

Дефиниции

Задачи

Лесни

Задача 1.1

Да се намери формула за редицата на фибоначи $f_n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 & n = 1 \\ f_{n-2} + f_{n-1} & n \geq 2 \end{cases}$

Задача 1.2 - Добромир Кралчев, Александър Каракушев

Да се реши рекурентното уравнение:

$$T(1) = 1, T(n) = \frac{1}{\frac{1}{T(n-1)} + n^2}$$

Задача 1.3

Да се реши рекурентното уравнение:

$$a_1 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + n$$

Какво пресмята това уравнение?

Задача 1.4 - Kenneth H. Rosen

Да се реши рекурентното уравнение:

$$a_n = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 4 & n = 1 \\ \frac{a_{n-2}}{4} & n \geq 2 \end{cases}$$

Задача 1.5 - Kenneth H. Rosen

Да се реши рекурентното уравнение:

$$a_n = \begin{cases} 4 & n = 0 \\ 10 & n = 1 \\ 6a_{n-1} - 8a_{n-2} & n \geq 2 \end{cases}$$

Задача 1.6 - Kenneth H. Rosen

Да се реши рекурентното уравнение $a_0 = 2$, $a_n = 2a_{n-1} + 2^n$.

Задача 1.6 - Kenneth H. Rosen

Да се реши рекурентното уравнение $a_0 = 4$, $a_n = 2a_{n-1} + n + 5$.

Задача 1.7 - Kenneth H. Rosen

Да се реши рекурентното уравнение

$$a_0 = 1, a_1 = 4, a_n = 4a_{n-1} - 3a_{n-2} + 2^n + n + 3.$$

По-забавни

Задача 2.1 - Добромир Кралчев

Да се докаже, че числото $(4 + \sqrt{7})^{2015} + (4 - \sqrt{7})^{2015}$ е цяло и да се намери цифрата на единиците му.

Задача 2.2 - Добромир Кралчев

Да се реши рекурентното уравнение $a_1 = 87$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$.

Задача 2.3 - семестриално контролно - КН - 2021

Разгледайте рекурентното уравнение

$$a_n = \begin{cases} 3, & \text{ако } n = 0 \\ na_{n-1} - (n-1), & \text{ако } n > 0 \end{cases}$$

1. Обяснете защо това уравнение не може да се реши чрез изучавания на лекции метод с характеристичното уравнение.
2. Напишете стойностите на $n!$ за $n = 0, 1, \dots, 8$.
3. Напишете стойностите на a_n за $n = 0, 1, \dots, 8$.
4. Открийте закономерност при стойностите на a_n . С други думи, отгатнете решение на рекурентното уравнение.
5. Докажете по индукция, че отгатнатото от Вас решение на рекурентното уравнение наистина е решение.

Задача 2.5 - Добромир Кралчев - приложение на рекурентните уравнения

Колко n -цифрени цели положителни числа съдържат в десетичния си запис четен брой тройки (включително нито една)?

Задача 2.6 - Добромир Кралчев - приложение на рекурентните уравнения

По колко начина числата $1, 2, 3, \dots, n$ могат да се наредят в редицата така, че всеки член (без първия) да се различава с единица от някое от числата вляво от него?

Решения