

## Дефиниции

## Задачи

### Лесни

#### Задача 1.1 - Kenneth Rosen

Нека свързан планарен граф има 30 ребра. Ако някакво планарно вписване този граф разделя равнината на 20 региона, то колко върха има графът?

#### Задача 1.2 - Ralph P. Grimaldi

Нека  $G = (V, E)$  е граф. Нека някое планарно вписване на  $G$  има 53 лица и всяко лице има поне 5 ребра на контура си. Докажете, че  $V \geq 82$ .

#### Задача 1.3 - Ralph P. Grimaldi

Нека  $G = (V, E)$  е граф. Нека  $|V| \geq 11$ . Докажете, че  $G$  или  $\overline{G}$  не е планарен.

### По-забавни

#### Задача 2.1 - Изпит - КН - 2021

Докажете, че във всеки планарен граф има връх от степен, не по-голяма от 5. Има лесно доказателство с допускане на противното.

- Първо напишете ясно и прецизно противното твърдение.
- Какво следва за броя на ребрата от противното твърдение? Открийте противоречие между това и нещо, изучавано на лекции.

Докажете по индукция по броя на върховете, че  $\chi(G) \leq 6$  за всеки планарен граф  $G$ .

## Решения