Завдання до практичного №3
«Розв’язання диференційних рівнянь 2 порядку з початковими умовами»

Завдання 1.

Розв’язати задані згідно з варіантом у таблиці 1 рівняння (початкові умови для всіх рівнянь однакові) аналітично та чисельно явним методом Ейлера, напівнеявним методом Ейлера, методом серединної точки, методами Верле. Графіки розв’язків усіма методами представити на одній системі координат. Початкову величину кроків оберіть самостійно. Оцінити точність методів порівняно до аналітичного розв’язку (де можливо) та за допомогою методу подвійного прорахунку, зробити висновки. Поступово збільшуючи кількість кроків вдвічі, отримайте похибку у 1000 разів менше від початкової.

Проаналізувати стійкість та точність кожного методу для кожного рівняння та оцініть зв’язок між похибками, обчисленими різними способами.

Виконане завдання завантажити в папку з вашим прізвищем. Можна не формувати окремий текстовий файл, а всі викладки, пояснення та висновки додати як коментарі до тексту програми.

Таблиця 1.

Диференційні рівняння для завдання 1.

№	Рівняння 1
1	$1.\frac{d^2y}{dt^2}-8\frac{dy}{dt}-3y=-5\cos t$ $2.\ \frac{d^2y}{dt^2}-13y=4-8t\sin 2t$ $3.\ \frac{d^2y}{dt^2}+12\sin y=4-8t\sin 2t$ $y(t_0)=7;$ $\frac{dy}{dt}(t_0)=11;$ $t\in[0;3]$
2	$1.\ \frac{d^2y}{dt^2}+5y=10\cos 3t+2\sin\left(\frac{y}{t+1}\right)$ $2.\ \frac{d^2y}{dt^2}-4\frac{dy}{dt}+13y=-\sin t$ $3.\ \frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+5\sin y=10\cos 3t+2$ $y(t_0)=4;$ $\frac{dy}{dt}(t_0)=1;$ $t\in[0;3]$

3	1. $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 10\cos 2t$ 2. $\frac{d^2y}{dt^2} + 4y = 4\cos(3t + y)$ 3. $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\cos\left(y + \frac{dy}{dt}\right) = 4\cos 3t$ $y(t_0) = 0;$ $\frac{dy}{dt}(t_0) = 0;$ $t \in [0;5]$
4	1. $5\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} = 5t\cos t$ 2. $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\sin\left(y - \frac{dy}{dt}\right) = 4\cos 3t$ 3. $5\frac{d^2y}{dt^2} + 3y = 5t\cos t$ $y(t_0) = 0;$ $\frac{dy}{dt}(t_0) = -2;$ $t \in [0;4]$
5	1. $\frac{d^2y}{dt^2} + 5 + 3y = t\sin t$ 2. $\frac{d^2y}{dt^2} + 7\frac{dy}{dt} + 13y = 10\cos 5t$ 3. $\frac{d^2y}{dt^2} + 5 + 3y = t\sin y$ $y(t_0) = 7;$ $\frac{dy}{dt}(t_0) = 10;$ $t \in [0;6]$

6	1. $\frac{d^2y}{dt^2} = 225\cos 2t + 300\sin 5t$ 2. $3\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} = t^2e^t - 8t\cos t$ 3. $3\frac{d^2y}{dt^2} - y = t^2e^y - 8t\cos t$ $y(t_0) = 15;$ $\frac{dy}{dt}(t_0) = 0;$ $t \in [0;5]$
7	1. $7\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} = -3t^2\cos 2t - t^3 - 8$ 2. $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + y = 200\cos t + 520\sin t$ 3. $\frac{d^2y}{dt^2} + y = 200\cos t + 520\sin t$ $y(t_0) = 0;$ $\frac{dy}{dt}(t_0) = 10;$ $t \in [0;4]$
8	1. $2\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} = t\sin t - t^2 + 5$ 2. $7\frac{d^2y}{dt^2} - 2y = -3t^2\cos 2t - t^3 - 8$ 3. $7\frac{d^2y}{dt^2} - 2y = -3t^2\cos 2y - t^3 - 8$ $y(t_0) = 0;$ $\frac{dy}{dt}(t_0) = 0;$ $t \in [0;5]$

9	1. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+4y=4\cos 3t$ 2. $\dfrac{d^2y}{dt^2}-2\dfrac{dy}{dt}=-3y^2\cos 2t-t^3-8$ 3. $\dfrac{d^2y}{dt^2}-2y=-3y^2\cos 2t-t^3-8$ $y(t_0)=1;$ $\dfrac{dy}{dt}(t_0)=1;$ $t\in[0;5]$
10	1. $-5\dfrac{d^2y}{dt^2}+13\dfrac{dy}{dt}=5t^3-5t\cos 3t$ 2. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+4y=4\cos 3y$ 3. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+4\dfrac{dy}{dt}=4\cos 3y$ $y(t_0)=4;$ $\dfrac{dy}{dt}(t_0)=4;$ $t\in[0;10]$
11	1. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+25y=9\cos 4t$ 2. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+3\dfrac{dy}{dt}=5y\cos t$ 3. $\dfrac{d^2y}{dt^2}+3y=5y\cos t$ $y(t_0)=2;$ $\dfrac{dy}{dt}(t_0)=2;$ $t\in[0;10]$

12	1. $3\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}=-7-5\cos 7t$ 2. $\frac{d^2y}{dt^2}-2y=4\sin\left(2t+y\right)$ 3. $\frac{d^2y}{dt^2}-2\frac{dy}{dt}=4\sin\left(2t+y\right)$ $y(t_0)=7;$ $\frac{dy}{dt}(t_0)=10;$ $t\in[0;6]$