frac{R}{L} \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (31)$$

$$(32)$$

であり, 確かに入力の積分が出力されている.

図にインダクタを用いた微分器を示す. ここで回路方程式は

$$\frac{1}{L} \int_0^t y(\tau) d\tau = -\frac{u(t)}{R} \quad (33)$$

$$(34)$$

両辺を t で微分し

$$\frac{1}{L} y(t) = -\frac{1}{R} \frac{du(t)}{dt} \quad (35)$$

$$y(t) = -\frac{L}{R} \frac{du(t)}{dt} \quad (36)$$

$$(37)$$

であり, 確かに入力の微分が出力されている.

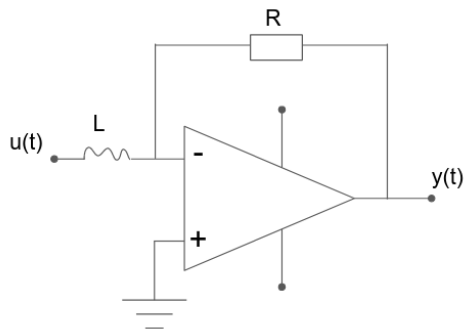


図 19 インダクタを用いた積分器

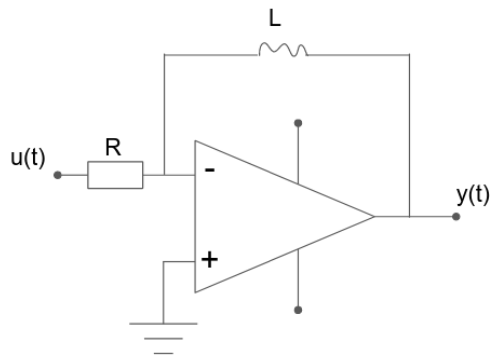


図 20 インダクタを用いた微分器

2.10 その他 (4)

多点接地とは、回路上の接地点を複数の経路で GND に接続することである。多点接地をした場合、経路ごとにインピーダンスが異なると電流により電位差が発生するためノイズ源となる [2]。今回の回路では入力電圧 $u(t)$ をファンクションジェネレータから、 V_{cc} を電源装置から取っており、それぞれ異なった経路で接地されている。したがって、多点接地によるノイズが発生していると考えられる。

2.11 その他 (5)

バイパスコンデンサは IC などの電源ラインと GND 間をつなぐように入れるコンデンサで、積層セラミックコンデンサなどを用いる。これを入れることにより以下のような効果が期待できる。

- インピーダンスの交流成分を下げ、IC が発するスイッチングノイズを GND に落とす。
- 電源電圧の変動を吸収する。
- 一時的な消費電流の増加を補償する。

3. 結論

- オペアンプの機能と基本特性を確認できた.
- 積分器の時間特性を理解した.
- 一次ダイナミカルシステムの時間特性を理解した.
- アナログ回路設計に関して知見を得た.

参考文献

- [1] オペアンプの応用-微分回路 - indexpro. <https://www.indexpro.co.jp/article/detail/11/14>, 11 2018. (Accessed on 07/23/2020).
- [2] 富士電機. ノイズ・サージ防止機器、ノイズカットトランス;ノイズの防止. <https://www.fujielectric.co.jp/technica/faq/cuttrans/04.html#:~:text=%E7%AC%AC8%E5%9B%B3%20%E5%A4%9A%E7%82%B9%E6%8E%A5%E5%9C%B0%E3%81%A8%E4%B8%80%E7%82%B9%E6%8E%A5%E5%9C%B0%E3%80%81%E5%85%B1%E9%80%9A%E6%8E%A5%E5%9C%B0&text=%E5%A4%9A%E7%82%B9%E6%8E%A5%E5%9C%B0%E3%82%92%E3%81%97%E3%81%9F,%E6%B5%81%E3%82%8C%E3%80%81%E3%83%8E%E3%82%A4%E3%82%BA%E3%81%8C%E7%99%BA%E7%94%9F%E3%81%99%E3%82%8B%E3%80%82>. (Accessed on 07/23/2020).
- [3] 慶應義塾大学理工学部. 理工学基礎実験, pp. 7–15. 学術図書出版社, 2020.