WISKUNDE

Graad 8

Boek 1

KABV

Leerderboek

sasol inzalo foundation

UKUQONDA institute

Ontwikkel en gefinansier as 'n voortgesette projek van die Sasol Inzalo Stigting, in samewerking met die Ukuqonda Instituut.

Gepubliseer deur The Ukuqonda Institute
Nealestraat 9, Rietondale 0084
Geregistreer as Titel 21-maatskappy, registrasienommer 2006/026363/08
Openbare Bevoordelingsorganisasie, PBO-no. 930035134
Webwerf: http://www.ukuqonda.org.za

Eerste publikasie in 2014

ISBN: 978-1-920705-38-1

Hierdie boek is ontwikkel in samewerking met die Departement van Basiese Onderwys van Suid-Afrika, met finansiering van die Sasol Inzalo Stigting.

Medewerkers:
Piet Human, Erna Lampen, Marthinus de Jager, Louise Keegan, Paul van Koersveld, Nathi Makae, Enoch Masemola, Therine van Niekerk, Alwyn Olivier, Cerenus Pfeiffer, Renate Röhrs, Dirk Wessels, Herholdt Bezuidenhout

Illustrasies en grafieka:
Leonora van Staden; Lisa Steyn Illustration; Zhandre Stark, Lebone Publishing Services
Rekenaargrafieka op die tweede bladsye van die *Leerderboek*-hoofstukke: Piet Human

Voorbladillustrasie: Leonora van Staden

Teksontwerp: Mike Schramm

Uitleg en setwerk: Lebone Publishing Services

Gedruk deur: [printer name and address]

Inhoudsopgawe

Kwartaal 1

Kwartaal 2

Hoofstuk 1
Telgetalle

In hierdie hoofstuk gaan jy meer leer oor telgetalle en jou vaardighede versterk om berekeninge te doen en probleme op te los.

’n Tabel van produkte

×	23	46	79	88	117	124	178	276	348
8	184	368	632	704	936	992	1 424	2 208	2 784
18	414	828	1 422	1 584	2 106	2232	3 204	4 968	6 264
27	621	1 242	2 133	2 376	3 159	3348	4 806	7 452	9 396
34	782	1564	2 686	2 992	3 978	4216	6 052	9 384	11 832
47	1 081	2 162	3 713	4 136	5 499	5828	8 366	12 972	16 356
56	1 288	2 576	4 424	4 928	6 552	6944	9 968	15 456	19 488
67	1 541	3 082	5 293	5 896	7 839	8308	11 926	18 492	23 316
78	1 794	3 588	6 162	6 864	9 126	9672	13 884	21 528	27 144
84	1 932	3 864	6 636	7 392	9 828	10 416	14 952	23 184	29 232
93	2 139	4 278	7 347	8 184	10 881	11 532	16 554	25 668	32 364

Tabelle van optelsomme

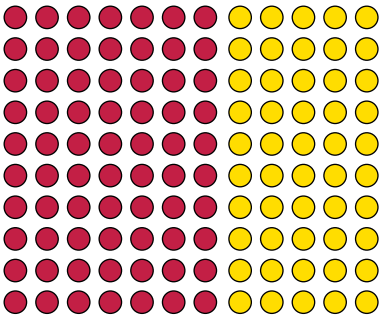
+	154	235	331	456	572	638	764	885	921
228	382	463	559	684	800	866	992	1 113	1 149
367	521	602	698	823	939	1 005	1 131	1 252	1 288
473	627	708	804	929	1 045	1 111	1 237	1 358	1 394
539	693	774	870	995	1 111	1 177	1 303	1 424	1 460
677	831	912	1 008	1 133	1 249	1 315	1 441	1 562	1 598
743	897	978	1 074	1 199	1 315	1 381	1 507	1 628	1 664
829	983	1 064	1 160	1 285	1 401	1 467	1 593	1 714	1 750
947	1 101	1 182	1 278	1 403	1 519	1 585	1 711	1 832	1 868

+	3 154	7 235	5 331	9 456	2 572	3 638	4 764	2 885	4 921
228	3 382	7 463	5 559	9 684	2 800	3 866	4 992	3 113	5 149
367	3 521	7 602	5 698	9 823	2 939	4 005	5 131	3 252	5 288
473	3 627	7 708	5 804	9 929	3 045	4 111	5 237	3 358	5 394
539	3 693	7 774	5 870	9 995	3 111	4 177	5 303	3 424	5 460
677	3 831	7 912	6 008	10 133	3 249	4 315	5 441	3 562	5 598
743	3 897	7 978	6 074	10 199	3 315	4 381	5 507	3 628	5 664
829	3 983	8 064	6 160	10 285	3 401	4 467	5 593	3 714	5 750
947	4 101	8 182	6 278	10 403	3 519	4 585	5 711	3 832	5 868

1 Telgetalle

1.1 Eienskappe van telgetalle

DIE OMRUILINGSEIENSKAP VAN OPTEL EN VERMENIGVULDIGING



1. Watter van die volgende berekeninge sal jy kies om die getal geel krale in hierdie patroon te bereken? Moenie nou enige berekeninge doen nie, maak net 'n keuse.

   (a) 7 + 7 + 7 + 7 + 7

   (b) 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10

   (c) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

   (d) 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5

   (e) 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7

   (f) 10 + 10 + 10 + 10 + 10

   My keuse: ....

2. (a) Hoeveel rooi krale is daar in die patroon, en hoeveel geel krale?

   ....

   (b) Wat is die totale getal krale in die patroon? ....

3. (a) Watter uitdrukking beskryf wat jy gedoen het om die totale getal krale te bereken: 70 + 50 of 50 + 70? ....

   (b) Maak dit 'n verskil? ....

   (c) Watter uitdrukking beskryf wat jy gedoen het om die getal rooi krale te bereken: 7 × 10 of 10 × 7? ....

   (d) Maak dit 'n verskil? ....

Ons sê: **optel en vermenigvuldiging is kommutatief**. Die getalle kan omgeruil word en hulle volgorde verander nie die antwoord nie. Dit werk egter nie by aftrek en deel nie.

Die **omruilingseienskap** word ook die **kommutatiewe eienskap** genoem.

4. Bereken elk van die volgende:

5 × 8	10 × 8	12 × 8	8 × 12 ......
6 × 8	3 × 7	6 × 7	7 × 6 ......

DIE GROEPERINGSEIENSKAP VAN OPTEL EN VERMENIGVULDIGING

Lebogang en Nathi moet albei 25 × 24 bereken.

Lebogang bereken 25 × 4 en vermenigvuldig dan met 6.

Nathi bereken 25 × 6 en vermenigvuldig dan met 4.

1. Sal hulle dieselfde antwoord kry of nie? ......

As drie of meer getalle vermenigvuldig moet word, maak dit nie saak watter twee van die getalle eerste vermenigvuldig word nie.

Dit word die **groeperingseienskap van vermenigvuldiging** genoem. Ons sê ook **vermenigvuldiging is assosiatief.**

Die **groeperingseienskap** word ook die **assosiatiewe eienskap** genoem.

2. Doen die volgende berekeninge. **Moenie nou 'n sakrekenaar gebruik nie.**

(a) 4 + 7 + 5 + 6 ....
(b) 7 + 6 + 5 + 4 ....
(c) 6 + 5 + 7 + 4 ....
(d) 7 + 5 + 4 + 6 ....

3. (a) Is optel assosiatief? ......

(b) Illustreer jou antwoord met 'n voorbeeld. ....

4. Bepaal die waarde van elke uitdrukking. Werk op die maklikste moontlike manier.

(a) 2 × 17 × 5 ....
(b) 4 × 7 × 5 ....
(c) 75 + 37 + 25 ....
(d) 60 + 87 + 40 + 13 ....

5. Wat moet jy by elk van die volgende getalle tel om 100 te kry?

82 44 56 78 24 89 77

....

6. Waarmee moet jy elk van hierdie getalle vermenigvuldig om 1 000 te kry?

250 125 25 500 200 50

....

7. Bereken elk van die volgende. Let op dat jy die werk baie maklik kan maak deur die bewerkings slim te groepeer.

(a) 82 + 54 + 18 + 46 + 237

....

(b) 24 + 89 + 44 + 76 + 56 + 11

....

(c) 25 × (86 × 4)

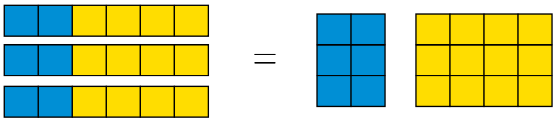
....

(d) 32 × 125

....

NOG KONVENSIES EN DIE VERSPREIDINGSEIENSKAP

Die **verspreidingseienskap** is nuttig, want dit stel ons in staat om die volgende te doen:



Albei antwoorde is 18. Let op dat ons in die eerste voorbeeld hakies moet gebruik om te wys dat die optelbewerking eerste gedoen moet word. So nie, sou ons eers moes vermenigvuldig. Byvoorbeeld, die uitdrukking 3 × 2 + 4 beteken "vermenigvuldig 3 met 2; tel dan 4 by". Dit beteken *nie* "tel 2 en 4 bymekaar; vermenigvuldig dan met 3" nie.

Die uitdrukking 4 + 3 × 2 beteken ook "vermenigvuldig 3 met 2; tel dan 4 by".

As jy wil spesifiseer dat optel of aftrek **eerste gedoen** moet word, moet daardie deel van die uitdrukking **tussen hakies** wees.

Die **verspreidingseienskap** word ook die **distributiewe eienskap** genoem.

Die verspreidingseienskap word gebruik om 'n moeilike vermenigvuldiging in kleiner dele op te breek. Dit kan byvoorbeeld gebruik word om 6 × 204 makliker te bereken:

6 × 204 kan herskryf word as 6 × (200 + 4)   (Onthou die hakies!)
= 6 × 200 + 6 × 4
= 1 200 + 24
= 1 224

Vermenigvuldiging kan ook oor aftrek versprei word, byvoorbeeld om 7 × 96 te bereken:

7 × 96 = 7 × (100 – 4)
= 7 × 100 – 7 × 4
= 700 – 28
= 672

1. Hier is 'n paar berekeninge met antwoorde. Herskryf hulle met hakies om al die antwoorde korrek te maak.

(a) 8 + 6 × 5 = 70

....

(b) 8 + 6 × 5 = 38

....

(c) 5 + 8 × 6 – 2 = 52

....

(d) 5 + 8 × 6 – 2 = 76

....

(e) 5 + 8 × 6 – 2 = 51

....

(f) 5 + 8 × 6 – 2 = 37

....

2. Bereken die volgende:
   (a) 100 × (10 + 7) (b) 100 × 10 + 100 × 7

   ....

   (c) 100 × (10 – 7) (d) 100 × 10 – 100 × 7

   ....

3. Voltooi die tabel.

×	**8**	**5**	**4**	**9**	**7**	**3**	**6**	**2**	**10**	**11**	**12**
7											
3				27				6			
9											
5											
8											
6											
4					28						
2											
10	80									110	
12											
11											

4. Gebruik die verskillende wiskundige konvensies vir numeriese uitdrukkings om die berekeninge makliker te maak. Wys al jou berekeninge.
   (a) 18 × 50 (b) 125 × 28 (c) 39 × 220

   ....

   ....

   ....

   (d) 443 + 2 100 + 557 (e) 318 + 650 + 322 (f) 522 + 3 003 + 78

   ....

   ....

Twee verdere eienskappe van getalle is die volgende:

- **Die vermenigvuldigingseienskap van 1:** die produk van enige getal en 1 is daardie getal.
- **Die optellingseienskap van 0:** die som van enige getal en 0 is daardie getal.

1.2 Berekeninge met telgetalle

SKAT, BENADER EN ROND AF

1. Probeer om antwoorde waarvan jy taamlik seker is op hierdie vrae te gee, sonder om enige berekeninge met die gegewe getalle te doen.

   (a) Is 8 × 117 meer as 2 000 of minder as 2 000? .... as 2 000

   ....

   (b) Is 27 × 88 meer as 3 000 of minder as 3 000? .... as 3 000

   ....

   (c) Is 18 × 117 meer as 3 000 of minder as 3 000? .... as 3 000

   ....

   (d) Is 47 × 79 meer as 3 000 of minder as 3 000? .... as 3 000

   ....

Wat jy gedoen het toe jy probeer het om antwoorde op vraag 1(a) tot (d) te gee, word **skatting** genoem. Om te skat is om te probeer om naby aan 'n antwoord te kom sonder om die vereiste berekeninge met die gegewe getalle te doen.

'n Skatting kan ook 'n **benadering** genoem word.

2. Kyk weer na vraag 1.
   (a) Die getalle 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, 6 000, 7 000, 8 000, 9 000 en 10 000 is almal veelvoude van 'n duisend. Skryf in elke geval die veelvoud van 1 000 neer wat jy dink die naaste aan die antwoord is. Skryf dit op die kort stippellyn. Die getalle wat jy neerskryf word **skattings** genoem.
   (b) Jy mag dalk meen dat jy in party gevalle 'n **beter skatting** sal kry as jy 500 by jou skatting kon tel, of 500 daarvan kon aftrek. Indien wel, kan jy nou 500 bytel of aftrek.
   (c) As jy wil, kan jy neerskryf wat jy dink 'n nog beter skatting is deur 'n paar honderde by te tel of af te trek.

3. (a) Gebruik 'n sakrekenaar om die presiese antwoorde vir die berekeninge in vraag 1 te bepaal, of slaan die antwoorde in een van die tabelle op bladsy 2 na. Bereken die **fout** in jou laaste benadering van elk van die antwoorde in vraag 1.

Die verskil tussen 'n skatting en die werklike antwoord word die **fout** genoem.

   (b) Wat was jou kleinste fout? ....

4. Dink weer na oor wat jy in vraag 2 gedoen het. In 2(a) het jy probeer om die antwoorde **tot die naaste 1 000** te benader en in 2(c) **tot die naaste 100**. Beskryf wat jy in vraag 2(b) probeer doen het.

....

5. Skat die antwoorde vir elk van die volgende produkte en optelsomme. Probeer om die antwoorde vir die produkte tot die naaste 1 000 te benader, en vir die optelsomme tot die naaste 100. Gebruik die eerste lyntjie in elke vraag daarvoor.

(a) 84×178 .... (b) $677 + 638$ ....

....

(c) 124×93 .... (d) $885 + 473$ ....

....

(e) 79×84 .... (f) $921 + 367$ ....

....

(g) 56×348 .... (h) $764 + 829$ ....

....

6. Gebruik 'n sakrekenaar om die presiese antwoorde vir die berekeninge in vraag 5 te bepaal, of slaan die antwoorde in die tabelle op bladsy 2 na. Bereken die fout in elk van jou benaderings. Gebruik die tweede lyn in elke vraag om dit te doen.

Om berekeninge te doen met "maklike" getalle wat naby aan gegewe getalle is, is 'n goeie manier om benaderde antwoorde te kry, byvoorbeeld:

- Om $764 + 829$ te benader kan jy $800 + 800$ bereken om die benaderde antwoord 1 600 te kry, met 'n fout van 7.
- Om 84×178 te benader kan jy 80×200 bereken om die benaderde antwoord 16 000 te kry, met 'n fout van 1 048.

7. Gebruik "maklike" getalle naby aan die gegewe getalle om benaderde antwoorde vir elke produk te kry. **Moenie 'n sakrekenaar gebruik nie.** Slaan die presiese antwoorde in die boonste tabel op bladsy 2 na nadat jy jou berekeninge gemaak het.

(a) 78×46 .... (b) 67×88 ....

....

(c) 34×276 .... (d) 78×178 ....

....

AFROND EN KOMPENSEER

Die woord **kompenseer** beteken om iets te doen wat die skade sal herstel.

1. (a) Benader die antwoord vir 386 + 3 435 deur albei getalle tot die naaste honderd af te rond en die afgeronde getalle bymekaar te tel.

   ....

   (b) Omdat jy 386 boontoe tot 400 afgerond het, het jy 'n fout van 14 in jou benaderde antwoord ingebring. Watter fout het jy ingebring deur 3 435 ondertoe tot 3 400 af te rond?

   ....

   (c) Wat was die gekombineerde (totale) fout wat ingebring is deur albei getalle voor berekening af te rond?

   ....

   (d) Gebruik jou kennis van die totale fout om jou benaderde antwoord reg te maak sodat jy die korrekte antwoord vir 386 + 3 435 het.

   ....

Wat jy in vraag 1 gedoen het om die korrekte antwoord vir 386 + 3 435 te bepaal, word **afrond en kompenseer** genoem. Jy het foute ingebring deur die getalle af te rond. Jy het toe vir die foute gekompenseer deur jou antwoord aan te pas.

2. Rond af en kompenseer om elk van die volgende akkuraat te bereken.

   (a) 473 + 638 | (b) 677 + 921

   .... | ....

   .... | ....

Jy kan ook op die hierdie manier aftrek. Om byvoorbeeld R5 362 – R2 687 te bereken, kan jy R2 687 boontoe tot R3 000 afrond. Die berekening kan soos volg voortgaan:

- Om R2 687 boontoe tot R3 000 af te rond kan in twee stappe gedoen word: 2 687 + 13 = 2 700, en 2 700 + 300 = 3 000. In totaal word 313 bygetel.
- 313 kan ook nou by 5 362 getel word: R5 362 + 313 = 5 675.
- In plaas daarvan om R5 362 – R2 687 te bereken, wat 'n bietjie moeilik is, kan jy R5 675 – R3 000 bereken. Dit is maklik: R5 675 – R3 000 = R2 675.

Dit beteken R5 362 – R2 687 = R2 675, want
R5 362 – R2 687 = (R5 362 + R313) – (R2 687 + R313).

OPTEL VAN GETALLE IN UITGEBREIDE VORM IN KOLOMME GESKRYF

Getalle kan opgetel word deur aan hulle **dele** te dink soos wat ons die getalle sê.

Ons sê byvoorbeeld 4 994 as *vierduisend negehonderd vier-en-negentig*. Dit kan in uitgebreide vorm as 4 000 + 900 + 90 + 4 geskryf word.

Net so kan ons aan 31 837 dink as 30 000 + 1 000 + 800 + 30 + 7.

31 837 + 4 994 kan bereken word deur apart met die verskillende soorte dele te werk. Om dit maklik te maak, kan die getalle onder mekaar geskryf word sodat die ene onder die ene is, die tiene onder die tiene en so aan, soos aan die regterkant gewys word.

31 837
4 994

Ons skryf net:	In jou gedagtes kan jy dit sien:				
31 837	30 000	1 000	800	30	7
4 994		4 000	900	90	4

Die getalle in elke kolom kan opgetel word om 'n nuwe stel getalle te kry.

31 837	30 000	1 000	800	30	7
4 994		4 000	900	90	4
11					11
120				120	
1 700			1 700		
5 000		5 000			
30 000	30 000				
36 831	Die nuwe stel getalle tel maklik op om die antwoord te kry.				

Die werk kan met die 10 000'e of enige van die ander dele begin. As jy met die ene begin soos hier bo gewys word, kan jy meer van die werk in jou kop doen, en minder skryf, soos hier onder gewys word.

31 837 4 994 36 831	Om dit te doen word net die ene-syfer 1 van die 11 in die eerste stap geskryf. Die 10 van die 11 word onthou en by die 30 en 90 in die tienekolom getel om 130 te kry.

Ons sê die 10 word van die enekolom na die tienekolom **oorgedra**. Dieselfde word gedoen as die tienedele opgetel word om 130 te kry: net die syfer "3" word geskryf (dis in die tienekolom, so dit beteken 30) en die 100 word oorgedra na die volgende stap.

1. Bereken elk van die volgende sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.

   (a) 4 638 + 2 667 (b) 748 + 7 246

   ....

   ....

   ....

2. Impilo Ondernemings beplan 'n nuwe gerekenariseerde opleidingsentrum in hulle bestaande gebou. Die opleidingsbestuurder moet die totale begroting vir uitgawes onder R1 miljoen hou. Dit is wat sy sover geskryf het:

Argitekte en bouers	R 102 700
Verf en matte	R 42 600
Veiligheidsdeure en blindings	R 52 000
Dataprojektor	R 4 800
25 nuwe sekretaressestoele	R 50 400
24 lessenaars vir werkstasies	R123 000
1 lessenaar vir aanbieder	R 28 000
25 nuwe rekenaars	R300 000
12 kleurdrukkers	R 38 980

Werk die totale koste uit van die items waarvoor die opleidingsbestuurder begroot het.

....

....

....

....

....

....

3. Bereken elk van die volgende sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

(a) 7 828 + 6 284

....

....

....

....

(b) 7 826 + 888 + 367

....

....

....

....

(c) 657 + 32 890 + 6 542

....

....

....

....

(d) 6 666 + 3 333 + 1

....

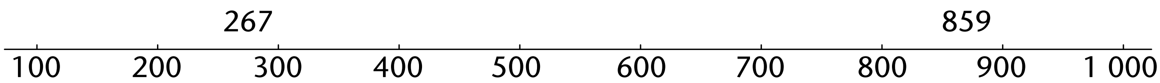
....

....

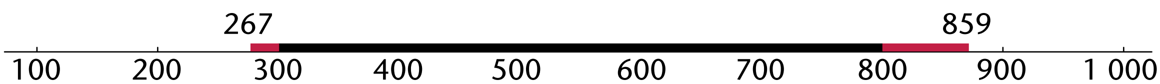
....

AFTREKMETODES

Daar is baie maniere om die verskil tussen twee getalle te bepaal. Om byvoorbeeld die verskil tussen 267 en 859 te bepaal, kan jy aan die getalle dink soos hulle op 'n getallelyn geskryf kan word.



Ons kan aan die verskil tussen 267 en 859 dink as drie stappe: van 267 tot 300, van 300 tot 800, en van 800 tot 859. Hoe groot is elkeen van hierdie drie stappe?



267 + 33 → 300 + 500 → 800 + 59 = 859

Die bostaande wys 859 – 267 is 33 + 500 + 59.

1. Bereken 33 + 500 + 59 om die antwoord vir 859 – 267 te bepaal.

2. Bereken die volgende. Jy kan die afstand tussen die twee getalle uitwerk soos hier bo gewys is, of enige ander metode gebruik wat jy verkies. **Moenie nou 'n sakrekenaar gebruik nie.**

   (a) 823 – 456

   (b) 1 714 – 829

   (c) 3 045 – 2 572

   (d) 5 131 – 367

Jy kan die tabelle van optelsomme op bladsy 2 gebruik om jou antwoorde vir vraag 2 te kontroleer.

Aftrek kan ook soos optel gedoen word, deur met die verskillende dele te werk waarin ons die getalle sê. 8 764 – 2 352 kan byvoorbeeld soos volg bereken word:

8 duisende – 2 duisende = 6 duisende
7 honderde – 3 honderde = 4 honderde
6 tiene – 5 tiene = 1 tien
4 ene – 2 ene = 2 ene

So, 8 764 – 2 352 = 6 412

Aftrek in dele is in sommige gevalle moeiliker, byvoorbeeld 6 213 – 2 758:

6 000 – 2 000 = 4 000. Dié stap is maklik. Die volgende stappe veroorsaak probleme:

200 – 700 = **?**

10 – 50 = **?**

3 – 8 = **?**

Een manier om hierdie probleme te oorkom is om met negatiewe getalle te werk:
200 – 700 = (–500)
10 – 50 = (–40)
3 – 8 = (–5)
4 000 – 500 → 3 500 – 45 =

Gelukkig kan die dele herrangskik word en die volgorde van werk kan verander word om hierdie probleme te oorkom, soos hier gewys word:

In plaas van		kan ons dit doen		
3 – 8 =	?	13 – 8 =	....	"leen" 10 van onder af
10 – 50 =	?	100 – 50 =	....	"leen" 100 van onder af
200 – 700 =	?	1 100 – 700 =	....	"leen" 1 000 van onder af
6 000 – 2 000 =	?	5 000 – 2 000 =	....	

Hierdie redenasie kan in kolomme uiteengesit word:

in plaas van				kan ons dit doen				maar net dit skryf			
6 000	200	10	3	5 000	1 100	100	13	6	2	1	3
2 000	700	50	8	2 000	700	50	8	2	7	5	8
				3 000	400	50	5	3	4	5	5

3. (a) Voltooi die berekeninge hier bo en bepaal die antwoord vir 6 213 – 2 758.

....

(b) Gebruik die leentegniek om 823 – 376 en 6 431 – 4 968 te bereken.

....

....

....

....

....

4. Kontroleer jou antwoorde in vraag 3(b) deur op te tel.

....

....

....

Met 'n bietjie oefening kan jy leer om af te trek deur te leen *sonder* om al die stappe te skryf. Dit is gerieflik om in kolomme te werk, soos hier regs gewys word waar 6 213 – 2 758 bereken word.

6 213
2 758
5
50
400
3 000
3 455

Jy kan ook leer om heelwat papier te spaar deur *nog* meer werk in jou kop te doen en nog minder te skryf, soos wat hier onder gewys word.

6 213
2 758
3 455

Moenie 'n sakrekenaar gebruik as jy vraag 5 doen nie, want die doel van hierdie werk is dat jy metodes om af te trek moet verstaan. Wat jy hier leer sal jou later help om **algebra** beter te verstaan.

5. Bereken elk van die volgende:

   (a) 7 342 – 3 877 (b) 8 653 – 1 856 (c) 5 671 – 4 528

   ....
   ....
   ....

Jy mag 'n sakrekenaar gebruik om vrae 6 en 7 te doen.

6. Skat in elke geval die verskil tussen die twee motorpryse tot die naaste R1 000 of nader. Bereken dan die verskil.

   (a) R102 365 en R98 128 (b) R63 378 en R96 889

   ....
   ....
   ....
   ....

7. Skat eers die antwoorde tot die naaste 100 000 of 10 000 of 1 000 en bereken dan.

   (a) 238 769 –141 453 (b) 856 333 – 739 878 (c) 65 244 – 39 427

   ....
   ....
   ....
   ....

'N METODE VIR VERMENIGVULDIGING

7 × 4 598 kan in dele bereken word, soos hier gewys word:

$$\begin{aligned} 7 \times 4\,000 &= 28\,000 \\ 7 \times 500 &= 3\,500 \\ 7 \times 90 &= 630 \\ 7 \times 8 &= 56 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4\,5\,9\,8 \\ \times\ 7 \\ \hline 5\,6 \\ 6\,3\,0 \\ 3\,5\,0\,0 \\ 2\,8\,0\,0\,0 \\ \hline 3\,2\,1\,8\,6 \end{array}$$

Die vier gedeeltelike produkte kan nou opgetel word om die antwoord te kry, wat 32 186 is. Dit is gerieflik om die werk in vertikale kolomme vir ene, tiene, honderde, ensovoorts te skryf, soos aan die regterkant gewys word.

Jy kan die antwoord ook kry deur minder te skryf en dele van die gedeeltelike antwoorde na die volgende kolom "oor te dra", wanneer jy van regs na links in die kolomme werk. Jy skryf net die 6 van die produk 7 × 8 neer, in plaas van 56. Die 50 onthou jy en tel dit by die 630 wat jy kry wanneer jy 7 × 90 in die volgende stap bereken.

$$\begin{array}{r} 4\,5\,9\,8 \\ \times\ 7 \\ \hline 3\,2\,1\,8\,6 \end{array}$$

1. Bereken elk van die volgende. Moenie nou 'n sakrekenaar gebruik nie.

   (a) 27 × 649 (b) 75 × 1 756 (c) 348 × 93

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

2. Gebruik jou sakrekenaar om jou antwoorde vir vraag 1 te kontroleer. Doen die vrae oor waarvoor jy die verkeerde antwoorde gekry het.

3. Bereken elk van die volgende. Moenie nou 'n sakrekenaar gebruik nie.

   (a) 67 × 276 (b) 84 × 178

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

4. Gebruik die produktabel op bladsy 2 of 'n sakrekenaar om jou antwoorde vir vraag 3 te kontroleer. Doen die vrae waarvoor jy die verkeerde antwoorde gekry het oor.

LANGDELING

1. Die munisipale tuinier wil jong bome koop om langs die dorp se hoofstraat te plant. Die jong bome kos R27 elk en ’n bedrag van R9 400 is vir bome begroot. Hy het 324 bome nodig. Dink jy hy het genoeg geld?

   ....

2. (a) Hoeveel sal 300 bome kos? ....

   (b) Hoeveel geld sal oor wees as hy 300 bome koop? ....

   (c) Hoeveel geld sal oor wees as hy nog 20 bome koop? ....

Die munisipale tuinier wil uitwerk presies hoeveel bome, teen R27 elk, hy met die begrote bedrag van R9 400 kan koop. Hier volg hoe hy dink en skryf.

Stap 1

Wat hy skryf:	Wat hy dink:
27 ⟌ 9 400	*Ek wil uitvind hoeveel 27’s daar in 9 400 is.*

Stap 2

Wat hy skryf:	Wat hy dink:
300	*Ek dink daar is ten minste driehonderd 27’s in 9 400.*
27 ⟌ 9 400	
8 100	*300 × 27 = 8 100. Ek moet weet hoeveel bly oor.*
1 300	*Ek wil uitvind hoeveel 27’s daar in 1 300 is.*

Stap 3 (Hy moet die een “0” van die 300 bo-op uitvee om plek te maak.)

Wat hy skryf:	Wat hy dink:
340	*Ek dink daar is ten minste veertig 27’s in 1 300.*
27 ⟌ 9 400	
8 100	
1 300	
1 080	*40 × 27 = 1 080. Ek moet weet hoeveel is oor.*
220	*Ek wil uitvind hoeveel 27’s daar in 220 is.*
	Miskien kan ek ’n paar ekstra bome koop.

Stap 4 (Hy vee nog ’n “0” uit.)

Wat hy skryf:	Wat hy dink:
348	*Ek dink daar is ten minste agt 27’s in 220.*
27 ⟌ 9 400	
8 100	
1 300	
1 080	
220	
216	*8 × 27 = 216*
4	*So, ek kan 348 jong bome koop en daar sal R4 oor wees.*

Moenie 'n sakrekenaar gebruik om vrae 3 en 4 te doen nie. Die doel van hierdie werk is dat jy 'n goeie begrip ontwikkel van hoe deling gedoen kan word. Kontroleer al jou antwoorde deur te vermenigvuldig.

3. (a) Graham het 64 bokke gekoop, almal teen dieselfde prys. Hy het R5 440 in totaal betaal. Wat was die prys vir elke bok? Jou eerste stap kan wees om uit te werk hoeveel hy sou betaal het as hy R10 per bok betaal het, maar jy kan met 'n groter stap begin as jy wil.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) Mary het R2 850 en sy wil kerse koop vir haar suster se huweliksonthaal. Die kerse kos R48 elk. Hoeveel kerse kan sy koop?

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

4. Bereken elk van die volgende, sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

   (a) 7 234 ÷ 48

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) 3 267 ÷ 24

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (c) 9 500 ÷ 364

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (d) 8 347 ÷ 24

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

1.3 Veelvoude, faktore en priemfaktore

VEELVOUDE EN FAKTORE

1. Die getalle 6; 12; 18; 24; ... is **veelvoude** van 6.
   Die getalle 7; 14; 21; 28; ... is **veelvoude** van 7.

> As n 'n natuurlike getal is, stel $6n$ die veelvoude van 6 voor.

   (a) Wat is die 100ste getal in elke ry hier bo?

   (b) Is 198 'n getal in die eerste ry?

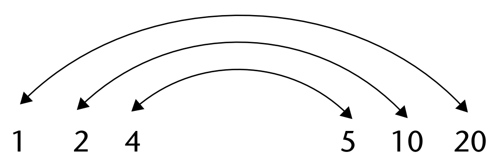
   (c) Is 175 'n getal in die tweede ry?

Van watter getalle is 20 'n veelvoud?

$20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5 = 5 \times 4 = 10 \times 2 = 20 \times 1$

Faktore kom in pare. Die volgende pare is faktore van 20:

> 20 is 'n veelvoud van 1; 2; 4; 5; 10 en 20 en al hierdie getalle is faktore van 20.



2. 'n Reghoek het 'n oppervlakte van 30 cm. Wat is die moontlike lengtes van die sye van die reghoek in sentimeter as die lengtes van die sye natuurlike getalle is?

3. Is 4; 8; 12 en 16 faktore van 48? Simon sê dat alle veelvoude van 4, kleiner as 48, faktore van 48 is. Is hy reg?

4. Ons het faktore in terme van die produk van *twee* getalle gedefinieer. Wat gebeur as ons 'n produk van *drie* of meer getalle het, byvoorbeeld $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$?

   (a) Verduidelik waarom 2; 3; 5 en 7 faktore van 210 is.

   (b) Is 2×3; 3×5; 5×7; 2×5 en 2×7 faktore van 210?

   (c) Is $2 \times 3 \times 5$; $3 \times 5 \times 7$ en $2 \times 5 \times 7$ faktore van 210?

5. Is 20 'n faktor van 60? Watter faktore van 20 is ook faktore van 60?

PRIEMGETALLE EN DEELBARE GETALLE

Die getal 36 kan as 2 × 2 × 3 × 3 uitgedruk word. Omdat 2 en 3 twee keer voorkom, word hulle **herhaalde faktore van** 36 genoem.

1. Druk elk van die volgende getalle as 'n produk van soveel as moontlik faktore uit, insluitend herhaalde faktore. Moenie 1 as 'n faktor gebruik nie.

(a) 66 ....

(b) 67 ....

(c) 68 ....

(d) 69 ....

(e) 70 ....

(f) 71 ....

(g) 72 ....
....

(h) 73 ....
....

2. Watter van die getalle in vraag 1 kan nie as 'n produk van twee telgetalle, behalwe as die produk *1 × die getal self* uitgedruk word nie? ....

'n Getal wat nie as 'n produk van twee telgetalle, behalwe as die produk van *1 en die getal self* uitgedruk kan word nie, word 'n **priemgetal** genoem.

3. Watter van die getalle in vraag 1 is priemgetalle? ....

Deelbare getalle is natuurlike getalle met meer as twee verskillende faktore. Die ry deelbare getalle is 4; 6; 8; 9; 10; 12; ...

Deelbare getalle word ook **saamgestelde getalle** genoem.

4. Is die stellings hier onder waar of onwaar? As jy "onwaar" antwoord, verduidelik.

(a) Alle priemgetalle is onewe getalle.

....

(b) Alle deelbare getalle is ewe getalle.

....

(c) 1 is 'n priemgetal.

....

(d) As 'n natuurlike getal nie 'n priemgetal is nie, dan is dit 'n deelbare getal.

....

(e) 2 is ’n deelbare getal.

....

(f) 785 is ’n priemgetal.

....

(g) ’n Priemgetal kan net op 1; 3; 7 of 9 eindig.

....

(h) Elke deelbare getal is deelbaar deur ten minste een priemgetal.

....

5. Ons kan uitvind of ’n gegewe getal ’n priemgetal is deur stelselmatig te kyk of die priemgetalle 2; 3; 5; 7; 11; 13; ... faktore van die gegewe getal is of nie.

   Om moontlike faktore van 131 te bepaal, hoef ons net na die priemgetalle 2; 3; 5; 7 en 11 te kyk. Waarom nie 13; 17; 19; ... nie?

   ....

6. Bepaal of die volgende getalle priemgetalle of deelbare getalle is. As die getal deelbaar is, skryf ten minste twee faktore van die getal (behalwe 1 en die getal self) neer.

   (a) 221

   ....

   ....

   (b) 713

   ....

   ....

PRIEMFAKTORISERING

Elke deelbare getal kan as die produk van priemfaktore uitgedruk word en dit kan net op een manier gebeur.

Om al die faktore van ’n getal te bepaal kan jy die getal as die produk van priemfaktore skryf, eers deur dit as die produk van twee gerieflike (deelbare) faktore te skryf en dan deur hierdie faktore in kleiner faktore te ontbind tot al die faktore priemgetalle is. Dan vat jy al die moontlike kombinasies van die produkte van die priemfaktore.

Voorbeeld: Bepaal die faktore van 84.

Skryf 84 as die produk van priemfaktore deur met verskillende bekende faktore te begin:

$$\begin{aligned} 84 &= 4 \times 21 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \end{aligned} \quad \text{of} \quad \begin{aligned} 84 &= 7 \times 12 \\ &= 7 \times 3 \times 4 \\ &= 7 \times 3 \times 2 \times 2 \end{aligned} \quad \text{of} \quad \begin{aligned} 84 &= 2 \times 42 \\ &= 2 \times 6 \times 7 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

’n **Meer stelselmatige manier** om die priemfaktore van ’n getal te bepaal sou wees om met die priemgetalle te begin en die opeenvolgende priemgetalle 2; 3; 5; 7; ... as moontlike faktore te toets. Die werk kan uiteengesit word soos hier onder gewys word.

$$\begin{array}{r|r} 2 & 1\,430 \\ \hline 5 & 715 \\ \hline 11 & 143 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 3 & 2\,457 \\ \hline 3 & 819 \\ \hline 3 & 273 \\ \hline 7 & 91 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$1\,430 = 2 \times 5 \times 11 \times 13$ $\quad$ $2\,457 = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13$

Ons kan eksponente gebruik om die produkte van priemfaktore meer kompak as produkte van magte van priemfaktore te skryf.

$$\begin{aligned} 2\,457 &= 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 13 &&= 3^3 \times 7 \times 13 \\ 72 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 &&= 2^3 \times 3^2 \\ 1\,500 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 &&= 2^2 \times 3 \times 5^3 \end{aligned}$$

1. Druk die volgende getalle as die produk van magte van priemgetalle uit:

   (a) 792 = ... (b) 444 = ...

2. Bepaal die priemfaktore van die getalle hier onder:

$$\begin{array}{r|l} 2 & 28 \\ \hline & 14 \\ \hline & \\ \hline & \end{array}$$

32 $\qquad$ 124 $\qquad$ 36 $\qquad$ 42 $\qquad$ 345 $\qquad$ 182

....

....

GEMENE VEELVOUDE EN FAKTORE

1. Is 4×5 'n veelvoud van 4? .... Is 4×5 'n veelvoud van 5? ....
2. Lewer kommentaar oor die volgende stelling:
   Die produk van getalle is 'n veelvoud van elk van die getalle in die produk.

   ....

   ....

Ons gebruik **gemene veelvoude** as breuke met verskillende noemers opgetel word. Om $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ op te tel is die gemene noemer 3×4, so die som word $\frac{8}{12} + \frac{9}{12}$.

Ons kan $6 \times 8 = 48$ op dieselfde manier as 'n gemene noemer gebruik om $\frac{1}{6} + \frac{3}{8}$ op te tel, maar 24 is die **kleinste gemene veelvoud (KGV)** van 6 en 8.

Priemfaktorisering maak dit maklik om die kleinste gemene veelvoud of grootste gemene deler te bepaal.

As ons 'n breuk vereenvoudig, deel ons dieselfde getal in die teller en die noemer. Vir die eenvoudigste breuk, gebruik die **grootste gemene deler (GGD)** om in beide die teller en noemer te deel.

Die GGD word in die teller en die noemer gedeel om die breuk in sy **eenvoudigste vorm** te skryf.

$$\text{So } \frac{36}{144} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4}$$

Gebruik priemfaktorisering om die KGV en GGD van 32, 48 en 84 op 'n stelselmatige manier te bepaal:

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$
$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3$$
$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \quad = 2^2 \times 3 \times 7$$

Die KGV is 'n **veelvoud**, dus al die faktore van al die getalle moet daarin deel.

Al die faktore wat in die drie getalle teenwoordig is, moet ook faktore van die KGV wees, al is dit 'n faktor van net een van die getalle. Maar omdat die KGV die kleinste gemene veelvoud moet wees, is daar geen onnodige faktore in die KGV nie.

Die hoogste mag van elke faktor is in die KGV, want dan kan al die ander faktore daarin deel. In 32, 48 en 84 is die hoogste mag van 2 dus 2^5, die hoogste mag van 3 is 3 en die hoogste mag van 7 is 7.

LCM = $2^5 \times 3 \times 7 = 672$

Die GGD is 'n gemene faktor. Vir 'n faktor om in die GGD te wees, moet dit dus 'n faktor van *al* die getalle wees. 2 is die enigste getal wat as 'n faktor van al drie getalle voorkom. Die laagste mag van 2 is 2^2, so die GGD is 2^2.

3. Bepaal in elke geval die KGV en die GGD van die getalle.

(a) 24; 28; 42

(b) 17; 21; 35

(c) 75; 120; 200

(d) 18; 30; 45

ONDERSOEK PRIEMGETALLE

Jy mag 'n sakrekenaar gebruik vir hierdie ondersoek.

1. Bepaal al die priemgetalle tussen 110 en 130.

2. Bepaal al die priemgetalle tussen 210 en 230.

3. Bepaal die grootste priemgetal kleiner as 1 000.

1.4 Los probleme op

KOERS (TEMPO) EN VERHOUDING

Jy mag 'n sakrekenaar gebruik vir die werk in hierdie afdeling.

1. Boomplantasies in die Wes-Kaap moet afgekap word ten gunste van natuurlike plantegroei. Daar is nagenoeg 3 000 000 bome op plantasies in die omgewing en dit is moontlik om hulle teen 'n **tempo (koers)** van 15 000 bome per dag af te kap met die arbeid wat beskikbaar is. Hoeveel werksdae sal dit neem voor al die bome afgekap is?

....

....

In plaas daarvan om "... per dag" te sê, sê mense dikwels "teen 'n **tempo** van ... per dag". Spoed is 'n manier om die tempo van beweging te beskryf.

Die woord **per** word dikwels gebruik om 'n koers te beskryf en kan *vir elke*, *vir*, *in elke*, *in*, *uit* of *elke* beteken.

2. 'n Motor ry 'n afstand van 180 km in 2 ure op 'n reguit pad. Hoeveel kilometer kan dit in 3 ure teen dieselfde spoed ry?

....

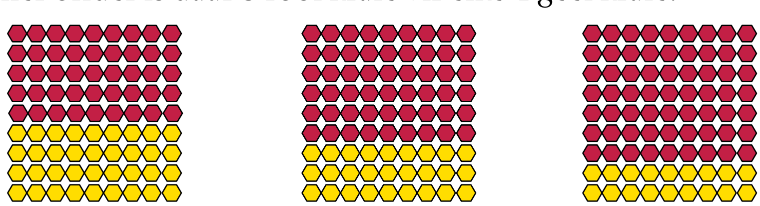
3. Thobeka wil 'n boek bestel wat $56,67 kos. Die rand-dollar wisselkoers is R7,90 tot 'n dollar. Wat is die boek se prys in rand?

....

....

....

4. In patroon A hier onder is daar 5 rooi krale vir elke 4 geel krale.



Patroon A *Patroon B* *Patroon C*

Beskryf patroon B en patroon C op dieselfde manier.

....

....

5. Voltooi die tabel om te wys hoeveel skroewe in verskillende tye deur twee masjiene gemaak word.

Getal ure	1	2	3	5	8
Getal skroewe by masjien A	1 800				
Getal skroewe by masjien B	2 700				

(a) Hoeveel vinniger is masjien B as masjien A? ....

(b) Hoeveel skroewe sal masjien B maak in dieselfde tyd wat dit masjien A neem om 100 skroewe te maak?

....

Die patrone in vraag 4 kan soos volg beskryf word: In patroon A is die **verhouding** van geel krale tot rooi krale 4 tot 5. Dit word geskryf as 4 : 5. In patroon B is die verhouding tussen geel krale en rooi krale 3 : 6. In patroon C is die verhouding 2 : 7.

In vraag 5 maak masjien A 2 skroewe vir elke 3 skroewe wat masjien B maak. Dit kan beskryf word deur te sê die verhouding tussen die produksiespoed van masjien A en B is 2 : 3.

6. Nathi, Paul en Tim het in meneer Setati se tuin gewerk. Nathi het 5 ure gewerk, Paul 4 ure en Tim 3 ure. Meneer Setati het vir die seuns R600 gegee vir hulle werk. Hoe moet hulle die R600 tussen die drie van hulle deel?

....

....

Ons gebruik **verhoudings** om aan te dui hoeveel keer een hoeveelheid meer of minders as ’n ander is.

’n **Verhouding** is ’n vergelyking van twee (of meer) hoeveelhede. Die getal ure wat Nathi, Paul en Tim gewerk het is in die verhouding 5 : 4 : 3. Om regverdig te wees, moet die geld ook in daardie verhouding verdeel word. Dit beteken Nathi moet 5 dele kry, Paul 4 dele en Tim 3 dele van die geld. Daar is 12 dele, wat beteken Nathi moet $\frac{5}{12}$ van die totale bedrag kry, Paul moet $\frac{4}{12}$ kry en Tim moet $\frac{3}{12}$ kry.

7. Ntabi gebruik 3 pakkies jellie om ’n poeding te maak vir 8 mense. Hoeveel pakkies jellie het sy nodig om ’n poeding vir 16 mense te maak? En vir 12 mense?

....

8. Watter reghoek is meer soos ’n vierkant: ’n 3 × 5-reghoek of ’n 6 × 8-reghoek? Verduidelik.

....

Om 40 in die verhouding 2 : 3 te vermeerder beteken dat die 40 twee dele voorstel en vermeerder moet word sodat die nuwe getal 3 dele voorstel. As 40 twee dele voorstel, stel 20 dus 1 deel voor. Die vermeerderde getal sal dus 20 × 3 = 60 wees.

Onthou dat die getal nie verander as jy met 1 vermenigvuldig nie. As jy met ’n getal groter as 1 vermenigvuldig, vermeerder die getal. As jy met ’n getal kleiner as 1 vermenigvuldig, verminder die getal.

9. (a) Vermeerder 56 in die verhouding 2 : 3.

....

(b) Verminder 72 in die verhouding 4 : 3.

....

10. (a) Deel 840 in die verhouding 3 : 4.

....

(b) Deel 360 in die verhouding 1 : 2 : 3.

....

11. Data oor verskillende atlete se prestasie tydens ’n stapwedstryd word hier onder gegee. Ondersoek die data om uit te vind wie stap die vinnigste en wie stap die stadigste. Rangskik die atlete van die vinnigste stapper tot die stadigste stapper.

(a) Maak eers skattings om die ondersoek te doen.

(b) Gebruik dan jou sakrekenaar om die ondersoek te doen.

Atleet	A	B	C	D	E	F
Afstand gestap in meter	2 480	4 283	3 729	6 209	3 112	5 638
Tyd geneem in minute	17	43	28	53	24	45

....

....

....

....

....

....

....

WINS, VERLIES, AFSLAG EN RENTE

1. (a) Hoeveel is 1 agtste van R800? ....

   (b) Hoeveel is 1 honderdste van R800? ....

   (b) Hoeveel is 7 honderdstes van R800? ....

Rashid is 'n meubelhandelaar. Hy koop 'n bank vir R2 420. Hy stal die bank in sy vertoonlokaal uit en merk die prys R3 200. Rashid bied 'n afslag van R320 aan klante wat kontant betaal.

Die bedrag waarvoor 'n handelaar 'n artikel by 'n produsent of vervaardiger koop, word die **kosprys** genoem. Die prys wat op die artikel gemerk is, word die **merkprys** of **gemerkte prys** genoem en die prys van die artikel na afslag is die **verkoopprys**.

2. (a) Wat is die kosprys van die bank in Rashid se winkel? ....

   (b) Wat is die merkprys? ....

   (c) Wat is die verkoopprys vir 'n klant wat kontant betaal? ....

   (d) Hoeveel is 10 honderdstes van R3 200? ....

Die **afslag** op 'n artikel is altyd minder as die merkprys van die artikel. Dit is eintlik net 'n breuk van die merkprys. Die afslag van R320 wat Rashid op die bank bied, is 10 honderdstes van die merkprys.

'n Ander woord vir honderdstes is **persentasie**, en die simbool vir persentasie is %. Ons kan dus sê dat Rashid 'n afslag van 10% bied.

'n Persentasie is 'n getal honderdstes.

18% is 18 honderdstes, en 25% is 25 honderdstes.

% is 'n simbool vir honderdstes. 8% beteken 8 honderdstes en 15% beteken 15 honderdstes.
Die simbool % is net 'n variasie van die $\frac{\quad}{100}$ wat in die gewone breuknotasie vir honderdstes gebruik word.
8% is $\frac{8}{100}$.

'n Afslag van 6% op 'n artikel kan in twee stappe bereken word:
Stap 1: Bereken 1 honderdste van die gemerkte prys (deel deur 100).
Stap 2: Bereken 6 honderdstes van die gemerkte prys (vermenigvuldig met 6).

3. Bereken 'n afslag van 6% op elk van die volgende merkpryse van artikels.

   (a) R3 600 (b) R9 360

   ....

   ....

4. (a) Hoeveel is 1 honderdste van R700? ....

   (b) 'n Klant betaal kontant vir 'n jas wat teen R700 gemerk is.
   Hy ontvang R63 afslag. Hoeveel honderdstes van R700 is dit? ....

   (c) Wat is die persentasie afslag? ....

5. 'n Klant koop 'n bloes wat vir R300 gemerk is en sy kry R36 afslag omdat sy kontant betaal. Werk soos in vraag 4 om te bepaal watter persentasie afslag sy gekry het.

   ....

   ....

Jy mag 'n sakrekenaar gebruik om vrae 6, 7 en 8 te doen.

6. 'n Handelaar koop 'n artikel vir R7 500 en maak die prys 30% hoër. Die artikel word teen 'n afslag van 20% verkoop.

   (a) Wat is die verkoopprys van die artikel?

   ....

   ....

   (b) Wat is die handelaar se persentasie wins?

   ....

As jy geld by 'n bank of 'n ander instelling leen, moet jy gewoonlik vir die gebruik van die geld betaal. Dit word **rente** genoem.

7. Sam leen R7 000 by 'n bank teen 14% rente vir een jaar. Hoeveel moet hy aan die einde van die tydperk aan die bank terugbetaal?

   ....

8. Jabu het R5 600 vir een jaar teen 8% rente belê.

   (a) Wat sal die waarde van sy belegging aan die einde van daardie jaar wees?

   ....

   (b) Aan die einde van die jaar onttrek Jabu nie die belegging of die rente wat hy verdien het nie, maar hy belê dit vir nog 'n jaar. Hoeveel sal dit aan die einde van die tweede jaar werd wees?

   ....

   ....

   (c) Wat sal die waarde van Jabu se belegging na vyf jaar wees?

   ....

Hoofstuk 2
Heelgetalle

In hierdie hoofstuk gaan jy met heelgetalle kleiner as 0 werk. Hierdie getalle word negatiewe getalle genoem. Die natuurlike getalle, 0 en die negatiewe getalle word saam die **heelgetalle** genoem. Wiskundiges het saamgestem dat negatiewe getalle sekere eienskappe moet hê wat hulle nuttig sal maak vir verskeie doeleindes. Jy gaan oor hierdie eienskappe leer en hoe hulle dit moontlik maak om berekeninge met negatiewe getalle te doen.

Doen wat jy kan.

$5 - 0 = ?$	$5 - 7 = ?$	$5 + 5 = ?$
$5 - 1 = ?$	$5 - 6 = ?$	$5 + 4 = ?$
$5 - 2 = ?$	$5 - 5 = ?$	$5 + 3 = ?$
$5 - 3 = ?$	$5 - 4 = ?$	$5 + 2 = ?$
$5 - 4 = ?$	$5 - 3 = ?$	$5 + 1 = ?$
$5 - 5 = ?$	$5 - 2 = ?$	$5 + 0 = ?$
$5 - 6 = ?$	$5 - 1 = ?$	$5 + ? = ?$
$5 - 7 = ?$	$5 - 0 = ?$	$5 + ? = ?$
$5 - 8 = ?$	$5 - ? = ?$	$5 + ? = ?$
$5 - 9 = ?$	$5 - ? = ?$	$5 + ? = ?$
$5 - 10 = ?$	$5 - ? = ?$	$5 + ? = ?$

Kies 'n goeie plan om hierdie tabel te voltooi.

Plan A: Kyk na waar die getal 4 in die tabel voorkom. Al die 4'e lê op 'n diagonaal wat afwaarts van links na regs gaan. Voltooi die ander diagonale op dieselfde manier.

Plan B: Kyk na die getal 13 in die tabel. Dit is aan die regterkant, in die vierde ry van bo af. Dit kan verkry word deur die twee getalle wat met pyltjies aangedui word bymekaar te tel. Voltooi al die selle (blokke) deur die getalle in die geel kolom en blou ry op hierdie manier bymekaar te tel.

Plan C: Tel in elke ry 1 by om regs te gaan en trek 1 af om links te gaan.

Plan D: Tel in elke kolom 1 by om op te gaan en trek 1 af om af te gaan.

0	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9	10	11	12	13	14	15	16
					4			**7**								
						4		**6**								
–3	–2	–1	0				4	**5**								13
								4								
–5	–4							**3**	4							
								2		4						
								1			4					
–8	**–7**	**–6**	**–5**	**–4**	**–3**	**–2**	**–1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
								–1					4			
								–2						4		
								–3							4	
								–4								4
								–5								
								–6								
								–7							0	
								–8								0

2 Heelgetalle

2.1 Wat is anderkant 0?

WAAROM MENSE BESLUIT HET OM NEGATIEWE GETALLE TE HÊ

Hier regs kan jy sien hoe Jimmy verkies om te werk wanneer hy berekeninge soos 542 + 253 doen.

500 + 200 = 700
40 + 50 = 90
2 + 3 = 5
700 + 90 + 5 = 795

Hy probeer om 542 – 253 op 'n soortgelyke manier te bereken:

$$500 - 200 = 300$$
$$40 - 50 = ?$$

Jimmy het duidelik 'n probleem. Hy redeneer soos volg:

Ek kan 40 van 40 aftrek; dit gee 0. Maar dan is daar nog steeds 10 wat ek moet aftrek.

Hy besluit om die 10 wat hy nog moet aftrek later te hanteer, en gaan voort:

500 – 200 = 300
40 – 50 = 0, *maar daar is nog 10 wat ek moet aftrek.*
2 – 3 = 0, *maar daar is nog 1 wat ek moet aftrek.*

1. (a) Wat moet Jimmy nog aftrek en wat sal sy finale antwoord wees?

....

....

(b) Toe Jimmy 'n ander aftrekprobleem gedoen het, het hy op een stadium op die volgende uitgekom:

600 en (–)50 en (–)7

Wat dink jy is Jimmy se finale antwoord vir hierdie aftrekprobleem?

....

Wiskundiges het ongeveer 500 jaar gelede voorgestel dat 'n "negatiewe getal" gebruik kan word om die resultaat in 'n situasie soos in Jimmy se aftrekprobleem hier bo te beskryf, waar 'n getal van 'n kleiner getal afgetrek word.

Ons kan byvoorbeeld sê 10 – 20 = (–10)

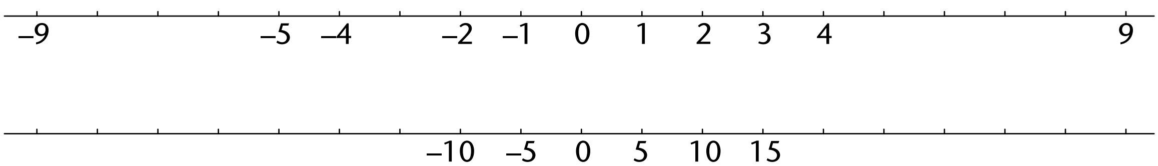
Wiskundiges is mense wat wiskunde vir 'n lewe doen. Wiskunde is hulle beroep, soos gesondheidsorg verpleërs en mediese dokters se beroep is.

Hierdie voorstel is gou deur ander wiskundiges aanvaar en dit word nou oral oor die wêreld gebruik.

2. Bereken die volgende:

(a) 16 – 20 ....
(b) 16 – 30 ....
(c) 16 – 40 ....
(d) 16 – 60 ....
(e) 16 – 200 ....
(f) 5 – 1 000 ....

3. ’n Paar getalle word op die lyne hier onder gewys. Vul die ontbrekende getalle in.



Die getalle 1; 2; 3; 4, ens. word die **natuurlike getalle** genoem. Die natuurlike getalle, 0 en die negatiewe getalle word saam die **heelgetalle** genoem.

Die volgende stelling is waar as die getal 5 is:

15 – (’n sekere getal) = 10

’n Paar eeue gelede het ’n paar wiskundiges besluit hulle wil getalle hê wat sinne soos die volgende ook waar sou maak:

15 + (’n sekere getal) = 10

Maar om van 15 na 10 te gaan moet jy 5 aftrek.

Die getal wat ons nodig het om die sin 15 + (*’n sekere getal*) = 10 waar te maak, moet die volgende vreemde eienskap hê:

As jy hierdie getal **bytel**, moet dit **dieselfde uitwerking** hê as om **5 af te trek**.

Omdat die wiskundiges van ’n paar eeue gelede werklik *baie* graag getalle wou gehad het waarvoor sulke vreemde sinne waar sou wees, het hulle soos volg gedink:

Laat ons besluit, en onder mekaar saamstem, dat die getal wat ons “negatief 5” noem die eienskap sal hê dat as jy dit by ’n ander getal tel, die uitwerking dieselfde sal wees as wanneer jy die natuurlike getal 5 aftrek.

Dit beteken die wiskundiges het saamgestem dat 15 + (–5) gelyk is aan 15 – 5.

Anders gestel: in plaas daarvan om *negatief* 5 by ’n getal te tel, kan jy 5 aftrek.

> Om ’n negatiewe getal by te tel het dieselfde uitwerking as om ’n natuurlike getal af te trek.
> Byvoorbeeld: 20 + (–15) = 20 – 15 = 5

4. Bereken die volgende:

(a) 500 + (–300) ....
(b) 100 + (–20) + (–40) ....
(c) 500 + (–200) + (–100) ....
(d) 100 + (–60) ....

5. Maak 'n voorstel van wat die antwoord vir (–20) + (–40) moet wees. Gee redes vir jou voorstel.

....

6. Gaan voort met die lyste getalle hier onder om die tabel te voltooi.

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
10	100	3	–3	–20	150	0
9	90	6	–6	–18	125	–5
8	80	9	–9	–16	100	–10
7	70	12	–12	–14	75	–15
6	60	15	–15		50	–20
5	50					–25
4	40					
3	30					
2	20					
1	10					
–1	–10					

Die volgende stelling is waar as die getal 5 is:

15 + ('n sekere getal) = 20

Watter eienskappe moet 'n getal hê sodat dit die volgende stelling waar maak?

15 – ('n sekere getal) = 20

Om van 15 na 20 te gaan moet jy 5 bytel. Die getal wat ons nodig het om die sin *15 – ('n sekere getal)* = 20 waar te maak, moet die volgende eienskap hê:

As jy hierdie getal **aftrek**, moet dit **dieselfde uitwerking** hê as om **5 by te tel**.

Kom ons stem saam dat 15 – (–5) gelyk is aan 15 + 5.

Anders gestel: in plaas daarvan om *negatief* 5 van 'n getal af te trek, kan jy 5 bytel.

Om 'n negatiewe getal af te trek het dieselfde uitwerking as om 'n natuurlike getal by te tel.
Byvoorbeeld: 20 – (–15) = 20 + 15 = 35

7. Bereken.

(a) 30 – (–10) ....   (b) 30 + 10 ....

(c) 30 + (–10) ....   (d) 30 – 10 ....

(e) 30 – (–30) ....   (f) 30 + 30 ....

(g) 30 + (–30) ....   (h) 30 – 30 ....

Jy stem waarskynlik saam dat

5 + (–5) = 0   10 + (–10) = 0   en   20 + (–20) = 0

Ons kan sê vir elke "positiewe" getal is daar 'n **ooreenkomstige** of **teenoorgestelde** negatiewe getal. Twee positiewe en negatiewe getalle wat ooreenkom, byvoorbeeld 3 en (–3), word **optellingsinverses** genoem. Hulle wis mekaar uit as jy hulle bymekaartel.

Wanneer jy enige getal by sy optellingsinverse tel, is die antwoord 0 (die optellingseienskap van 0).
Byvoorbeeld: 120 + (–120) = 0

Waaraan kan elk van die volgende gelyk wees?
(–8) + 5
(–5) + (–8)

8. Skryf die optellingsinverse van die volgende getalle neer:

(a) 24 ....   (b) –24 ....

(c) –103 ....   (d) 2 348 ....

Die idee van optellingsinverses kan gebruik word om te verduidelik waarom 8 + (–5) gelyk is aan 3:

$$8 + (-5) = 3 + \boxed{5 + (-5)} = 3 + 0 = 3$$

9. Gebruik die idee van optellingsinverses om te verduidelik waarom elk van hierdie stellings waar is:

(a) 43 + (–30) = 13   (b) 150 + (–80) = 70

....

STELLINGS WAT WAAR IS VIR BAIE VERSKILLENDE GETALLE

Vir hoeveel verskillende pare getalle kan die volgende stelling waar wees, as net natuurlike (positiewe) getalle toegelaat word?

'n getal + 'n ander getal = 10

Vir hoeveel verskillende pare getalle kan die stelling waar wees as negatiewe getalle toegelaat word?

2.2 Optel en aftrek met heelgetalle

OPTEL KAN MINDER MAAK EN AFTREK KAN MEER MAAK

1. Bereken die volgende:

(a) $10 + 4 + (-4)$ ....
(b) $10 + (-4) + 4$ ....
(c) $3 + 8 + (-8)$ ....
(d) $3 + (-8) + 8$ ....

Natuurlike getalle kan in enige volgorde gerangskik word vir optel of aftrek. Dit is ook die geval met heelgetalle.

Die getalle 1; 2; 3; 4; ens. wat ons gebruik om te tel, word **natuurlike getalle** genoem.

2. Bereken die volgende:

(a) $18 + 12$ ....
(b) $12 + 18$ ....
(c) $2 + 4 + 6$ ....
(d) $6 + 4 + 2$ ....
(e) $2 + 6 + 4$ ....
(f) $4 + 2 + 6$ ....
(g) $4 + 6 + 2$ ....
(h) $6 + 2 + 4$ ....
(i) $6 + (-2) + 4$ ....
(j) $4 + 6 + (-2)$ ....
(k) $4 + (-2) + 6$ ....
(l) $(-2) + 4 + 6$ ....
(m) $6 + 4 + (-2)$ ....
(n) $(-2) + 6 + 4$ ....
(o) $(-6) + 4 + 2$ ....

3. Bereken die volgende:

(a) $(-5) + 10$ ....
(b) $10 + (-5)$ ....
(c) $(-8) + 20$ ....
(d) $20 - 8$ ....
(e) $30 + (-10)$ ....
(f) $30 + (-20)$ ....
(g) $30 + (-30)$ ....
(h) $10 + (-5) + (-3)$ ....
(i) $(-5) + 7 + (-3) + 5$ ....
(j) $(-5) + 2 + (-7) + 4$ ....

4. Bepaal die getal wat die stelling waar maak. Skryf jou antwoord as 'n geslote getallesin.

(a) 20 + ('n onbekende getal) = 50

....

(b) 50 + ('n onbekende getal) = 20

....

(c) 20 + ('n onbekende getal) = 10

....

Stellings soos hierdie word ook **getallesinne** genoem.
'n Onvolledige getallesin, waar party getalle aanvanklik nie bekend is nie, word soms 'n **oop getallesin** genoem:
8 – ('n getal) = 10
'n **Geslote getallesin** is waar al die getalle bekend is:
8 + 2 = 10

(d) ('n onbekende getal) + (–25) = 50

....

(e) ('n onbekende getal) + (–25) = –50

....

5. Gebruik die idee van optellingsinverses om te verduidelik waarom die volgende stellings waar is:
   (a) 43 + (–50) = –7 ....
   (b) 60 + (–85) = –25 ....

6. Voltooi die tabel so ver as wat jy kan.

(a)	(b)	(c)
5 – 8 =	5 + 8 =	8 – 3 =
5 – 7 =	5 + 7 =	7 – 3 =
5 – 6 =	5 + 6 =	6 – 3 =
5 – 5 =	5 + 5 =	5 – 3 =
5 – 4 =	5 + 4 =	4 – 3 =
5 – 3 =	5 + 3 =	3 – 3 =
5 – 2 =	5 + 2 =	2 – 3 =
5 – 1 =	5 + 1 =	1 – 3 =
5 – 0 =	5 + 0 =	0 – 3 =
5 – (–1) =	5 + (–1) =	(–1) – 3 =
5 – (–2) =	5 + (–2) =	(–2) – 3 =
5 – (–3) =	5 + (–3) =	(–3) – 3 =
5 – (–4) =	5 + (–4) =	(–4) – 3 =
5 – (–5) =	5 + (–5) =	(–5) – 3 =
5 – (–6) =	5 + (–6) =	(–6) – 3 =

7. Bereken.

(a) 80 + (–60) ....

(b) 500 + (–200) + (–200) ....

8. (a) Is 100 + (–20) + (–20) = 60, of is dit gelyk aan iets anders? ....

(b) Waaraan dink jy is (–20) + (–20) gelyk? ....

9. Bereken.

(a) 20 – 20 ....

(b) 50 – 20 ....

(c) (–20) – (–20) ....

(d) (–50) – (–20) ....

10. Bereken.

(a) 20 – (–10) ....

(b) 100 – (–100) ....

(c) 20 + (–10) ....

(d) 100 + (–100) ....

(e) (–20) – (–10) ....

(f) (–100) – (–100) ....

(g) (–20) + (–10) ....

(h) (–100) + (–100) ....

11. Voltooi die tabel so ver as wat jy kan.

(a)	(b)	(c)
5 – (–8) =	(–5) + 8 =	8 – (–3) =
5 – (–7) =	(–5) + 7 =	7 – (–3) =
5 – (–6) =	(–5) + 6 =	6 – (–3) =
5 – (–5) =	(–5) + 5 =	5 – (–3) =
5 – (–4) =	(–5) + 4 =	4 – (–3) =
5 – (–3) =	(–5) + 3 =	3 – (–3) =
5 – (–2) =	(–5) + 2 =	2 – (–3) =
5 – (–1) =	(–5) + 1 =	1 – (–3) =
5 – 0 =	(–5) + 0 =	0 – (–3) =
5 – 1 =	(–5) + (–1) =	(–1) – (–3) =
5 – 2 =	(–5) + (–2) =	(–2) – (–3) =
5 – 3 =	(–5) + (–3) =	(–3) – (–3) =
5 – 4 =	(–5) + (–4) =	(–4) – (–3) =
5 – 5 =	(–5) + (–5) = –	(–5) – (–3) =

12. Is die stelling waar of onwaar? Gee 'n numeriese voorbeeld om jou antwoord te staaf.

(a) Om 'n positiewe getal van 'n negatiewe getal af te trek het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die positiewe getal by te tel.

....

(b) Om 'n negatiewe getal by 'n positiewe getal te tel het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die negatiewe getal by te tel.

....

(c) Om 'n negatiewe getal van 'n positiewe getal af te trek het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die negatiewe getal af te trek.

....

(d) Om 'n negatiewe getal by 'n positiewe getal te tel het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die negatiewe getal af te trek.

....

(e) Om 'n positiewe getal by 'n negatiewe getal te tel het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die positiewe getal by te tel.

....

(f) Om 'n positiewe getal by 'n negatiewe getal te tel het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die positiewe getal af te trek.

....

(g) Om 'n positiewe getal van 'n negatiewe getal af te trek het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die positiewe getal af te trek.

....

(h) Om 'n negatiewe getal van 'n positiewe getal af te trek het dieselfde uitwerking as om die optellingsinverse van die negatiewe getal by te tel.

....

VERGELYK HEELGETALLE EN LOS PROBLEME OP

1. Vul <, > of = in die blokkies in om die verwantskap tussen die getalle te wys:

   (a) –103 ☐ –99

   (b) –699 ☐ –701

   (c) 30 ☐ –30

   (d) 10 – 7 ☐ –(10 – 7)

   (e) –121 ☐ –200

   (f) 12 – 5 ☐ –(12 + 5)

   (g) –199 ☐ –110

2. Teen 5 vm. was die temperatuur –5 °C in Bloemfontein. Teen 1 nm. was dit 19 °C. Met hoeveel grade het die temperatuur gestyg?

   ....

3. ’n Duiker swem 150 m onder die oppervlak van die see. Sy beweeg 75 m na die oppervlak toe. Hoe ver is sy nou onder die oppervlak?

   ....

   ....

4. Een oseaantrog is 800 m diep en ’n ander een is 2 200 m diep. Wat is die verskil tussen hulle dieptes?

   ....

5. Op ’n eiland is ’n berg wat 1 200 m hoog is. Die omringende oseaan is 860 m diep. Wat is die verskil in hoogte?

   ....

6. Op ’n wintersdag in Upington het die temperatuur met 19 °C gestyg. As die minimum temperatuur –4 °C was, wat was die maksimum temperatuur?

   ....

2.3 Vermenigvuldiging en deling met heelgetalle

VERMENIGVULDIG MET HEELGETALLE

1. Bereken.
   (a) $-5 + -5 + -5 + -5 + -5 + -5 + -5 + -5 + -5 + -5$ ....
   (b) $-10 + -10 + -10 + -10 + -10$ ....
   (c) $-6 + -6 + -6 + -6 + -6 + -6 + -6 + -6$ ....
   (d) $-8 + -8 + -8 + -8 + -8 + -8$ ....
   (e) $-20 + -20 + -20 + -20 + -20 + -20 + -20$ ....

2. Sê in elke geval of jy saamstem met (✓) of verskil van (✗) die gegewe stelling.
   (a) $10 \times (-5) = 50$ .... (b) $8 \times (-6) = (-8) \times 6$ ....
   (c) $(-5) \times 10 = 5 \times (-10)$ .... (d) $6 \times (-8) = -48$ ....
   (e) $(-5) \times 10 = 10 \times (-5)$ .... (f) $8 \times (-6) = 48$ ....
   (g) $4 \times 12 = -48$ .... (h) $(-4) \times 12 = -48$ ....

Vermenigvuldiging van heelgetalle is kommutatief:
$(-20) \times 5 = 5 \times (-20)$

3. Is die optel van heelgetalle kommutatief?
   Verduidelik jou antwoord met drie verskillende voorbeelde.

   ....

4. Bereken.
   (a) $20 \times (-10)$ .... (b) $(-5) \times 4$ ....
   (c) $(-20) \times 10$ .... (d) $4 \times (-25)$ ....
   (e) $29 \times (-20)$ .... (f) $(-29) \times (-2)$ ....

5. Bereken.
   (a) $10 \times 50 + 10 \times (-30)$ (b) $50 + (-30)$

   ....

   (c) $10 \times \mathbf{(}50 + (-30)\mathbf{)}$ (d) $(-50) + (-30)$

   ....

   (e) $10 \times (-50) + 10 \times (-30)$ (f) $10 \times \mathbf{(}(-50) + (-30)\mathbf{)}$

   ....

Die produk van twee positiewe getalle is 'n positiewe getal, byvoorbeeld $5 \times 6 = 30$.

Die produk van 'n positiewe getal en 'n negatiewe getal is 'n negatiewe getal, byvoorbeeld $5 \times (-6) = -30$.

Die produk van 'n negatiewe getal en 'n positiewe getal is 'n negatiewe getal, byvoorbeeld $(-5) \times 6 = -30$.

6. (a) Vier numeriese uitdrukkings word hier onder gegee. Onderstreep die uitdrukkings wat jy verwag dieselfde antwoorde sal hê. Moenie die berekeninge doen nie.

   $14 \times (23 + 58)$ $\quad$ $23 \times (14 + 58)$ $\quad$ $14 \times 23 + 14 \times 58$ $\quad$ $14 \times 23 + 58$

   (b) Watter eienskap van bewerkings word gedemonstreer deur die feit dat twee van die uitdrukkings hier bo dieselfde waarde het?

   ....

7. Oorweeg jou antwoorde vir vraag 6.

   (a) Versprei vermenigvuldiging oor optel in die geval van heelgetalle? ....

   (b) Illustreer jou antwoord met twee voorbeelde.

   ....

   ....

8. Drie numeriese uitdrukkings word hier onder gegee. Onderstreep die uitdrukkings wat jy verwag dieselfde antwoorde sal hê. Moenie die berekeninge doen nie.

   $10 \times \mathbf{(}(-50) - (-30)\mathbf{)}$ $\quad$ $10 \times (-50) - (-30)$ $\quad$ $10 \times (-50) - 10 \times (-30)$

9. Doen die drie stelle berekeninge wat in vraag 8 gegee word.

   ....

Jou werk in vrae 5, 8 en 9 wys dat vermenigvuldiging met 'n positiewe getal oor optel en aftrek van heelgetalle versprei. Byvoorbeeld:

$10 \times \mathbf{(}5 + (-3)\mathbf{)} = 10 \times 2 = \mathbf{20}$ en $10 \times 5 + 10 \times (-3) = 50 + (-30) = \mathbf{20}$

$10 \times \mathbf{(}5 - (-3)\mathbf{)} = 10 \times 8 = \mathbf{80}$ en $10 \times 5 - 10 \times (-3) = 50 - (-30) = \mathbf{80}$

10. Bereken: $(-10) \times \mathbf{(}5 + (-3)\mathbf{)}$ ....

Oorweeg nou die vraag of vermenigvuldiging met ’n negatiewe getal oor optel en aftrek van heelgetalle versprei. Byvoorbeeld, sal (–10) × 5 + (–10) × (–3) ook die antwoord –20 hê, soos (–10) × **(**5 + (–3)**)**?

11. Waaraan moet (–10) × (–3) gelyk wees as ons wil hê (–10) × 5 + (–10) × (–3) moet gelyk wees aan –20?

    ....

Om te verseker dat vermenigvuldiging oor optel en aftrek versprei in die stelsel van heelgetalle, moet ons saamstem dat

(’n negatiewe getal) × (’n negatiewe getal) ’n positiewe getal is,

byvoorbeeld (–10) × (–3) = 30.

12. Bereken.
    (a) (–10) × (–5) ....
    (b) (–10) × 5 ....
    (c) 10 × 5 ....
    (d) 10 × (–5) ....
    (e) (–20) × (–10) + (–20) × (–6)
    ....
    (f) (–20) × **(**(–10) + (–6)**)**
    ....
    (g) (–20) × (–10) – (–20) × (–6)
    ....
    (h) (–20) × **(**(–10) – (–6)**)**
    ....

Hier is ’n **opsomming van die eienskappe van heelgetalle** wat dit moontlik maak om berekeninge met heelgetalle te doen:

- As ’n getal by sy optellingsinverse getel word, is die resultaat 0, byvoorbeeld (+12) + (–12) = 0.
- Om ’n heelgetal by te tel het dieselfde uitwerking as om sy optellingsinverse af te trek. Byvoorbeeld, 3 + (–10) kan bereken word deur 3 – 10 te doen, en die antwoord is –7.
- Om ’n heelgetal af te trek het dieselfde uitwerking as om sy optellingsinverse by te tel. Byvoorbeeld, 3 – (–10) kan bereken word deur 3 + 10, en die antwoord is 13.
- Die produk van ’n positiewe heelgetal en ’n negatiewe heelgetal is negatief, byvoorbeeld (–15) × 6 = –90.
- Die produk van ’n negatiewe heelgetal en ’n negatiewe heelgetal is positief, byvoorbeeld (–15) × (–6) = 90.

DEEL MET HEELGETALLE

1. (a) Bereken 25 × 8. ....

   (b) Hoeveel is 200 ÷ 25? .... (c) Hoeveel is 200 ÷ 8? ....

Deling is die inverse van vermenigvuldiging. As twee getalle en die waarde van hulle produk bekend is, is die antwoorde op twee delingsprobleme dus ook bekend.

2. Bereken.

   (a) 25 × (–8)

   ....

   (b) (–125) × 8

   ....

3. Gebruik die werk wat jy vir vraag 2 gedoen het om die antwoorde vir die volgende delings uit te werk:

   (a) (–1 000) ÷ (–125) ....

   (b) (–1 000) ÷ 8 ....

   (c) (–200) ÷ 25 ....

   (d) (–200) ÷ 8 ....

4. Kan jy ook die antwoorde vir die volgende delings uitwerk deur die werk te gebruik wat jy vir vraag 2 gedoen het?

   (a) 1 000 ÷ (–125) ....

   (b) (–1 000) ÷ (–8) ....

   (c) (–100) ÷ (–25) ....

   (d) 100 ÷ (–25) ....

Wanneer twee getalle vermenigvuldig word, byvoorbeeld 30 × 4 = 120, kan die woord "produk" op verskillende maniere gebruik word om die situasie te beskryf:

- ’n Uitdrukking wat net vermenigvuldiging spesifiseer, soos 30 × 4, word ’n **produk** of ’n produkuitdrukking genoem.
- Die antwoord wat verkry word, word ook die produk van die twee getalle genoem. Byvoorbeeld, 120 word die **produk van 30 en 4** genoem.

’n Uitdrukking wat net deling spesifiseer, soos 30 ÷ 5, word ’n **kwosiënt** of ’n **kwosiëntuitdrukking** genoem. Die antwoord wat verkry word, word ook die kwosiënt van die twee getalle genoem. Byvoorbeeld, 6 word die **kwosiënt van 30 en 5** genoem.

5. Sê by elke vraag of jy saamstem met die stelling of nie, en gee ’n voorbeeld om jou antwoord te illustreer.

   (a) Die kwosiënt van ’n positiewe en ’n negatiewe heelgetal is negatief.

   ....

(b) Die kwosiënt van ’n positiewe heelgetal en ’n positiewe heelgetal is negatief.

....

(c) Die kwosiënt van ’n negatiewe heelgetal en ’n negatiewe heelgetal is negatief.

....

(d) Die kwosiënt van ’n negatiewe heelgetal en ’n negatiewe heelgetal is positief.

....

6. Doen die nodige berekeninge om die kwosiënte se waardes te gee.

(a) (–500) ÷ (–20)

....

(b) (–144) ÷ 6

....

(c) 1 440 ÷ (–60)

....

(d) (–1 440) ÷ (–6)

....

(e) –14 400 ÷ 600

....

(f) 500 ÷ (–20)

....

DIE GROEPERINGSEIENSKAPPE VAN BEWERKINGS MET HEELGETALLE

Vermenigvuldiging van heelgetalle is **assosiatief**. Dit beteken in ’n produk met verskeie faktore kan die faktore in enige volgorde geplaas word, en die berekeninge kan in enige volgorde gedoen word. Byvoorbeeld die opeenvolgende berekeninge hier onder sal almal dieselfde antwoord gee:

A. 2 × 3, die antwoord van 2 × 3 vermenigvuldig met 5, die nuwe antwoord vermenigvuldig met 10

B. 2 × 5, die antwoord van 2 × 5 vermenigvuldig met 10, die nuwe antwoord vermenigvuldig met 3

C. 10 × 5, die antwoord van 10 × 5 vermenigvuldig met 3, die nuwe antwoord vermenigvuldig met 2

D. 3 × 5, die antwoord van 3 × 5 vermenigvuldig met 2, die nuwe antwoord vermenigvuldig met 10

1. Doen die berekeninge wat in A tot D gegee is om te kontroleer of hulle regtig dieselfde antwoorde gee.

A. ....

B. ....

C. ....

D. ....

2. (a) Dink jy die vier antwoorde sal nog steeds dieselfde wees as die getalle 3 en 10 in die opeenvolgings van berekeninge A, B, C en D met –3 en –10 vervang word?

   ....

   (b) Ondersoek dit om jou vermoede te kontroleer.

   ....

   ....

   ....

   ....

Vermenigvuldiging met heelgetalle is assosiatief.

Die berekeninge in A kan net op twee maniere met simbole voorgestel word:

- 2 × 3 × 5 × 10. Die konvensie om van links na regs te werk, tensy anders aangedui word met hakies, verseker dat hierdie voorstelling met A ooreenkom.
- 5 × (2 × 3) × 10, waar hakies gebruik word om aan te dui dat 2 × 3 eerste bereken moet word. As hakies gebruik word, is daar verskillende moontlikhede om dieselfde volgorde van berekeninge te beskryf.

3. Druk die berekeninge in B, C en D wat op bladsy 44 gegee word in simbole uit, sonder om hakies te gebruik.

   ....

   ....

   ....

4. Ondersoek, op dieselfde manier wat jy dit in vraag 2 vir vermenigvuldiging gedoen het, of optel met heelgetalle assosiatief is. Gebruik vier heelgetalle.

   ....

   ....

   ....

   ....

5. (a) Bereken: 80 – 30 + 40 – 20 ....

   (b) Bereken: 80 + (–30) + 40 + (–20) ....

   (c) Bereken: 30 – 80 + 20 – 40 ....

   (d) Bereken: (–30) + 80 + (– 20) + 40 ....

   (e) Bereken: 20 + 30 – 40 – 80 ....

GEMENGDE BEREKENINGE MET HEELGETALLE

1. Bereken.

(a) $-3 \times 4 + (-7) \times 9$

....

....

(b) $-20(-4 - 7)$

....

....

(c) $20 \times (-5) - 30 \times 7$

....

....

(d) $-9(20 - 15)$

....

....

(e) $-8 \times (-6) - 8 \times 3$

....

....

(f) $(-26 - 13) \div (-3)$

....

....

(g) $-15 \times (-2) + (-15) \div (-3)$

....

....

(h) $-15(2 - 3)$

....

....

(i) $(-5 + -3) \times 7$

....

....

(j) $-5 \times (-3 + 7) + 20 \div (-4)$

....

....

2. Bereken.

(a) $20 \times (-15 + 6) - 5 \times (-2 - 8) - 3 \times (-3 - 8)$

....

....

(b) $40 \times (7 + 12 - 9) + 25 \div (-5) - 5 \div 5$

....

....

(c) $-50(20 - 25) + 30(-10 + 7) - 20(-16 + 12)$

....

....

....

(d) $-5 \times (-3 + 12 - 9)$

....

....

(e) $-4 \times (30 - 50) + 7 \times (40 - 70) - 10 \times (60 - 100)$

....

....

(f) $-3 \times (-14 + 6) \times (-13 + 7) \times (-20 + 5)$

....

....

(g) $20 \times (-5) + 10 \times (-3) + (-5) \times (-6) - (3 \times 5)$

....

....

(h) $-5(-20 - 5) + 10(-7 - 3) - 20(-15 - 5) + 30(-40 - 35)$

....

....

(i) $(-50 + 15 - 75) \div (-11) + (6 - 30 + 12) \div (-6)$

....

....

2.4 Kwadrate, derdemagte en wortels van heelgetalle

KWADRATE EN DERDEMAGTE VAN HEELGETALLE

1. Bereken.

   (a) 20×20 .... (b) $20 \times (-20)$ ....

2. Skryf die antwoorde vir die volgende neer:

   (a) $(-20) \times 20$ .... (b) $(-20) \times (-20)$ ....

3. Voltooi die tabel.

x	1	–1	2	–2	5	–5	10	–10
x^2 wat $x \times x$ is								
x^3								

4. Sê in elk van die gevalle hier onder vir watter waardes van x, wat in die tabel in vraag 3 gegee is, die gegewe stelling waar is.
   (a) x^3 is 'n negatiewe getal ....
   (b) x^2 is 'n negatiewe getal ....
   (c) $x^2 > x^3$ ....
   (d) $x^2 < x^3$ ....

5. Voltooi die tabel.

x	3	–3	4	–4	6	–6	7	–7
x^2								
x^3								

6. Ben dink aan 'n getal. Hy tel 5 daarby en sy antwoord is 12.
   (a) Aan watter getal het hy gedink? ....
   (b) Is daar nog 'n getal wat ook 12 sal gee as 5 daarby getel word? ....

7. Lebo dink ook aan 'n getal. Sy vermenigvuldig die getal met homself en kry 25.
   (a) Aan watter getal het sy gedink? ....
   (b) Is daar meer as een getal wat 25 sal gee as dit met homself vermenigvuldig word?

   ....

8. Mary dink aan 'n getal en bereken (die getal) × (die getal) × (die getal). Haar antwoord is 27.
   Aan watter getal het Mary gedink? .....

10^2 is 100 en $(–10)^2$ is ook 100.

Beide 10 en (–10) word **vierkantswortels** van 100 genoem. 10 kan die **positiewe vierkantswortel** van 100 genoem word, en (–10) kan die **negatiewe vierkantswortel** van 100 genoem word.

9. Skryf die positiewe en die negatiewe vierkantswortel van elke getal neer.

(a) 64 .... (b) 9 ....

10. Voltooi die tabel.

Getal	1	4	9	16	25	36	49	64
Positiewe vierkantswortel			3					8
Negatiewe vierkantswortel			–3					–8

11. Voltooi die tabelle.

(a)

x	1	2	3	4	5	6	7	8
x^3								

(b)

x	–1	–2	–3	–4	–5	–6	–7	–8
x^3								

3^3 is 27 en $(-5)^3$ is -125.

3 word die **derdemagswortel** van 27 genoem, want $3^3 = 27$.

–5 word die derdemagswortel van –125 genoem, want $(-5)^3 = -125$.

12. Voltooi die tabel.

Getal	–1	8	–27	–64	–125	–216	1 000
Derdemagswortel			–3				10

Die simbool $\sqrt{\ }$ word gebruik om “wortel” aan te dui.

$\sqrt[3]{-125}$ stel die derdemagswortel van –125 voor. Dit beteken $\sqrt[3]{-125} = -5$.

$\sqrt[2]{36}$ stel die positiewe vierkantswortel van 36 voor, en $-\sqrt[2]{36}$ stel die negatiewe vierkantswortel voor. Die “2” wat “vierkant” aandui word gewoonlik weggelaat, dus $\sqrt{36} = 6$ en $-\sqrt{36} = -6$.

13. Voltooi die tabel.

$\sqrt[3]{-8}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt[3]{-64}$	$-\sqrt{64}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt[3]{-1}$	$-\sqrt{1}$	$\sqrt[3]{-216}$

WERKBLAD

1. Gebruik die getalle -8, -5 en -3 om elk van die volgende te wys:

   (a) Vermenigvuldiging met heelgetalle versprei oor optel.

   ....

   (b) Vermenigvuldiging met heelgetalle versprei oor aftrek.

   ....

   (c) Vermenigvuldiging met heelgetalle is assosiatief.

   ....

   (d) Optel met heelgetalle is assosiatief.

   ....

2. Bereken die volgende sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

   (a) $5 \times (-2)^3$ .... (b) $3 \times (-5)^2$ ....

   (c) $2 \times (-5)^3$ .... (d) $10 \times (-3)^2$ ....

3. Gebruik 'n sakrekenaar om die volgende te bereken:

   (a) $24 \times (-53) + (-27) \times (-34) - (-55) \times 76$

   ....

   (b) $64 \times (27 - 85) - 29 \times (-47 + 12)$

   ....

4. Gebruik 'n sakrekenaar en bereken die volgende:

   (a) $-24 \times 53 + 27 \times 34 + 55 \times 76$ ....

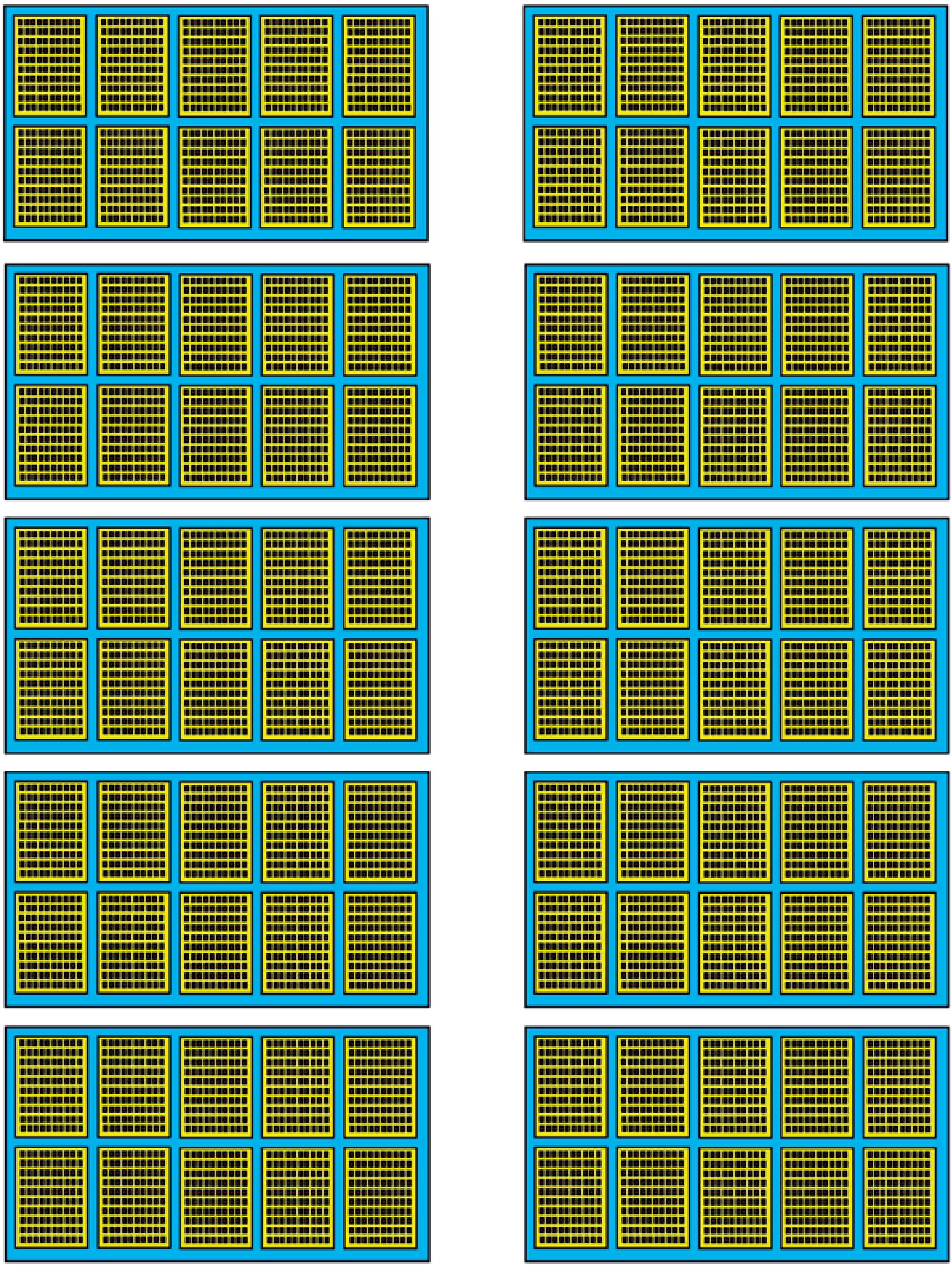
   (b) $64 \times (-58) + 29 \times (47 - 12)$ ....

As jy nie dieselfde antwoorde in vraag 3 en 4 kry nie, het jy foute gemaak.

Hoofstuk 3
Eksponente

In hierdie hoofstuk gaan jy werk hersien wat jy oor kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels gedoen het. Jy gaan oor eienskappe van eksponente leer wat jou in staat sal stel om berekeninge te doen met getalle wat in eksponensiële vorm geskryf is.

Baie groot getalle word in wetenskaplike notasie geskryf. Wetenskaplike notasie is ’n gerieflike manier om baie groot getalle as ’n produk van ’n getal tussen 1 en 10 en ’n mag van 10 te skryf.



3 Eksponente

3.1 Hersiening

EKSPONENSIËLE NOTASIE

1. Bereken.
   (a) $2 \times 2 \times 2$
   ....
   (b) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
   ....
   (c) $3 \times 3 \times 3$
   ....
   (d) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
   ....

In plaas daarvan om $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ te skryf, kan ons 3^6 skryf. Ons lees dit as “3 tot die mag 6”. Die getal 3 is die **grondtal** en 6 is die **eksponent**.
Wanneer ons $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ as 3^6 skryf, gebruik ons **eksponensiële notasie**.

2. Skryf elk van die volgende in eksponensiële notasie:
   (a) $2 \times 2 \times 2$
   ....
   (b) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
   ....
   (c) $3 \times 3 \times 3$
   ....
   (d) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
   ....

3. Bereken:
   (a) 5^2
   ....
   (b) 2^5
   ....
   (c) 10^2
   ....
   (d) 15^2
   ....
   (e) 3^4
   ....
   (f) 4^3
   ....
   (g) 2^3
   ....
   (h) 3^2
   ....

KWADRATE

Om 'n getal te kwadreer is om dit met homself te vermenigvuldig. Die vierkantsgetal van 8 is 64 want 8×8 is gelyk aan 64. Ons skryf 8×8 as 8^2 in eksponensiële vorm.
Ons lees 8^2 as **agt kwadraat**.

1. Voltooi die tabel.

	Getal	Kwadreer die getal	Eksponensiële vorm	Vierkantsgetal
(a)	1			
(b)	2			
(c)	3			
(d)	4			
(e)	5			
(f)	6			
(g)	7			
(h)	8	8×8	8^2	64
(i)	9			
(j)	10			
(k)	11			
(l)	12			

2. Bereken die volgende:

(a) $3^2 \times 4^2$

....

(b) $2^2 \times 3^2$

....

(c) $2^2 \times 5^2$

....

(d) $2^2 \times 4^2$

....

3. Voltooi die volgende stellings om hulle waar te maak:

(a) $3^2 \times 4^2 = \ldots\ldots^2$

(b) $2^2 \times 3^2 = \ldots\ldots^2$

(c) $2^2 \times 5^2 = \ldots\ldots^2$

(d) $2^2 \times 4^2 = \ldots\ldots^2$

DERDEMAGTE

$3 \times 3 \times 3$ is 27 en dit word **drie tot die derde mag** genoem.
Ons skryf $3 \times 3 \times 3$ as 3^3 in eksponensiële vorm.
Ons lees 3^3 as **drie tot die derde mag**.

1. Voltooi die tabel.

	Getal	Die getal tot die derde mag	Eksponensiële vorm	Derdemag
(a)	1			
(b)	2			
(c)	3	$3 \times 3 \times 3$	3^3	27
(d)	4			
(e)	5			
(f)	6			
(g)	7			
(h)	8			
(i)	9			
(j)	10			

2. Bereken die volgende:

(a) $2^3 \times 3^3$

. . . .

(b) $2^3 \times 5^3$

. . . .

(c) $2^3 \times 4^3$

. . . .

(d) $1^3 \times 9^3$

. . . .

3. Watter van die volgende stellings is waar? As 'n stelling onwaar is, skryf dit oor as 'n waar stelling.

(a) $2^3 \times 3^3 = 6^3$

. . . .

(b) $2^3 \times 5^3 = 7^3$

. . . .

(c) $2^3 \times 4^3 = 8^3$

. . . .

(d) $1^3 \times 9^3 = 10^3$

. . . .

VIERKANTS- EN DERDEMAGSWORTELS

Om die vierkantswortel van 'n getal te bepaal, vra ons die vraag: Watter getal is met homself vermenigvuldig om daardie getal te kry?

Die vierkantswortel van 16 is 4 want $4 \times 4 = 16$.

Die vraag: **Watter getal is met homself vermenigvuldig om 16 te kry?** word wiskundig as $\sqrt{16}$ geskryf. Die antwoord op hierdie vraag word as $\sqrt{16} = 4$ geskryf.

1. Voltooi die tabel.

	Getal	Die kwadraat van die getal	Vierkantswortel van die kwadraat van die getal	Rede
(a)	1			
(b)	2			
(c)	3			
(d)	4	16	4	$4 \times 4 = 16$
(e)	5			
(f)	6			
(g)	7			
(h)	8			
(i)	9			
(j)	10			
(k)	11			
(l)	12			

2. Bereken die volgende. Verduidelik jou antwoord.

(a) $\sqrt{144}$

....

(b) $\sqrt{100}$

....

(c) $\sqrt{81}$

....

(d) $\sqrt{64}$

....

$4 \times 4 \times 4 = 64$.

Dus word 4 die derdemagswortel van 64 genoem.

Dit word as $\sqrt[3]{64}$ geskryf.

$\sqrt[3]{64} = 4$.

3. Voltooi die tabel.

	Getal	Derdemag van die getal	Derdemagswortel van die derdemag van die getal	Rede
(a)	1			
(b)	2			
(c)	3			
(d)	4	64	4	$4 \times 4 \times 4 = 64$
(e)	5			
(f)	6			
(g)	7			
(h)	8			
(i)	9			
(j)	10			

4. Bereken die volgende en gee redes vir jou antwoorde:

(a) $\sqrt[3]{216}$

....

(b) $\sqrt[3]{8}$

....

(c) $\sqrt[3]{125}$

....

(d) $\sqrt[3]{27}$

....

(e) $\sqrt[3]{64}$

....

(f) $\sqrt[3]{1\,000}$

....

3.2 Werk met heelgetalle

STEL HEELGETALLE IN EKSPONENSIËLE NOTASIE VOOR

1. Bereken die volgende, sonder om ’n sakrekenaar te gebruik:

(a) $-2 \times -2 \times -2$

....

(b) $-2 \times -2 \times -2 \times -2$

....

(c) -5×-5

....

(d) $-5 \times -5 \times -5$

....

(e) $-1 \times -1 \times -1 \times -1$

....

(f) $-1 \times -1 \times -1$

....

2. Bereken die volgende:

(a) -2^2

....

(b) $(-2)^2$

....

(c) $(-5)^3$

....

(d) -5^3

....

3. Gebruik jou sakrekenaar om die antwoorde op vraag 2 te bereken.

(a) Is jou antwoorde op vrae 2(a) en (b) anders of dieselfde as dié van die sakrekenaar?

....

(b) As jou antwoorde verskil van dié van die sakrekenaar, probeer om te verduidelik hoe die sakrekenaar die berekeninge anders as jy gedoen het.

....

....

....

....

Die sakrekenaar “verstaan” $\mathbf{-5^2}$ en $\mathbf{(-5)^2}$ as twee verskillende getalle.
Dit verstaan $\mathbf{-5^2}$ as $\mathbf{-5 \times 5 = -25}$ en $\mathbf{(-5)^2}$ as $\mathbf{-5 \times -5 = 25}$

4. Skryf die volgende in eksponensiële vorm:
   (a) $-2 \times -2 \times -2$
   (b) $-2 \times -2 \times -2 \times -2$
   (c) -5×-5
   (d) $-5 \times -5 \times -5$
   (e) $-1 \times -1 \times -1 \times -1$
   (f) $-1 \times -1 \times -1$

5. Bereken die volgende:
   (a) $(-3)^2$
   (b) $(-3)^3$
   (c) $(-2)^4$
   (d) $(-2)^6$
   (e) $(-2)^5$
   (f) $(-3)^4$

6. Sê of die teken van die antwoord negatief of positief is. Verduidelik waarom.
   (a) $(-3)^6$
   (b) $(-5)^{11}$
   (c) $(-4)^{20}$
   (d) $(-7)^5$

7. Sê of die volgende stellings waar of onwaar is. As 'n stelling onwaar is, skryf dit oor as 'n korrekte stelling.
   (a) $(-3)^2 = -9$
   (b) $-3^2 = 9$
   (c) $(-5^2) = -5^2$
   (d) $(-1)^3 = -1^3$
   (e) $(-6)^3 = -18$
   (f) $(-2)^6 = 2^6$

3.3 Eienskappe van eksponente

PRODUK VAN MAGTE

1. 'n Produk van 2's word hier onder gegee. Beskryf dit deur eksponensiële notasie te gebruik, dit wil sê skryf dit as 'n mag van 2.

   $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

   ....

2. Druk elk van die volgende as 'n produk van magte van 2 uit, soos deur die hakies aangedui word.

   (a) $(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

   ....

   (b) $(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)$

   ....

   (c) $(2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

   ....

   (d) $(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$

   ....

   (e) $(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)$

   ....

3. Voltooi die volgende stellings sodat hulle waar is. Jy kan na jou antwoorde op vrae 2(a) tot (e) kyk om jou te help.

   (a) $2^3 \times$ ...... $= 2^{12}$

   (b) $2^5 \times$ ...... $\times 2^2 = 2^{12}$

   (c) $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 =$ ......

   (d) $2^8 \times$ ...... $= 2^{12}$

   (e) $2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times$ ...... $= 2^{12}$

   (f) $2^6 \times$ ...... $= 2^{12}$

   (g) $2^2 \times 2^{10} =$ ......

Gestel ons word gevra om $3^2 \times 3^4$ te vereenvoudig.

Die oplossing is: $3^2 \times 3^4 = 9 \times 81$

$= 729$

$= 3^6$

Die grondtal (3) is ’n herhaalde faktor. Die eksponente (2 en 4) sê vir ons hoeveel keer elke faktor herhaal word.

Ons kan hierdie oplossing op die volgende manier verduidelik:

$$3^2 \times 3^4 = \underbrace{3 \times 3}_{\text{2 faktore}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{4 faktore}} = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{6 faktore}} = 3^6$$

4. Voltooi die tabel.

	Produk van magte	**Herhaalde faktor**	**Totale getal kere wat die faktor herhaal word**	**Vereenvoudigde vorm**
(a)	$2^7 \times 2^3$			
(b)	$5^2 \times 5^4$			
(c)	$4^1 \times 4^5$			
(d)	$6^3 \times 6^2$			
(e)	$2^8 \times 2^2$			
(f)	$5^3 \times 5^3$			
(g)	$4^2 \times 4^4$			
(h)	$2^1 \times 2^9$			

Wanneer jy twee of meer magte wat dieselfde grondtal het met mekaar vermenigvuldig, is die resultaat ’n getal met dieselfde grondtal maar met ’n eksponent wat gelyk is aan die som van die eksponente van die magte wat jy vermenigvuldig het.

Ons kan dit simbolies as $a^m \times a^n = a^{m+n}$ uitdruk, waar m en n natuurlike getalle is en a nie nul is nie.

5. Wat is verkeerd met hierdie stellings? Maak elkeen reg.

(a) $2^3 \times 2^4 = 2^{12}$

....

(b) $10 \times 10^2 \times 10^3 = 10^{1 \times 2 \times 3} = 10^6$

....

(c) $3^2 \times 3^3 = 3^6$

....

(d) $5^3 \times 5^2 = 15 \times 10$

....

6. Druk elk van die volgende getalle as 'n enkele mag van 10 uit.

Voorbeeld: 1 000 000 as 'n mag van 10 is 10^6.

(a) 100 (b) 1 000 (c) 10 000

....

(d) $10^2 \times 10^3 \times 10^4$ (e) $100 \times 1\,000 \times 10\,000$ (f) 1 000 000 000

....

....

7. Skryf elk van die volgende produkte in eksponensiële vorm:

(a) $x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x =$ ......

(b) $(x \times x) \times (x \times x \times x) \times (x \times x \times x \times x)$

....

(c) $(x \times x \times x \times x) \times (x \times x) \times (x \times x) \times x$

....

(d) $(x \times x \times x \times x \times x \times x) \times (x \times x \times x)$

....

(e) $(x \times x \times x) \times (y \times y \times y)$

....

(f) $(a \times a) \times (b \times b)$

....

8. Voltooi die tabel.

	Produk van magte	Herhaalde faktor	Aantal kere wat die faktor herhaal word	Vereenvoudigde vorm
(a)	$x^7 \times x^3$			
(b)	$x^2 \times x^4$			
(c)	$x^1 \times x^5$			
(d)	$x^3 \times x^2$			
(e)	$x^8 \times x^2$			
(f)	$x^3 \times x^3$			
(g)	$x^1 \times x^9$			

VERHEF 'N MAG TOT 'N MAG

1. Voltooi die tabel van magte van 2.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2^x	2	4									
	2^1	2^2	2^3								

x	12	13	14	15	16	17	18
2^x							

2. Voltooi die tabel van magte van 3.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3^x									
	3^1	3^2	3^3						

x	10	11	12	13	14
3^x					

3. Voltooi die tabel. Jy kan die waardes van die tabelle wat jy in vrae 1 en 2 gemaak het, aflees.

Produk van magte	Herhaalde faktor	Mag van mag-notasie	Totale getal herhalings	Vereen-voudigde vorm	Waarde
$2^4 \times 2^4 \times 2^4$	2	$(2^4)^3$	12	2^{12}	4 096
$3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2$					
$2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$					
$3^4 \times 3^4 \times 3^4$					
$2^6 \times 2^6 \times 2^6$					

4. Gebruik jou tabel van magte van 2 om die antwoorde op die volgende te kry:

(a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ = ... = ...

(b) $(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$ = ... = ...

(c) 16^3 = ... = ... = ...

5. Gebruik jou tabel van magte van 2 om die antwoorde op die volgende te kry:

(a) Is $16^3 = 2^{12}$? ......

(b) Is $2^4 \times 2^4 \times 2^4 = 2^{12}$ ......

(c) Is $2^4 \times 2^3 = 2^{12}$? ......

(d) Is $(2^4)^3 = 2^4 \times 2^4 \times 2^4$? ......

(e) Is $(2^4)^3 = 2^{12}$? ......

(f) Is $(2^4)^3 = 2^{4+3}$? ......

(g) Is $(2^4)^3 = 2^{4 \times 3}$? ......

(h) Is $(2^2)^5 = 2^{2+5}$? ......

6. (a) Druk 8^5 uit as 'n mag van 2. Dit mag help om 8 eers as 'n mag van 2 uit te druk.

....

(b) Kan $(2^3) \times (2^3) \times (2^3) \times (2^3) \times (2^3)$ uitgedruk word as $(2^3)^5$? ....

(c) Is $(2^3)^5 = 2^{3+5}$ of is $(2^3)^5 = 2^{3 \times 5}$? ....

7. (a) Druk 4^3 uit as 'n mag van 2.

....

(b) Bereken $2^2 \times 2^2 \times 2^2$ en druk jou antwoord uit as 'n enkele mag van 2.

....

(c) Kan $(2^2) \times (2^2) \times (2^2)$ uitgedruk word as $(2^2)^3$? ....

(d) Is $(2^2)^3 = 2^{2+3}$ of is $(2^2)^3 = 2^{2 \times 3}$? ....

8. Vereenvoudig die volgende.

Voorbeeld: $(10^2)^2 = 10^2 \times 10^2 = 10^{2+2} = 10^4 = 10\,000$

(a) $(3^3)^2$ ....

(b) $(4^3)^2$ ....

(c) $(2^4)^2$ ....

(d) $(9^2)^2$ ....

(e) $(3^3)^3$ ....

(f) $(4^3)^3$ ....

(g) $(5^4)^3$ ....

(h) $(9^2)^3$ ....

$(a^m)^n = a^{m \times n}$, waar m en n natuurlike getalle is en a nie gelyk is aan nul nie.

9. Vereenvoudig.

(a) $(5^4)^{10}$ ....

(b) $(10^4)^5$ ....

(c) $(6^4)^4$ ....

(d) $(5^4)^{10}$ ....

10. Skryf 5^{12} as 'n mag van magte van 5 op twee verskillende maniere. ....

Om $(x^2)^5$ te vereenvoudig kan ons dit as 'n produk van magte uitskryf of ons kan 'n kortpad gebruik.

$$(x^2)^5 = x^2 \times x^2 \times x^2 \times x^2 \times x^2$$

$$= \underbrace{x \times x}\times\underbrace{x \times x}\times\underbrace{x \times x}\times\underbrace{x \times x}\times\underbrace{x \times x} = x^{10}$$

2×5 faktore = 10 faktore

11. Voltooi die tabel.

	Uitdrukking	Skryf as 'n produk van die magte en vereenvoudig	Gebruik die reël $(a^m)^n$ om te vereenvoudig
(a)	$(a^4)^5$	$a^4 \times a^4 \times a^4 \times a^4 \times a^4$ $= a^{4+4+4+4+4} = a^{20}$	$(a^4)^5 = a^{4 \times 5} = a^{20}$
(b)	$(b^{10})^5$		
(c)	$(x^7)^3$		
(d)		$s^6 \times s^6 \times s^6 \times s^6$ $= s^{6+6+6+6}$ $= s^{24}$	
(e)			$(y^3)^7 = y^{3 \times 7} = y^{21}$

MAG VAN 'N PRODUK

1. Voltooi die tabel. Jy mag jou sakrekenaar gebruik as jy nie seker is van 'n waarde nie.

	x	1	2	3	4	5
(a)	2^x	$2^1 = 2$				
(b)	3^x		$3^2 = 9$			
(c)	6^x			$6^3 = 216$		

2. Gebruik die tabel in vraag 1 in hierdie vraag. Is die stellings hier onder waar of onwaar? As 'n stelling onwaar is, skryf dit oor as 'n korrekte stelling.

(a) $6^2 = 2^2 \times 3^2$

....

(b) $6^3 = 2^3 \times 3^3$

....

(c) $6^5 = 2^5 \times 3^5$

....

(d) $6^8 = 2^4 \times 3^4$

....

3. Voltooi die tabel.

	Uitdrukking	Die grondtalle van die uitdrukking is faktore van ...	Ekwivalente uitdrukking
(a)	$2^6 \times 5^6$	10	10^6
(b)	$3^2 \times 4^2$		
(c)	$4^2 \times 2^2$		
(d)			56^5
(e)			30^3
(f)	$3^5 \times x^5$	$3x$	$(3x)^5$
(g)	$7^2 \times z^2$		
(h)	$4^3 \times y^3$		
(i)			$(2m)^6$
(j)			$(2m)^3$
(k)	$2^{10} \times y^{10}$		$(2y)^{10}$

12^2 kan in terme van sy faktore as $(2 \times 6)^2$ of as $(3 \times 4)^2$ geskryf word.

Ons weet reeds dat $12^2 = 144$.

Wat dit vir ons sê, is dat beide $(2 \times 6)^2$ en $(3 \times 4)^2$ ook gelyk is aan 144.

Ons skryf $12^2 = (2 \times 6)^2 = 2^2 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144$ of $12^2 = (3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$

’n Produk verhef tot ’n mag is die produk van die faktore elk verhef tot die gegewe mag.

Met simbole skryf ons $(a \times b)^m = a^m \times b^m$, waar m ’n natuurlike getal is en a en b nie gelyk is aan nul nie.

4. Skryf elk van die volgende uitdrukkings as 'n uitdrukking met een grondtal:

Voorbeeld: $3^{10} \times 2^{10} = (3 \times 2)^{10} = 6^{10}$

(a) $3^2 \times 5^2$ (b) $5^3 \times 2^3$ (c) $7^4 \times 4^4$

(d) $2^3 \times 6^3$ (e) $4^4 \times 2^4$ (f) $5^2 \times 7^2$

5. Skryf die volgende as 'n produk van magte:

Voorbeeld: $(3x)^3 = 3^3 \times x^3 = 27x^3$

(a) 6^3 (b) 15^2 (c) 21^4

(d) 6^5 (e) 18^2 (f) $(st)^7$

(g) $(ab)^3$ (h) $(2x)^2$ (i) $(3y)^5$

(j) $(3c)^2$ (k) $(gh)^4$ (l) $(4x)^3$

6. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:

Voorbeeld: $3^2 \times m^2 = 9 \times m^2 = 9m^2$

(a) $3^5 \times b^5$ (b) $2^6 \times y^6$ (c) $x^2 \times y^2$

(d) $10^4 \times x^4$ (e) $3^3 \times x^3$ (f) $5^2 \times t^2$

(g) $6^3 \times m^7$ (h) $12^2 \times a^2$ (i) $n^3 \times p^9$

'N KWOSIËNT VAN MAGTE

Kyk na die volgende tabel:

x	1	2	3	4	5	6
2^x	2	4	8	16	32	64
3^x	3	9	27	81	243	729
5^x	5	25	125	625	3 125	15 625

Beantwoord vrae 1 tot 4 deur na die tabel te verwys wanneer dit nodig is.

1. Gee die waarde van elk van die volgende:

   (a) 3^4 (b) 2^5 (c) 5^6

   ....

2. (a) Bereken $3^6 \div 3^3$ (Lees die waardes van 3^6 en 3^3 van die tabel af en deel dan. Jy mag 'n sakrekenaar gebruik waar nodig.)

   ....

   (b) Bereken 3^{6-3}

   ....

   (c) Is $3^6 \div 3^3$ gelyk aan 3^3? Verduidelik.

   ....

Om 4^{5-3} te bereken doen ons eers die berekening in die eksponent, dit wil sê ons trek 3 van 5 af. Dan kan ons 4^2 as $4 \times 4 = 16$ bereken.

3. (a) Bereken die waarde van 2^{6-2} (b) Bereken die waarde van $2^6 \div 2^2$

   ....

   (c) Bereken die waarde van $2^{6 \div 2}$ (d) Lees die waarde van 2^3 van die tabel af.

   ....

   (e) Lees die waarde van 2^4 van die tabel af.

   ....

   (f) Watter van die stellings hier onder is waar? Verduidelik jou antwoord.

   A. $2^6 \div 2^2 = 2^{6-2} = 2^4$ B. $2^6 \div 2^2 = 2^{6 \div 2} = 2^3$

   ....

   ....

4. Sê watter van die stellings hier onder is waar en watter is onwaar. As ’n stelling onwaar is, skryf dit oor as ’n korrekte stelling.

(a) $5^6 \div 5^4 = 5^{6 \div 4}$

(b) $3^{4-1} = 3^4 \div 3$

(c) $5^6 \div 5 = 5^{6-1}$

(d) $2^5 \div 2^3 = 2^2$

$a^m \div a^n = a^{m-n}$

waar m en n natuurlike getalle is en m ’n getal groter as n is en a nie nul is nie.

5. Vereenvoudig die volgende. Moenie ’n sakrekenaar gebruik nie.

Voorbeeld: $3^{17} \div 3^{12} = 3^{17-12} = 3^5 = 243$

(a) $2^{12} \div 2^{10}$

(b) $6^{17} \div 6^{14}$

(c) $10^{20} \div 10^{14}$

(d) $5^{11} \div 5^8$

6. Vereenvoudig:

(a) $x^{12} \div x^{10}$

(b) $y^{17} \div y^{14}$

(c) $t^{20} \div t^{14}$

(d) $n^{11} \div n^8$

DIE MAG NUL

1. Vereenvoudig die volgende:

   (a) $2^{12} \div 2^{12}$ (b) $6^{17} \div 6^{17}$

   ....

   ....

   (c) $6^{14} \div 6^{14}$ (d) $2^{10} \div 2^{10}$

   ....

   ....

Ons definieer $a^0 = 1$.
Enige getal verhef tot die mag nul is altyd gelyk aan 1.

2. Vereenvoudig die volgende:

   (a) 100^0 (b) x^0 (c) $(100x)^0$ (d) $(5x^3)^0$

   ....

3.4 Berekeninge

GEMENGDE BEWERKINGS

Vereenvoudig die volgende:

1. $3^3 + \sqrt[3]{-27} \times 2$
2. $5 \times (2 + 3)^2 + (-1)^0$

....

....

....

3. $3^2 \times 2^3 + 5 \times \sqrt{100}$
4. $\dfrac{\sqrt[3]{1\,000}}{\sqrt{100}} + (4 - 1)^2$

....

....

....

5. $\sqrt{16} \times \sqrt{16} + \sqrt[3]{216} + 3^2 \times 10$

....

....

....

6. $4^3 \div 2^3 + \sqrt{144}$

....

....

....

3.5 Kwadrate, derdemagte en wortels van rasionale getalle

KWADRERING VAN 'N BREUK

Om 'n breuk of 'n desimale getal tot die tweede of derde mag te verhef, gaan jy netso te werk as wanneer jy 'n heelgetal tot die tweede of derde mag verhef.

1. Voltooi die tabel.

	Breuk	Kwadreer die breuk	Waarde van die kwadraat van die breuk
(a)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
(b)	$\frac{2}{3}$		
(c)	$\frac{3}{4}$		
(d)	$\frac{2}{5}$		
(e)	$\frac{3}{5}$		
(f)	$\frac{2}{6}$		
(g)	$\frac{3}{7}$		
(h)	$\frac{11}{12}$		

2. Bereken die volgende:

(a) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ (b) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ (c) $\left(\frac{7}{8}\right)^2$

....

3. (a) Gebruik die feit dat 0,6 as $\frac{6}{10}$ geskryf kan word om $(0,6)^2$ te bereken.

....

(b) Gebruik die feit dat 0,8 as $\frac{8}{10}$ geskryf kan word om $(0,8)^2$ te bereken.

....

BEPAAL DIE VIERKANTSWORTEL VAN 'N BREUK

1. Voltooi die tabel.

	Breuk	Skryf die breuk as 'n produk van faktore	Vierkantswortel
(a)	$\frac{81}{121}$		
(b)	$\frac{64}{81}$		
(c)	$\frac{49}{169}$		
(d)	$\frac{100}{225}$		

2. Bepaal die volgende:

(a) $\sqrt{\frac{25}{16}}$ (b) $\sqrt{\frac{81}{144}}$ (c) $\sqrt{\frac{400}{900}}$ (d) $\sqrt{\frac{36}{81}}$

....

3. (a) Gebruik die feit dat 0,01 as $\frac{1}{100}$ geskryf kan word om $\sqrt{0,01}$ te bereken.

....

(b) Gebruik die feit dat 0,49 as $\frac{49}{100}$ geskryf kan word om $\sqrt{0,49}$ te bereken.

....

4. Bereken die volgende:

(a) $\sqrt{0,09}$ (b) $\sqrt{0,64}$ (c) $\sqrt{1,44}$

....

DERDEMAGSVERHEFFING VAN 'N BREUK

Een halwe verhef tot die derde mag is gelyk aan een agtste.

Ons skryf dit as $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

1. Bereken die volgende:

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ (b) $\left(\frac{5}{10}\right)^3$ (c) $\left(\frac{5}{6}\right)^3$ (d) $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

....

....

2. (a) Gebruik die feit dat 0,6 as $\frac{6}{10}$ geskryf kan word om $(0,6)^3$ te bereken.

....

(b) Gebruik die feit dat 0,8 as $\frac{8}{10}$ geskryf kan word om $(0,8)^3$ te bereken.

....

(c) Gebruik die feit dat 0,7 as $\frac{7}{10}$ geskryf kan word om $(0,7)^3$ te bereken.

....

3.6 Wetenskaplike notasie

BAIE GROOT GETALLE

1. Druk elk van die volgende as 'n een getal uit. Moenie 'n sakrekenaar gebruik nie.
   Voorbeeld: 7,56 × 100 kan as 756 geskryf word.

   (a) 3,45 × 100 .... (b) 3,45 × 10 .... (c) 3,45 × 1 000 ....

   (d) $2,34 \times 10^2$ .... (e) 2,34 × 10 .... (f) $2,34 \times 10^3$ ....

   (g) $10^4 \times 10^2$ .... (h) $10^0 \times 10^6$ .... (i) $3,4 \times 10^5$ ....

   ....

Ons kan 136 000 000 as $1,36 \times 10^8$ skryf.
$1,36 \times 10^8$ word die **wetenskaplike notasie** vir 136 000 000 genoem.

In wetenskaplike notasie word 'n getal in twee dele uitgedruk: 'n getal tussen 1 en 10 vermenigvuldig met 'n mag van 10. Die eksponent moet altyd 'n heelgetal wees.

2. Skryf die volgende getalle in wetenskaplike notasie:

   (a) 367 000 000 .... (b) 21 900 000 ....

   (c) 600 000 000 000 .... (d) 178 ....

3. Skryf elk van die volgende getalle op die gewone manier.
   Byvoorbeeld: $3,4 \times 10^5$ op die gewone manier geskryf is 340 000.

   (a) $1,24 \times 10^8$ .... (b) $9,2074 \times 10^4$ ....

   (c) $1,04 \times 10^6$ .... (d) $2,05 \times 10^3$ ....

4. Die heelal is 15 000 000 000 jaar oud. Druk die ouderdom van die heelal in wetenskaplike notasie uit.

....

5. Die gemiddelde afstand van die Aarde na die Son is 149 600 000 km. Druk die afstand in wetenskaplike notasie uit.

....

Omdat dit makliker is om magte van 10 sonder 'n sakrekenaar te vermenigvuldig, maak **wetenskaplike notasie** dit moontlik om berekeninge in jou kop te doen.

6. Verduidelik waarom die getal 24×10^3 nie in wetenskaplike notasie is nie.

....

....

7. Bereken die volgende. Moenie 'n sakrekenaar gebruik nie.

Voorbeeld: $3\,000\,000 \times 90\,000\,000 = 3 \times 10^6 \times 9 \times 10^7 = 3 \times 9 \times 10^{6+7}$

$= 27 \times 10^{13} = 270\,000\,000\,000\,000$

(a) $13\,000 \times 150\,000$

....

....

....

....

....

(b) $200 \times 6\,000\,000$

....

....

....

....

....

(c) $120\,000 \times 120\,000\,000$

....

....

....

....

....

(d) $2{,}5 \times 40\,000\,000$

....

....

....

....

....

WERKBLAD

1. Bereken:

(a) 11^2 .... (b) $3^2 \times 4^2$ ....

(c) 6^3 .... (d) $\sqrt{121}$ ....

(e) $(-3)^2$ .... (f) $\sqrt[3]{125}$ ....

2. Vereenvoudig:

(a) $3^4 \times m^6$ .... (b) $b^2 \times n^6$ ....

(c) $y^{12} \div y^5$ .... (d) $(10^2)^3$ ....

(e) $(2w^2)^3$ .... (f) $(3d^5)(2d)^3$ ....

3. Bereken:

(a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ .... (b) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ ....

(c) $(6^4y^2)^0$ .... (d) $(0{,}7)^2$ ....

4. Vereenvoudig:

(a) $(2^2 + 4)^2 + \frac{6^2}{3^2}$ (b) $\sqrt[3]{-125} - 5 \times 3^2$

....

....

....

....

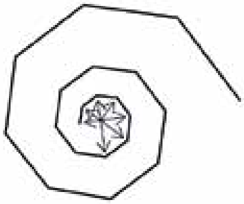
5. Skryf 3×10^9 op die gewone manier. ....

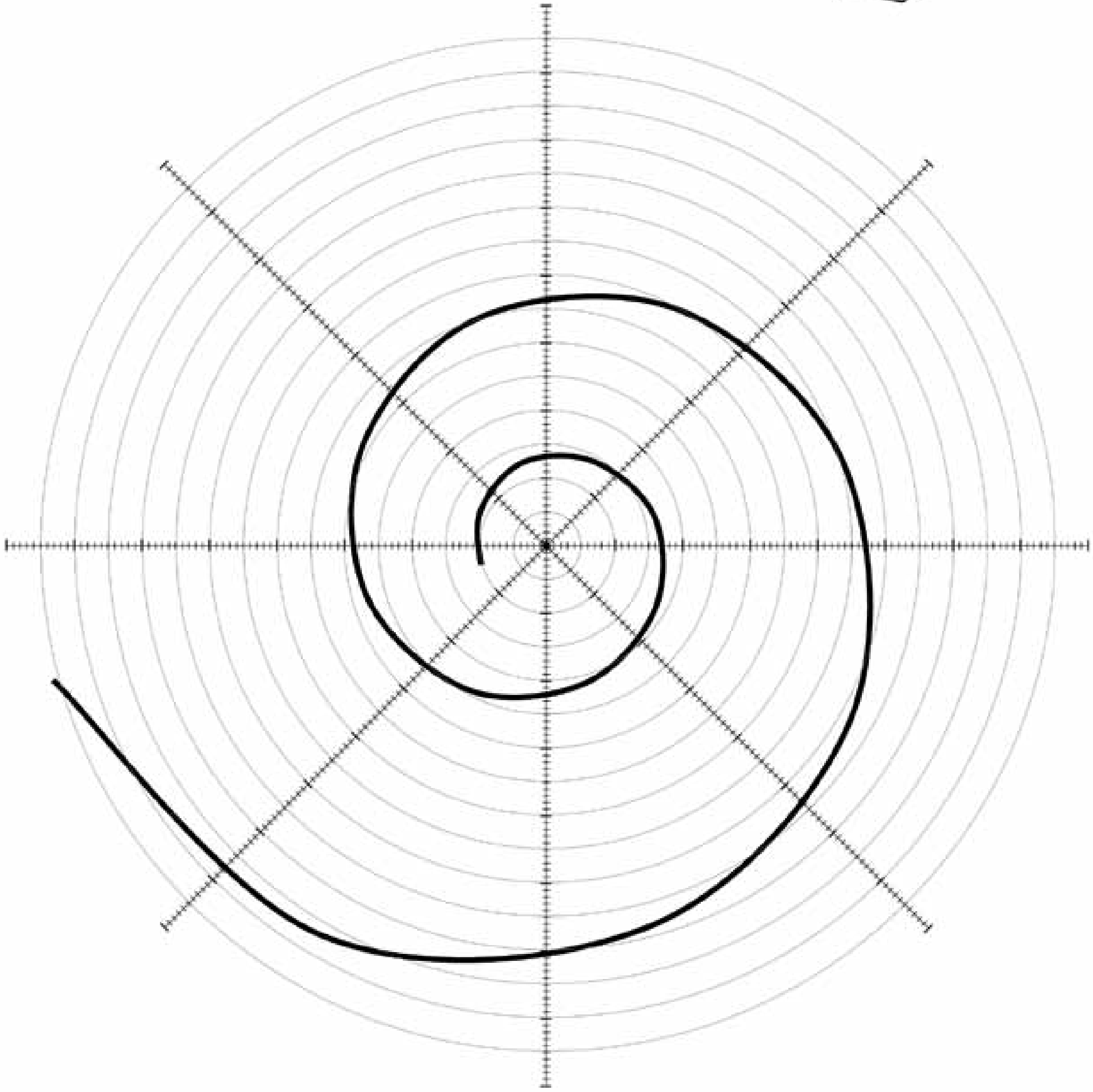
6. Die eerste voëls het ongeveer 208 000 000 jaar gelede op Aarde verskyn. Skryf hierdie getal in wetenskaplike notasie.

....

Hoofstuk 4
Numeriese en meetkundige patrone

In hierdie hoofstuk gaan jy leer om numeriese en meetkundige patrone te herken, te beskryf, uit te brei en veralgemenings daaroor te maak. Patrone stel ons in staat om voorspellings te maak. Jy gaan ook met verskillende voorstellings van patrone, soos vloeidiagramme en tabelle, werk.





4 Numeriese en meetkundige patrone

4.1 Die term–term-verband in ’n ry

VAN EEN TERM NA DIE VOLGENDE

Skryf die volgende drie getalle in elk van die rye hier onder neer. Verduidelik ook in elke geval skriftelik hoe jy uitgewerk het wat die getalle moet wees.

’n Lys getalle wat ’n patroon vorm word ’n **ry** genoem. Elke getal in ’n ry word ’n **term** van die ry genoem. Die eerste getal is die eerste term van die ry.

1. Ry A: 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23; ....

   ....

2. Ry B: 4; 5; 8; 13; 20; 29; 40; ....

   ....

3. Ry C: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; ....

   ....

4. Ry D: 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; ....

   ....

5. Ry E: 4; 5; 7; 10; 14; 19; 25; 32; 40; ....

   ....

6. Ry F: 2; 6; 18; 54; 162; 486; ....

   ....

7. Ry G: 1; 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33; ....

   ....

8. Ry H: 2; 4; 8; 16; 32; 64; ....

   ....

Getalle wat op mekaar volg word **opeenvolgende** getalle genoem.

BYTEL OF AFTREK VAN DIESELFDE GETAL

1. Watter rye op die vorige bladsy is van dieselfde soort as ry A? Verduidelik jou antwoord.

....

Amanda verduidelik hoe sy uitgewerk het om ry A uit te brei:

Ek het na die eerste twee terme in die ry gekyk en gesien dat ek 3 nodig het om van 2 na 5 te gaan. Ek het verder gekyk en gesien dat ek ook 3 nodig het om van 5 na 8 te gaan. Ek het dit getoets en dit het vir al die daaropvolgende getalle gewerk.
Dit het vir my 'n ***reël gegee wat ek kon gebruik om die ry te verleng: tel 3 by elke getal om die volgende getal in die patroon te kry.***

Tamara sê jy kan ook die patroon bepaal deur agteruit te werk en elke keer 3 af te trek:

14 – 3 = 11; 11 – 3 = 8; 8 – 3 = 5; 5 – 3 = 2

Die getal wat ons bytel om die volgende term in die ry te kry word 'n **verskil** genoem. As die getal wat ons bytel dwarsdeur die ry dieselfde bly, sê ons dit is 'n **konstante verskil**.

2. Skryf 'n reël om die verband tussen die getalle in die ry te beskryf. Gebruik die reël om die ontbrekende getalle in die ry te bereken.

(a) 1; 8; 15; .....; .....; .....; .....; .....; ...

....

(b) 10 020; ....; ....; ....; 9 980; 9 970; ....; ....; 9 940; 9 930; ...

....

(c) 1,5; 3,0; 4,5; .....; .....; .....; .....; .....; ...

....

(d) 2,2; 4,0; 5,8; ......; ......; ......; ......; ......; ...

....

(e) $45\frac{3}{4}$; $46\frac{1}{2}$; $47\frac{1}{4}$; 48; ......; ......; ......; ......; ......; ...

....

(f) ....; 100,49; 100,38; 100,27; ....; ....; 99,94; 99,83; 99,72; ...

....

3. Voltooi die tabel.

Invoergetal	1	2	3	4	5		12		n
Invoergetal + 7	8			11		15		30	

VERMENIGVULDIG OF DEEL MET DIESELFDE GETAL

Kyk weer 'n keer na ry F: 2; 6; 18; 54; 162; 486; ...

Piet verduidelik hoe hy uitgewerk het om die ry voort te sit:

Ek het na die eerste twee terme in die ry gekyk en 2 × ? = 6 geskryf. Toe ek die eerste getal met 3 vermenigvuldig het, het ek die tweede getal gekry: 2 × 3 = 6. Ek het toe gekyk of ek die volgende getal kan kry as ek 6 met 3 vermenigvuldig: 6 × 3 = 18. Ek het op daardie manier aangehou toets: 18 × 3 = 54; 54 × 3 = 162 en so aan. Dit het vir my ***'n reël gegee wat ek kan gebruik om die ry uit te brei*** *en my reël was:* ***vermenigvuldig elke getal met 3 om die volgende getal in die ry te bereken.***

Die getal waarmee ons vermenigvuldig om die volgende term in die ry te kry word 'n **verhouding** genoem. As die getal waarmee ons vermenigvuldig dwarsdeur die ry dieselfde bly, sê ons dit is 'n **konstante verhouding**.

Zinhle sê jy kan ook die patroon kry deur van agter af vorentoe te werk en elke keer deur 3 te deel:

*54 ÷ **3** = 18; 18 ÷ **3** = 6; 6 ÷ **3** = 2*

1. Kontroleer of Piet se redenasie werk vir ry H: 2; 4; 8; 16; 32; 64; ...

   ....

2. Beskryf, in woorde, die reël om die volgende getal in die ry te bepaal. Skryf ook die volgende vyf terme van die ry neer as die patroon voortgesit word.

   (a) 1; 10; 100; 1 000; ....

   ....

   (b) 16; 8; 4; 2; ....

   ....

   (c) 7; –21; 63; –189; ....

   ....

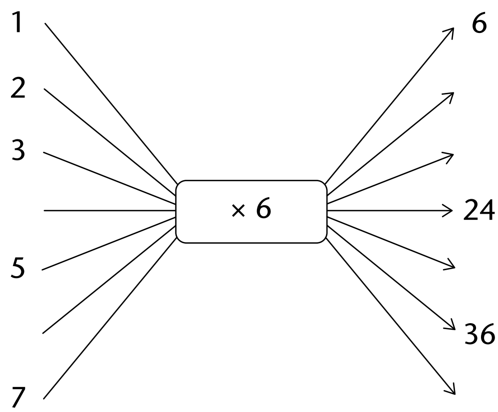
   (d) 3; 12, 48; ....

   ....

   (e) 2 187; –729; 243; –81; ....

   ....

3. (a) Vul die ontbrekende uitvoer- en invoergetalle in:



Wat is die term-tot-term-reël vir die uitvoergetalle hier, + 6 of × 6?

(b) Voltooi die tabel.

Invoergetalle	1	2	3	4	5		12	
Uitvoergetalle	6			24		36		$6x$

NIE BYTEL VAN OF VERMENIGVULDIGING MET DIESELFDE GETAL NIE

1. Kyk weer na rye A tot H en beantwoord die vrae wat volg:

Ry A: 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23; ...
Ry B: 4; 5; 8; 13; 20; 29; 40; ...
Ry C: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; ...
Ry D: 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; ...
Ry E: 4; 5; 7; 10; 14; 19; 25; 32; 40; ...
Ry F: 2; 6; 18; 54; 162; 486; ...
Ry G: 1; 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33; ...
Ry H: 2; 4; 8; 16; 32; 64; ....

(a) Watter ander ry(e) is soos ry B? Verduidelik.

....

(b) Hoe verskil rye B en E van die ander rye?

....

....

Daar is rye waar daar nie 'n konstante verskil of 'n konstante verhouding tussen opeenvolgende terme is nie maar daar bestaan wel 'n patroon, soos in die geval van rye B en E.

2. Kyk na hierdie ry: 10; 17; 26; 37; 50; ...
   (a) Skryf die volgende vyf getalle in die ry neer. ....
   (b) Eric het gesien dat hy die volgende term in die ry soos volg kan bereken: 10 + **7** = 17; 17 + **9** = 26; 26 + **11** = 37. Gebruik Eric se metode om te kontroleer of jou getalle in vraag (a) hier bo reg is.

....

....

3. Watter van die stellings hier onder kan Eric gebruik om die verband tussen die getalle in die ry in vraag 2 te beskryf? Toets die reël vir die eerste drie terme van die ry en skryf dan bloot "ja" of "nee" langs elke stelling neer.
   (a) Vermeerder elke keer die verskil tussen opeenvolgende terme met 2. ....

....

....

....

   (b) Vermeerder elke keer die verskil tussen opeenvolgende terme met 1. ....

....

....

....

   (c) Tel twee meer by as wat jy bygetel het om die vorige term te kry. ....

....

....

....

4. Verskaf 'n reël om die verband tussen die getalle in die ry te beskryf. Gebruik dan jou reël om die volgende vyf getalle in die ry te bereken.
   (a) 1; 4; 9; 16; 25; ....

....

   (b) 2; 13; 26; 41; 58; ....

....

   (c) 4; 14; 29; 49; 74; ....

....

   (d) 5; 6; 8; 11; 15; 20; ....

....

4.2 Die posisie–term-verband in ’n ry

GEBRUIK POSISIE OM VOORSPELLINGS TE MAAK

1. Kyk weer na rye A tot H. Watter ry(e) is van dieselfde soort as ry A? Verduidelik.

   Ry A: 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23;...

   Ry B: 4; 5; 8; 13; 20; 29; 40; ...

   Ry C: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; ...

   Ry D: 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; ...

   Ry E: 4; 5; 7; 10; 14; 19; 25; 32; 40; ...

   Ry F: 2; 6; 18; 54; 162; 486; ...

   Ry G: 1; 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33; ...

   Ry H: 2; 4; 8; 16; 32; 64; ...

   ....

Sizwe het nagedink oor Amanda en Tamara se verduidelikings van hoe hulle die reël vir ry A uitgewerk het en hy het ’n tabel opgestel. Hy stem saam met hulle maar hy sê daar is nog ’n reël wat ook sal werk. Hy verduidelik:

My tabel wys die terme in die ry en die verskil tussen opeenvolgende terme:

	1ste term	2de term	3de term	4de term						
Ry A:	5	8	11	14						
verskille		+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3

Sizwe sê die volgende reël sal ook werk:

Vermenigvuldig die posisie van die getal met 3 en tel 2 by die antwoord.

Ek kan hierdie reël as ’n getallesin skryf: **Posisie van die getal × 3 + 2**

Ek gebruik my getallesin om te toets: $\mathbf{1} \times 3 + 2 = 5$; $\mathbf{2} \times 3 + 2 = 8$; $\mathbf{3} \times 3 + 2 = 11$

2. (a) Waarvoor staan die getalle in vet druk in Sizwe se getallesin?

   ....

   (b) Waarvoor staan die getal 3 in Sizwe se getallesin?

   ....

3. Kyk na hierdie ry: 5; 8; 11; 14; ...
   Pas Sizwe se reël op die ry toe en bepaal:
   (a) term 7 van die ry
   (b) term 10 van die ry

   ....

   (c) die 100ste term van die ry

   ....

4. Kyk na hierdie ry: 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; ...
   (a) Gebruik Sizwe se verduideliking om 'n reël vir die ry te bepaal.

   ....

   (b) Bepaal die 28ste term van die ry.

   ....

MEER VOORSPELLINGS

Voltooi die tabelle hier onder deur die ontbrekende terme te bereken.

1.

Posisie in ry	1	2	3	4	10	54
Term	4	7	10	13		

....

....

....

....

2.

Posisie in ry	1	2	3	4	8	16
Term	4	9	14	19		

....

....

....

....

3.

Posisie in ry	1	2	3	4	7	30
Term	3	15	27			

....

....

....

....

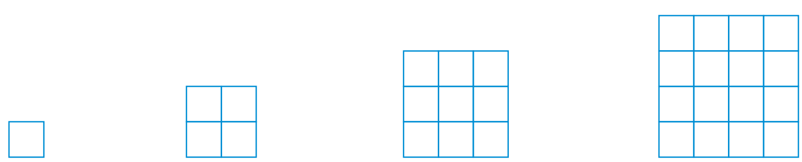
4. Gebruik die reël **Posisie in die ry × (posisie in die ry + 1)** om hierdie tabel te voltooi.

Posisie in ry	1	2	3	4	5	6
Term	2					

4.3 Ondersoek en brei meetkundige patrone uit

VIERKANTSGETALLE

'n Fabriek maak vensterrame. Tipe 1 het een vensterruit, tipe 2 het vier vensterruite, tipe 3 het nege vensterruite, en so aan.



Tipe 1 *Tipe 2* *Tipe 3* *Tipe 4*

1. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 5-raam? ....
2. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 6-raam? ....
3. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 7-raam? ....
4. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 12-raam? Verduidelik.

....

....

5. Voltooi die tabel. Wys jou berekeninge.

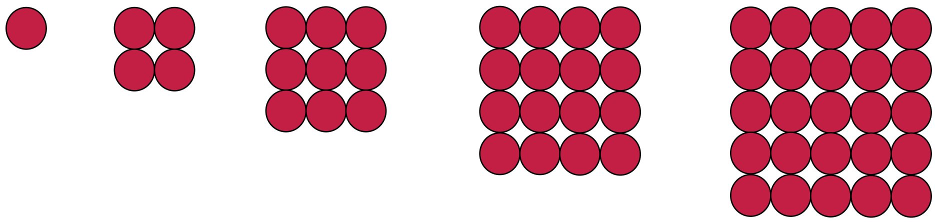
Tipe raam	1	2	3	4	15	20
Getal vensterruite	1	4	9	16		

....

In algebra dink ons aan ’n kwadraat as ’n getal wat verkry word deur ’n getal met homself te vermenigvuldig. Dus is 1 ook ’n kwadraat want $1 \times 1 = 1$.

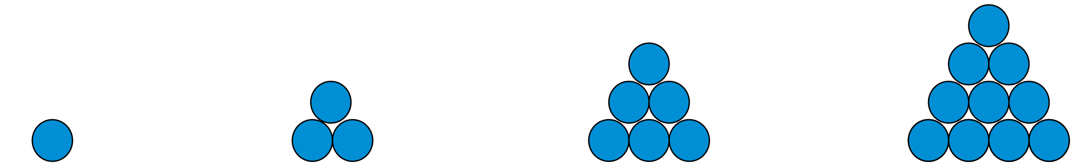
Die simbool n word hier onder gebruik om die posisienommer in die uitdrukking voor te stel wat die reël (n^2) gee wanneer ons veralgemeen.

1^2 2^2 3^2 4^2 5^2 ... n^2



DRIEHOEKGETALLE

Therese gebruik sirkels om ’n patroon van driehoekige figure te vorm:



Figuur 1 *Figuur 2* *Figuur 3* *Figuur 4*

1. As die patroon voortgesit word, hoeveel sirkels moet Therese
   (a) in die onderste ry van figuur 5 hê? ....
   (b) in die tweede ry van onder in figuur 5 hê? ....
   (c) in die derde ry van onder in figuur 5 hê? ....
   (d) in die tweede ry van die bo in figuur 5 hê? ....
   (e) in die boonste ry van figuur 5 hê? ....
   (f) altesaam in figuur 5 hê? Wys jou berekening.

....

....

2. Hoeveel sirkels het Therese nodig om figuur 7 te maak? Wys die berekening.

....

3. Hoeveel sirkels het Therese nodig om figuur 8 te maak?

....

4. Voltooi die tabel. Wys al jou berekeninge.

Figuur-nommer	1	2	3	4	5	6	12	15
Getal sirkels	1	3	6	10				

....

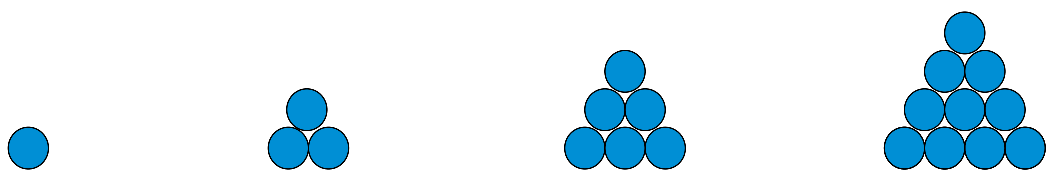
....

....

....

Griekse wiskundiges het meer as 2 500 jaar gelede al geweet dat die getalle 3, 6, 10, 15 en so aan 'n driehoekige patroon kan vorm. Hulle het die getalle met kolletjies voorgestel wat hulle in die vorm van gelyksydige driehoeke gerangskik het, vandaar die naam **driehoekgetalle**. Algebraïes dink ons aan hierdie getalle as die somme van opeenvolgende natuurlike getalle, beginnende met getal 1.

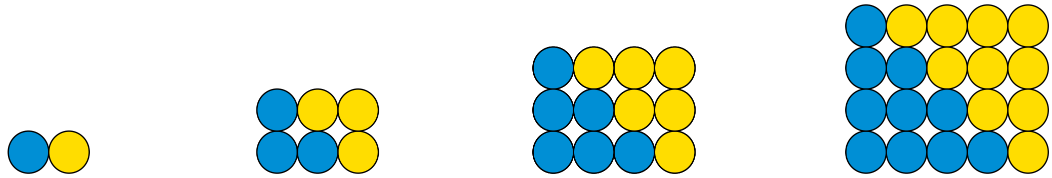
Kom ons kyk weer na die aktiwiteit oor driehoekgetalle wat ons op die vorige bladsy gedoen het.



Figuur 1 *Figuur 2* *Figuur 3* *Figuur 4*

Tot nou het ons die getal sirkels in die patroon bepaal deur opeenvolgende natuurlike getalle by te tel. As ons byvoorbeeld gevra sou word om die getal sirkels in prent 200 te bepaal, sal dit ons egter baie lank neem om dit te doen. Ons moet 'n vinniger metode kry om enige driehoekgetal in die ry te bepaal.

Kyk na die rangskikking hier onder.



Figuur 1 *Figuur 2* *Figuur 3* *Figuur 4*

Geel sirkels is by die oorspronklike blou sirkels gevoeg en die sirkels is so herrangskik dat hulle in 'n reghoekige vorm is.

5. Figuur 2 is 3 sirkels lank en 2 sirkels breed. Voltooi die volgende sinne:
   (a) Figuur 3 is ...... sirkels lank en ...... sirkels breed.
   (b) Figuur 1 is ...... sirkels lank en ...... sirkel breed.
   (c) Figuur 4 is ...... sirkels lank en ...... sirkels breed.
   (d) Figuur 5 is ...... sirkels lank en ...... sirkels breed.

6. Hoeveel sirkels sal daar in 'n figuur wees wat:
   (a) 10 sirkels lank en 9 sirkels breed is? ....
   (b) 7 sirkels lank en 6 sirkels breed is? ....
   (c) 6 sirkels lank en 5 sirkels breed is? ....
   (d) 20 sirkels lank en 19 sirkels breed is? ....

Gestel ons wil 'n vinniger metode hê om die getal sirkels in prent 15 te bepaal. Ons weet prent 15 is 16 sirkels lank en 15 sirkels breed. Dit gee 'n totaal van $15 \times 16 = 240$ sirkels. Maar ons moet kompenseer vir die feit dat die geel sirkels oorspronklik nie daar was nie deur die totale getal sirkels te halveer. Met ander woorde, die oorspronklike figuur het $240 \div 2 = 120$ sirkels.

7. Gebruik die redenasie hier bo om die getal sirkels te bereken in:
   (a) figuur 20

   ....

   ....
   (b) figuur 35

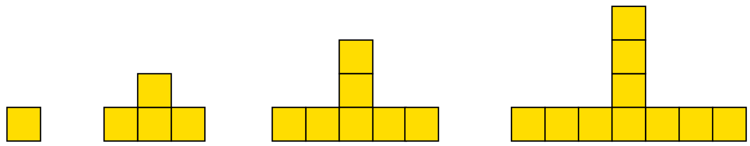
   ....

   ....

4.4 Beskryf patrone op verskillende maniere

T-VORMIGE GETALLE ...

Die patroon hier onder is uit vierkante gemaak.



1 2 3 4

1. (a) Hoeveel vierkante sal daar in figuur 5 wees? ....
   (b) Hoeveel vierkante sal daar in figuur 15 wees? ....
   (c) Voltooi die tabel.

Figuurnommer	1	2	3	4	5	6	20
Getal vierkante	1	4	7	10			

Hier onder is drie verskillende metodes of planne om die getal vierkante vir figuur 20 te bereken. Bestudeer elkeen sorgvuldig.

Plan A:

Om van 1 vierkant by 4 vierkante uit te kom, moet jy 3 vierkante bytel. Om van 4 vierkante by 7 vierkante uit te kom, moet jy 3 vierkante bytel. Om van 7 vierkante by 10 vierkante uit te kom, moet jy 3 vierkante bytel. Hou dus aan om 3 vierkante by te tel vir elke figuur tot by figuur 20.

Plan B:

Vermenigvuldig die figuurnommer met 3 en trek 2 af. Figuur 20 sal dus $20 \times 3 - 2$ vierkante hê.

Plan C:

Die getal vierkante in figuur 5 is 13. Figuur 20 sal dus $13 \times 4 = 52$ vierkante hê want $20 = 5 \times 4$.

2. (a) Watter metode of plan (A, B of C) sal die regte antwoord gee? Verduidelik waarom.

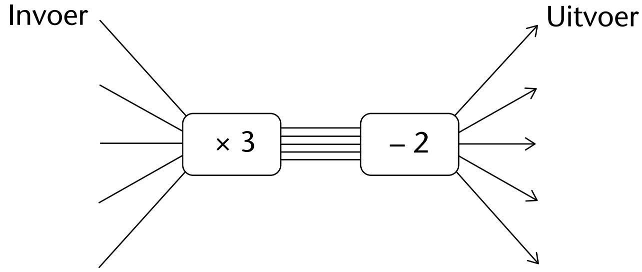
   ....

   (b) Watter van die planne hier bo het jy gebruik? Verduidelik waarom.

   ....

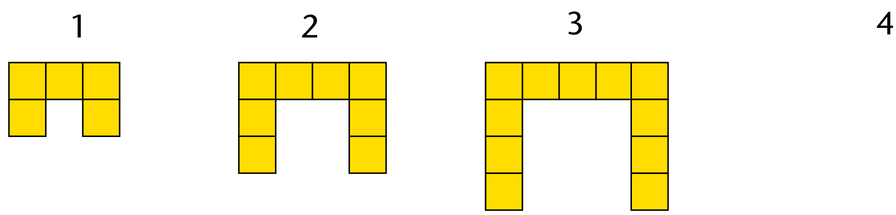
   ....

(c) Kan hierdie vloeidiagram gebruik word om die getal vierkante te bereken? ......



... EN 'N PAAR ANDER PATRONE

1. Die figure hier onder is van teëls gemaak. Teken die volgende figuur in die patroon.



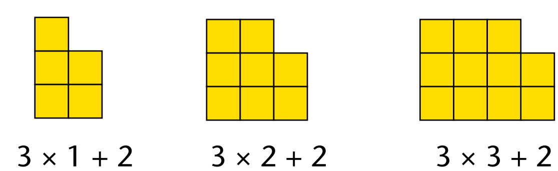
2. (a) As die patroon voortgesit word, hoeveel teëls sal daar in die 17de figuur wees? Beantwoord hierdie vraag deur te ontleed wat gebeur.

....

....

....

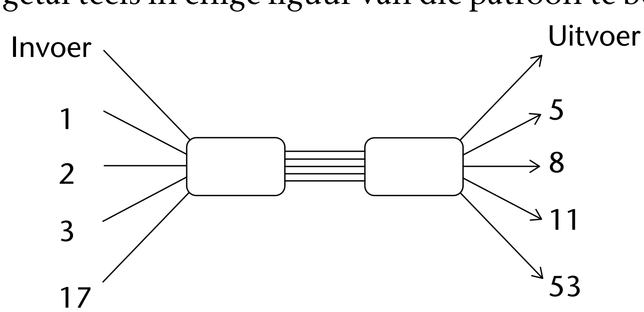
(b) Thato besluit dit is vir hom makliker om die patroon te sien as die teëls herrangskik word soos hier regs:



Gebruik Thato se metode om die getal teëls in die 23ste figuur te bepaal.

....

(c) Voltooi die vloeidiagram deur gepaste operators in te vul sodat dit gebruik kan word om die getal teëls in enige figuur van die patroon te bereken.



(d) Hoeveel teëls sal daar in die 50ste figuur wees as die patroon voortgesit word?

....

WERKBLAD

1. Skryf die volgende vier terme in elke ry neer. Verduidelik ook elke keer hoe jy uitgewerk het wat die terme is.

   (a) 2; 4; 8; 14; 22; 32; 44; ....

   ....

   (b) 2; 6; 18; 54; 162; ....

   ....

   (c) 1; 7; 13; 19; 25; ....

   ....

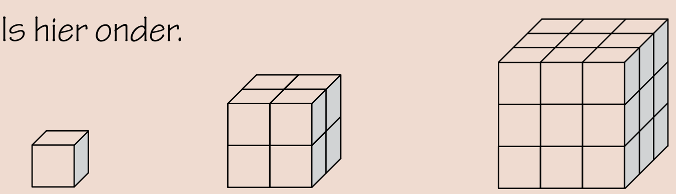
2. (a) Voltooi die tabel deur die ontbrekende terme te bereken.

Posisie in ry	1	2	3	4	5	7	10
Term	3	10	17				

   (b) Skryf die reël om die term vir enige posisienommer te bereken in woorde.

   ....

3. Kyk na die stapels hier onder.



   (a) Hoeveel kubusse sal daar in stapel 5 wees? ....

   (b) Voltooi die tabel.

Stapelnommer	1	2	3	4	5	6	10
Getal kubusse	1	8	27				

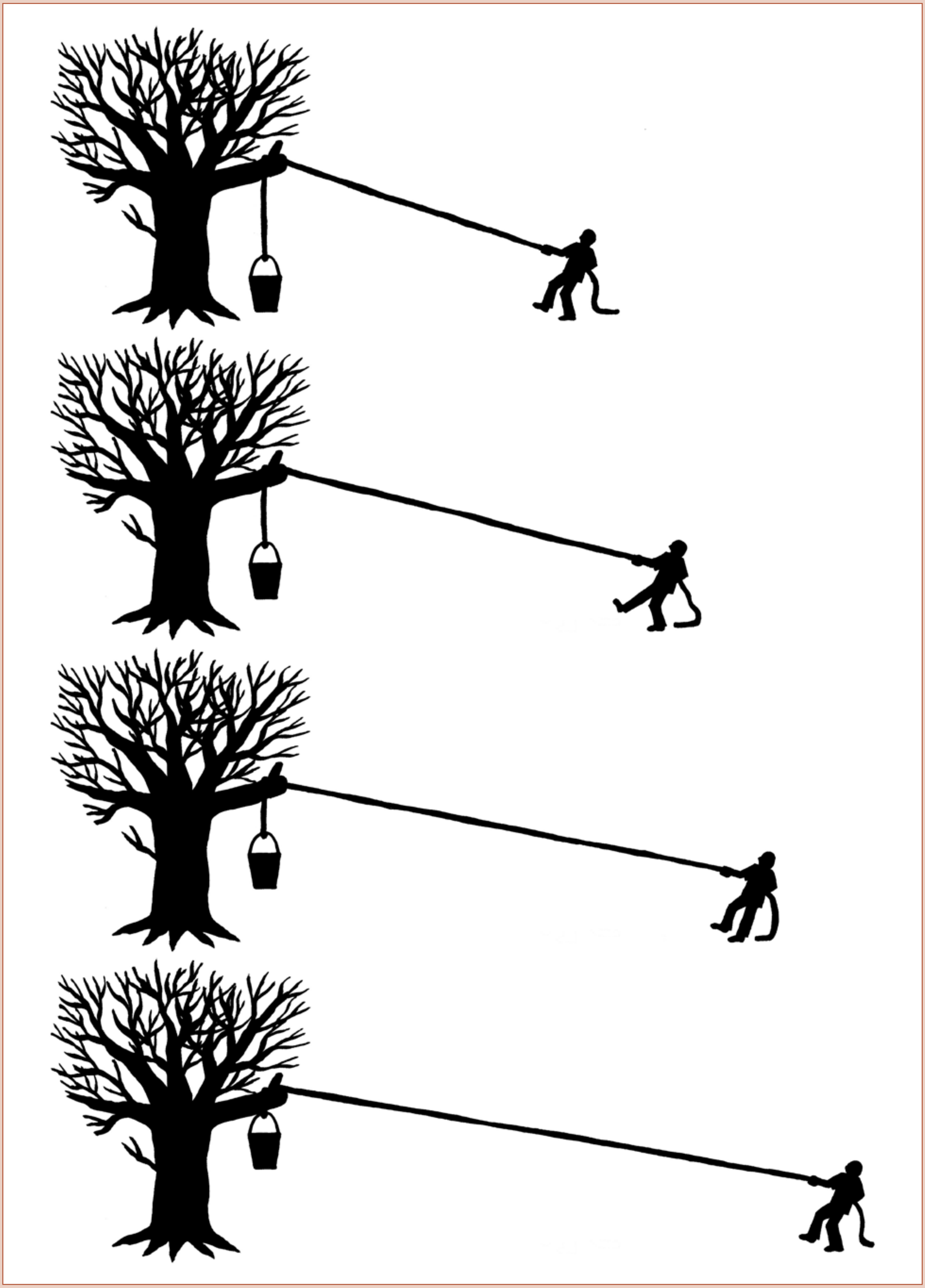
   (c) Skryf die reël neer om die getal kubusse vir enige stapelnommer te bereken.

   ....

Hoofstuk 5
Funksies en verbande

In hierdie hoofstuk gaan jy leer van hoeveelhede wat verander, byvoorbeeld die hoogte van 'n boom. Soos wat die boom groei, verander sy hoogte. 'n Hoeveelheid wat verander word 'n veranderlike hoeveelheid genoem, of bloot 'n **veranderlike**. Dit is dikwels so dat wanneer een hoeveelheid verander, daar ook 'n ander hoeveelheid is wat verander. Byvoorbeeld, soos wat die getal oproepe wat op 'n foon gemaak word meer raak, raak die getal rande wat dit kos ook meer. Ons sê daar is 'n **verband** of **verwantskap** tussen hoeveel geld jy moet betaal en hoeveel oproepe jy maak.

Jy gaan leer hoe om die verband tussen twee hoeveelhede op verskillende maniere te beskryf.



5 Funksies en verbande

5.1 Konstante en veranderlike hoeveelhede

KYK UIT VIR 'N VERBAND TUSSEN HOEVEELHEDE

Kyk na die volgende sewe situasies. Daar is twee hoeveelhede in elke situasie. Sê of elke hoeveelheid **konstant** (altyd dieselfde getal) is en of dit verander. Sê ook elke keer of die een hoeveelheid die ander een sal beïnvloed en, indien wel, verduidelik hoe.

1. Jou ouderdom en die getal vingers aan jou hande

   ....

   ....

2. Die getal oproepe wat jy maak en die lugtyd wat op jou selfoon oor is

   ....

   ....

3. Die lengte van jou arm en jou vermoë om wiskundetoetse vinnig klaar te maak

   ....

   ....

4. Die getal identiese huise wat gebou moet word en die getal bakstene wat benodig word

   ....

   ....

5. Die getal leerders by 'n skool en die duur van die skooldag

   ....

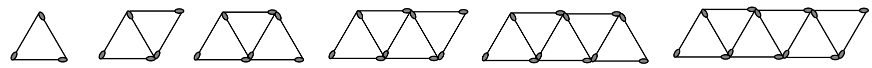
   ....

6. Die getal leerders by 'n skool en die getal klaskamers wat benodig word

   ....

   ....

7. Die getal vuurhoutjies in elke rangskikking hier onder en die getal driehoeke in die rangskikking



Indien een **veranderlike** deur ’n ander veranderlike beïnvloed word, sê ons daar is ’n **verwantskap** of **verband** tussen die twee veranderlikes. Dit is soms moontlik om te bepaal watter waarde van een hoeveelheid, met ander woorde watter getal, aan ’n spesifieke waarde van die ander hoeveelheid gekoppel is.

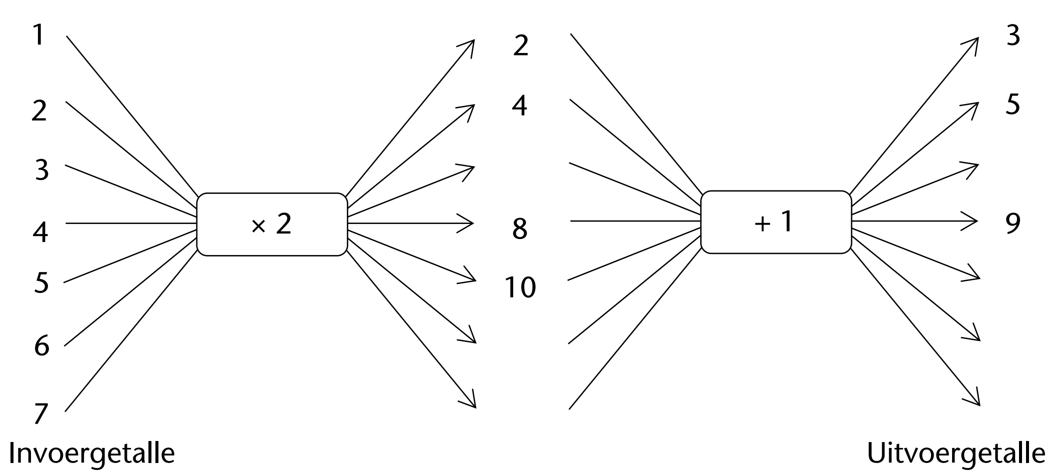
’n Hoeveelheid wat verander word ’n **veranderlike hoeveelheid** of bloot ’n **veranderlike** genoem.

8. (a) Kyk na die vuurhoutjierangskikkings in vraag 7. As jy weet dat ’n rangskikking 3 driehoeke omvat, kan jy met sekerheid sê hoeveel vuurhoutjies dit bevat?

(b) Hoeveel vuurhoutjies is daar in ’n rangskikking met 10 driehoeke?

(c) Is daar ’n ander moontlike antwoord op vraag (b)?

9. Voltooi die onderstaande vloeidiagram deur al die ontbrekende getalle in te vul. Sien jy ’n verband tussen die situasie in vraag 7 en hierdie vloeidiagram? Indien wel, beskryf dit.

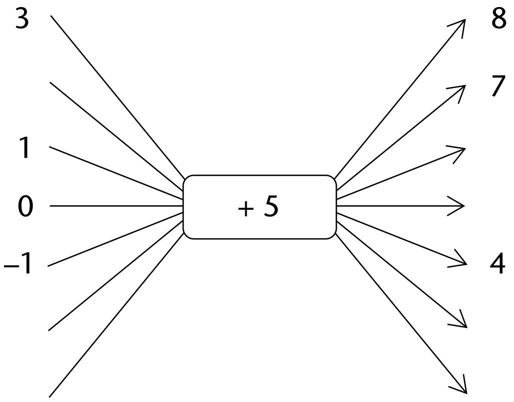


VOLTOOI ’N PAAR VLOEIDIAGRAMME

’n Verband tussen twee hoeveelhede kan met ’n vloeidiagram aangedui word, soos dié hier onder. Ongelukkig kan net sommige van die getalle op ’n vloeidiagram aangedui word.

1. Bereken die ontbrekende invoer- en uitvoergetalle. Kies jou eie stelle verwante getalle waar die invoer- sowel as die uitvoergetal ontbreek.

(a)



Elke **invoergetal** in ’n vloeidiagram het ’n ooreenstemmende **uitvoergetal**. Die eerste (boonste) invoergetal stem ooreen met die eerste uitvoergetal en so aan. +5 word die **operator** genoem.

(b) Watter soort getalle is die gegewe invoergetalle?

....

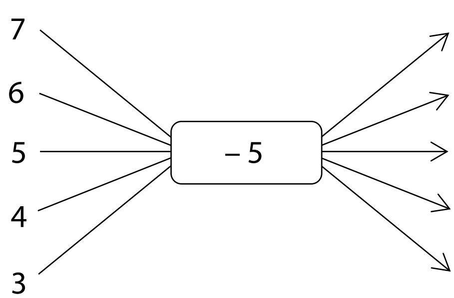
(c) In die vloeidiagram hier bo stem die uitvoergetal 8 ooreen met die invoergetal 3. Voltooi die volgende sinne:

In die verwantskap wat die vloeidiagram hier bo toon, stem die uitvoergetal ..... ooreen met die invoergetal –1.

Die invoergetal ..... stem ooreen met die uitvoergetal 7.

Indien dit as invoergetal gewys was, sou mens kon sien dat ..... met die uitvoergetal 31 ooreenstem.

2. (a) Voltooi hierdie vloeidiagram.

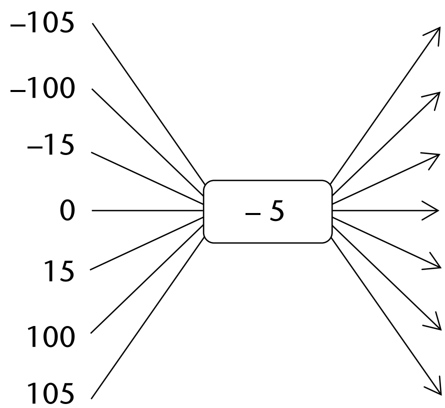


(b) Vergelyk hierdie vloeidiagram met die vloeidiagram in vraag 1. Watter verband is daar tussen die twee?

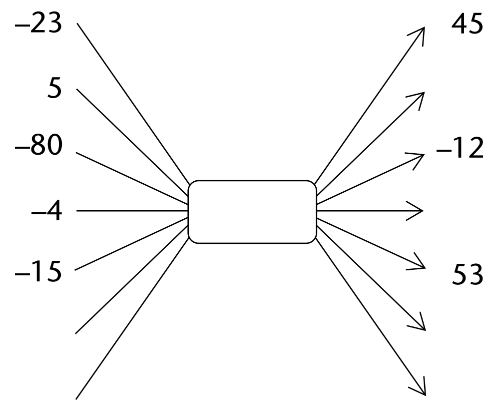
....

3. Voltooi die vloeidiagramme. Jy moet die **operator** by (b) self bepaal en dit invul.

(a)



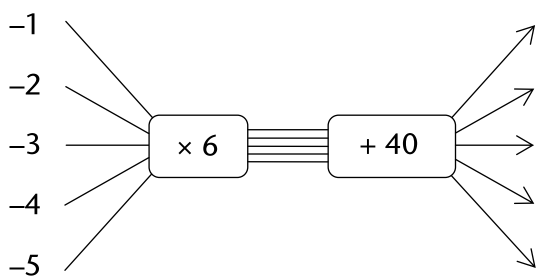
(b)



(c) Watter getal kan jy in (a) bytel, in plaas daarvan om 5 af te trek om dieselfde uitvoergetalle te lewer? ....

(d) Watter getal kan jy in (b) aftrek, in plaas daarvan om ’n getal by te tel om dieselfde uitvoergetalle te lewer? ....

4. Voltooi die vloeidiagram:



’n Voltooide vloeidiagram bevat twee tipes inligting:

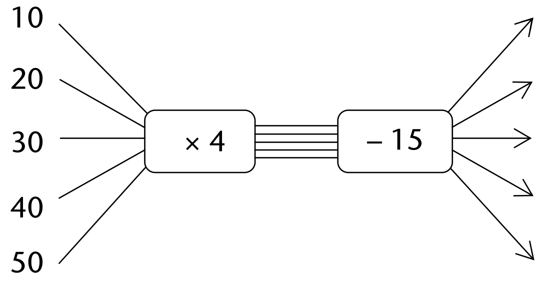
- Dit wys watter bewerkings gedoen word om die uitvoergetalle te lewer.
- Dit wys watter uitvoergetal aan watter invoergetal gekoppel is.

Die vloeidiagram wat jy in vraag 4 voltooi het bevat die volgende inligting:

- Elke invoergetal word vermenigvuldig met 6, dan word 40 bygetel om die ooreenstemmende uitvoergetal te gee.
- Die invoer- en uitvoergetalle is soos volg aan mekaar gekoppel:

Invoergetalle	–1	–2	–3	–4	–5
Uitvoergetalle	34	28	22	16	10

5. (a) Sê in woorde hoe die uitvoergetalle hier onder bereken word.



....

....

....

....

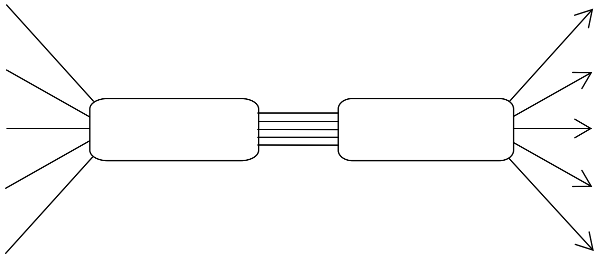
....

(b) Gebruik die tabel hier onder om te wys watter uitvoergetalle aan watter invoergetalle gekoppel word in bostaande vloeidiagram.

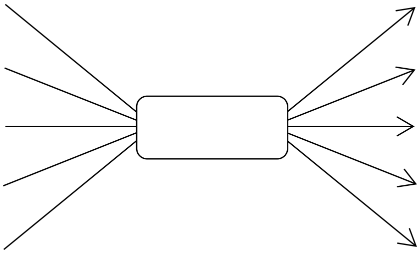
6. Die volgende tabel bevat die inligting wat beskikbaar is oor die vloerruimte en koste van huise in 'n nuwe ontwikkeling. Die koste van 'n leë erf is R180 000.

Vloerruimte in vierkante meter	90	120	150	180	210
Koste van huis en erf	540 000	660 000	780 000	900 000	1 020 000

(a) Gebruik die onderstaande vloeidiagram om die inligting weer te gee.



(b) Wys wat die huise alleen sou kos indien die erf gratis was.



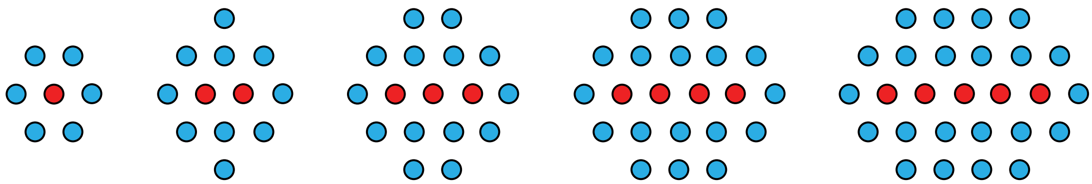
(c) Probeer uitwerk wat die koste van 'n huis (met erf) sal wees indien dit presies 100 m² vloerruimte het.

....

5.2 Verskillende maniere om verbande te beskryf

'N VERBAND TUSSEN ROOI EN BLOU KOLLETJIES

Hier is 'n voorbeeld van 'n verband tussen twee hoeveelhede:



In elke rangskikking is daar rooi sowel as blou kolletjies.

1. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar een rooi kolletjie is? ....
2. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar twee rooi kolletjies is? ....
3. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar drie rooi kolletjies is? ....
4. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar vier rooi kolletjies is? ....
5. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar vyf rooi kolletjies is? ....
6. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar ses rooi kolletjies is? ....
7. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar sewe rooi kolletjies is? ....
8. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar tien rooi kolletjies is? ....
9. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar twintig rooi kolletjies is? ....
10. Hoeveel blou kolletjies is daar as daar honderd rooi kolletjies is? ....

11. Watter van die beskrywings op die volgende bladsy dui die verband tussen die getal blou kolletjies en rooi kolletjies korrek aan? Toets elke beskrywing deeglik vir al die gevalle hier bo. Maak 'n lysie van die korrekte beskrywing(s) op die stippellyn hier onder deur slegs die letter(s) neer te skryf, bv. (d).

    ....

Dink 'n bietjie
Indien daar 3 rooi kolletjies is, is daar ander moontlikhede vir die getal blou kolletjies as jou antwoord?
Indien daar 2 rooi kolletjies is, is daar ander moontlikhede vir die getal blou kolletjies as jou antwoord?
Indien daar 20 rooi kolletjies is, is daar ander moontlikhede vir die getal blou kolletjies as jou antwoord?

(a) getal rooi kolletjies → $\boxed{\times 4}$ → $\boxed{+ 2}$ → getal blou kolletjies

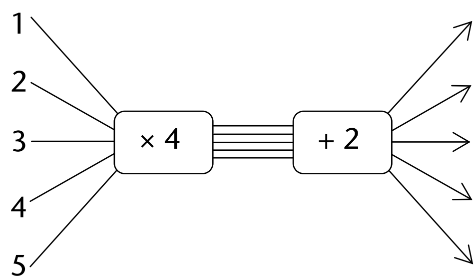
(b) om die getal blou kolletjies te kry vermenigvuldig jy die getal rooi kolletjies met 2, tel 1 by en vermenigvuldig die antwoord met 2

(c) getal blou kolletjies = 2 × getal rooi kolletjies + 4

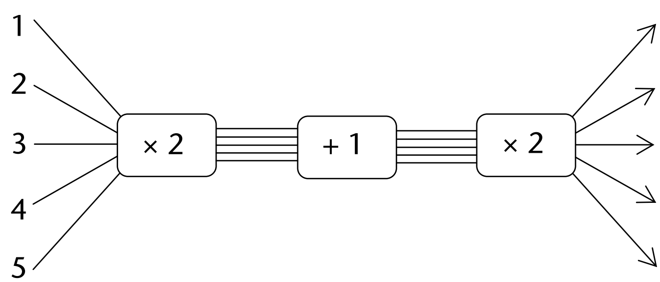
(d)

Getal rooi kolletjies	1	2	3	4	5	6
Getal blou kolletjies	6	10	14	18	22	26

(e)



(f)



(g) getal blou kolletjies = 4 × getal rooi kolletjies + 2

(h) getal blou kolletjies = 2 × (2 × getal rooi kolletjies + 1)
(Onthou, bewerkings binne hakies word eerste gedoen.)

Die beskrywings in (c), (g) en (h) hier bo word **woordformules** genoem.

OMSKAKELING TUSSEN VERSKILLENDE MANIERE VAN BESKRYWING

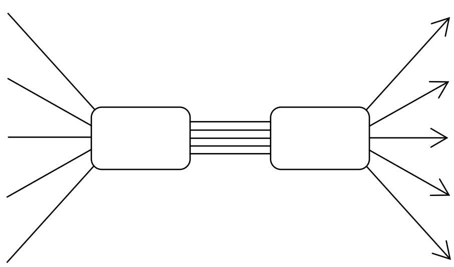
'n Verband tussen twee hoeveelhede kan op verskillende maniere beskryf word, insluitend:

- 'n tabel met ooreenstemmende waardes van die twee hoeveelhede
- 'n vloeidiagram
- 'n woordformule
- 'n simboolformule

Simboolformules word in afdeling 5.3 bespreek.

1. Die verband tussen twee hoeveelhede word as volg beskryf:
   Die tweede hoeveelheid is altyd 3 maal die eerste hoeveelheid plus 8.
   Die eerste hoeveelheid varieer van 1 tot 5 en is altyd 'n telgetal.

   (a) Gebruik 'n vloeidiagram om die verband hier bo te beskryf.



   (b) Gebruik hierdie tabel om die verband te beskryf.

   (c) Gebruik 'n woordformule om die verband te beskryf.

....

2. Die verband tussen twee hoeveelhede word as volg beskryf:
   Die invoergetalle is die eerste vyf onewe getalle.

   waarde van die eerste hoeveelheid → $+5$ → $\times 3$ → *die ooreenstemmende waarde van die ander hoeveelheid*

   (a) Gebruik 'n tabel om die verband te beskryf.

   (b) Gebruik 'n woordformule om die verband te beskryf.

....

5.3 Algebraïese simbole vir veranderlikes en verbande

VERSKILLENDE MANIERE OM PROSEDURES TE BESKRYF

1. Doen elke keer die volgende:
   - Voltooi die tabel.
   - Beskryf die verband met 'n woordformule.
   - Beskryf die invoergetalle in woorde.
   - Beskryf die uitvoergetalle in woorde.

(a) invoergetal → $\boxed{\times 10}$ → $\boxed{+ 15}$ → uitvoergetal

Invoergetal	5	10	15	20	25	30
Uitvoergetal						

uitvoergetal = ...

....

....

(b) invoergetal → $\boxed{+ 15}$ → $\boxed{\times 10}$ → uitvoergetal

Invoergetal	5	10	15	20	25	30
Uitvoergetal						

....

....

....

(c) invoergetal → $\boxed{\times 2}$ → $\boxed{+ 3}$ → $\boxed{\times 5}$ → uitvoergetal

Invoergetal	5	10	15	20	25	30
Uitvoergetal						

....

....

....

Formules met simbole

In plaas daarvan om die woorde "invoergetal" en "uitvoergetal" in die formules te gebruik, kan 'n enkele letter (simbool) as 'n afkorting gebruik word.

Wiskundiges het lank terug die konvensie gevestig om meestal die letter x te gebruik om die invoergetal te verteenwoordig en die letter y om die uitvoergetal te verteenwoordig.

Die veranderlikes kan ook deur ander letters as x en y aangedui word.

Die woordformule wat jy in vraag 1(a) geskryf het, kan kortweg geskryf word as

$$y = 10 \times x + 15$$

Wiskundiges het ook lank terug ooreengekom dat jy die ×-teken voor die veranderlike kan weglaat wanneer jy **simboolformules** skryf.

Dus, in plaas van $y = 10 \times x + 15$, skryf jy bloot $y = 10x + 15$.

Dit is geensins verkeerd as 'n mens die vermenigvuldigingsteken in simboolformules sou inlos nie.

2. Herskryf jou woordformules van vrae 1(b) en 1(c) as simboolformules.

   ....

3. Skryf 'n woordformule vir elk van die volgende verbande:

   (a) $y = 7x + 10$ ....

   (b) $y = 7(x + 10)$ ....

   (c) $y = 7(2x + 10)$ ....

SKRYF SIMBOOLFORMULES

Gebruik 'n simboolformule om elk van die volgende verbande te beskryf:

1. Om die uitvoergetal te bereken word die invoergetal met 4 vermenigvuldig, dan word 7 afgetrek.

   ....

2. Om die uitvoergetal te bereken word 7 van die invoergetal afgetrek en dan word die resultaat met 5 vermenigvuldig.

   ....

3. Om die uitvoergetal te bereken word 7 van die invoergetal afgetrek, dan word die resultaat met 5 vermenigvuldig en daarna word 3 bygetel.

   ....

Hoofstuk 6
Algebraïese uitdrukkings 1

’n Algebraïese uitdrukking is ’n beskrywing van sekere berekeninge wat in ’n bepaalde volgorde gedoen moet word. In hierdie hoofstuk word jy bekendgestel aan die taal van algebra. Jy leer ook van uitdrukkings wat verskillend lyk maar tog dieselfde resultate lewer wanneer hulle geëvalueer word. Wanneer ons ’n uitdrukking evalueer, kies ons ’n waarde vir die veranderlike in die uitdrukking, of dit word vir ons gegee. Omdat ons nou ’n werklike waarde het, kan ons die bewerkings (+, −, ×, ÷) in die uitdrukking uitvoer deur hierdie waarde te gebruik.

x y z

yxz

z y x

y x z

6 Algebraïese uitdrukkings 1

6.1 Algebraïese taal

WOORDE, DIAGRAMME EN SIMBOLE

1. Voltooi die tabel.

	Woorde	Vloeidiagram	Uitdrukking
	Vermenigvuldig 'n getal met twee en tel dan ses by die antwoord.	$\rightarrow \boxed{\times 2} \rightarrow \boxed{+ 6} \rightarrow$	$2 \times x + 6$
(a)	Tel drie by 'n getal en vermenigvuldig dan die antwoord met twee.		
(b)		$\rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow \boxed{- 1} \rightarrow$	
(c)			$7 + 4 \times x$
(d)			$10 - 5 \times x$

'n **Algebraïese uitdrukking** dui **'n reeks opeenvolgende berekeninge** aan wat ook in woorde of met 'n vloeidiagram beskryf kan word.

Die vloeidiagram wys die **volgorde** waarin die berekeninge gedoen moet word.

In algebraïese taal word die **vermenigvuldigingsteken gewoonlik weggelaat**. Ons skryf dus $2x$ in plaas van $2 \times x$. Ons skryf ook $x \times 2$ as $2x$.

2. Skryf die volgende uitdrukkings in 'gewone' algebraïese taal:

(a) $-2 \times a + b$

....

(b) $a2$

....

LYK VERSKILLEND MAAR IS TOG DIESELFDE

1. Voltooi die tabel deur die numeriese waardes van die uitdrukkings vir die gegewe waardes van x te bereken. Twee antwoorde vir $x = 1$ is as 'n voorbeeld vir jou gedoen.

	x	1	3	7	10
(a)	$2x + 3x$	$2 \times 1 + 3 \times 1$ $2 + 3 = 5$			
(b)	$5x$				
(c)	$2x + 3$				
(d)	$5x^2$	$5 \times (1)^2$ $5 \times 1 = 5$			

2. Lewer die uitdrukkings $2x + 3x$ en $5x$, in vraag 1 hier bo, verskillende of dieselfde antwoorde vir:
   (a) $x = 3$? (b) $x = 10$?

   ....

3. Lewer die uitdrukkings $2x + 3$ en $5x$ verskillende of dieselfde antwoord vir:
   (a) $x = 3$? (b) $x = 10$?

   ....

4. Skryf al die algebraïese uitdrukkings in vraag 1 neer wat dieselfde numeriese waarde vir dieselfde waarde(s) van x het, al lyk hulle verskillend. Verduidelik jou antwoord.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

Een van die dinge wat ons in algebra doen, is om uitdrukkings te **evalueer**. Wanneer ons 'n uitdrukking evalueer, kies ons 'n waarde vir die veranderlike in die uitdrukking, of dit word vir ons gegee. Omdat ons nou 'n werklike waarde het, kan ons die bewerkings in die uitdrukking uitvoer deur hierdie waarde te gebruik, soos dit gedoen is in die voorbeelde in die tabel op die vorige bladsy.

Algebraïese uitdrukkings wat dieselfde numeriese waarde vir dieselfde waarde van x het maar verskillend lyk, word **ekwivalente uitdrukkings** genoem.

5. Sê of die volgende stellings waar of onwaar is. Verduidelik elke keer jou antwoord.
   (a) Die uitdrukkings $2x + 3x$ en $5x$ is ekwivalent.

   ....

   ....

   (b) Die uitdrukkings $2x + 3$ en $5x$ is ekwivalent.

   ....

   ....

6. Kyk na die uitdrukkings $3x + 2z + y$ en $6xyz$.
   (a) Wat is die waarde van $3x + 2z + y$ vir $x = 4$, $y = 7$ en $z = 10$?

   ....

   ....

   (b) Wat is die waarde van $6xyz$ vir $x = 4$, $y = 7$ en $z = 10$?

   ....

   ....

   (c) Is die uitdrukkings $3x + 2z + y$ en $6xyz$ ekwivalent? Verduidelik.

   ....

   ....

Onthou dat $6xyz$ dieselfde is as $6 \times x \times y \times z$.

Om te wys dat die twee uitdrukkings in vraag 5(a) ekwivalent is, skryf ons $2x + 3x = 5x$.

Ons kan verduidelik waarom dit so is:

$2x + 3x = (x + x) + (x + x + x) = 5x$.

Ons sê die uitdrukking $2x + 3x$ **vereenvoudig** tot $5x$.

Die term $3x$ is 'n produk. Die getal 3 word die **koëffisiënt** van x genoem.

7. Skryf 'n ekwivalente uitdrukking neer vir elk van die volgende uitdrukkings:

(a) $3x + 3x$

....

(b) $3x + 8x + 2x$

....

(c) $8b + 2b + 2b$

....

(d) $7m + 2m + 10m$

....

(e) $3x^2 + 3x^2$

....

(f) $3x^2 + 8x^2 + 2x^2$

....

8. Wat is die koëffisiënt van x^2 vir die uitdrukking wat ekwivalent is aan $3x^2 + 8x^2 + 2x^2$?

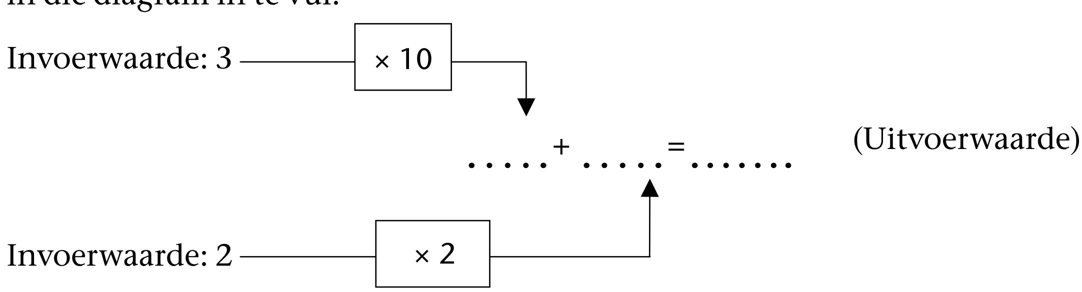
....

Wanneer 'n uitdrukking as 'n som geskryf kan word, word die verskillende dele van die uitdrukking die **terme van die uitdrukking** genoem. Byvoorbeeld, $3x$, $2z$ en y is die terme van die uitdrukking $3x + 2z + y$.

'n Uitdrukking kan **gelyksoortige terme** of **ongelyksoortige terme** of albei hê.

Gelyksoortige terme is terme met **dieselfde veranderlike(s), verhef tot dieselfde mag**. Die terme $2x$ en $3x$ is voorbeelde van gelyksoortige terme.

9. (a) Bereken die numeriese waarde van $10x + 2y$ vir $x = 3$ en $y = 2$ deur die oop spasies in die diagram in te vul.



(b) Wat is die uitvoerwaarde vir die uitdrukking $12xy$ vir $x = 3$ en $y = 2$?

....

(c) Is die uitdrukkings $10x + 2y$ en $12xy$ ekwivalent? Verduidelik.

....

....

(d) Is die terme $10x$ en $2y$ gelyksoortige of ongelyksoortige terme? Verduidelik.

....

10. (a) Watter van hierdie algebraïese uitdrukkings dink jy sal dieselfde resultate gee?

A. $6x + 4x$ B. $10x$ C. $10x^2$ D. $9x + x$

....

(b) Toets die algebraïese uitdrukkings wat jy geïdentifiseer het vir die volgende waardes van x:

$x = 10$ $x = 17$ $x = 54$

....

....

....

....

....

....

(c) Is die terme $6x$ en $4x$ gelyksoortige of ongelyksoortige terme? Verduidelik.

....

....

(d) Is die terme $10x$ en $10x^2$ gelyksoortige of ongelyksoortige terme? Verduidelik.

....

....

....

11. Ashraf en Hendrik het 'n meningsverskil oor of die terme $7x^2y^3$ en $301y^3x^2$ gelyksoortige terme is of nie. Hendrik dink hulle is nie, want in die eerste term kom die x^2 voor die y^3 terwyl die y^3 voor die x^2 kom in die tweede term. Verduidelik vir Hendrik waarom sy argument verkeerd is.

....

....

....

....

....

12. Verduidelik waarom die terme $5abc$, $10acb$ en $15cba$ gelyksoortige terme is.

....

6.2 Optel en aftrek van gelyksoortige terme

HERRANGSKIK TERME EN KOMBINEER DAN GELYKSOORTIGE TERME

1. Voltooi die tabel deur die uitdrukkings vir die gegewe waardes van x te evalueer.

x	1	2	10
$30x + 80$	$30 \times 1 + 80$ $= 30 + 80 = 110$		
$5x + 20$			
$30x + 80 + 5x + 20$			
$35x + 100$			
$135x$			

2. Skryf al die ekwivalente uitdrukkings wat in die tabel voorkom neer.

....

3. Tim dink die uitdrukkings $135x$ en $35x + 100$ is ekwivalent, want vir $x = 1$ het hulle albei dieselfde numeriese waarde, naamlik 135.
Verduidelik vir Tim waarom die twee uitdrukkings nie ekwivalent is nie.

....

....

Ons het reeds die omruilings- en groeperingseienskappe van bewerkings teëgekom en gaan dit nou gebruik om ons te help om ekwivalente algebraïese uitdrukkings te vorm.

> **Omruilingseienskap**
> Die volgorde waarin ons getalle optel of vermenigvuldig verander nie die antwoord nie:
> $a + b = b + a$ en $ab = ba$

Groeperingseienskap
Die manier waarop ons drie of meer getalle groepeer wanneer ons optel of vermenigvuldig, verander nie die antwoord nie: $(a + b) + c = a + (b + c)$ en $(ab)c = a(bc)$

Ons kan 'n ekwivalente uitdrukking vind deur **gelyksoortige terme** te **herrangskik** en **kombineer**, soos hier onder gewys word:

$30x + 80 + 5x + 20$

Dus $30x + (80 + 5x) + 20$

Dus $30x + (5x + 80) + 20$

$= (30x + 5x) + (80 + 20)$

$= 35x + 100$

Die terme 80 en 20 word **konstantes** genoem. Die getalle 30 en 5 word **koëffisiënte** genoem.

Hakies is in die uitdrukking hier links gebruik om te wys hoe die gelyksoortige terme herrangskik is.

Gelyksoortige terme word gekombineer om een term te vorm.

Die terme $30x$ en $5x$ word gekombineer om die nuwe term $35x$ te kry en die terme 80 en 20 word gekombineer om die nuwe term 100 te kry. Ons sê dat die uitdrukking $30x + 80 + 5x + 20$ tot 'n nuwe uitdrukking $35x + 100$ **vereenvoudig** word.

4. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:
   (a) $13x + 7 + 6x - 2$
   (b) $21x - 8 + 7x + 15$
   (c) $18c - 12d + 5c - 7c$
   (d) $3abc + 4 + 7abc - 6$
   (e) $12x^2 + 2x - 2x^2 + 8x$
   (f) $7m^3 + 7m^2 + 9m^3 + 1$

Wanneer jy nie seker is of jy 'n uitdrukking reg vereenvoudig het nie, is dit altyd raadsaam om jou werk na te gaan deur die oorspronklike uitdrukking en die vereenvoudigde uitdrukking vir 'n paar waardes te evalueer. Dit is 'n baie nuttige gewoonte.

Wanneer ons 'n waarde van die veranderlike in die uitdrukking gebruik, noem ons dit **substitusie** of **vervanging**.

5. Maak 'n eenvoudiger uitdrukking wat ekwivalent is aan die gegewe uitdrukking. Toets jou antwoord vir drie verskillende waardes van x en doen jou werk oor tot jy dit regkry.

   (a) Vereenvoudig $15x + 7y + 25x + 3 + 2y$ (b) Vereenvoudig $12mn + 8mn$

   ....

   ....

   ....

Skryf in vrae 6 tot 8 die letter van die korrekte antwoord neer. Verduidelik ook waarom jy dink jou antwoord reg is.

6. Die som van $5x^2 + x + 7$ en $x - 9$ is:

   A. $x^2 - 2$ B. $5x^2 + 2x + 16$ C. $5x^2 + 16$ D. $5x^2 + 2x - 2$

   ....

7. Die som van $6x^2 - x + 4$ en $x^2 - 5$ is ekwivalent aan:

   A. $7x^2 - x + 9$ B. $7x^2 - x - 1$ C. $6x^4 - x - 9$ D. $7x^4 - x - 1$

   ....

8. Die som van $5x^2 + 2x + 4$ en $3x^2 - 5x - 1$ kan uitgedruk word as:

   A. $8x^2 + 3x + 3$ B. $8x^2 + 3x - 3$ C. $8x^2 - 3x + 3$ D. $8x^2 - 3x - 3$

   ....

Om gelyksoortige terme te kombineer is 'n nuttige algebraïese gewoonte. Dit stel ons in staat om 'n uitdrukking met 'n ander uitdrukking te vervang wat gerieflik kan wees om mee te werk.

Doen die volgende vrae om 'n idee te kry waarvan ons praat.

GERIEFLIKE VERVANGINGS

1. Kyk na die uitdrukking $x + x + x + x + x + x + x + x + x + x$. Wat is die waarde van die uitdrukking in elk van die volgende gevalle?

   (a) $x = 2$ (b) $x = 50$

   ....

   ....

2. Kyk na die uitdrukking $x + x + x + z + z + y$. Wat is die waarde van die uitdrukking in elk van die volgende gevalle?
   (a) $x = 4, y = 7, z = 10$
   (b) $x = 0, y = 8, z = 22$

....

....

....

3. Gestel jy moet $3x + 7x$ evalueer vir $x = 20$. Sal jy die korrekte antwoord kry as jy 10×20 bereken? Verduidelik.

....

....

....

....

....

Gestel ons evalueer die uitdrukking $3x + 7x$ vir $x = 20$ sonder om eers die gelyksoortige terme te kombineer. Ons sal **drie** berekeninge moet doen, naamlik 3×20, dan 7×20 en dan moet ons die som van die twee bepaal: $3 \times 20 + 7 \times 20 = 60 + 140 = 200$.

Maar as ons eers die gelyksoortige terme $3x$ en $7x$ in een term $10x$ kombineer, hoef ons net **een berekening** te doen: $10 \times 20 = 200$. Dit is een manier om oor die gerief of nuttigheid van die vereenvoudiging van 'n algebraïese uitdrukking te dink.

4. Die uitdrukking $5x + 3x$ word gegee en jy moet dit evalueer vir $x = 8$. Sal die berekening 8×8 die korrekte antwoord gee? Verduidelik.

....

....

....

....

....

5. Gestel jy moet $7x + 5$ vir $x = 10$ evalueer. Sal die berekening 12×10 die korrekte antwoord gee? Verduidelik.

....

....

....

6. Die uitdrukking $5x + 3$ word gegee en jy moet dit evalueer vir $x = 8$.
   Sal die berekening 8×8 die korrekte antwoord gee? Verduidelik.

   ....

Samantha is gevra om die uitdrukking $12x^2 + 2x - 2x^2 + 8x$ vir $x = 12$ te evalueer. Sy het gedink dat dit baie werk sal wees om bloot die waarde van x direk in die terme te vervang. Daarom het sy eers die gelyksoortige terme gekombineer, soos hier onder gewys word:

$12x^2 \mathbf{- 2x^2 + 2x} + 8x$

$= 10x^2 + 10x$

Die terme $+2x$ en $-2x^2$ ruil plekke deur die omruilingseienskap van bewerkings.

Toe het Samantha vir $x = 10$ die waarde van $10x^2 + 10x$ bepaal deur soos volg te bereken:

$10 \times 10^2 + 10 \times 10$

$= 1\ 000 + 100$

$= 1\ 100$

Gebruik Samatha se manier van dink vir vrae 7 tot 9.

7. Wat is die waarde van $12x + 25x + 75x + 8x$ wanneer $x = 6$?

   ....

   ....

8. Evalueer $3x^2 + 7 + 2x^2 + 3$ vir $x = 5$.

   ....

   ....

9. Toe Zama die uitdrukking $2n - 1 + 6n$ vir $n = 4$ moes evalueer, het sy geskryf:
   $2n - 1 + 6n = n + 6n = 6n^2$
   Daarom vir $n = 4$: $6 \times (4)^2 = 6 \times 8 = 48$
   Verduidelik waar Zama gefouteer het en waarom.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

WERKBLAD

1. Voltooi die tabel.

	Woorde	Vloeidiagram	Uitdrukking
(a)	Vermenigvuldig 'n getal met drie en tel twee by die antwoord.	$\rightarrow \boxed{\times 3} \rightarrow \boxed{+2} \rightarrow$	
(b)			$9x - 6$
(c)		$\rightarrow \boxed{\times 7} \rightarrow \boxed{-3} \rightarrow$	$7x - 3$

2. Watter van die volgende pare bestaan uit gelyksoortige terme? Verduidelik.

   A. $3y; -7y$ B. $14e^2; 5e$ C. $3y^2z; 17y^2z$ D. $-bcd; 5bd$

   ....

   ....

3. Skryf die volgende op die 'gewone' algebraïese manier.

   (a) $c2 + d3$ (b) $7 \times d \times e \times f$

   ....

4. Kyk na die uitdrukking $12x^2 - 5x + 3$.

   (a) Wat word die getal 12 genoem? ....

   (b) Skryf die koëffisiënt van x neer. ....

   (c) Wat word die getal 3 genoem? ....

5. Verduidelik waarom die terme $5pqr$ en $-10prq$ en $15qrp$ gelyksoortige terme is.

   ....

6. Indien $y = 7$, wat is die waarde van elk van die volgende?

   (a) $y + 8$ (b) $9y$ (c) $7 - y$

   ....

7. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:

   (a) $18c + 12d + 5c - 7c$

   (b) $3def + 4 + 7def - 6$

   ....

   ....

8. Evalueer die volgende uitdrukkings vir $y = 3$, $z = -1$:

   (a) $2y^2 + 3z$

   (b) $(2y)^2 + 3z$

   ....

   ....

   ....

9. Skryf elke algebraïese uitdrukking in die eenvoudigste vorm:

   (a) $5y + 15y$

   (b) $5c + 6c - 3c + 2c$

   ....

   (c) $4b + 3 + 16b - 5$

   (d) $7m + 3n + 2 - 6m$

   ....

   (e) $5h^2 + 17 - 2h^2 + 3$

   (f) $7e^2f + 3ef + 2 + 4ef$

   ....

10. Evalueer die volgende uitdrukkings:

   (a) $3y + 3y + 3y + 3y + 3y + 3y$ vir $y = 18$

   ....

   ....

   (b) $13y + 14 - 3y + 6$ vir $y = 200$

   ....

   ....

   (c) $20 - y^2 + 101y^2 + 80$ vir $y = 1$

   ....

   ....

   (d) $12y^2 + 3yz + 18y^2 + 2yz$ vir $y = 3$ en $z = 2$

   ....

   ....

Hoofstuk 7
Algebraïese vergelykings 1

In hierdie hoofstuk gaan jy leer om getalle te bepaal wat sekere bewerings waar maak.

'n Bewering oor 'n onbekende getal word 'n vergelyking genoem. Wanneer ons werk om uit te vind watter getal die vergelyking waar sal maak, sê ons dat ons die vergelyking oplos. Die getal wat die vergelyking waar maak word die oplossing van die vergelyking genoem.

4	71	53	8	98	78	54
46	9	6	2	60	81	62
70	6	8	33	2	40	64
27	70	31	63	59	71	62
42	85	32	85	81	51	73
70	64	33	96	32	23	69
82	9	59	54	96	43	29
63	71	86	81	6	29	56
74	21	17	94	6	33	56
18	63	73	76	91	32	39
3	87	23	94	84	75	69
36	49	90	73	62	70	22
10	91	40	92	68	87	57
62	76	72	79	68	25	8
9	72	31	37	37	46	49
48	58	64	92	34	83	95
18	50	88	51	92	89	10
49	49	100	60	60	75	40

7 Algebraïese vergelykings 1

7.1 Stel vergelykings op

'n **Vergelyking** is 'n wiskundige sin wat waar is vir sekere getalle, maar onwaar vir ander getalle. Die volgende is voorbeelde van vergelykings:

$$x + 3 = 11 \quad \text{en} \quad 2^x = 8$$

$x + 3 = 11$ is waar as $x = 8$ maar onwaar as $x = 3$.

Wanneer ons na 'n getal of getalle soek wat 'n vergelyking waar maak, sê ons dat ons **die vergelyking oplos**. Byvoorbeeld, $x = 4$ is die **oplossing** van $2x = 8$ want dit maak $2x = 8$ waar. (Toets: $2 \times 4 = 8$)

SOEK GETALLE WAT BEWERINGS WAAR MAAK

1. Is die volgende bewerings waar of onwaar? Verduidelik jou antwoord.

   (a) $x - 3 = 0$ as $x = -3$

   ....

   (b) $x^3 = 8$ as $x = -2$

   ....

   (c) $3x = -6$ as $x = -3$

   ....

   (d) $3x = 1$ as $x = 1$

   ....

   (e) $6x + 5 = 47$ as $x = 7$

   ....

2. Bepaal die oorspronklike getal. Wys hoe jy redeneer.

   (a) 'n Getal vermenigvuldig met 10 is 80.

   ....

   (b) Tel 83 by 'n getal en die antwoord is 100.

   ....

   (c) Deel 'n getal deur 5 en die antwoord is 4.

   ....

(d) Vermenigvuldig ’n getal met 4 en die antwoord is 20.

. . . .

(e) Twee maal ’n getal is 100.

. . . .

(f) ’n Sekere getal verhef tot die mag 5 is gelyk aan 32.

. . . .

(g) ’n Sekere getal verhef tot die mag 4 is gelyk aan –81.

. . . .

. . . .

(h) Vyftien maal ’n getal is 90.

. . . .

(i) 93 by ’n getal getel is –3.

. . . .

(j) Die helfte van ’n getal is 15.

. . . .

3. Skryf die vergelykings hier onder in woorde neer deur “’n getal” in die plek van die lettersimbool x te gebruik. Skryf dan elke keer neer wat jy dink “die getal” is.
Voorbeeld: $4 + x = 23$. *Vier plus ’n getal is gelyk aan drie-en-twintig. Die getal is 19.*

(a) $8x = 72$

. . . .

(b) $\frac{2x}{5} = 2$

. . . .

(c) $2x + 5 = 21$

. . . .

(d) $12 + 9x = 30$

. . . .

(e) $30 - 2x = 40$

. . . .

(f) $5x + 4 = 3x + 10$

. . . .

7.2 Los vergelykings op deur inspeksie

DIE ANTWOORD IS DUIDELIK SIGBAAR

1. Sewe vergelykings verskyn onder die tabel. Gebruik die tabel om te bepaal vir watter van die gegewe waardes van x die linkerkant van die vergelyking gelyk is aan die regterkant van die vergelyking.

Jy kan die oplossing van 'n vergelyking van 'n tabel aflees.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
$2x + 3$	–3	–1	1	3	5	7	9	11
$x + 4$	1	2	3	4	5	6	7	8
$9 - x$	12	11	10	9	8	7	6	5
$3x - 2$	–11	–8	–5	–2	1	4	7	10
$10x - 7$	–37	–27	–17	–7	3	13	23	33
$5x + 3$	–12	–7	–2	3	8	13	18	23
$10 - 3x$	19	16	13	10	7	4	1	–2

(a) $2x + 3 = 5x + 3$

....

(b) $5x + 3 = 9 - x$

....

(c) $2x + 3 = x + 4$

....

(d) $10x - 7 = 5x + 3$

....

(e) $3x - 2 = x + 4$

....

(f) $9 - x = 2x + 3$

....

(g) $10 - 3x = 3x - 2$

....

Twee vergelykings kan dieselfde oplossing hê. Byvoorbeeld, $5x = 10$ en $x + 2 = 4$ het dieselfde oplossing; $x = 2$ is die oplossing van albei vergelykings.

Wanneer twee vergelykings dieselfde oplossing het, sê ons hulle is **ekwivalent**.

2. Watter van die vergelykings in vraag 1 het dieselfde oplossing? Verduidelik.

....

....

....

3. Voltooi die tabel.
Beantwoord dan die vrae wat volg.

Jy kan ook die oplossing van 'n vergelyking soek deur die moontlikhede te beperk.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$2x + 3$									
$3x - 10$									

(a) Gee die tabel die oplossing vir $2x + 3 = 3x - 10$? ....

(b) Wat gebeur met die waardes van $2x + 3$ en $3x - 10$ soos wat x groter word? Word hulle groter of kleiner?

....

(c) Is daar 'n punt waar die waarde van $3x - 10$ groter of kleiner word as die waarde van $2x + 3$ soos wat die waarde van x toeneem? Indien wel, tussen watter waardes van x gebeur dit?

Die punt waar die twee vergelykings gelyk is, word die **gelykbreekpunt** genoem.

....

(d) Noudat jy vasgestel het waar die waarde van x min of meer lê, toets verskillende moontlike waardes van x totdat jy die waarde van x gevind het wat die vergelyking $2x + 3 = 3x - 10$ waar maak.

Wanneer ons na 'n oplossing van 'n vergelyking soek met behulp van tabelle of deur moontlikhede te beperk, sê ons dat ons die vergelyking oplos deur **inspeksie**.

....

....

....

7.3 Meer voorbeelde

SOEK OPLOSSINGS EN KONTROLEER DIT DAN

1. Wat is die oplossings van die vergelykings hier onder?

(a) $x - 3 = 4$ (b) $x + 2 = 9$

....

(c) $3x = 21$ (d) $3x + 1 = 22$

....

Wanneer 'n sekere getal die oplossing van 'n vergelyking is, sê ons dat die getal die vergelyking **bevredig**. Byvoorbeeld, $x = 4$ bevredig die vergelyking $3x = 12$ want $3 \times 4 = 12$.

2. Kies die getal tussen hakies wat die vergelyking bevredig. Verduidelik jou keuse.
   (a) $12x = 84$ $\{5; 7; 10; 12\}$

   ....

   (b) $\frac{84}{x} = 12$ $\{-7; 0; 7; 10\}$

   ....

   (c) $48 = 8k + 8$ $\{-5; 0; 5; 10\}$

   ....

   (d) $19 - 8m = 3$ $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$

   ....

   (e) $20 = 6y - 4$ $\{3; 4; 5; 6\}$

   ....

   (f) $x^3 = -64$ $\{-8; -4; 4; 8\}$

   ....

   (g) $5^x = 125$ $\{-3; -1; 1; 3\}$

   ....

   (h) $2^x = 8$ $\{1; 2; 3; 4\}$

   ....

   (i) $x^2 = 9$ $\{1; 2; 3; 4\}$

   ....

3. Wat maak die volgende vergelykings waar? Kontroleer jou antwoorde.
   (a) $m + 8 = 100$ (b) $80 = x + 60$

   ....

   ....

   (c) $26 - k = 0$ (d) $105 \times y = 0$

   ....

   ....

(e) $k \times 10 = 10$

(f) $5x = 100$

(g) $\frac{15}{t} = 5$

(h) $3 = \frac{t}{5}$

4. Los die vergelykings op deur inspeksie. Kontroleer jou antwoorde.

(a) $12x + 14 = 50$

(b) $100 = 15m + 25$

(c) $\frac{100}{x} = 20$

(d) $7m + 5 = 40$

(e) $2x + 8 = 10$

(f) $3x + 10 = 31$

(g) $-1 + 2x = -11$

(h) $2 + \frac{x}{7} = 5$

(i) $100 = 64 + 9x$

(j) $\frac{2x}{6} = 4$

Kwartaal 1
Hersiening en assessering

Hersiening

Wys al die stappe van jou werk.

TELGETALLE

1. (a) Skryf beide 300 en 160 as produkte van priemfaktore.

   ....

   ....

   (b) Bepaal die GGD en KGV van 300 en 160.

   ....

   ....

2. Tommy, Thami en Timmy kry by hulle ouma geld vir hulle verjaarsdae in die verhouding van hulle ouderdomme. Hulle word onderskeidelik 11, 13 en 16 jaar oud. As die totale bedrag wat vir al drie seuns gegee word R1 000 is, hoeveel geld kry Thami op sy verjaarsdag?

   ....

   ....

3. Tshepo en sy gesin ry vir ’n vakansie see toe. Die afstand is 1 200 km en hulle moet hulle bestemming binne 12 ure bereik. Na 5 ure het hulle 575 km gery en toe bars een van die motor se bande. Dit neem 45 minute om die noodwiel aan te sit voor hulle verder kan ry. Teen watter gemiddelde spoed moet hulle die res van die reis aflê om hulle bestemming betyds te bereik?

   ....

   ....

   ....

4. Die getal onderwysers by ’n skool het in die verhouding 5 : 6 vermeerder. As daar eers 25 onderwysers by die skool was, hoeveel onderwysers is daar nou?

   ....

   ....

5. ABC vir Altyd se jaarlikse state moet geouditeer word. Oudits Ing. kwoteer hulle R8 500 + 14% BTW. Hoeveel sal ABC vir Altyd in totaal aan Oudits Ing. moet betaal?

....

....

....

....

6. Reshmi belê R35 000 vir drie jaar teen 'n rentekoers van 8,2% per jaar. Bereken hoeveel geld daar aan die einde van die beleggingstermyn in haar rekening sal wees.

....

....

....

....

....

....

7. Lesebo wil 'n sitkamerstel koop wat R7 999 kontant kos. Hy het nie genoeg geld nie en besluit om dit op huurkoop te koop. Die winkel vereis 'n 15% deposito wat dadelik betaal moet word en 18 maandelikse paaiemente van R445.
   (a) Bereken die deposito wat Lesebo moet betaal.

   ....

   ....

   ....

   ....

   (b) Hoeveel ekstra betaal Lesebo omdat hy die sitkamerstel op huurkoop in plaas van kontant koop?

   ....

   ....

   ....

   ....

8. Kyk na die volgende wisselkoerstabel:

Suid-Afrikaanse Rand	**1.00 ZAR**	**inv. 1.00 ZAR**
Euro	*0.075370*	*13.267807*
Amerikaanse dollar	*0.098243*	*10.178807*
Britse pond	*0.064602*	*15.479409*
Indiese roepee	*5.558584*	*0.179902*
Australiese dollar	*0.102281*	*9.776984*
Kanadese dollar	*0.101583*	*9.844200*
Emiratiese dirham	*0.360838*	*2.771327*
Switserse frank	*0.093651*	*10.677960*
Chinese renminbi yuan	*0.603065*	*1.658195*
Maleisiese ringgit	*0.303523*	*3.294646*

(a) Skryf die bedrag in rand neer wat verwissel moet word om 1 Switserse frank te kry. Gee jou antwoord tot die naaste sent.

....

(b) Skryf die enigste geldeenheid neer waarvan jy meer as 100 eenhede sal kry as jy R100 daarvoor omruil.

....

....

(c) Ntsako gaan Dubai toe en ruil R10 000 om vir Emiratiese dirhams. Hoeveel dirhams ontvang Ntsako? (Neem aan dat daar geen kommissie is nie.)

....

HEELGETALLE

Moenie 'n sakrekenaar vir enige van die vrae in hierdie afdeling gebruik nie.

1. Skryf 'n getal in elke blokkie om die berekeninge korrek te maak.

(a) $\boxed{} + \boxed{} = -11$ (b) $\boxed{} - \boxed{} = -11$

2. Vul <, > of = in die blokkie in om die verwantskappe aan te dui.

(a) $-23 \boxed{} 20$ (b) $-345 \boxed{} -350$

(c) $4 - 3 \boxed{} 3 - 4$ (d) $5 - 7 \boxed{} -(7 - 5)$

(e) -9×2 $\square$ -9×-2

(f) -4×5 $\square$ 4×-5

(g) $-10 \div 5$ $\square$ $-10 \div -2$

(h) -15×-15 $\square$ 224

3. Volg die patroon om die getallerye te voltooi.

   (a) 8; 5; 2; $\square$

   (b) 2; –4; 8; $\square$

   (c) –289; –293; –297; $\square$

4. Kyk na die getallelyne. Albei ontbrekende getalle is halfpad tussen die ander twee getalle. Vul die korrekte waardes in die blokkies in.

   (a) –456 $\square$ –448

   (b) –11 $\square$ 5

5. Bereken die volgende:

   (a) $-5 - 7$

   ....

   (b) $7 - 10$

   ....

   (c) $8 - (-9)$

   ....

   (d) $(-5)(-2)(-4)$

   ....

   (e) $5 + 4 \times -2$

   ....

   (f) $\dfrac{(\sqrt{4})(-2)^2}{-4}$

   ....

   (g) $\dfrac{-(-3)^3\sqrt[3]{125}}{(-9)(3)}$

   ....

   ....

   (h) $\dfrac{\sqrt[3]{-64}}{-3-1}$

   ....

   ....

6. (a) Skryf twee getalle neer wat –15 as antwoord gee wanneer hulle met mekaar vermenigvuldig word. (Een van die getalle moet positief wees en die ander een negatief.)

   ....

   (b) Skryf twee getalle neer wat 15 as antwoord gee wanneer hulle bymekaargetel word. Een van die getalle moet positief wees en die ander een negatief.

   ....

7. Om 5 vm. was die temperatuur in Kimberley –3 °C. Om 1 nm. was dit 17 °C. Met hoeveel grade het die temperatuur gestyg?

....

....

8. ’n Duikboot is 220 m onder die see se oppervlak. Dit beweeg 75 m boontoe. Hoe ver onder die oppervlak is dit nou?

....

....

EKSPONENTE

Jy mag nie ’n sakrekenaar gebruik vir enige van die vrae in hierdie afdeling nie.

1. Skryf die waarde van die volgende neer:

   (a) $(-3)^3$ ....

   (b) -5^2 ....

   (c) $(-1)^{200}$ ....

   (d) $(10^2)^2$ ....

2. Skryf die volgende getalle in wetenskaplike notasie:

   (a) 200 000 (b) 12,345

   ....

3. Skryf die volgende getalle in gewone notasie:

   (a) $1{,}3 \times 10^2$ (b) $7{,}01 \times 10^7$

   ....

4. Watter getal is die grootste: $5{,}23 \times 10^{10}$ of $2{,}9 \times 10^{11}$?

....

....

....

5. Vereenvoudig die volgende:

   (a) $2^7 \times 2^3$ ....

   (b) $2x^3 \times 4x^4$ ....

   (c) $(-8y^6) \div (4y^3)$ ....

   (d) $(3x^8)^3$ ....

   (e) $(2x^5)(0{,}5x^{-5})$ ....

   (f) $(-3a^2b^3c)(-4abc^2)^2$ ....

   (g) $\dfrac{(2xy^2z^3)(-5y^2z)^2}{20xy^8z^4}$ ....

6. Skryf die waardes van elk van die volgende neer:

   (a) $(0{,}6)^2$ .... (b) $(0{,}2)^3$ ....

   (c) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^5$ .... (d) $\sqrt{\dfrac{1}{4}}$ ....

   (e) $4\sqrt{\dfrac{9}{64}}$ .... (f) $\sqrt[3]{0{,}001}$ ....

NUMERIESE EN MEETKUNDIGE PATRONE

1. Skryf vir elk van die volgende rye die reël vir die verband tussen opeenvolgende terme in woorde neer. Gebruik dan die reël om die volgende drie terme in die ry te bepaal.

   (a) 12; 7; 2; ....; ....; ....

   ....

   (b) −2; −6; −18; ....; ....; ....

   ....

   (c) 100; −50; 25; ....; ....; ....

   ....

   (d) 3; 4; 7; 11; ....; ....; ....

   ....

   ....

2. In hierdie vraag word die reël waarmee elke term in die ry bepaal kan word vir jou gegee. In al die gevalle is n die posisie van die term.
   Bepaal die eerste drie terme in elke ry. (*Wenk*: Neem $n = 1$ om die waarde van die eerste term te bepaal.)

   (a) $n \times 4$

   ....

   (b) $n \times 5 - 12$

   ....

   (c) $2 \times n^2$

   ....

   (d) $3n \div 3 \times -2$

   ....

3. Skryf die reël neer waarmee elke term in die ry bepaal kan word (in ’n soortgelyke formaat as dié wat in vraag 2 gegee is, waar n die posisie van die term is).

   (a) 2; 4; 6; ...

   ....

   (b) –7; –3; 1; ...

   ....

   (c) 2; 4; 8; ...

   ....

   (d) 9; 16; 23; ...

   ....

4. Gebruik die reëls wat jy in vraag 3 bepaal het om die waarde van die 20ste term van die rye in vraag 3(a) en 3(b) te bepaal.

   (a) ....

   ....

   (b) ....

   ....

5. Bepaal die verband tussen die posisie van die term in die ry en die waarde van die term, en gebruik dit om die ontbrekende waardes in die tabelle in te vul.

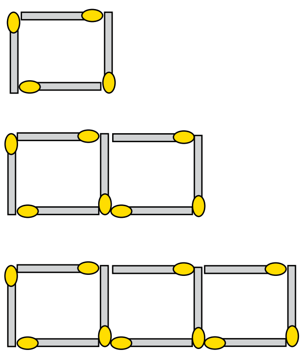
(a)

Posisie in ry	1	2	3	4		25
Waarde van die term	–8	–11	–14			

(b)

Posisie in ry	1	2	3				
Waarde van die term	1	3	9		243		19 683

6. Die diagram wys 'n reeks figure in 'n patroon wat met vuurhoutjies gemaak is.



(a) Skryf die reël wat die getal vuurhoutjies beskryf wat vir elke nuwe figuur benodig word, in woorde neer.

....

....

(b) Gebruik die reël om die ontbrekende waardes in die tabel hier onder te bepaal, en vul hulle in.

Nommer van die figuur	1	2	3	4		20		
Getal vuurhoutjies benodig	4	7						151

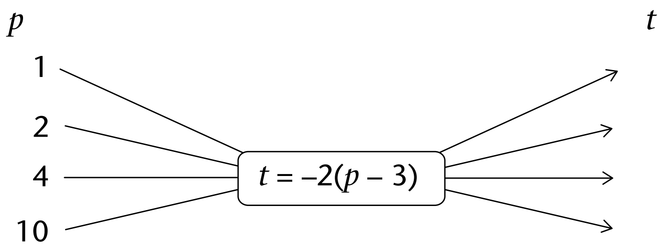
....

....

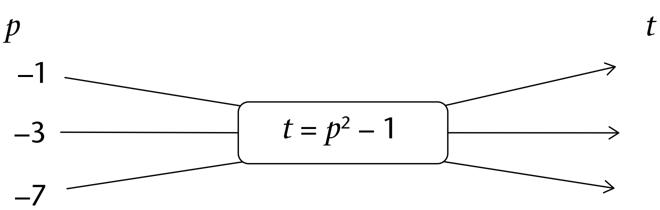
FUNKSIES EN VERBANDE

1. Vul die ontbrekende invoerwaardes, uitvoerwaardes of reël in hierdie vloeidiagramme in. Let op dat p (die invoerwaardes) en t (die uitvoerwaardes) heelgetalle is.

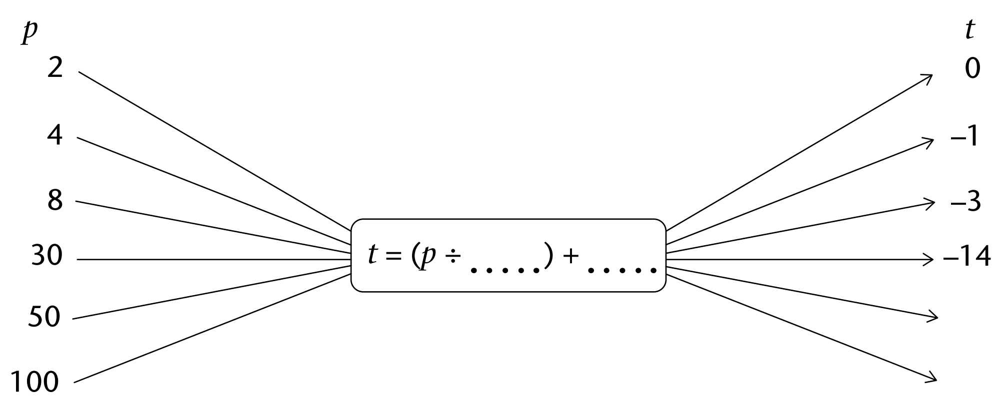
(a)



(b)



(c)



2. Kyk na die waardes in die volgende tabel. Die reël om y te bepaal is: deel x deur –2 en trek 4 af. Gebruik die reël om die ontbrekende waardes in die tabel te bepaal en vul hulle in.

x			–2	0	2		5		
y	–1		–3	–4					48

. . . .

. . . .

3. Kyk na die waardes in die volgende tabel:

x	–2	–1	0	1	2		4		15		
y	1	3	5	7	9						61

(a) Skryf die reël om die y-waardes in die tabel te bepaal in woorde neer.

....

....

(b) Gebruik die reël om die ontbrekende waardes in die tabel te bepaal en vul hulle in.

....

ALGEBRAÏESE UITDRUKKINGS 1

1. Kyk na hierdie algebraïese uitdrukking: $5x^3 - 9 + 4x - 3x^2$.

(a) Hoeveel terme het hierdie uitdrukking? ....

(b) Wat is die veranderlike in hierdie uitdrukking? ....

(c) Wat is die koëffisiënt van die x^2 term? ....

(d) Wat is die konstante in hierdie uitdrukking? ....

(e) Skryf die uitdrukking oor sodat die terme in volgorde van dalende magte van x is.

....

2. In hierdie vraag is $x = 6$ en $y = 17$. Voltooi die reëls om die verskillende maniere te wys om y te bepaal as x bekend is. Die eerste manier is vir jou gedoen:

Manier 1: Vermenigvuldig x met 2 en tel 5 by. Dit kan geskryf word as $y = 2x + 5$.

(a) Manier 2: Vermenigvuldig x met ..... en trek dan ..... af. Dit kan geskryf word as

....

(b) Manier 3: Deel x deur .... en tel dan .... by. Dit kan geskryf word as

....

(c) Manier 4: Tel .... by x en vermenigvuldig dan met .... Dit kan geskryf word as

....

3. Vereenvoudig:

   (a) $2x^2 + 3x^2$ ....

   (b) $9xy - 12yx$ ....

   (c) $3y^2 - 4y + 3y - 2y^2$ ....

   (d) $9m^3 + 9m^2 + 9m^3 - 3$ ....

4. Bereken die waarde van die volgende uitdrukkings as $a = -2$; $b = 3$; $c = -1$ en $d = 0$:

   (a) abc

   ....

   (b) $-a^2$

   ....

   (c) $(abc)^d$

   ....

   (d) $a + b - 2c$

   ....

   (e) $(a + b)^{10}$

   ....

ALGEBRAÏESE VERGELYKINGS 1

1. Skryf vergelykings wat die gegewe inligting voorstel:

   (a) Nandi is x jaar oud. Shaba, wat y jaar oud is, is drie jaar ouer as Nandi.

   ....

   (b) Die temperatuur in Colesberg was deur die dag x °C. In die nag het die temperatuur met 15 grade tot –2 °C gedaal.

   ....

2. Los die volgende vergelykings op vir x:

   (a) $x + 5 = 2$

   ....

   ....

   (b) $7 - x = 9$

   ....

   ....

(c) $3x - 1 = -10$

....

....

(d) $2x^3 = -16$

....

....

(e) $2^x = 16$

....

....

(f) $2(3)^x = 6$

....

....

3. As $3n - 1 = 11$, wat is die waarde van $4n$?

....

....

....

4. Bepaal die waarde van c as $c = a + b$ en $a + b + c = 16$.

....

....

....

5. (a) As $2a + 3 = b$, skryf waardes vir a en b neer wat die vergelyking waar sal maak.

....

(b) Skryf een *ander* paar waardes neer om die vergelyking waar te maak.

....

Assessering

In hierdie afdeling dui die getalle tussen hakies aan die einde van 'n vraag aan hoeveel punte die vraag werd is. Gebruik hierdie inligting om jou te help besluit hoeveel werk nodig is by elke vraag. Die totale getal punte wat aan hierdie assessering toegeken word, is 60.

1. WordRyk Ingelyf. se wins het in die verhouding 5 : 3 verminder weens die resessie in die land. As hulle wins aanvanklik R1 250 000 was, hoeveel is dit nou? (2)

   ....

   ....

2. Watter motor se petrolverbruik is beter: Ashley se motor, wat 520 km met 32 ℓ petrol gery het, of Zaza se motor, wat 880 km met 55 ℓ petrol gery het? Wys al jou berekeninge. (3)

   ....

   ....

   ....

3. Hanyani het 'n lening van R25 000 by 'n uitlener aangegaan wat hom elke jaar 22% rente vra. Hoeveel sal hy na een jaar skuld? (3)

   ....

   ....

4. Kyk na die volgende wisselkoerstabel:

Suid-Afrikaanse Rand	1.00 ZAR	inv. 1.00 ZAR
Indiese roepee	*5.558584*	*0.179902*
Australiese dollar	*0.102281*	*9.776984*
Kanadese dollar	*0.101583*	*9.844200*
Emiratiese dirham	*0.360838*	*2.771327*
Chinese renminbi yuan	*0.603065*	*1.658195*
Maleisiese ringgit	*0.303523*	*3.294646*

Chen keer terug na ’n sakebesoek aan Maleisië met 2 500 ringgit in sy beursie. As hy hierdie geld in Suid-Afrika na rand wissel, hoeveel sal hy ontvang? (2)

....

....

5. Vul <, > of = in die blokkie in om die verwantskap tussen die getalsuitdrukkings te wys:

(a) $6 - 4 \ \boxed{}\ 4 - 6$ (1)

(b) $2 \times -3 \ \boxed{}\ -3^2$ (1)

6. Kyk na die getallery hier onder. Skryf die volgende term in die blokkie in.

$-5; 10; -20; \boxed{}$ (1)

7. Bereken die volgende:

(a) $(-4)^2 - 20$ (2)

....

(b) $\sqrt[3]{-8} + 14 \div 2$ (2)

....

8. Julius Caesar was ’n Romeinse keiser wat van 100 v.C. tot 44 v.C. geleef het. Hoe oud was hy toe hy dood is? (2)

....

9. (a) Skryf twee getalle neer wat ’n antwoord van –8 sal gee as hulle in ’n deelsom gebruik word. Een van die getalle moet positief wees en die ander een negatief. (1)

....

(b) Skryf twee getalle neer wat ’n antwoord van 8 sal gee as hulle in ’n aftreksom gebruik word. Een van die getalle moet positief wees en die ander een negatief. (1)

....

10. Skryf die volgende getal in wetenskaplike notasie: 17 miljoen. (2)

....

11. Watter van die volgende getalle is die grootste: $3,47 \times 10^{21}$ of $7,99 \times 10^{20}$? (1)

....

....

....

12. Vereenvoudig die volgende en laat alle antwoorde met positiewe eksponente:

(a) $3^7 \times 3^{-2}$ .... (1)

(b) $(-12y^8) \div (-3y^2)$ .... (2)

(c) $\dfrac{(3xy^2z^3)(-yz)^2}{15x^5y^4z^7}$ .... (4)

13. Skryf die waardes van elk van die volgende neer:

(a) $(0,3)^3$ .... (1)

(b) $8\sqrt{\dfrac{25}{16}}$ .... (2)

14. Kyk na die volgende getallery: 2; –8; 32; ...

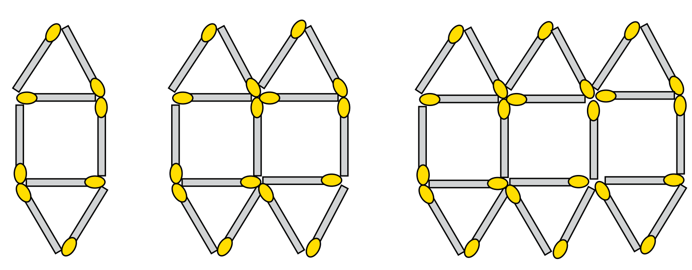
(a) Skryf die reël waarmee elke term van die ry bepaal kan word in woorde neer. (1)

....

(b) Skryf die volgende drie terme in hierdie ry neer. (2)

....

15. Die diagram hier onder wys ’n reeks patrone wat met vuurhoutjies gemaak is.



(a) Skryf ’n formule neer vir die reël wat die verband tussen die getal vuurhoutjies en die posisie van die term in die ry (patroonnommer) beskryf. Laat n die posisie van die term wees. (2)

....

(b) Gebruik die reël om die waardes van a tot c in die volgende tabel te bepaal: (3)

Nommer van die patroon	1	2	3	4		15		c
Getal vuurhoutjies benodig	8	15	22	a		b		148

....

....

....

16. Kyk na die waardes in die volgende tabel:

x	-2	-1	0	1	2		5		12	
y	-7	-4	-1	2	5					98

(a) Skryf die reël om die y-waardes in die tabel te bepaal in woorde neer. (2)

....

....

(b) Gebruik die reël om die ontbrekende waardes in die tabel te bepaal en vul hulle in. (3)

....

....

....

17. Vereenvoudig:

(a) $2z^2 - 3z^2$ .... (1)

(b) $8y^2 - 6y + 4y - 7y^2$ .... (2)

18. Bepaal die waarde van $2a^2 - 10$ as $a = -2$. (2)

....

....

....

19. Bepaal die waarde van die volgende as $c + 2d = 27$:

(a) $2c + 4d$ .... (1)

(b) $\frac{c+2d}{-9}$ .... (1)

(c) $\sqrt[3]{c+2d}$ .... (1)

20. Los op vir x: (5)

(a) $-x = -11$ (b) $2x - 5 = -11$ (c) $4x^3 = 32$

....

....

....

Hoofstuk 8
Algebraïese uitdrukkings 2

In hierdie hoofstuk gaan jy leer hoe om algebraïese uitdrukkings te vereenvoudig deur hulle uit te brei. Uitbreiding van ’n algebraïese uitdrukking stel jou in staat om die vorm van ’n uitdrukking te verander sonder om die uitvoerwaardes wat dit gee te verander.

Wanneer jy berekeninge wil vereenvoudig en uitdrukkings wil vergelyk, kan dit nuttig wees om ’n uitdrukking in ’n ander vorm te herskryf. Die twee metodes wat ons hoofsaaklik gebruik om uitdrukkings te vereenvoudig, is die volgende: ons kombineer gelyksoortige terme en/of gebruik die verspreidingseienskap (of distributiewe eienskap).

$$5 \times 9^2 + 4 \times 9 - 3$$

$$5 \times 8^2 + 4 \times 8 - 3$$

$$5 \times 12^2 + 4 \times 12 - 3$$

$$5 \times 20^2 + 4 \times 20 - 3$$

$$5 \times 2^2 + 4 \times 2 - 3$$

$$5 \times x^2 + 4 \times x - 3$$

$$5x^2 + 4x - 3$$

$$5 \times 7^2 + 4 \times 7 - 3$$

$$5 \times 25^2 + 4 \times 25 - 3$$

8 Algebraïese uitdrukkings 2

8.1 Brei algebraïese uitdrukkings uit

VERMENIGVULDIG 'N PAAR KEER OF NET EEN KEER: DIT IS JOU KEUSE

1. (a) Bereken 5×13 en 5×87 en tel die twee antwoorde bymekaar.

   ....

   (b) Tel 13 en 87 bymekaar en vermenigvuldig dan die antwoord met 5.

   ....

   (c) As jy nie dieselfde antwoord vir vrae 1(a) en (b) kry nie, het jy 'n fout gemaak. Doen jou werk oor tot jy dit regkry.

Die feit dat jy dieselfde antwoord vir vrae 1(a) en (b) kry as jy reg werk, is 'n voorbeeld van 'n bepaalde eienskap van optel en vermenigvuldiging wat die **verspreidings-eienskap** of **distributiewe eienskap** genoem word. Jy gebruik hierdie eienskap elke keer as jy 'n getal in dele vermenigvuldig. Byvoorbeeld, jy kan 3×24 bereken as

3×20 en 3×4

en dan die twee antwoorde bymekaartel

$3 \times 24 = 3 \times 20 + 3 \times 4$.

Wat jy in vraag 1 gesien het, is dat $5 \times 100 = 5 \times 13 + 5 \times 87$.
Dit kan ook uitgedruk word deur $5(13 + 87)$ te skryf.

Die woord *distribueer* beteken "om te versprei". Die **distributiewe eienskappe** of **verspreidingseienskappe** kan soos volg beskryf word:
$a(b + c) = ab + ac$ en
$a(b - c) = ab - ac$,
waar a, b en c enige getalle kan wees.

2. (a) Bereken 10×56.

   ....

   (b) Bereken $10 \times 16 + 10 \times 40$.

   ....

3. Skryf enige twee getalle kleiner as 100 neer. Kom ons noem hulle x en y.

   (a) Tel jou twee getalle bymekaar en vermenigvuldig die antwoord met 6.

   ....

   (b) Bereken $6 \times x$ en $6 \times y$ en tel die twee antwoorde bymekaar.

   ....

   (c) As jy nie dieselfde antwoorde vir (a) en (b) kry nie, het jy iewers 'n fout gemaak. Soek die fout en maak dit reg.

4. Voltooi die tabel.

(a)

x	1	2	3	4	5
$3(x + 2)$					
$3x + 6$					
$3x + 2$					
$3(x - 2)$					
$3x - 6$					
$3x - 2$					

(b) As jy nie dieselfde antwoorde vir die uitdrukkings $3(x + 2)$ en $3x + 6$ kry nie en/of nie dieselfde antwoorde vir $3(x - 2)$ en $3x - 6$ kry nie, het jy iewers 'n fout gemaak. Werk die antwoorde weer 'n keer uit.

In algebra skryf ons gewoonlik $3(x + 2)$ in plaas van $3 \times (x + 2)$. Die uitdrukking $3 \times (x + 2)$ beteken nie jy moet eers met 3 vermenigvuldig wanneer jy die uitdrukking vir 'n bepaalde waarde van x evalueer nie. Die hakies sê vir jou die eerste ding wat jy moet doen, is om die waarde(s) van x by 2 te tel, en dan die antwoord met 3 te vermenigvuldig.

Maar, in plaas daarvan om eers die waardes tussen hakies bymekaar te tel en dan die antwoord met 3 te vermenigvuldig, kan ons bloot $3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$ bereken, soos in die tabel gewys word.

(c) Watter van die uitdrukkings in die tabel is ekwivalent aan mekaar? Verduidelik.

....

....

(d) Vir watter waarde(s) van x is $3(x + 2) = 3x + 2$?

....

(e) Probeer om 'n waarde van x te vind sodat $3(x + 2) \neq 3x + 6$.

....

....

....

As vermenigvuldiging die laaste stap in die evaluering van 'n algebraïese uitdrukking is, word die uitdrukking 'n **produkuitdrukking** of, in kort, 'n **produk** genoem. Die manier waarop jy die uitdrukking $3(x + 2)$ in die tabel geëvalueer het, is 'n voorbeeld van 'n produkuitdrukking.

5. (a) Bepaal die waarde van $5x + 15$ as $x = 6$. ....

(b) Bepaal die waarde van $5(x + 3)$ as $x = 6$. ....

(c) Kan ons die uitdrukking $5x + 15$ gebruik om die waarde van $5(x + 3)$ vir enige waardes van x te bereken? Verduidelik.

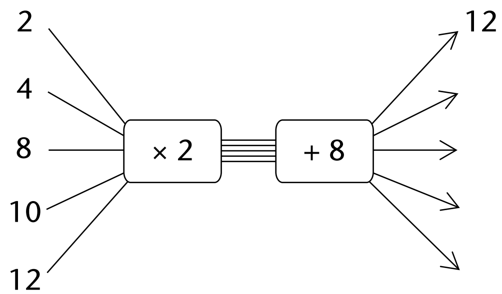
....

....

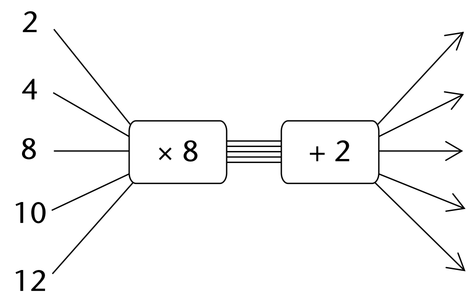
....

6. Voltooi die vloeidiagramme.

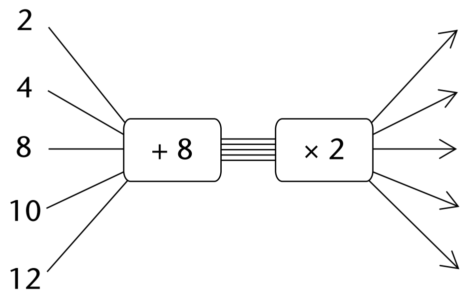
(a)



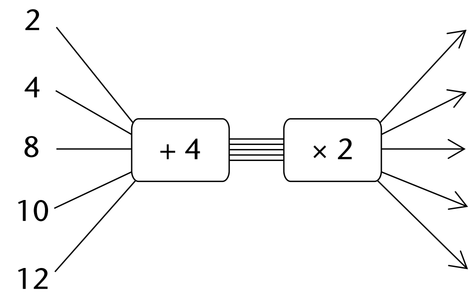
(b)



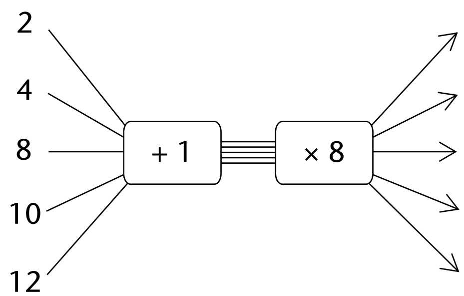
(c)



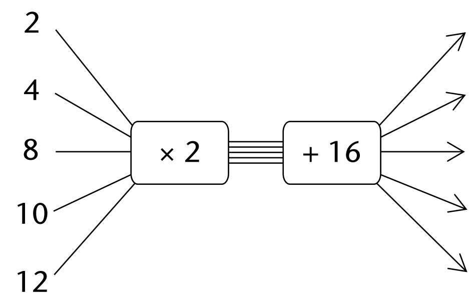
(d)



(e)



(f)



7. (a) Watter van die vloeidiagramme hier bo lewer dieselfde uitvoergetalle?

....

(b) Skryf 'n algebraïese uitdrukking vir elk van die vloeidiagramme in vraag 6.

....

....

....

PRODUKUITDRUKKINGS EN SOMUITDRUKKINGS

1. Voltooi die volgende:

(a) $(3 + 6) + (3 + 6) + (3 + 6) + (3 + 6) + (3 + 6)$

$=$ .... $\times$ (........)

(b) $(3 + 6) + (3 + 6) + (3 + 6) + (3 + 6) + (3 + 6)$

$= (3 + 3 +$ ....) + (................)

$=$ (.... $\times$ ....) + (.... $\times$ ....)

2. Voltooi die volgende:

(a) $(3x + 6) + (3x + 6) + (3x + 6) + (3x + 6) + (3x + 6)$

$=$ ....(.......)

(b) $(3x + 6) + (3x + 6) + (3x + 6) + (3x + 6) + (3x + 6)$

$= (3x + 3x +$ ....) + (................)

$=$ (.... $\times$ ....)....(.... $\times$ ....)

3. Skryf vir elke uitdrukking 'n uitdrukking sonder hakies wat dieselfde resultate sal gee.

(a) $3(x + 7)$

....

(b) $10(2x + 1)$

....

(c) $x(4x + 6)$

....

(d) $3(2p + q)$

....

(e) $t(t + 9)$

....

(f) $x(y + z)$

....

(g) $2b(b + a - 4)$

....

(h) $k^2(k - m)$

....

Die proses om produkuitdrukkings as somuitdrukkings te skryf, word **uitbreiding** genoem. Dit word soms ook **vermenigvuldiging van algebraïese uitdrukkings** genoem.

4. (a) Voltooi die tabel vir die gegewe waardes van x, y en z.

	$3(x + 2y + 4z)$	$3x + 6y + 12z$	$3x + 2y + 4z$
$x = 1$ $y = 2$ $z = 3$			
$x = 10$ $y = 20$ $z = 30$			
$x = 23$ $y = 60$ $z = 100$			
$x = 14$ $y = 0$ $z = 1$			
$x = 5$ $y = 9$ $z = 32$			

(b) Watter somuitdrukking en produkuitdrukking is ekwivalent?

....

5. Skryf vir elke uitdrukking 'n ekwivalente uitdrukking sonder hakies.

(a) $2(x^2 + x + 1)$

....

(b) $p(q + r + s)$

....

(c) $-3(x + 2y + 3z)$

....

(d) $x(2x^2 + x + 7)$

....

(e) $6x(8 - 2x)$

....

(f) $12x(4 - x)$

....

(g) $3x(8x - 5) - 4x(6x - 5)$

....

(h) $10x(3x(8x - 5) - 4x(6x - 5))$

....

8.2 Vereenvoudig algebraïese uitdrukkings

BREI GELYKSOORTIGE TERME UIT, HERRANGSKIK EN KOMBINEER HULLE

1. Skryf die kortste moontlike ekwivalente uitdrukking sonder hakies.

(a) $x + 2(x + 3)$

....

....

(b) $5(4x + 3) + 5x$

....

....

(c) $5(x + 5) + 3(2x + 1)$

....

....

....

(d) $(5 + x)^2$

....

....

....

(e) $-3(x^2 + 2x - 3) + 3(x^2 + 4x)$

....

....

....

(f) $x(x - 1) + x + 2$

....

....

....

As jy nie seker is of jy 'n uitdrukking korrek vereenvoudig het nie, moet jy jou werk altyd kontroleer deur die oorspronklike uitdrukking en die vereenvoudigde uitdrukking vir 'n paar waardes van die veranderlikes te evalueer.

2. (a) Evalueer $x(x + 2) + 5x^2 - 2x$ vir $x = 10$.

....

....

(b) Evalueer $6x^2$ vir $x = 10$.

....

(c) Kan ons die uitdrukking $6x^2$ gebruik om die waardes van die uitdrukking $x(x + 2) + 5x^2 - 2x$ vir enige gegewe waarde van x te bereken? Verduidelik.

....

....

....

Dit is hoe 'n somuitdrukking vir $x(x + 2) + 5x^2 - 2x$ gemaak kan word:

$$
\begin{aligned}
x(x + 2) + 5x^2 - 2x &= x \times x + x \times 2 + 5x^2 - 2x \\
&= x^2 + 2x + 5x^2 - 2x \\
&= x^2 + 5x^2 + 2x - 2x && \text{[Herrangskik en kombineer} \\
&= 6x^2 + 0 && \text{gelyksoortige terme]} \\
&= 6x^2
\end{aligned}
$$

3. Evalueer die volgende uitdrukkings vir $x = -5$:

(a) $x + 2(x + 3)$

....

....

....

(b) $5(4x + 3) + 5x$

....

....

....

(c) $5(x + 5) + 3(2x + 1)$

....

....

....

(d) $(5 + x)^2$

....

....

....

(e) $-3(x^2 + 2x - 3) + 3(x^2 + 4x)$

....

....

....

(f) $x(x - 1) + x + 2$

....

....

....

4. Voltooi die tabel vir die gegewe waardes van x, y en z.

x	100	80	10	20	30
y	50	40	5	5	20
z	20	30	2	15	10
$x + (y - z)$					
$x - (y - z)$					
$x - y - z$					
$x - (y + z)$					
$x + y - z$					
$x - y + z$					

5. Sê of die volgende stellings waar of onwaar is. Verwys na die tabel in vraag 4. Vir enige waardes van x, y en z:

(a) $x + (y - z) = x + y - z$

....

(b) $x - (y - z) = x - y - z$

....

6. Skryf die uitdrukkings sonder hakies. Moenie vereenvoudig nie.

(a) $3x - (2y + z)$

....

(b) $-x + 3(y - 2z)$

....

Ons kan algebraïese uitdrukkings vereenvoudig deur eienskappe van bewerkings te gebruik, soos hier gewys word:

$(5x + 3) - 2(x + 1)$

Daarom $5x + 3 - 2x - 2$

Daarom $5x - 2x + 3 - 2$

Daarom $3x + 1$

$x - (y + z) = x - y - z$

Optelling is assosiatief sowel as kommutatief.

7. Skryf 'n ekwivalente uitdrukking sonder hakies vir elk van die volgende uitdrukkings en vereenvoudig dan:

(a) $22x + (13x - 5)$

....

....

(b) $22x - (13x - 5)$

....

....

(c) $22x - (13x + 5)$

....

....

(d) $4x - (15 - 6x)$

....

....

8. Vereenvoudig.

(a) $2(x^2 + 1) - x - 2$

....

....

(b) $-3(x^2 + 2x - 3) + 3x^2$

....

....

Hier is 'n paar van die tegnieke wat ons tot dusver gebruik het om ekwivalente uitdrukkings te vorm:

- Verwyder hakies
- Herrangskik terme
- Kombineer gelyksoortige terme

8.3 Vereenvoudig kwosiëntuitdrukkings

VAN KWOSIËNTUITDRUKKINGS NA SOMUITDRUKKINGS

1. Voltooi die tabel vir die gegewe waardes van x.

x	1	7	–3	–10
$7x^2 + 5x$				
$\frac{7x^2 + 5x}{x}$				
$7x + 5$				
$7x + 5x$				
$7x^2 + 5$				

2. (a) Wat is die waarde van $7x + 5$ vir $x = 0$?

....

(b) Wat is die waarde van $\frac{7x^2 + 5x}{x}$ vir $x = 0$?

....

(c) Watter een van die twee uitdrukkings $7x + 5$ of $\frac{7x^2 + 5x}{x}$ verg minder berekeninge? Verduidelik.

....

....

....

(d) Is die uitdrukkings $7x + 5$ en $\frac{7x^2 + 5x}{x}$ ekwivalent, $x = 0$ uitgesluit? Verduidelik.

....

(e) Is daar enige ander uitdrukkings wat ekwivalent is aan $\frac{7x^2 + 5x}{x}$ uit dié wat in die tabel gegee word? Verduidelik.

....

....

As deling die laaste stap in die evaluering van 'n algebraïese uitdrukking is, word die uitdrukking 'n **kwosiëntuitdrukking** of 'n **algebraïese breuk** genoem.

Die uitdrukking $\frac{7x^2 + 5x}{x}$ is 'n voorbeeld van 'n kwosiëntuitdrukking of algebraïese breuk.

3. Voltooi die tabel vir die gegewe waardes van x.

x	5	10	–5	–10
$10x - 5x^2$				
$5x$				
$\frac{10x - 5x^2}{5x}$				
$2 - x$				

(a) Wat is die waarde van $2 - x$ vir $x = 0$?

....

(b) Wat is die waarde van $\frac{10x - 5x^2}{5x}$ vir $x = 0$?

....

(c) Is die uitdrukkings $2 - x$ en $\frac{10x - 5x^2}{5x}$ ekwivalent, $x = 0$ uitgesluit? Verduidelik.

....

....

....

(d) Watter een van die twee uitdrukkings $2 - x$ of $\frac{10x - 5x^2}{5x}$ verg minder berekeninge? Verduidelik.

....

....

Ons het gevind dat kwosiëntuitdrukkings soos $\frac{10x - 5x^2}{5x}$ soms gemanipuleer kan word om ekwivalente uitdrukkings soos $2 - x$ te gee. Die waarde hiervan is dat hierdie ekwivalente uitdrukkings minder berekeninge verg.

Die uitdrukkings $\frac{10x - 5x^2}{5x}$ en $2 - x$ is nie heeltemal ekwivalent nie want vir $x = 0$ kan die waarde van $2 - x$ bereken word, terwyl die eerste uitdrukking geen waarde het nie. Ons kan egter sê dat die twee uitdrukkings ekwivalent is as hulle dieselfde waardes vir alle waardes van x het wat toelaatbaar is vir beide uitdrukkings.

Hoe is dit moontlik dat $\frac{7x^2 + 5x}{x} = 7x + 5$ en $\frac{10x - 5x^2}{5x} = 2 - x$ vir alle toelaatbare waardes van x? Ons sê $x = 0$ is nie 'n toelaatbare waarde van x nie, want deling deur 0 word nie gelaat nie.

Een van die metodes om ekwivalente uitdrukkings vir algebraïese breuke te bepaal, is deur middel van deling:

$$\frac{7x^2 + 5x}{x} = \frac{1}{x}(7x^2 + 5x) \qquad \text{[net soos } \frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{5}\text{]}$$

$$= (\frac{1}{x} \times 7x^2) + (\frac{1}{x} \times 5x) \qquad \text{[verspreidingseienskap]}$$

$$= \frac{7x^2}{x} + \frac{5x}{x}$$

$$= 7x + 5 \qquad \text{[op voorwaarde dat } x \neq 0\text{]}$$

4. Gebruik die metode op die vorige bladsy om elke breuk hier onder te vereenvoudig.

(a) $\dfrac{8x + 10z + 6}{2}$

(b) $\dfrac{20x^2 + 16x}{4}$

....

....

....

....

(c) $\dfrac{9x^2y + xy}{xy}$

(d) $\dfrac{21ab - 14a^2}{7a}$

....

....

....

....

Vereenvoudiging van 'n kwosiëntuitdrukking kan soms tot 'n resultaat lei wat nog steeds kwosiënte bevat, soos jy in die voorbeeld hier onder kan sien.

$$\frac{5x^2 + 3x}{x^2}$$

$$= \frac{5x^2}{x^2} + \frac{3x}{x^2}$$

$$= 5 + \frac{3}{x}$$

5. (a) Evalueer $\dfrac{5x^2 + 3x}{x^2}$ vir $x = -1$.

....

(b) Watter waarde van x moet uitgesluit word sodat die uitdrukking $\dfrac{5x^2 + 3x}{x^2}$ ekwivalent is aan $5 + \dfrac{3}{x}$? Waarom?

....

6. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:

(a) $\dfrac{8x^2+2x+4}{2x}$

(b) $\dfrac{4n+1}{n}$

....

....

7. Evalueer:

(a) $\dfrac{8x^2+2x+4}{2x}$ vir $x = 2$

(b) $\dfrac{4n+1}{n}$ vir $n = 4$

....

....

8. Vereenvoudig.

(a) $\dfrac{6x^4-12x^3+2}{2x}$

(b) $\dfrac{-6n^4-4n}{6n}$

....

....

9. Toe Natasha en Lebogang gevra is om die uitdrukking $\dfrac{x^2+2x+1}{x}$ vir $x = 10$ te evalueer, het hulle dit op verskillende maniere gedoen.

Natasha se berekening:

$10 + 2 + \dfrac{1}{10}$

$= 12\dfrac{1}{10}$

Lebogang se berekening:

$\dfrac{100+20+1}{10}$

$= \dfrac{121}{10}$

$= 12\dfrac{1}{10}$

Verduidelik hoe elkeen van hulle gedink het om die gegewe uitdrukking te evalueer.

....

....

....

8.4 Kwadrate, derdemagte en wortels van uitdrukkings

VEREENVOUDIG KWADRATE EN DERDEMAGTE

Bestudeer die volgende voorbeeld:

$(3x)^2 = 3x \times 3x$ — Betekenis van kwadrering

$= 3 \times x \times 3 \times x$

$= 3 \times 3 \times x \times x$ — Vermenigvuldiging is kommutatief: $a \times b = b \times a$

$= 9x^2$ — Ons sê $(3x)^2$ vereenvoudig tot $9x^2$

1. Vereenvoudig die uitdrukkings.

(a) $(2x)^2$ (b) $(2x^2)^2$ (c) $(-3y)^2$

....

....

....

....

2. Vereenvoudig die uitdrukkings.

(a) $25x - 16x$ (b) $4y + y + 3y$ (c) $a + 17a - 3a$

....

3. Vereenvoudig.

(a) $(25x - 16x)^2$ (b) $(4y + y + 3y)^2$ (c) $(a + 17a - 3a)^2$

....

....

....

....

Bestudeer die volgende voorbeeld:

$(3x)^3 = 3x \times 3x \times 3x$ — Betekenis van derdemagsverheffing

$= 3 \times x \times 3 \times x \times 3 \times x$

$= 3 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$ — Vermenigvuldiging is kommutatief: $a \times b = b \times a$

$= 27x^3$ — Ons sê $(3x)^3$ vereenvoudig tot $27x^3$

4. Vereenvoudig die volgende:

(a) $(2x)^3$

(b) $(-x)^3$

(c) $(5a)^3$

(d) $(7y^2)^3$

(e) $(-3m)^3$

(f) $(2x^3)^3$

5. Vereenvoudig.

(a) $5a - 2a$

(b) $7x + 3x$

(c) $4b + b$

6. Vereenvoudig.

(a) $(5a - 2a)^3$

(b) $(7x + 3x)^3$

(c) $(4b + b)^3$

(d) $(13x - 6x)^3$

(e) $(17x + 3x)^3$

(f) $(20y - 14y)^3$

Onthou altyd om te toets of die vereenvoudigde uitdrukking ekwivalent is aan die gegewe uitdrukking vir ten minste drie verskillende waardes van die gegewe veranderlike.

VIERKANTSWORTELS EN DERDEMAGSWORTELS VAN UITDRUKKINGS

1. Thabang en sy vriend Vuyiswa is gevra om $\sqrt{2a^2 \times 2a^2}$ te vereenvoudig.

   Thabang het soos volg geredeneer:

   Om die vierkantswortel van 'n getal te bepaal is dieselfde as om vir jouself te vra: "Watter getal word met homself vermenigvuldig?" Die getal wat met homself vermenigvuldig word, is $2a^2$ en daarom is $\sqrt{2a^2 \times 2a^2} = 2a^2$.

   Vuyiswa het soos volg geredeneer:

   Ek moet eers $2a^2 \times 2a^2$ vereenvoudig om $4a^4$ te kry en dan $\sqrt{4a^4} = 2a^2$ bereken.

   Watter een van die twee metodes verkies jy? Verduidelik waarom.

   ....

2. Sê of elk van die volgende waar of onwaar is. Gee 'n rede vir jou antwoord.

   (a) $\sqrt{6x \times 6x} = 6x$

   ....

   ....

   (b) $\sqrt{5x^2 \times 5x^2} = 5x^2$

   ....

   ....

3. Vereenvoudig.

   (a) $y^6 \times y^6$

   ....

   (b) $125x^2 + 44x^2$

   ....

4. Vereenvoudig.

   (a) $\sqrt{y^{12}}$

   ....

   ....

   ....

   (b) $\sqrt{125x^2 + 44x^2}$

   ....

   ....

   ....

   (c) $\sqrt{25a^2 - 16a^2}$

   ....

   ....

   (d) $\sqrt{121y^2}$

   ....

   ....

   (e) $\sqrt{16a^2 + 9a^2}$

   ....

   ....

   (f) $\sqrt{25a^2 - 9a^2}$

   ....

   ....

5. Wat beteken dit om die derdemagswortel van $8x^3$ geskryf as $\sqrt[3]{8x^3}$ te bepaal?

....

6. Vereenvoudig die volgende:

(a) $2a \times 2a \times 2a$

....

....

(b) $10b^3 \times 10b^3 \times 10b^3$

....

....

(c) $3x^3 \times 3x^3 \times 3x^3$

....

....

(d) $-3x^3 \times -3x^3 \times -3x^3$

....

....

7. Bepaal die volgende:

(a) $\sqrt[3]{1000b^9}$

....

(b) $\sqrt[3]{2a \times 2a \times 2a}$

....

(c) $\sqrt[3]{27x^3}$

....

....

(d) $\sqrt[3]{-27x^3}$

....

....

8. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:

(a) $6x^3 + 2x^3$

....

(b) $-m^3 - 3m^3 - 4m^3$

....

9. Bepaal die volgende:

(a) $\sqrt[3]{6x^3 + 2x^3}$

....

....

....

(b) $\sqrt[3]{-8m^3}$

....

....

....

(c) $\sqrt[3]{125y^3}$

....

....

....

(d) $\sqrt[3]{93a^3 + 123a^3}$

....

....

....

WERKBLAD

1. Vereenvoudig die volgende:

(a) $2(3b + 1) + 4$

(b) $6 - (2 + 5e)$

....

....

(c) $18mn + 22mn + 70mn$

(d) $4pqr + 3 + 9pqr$

....

2. Evalueer elk van die volgende uitdrukkings vir $m = 10$:

(a) $3m^2 + m + 10$

(b) $5(m^2 - 5) + m^2 + 25$

....

....

....

3. (a) Vereenvoudig: $\dfrac{4b+6}{2}$

....

(b) Evalueer die uitdrukking $\dfrac{4b+6}{2}$ vir $b = 100$.

....

4. Vereenvoudig.

(a) $(4g)^2$

(b) $(6y)^3$

(c) $(7s + 3s)^2$

....

....

5. Bepaal die volgende:

(a) $\sqrt{121b^2}$

(b) $\sqrt[3]{64y^3}$

(c) $\sqrt{63d^2 + 18d^2}$

....

....

Hoofstuk 9
Algebraïese vergelykings 2

In hierdie hoofstuk gaan jy vergelykings oplos deur inverse bewerkings toe te pas. Jy gaan ook vergelykings oplos wat eksponente bevat.

$$5 \times 9^2 + 4 \times 9 - 3$$

$$5 \times 8^2 + 4 \times 8 - 3$$

$$5 \times 12^2 + 4 \times 12 - 3$$

$$5 \times 20^2 + 4 \times 20 - 3$$

$$5 \times 2^2 + 4 \times 2 - 3$$

$$5 \times x^2 + 4 \times x - 3$$

$$5x^2 + 4x - 3$$

$$5 \times 7^2 + 4 \times 7 - 3$$

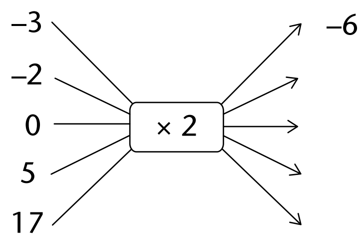
$$5 \times 25^2 + 4 \times 25 - 3$$

9 Algebraïese vergelykings 2

9.1 Dink vorentoe en terug

DOEN EN HERSTEL WAT GEDOEN IS

1. Voltooi die vloeidiagram deur die uitvoergetalle te bepaal.



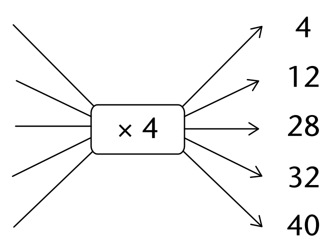
2. Voltooi die tabel.

x	–3	–2	0	5	17
$2x$					

3. Evalueer $4x$ as:

(a) $x = -7$ (b) $x = 10$ (c) $x = 0$

4. (a) Voltooi die vloeidiagram deur die invoergetalle te bepaal.



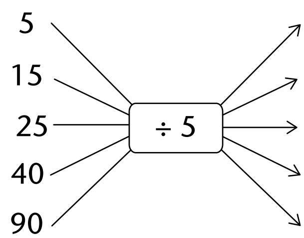
(b) Puleng het nog 'n heelgetal in die vloeidiagram ingevoer en –68 as 'n antwoord gekry. Watter heelgetal het sy ingevoer? Wys jou berekening.

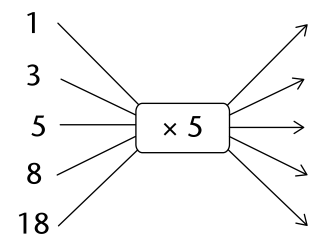
(c) Verduidelik hoe jy gewerk het om die invoergetalle te bepaal toe jy vraag (a) gedoen het.

5. (a) Voltooi die tabel.

x					
$5x$	5	15	25	40	90

(b) Voltooi die vloeidiagramme.





(c) Verduidelik hoe jy die tabel voltooi het.

In algebra wil ons soms uitdrukkings **evalueer**. Wanneer ons uitdrukkings evalueer, vervang ons ’n veranderlike in die uitdrukking met ’n **invoergetal** om die waarde van die uitdrukking te kry wat die ooreenstemmende **uitvoergetal** genoem word. Ons sal aan hierdie proses dink as ’n **doenproses**.

In ander gevalle wil ons weer dit wat gedoen is **ongedaan maak** of **herstel**. Wanneer ons weet watter uitvoergetal verkry is, maar nie weet watter invoergetal gebruik is nie, moet ons dit wat in die evaluering van die uitdrukking gedoen is ongedaan maak. Dan sê ons dat ons **’n vergelyking oplos**.

6. Kyk weer na vrae 1 tot 5. Sê vir elke vraag of die vraag ’n doenproses of ’n herstelproses vereis het. Gee ’n verduideliking vir jou antwoord (byvoorbeeld: invoer na uitvoer).

7. (a) Voltooi die vloeidiagramme.

$1 \longrightarrow \boxed{+\ 6} \longrightarrow$ $\qquad$ $7 \longrightarrow \boxed{-\ 6} \longrightarrow$

(b) Wat sien jy raak?

8. (a) Voltooi die vloeidiagramme.

$2 \longrightarrow \boxed{\times\ 5} \longrightarrow$ $\qquad$ $10 \longrightarrow \boxed{\div\ 5} \longrightarrow$

(b) Wat sien jy raak?

9. (a) Voltooi die vloeidiagramme.

$20 \longrightarrow \boxed{\times\ 5} \longrightarrow \boxed{+\ 5} \longrightarrow$ $\qquad$ $105 \longrightarrow \boxed{-\ 5} \longrightarrow \boxed{\div\ 5} \longrightarrow$

(b) Wat sien jy raak?

10. (a) Voltooi die vloeidiagram.

$64 \longrightarrow \boxed{\div\ 8} \longrightarrow \boxed{+\ 12} \longrightarrow$

(b) Watter berekeninge sal jy doen om te bepaal wat die invoergetal was as die uitvoergetal 20 is?

Los die volgende probleme op deur te herstel wat gedoen is om die antwoord te kry:

11. ’n Sekere getal word met 10 vermenigvuldig en die antwoord is 150. Wat is die getal?

12. Wanneer ’n sekere getal deur 5 gedeel word, is die antwoord 1. Wat is die getal?

13. Wanneer 23 by ’n sekere getal getel word, is die antwoord 107. Wat is die getal?

14. Wanneer ’n sekere getal met 5 vermenigvuldig word en 2 word van die antwoord afgetrek, is die finale antwoord 13. Wat is die oorspronklike getal?

Om van die uitvoerwaarde na die invoerwaarde te beweeg word **oplossing van die vergelyking vir die onbekende** genoem.

9.2 Los vergelykings op deur optellings- en vermenigvuldigingsinverses te gebruik

BEPAAL DIE ONBEKENDE

Kyk na die vergelyking $3x + 2 = 23$.

Ons kan die vergelyking $3x + 2 = 23$ in ’n vloeidiagram voorstel, waar x ’n onbekende getal voorstel:

$$x \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow \boxed{+2} \longrightarrow 23$$

Wanneer jy die proses in die vloeidiagram omkeer, begin jy met die uitvoergetal 23, trek dan 2 af en deel dan die antwoord deur 3:

$$23 \longrightarrow \boxed{-2} \longrightarrow \boxed{\div 3} \longrightarrow$$

Ons kan die hele omgekeerde proses hier bo as volg neerskryf:

Trek 2 van albei kante van die vergelyking af:

$$\begin{aligned} 3x + 2 - 2 &= 23 - 2 \\ 3x &= 21 \end{aligned}$$

Deel albei kante deur 3:

$$\begin{aligned} \frac{3x}{3} &= \frac{21}{3} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Ons sê $x = 7$ is die oplossing van $3x + 2 = 23$ want $3 \times 7 + 2 = 23$. Ons sê dat $x = 7$ die vergelyking $3x + 2 = 23$ waar maak.

Die getalle +2 en −2 is **optellingsinverses** (of **additiewe inverses**) van mekaar. Wanneer ons ’n getal en sy optellingsinverse bymekaartel, kry ons altyd 0.

Die getalle 3 en $\frac{1}{3}$ is **vermenigvuldigingsinverses** (of **multiplikatiewe inverses**) van mekaar. Wanneer ons ’n getal en sy vermenigvuldigingsinverse vermenigvuldig, kry ons altyd 1, so $3 \times \frac{1}{3} = 1$.

Die optellingsinverses en vermenigvuldigingsinverses help ons om die onbekende waarde of die invoerwaarde “op sy eie” te kry.

Onthou ook:
- **Die vermenigvuldigingseienskap van 1:** die produk van enige getal en 1 is daardie getal.
- **Die optellingseienskap van 0:** die som van enige getal en 0 is daardie getal.

Los die vergelykings hier onder op deur die optellingsinverses en vermenigvuldigingsinverses te gebruik. Kontroleer jou antwoorde.

1. $x + 10 = 0$

2. $49x + 2 = 100$

3. $2x = 1$

4. $20 = 11 - 9x$

Soms moet jy gelyksoortige terme kombineer voor jy die vergelykings kan oplos deur optellingsinverses en vermenigvuldigingsinverses te gebruik, soos in die voorbeeld hier onder.

Voorbeeld: Los op vir x: $7x + 3x = 10$

$$10x = 10$$
$$\frac{10x}{10} = \frac{10}{10}$$
$$x = 1$$

$7x$ en $3x$ is gelyksoortige terme en kan met een ekwivalente uitdrukking $(7 + 3)x = 10x$ vervang word.

5. $4x + 6x = 20$

6. $5x = 40 + 3x$

7. $3x + 1 - x = 0$

....
....
....
....
....
....
....

8. $x + 20 + 4x = -55$

....
....
....
....
....
....
....

9.3 Los vergelykings op wat magte behels

Om 'n eksponensiële vergelyking op te los is dieselfde as om die vraag te vra: **Tot watter eksponent moet die grondtal verhef word om die vergelyking waar te maak?**

1. Voltooi die tabel.

x	1	3	5	7
2^x				

2. Voltooi die tabel.

x		2		5
3^x	1		27	

Karina het die vergelyking $3^x = 27$ soos volg opgelos:

$3^x = 27$

Dus $3^x = 3^3$

Dus $x = 3$

Die getal 27 kan as 3^3 uitgedruk word, want $3^3 = 27$.

3. Gebruik nou Karina se metode en los op vir x in elk van die volgende:

(a) $2^x = 32$

....
....

(b) $4^x = 16$

....
....

(c) $6^x = 216$

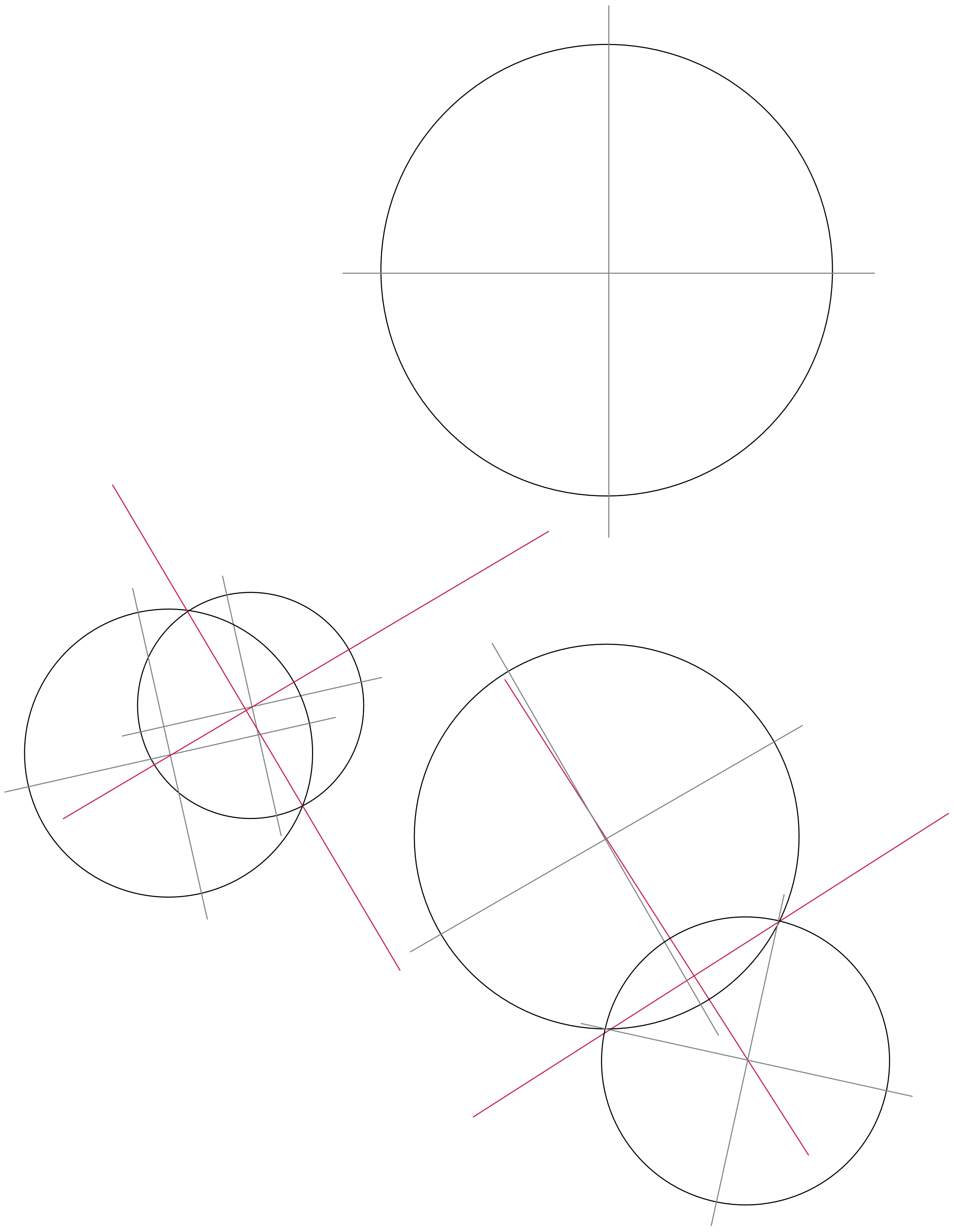
....
....

(d) $5^{x+1} = 125$

....
....

Hoofstuk 10
Konstruksie van meetkundige figure

Jy gaan in hierdie hoofstuk leer hoe om verskillende lyne, hoeke en figure te konstrueer of teken. Jy gaan tekeninstrumente soos ’n liniaal gebruik om reguit lyne te trek, ’n gradeboog om hoeke te meet en teken, en ’n passer om sirkelboë te teken wat ’n bepaalde afstand van ’n punt af is. Jy gaan deur die verskillende konstruksies ’n paar van die eienskappe van driehoeke en vierhoeke ondersoek; met ander woorde, jy gaan meer uitvind oor wat altyd waar is vir alle of sekere soorte driehoeke en vierhoeke.



Kan twee sirkels so geteken word dat die rooi lyne nie teen regte hoeke sny nie?

10 Konstruksie van meetkundige figure

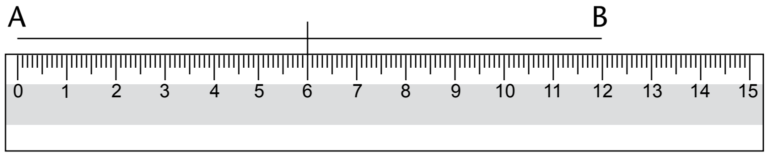
10.1 Halvering van lyne

Wanneer ons meetkundige figure konstrueer, of teken, moet ons dikwels lyne of hoeke halveer. **Halvering** beteken om iets in twee gelyke dele te verdeel. Daar is verskillende maniere om 'n lynstuk te halveer.

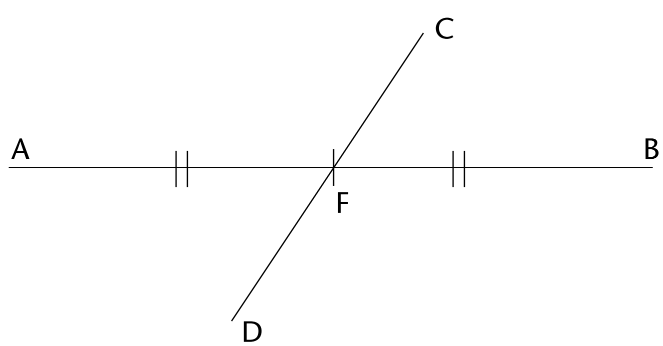
HALVEER 'N LYNSTUK MET 'N LINIAAL

1. Lees deur die volgende stappe.

Stap 1: Trek lynstuk AB en bepaal sy middelpunt.



Stap 2: Trek enige lynstuk deur die middelpunt.



Die klein merkies op AF en FB wys dat AF en FB ewe lank is.

CD word 'n **halveerlyn** genoem, want dit halveer AB. AF = FB.

2. Gebruik 'n liniaal om die volgende lynstukke te trek en halveer: AB = 6 cm en XY = 7 cm.

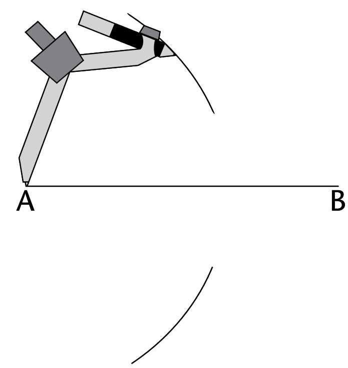
Jy het in Graad 6 geleer hoe om ’n passer te gebruik om sirkels en sirkelboë (gedeeltes van sirkels) te teken. Ons kan sirkelboë (of boë) gebruik om ’n lynstuk te halveer.

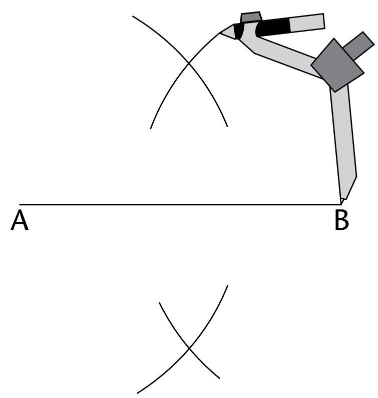
HALVEER ’N LYNSTUK MET ’N PASSER EN LINIAAL

1. Lees deur die volgende stappe.

Stap 1

Sit die passer op een eindpunt van die lynstuk (punt A). Trek ’n boog bo en onder die lyn. (Let op dat al die punte op die boog bo en onder die lyn dieselfde afstand vanaf punt A af is.)



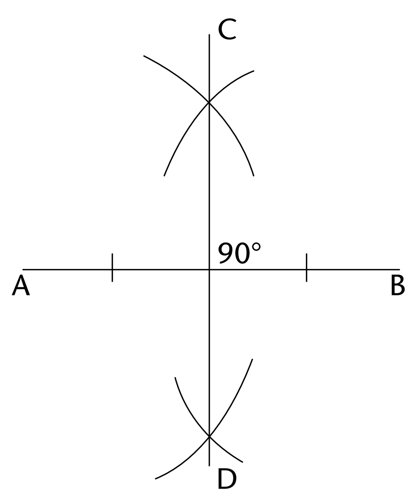


Stap 2

Sit die passer op punt B sonder om sy stelling te verander. Trek ’n boog bo en onder die lyn sodat die boë die eerste twee sny. (Die twee punte waar die boë sny, is dieselfde afstand van punt A en van punt B af.)

Stap 3

Gebruik ’n liniaal om die punte te verbind waar die boë sny. Hierdie lynstuk (CD) is die halveerlyn van AB.



’n **Loodlyn** is ’n lyn wat ’n ander lyn teen ’n hoek van 90° sny.

Let ook op dat CD **loodreg op** AB is. Dit word daarom ook ’n **loodregte halveerlyn** genoem.

2. Werk in jou oefeningboek. Gebruik ’n passer en ’n liniaal om te oefen om loodregte halveerlyne op lynstukke te trek.

Probeer dit!
Werk in jou oefeningboek. Gebruik net ’n gradeboog en liniaal om ’n loodregte halveerlyn op ’n lynstuk te trek. (Onthou dat ons ’n gradeboog gebruik om hoeke te meet.)

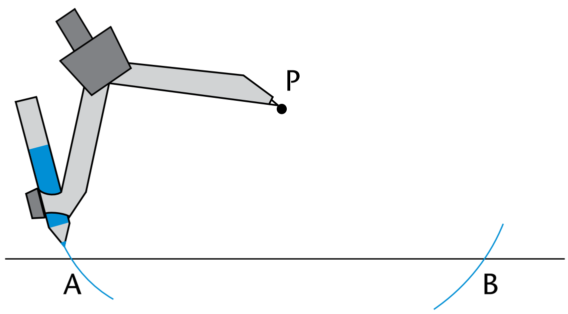
10.2 Konstruksie van loodlyne

’N LOODLYN VANAF ’N GEGEWE PUNT

1. Lees deur die volgende stappe.

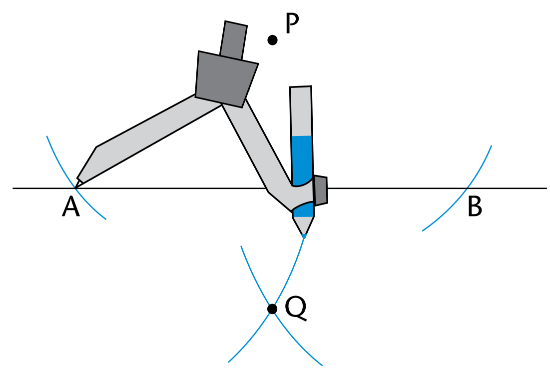
Stap 1

Sit jou passer se ankerpunt op die gegewe punt (punt P). Trek ’n boog oor die lyn aan elke kant van die gegewe punt. Moenie die passer se stelling verander as jy die tweede boog trek nie.



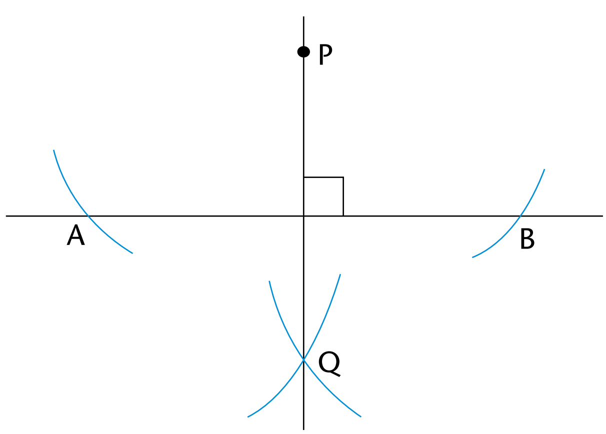
Stap 2

Vanaf elke boog op die lyn, trek nog ’n boog op die teenoorgestelde kant van die lyn van waar die gegewe punt (P) is. Die twee nuwe boë sal sny.



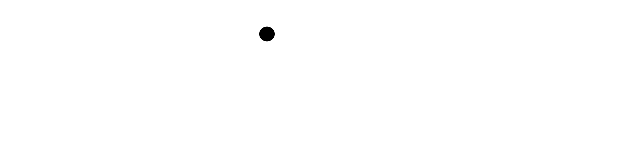
Stap 3

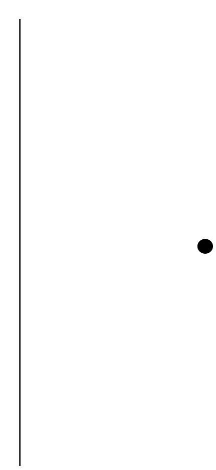
Gebruik jou liniaal om die gegewe punt (P) met die punt te verbind waar die boë sny (Q).



PQ is loodreg op AB.
Ons skryf dit ook soos volg: PQ $\perp$ AB.

2. Gebruik jou passer en liniaal om ’n loodlyn vanaf elke gegewe punt na die lynstuk te trek:



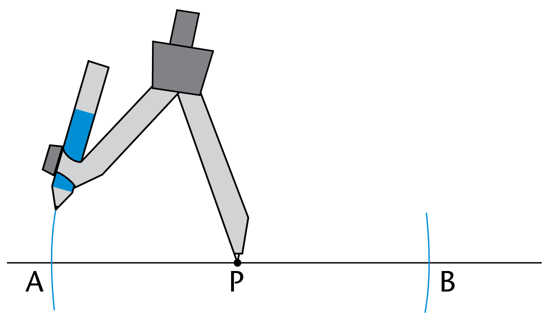


'N LOODLYN BY 'N GEGEWE PUNT OP 'N LYN

1. Lees deur die volgende stappe.

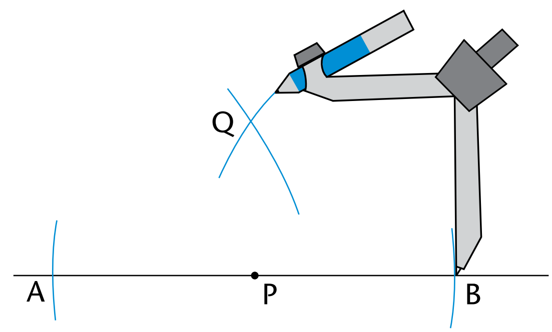
Stap 1

Sit jou passer se ankerpunt op die gegewe punt (P). Trek 'n boog oor die lyn aan weerskante van die gegewe punt. Moenie die passer se stelling verander as jy die tweede boog trek nie.



Stap 2

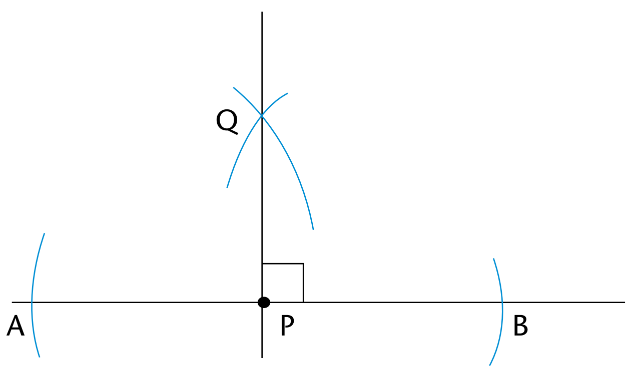
Maak jou passer oop sodat dit wyer is as die afstand vanaf een van die boë na punt P. Sit die passer se ankerpunt op elke boog en trek 'n boog bo of onder punt P. Die twee nuwe boë sal sny.



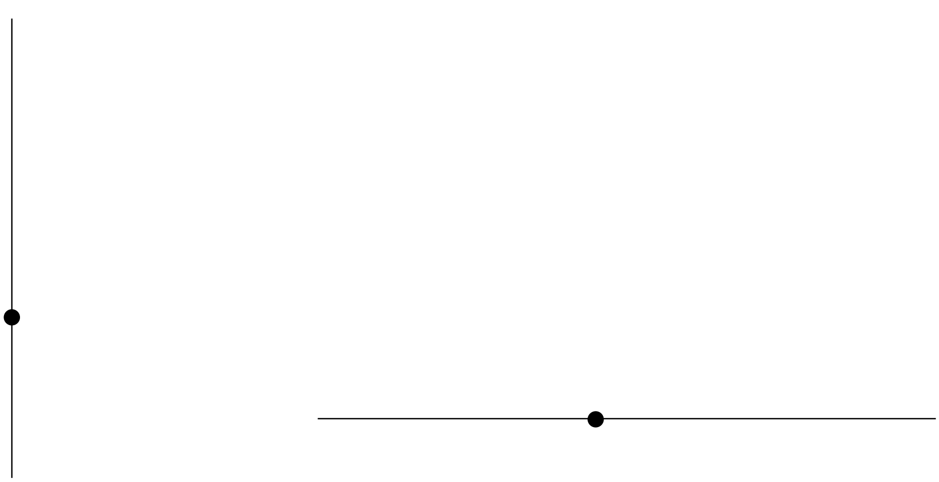
Stap 3

Gebruik jou liniaal om die gegewe punt (P) en die punt waar die boë sny (Q) te verbind.

$PQ \perp AB$



2. Gebruik jou passer en liniaal om 'n loodlyn by die gegewe punt op elke lyn te trek:



10.3 Halvering van hoeke

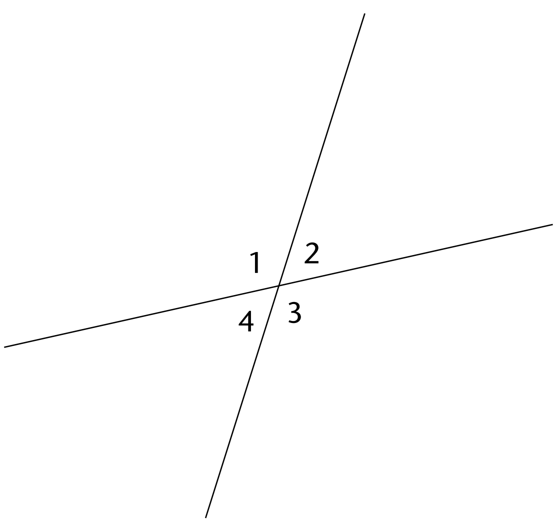
Hoeke word gevorm waar enige twee lyne ontmoet of sny. Ons gebruik grade (°) om hoeke te meet.

MEET EN KLASSIFISEER HOEKE

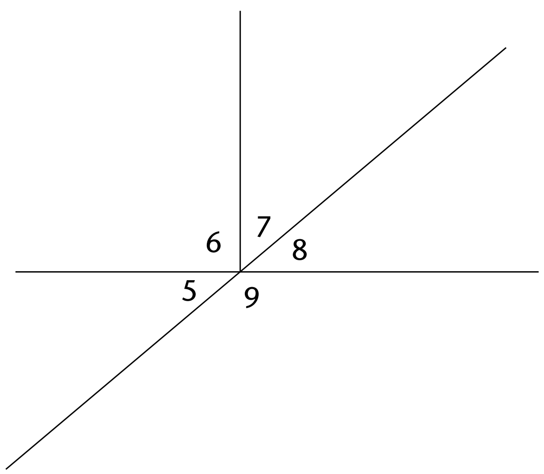
In die figure hier onder het elke hoek 'n nommer van 1 tot 9.

1. Gebruik 'n gradeboog om die groottes van al die hoeke in elke figuur te meet. Skryf jou antwoorde op elke figuur neer.

(a)



(b)



2. Gebruik jou antwoorde om die hoekgroottes hier onder in te vul.

$\hat{1}$ = ... ° ....

$\hat{1} + \hat{2}$ = ... ° ....

$\hat{1} + \hat{4}$ = ... ° ....

$\hat{2} + \hat{3}$ = ... ° ....

$\hat{3} + \hat{4}$ = ... ° ....

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{4}$ = ... ° ....

$\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4}$ = ... ° ....

$\hat{6}$ = ... ° ....

$\hat{7} + \hat{8}$ = ... ° ....

$\hat{6} + \hat{7} + \hat{8}$ = ... ° ....

$\hat{5} + \hat{6} + \hat{7}$ = ... ° ....

$\hat{6} + \hat{5}$ = ... ° ....

$\hat{5} + \hat{6} + \hat{7} + \hat{8}$ = ... ° ....

$\hat{5} + \hat{6} + \hat{7} + \hat{8} + \hat{9}$ = ... ° ....

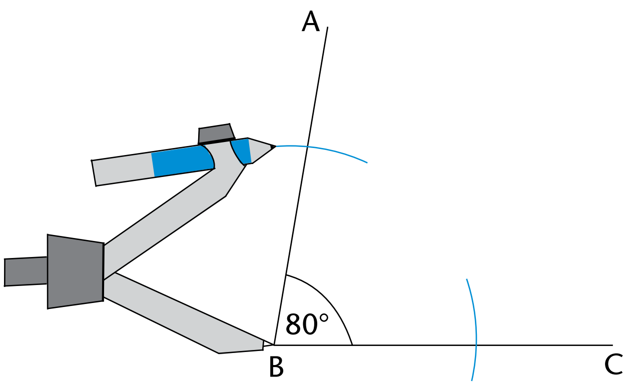
3. Skryf langs elke antwoord hier bo neer watter soort hoek dit is, dit wil sê skerp, stomp, regte, gestrekte of inspringende hoek of 'n omwenteling.

HALVEER HOEKE SONDER 'N GRADEBOOG

1. Lees deur die volgende stappe.

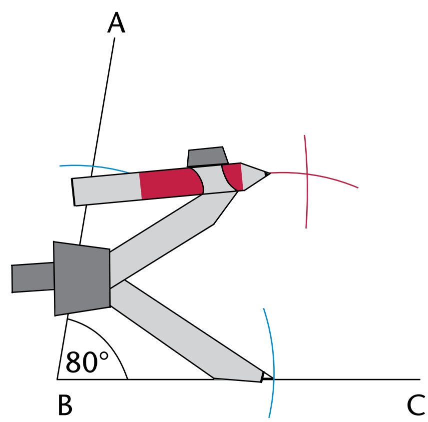
Stap 1

Sit die passer se ankerpunt op punt B, die hoekpunt van die hoek. Trek 'n boog oor elke been van die hoek.



Stap 2

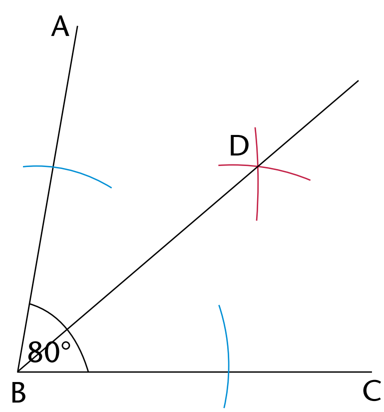
Sit die passer op die punt waar een boog 'n been sny en trek 'n boog binne die hoek. Sonder om die passer se stelling te verander, herhaal vir die ander been sodat die twee boë sny.



Stap 3

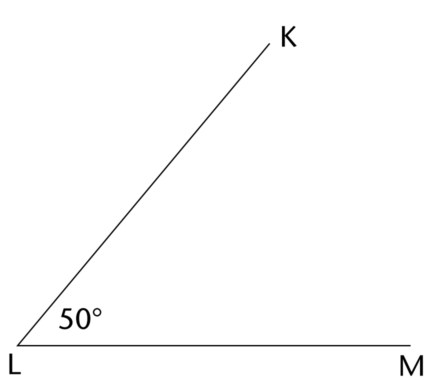
Gebruik 'n liniaal om die hoekpunt met die punt te verbind waar die boë sny (D).

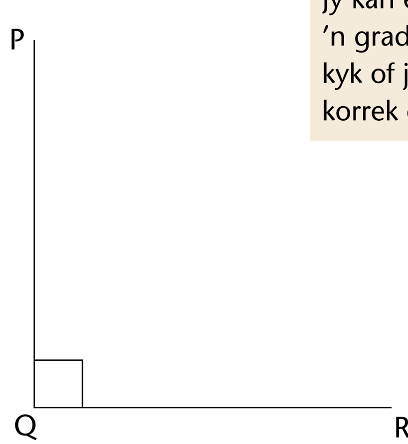
DB is die halveerlyn van A$\hat{B}$C.



2. Gebruik jou passer en liniaal om die hoeke te halveer.

Jy kan elk van die hoeke met 'n gradeboog meet om te kyk of jy die gegewe hoek korrek gehalveer het.





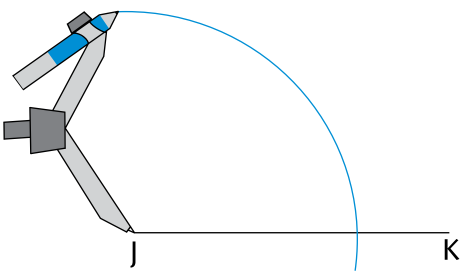
10.4 Konstruksie van spesiale hoeke sonder ’n gradeboog

KONSTRUEER HOEKE VAN 60°, 30° EN 120°

1. Lees deur die volgende stappe.

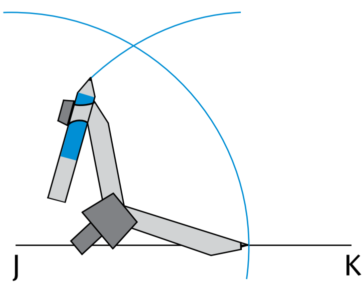
Stap 1

Trek ’n lynstuk (JK). Met die passer se ankerpunt op punt J, trek ’n boog oor JK om verby punt J te gaan.



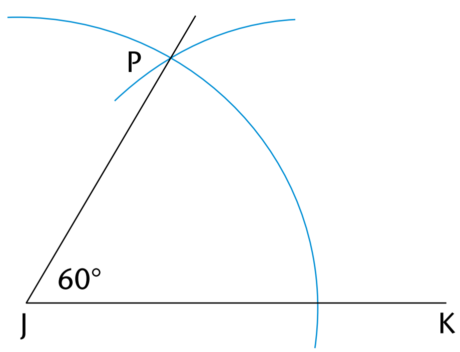
Stap 2

Sonder om die passer se stelling te verander, verskuif die passer na die punt waar die boog JK sny en trek ’n boog wat die eerste een sny.



Stap 3

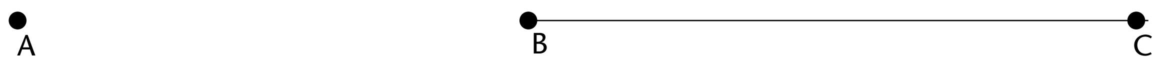
Verbind punt J met die punt waar die twee boë sny (P).
$P\hat{J}K = 60°$



2. (a) Konstrueer ’n hoek van 60° by punt B op die volgende bladsy.
   (b) Halveer die hoek wat jy gekonstrueer het.
   (c) Kan jy sien dat die gehalveerde hoek uit twee hoeke van 30° bestaan?
   (d) Verleng lynstuk BC na A.
   Meet dan die hoek wat aangrensend tot die hoek van 60° is.
   Wat is sy grootte? ....
   (e) Die hoek van 60° en sy aangrensende hoek werk saam uit op ....

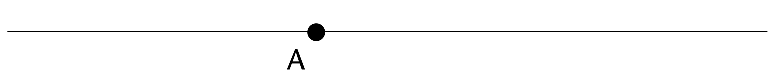
Wanneer jy later meer oor die eienskappe van driehoeke leer, sal jy verstaan waarom die metode hier bo ’n hoek van 60° skep. Of kan jy dit nou al uitwerk? (Wenk: Wat weet jy van gelyksydige driehoeke?)

Aangrensend beteken “langs”.



KONSTRUEER HOEKE VAN 90° EN 45°

1. Konstrueer ’n hoek van 90° by punt A. Kyk weer na afdeling 10.2 as jy sukkel.
2. Halveer die 90°-hoek om ’n hoek van 45° te skep. Blaai terug na afdeling 10.3 as jy hulp nodig het.



Uitdaging
Werk in jou oefeningboek. Probeer om die volgende hoeke te konstrueer sonder om ’n gradeboog te gebruik: 150°, 210° en 135°.

10.5 Konstruksie van driehoeke

In hierdie afdeling gaan jy leer hoe om driehoeke te konstrueer. Jy sal ’n potlood, ’n gradeboog, ’n liniaal en ’n passer nodig hê.

’n Driehoek het drie sye en drie hoeke. Ons kan ’n driehoek konstrueer as ons sommige van sy afmetings ken, dit wil sê sy sye, sy hoeke, of party van sy sye en hoeke.

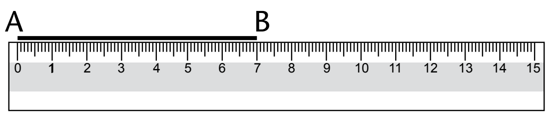
KONSTRUEER DRIEHOEKE

Konstrueer driehoeke as drie sye gegee word

1. Lees deur die volgende stappe. Dit beskryf hoe om ΔABC met sylengtes van 3 cm, 5 cm en 7 cm te konstrueer.

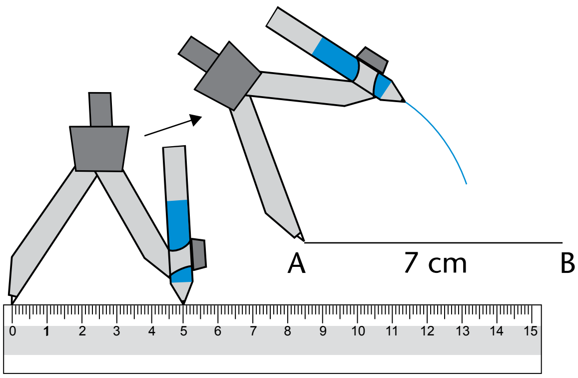
Stap 1

Trek een sy van die driehoek met 'n liniaal. Die konstruksie is dikwels makliker as jy met die langste sy begin.



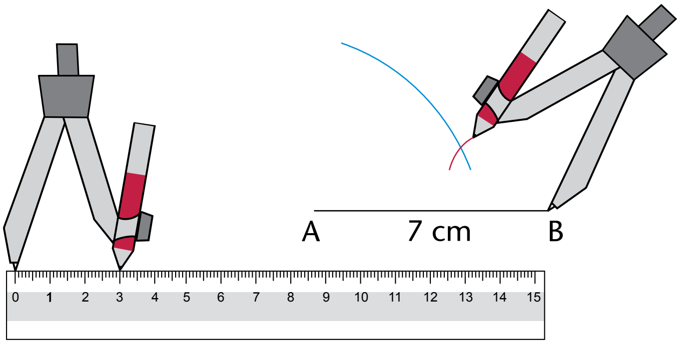
Stap 2

Met radius 5 cm en ankerpunt op A, trek 'n boog. Die derde hoekpunt van die driehoek sal iewers op hierdie boog wees.



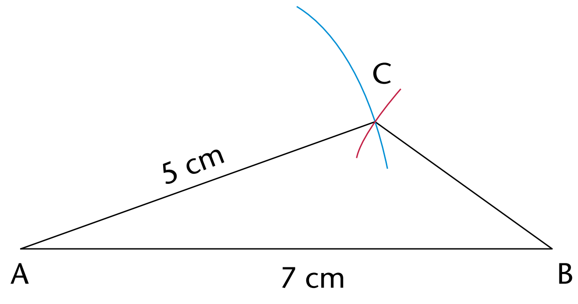
Stap 3

Met radius 3 cm en ankerpunt B, trek 'n boog om die eerste boog te sny. Hierdie snypunt sal die derde hoekpunt van die driehoek wees.



Stap 4

Gebruik jou liniaal om punt A en punt B te verbind aan die punt waar die boë sny (punt C).

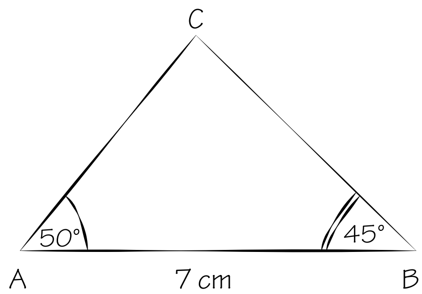


2. Werk in jou oefeningboek. Volg die stappe hier bo om die volgende driehoeke te konstrueer:
   (a) ΔABC met sye 6 cm, 7 cm en 4 cm
   (b) ΔKLM met sye 10 cm, 5 cm en 8 cm
   (c) ΔPQR met sye 5 cm, 9 cm en 11 cm

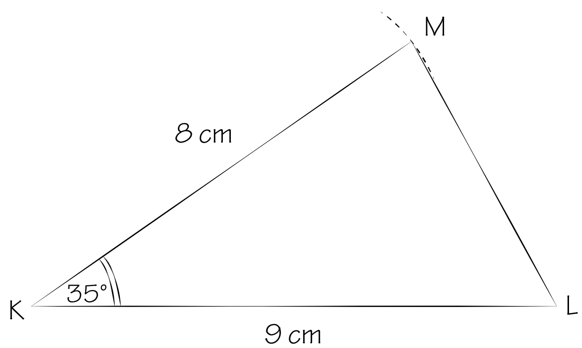
Konstrueer driehoeke as sekere hoeke en sye gegee word

3. Gebruik die ruwe sketse in (a) tot (c) hier onder om akkurate driehoeke te konstrueer deur ’n liniaal, passer en gradeboog te gebruik. Doen die konstruksie langs elke skets.
   - Die stippellyne wys waar jy ’n passer moet gebruik om die lengte van ’n sy te meet.
   - Gebruik ’n gradeboog om die grootte van die gegewe hoeke te meet.

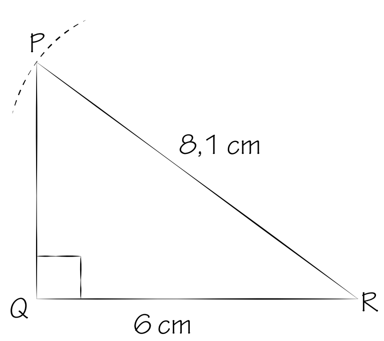
   (a) Konstrueer ΔABC, met **twee hoeke en een sy gegee**.



   (b) Konstrueer ΔKLM, met **twee sye en ’n hoek gegee**.



   (c) Konstrueer reghoekige ΔPQR, met die **skuinssy en een ander sy gegee**.



4. Meet die ontbrekende hoeke en sye van elke driehoek in 3(a) tot (c) op die vorige bladsy. Skryf die afmetings by jou voltooide konstruksies.
5. Vergelyk elkeen van jou gekonstrueerde driehoeke in 3(a) tot (c) met ’n klasmaat se driehoeke. Is die driehoeke presies dieselfde?

As driehoeke presies dieselfde is, sê ons hulle is **kongruent**.

Uitdaging

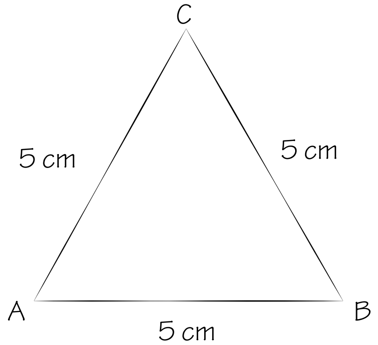
1. Konstrueer hierdie driehoeke:
   (a) ΔSTU, **met drie hoeke gegee**: $\hat{S} = 45°$, $\hat{T} = 70°$ en $\hat{U} = 65°$.
   (b) ΔXYZ, met twee sye en die hoek teenoor een van die sye gegee: $\hat{X} = 50°$, XY = 8 cm en XZ = 7 cm.
2. Kan jy meer as een skets vir elke driehoek hier bo kry? Verduidelik jou bevindings aan ’n klasmaat.

10.6 Eienskappe van driehoeke

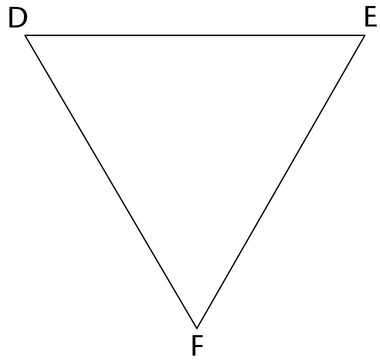
Die hoeke van ’n driehoek kan dieselfde grootte of verskillende groottes wees. Die sye van ’n driehoek kan dieselfde lengte of verskillende lengtes wees.

EIENSKAPPE VAN GELYKSYDIGE DRIEHOEKE

1. (a) Konstrueer ΔABC langs sy ruwe skets hier onder.
   (b) Meet en merk die groottes van al sy sye en hoeke.



2. Meet en skryf die groottes van die sye en hoeke van ΔDEF hier regs neer.
3. Albei driehoeke in vrae 1 en 2 word **gelyksydige driehoeke** genoem. Bespreek met ’n klasmaat of die volgende waar is vir ’n gelyksydige driehoek:
   - Al die sye is ewe lank.
   - Al die hoeke is gelyk aan 60°.



EIENSKAPPE VAN GELYKBENIGE DRIEHOEKE

1. (a) Konstrueer ΔDEF met EF = 7 cm, $\hat{E} = 50°$ en $\hat{F} = 50°$.
   Konstrueer ook ΔJKL met JK = 6 cm, KL = 6 cm en $\hat{J} = 70°$.

   (b) Meet en merk al die sye en hoeke van elke driehoek.

2. Albei driehoeke hier bo word **gelykbenige driehoeke** genoem. Bespreek met 'n klasmaat of die volgende waar is vir 'n gelykbenige driehoek:
   - Net twee sye is ewe lank.
   - Net twee hoeke is ewe groot.
   - Die twee gelyke hoeke is teenoor die twee gelyke sye.

DIE SOM VAN DIE HOEKE IN 'N DRIEHOEK

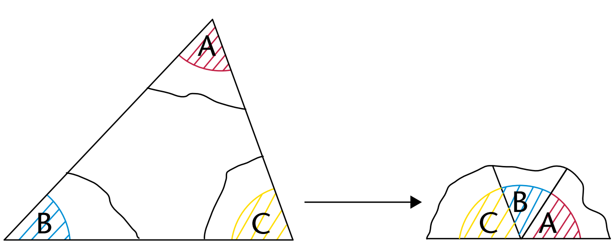
1. Kyk na jou gekonstrueerde driehoeke ΔABC, ΔDEF en ΔJKL hier bo en op die vorige bladsy. Wat is die som van die drie hoeke elke keer? ....

2. Het jy gevind dat die som van die binnehoeke van elke driehoek 180° is? Doen die volgende om te kontroleer of dit waar is vir ander driehoeke.

   (a) Konstrueer enige driehoek op 'n skoon vel papier. Merk die hoeke A, B en C en knip die driehoek uit.

   (b) Skeur die hoeke van die driehoek netjies af en pas hulle langs mekaar.

   (c) Let op dat $\hat{A}$, $\hat{B}$ en $\hat{C}$ 'n gestrekte hoek vorm. Voltooi: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} =$ ....°



Ons kan aflei dat die som van die binnehoeke van 'n driehoek altyd gelyk is aan 180°.

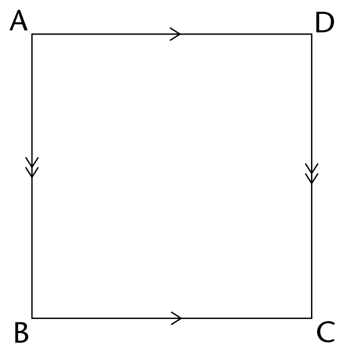
10.7 Eienskappe van vierhoeke

’n Vierhoek is enige geslote figuur met vier reguit sye. Ons klassifiseer vierhoeke volgens hulle sye en hoeke. Ons let op watter sye ewewydig, loodreg of gelyk is. Ons let ook op watter hoeke ewe groot is.

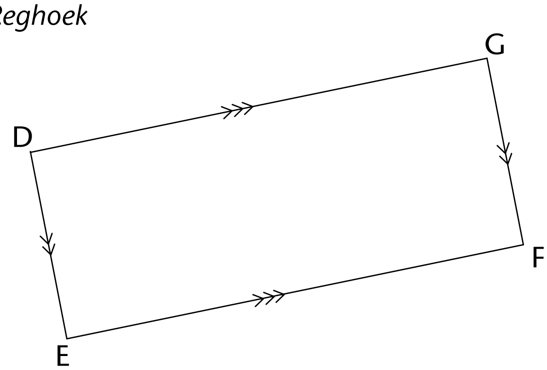
EIENSKAPPE VAN VIERHOEKE

1. Meet en skryf die groottes van al die hoeke en die lengtes van al die sye van elke vierhoek hier onder neer.

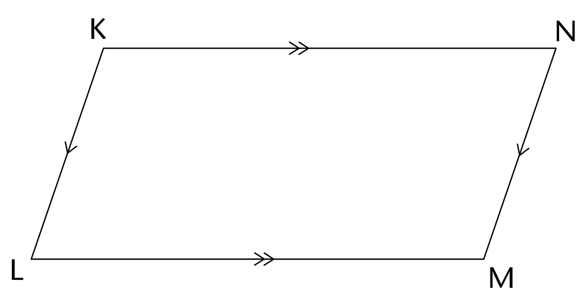
Vierkant



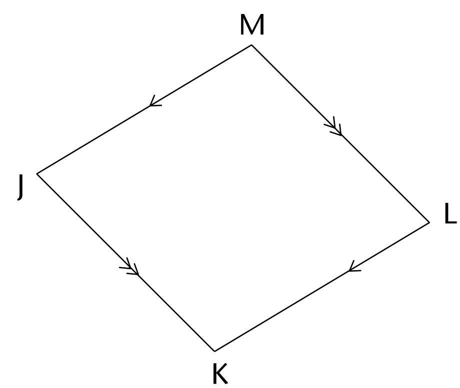
Reghoek



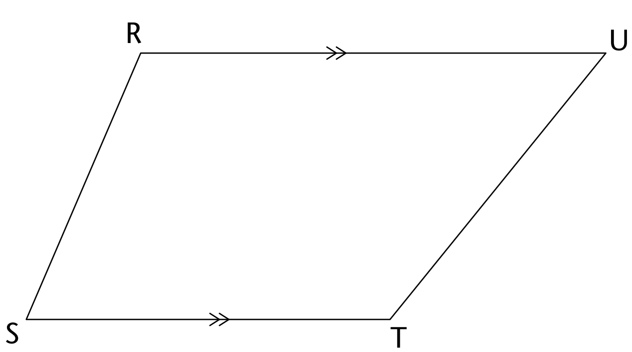
Parallelogram



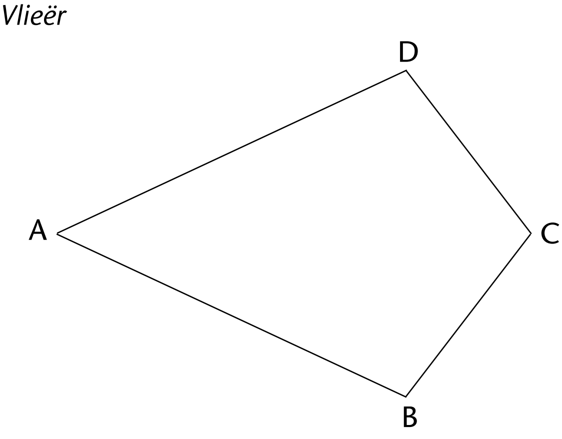
Ruit



Trapesium



Vlieër



2. Gebruik jou antwoorde in vraag 1. Maak 'n ✓ in die toepaslike blokkie hier onder om te wys watter eienskap korrek vir elke figuur is.

Eienskappe	**Parallelogram**	**Reghoek**	**Ruit**	**Vierkant**	**Vlieër**	**Trapesium**
Net een paar sye is ewewydig						
Teenoorstaande sye is ewewydig						
Teenoorstaande sye is ewe lank						
Alle sye is ewe lank						
Twee pare aangrens-ende sye is ewe lank						
Teenoorstaande hoeke is ewe groot						
Alle hoeke is gelyk						

SOM VAN DIE HOEKE IN 'N VIERHOEK

1. Tel die vier hoeke van elke vierhoek op die vorige bladsy bymekaar. Wat merk jy op oor die som van die hoeke van elke vierhoek?

   ....

2. Het jy gevind dat die som van die binnehoeke van elke vierhoek gelyk is aan 360°? Doen die volgende om te kontroleer of dit waar is vir ander vierhoeke.
   (a) Gebruik 'n liniaal om enige vierhoek op 'n skoon vel papier te konstrueer.
   (b) Merk die hoeke A, B, C en D. Knip die vierhoek uit.
   (c) Skeur die hoeke van die vierhoek netjies af en pas hulle langs mekaar.
   (d) Wat sien jy raak?

   ....

Ons kan aflei dat die som van die binnehoeke van 'n vierhoek altyd 360° is.

10.8 Konstruksie van vierhoeke

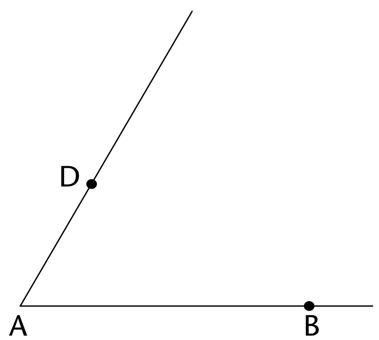
Jy het in afdeling 10.2 geleer hoe om loodlyne te konstrueer. As jy weet hoe om ewewydige lyne te konstrueer, behoort jy enige vierhoek akkuraat te kan konstrueer.

KONSTRUEER EWEWYDIGE LYNE OM VIERHOEKE TE TEKEN

1. Lees deur die volgende stappe.

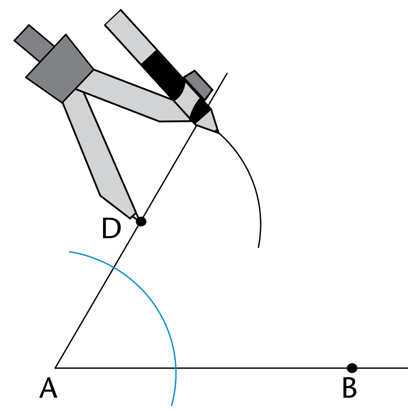
Stap 1

Merk 'n punt D vanaf lynstuk AB. Hierdie punt D sal op die lyn wees wat ewewydig aan AB sal wees. Trek 'n lyn vanaf A deur D.



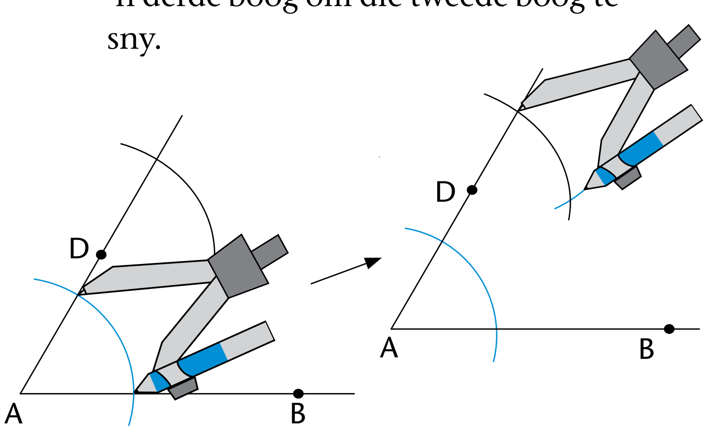
Stap 2

Met ankerpunt op A, trek 'n boog wat AD en AB sny. Hou dieselfde passerstelling en trek 'n boog vanaf punt D soos gewys word.



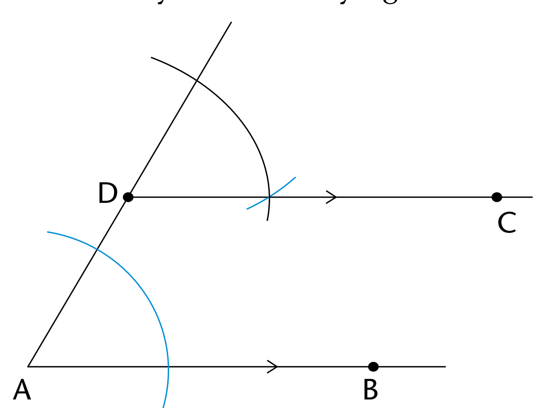
Stap 3

Stel die passer se wydte op die afstand tussen die punte waar die eerste boog AD en AB sny. Met ankerpunt op die punt waar die tweede boog AD sny, trek 'n derde boog om die tweede boog te sny.



Stap 4

Trek 'n lyn van D af deur die punt waar die twee boë sny. DC is ewewydig aan AB.



2. Oefen in jou oefeningboek om 'n parallelogram, vierkant en ruit te konstrueer.
3. Gebruik 'n gradeboog om te probeer om vierhoeke met ten minste een stel ewewydige sye te teken.

WERKBLAD

1. Doen die volgende konstruksie in jou oefeningboek.

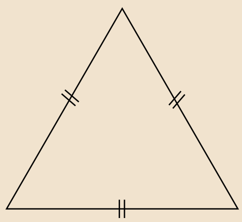
   (a) Gebruik 'n passer en liniaal om 'n gelyksydige $\triangle ABC$ met sye 9 cm te konstrueer.

   (b) Halveer $\hat{B}$ sonder om 'n gradeboog te gebruik. Die halveerlyn sny AC by punt D.

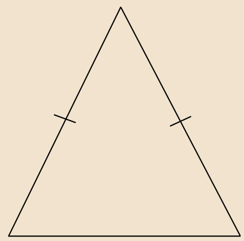
   (c) Gebruik 'n gradeboog om $A\hat{D}B$ te meet. Skryf die afmeting op die tekening.

2. Benoem die volgende soorte driehoeke en vierhoeke.

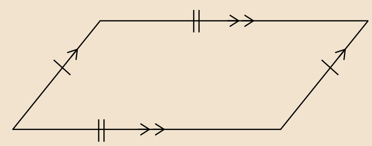
A



B

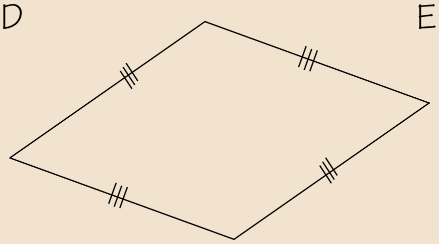


C

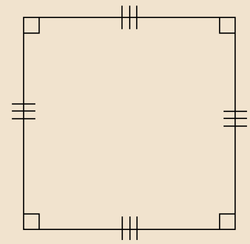


....

D



E



F

....

3. Watter van die volgende vierhoeke pas by elke beskrywing hier onder? (Daar sal dikwels meer as een antwoord wees.)

parallelogram; reghoek; ruit; vierkant; vlieër; trapesium

   (a) Alle sye is ewe lank en alle hoeke is ewe groot. ....

   (b) Twee pare aangrensende sye is ewe lank. ....

   (c) Een paar sye is ewewydig. ....

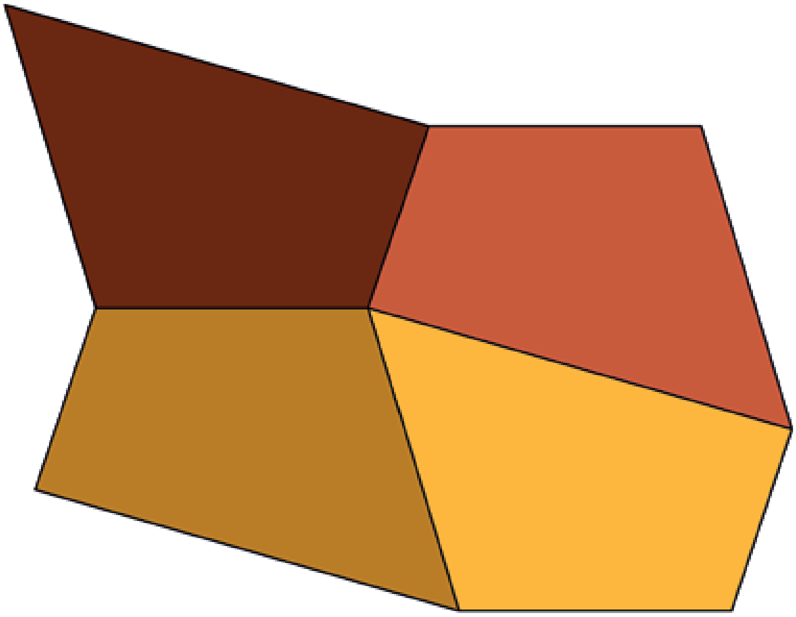
   (d) Teenoorstaande sye is ewewydig. ....

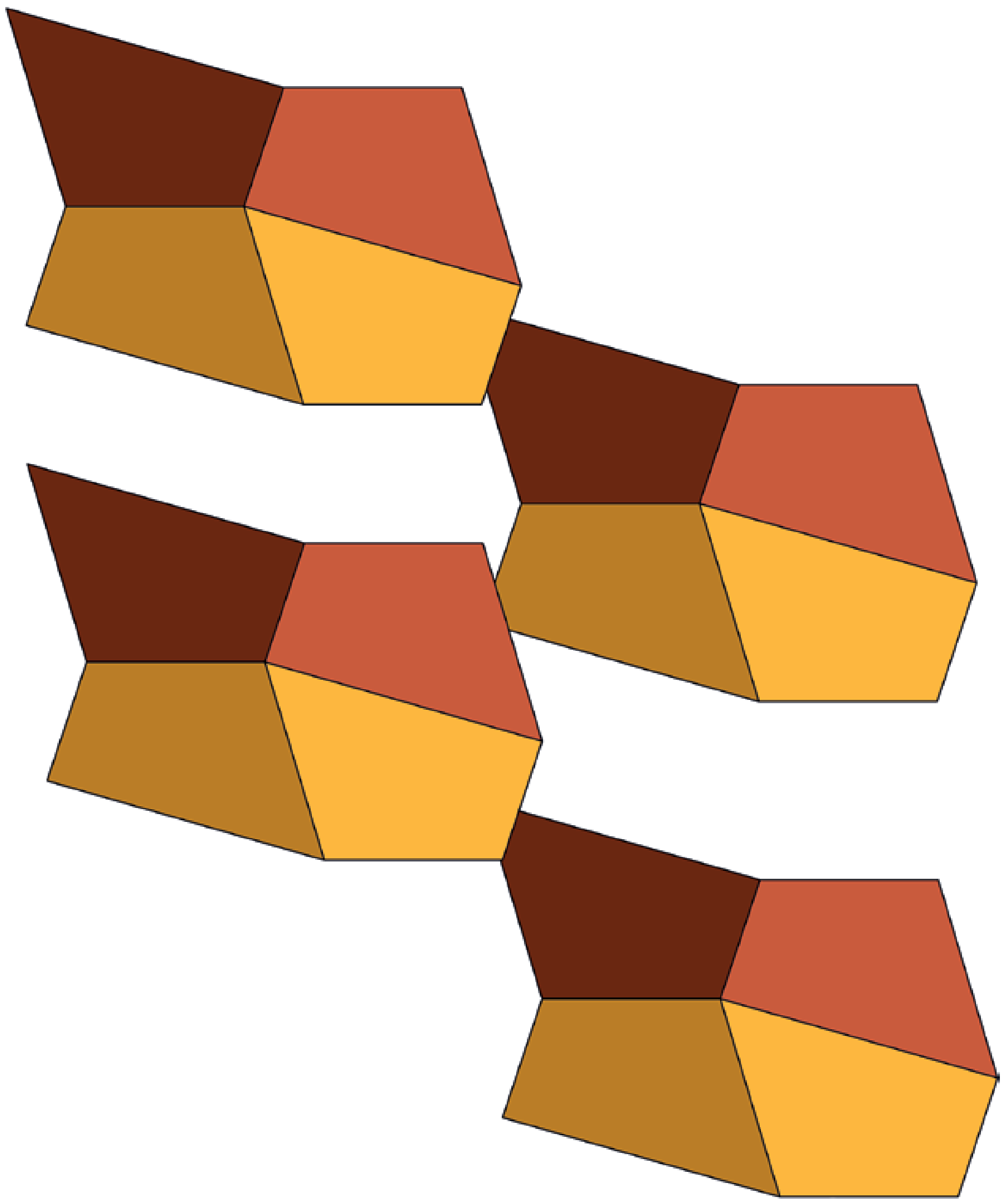
   (e) Teenoorstaande sye is ewewydig en alle hoeke is ewe groot. ....

   (f) Alle sye is ewe lank. ....

Hoofstuk 11
Meetkunde van 2D-figure

In hierdie hoofstuk gaan jy meer leer oor verskillende soorte driehoeke en vierhoeke en hulle eienskappe. Jy gaan figure wat kongruent is en figure wat gelykvormig is ondersoek. Jy gaan ook jou kennis van die eienskappe van 2D-figure gebruik om meetkundige probleme op te los.





11 Meetkunde van 2D-figure

11.1 Soorte driehoeke

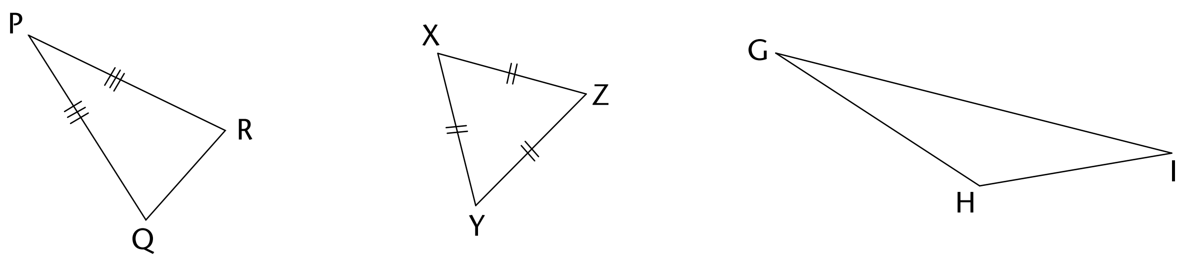
Jy weet teen hierdie tyd dat ’n driehoek ’n geslote 2D-figuur met drie reguit sye is. Ons kan verskillende soorte driehoeke volgens die lengtes van hulle sye en volgens die groottes van hulle hoeke klassifiseer of benoem.

BENOEM DRIEHOEKE VOLGENS HULLE SYE

1. Pas die naam van elke soort driehoek by die korrekte beskrywing.

Naam van driehoek	**Beskrywing van driehoek**
Gelykbenige driehoek	Al die sye is ewe lank.
Ongelykbenige driehoek	Geen sye is ewe lank nie.
Gelyksydige driehoek	Twee sye is ewe lank.

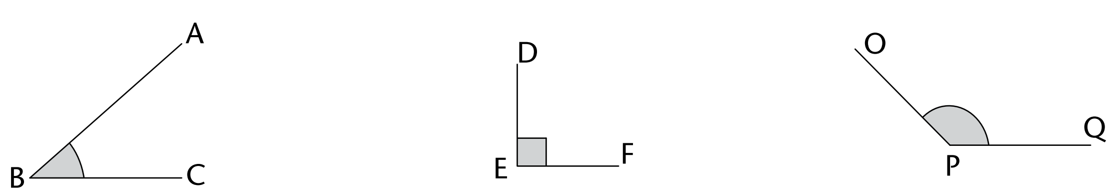
2. Benoem elke soort driehoek deur na sy sye te kyk.



....

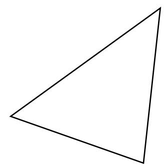
BENOEM DRIEHOEKE VOLGENS HULLE HOEKE

Onthou die volgende soorte hoeke:

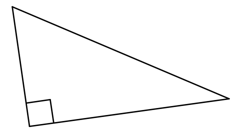


Skerphoek *(< 90°)*   *Regte hoek* *(= 90°)*   *Stomphoek* *(tussen 90° en 180°)*

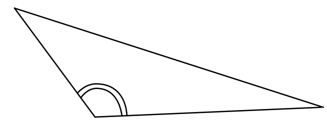
Bestudeer die volgende driehoeke en beantwoord dan die vrae:



Skerphoekige driehoek



Reghoekige driehoek



Stomphoekige driehoek

1. Is al die hoeke van 'n driehoek altyd ewe groot? ....
2. As 'n driehoek 'n stomphoek het, word dit 'n .... driehoek genoem.
3. As 'n driehoek net skerphoeke het, word dit 'n .... driehoek genoem.
4. As 'n driehoek 'n hoek het wat gelyk is aan ...., word dit 'n reghoekige driehoek genoem.

ONDERSOEK DIE HOEKE EN SYE VAN DRIEHOEKE

> As jy nie die antwoorde in 1(b) en (c) kan uitwerk nie, probeer om die driehoeke te konstrueer om die antwoorde te kry.

1. (a) Wat is die som van die binnehoeke van 'n driehoek? ....

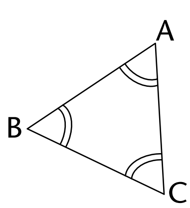
   (b) Kan 'n driehoek twee regte hoeke hê? .... Verduidelik jou antwoord.

   ....

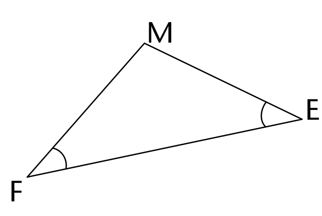
   (c) Kan 'n driehoek meer as een stomphoek hê? Verduidelik jou antwoord.

   ....

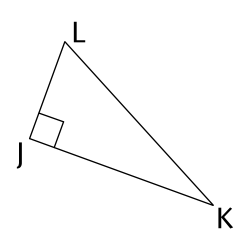
2. Kyk na die driehoeke hier onder. Die bogies wys watter hoeke is gelyk.



Gelyksydige driehoek



Gelykbenige driehoek



Reghoekige driehoek

   (a) ΔABC is 'n gelyksydige driehoek. Wat sien jy raak as jy na sy hoeke kyk?

   ....

   (b) ΔFEM is 'n gelykbenige driehoek. Wat sien jy raak as jy na sy hoeke kyk?

   ....

(c) ΔJKL is ’n reghoekige driehoek. Is sy langste sy teenoor die 90°-hoek? ....

(d) Konstrueer enige drie reghoekige driehoeke op ’n vel papier. Is die langste sy altyd teenoor die 90° hoek?

....

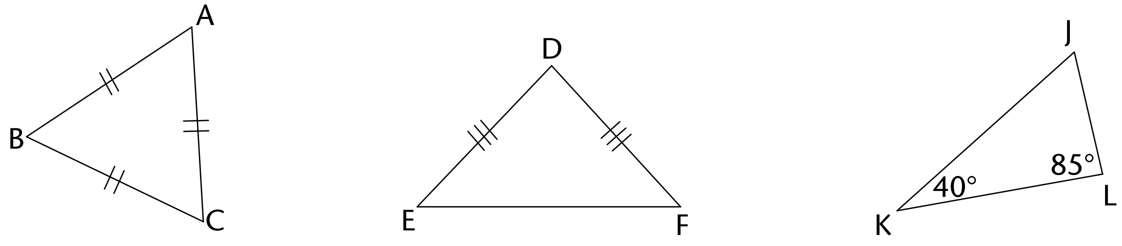
Eienskappe van driehoeke:

- Die **som van die binnehoeke** van ’n driehoek is 180°.
- ’n **Gelyksydige driehoek** se sye is almal ewe lank en elke binnehoek is gelyk aan 60°.
- ’n **Gelykbenige driehoek** het twee sye wat ewe lank is en die hoeke teenoor die gelyke sye is ewe groot.
- ’n **Ongelykbenige driehoek** het nie sye wat ewe lank is nie.
- ’n **Reghoekige driehoek** het ’n regte hoek (90°).
- ’n **Stomphoekige driehoek** het een stomphoek (tussen 90° en 180°).
- ’n **Skerphoekige driehoek** het drie skerphoeke (< 90°).

Binnehoeke is die hoeke binne-in ’n geslote figuur, nie die hoeke aan die buitekant nie.

11.2 Onbekende hoeke en sye van driehoeke

Jy kan dit wat jy reeds oor driehoeke weet gebruik om ander inligting te verkry. As jy nuwe inligting uitwerk, moet jy altyd redes gee vir die bewerings wat jy maak. Kyk na die voorbeelde hier onder. Onbekende hoeke en sye is uitgewerk nadat sekere inligting gegee is. Die rede vir elke bewering word tussen vierkantige hakies geskryf.



$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$	[Hoeke in ’n gelyksydige Δ = 60°]
DE = DF	[Gegee]
$\hat{E} = \hat{F}$	[Hoeke teenoor die gelyke sye van ’n gelykbenige Δ is ewe groot]
$\hat{J} = 55°$	[Die som van die binnehoeke van ’n Δ = 180°; so $\hat{J} = 180° - 40° - 85°$]

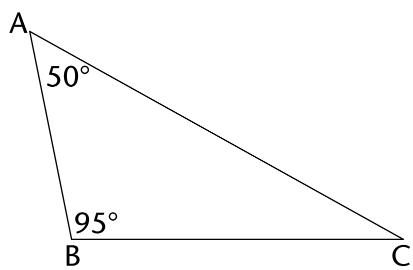
Jy kan die volgende redes verkort op die maniere wat gewys word:

- Som van binnehoeke (∠e) van ’n driehoek (Δ) = 180°: **binne∠e van Δ**
- Gelykbenige driehoek het 2 sye en 2 hoeke wat gelyk is: **gelykbenige Δ**
- Gelyksydige driehoek het 3 sye en 3 hoeke wat gelyk is: **gelyksydige Δ**
- Hoeke wat ’n reguit lyn vorm = 180°: **reguit lyn**

WERK ONBEKENDE HOEKE EN SYE UIT

Bepaal die groottes van onbekende hoeke en sye in die volgende driehoeke. Gee altyd redes vir elke bewering.

1. Bepaal $\hat{C}$.



$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \ldots\ldots$ [binne∠e van ’n Δ]

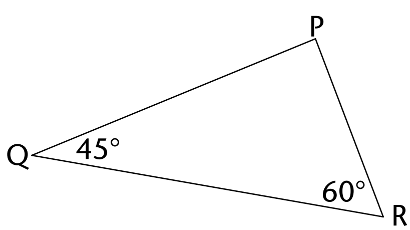
$50° + \ldots\ldots + \hat{C} = \ldots\ldots$

$145° + \hat{C} = \ldots\ldots$

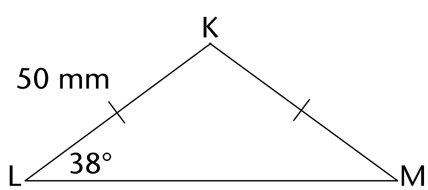
$\hat{C} = \ldots\ldots - 145°$

$\hat{C} = \ldots\ldots$

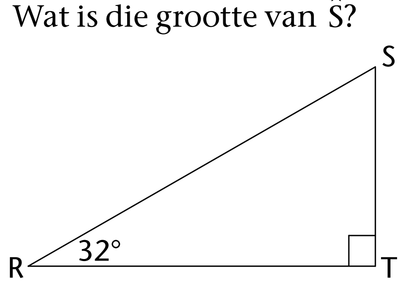
2. Bepaal $\hat{P}$.



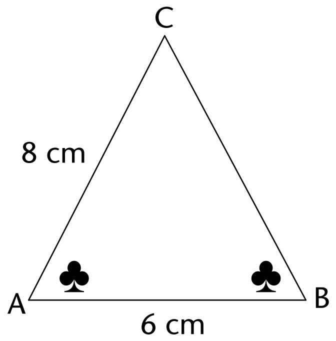
3. (a) Bepaal KM.
   (b) Bepaal $\hat{K}$.



4. Wat is die grootte van $\hat{S}$?



5. (a) Bepaal CB.
   (b) Bepaal $\hat{C}$ as $\hat{A} = 50°$.



....

....

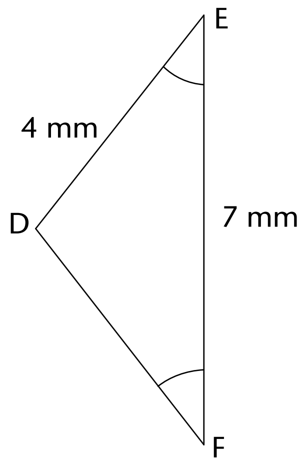
....

....

....

....

6. (a) Bepaal DF.
   (b) Bepaal $\hat{E}$ as $\hat{D} = 100°$.



....

....

....

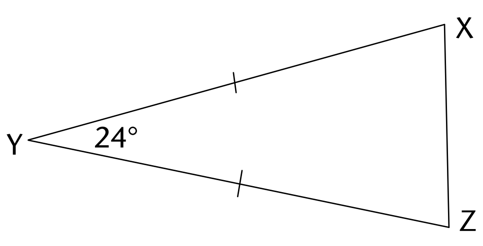
....

....

....

WERK NOG ONBEKENDE HOEKE EN SYE UIT

1. Bereken die groottes van $\hat{X}$ en $\hat{Z}$.



....

....

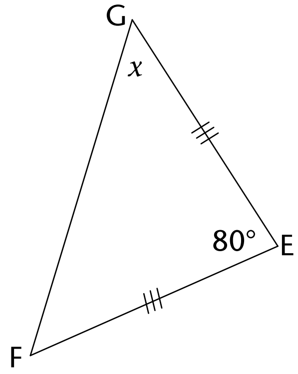
....

....

....

....

2. Bereken die grootte van x.



. . . .

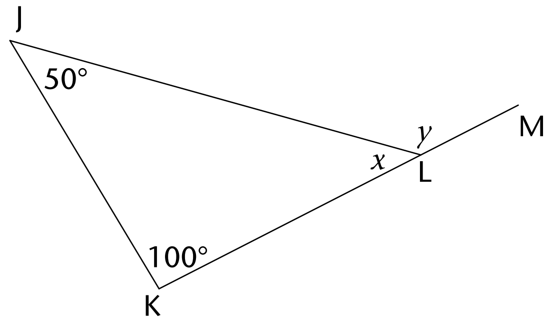
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3. KLM is 'n reguit lyn. Bereken die groottes van x en y.



. . . .

. . . .

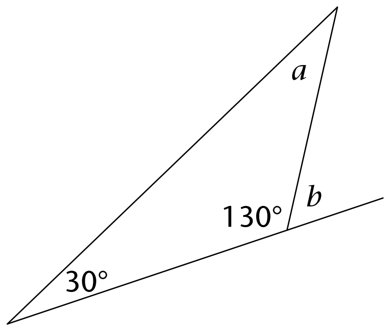
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

4. Hoek b en 'n hoek van 130° vorm 'n gestrekte hoek. Bereken die groottes van a en b.



. . . .

. . . .

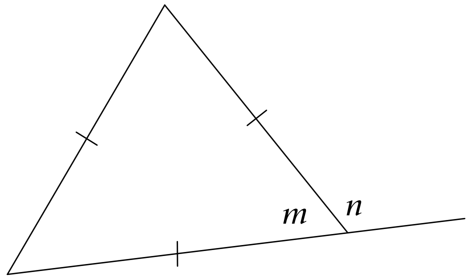
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. Hoeke m en n vorm 'n gestrekte hoek. Bereken die groottes van m en n.



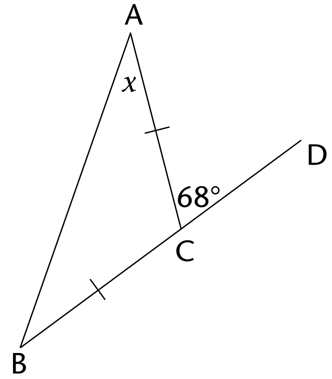
. . . .

. . . .

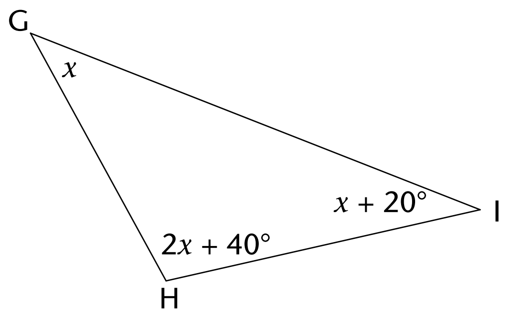
. . . .

. . . .

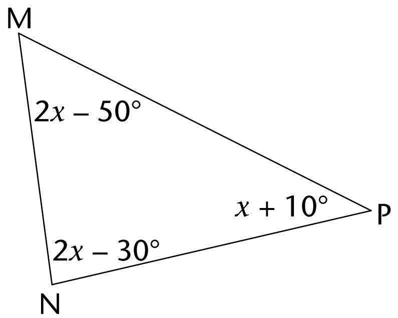
6. BCD is 'n reguit lyn. Bereken die grootte van x.



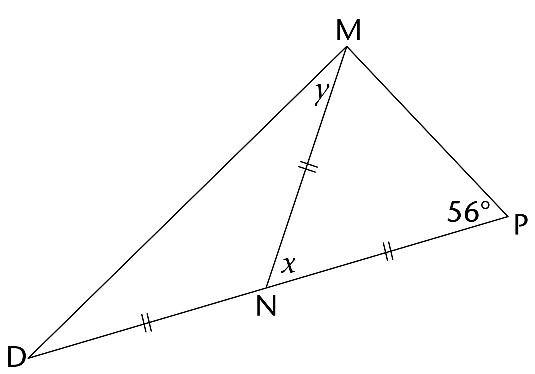
7. Bereken die grootte van x en dan die grootte van $\hat{H}$.



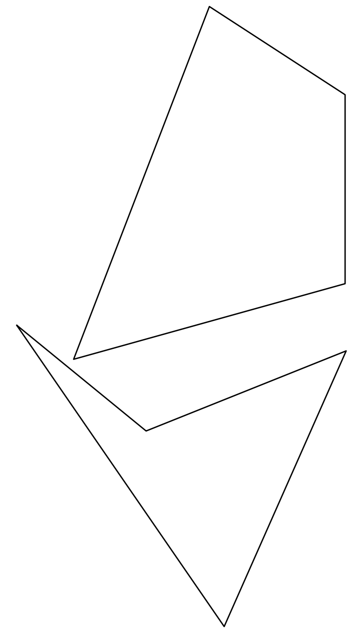
8. Bereken die grootte van $\hat{N}$.



9. DNP is 'n reguit lyn. Bereken die groottes van x en y.



11.3 Soorte vierhoeke en hulle eienskappe



’n Vierhoek is ’n figuur met vier reguit sye wat by vier hoekpunte ontmoet. In baie vierhoeke het al vier die sye verskillende lengtes en het die hoeke verskillende groottes.

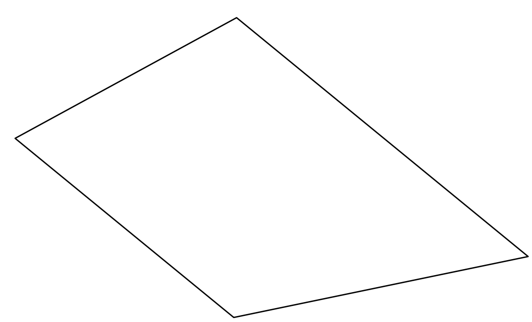
Jy het vantevore met die volgende soorte vierhoeke gewerk – sommige van hulle het gelyke sye en gelyke hoeke:

- parallelogramme
- reghoeke
- vlieërs
- ruite
- vierkante
- trapesiums.

DIE EIENSKAPPE VAN VERSKILLENDE SOORTE VIERHOEKE

1. In elke vraag hier onder word verskillende voorbeelde van ’n bepaalde soort vierhoek gegee. Identifiseer in elke geval die soort vierhoek. Beskryf die eienskappe van elke soort deur stellings oor die lengtes en rigtings van die sye te maak, asook oor die groottes van die hoeke. Dit mag nodig wees om afmetings te neem om dit te kan doen.

Vraag 1(a)

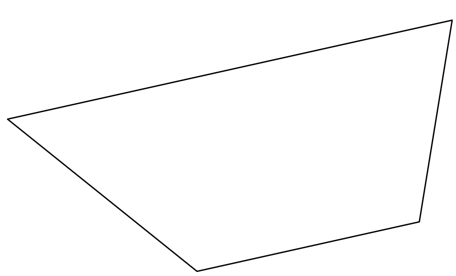


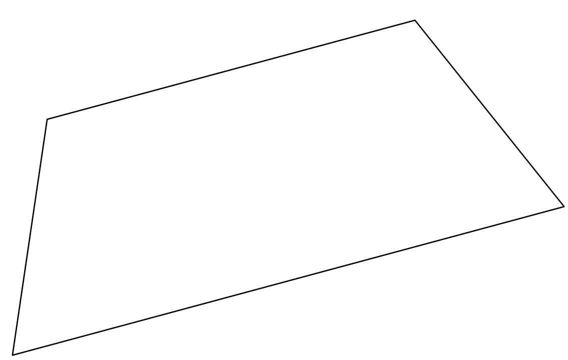
....

....

....

....





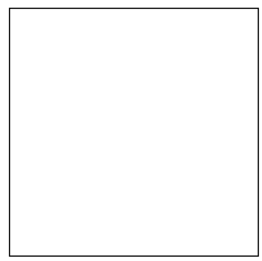
Vraag 1(b)

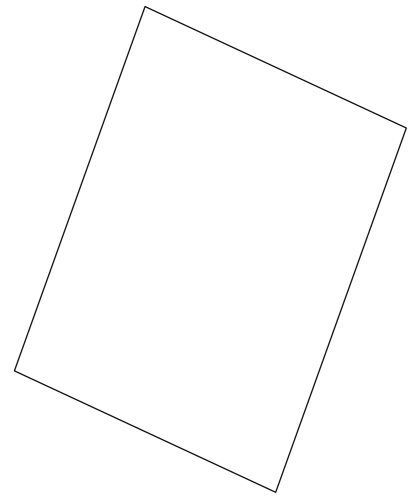
....

....

....

....





Vraag 1(c)

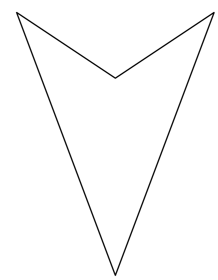
....

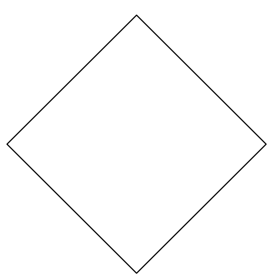
....

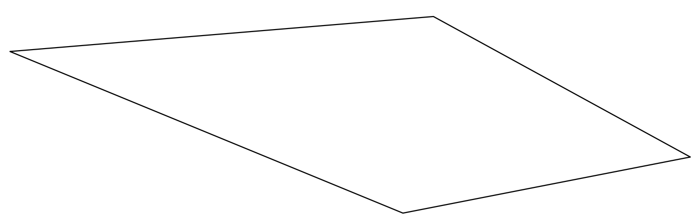
....

....

....





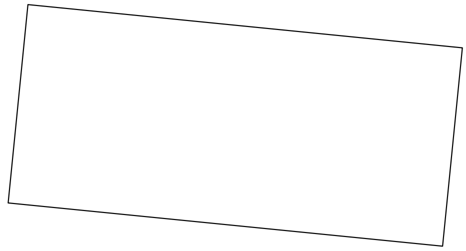


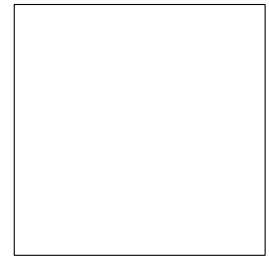
Vraag 1(d)

....

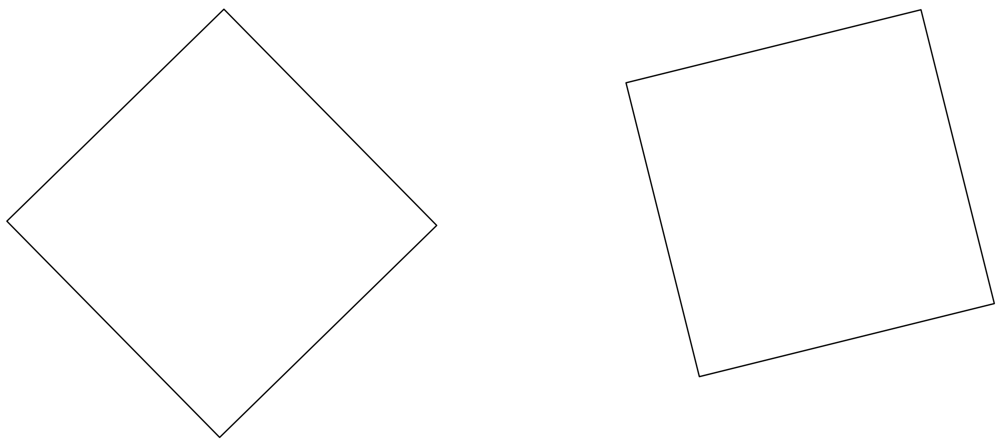
....

....

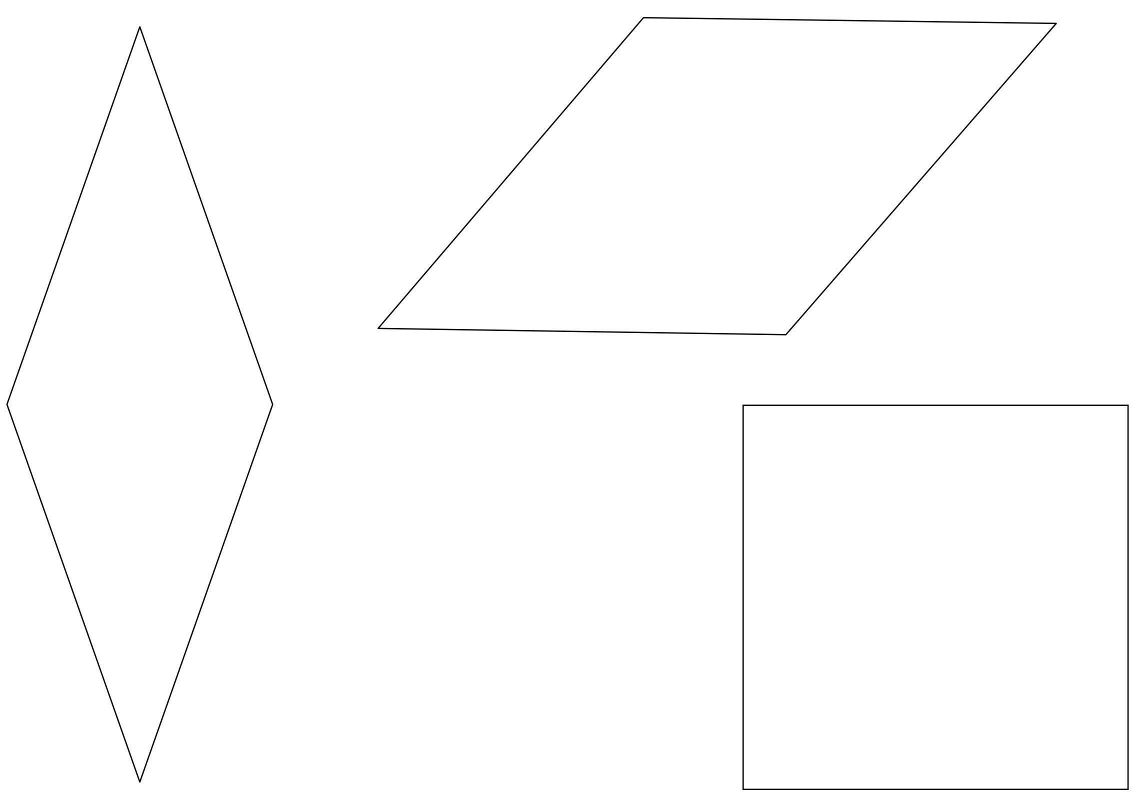




Vraag 1(e)



Vraag 1(f)



2. Gebruik jou antwoorde en die tekeninge in vraag 1 om te bepaal of die volgende stellings waar (W) of onwaar (O) is.

(a) ’n Reghoek is ’n parallelogram. ....
(b) ’n Vierkant is ’n parallelogram. ....
(c) ’n Ruit is ’n parallelogram. ....
(d) ’n Vlieër is ’n parallelogram. ....
(e) ’n Trapesium is ’n parallelogram. ....
(f) ’n Vierkant is ’n ruit. ....
(g) ’n Vierkant is ’n reghoek. ....
(h) ’n Vierkant is ’n vlieër. ....
(i) ’n Ruit is ’n vlieër. ....
(j) ’n Reghoek is ’n ruit. ....
(k) ’n Reghoek is ’n vierkant. ....

As ’n vierhoek *al* die eienskappe van ’n ander vierhoek het, kan jy dit in terme van die ander vierhoek definieer, soos jy hier bo vasgestel het.

’n **Konvensie** is iets (soos ’n definisie of metode) waaroor die meeste mense saamstem, en wat hulle aanvaar en volg.

3. Hier is ’n paar konvensionele definisies van vierhoeke:
- ’n **Parallelogram** is ’n vierhoek met twee teenoorstaande sye ewewydig.
- ’n **Reghoek** is ’n parallelogram met al vier hoeke gelyk aan 90°.
- ’n **Ruit** is ’n parallelogram met al vier sye ewe lank.
- ’n **Vierkant** is ’n reghoek met al vier sye ewe lank.
- ’n **Trapesium** is ’n vierhoek met een paar teenoorstaande sye ewewydig.
- ’n **Vlieër** is ’n vierhoek met twee pare aangrensende sye ewe lank.

Skryf ander definisies neer wat vir hierdie vierhoeke werk.

(a) Reghoek: ....

....

(b) Vierkant: ....

....

(c) Ruit: ....

....

(d) Vlieër: ....

....

(e) Trapesium: ....

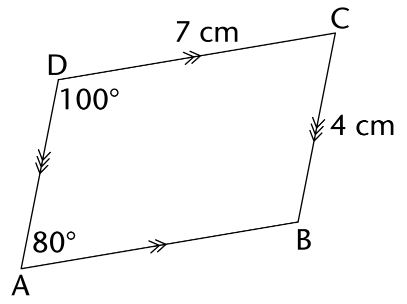
....

11.4 Onbekende hoeke en sye van vierhoeke

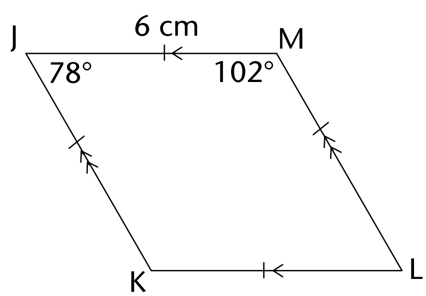
BEPAAL ONBEKENDE HOEKE EN SYE

Bepaal die lengte van al die **onbekende sye** en **hoeke** in die volgende vierhoeke. Gee redes om jou bewerings te staaf. (Onthou ook dat die som van die hoeke van 'n vierhoek 360° is.)

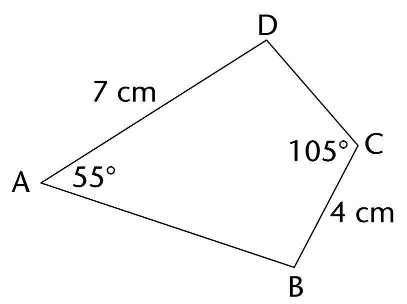
1.



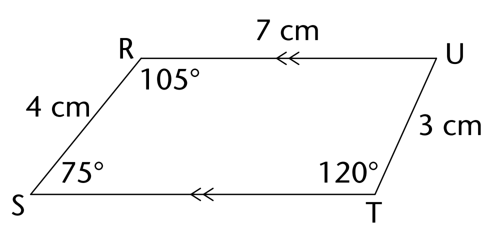
2.



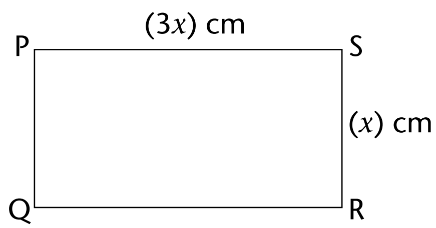
3. ABCD is 'n vlieër.



4. Die omtrek van RSTU is 23 cm.

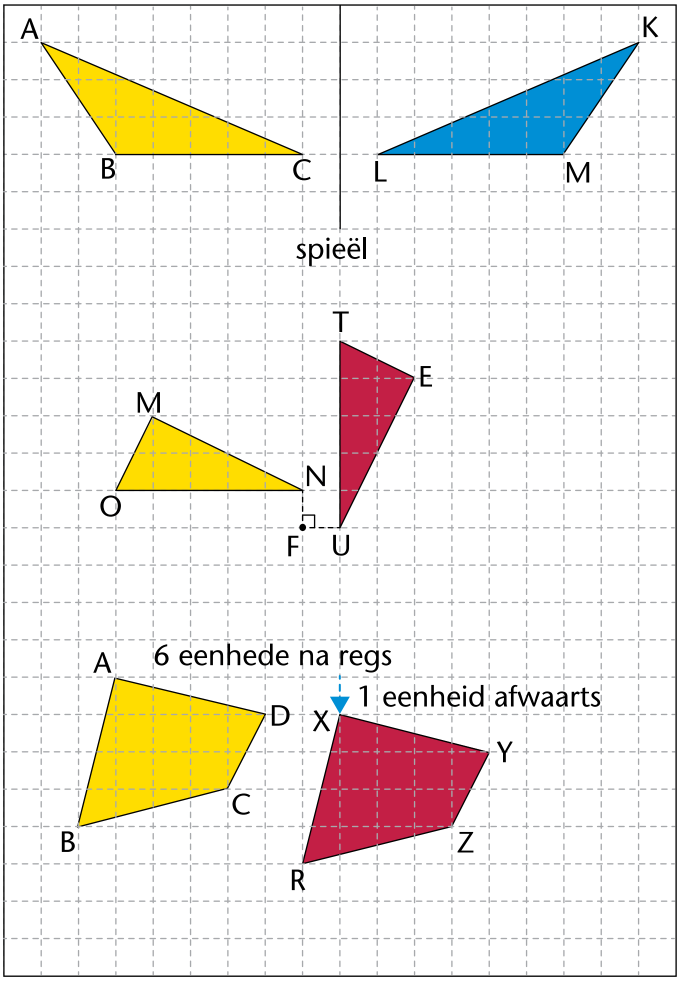


5. PQRS is ’n reghoek en het ’n omtrek van 40 cm.



11.5 Kongruensie

WAT IS KONGRUENSIE?



1. ΔABC word in die vertikale lyn (spieël) gereflekteer om ΔKLM te gee. Is die grootte en vorm van die twee driehoeke presies dieselfde?

....

2. ΔMON word 90° om punt F geroteer om vir jou ΔTUE te gee. Is die grootte en vorm van ΔMON en ΔTUE presies dieselfde?

....

3. Vierhoek ABCD word 6 eenhede na regs en 1 eenheid afwaarts verplaas om vierhoek XRZY te gee. Is ABCD en XRZY presies dieselfde?

....

In die vorige aktiwiteit is elk van die figure getransformeer (gereflekteer, geroteer of getransleer) om 'n tweede figuur te gee. Die tweede figuur in elke paar het dieselfde **hoeke**, **sylengtes**, **grootte en oppervlakte** as die eerste figuur. Die tweede figuur is dus 'n **beeld** van die eerste figuur.

Die woord **kongruent** kom van die Latynse woord *congruere* af, wat beteken "om saam te stem". Figure is kongruent as hulle perfek op mekaar pas wanneer hulle bo-op mekaar gesit word.

> Wanneer een figuur 'n beeld van 'n ander figuur is, sê ons die twee figure is **kongruent**.
> Die simbool vir kongruent is: ≡

Notasie van kongruente figure

Wanneer ons figure benoem wat kongruent is, benoem ons hulle so dat die passende, of ooreenstemmende, hoeke in dieselfde volgorde is. Byvoorbeeld, in **ΔABC** en **ΔKLM** op die vorige bladsy sien ons:

$\hat{A}$ is kongruent aan (pas by en is gelyk aan) $\hat{K}$.
$\hat{B}$ is kongruent aan $\widehat{M}$.
$\hat{C}$ is kongruent aan $\hat{L}$.

> Ons gebruik dus hierdie notasie: **ΔABC ≡ ΔKML**.

Ons kan nie aanvaar dat veelhoeke kongruent is as die hoeke van die veelhoeke ewe groot is nie. Jy sal in Graad 9 oor die voorwaardes van kongruensie leer.

Net so vir die ander pare figure op die vorige bladsy:
ΔMON ≡ ΔETU en **ABCD ≡ XRZY**.

Die notasie van kongruente figure wys ook watter sye van die twee figure ooreenstem en gelyk is. Byvoorbeeld, ΔABC ≡ ΔKML wys dat:
AB = KM, BC = ML en AC = KL

Die verkeerde notasie ΔABC ≡ ΔKLM sal die volgende verkeerde inligting gee:
$\hat{B} = \hat{L}$, $\hat{C} = \widehat{M}$, AB = KL, en AC = KM.

IDENTIFISEER KONGRUENTE HOEKE EN SYE

Skryf neer watter hoeke en sye is gelyk tussen elke paar kongruente figure.

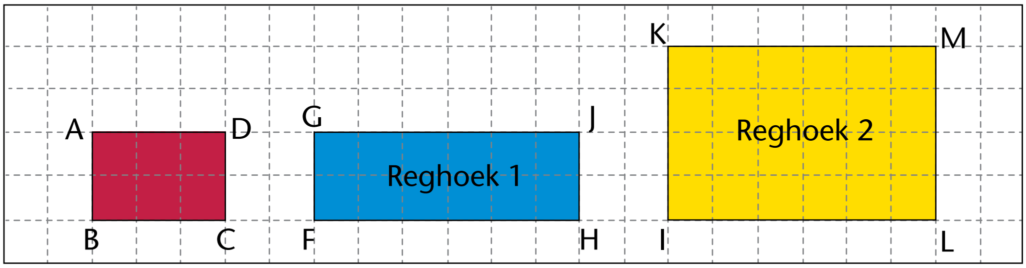
1. ΔPQR ≡ ΔUCT	2. ΔKLM ≡ ΔUWC
3. ΔGHI ≡ ΔQRT	4. ΔKJL ≡ ΔPOQ

11.6 Gelykvormigheid

Jy het in Graad 7 geleer dat twee figure **gelykvormig** is wanneer hulle dieselfde **vorm** het (as hulle hoeke ewe groot is) maar dat hulle **verskillende groottes** mag wees. Die sye van een figuur is proporsioneel langer of korter as die sye van die ander figuur; dit wil sê, die lengte van elke sy word deur dieselfde getal gedeel of daarmee vermenigvuldig. Ons sê een figuur is 'n vergroting of 'n verkleining van die ander figuur.

KONTROLEER VIR GELYKVORMIGHEID

1. Kyk na die reghoeke hier onder en beantwoord die vrae wat volg.



(a) Kyk na reghoek 1 en ABCD:

Hoeveel keer is FH langer as BC? ....

Hoeveel keer is GF langer as AB? ....

(b) Kyk na reghoek 2 en ABCD:

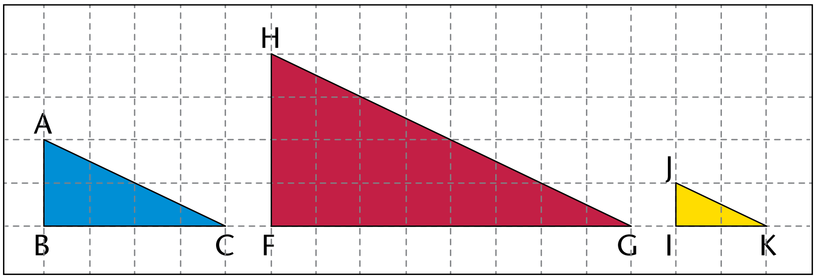
Hoeveel keer is IL langer as BC? ....

Hoeveel keer is LM langer as CD? ....

(c) Is reghoek 1 of reghoek 2 'n vergroting van reghoek ABCD? Verduidelik jou antwoord.

....

2. Kyk na die driehoeke hier onder en beantwoord die vrae wat volg.



(a) Hoeveel keer is:

- FG langer as BC? ....
- HF langer as AB? ....
- HG langer as AC? ....
- IK korter as BC? ....
- JI korter as AB? ....
- JK korter as AC? ....

(b) Is ΔHFG 'n vergroting van ΔABC? Verduidelik jou antwoord.

....

(c) Is ΔJIK 'n verkleining van ΔABC? Verduidelik jou antwoord.

....

In vraag 1 van die vorige aktiwiteit is reghoek KILM 'n vergroting van reghoek ABCD. ABCD is dus gelykvormig aan KILM. Die simbool vir "is gelykvormig aan" is: |||. Ons skryf dus: **ABCD** ||| **KILM**.

Die driehoeke op die vorige bladsy is ook gelykvormig. ΔHFG is 'n vergroting van ΔABC en ΔJIK is 'n verkleining van ΔABC.

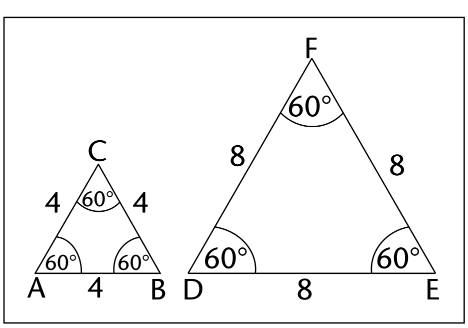
In ΔABC en ΔHFG is $\hat{A} = \hat{H}$, $\hat{B} = \hat{F}$ en $\hat{C} = \hat{G}$. Ons skryf dit dus soos volg: ΔABC ||| ΔHFG. Net so is ΔABC ||| ΔJIK.

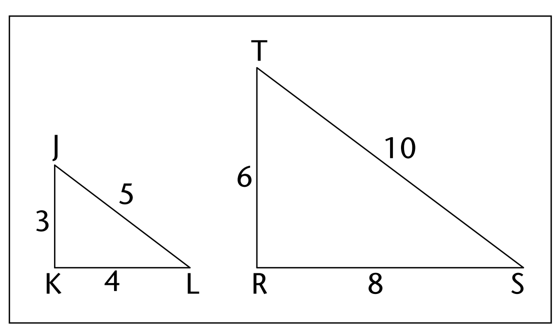
As jy 'n veelhoek vergroot of verklein, moet jy al sy sye proporsioneel, of in dieselfde verhouding, vergroot of verklein. Dit beteken dat jy elke lengte deur dieselfde getal deel of daarmee vermenigvuldig.

Gelykvormige figure is figure wat dieselfde hoeke (dieselfde vorm) het maar nie noodwendig dieselfde grootte is nie.

GEBRUIK EIENSKAPPE VAN GELYKVORMIGE EN KONGRUENTE FIGURE

1. Is die driehoeke in elke paar gelykvormig? Gee 'n rede vir elke antwoord.

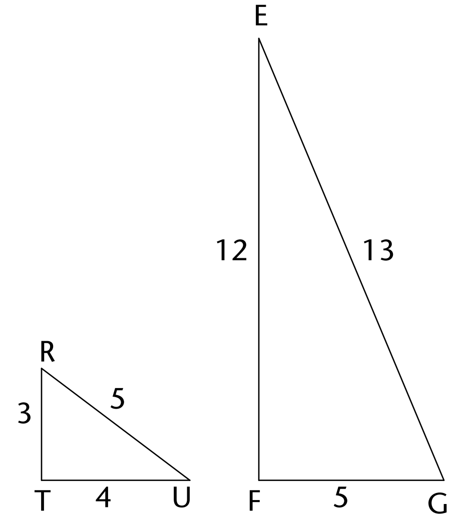




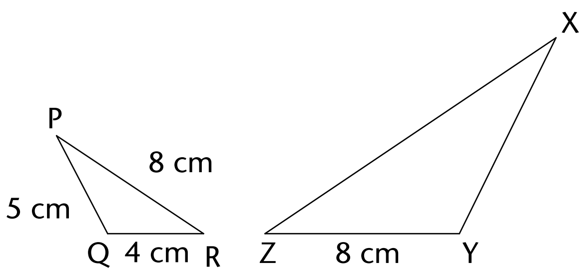
....

....

2. Is $\Delta RTU \mid\mid\mid \Delta EFG$? Gee 'n rede vir jou antwoord.



3. $\Delta PQR \mid\mid\mid \Delta XYZ$. Bepaal die lengte van XZ en XY.



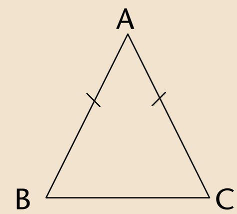
4. Is die volgende stellings waar of onwaar? Verduidelik jou antwoorde.
   (a) Figure wat kongruent is, is gelykvormig.
   (b) Figure wat gelykvormig is, is kongruent.
   (c) Alle reghoeke is gelykvormig.
   (d) Alle vierkante is gelykvormig.

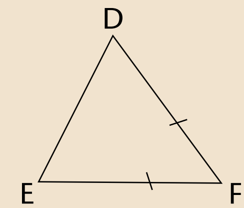
WERKBLAD

1. Bestudeer die driehoeke hier onder en beantwoord die volgende vrae:

   (a) Merk die korrekte antwoord. ΔABC is:

   - ☐ skerphoekig en gelyksydig
   - ☐ stomphoekig en ongelykbenig
   - ☐ skerphoekig en gelykbenig
   - ☐ reghoekig en gelykbenig.





   (b) As AB = 40 mm, wat is die lengte van AC? ....

   (c) As $\hat{B}$ = 80°, wat is die grootte van $\hat{C}$ en van $\hat{A}$? ....

   (d) ΔABC ≡ ΔFDE. Benoem al die sye in die twee driehoeke wat gelyk is aan AB.

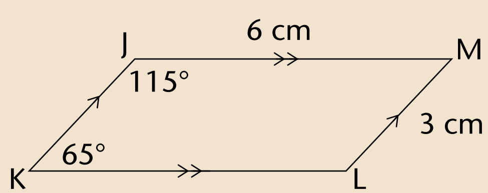
   ....

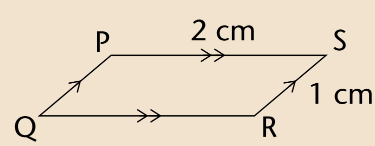
   (e) Benoem die sy wat gelyk is aan DE. ....

   (f) As $\hat{F}$ 40° is, wat is die grootte van $\hat{B}$? ....

   ....

2. Kyk na figure JKLM en PQRS. (Gee redes vir jou antwoorde hier onder.)





   (a) Watter soort vierhoek is JKLM? ....

   (b) Is JKLM ||| PQRS? ....

   (c) Wat is die grootte van $\hat{L}$? ....

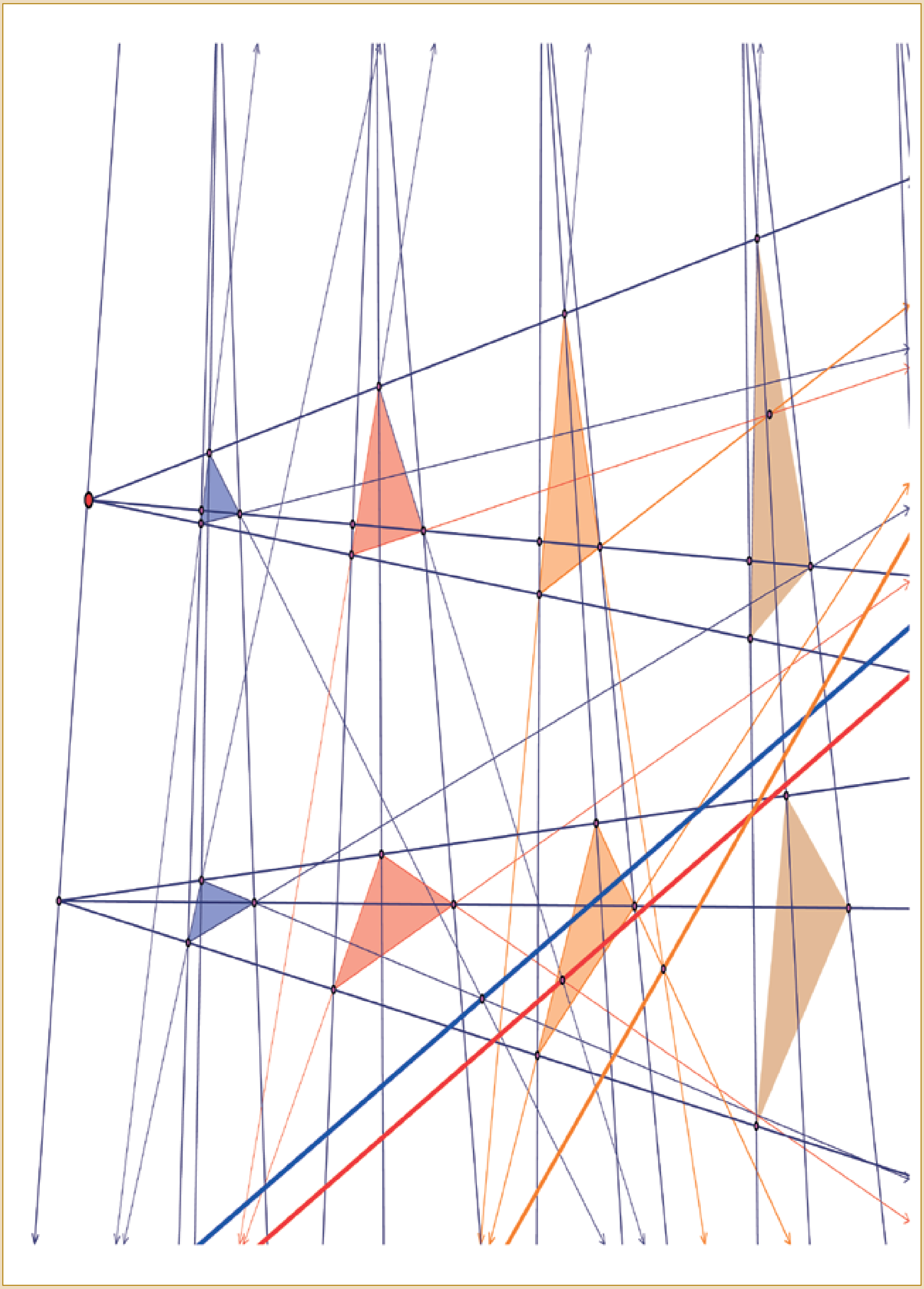
   (d) Wat is die grootte van $\hat{S}$? ....

   ....

   (e) Wat is die lengte van KL? ....

Hoofstuk 12
Meetkunde van reguit lyne

In hierdie hoofstuk gaan jy die verwantskappe ondersoek wat ontstaan wanneer reguit lyne bymekaarkom of mekaar sny. Jy gaan kyk na hoeke wat gevorm word deur loodregte lyne, deur enige twee lyne wat kruis, en deur 'n derde lyn wat twee ewewydige lyne kruis. Jy gaan leer van regoorstaande hoeke, ooreenkomstige hoeke, verwisselende hoeke en ko-binnehoeke. Jy sal 'n stel hoeke as sulks kan klassifiseer, en jy gaan jou kennis gebruik om onbekende hoeke in meetkundige figure te bereken.



12 Meetkunde van reguit lyne

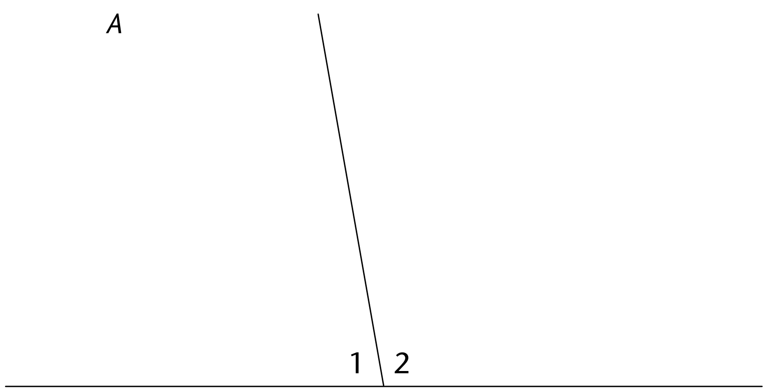
12.1 Hoeke op 'n reguit lyn

SOM VAN HOEKE OP 'N REGUIT LYN

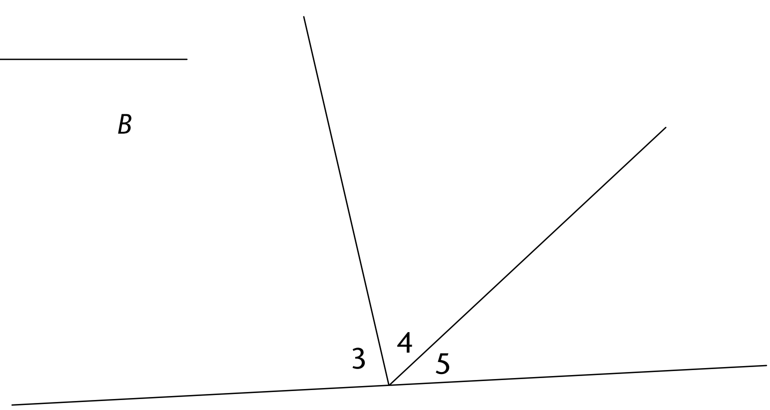
In die figure hier onder is die hoeke genommer van 1 tot 5.

1. Gebruik 'n gradeboog om die grootte van al die hoeke in elke figuur te meet. Skryf jou antwoord op die toepaslike plek op die figuur.

A



B



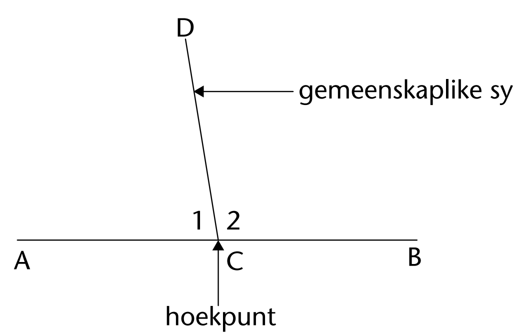
2. Gebruik jou antwoorde om die hoekgroottes hier onder in te vul.

(a) $\hat{1} + \hat{2} =$ ......° (b) $\hat{3} + \hat{4} + \hat{5} =$ ......°

Die som van die hoeke wat op 'n reguit lyn gevorm word is gelyk aan 180° (afgekort: ∠e op reguit lyn).

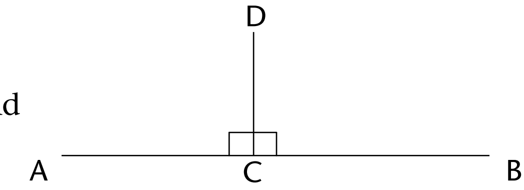
Twee hoeke wat optel na 180°, byvoorbeeld $\hat{1} + \hat{2}$, word ook **supplementêre hoeke** genoem.

Hoeke wat dieselfde hoekpunt en 'n gemeenskaplike sy het is aangrensend. So word $\hat{1} + \hat{2}$ dus ook **supplementêre aangrensende hoeke** genoem.



Wanneer twee lyne loodreg op mekaar is, is die supplementêre aangrensende hoeke 90° elk.

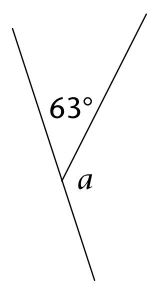
In die skets langsaan is $D\hat{C}A$ en $D\hat{C}B$ aangrensend supplementêre hoeke, want hulle is langs mekaar (aangrensend), en hulle tel op na 180° (supplementêr).



BEREKEN ONBEKENDE HOEKE OP REGUIT LYNE

Bereken die grootte van die onbekende hoeke hier onder. Stel in elke geval ’n gepaste vergelyking op om die meetkundeprobleme op te los. Onthou om altyd ’n rede te gee vir elke stelling wat jy maak.

1. Bereken die waarde van *a*.

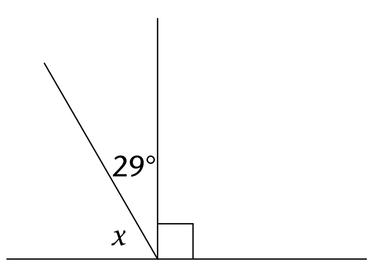


$a + 63° = \ldots\ldots$ [∠e op reguit lyn]

$a = \ldots\ldots - 63°$

$= \ldots\ldots$

2. Bereken die waarde van *x*.



....

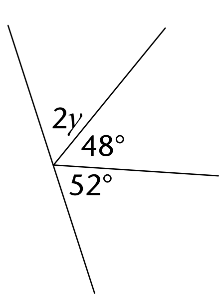
....

....

....

....

3. Bereken die waarde van *y*.



....

....

....

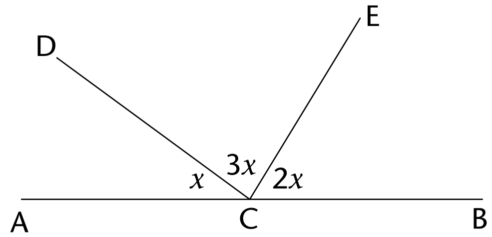
....

....

....

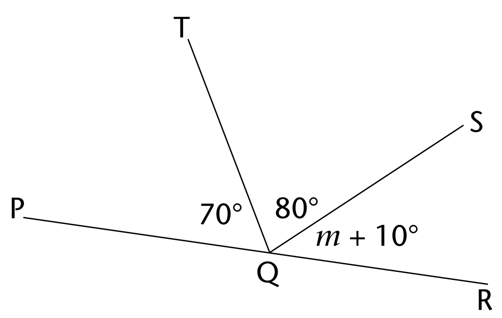
BEREKEN NOG ONBEKENDE HOEKE OP REGUIT LYNE

1. Bereken:
   (a) x
   (b) $E\hat{C}B$



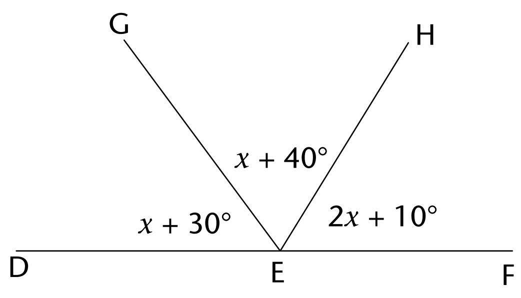
....
....
....
....
....
....
....

2. Bereken:
   (a) m
   (b) $S\hat{Q}R$



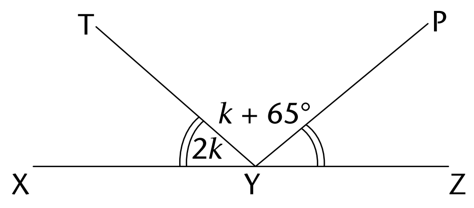
....
....
....
....
....
....
....

3. Bereken:
   (a) x
   (b) $H\hat{E}F$



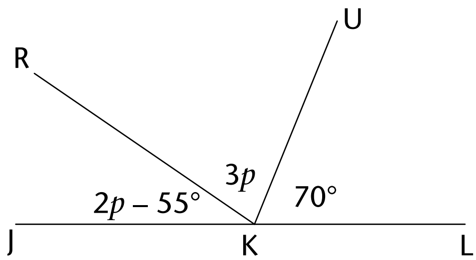
....
....
....
....
....
....
....
....

4. Bereken:
   (a) k
   (b) $T\hat{Y}P$



....
....
....
....
....
....
....
....

5. Bereken:
   (a) p
   (b) $J\hat{K}R$

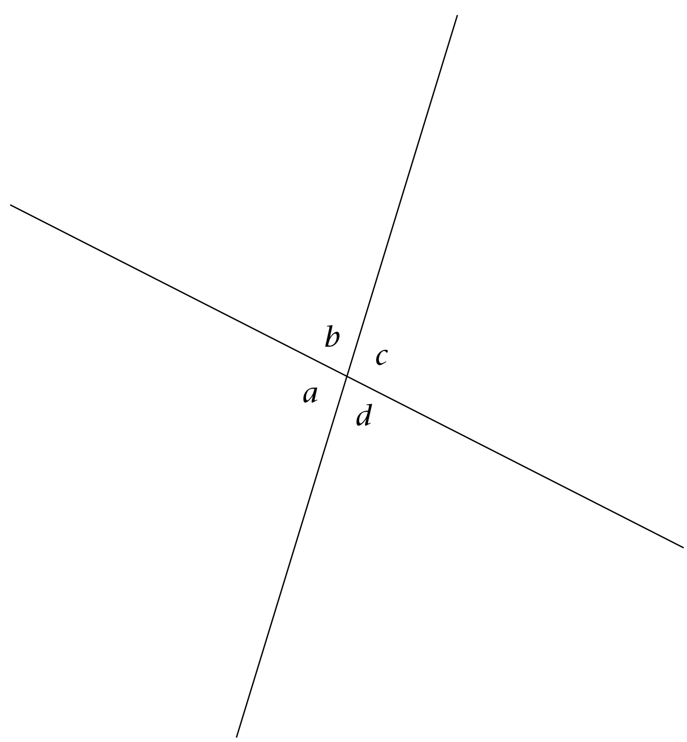


....
....
....
....
....
....
....
....

12.2 Regoorstaande hoeke

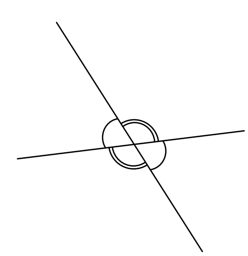
WAT IS REGOORSTAANDE HOEKE?

1. Gebruik 'n gradeboog om al die hoeke in die figuur te meet. Dui jou antwoorde op die figuur aan.



2. Let op watter hoeke ewe groot is, en hoe daardie gelyke hoeke gevorm is.

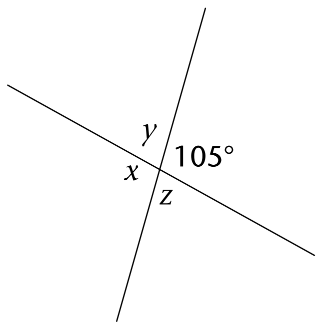
Regoorstaande hoeke (regoorst. ∠e) is die hoeke wat regoor mekaar is wanneer twee lyne sny.
Regoorstaande hoeke is **altyd gelyk**.



BEREKEN ONBEKENDE HOEKE

Bereken die onbekende hoeke in die volgende figure. Gee 'n rede vir elke stelling wat jy maak.

1. Bereken x, y en z.



$x = \ldots\ldots^\circ$ [regoorst. $\angle$e]

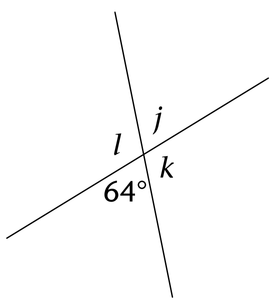
$y + 105^\circ = \ldots\ldots^\circ$ [$\angle$e op reguit lyn]

$y = \ldots\ldots - 105^\circ$

$= \ldots\ldots$

$z = \ldots\ldots$ [regoorst. $\angle$e]

2. Bereken j, k en l.



....

....

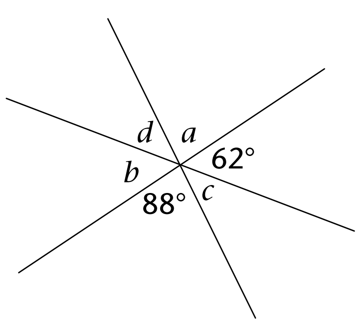
....

....

....

....

3. Bereken a, b, c en d.



....

....

....

....

....

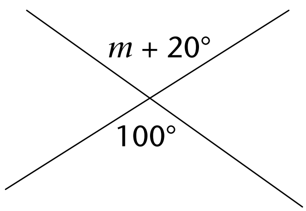
....

....

VERGELYKINGS MET REGOORSTAANDE HOEKE

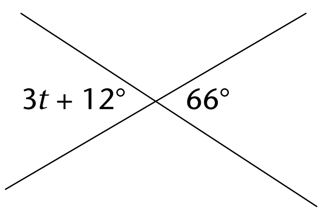
Regoorstaande hoeke is altyd gelyk. Ons kan hierdie eienskap gebruik om vergelykings op te stel, wat dan opgelos kan word om die waarde van 'n onbekende veranderlike te bereken.

1. Bereken die waarde van *m*.



$$\begin{aligned} m + 20° &= 100° && \text{[regoorst. } \angle\text{e]} \\ m &= 100° - 20° \\ &= \ldots\ldots \end{aligned}$$

2. Bereken die waarde van *t*.



....

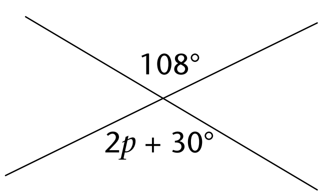
....

....

....

....

3. Bereken die waarde van *p*.



....

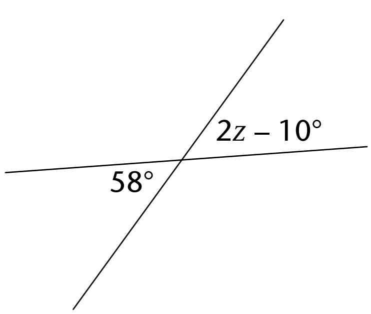
....

....

....

....

4. Bereken die waarde van *z*.



....

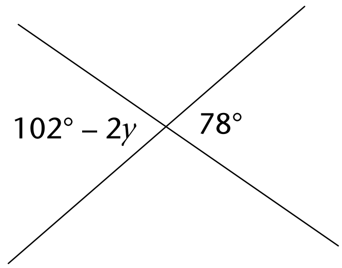
....

....

....

....

5. Bereken die waarde van y.



....

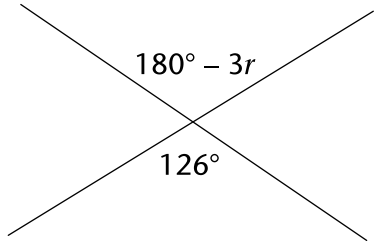
....

....

....

....

6. Bereken die waarde van r.



....

....

....

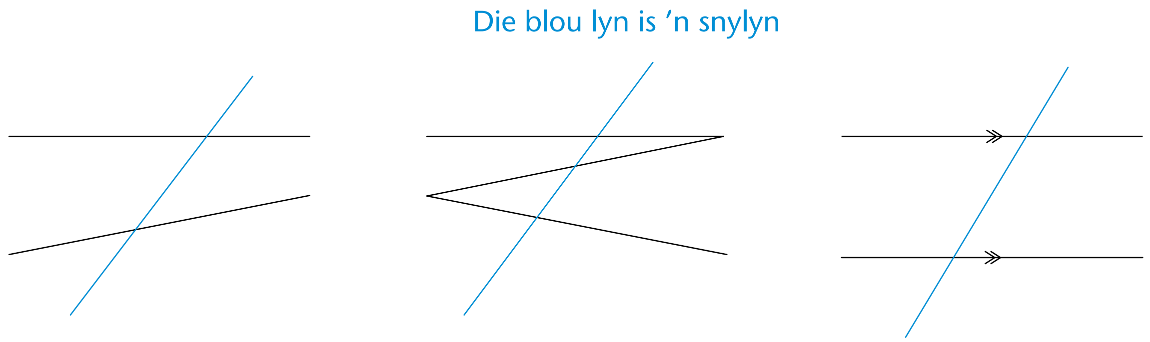
....

....

12.3 Lyne wat gesny word deur ’n snylyn

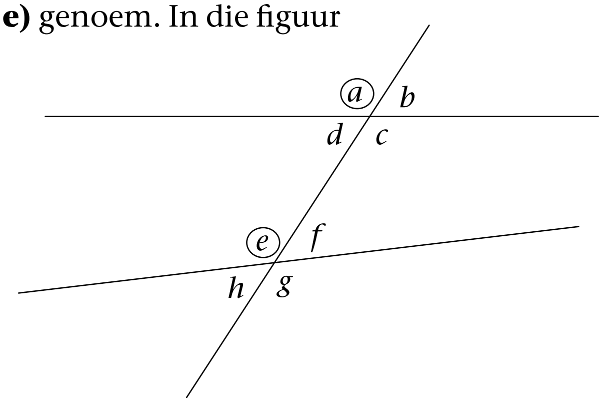
PARE HOEKE WAT DEUR ’N SNYLYN GEVORM WORD

’n **Snylyn** is ’n lyn wat minstens twee ander lyne sny.



Wanneer ’n snylyn twee lyne sny, kan ’n mens die stelle hoeke wat op die twee lyne gevorm word vergelyk deur na hulle posisies te kyk.

Die hoeke wat aan dieselfde kant van die snylyn in ooreenstemmende posisies is, word **ooreenkomstige hoeke (ooreenk. ∠e)** genoem. In die figuur is die pare ooreenkomstige hoeke:



- *a* en *e*
- *b* en *f*
- *d* en *h*
- *c* en *g*.

1. In die figuur is *a* en *e* albei links van die snylyn en bokant 'n lyn. Beskryf ook so die ligging van die orige pare ooreenkomstige hoeke. Die eerste een is vir jou gedoen.

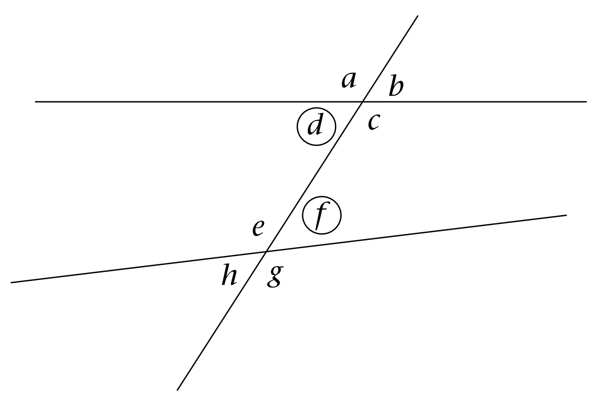
   b en *f*: Regs van die snylyn en bokant 'n lyn. ....

   d en *h*: ....

   c en *g*: ....

Verwisselende hoeke (verw. ∠e) lê aan weerskante van die snylyn, maar is nie aangrensend of regoorstaande nie. Wanneer die verwisselende hoeke tussen die twee lyne lê, word hulle **verwisselende binnehoeke** genoem. In die figuur is die pare verwisselende binnehoeke:

- *d* en *f*
- *c* en *e*.



Wanneer die verwisselende hoeke buite die twee lyne lê, word hulle **verwisselende buitehoeke** genoem. In die figuur is die pare verwisselende buitehoeke:

- *a* en *g*
- *b* en *h*.

2. Beskryf die ligging van die volgende pare verwisselende hoeke:

   d en *f*: ....

   ....

   c en *e*: ....

   ....

   a en *g*: ....

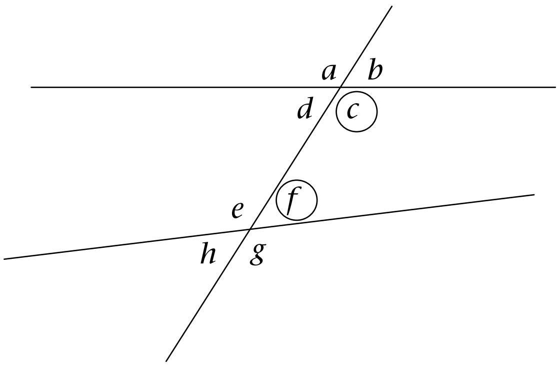
   ....

   b en *h*: ....

   ....

Ko-binnehoeke (ko-binne∠e) lê aan dieselfde kant van die snylyn en tussen die twee lyne. In die figuur is die pare ko-binnehoeke:

- *c* en *f*
- *d* en *e*.



3. Beskryf die ligging van die volgende pare ko-binnehoeke:

   d en *e*: ....

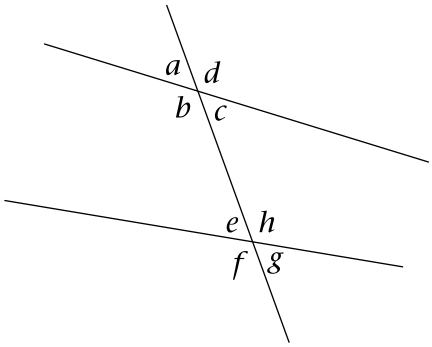
   ....

   c en *f*: ....

   ....

IDENTIFISEER SOORTE HOEKE

In die diagram hier onder word twee lyne deur 'n snylyn gesny.



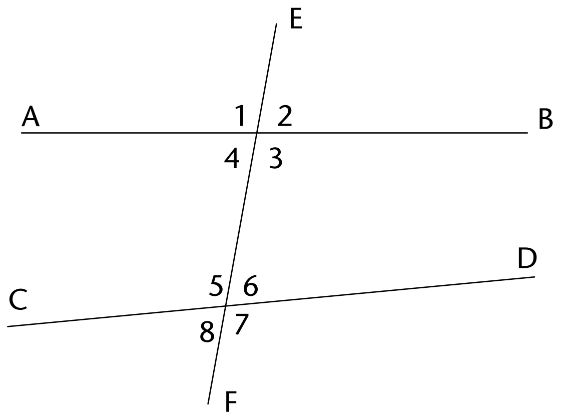
Skryf die volgende pare hoeke neer:

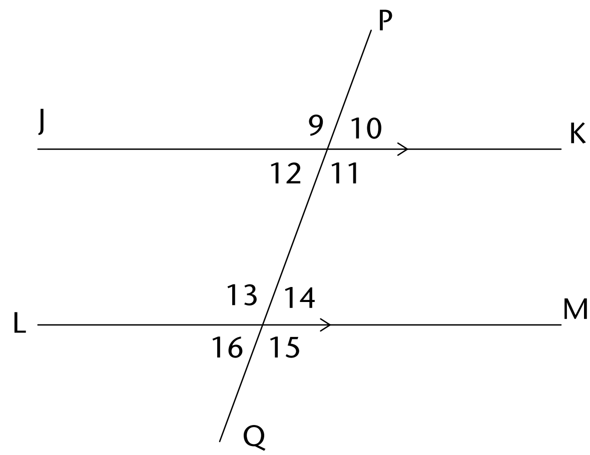
1. twee pare ooreenkomstige hoeke: ....
2. twee pare verwisselende binnehoeke: ....
3. twee pare verwisselende buitehoeke: ....
4. twee pare ko-binnehoeke: ....
5. twee pare regoorstaande hoeke: ....

12.4 Ewewydige lyne wat gesny word deur ’n snylyn

ONDERSOEK HOEKGROOTTES

In die figuur links onder is EF ’n snylyn deur AB en CD. In die figuur regs is PQ ’n snylyn deur die ewewydige lyne JK en LM.





1. Gebruik ’n gradeboog om die groottes van al die hoeke in albei figure te meet. Dui jou antwoorde aan op die figure.
2. Gebruik jou metings om die volgende tabel te voltooi.

Hoekpaar	Lyne is nie ewewydig nie	Lyne is ewewydig
Ooreenk. ∠e	$\hat{1}$ = ...; $\hat{5}$ = ... $\hat{4}$ = ...; $\hat{8}$ = ... $\hat{2}$ = ...; $\hat{6}$ = ... $\hat{3}$ = ...; $\hat{7}$ = ...	$\hat{9}$ = ...; $\widehat{13}$ = ... $\widehat{12}$ = ...; $\widehat{16}$ = ... $\widehat{10}$ = ...; $\widehat{14}$ = ... $\widehat{11}$ = ...; $\widehat{15}$ = ...
Verw. binne∠e	$\hat{4}$ = ...; $\hat{6}$ = ... $\hat{3}$ = ...; $\hat{5}$ = ...	$\widehat{12}$ = ...; $\widehat{14}$ = ... $\widehat{11}$ = ...; $\widehat{13}$ = ...
Verw. buite∠e	$\hat{1}$ = ...; $\hat{7}$ = ... $\hat{2}$ = ...; $\hat{8}$ = ...	$\hat{9}$ = ...; $\widehat{15}$ = ... $\widehat{10}$ = ...; $\widehat{16}$ = ...
Ko-binne∠e	$\hat{4} + \hat{5}$ = ... $\hat{3} + \hat{6}$ = ...	$\widehat{12} + \widehat{13}$ = ... $\widehat{11} + \widehat{14}$ = ...

3. Kyk na jou voltooide tabel in vraag 2. Wat kom jy agter van die verskillende hoekpare wanneer 'n snylyn ewewydige lyne sny?

....

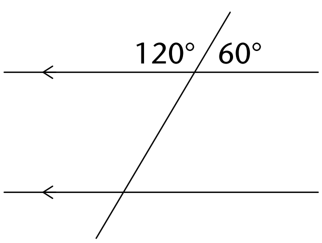
....

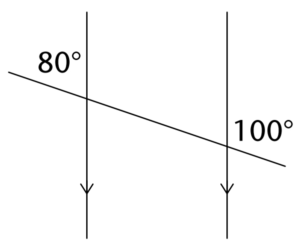
Wanneer lyne ewewydig is, is:

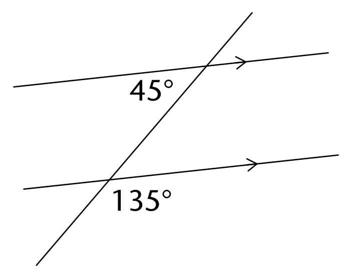
- ooreenkomstige hoeke gelyk
- verwisselende binnehoeke gelyk
- verwisselende buitehoeke gelyk
- die som van ko-binnehoeke 180°.

BEPAAL ONBEKENDE HOEKE BY EWEWYDIGE LYNE

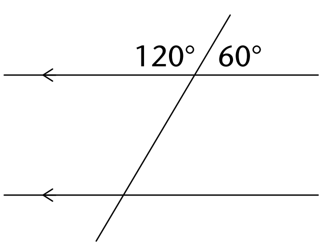
1. Vul die waardes van die gegewe hoeke se ooreenkomstige hoeke in.

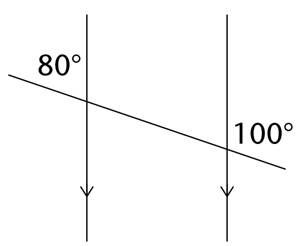


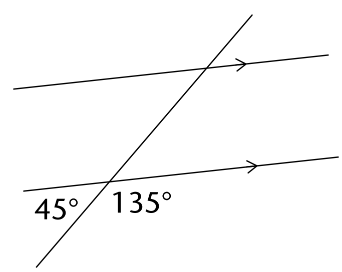




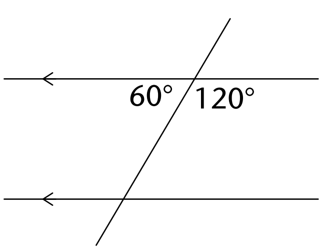
2. Vul die waardes van die gegewe hoeke se verwisselende buitehoeke in.

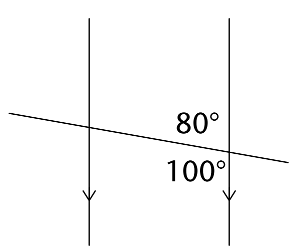


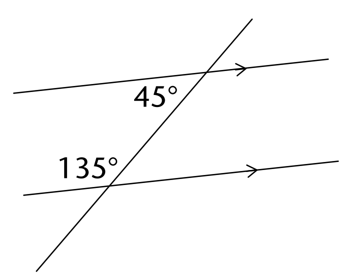




3. (a) Vul die waardes van die gegewe hoeke se verwisselende binnehoeke in.
   (b) Omkring die twee pare ko-binnehoeke in elk van die figure.

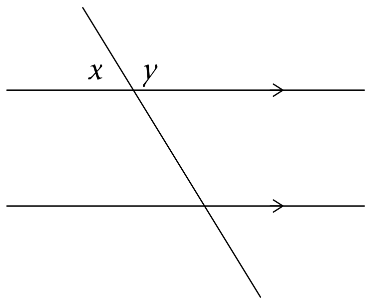




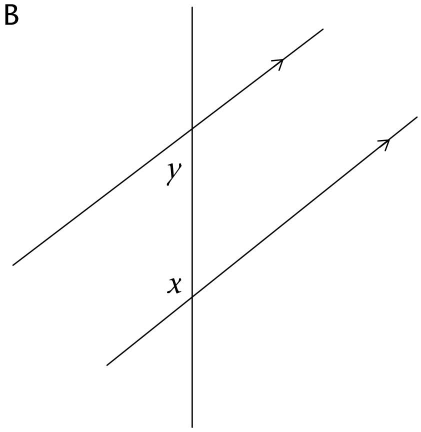


4. (a) Sonder om te meet, vul al die hoeke hier onder in wat gelyk is aan x of y.
   (b) Verduidelik jou redes vir elke x en y wat jy ingevul het aan 'n klasmaat.

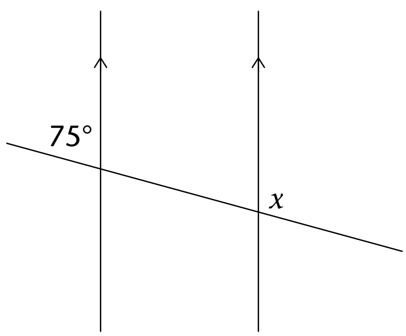
A

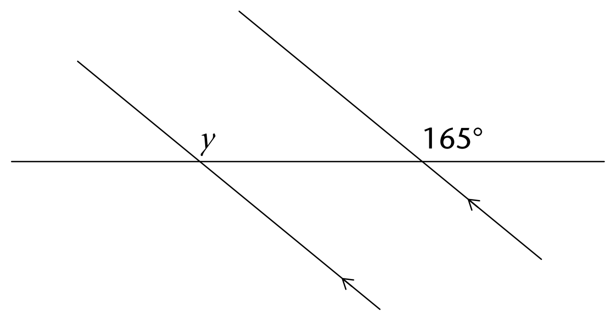


B



5. Gee die waardes van x en y hier onder.



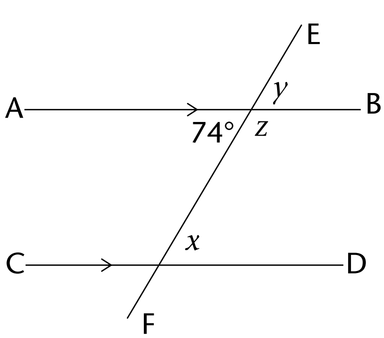


12.5 Bepaal onbekende hoeke op ewewydige lyne

BEPAAL ONBEKENDE HOEKE

Bepaal die groottes van die onbekende hoeke. Gee redes vir jou antwoorde. (Die eerste vraag is as voorbeeld gedoen.)

1. Vind die groottes van x, y en z.

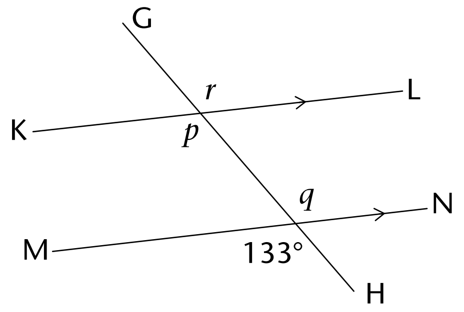


$x = 74°$ [verw. ∠ met gegewe 74°; AB || CD]

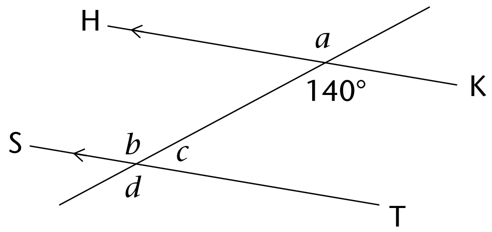
$y = 74°$ [ooreenk. ∠ met x; AB || CD]
of $y = 74°$ [regoorst. ∠ met gegewe 74°]

$z = 106°$ [ko-binne∠ met x; AB || CD]
of $z = 106°$ [∠e op reguit lyn]

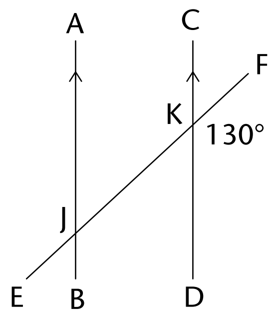
2. Bereken die groottes van p, q en r.



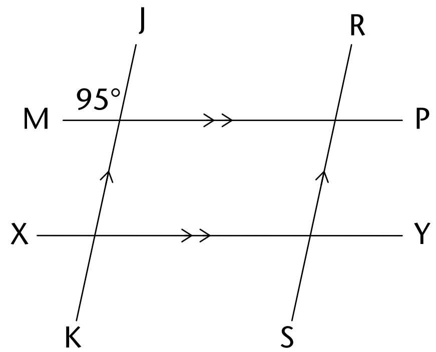
3. Bereken die groottes van a, b, c en d.



4. Bereken die groottes van al die hoeke.

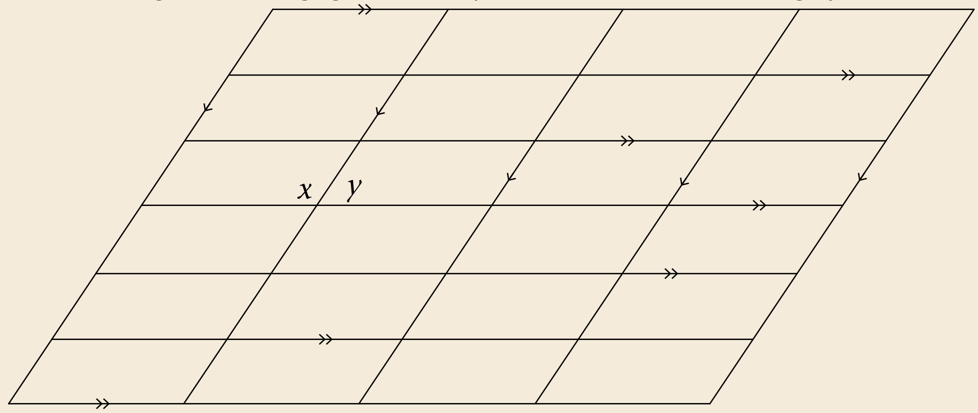


5. Bereken die groottes van al die hoeke. (Kan jy twee snylyne en twee stelle ewewydige lyne sien?)



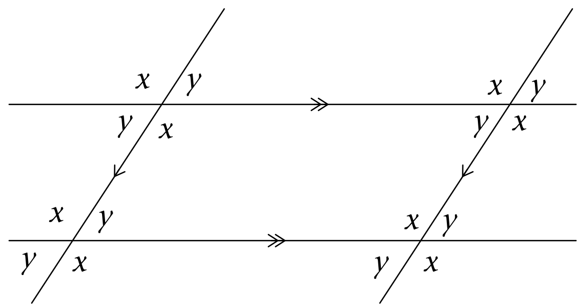
UITBREIDING

Twee hoeke in die diagram word gegee as x en y. Vul al die hoeke in wat gelyk is aan x of y.



SOM VAN DIE HOEKE IN 'N VIERHOEK

Hierdie diagram is 'n deel uit die diagram hier bo.



1. Watter tipe vierhoek word hier gewys? Gee 'n rede vir jou antwoord.

   ....

2. Kyk na die snypunt links bo. Voltooi die volgende vergelyking:

   Hoeke om 'n punt = 360°

   $\therefore \quad x + y +$ ..... + ... = 360°

3. Kyk na die binnehoeke van die vierhoek. Voltooi die volgende vergelykings:

   Som van die hoeke in die vierhoek = $x + y +$ ..... + ...

   Van vraag 2: $x + y +$ ..... + ... = 360°

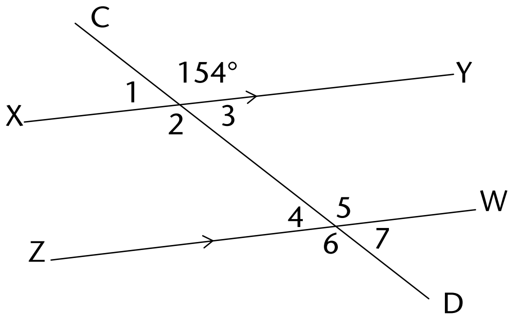
   $\therefore$ Som van die hoeke in die vierhoek = ...°

Kan jy aan nog 'n manier dink waarop die diagram gebruik kan word om die som van die hoeke van 'n vierhoek uit te werk?

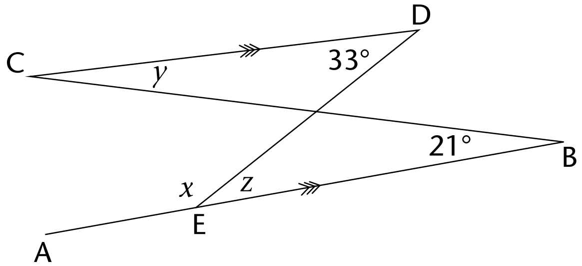
12.6 Los meer meetkundige probleme op

HOEKVERWANTSKAPPE OP EWEWYDIGE LYNE

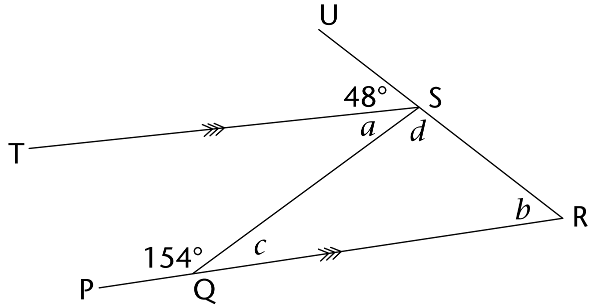
1. Bepaal die groottes van $\hat{1}$ tot $\hat{7}$.



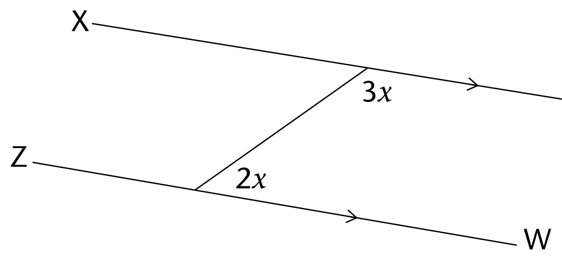
2. Bepaal die groottes van x, y en z.



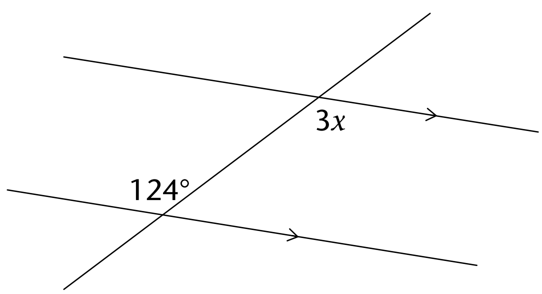
3. Bepaal die groottes van a, b, c en d.



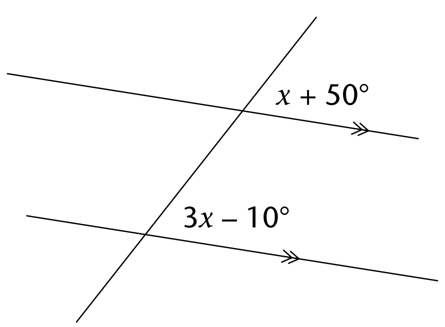
4. Bereken die grootte van x.



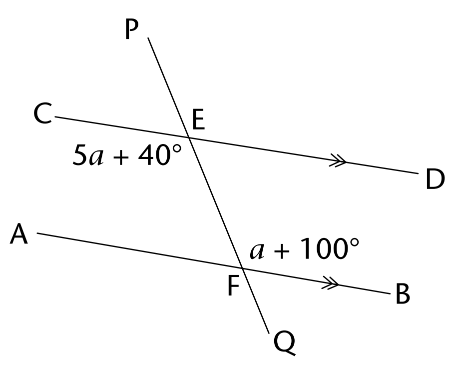
5. Bereken die grootte van x.



6. Bereken die grootte van x.

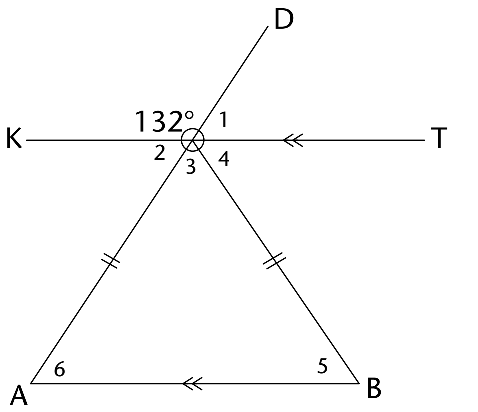


7. Bereken die groottes van a en $\hat{CEP}$.

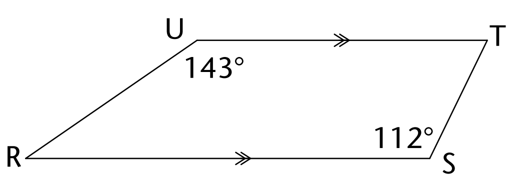


HOEKVERWANTSKAPPE EN DIE EIENSKAPPE VAN DRIE- EN VIERHOEKE

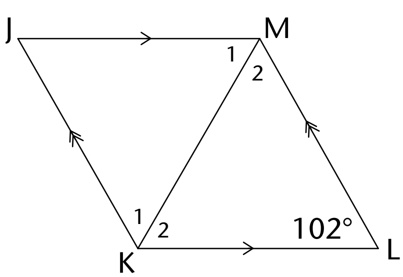
1. Bereken die groottes van $\hat{1}$ tot $\hat{6}$.



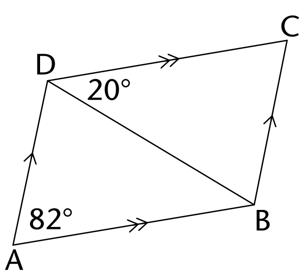
2. RSTU is 'n trapesium. Bereken die groottes van $\hat{T}$ en $\hat{R}$.



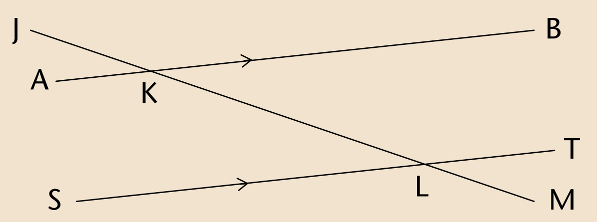
3. JKLM is 'n ruit. Bereken die groottes van $J\hat{M}L$, $\hat{M}_2$ en $\hat{K}_1$.



4. ABCD is 'n parallelogram. Bereken die groottes van $A\hat{D}B$, $A\hat{B}D$, $\hat{C}$ en $D\hat{B}C$.



1. Kyk na die figuur hier onder. Identifiseer die hoeke wat langsaan beskryf word.



(a) 'n paar regoorstaande hoeke

. . . .

(b) 'n paar ooreenkomstige hoeke

. . . .

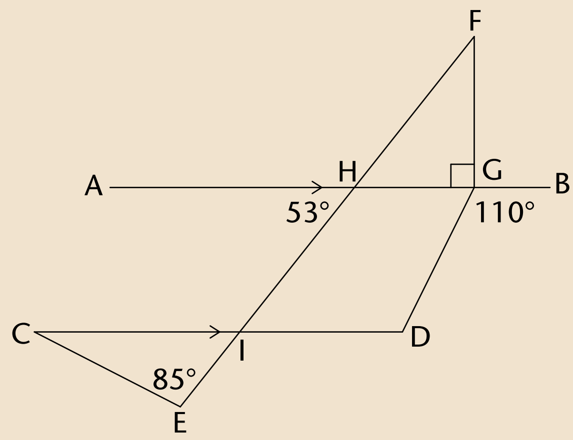
(c) 'n paar verwisselende binnehoeke

. . . .

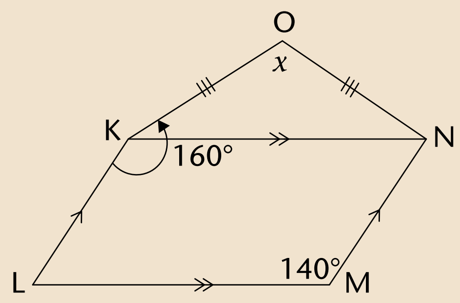
(d) 'n paar ko-binnehoeke

. . . .

2. In die diagram is AB || CD. Bereken die groottes van $F\hat{H}G$, $\hat{F}$, $\hat{C}$ en $\hat{D}$. Gee redes vir jou antwoorde.



3. In die diagram is OK = ON, KN || LM, KL || MN en $L\hat{K}O = 160°$. Bereken die waarde van x. Gee redes vir jou antwoorde.



Kwartaal 2
Hersiening en assessering

Hersiening

Wys al die stappe in jou werk.

ALGEBRAÏESE UITDRUKKINGS 2

1. Vereenvoudig:
   (a) $x^2 + x^2$

   ....

   (b) $m + m \times m + m$

   ....

   ....

   (c) $5ab - 7a^2 - 2a^2 + 11ba$

   ....

   ....

   (d) $(3ac^2)(-4a^2b)$

   ....

   (e) $(-4a^2b^3)^3$

   ....

   (f) $\left(\frac{-6x^2yz^4}{3xyz}\right)^2$

   ....

   ....

   (g) $\sqrt{\frac{100x^4}{81y^{64}}}$

   ....

   (h) $\sqrt{16c^2 + 9c^2}$

   ....

   ....

   ....

(i) $(2x + 3x)^3$

....

....

(j) $3x^2(4x^3 - 5)$

....

....

(k) $(4a - 7a)(a^2 - 2a - 5)$

....

....

(l) $\frac{9c^2de^3}{3c^2d^2e^2f}$

....

(m) $\frac{6b^2 - 3b^2}{2b^2}$

....

....

(n) $\frac{10x^2 - 5x + 1}{5}$

....

(o) $\frac{14x - 21x^2}{7x^2}$

....

....

....

2. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:

(a) $3(a + 2b) - 4(b - 2a)$

....

....

(b) $3 - 2(5x^2 + 6x - 2)$

....

....

(c) $2x(x^2 - x + 1) - 3(4 - x)$

....

....

....

(d) $(2a + b - 4c) - (5a + b - c)$

....

....

....

(e) $a\{2a^2[4 + 2(3a + 1)] - a\}$

....

....

....

3. As $a = 0$, $b = -2$, en $c = 3$, bepaal die waarde van die volgende sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. Wys al jou berekeninge:

(a) b^2c

....

....

(b) $2b - b(ab - 5bc)$

....

....

....

(c) $\dfrac{2b - c + 10a}{3c^2}$

....

....

....

4. As $y = -2$, bepaal die waarde van $2y^3 - 4y + 3$.

....

....

ALGEBRAÏESE VERGELYKINGS 2

1. Los die volgende vergelykings op:
   (a) $-x = -7$

   ....

   ....

   (b) $2x = 24$

   ....

   ....

   (c) $3x - 6 = 0$

   ....

   ....

   (d) $2x + 5 = 3$

   ....

   ....

   (e) $3(x - 4) = -3$

   ....

   ....

   ....

   (f) $4(2x - 1) = 5(x - 2)$

   ....

   ....

   ....

2. Sello is x jaar oud. Thlapo is 4 jaar ouer as Sello. Die som van hulle ouderdomme is 32.
   (a) Skryf hierdie inligting in ’n vergelyking deur x as die veranderlike te gebruik.

   ....

   ....

   (b) Los die vergelyking op om Thlapo se ouderdom te bepaal.

   ....

   ....

   ....

3. Die lengte van 'n reghoek is $(2x + 8)$ en die breedte is 2 cm. Die oppervlakte van die reghoek is 12 cm^2.
   (a) Skryf hierdie inligting in 'n vergelyking deur x as die veranderlike te gebruik.

   ....

   ....

   ....

   (b) Los die vergelyking op om die waarde van x te bepaal.

   ....

   ....

   ....

   (c) Wat is die lengte van die reghoek?

   ....

   ....

   ....

4. Die oppervlakte van 'n reghoek is $(8x^2 + 2x)$ cm^2, en die lengte is $2x$ cm. Bepaal die breedte van die reghoek in terme van x, in sy eenvoudigste vorm.

   ....

   ....

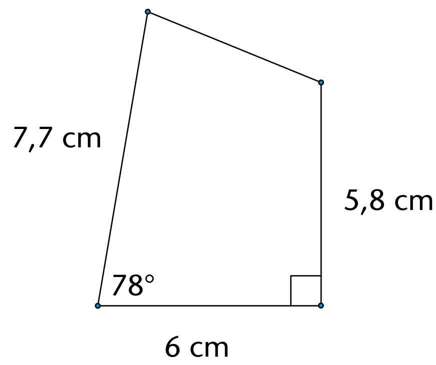
KONSTRUKSIE VAN MEETKUNDIGE FIGURE

Moenie enige konstruksieboë in hierdie vrae uitvee nie.

1. (a) Konstrueer $D\hat{E}F = 56°$ met jou liniaal, potlood en 'n gradeboog. Benoem die hoek korrek.

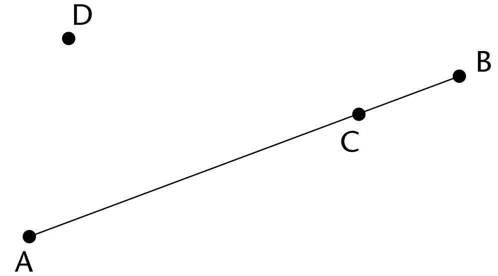
   (b) Halveer $D\hat{E}F$ deur net 'n passer, liniaal en potlood (nie 'n gradeboog nie) te gebruik.

2. Hier is 'n ruwe skets van 'n vierhoek (NIE volgens skaal geteken nie):



Konstrueer die vierhoek akkuraat en in volle grootte hier onder.

3. Gebruik net 'n passer, liniaal en potlood en konstrueer:
   (a) 'n lyn deur C wat loodreg op AB is
   (b) 'n lyn deur D wat loodreg op AB is.

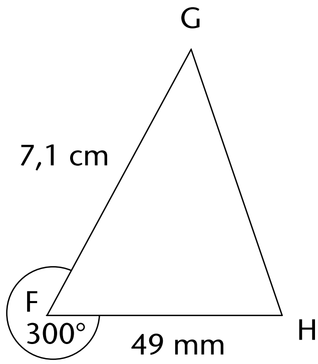


4. Konstrueer en benoem die volgende driehoeke en vierhoeke:

(a) Driehoek ABC, waar AB = 8 cm, BC = 5,5 cm en AC = 4,9 cm

(b) Ruit GHJK, waar GH = 6 cm en $\hat{G} = 50°$

5. Hier is ’n ruwe skets van driehoek FGH (NIE volgens skaal geteken nie):



Gebruik ’n liniaal, potlood en gradeboog, en konstrueer en benoem die driehoek akkuraat en in volle grootte.

6. Konstrueer ’n hoek van 120° sonder om ’n gradeboog te gebruik.

MEETKUNDE VAN 2D-FIGURE

1. Waar of onwaar? Alle gelyksydige driehoeke – dit maak nie saak hoe groot hulle is nie – het hoeke wat gelyk is aan 60°.

....

2. (a) Twee van die hoeke in 'n driehoek is 35° en 63°. Bereken die grootte van die derde hoek.

....

....

   (b) Een van die hoeke in 'n vierhoek is 'n regte hoek en 'n ander een is 80°. As die oorblywende twee hoeke ewe groot is, wat is die grootte van elkeen?

....

....

....

3. As $\widehat{M} = 40°$ en $\widehat{N} = 90°$ in driehoek MNP, wat is die grootte van $\hat{P}$?

....

....

....

....

....

4. Skryf definisies van die driehoeke in die tabel hier onder neer.

Gelyksydige driehoek	Gelykbenige driehoek	Reghoekige driehoek

5. Die volgende lys gee die eienskappe van drie vierhoeke: A, B en C.
   (a) Gee die spesiale name van elk van figure A, B en C.
   Vierhoek A: Die teenoorstaande sye is gelyk en ewewydig.

   ....

   Vierhoek B: Die aangrensende sye is gelyk, terwyl die teenoorstaande sye nie gelyk is nie.

   ....

   Vierhoek C: Al die hoeke is regte hoeke.

   ....

   (b) Watter eienskap moet vierhoek A ook hê om dit 'n ruit te maak?

   ....

   (c) Watter eienskap moet vierhoek A ook hê om dit 'n reghoek te maak?

   ....

6. Bepaal die grootte van $\hat{V}$. Wys al die stappe van jou berekening en gee redes.

....

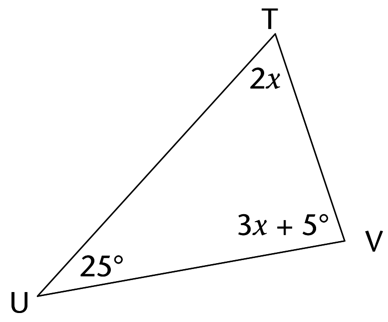
....

....

....

....

....



7. Bepaal die grootte van x. Gee redes.

....

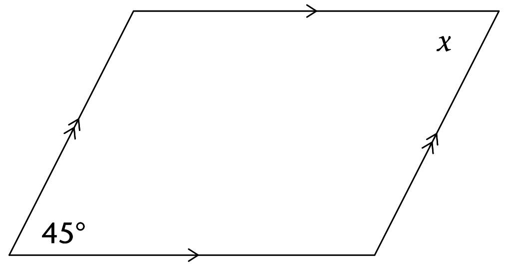
....

....

....

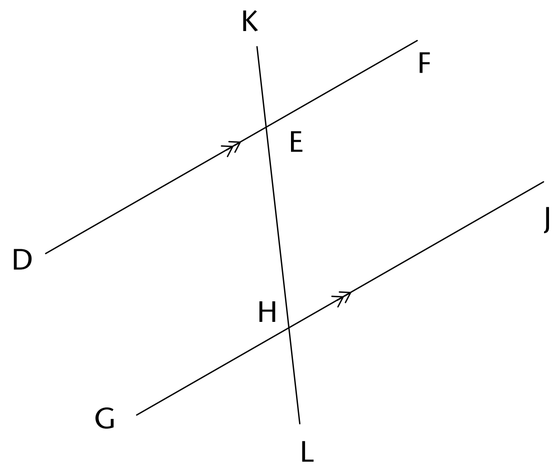
....

....



MEETKUNDE VAN REGUIT LYNE

1. Bestudeer die diagram langsaan:



   (a) Noem 'n hoek wat regoorstaande aan $E\hat{H}G$ is.

   ....

   (b) Noem 'n hoek wat ooreenkomstig aan $E\hat{H}G$ is.

   ....

   (c) Noem 'n hoek wat 'n ko-binnehoek met $E\hat{H}G$ is.

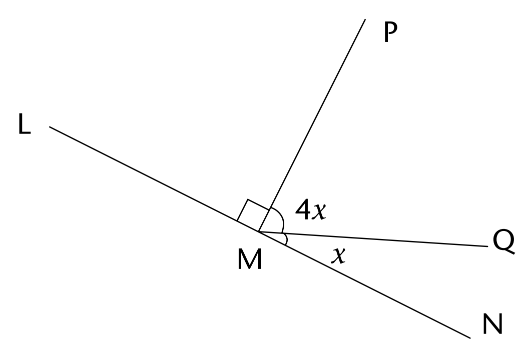
   ....

   (d) Noem 'n hoek wat verwisselend met $E\hat{H}G$ is.

   ....

2. Bepaal die grootte van x in elk van die volgende diagramme. Wys alle stappe van jou werk en gee redes.

   (a)



   ....

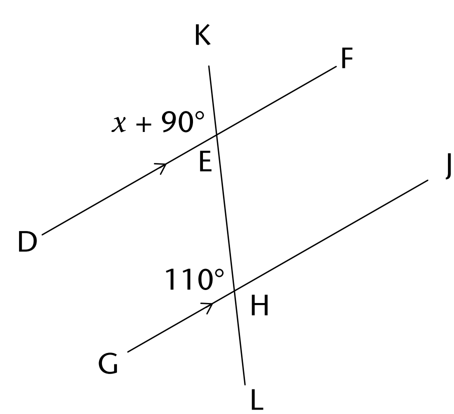
   ....

   ....

   ....

   ....

   (b)



   ....

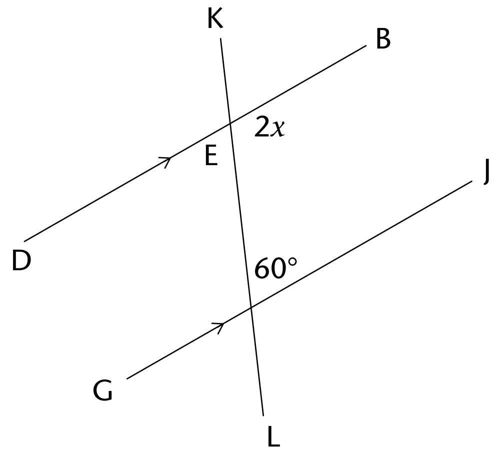
   ....

   ....

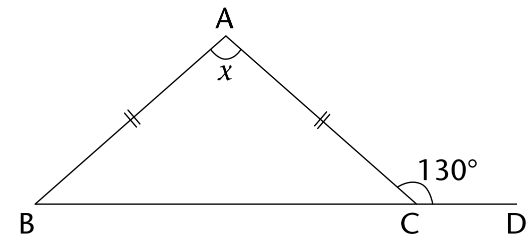
   ....

   ....

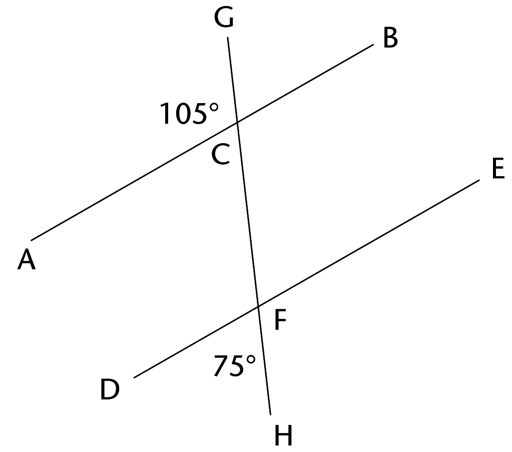
(c)



(d)



(e) Is lynstukke AB en DE ewewydig? Bewys jou antwoord.



Assessering

In hierdie afdeling dui die getalle tussen hakies aan die einde van 'n vraag die getal punte aan wat die vraag werd is. Gebruik hierdie inligting om jou te help bepaal hoeveel werk nodig is. Die totale getal punte wat aan die assessering toegeken word, is 75.

1. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:
   (a) $5x^2 - 6x^2 + 10x^2$ (1)

   ....

   ....

   (b) $4(3x - 7) - 3(2 + x)$ (2)

   ....

   ....

   (c) $(-2a^2bc^3)^2 \div 4abcd$ (3)

   ....

   ....

   (d) $\frac{2x(3x-15)}{3x}$ (3)

   ....

   ....

   ....

   (e) $\sqrt[3]{108d^{15} \div 4d^6}$ (3)

   ....

   ....

   ....

   (f) $2[3x^2 - (4 - x^2)] - [9 + (4x)^2]$ (3)

   ....

   ....

   ....

2. Bepaal die waarde van a as $b = 3$, $c = -4$ en $d = 2$:

(a) $a = b + c \times d$ (2)

....

....

....

(b) $ab^2 = 2c - d \div 2$ (3)

....

....

....

....

3. Los die volgende vergelykings op:

(a) $-7x = 56$ (2)

....

....

(b) $4(x + 3) = 16$ (2)

....

....

....

....

4. Sipho, Fundiswa en Ntosh is broers. Sipho verdien Rx per maand; Fundiswa verdien R1 000 meer as Sipho per maand, en Ntosh verdien dubbel wat Sipho verdien. As jy hulle salarisse bymekaartel, kry jy 'n totaal van R27 000.

(a) Skryf hierdie inligting in 'n vergelyking deur x te gebruik. (2)

....

....

(b) Los die vergelyking op om uit te vind hoeveel Fundiswa per maand verdien. (2)

....

....

5. Konstrueer die volgende deur net 'n potlood, liniaal en passer te gebruik. Moenie enige konstruksieboë uitvee nie.

(a) 'n Hoek van 60° (2)

(b) Die loodregte halveerlyn van lyn VW, waar VW = 10 cm (3)

(c) Driehoek KLM, waar KL = 8,3 cm, LM = 5,9 cm en KM = 7 cm (4)

(d) Parallelogram EFGH, waar E = 60°, EF = 4,2 cm en EH = 8 cm (4)

6. (a) Wat is die kenmerk(e) wat 'n ruit *anders* as 'n parallelogram maak? (1)

....

....

(b) Waar of onwaar? 'n Reghoek is 'n spesiale soort parallelogram. (1)

....

7. Bepaal die grootte van x in elke figuur. Wys al die nodige stappe en gee redes vir alle bewerings:.

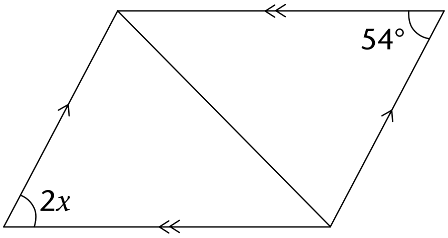
(a) (3)

....

....

....

....



(b) (4)

. . . .

. . . .

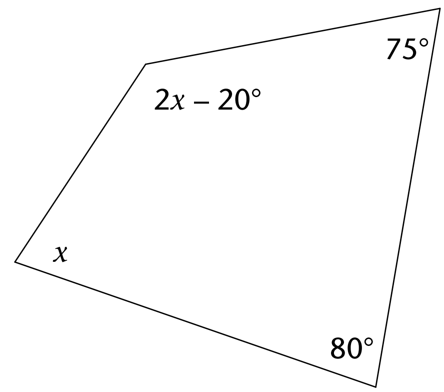
. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .



(c) (3)

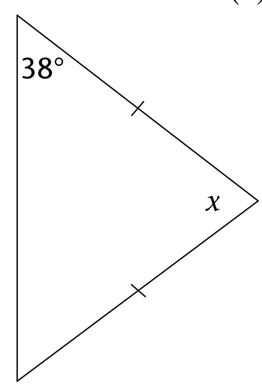
. . . .

. . . .

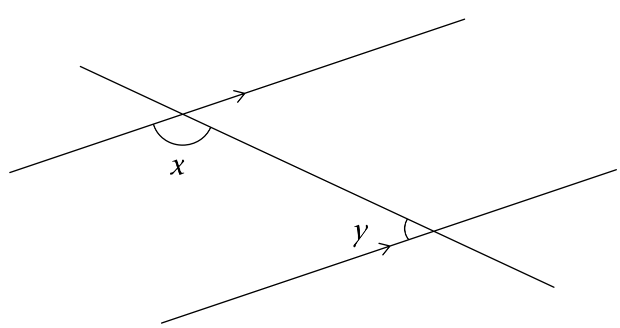
. . . .

. . . .

. . . .



8. Bestudeer die diagram. Beantwoord dan die vrae wat volg:



(a) Wat word hoeke soos x en y genoem? Voltooi:

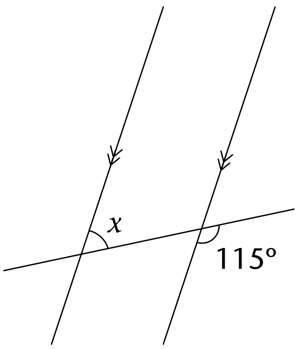
x en y vorm 'n paar . . . . (1)

(b) Skryf 'n vergelyking neer wat die verwantskap tussen hoeke x en y wys. (1)

. . . .

9. Bepaal die grootte van x. Wys al die nodige stappe en gee redes vir alle bewerings wat jy maak.

(a) (4)



....

....

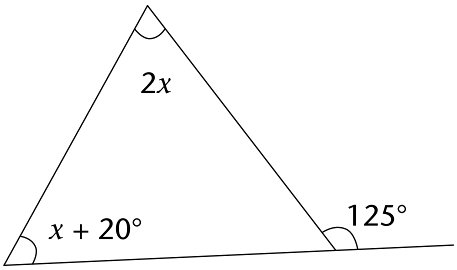
....

....

....

....

(b) (5)



....

....

....

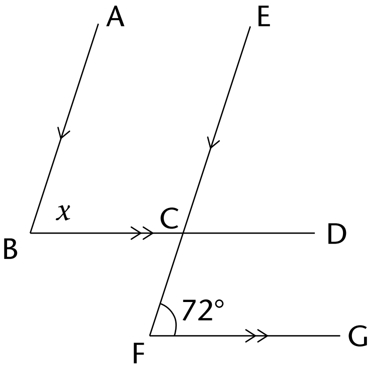
....

....

....

....

(c) (3)



....

....

....

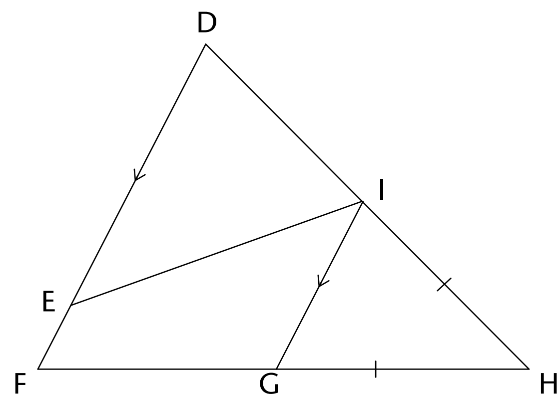
....

....

....

....

10. Kyk na die volgende diagram, waarin gegee word dat $D\hat{E}I = 30°$, DE = EI, DF || IG, en GH = IH.



(a) Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{H}$. (6)

....

....

....

....

....

....

....

(b) Watter van die volgende stellings is korrek? Verduidelik jou antwoord. (2)

(i) ΔDEI is gelykvormig aan ΔGHI
(ii) ΔDEI is kongruent aan ΔGHI
(iii) Ons kan nie 'n verwantskap tussen ΔDEI en ΔGHI bepaal nie omdat daar nie genoeg inligting gegee word nie.

Stelling .... is korrek want ....

....

....