

**TRAVAUX PRATIQUE AUTOMATIQUE 1****ESTIMATION & RÉGULATION DE NIVEAUX D'EAU DANS UN SYSTÈME MULTI-BACS**

Étudiants: TRAN Gia Quoc Bao &amp; VALLET Nicolas

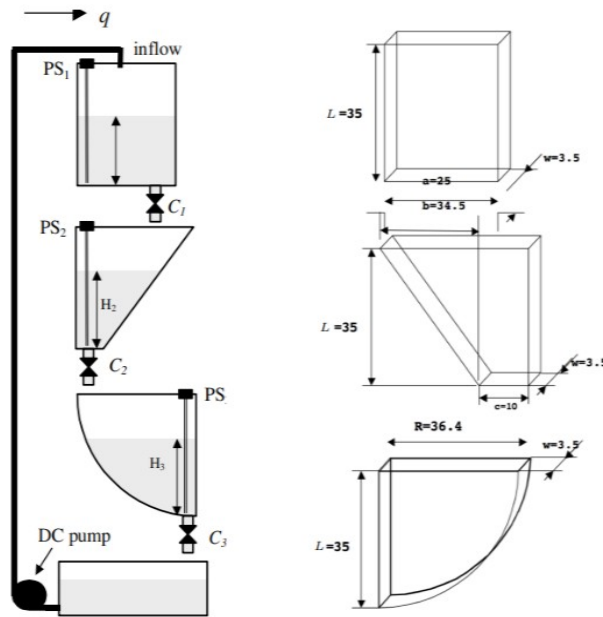
Date: 17 Janvier 2020

Professeur: KHENNOUF Hayate

**I. Introduction:**

Le but principal de ce TP est de synthétiser des lois de commande par retour d'état (mesuré et estimé) pour un système hydraulique, à partir d'un modèle linéaire du procédé obtenu par une linéarisation autour d'un point de fonctionnement.

L'objectif de ces lois de commande consiste à assurer la stabilité du système, régler la hauteur d'eau dans le troisième bac à une valeur souhaitée et garantir un régime transitoire sans oscillations. Ce problème de contrôle apparait généralement dans les réseaux de réservoirs de stockage industriels.

**II. Description du procédé:**

Le système hydraulique étudié dans le cadre de ce TP est constitué de trois bacs de géométries différentes montés en cascade, et d'un réservoir d'eau pour le système hydraulique. Les sections transversales des bacs:

$$S_1 = aw$$

$$S_2(H_2) = cw + \frac{H_2}{L}bw$$

$$S_3(H_3) = w\sqrt{R^2 - (R - H_3)^2}$$

D'autre part, le domaine admissible de la hauteur de liquide dans chaque bac et de la commande sont déterminés par les doubles inégalités:

$$0 \leq H_i \leq H_{max} = 0.25 \text{ m}, i = 1, 2, 3$$

$$0 \leq Q_i \leq Q_{max} = 1.4 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}, i = 1, 2, 3$$

**III. Préparation: Modélisation du système**

Supposons que le liquide dans chaque bac du procédé est parfaitement incompressible et que l'écoulement à travers les vannes du système n'est pas complètement laminaire en pratique. La loi de Bernoulli:

$$Q_i = C_i H_i^{\alpha_i}, i=1,2,3$$

D'où:

$Q_i$ : débit sortant de chaque bac

$C_i$ : représente la résistance de sortie de l'orifice du bac  $i$

$\alpha_i \leq 0.5$ : coefficient d'écoulement

### P1. Représentation d'état du procédé:

Pour chaque bac, on a:

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{d(S_i H_i)}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$$

Pour le bac 1:

$$\frac{d(S_1 H_1)}{dt} = Q_e - C_1 H_1^{\alpha_1} \rightarrow \dot{H}_1 = \frac{-C_1}{aw} H_1^{\alpha_1} + \frac{1}{aw} Q_e$$

Pour le bac 2:

$$\frac{d(S_2 H_2)}{dt} = C_1 H_1^{\alpha_1} - C_2 H_2^{\alpha_2} \rightarrow \dot{H}_2 = \frac{C_1}{cw + 2 \frac{bw}{L} H_2} H_1^{\alpha_1} + \frac{-C_2}{cw + 2 \frac{bw}{L} H_2} H_2^{\alpha_2}$$

Pour le bac 3:

$$\frac{d(S_3 H_3)}{dt} = C_2 H_2^{\alpha_2} - C_3 H_3^{\alpha_3} \rightarrow \dot{H}_3 = \frac{C_2}{w(3R - 2H_3)} \sqrt{\frac{2R - H_3}{H_3}} H_2^{\alpha_2} + \frac{-C_3}{w(3R - 2H_3)} \sqrt{\frac{2R - H_3}{H_3}} H_3^{\alpha_3}$$

Finalement:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C_1}{aw} H_1^{\alpha_1} \\ \frac{C_1}{cw + 2 \frac{bw}{L} H_2} H_1^{\alpha_1} + \frac{-C_2}{cw + 2 \frac{bw}{L} H_2} H_2^{\alpha_2} \\ \frac{C_2}{w(3R - 2H_3)} \sqrt{\frac{2R - H_3}{H_3}} H_2^{\alpha_2} + \frac{-C_3}{w(3R - 2H_3)} \sqrt{\frac{2R - H_3}{H_3}} H_3^{\alpha_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{aw} Q_e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow \dot{x} = f(x, u)$$

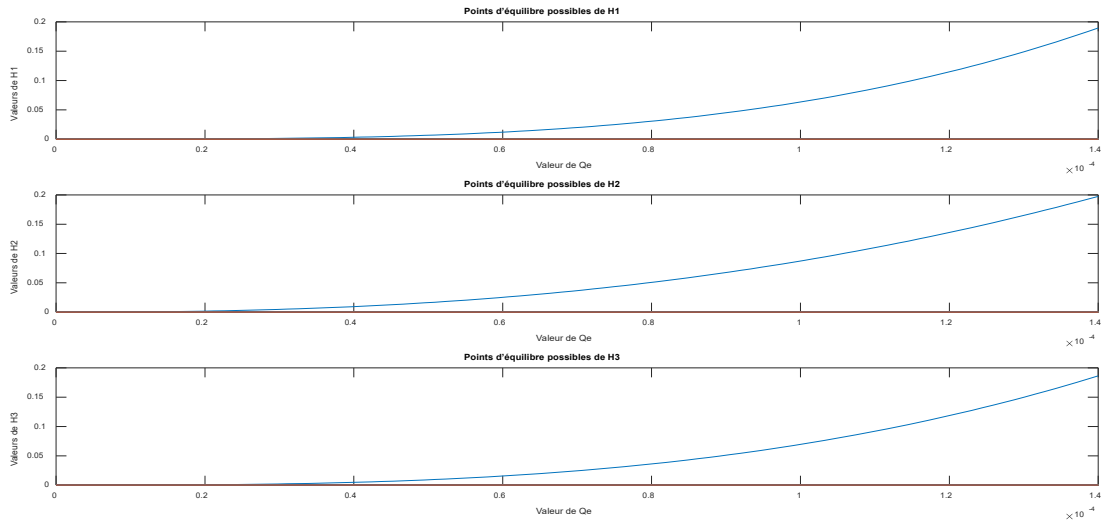
$$y = x_3 = H_3 = g(x, u)$$

C'est une représentation d'état nonlinéaire.

P2. Tracer les courbes représentant tous les points d'équilibre possibles en boucle ouverte:

$$\begin{bmatrix} \dot{H}_1 \\ \dot{H}_2 \\ \dot{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leftrightarrow \begin{cases} C_1 H_1^{\alpha_1} = Q_e \\ C_1 H_1^{\alpha_1} = C_2 H_2^{\alpha_2} \rightarrow H_i = \sqrt[\alpha_i]{\frac{Q_e}{C_i}}, i=1,2,3 \\ C_2 H_2^{\alpha_2} = C_3 H_3^{\alpha_3} \end{cases}$$

On trace ces courbes avec:  $0 \leq Q_e \leq Q_{max} = 1.4 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$



P3. Calcul des valeurs à l'équilibre:

Si on souhaite avoir une hauteur de liquide à l'équilibre de  $H_{03} = 0.15 \text{ m}$ , on trouve ces valeurs:

$$H_{03} = 0.15 \text{ m} \rightarrow \begin{cases} Q_0 = C_3 H_3^{\alpha_3} = 8.7632 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} \in [0, Q_{max}] \\ H_{01} = \sqrt[\alpha_1]{\frac{Q_0}{C_1}} = 0.1022 \text{ m} \in [0, H_{max}] \\ H_{02} = \sqrt[\alpha_2]{\frac{Q_0}{C_2}} = 0.1279 \text{ m} \in [0, H_{max}] \end{cases}$$

P4. Linearisation de la représentation d'état:

En supposant que, autour du point de fonctionnement, la section  $S_i$  varie peu, on fait l'approximation suivante:

$$\frac{d(S_i H_i)}{dt} \approx S_{i(eq)} \frac{d(H_i)}{dt} = S_{i(eq)} \dot{H}_i, i=1,2,3$$

On a:

$$\begin{bmatrix} S_{1(eq)} \dot{h}_1 \\ S_{2(eq)} \dot{h}_2 \\ S_{3(eq)} \dot{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_1 \alpha_1 H_{10}^{\alpha_1-1} h_1 \\ C_1 \alpha_1 H_{10}^{\alpha_1-1} h_1 - C_2 \alpha_2 H_{20}^{\alpha_2-1} h_2 \\ C_2 \alpha_2 H_{20}^{\alpha_2-1} h_1 - C_3 \alpha_3 H_{30}^{\alpha_3-1} h_3 \end{bmatrix}_{x=x_0, u=u_0} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{x=x_0, u=u_0} q_e \rightarrow \begin{cases} \dot{h}_1 = \frac{-C_1 \alpha_1 H_{10}^{\alpha_1-1}}{S_{1(eq)}} h_1 + \frac{1}{S_{1(eq)}} q_e \\ \dot{h}_2 = \frac{C_1 \alpha_1 H_{10}^{\alpha_1-1}}{S_{2(eq)}} h_1 - \frac{C_2 \alpha_2 H_{20}^{\alpha_2-1}}{S_{2(eq)}} h_2 \\ \dot{h}_3 = \frac{C_2 \alpha_2 H_{20}^{\alpha_2-1}}{S_{3(eq)}} h_2 - \frac{C_3 \alpha_3 H_{30}^{\alpha_3-1}}{S_{3(eq)}} h_3 \end{cases}$$

$$y = x_3 = h_3$$

Avec  $h_i$  et  $q_e$  représentent des variations autour du point de fonctionnement:

$$\begin{cases} H_i = h_i + H_{i0}, i=1,2,3 \\ Q_e = q_e + Q_0 \end{cases}$$

**P5. Rappeler la validité de ce modèle linéaire, puis analyser sa stabilité asymptotique:**

Ce modèle linéaire est une bonne approximation seulement dans le premier order autour du point de fonctionnement.

On analyse la stabilité du système en utilisant MATLAB, les pôles du système sont:

$$P = [-0.0287 - 0.0353 - 0.0306]^T$$

Les 3 valeurs propres de A ont les parties réelles qui sont toutes négatives, alors le système est stable.

**P6. Vérification de la commandabilité et de l'observabilité:**

On utilise MATLAB, on voit que le rang de la matrice de commandabilité et de l'observabilité sont égaux à 3 (l'ordre du système), alors il est commandable et observable.

#### IV. Estimation de niveau (Synthèse d'observateur):

1. *Simulation:*

a. L'équation d'état de l'observateur:

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC) \hat{x} + (B - L) \begin{pmatrix} q_e \\ h_3 \end{pmatrix}, y = \hat{x}$$

b. La condition qui assure la convergence de l'erreur d'estimation:

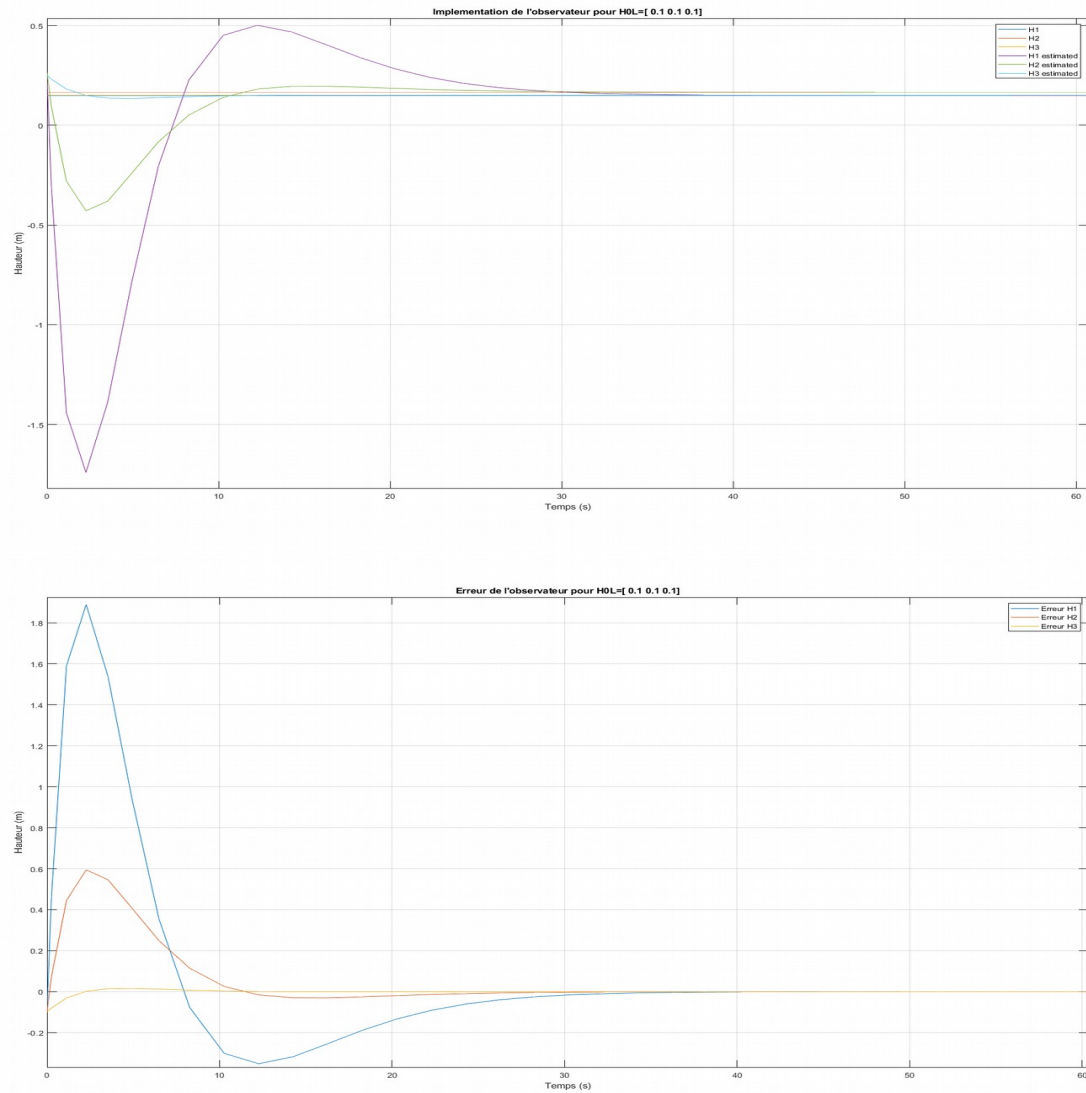
L doit être calculé de tel sorte que (A-LC) soit stable.

c. Calcul de gain de l'observateur:

Les pôles de l'observateur sont choisis en multipliant par 10 les pôles de la boucle ouverte car le système est stable avec 3 pôles réels négatifs sans dépassements et sans oscillation :

$$L = [24.82167 \ 5571 \ 0.8513]^T$$

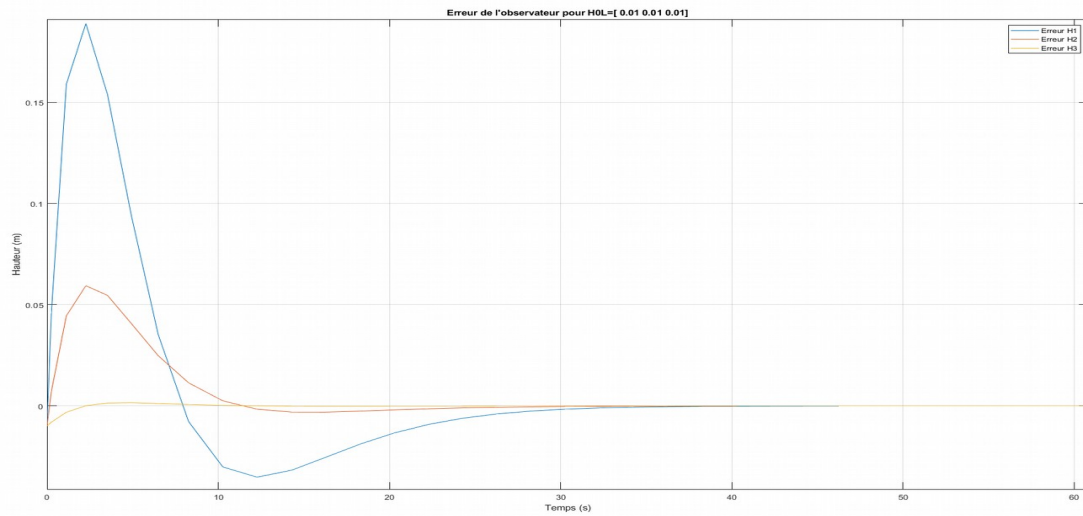
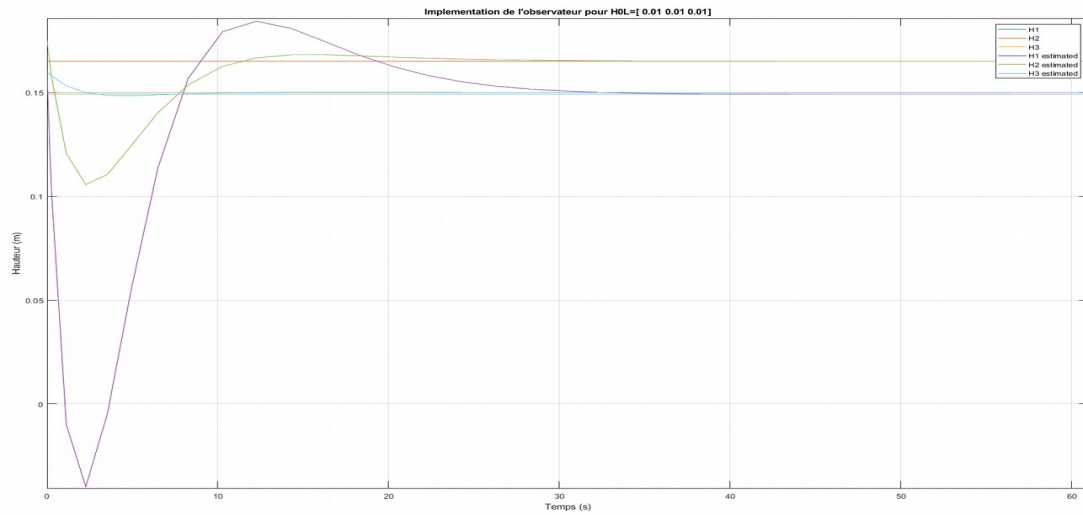
d. Evolution de l'erreur d'estimation:



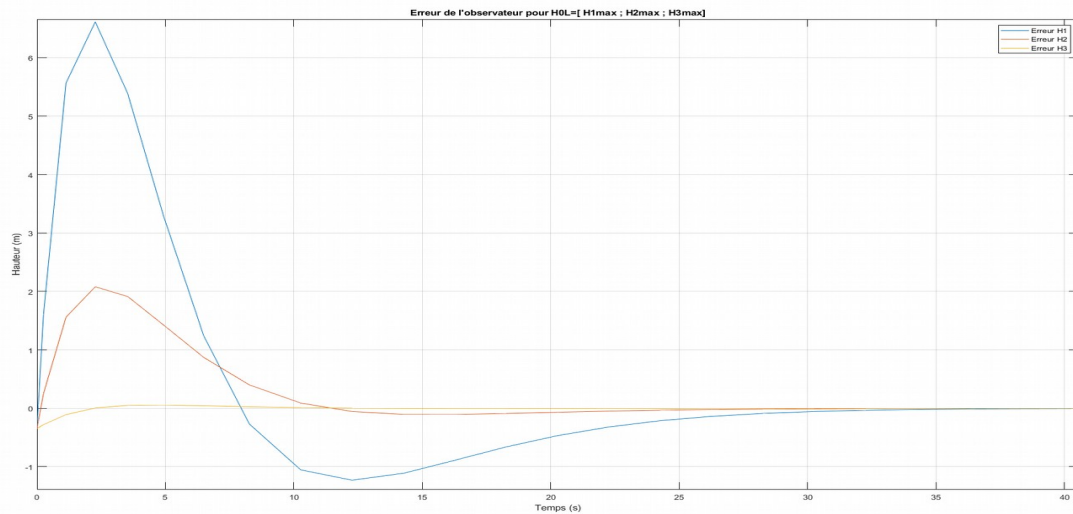
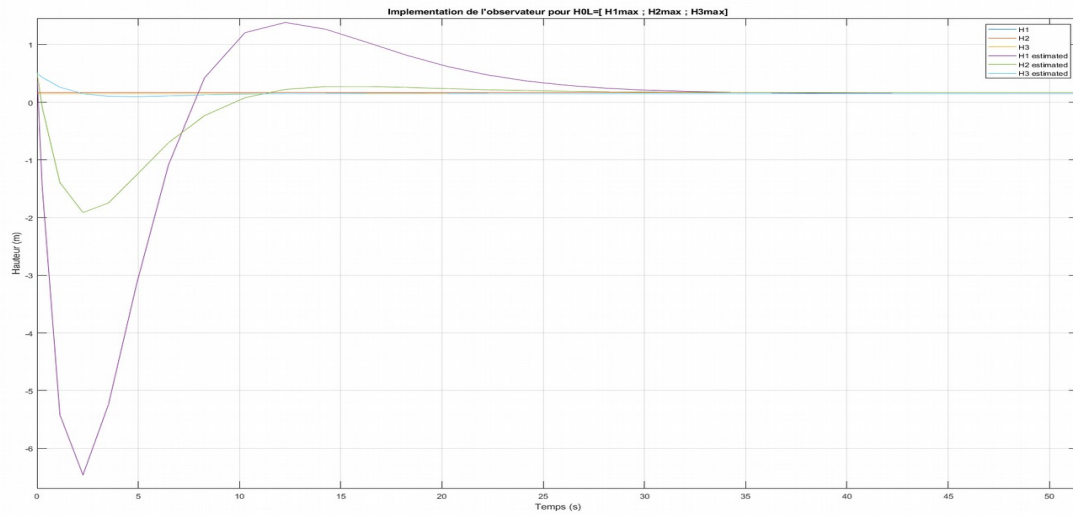
On voit que l'erreur tend vers 0. L'observateur converge comme attendu. Au bout de 40s, les valeurs estimées par l'observateur sont égales aux valeurs réelles.

e. Réalisation de plusieurs simulations pour des conditions initiales différentes:

Pour des conditions initiales de l'observateur égales à  $H_{0L} = [0.01 \ 0.01 \ 0.01]$ :



Pour des conditions initiales de l'observateur égales à  $H_{0L} = [H_{1\max} \ H_{2\max} \ H_{3\max}]$ :

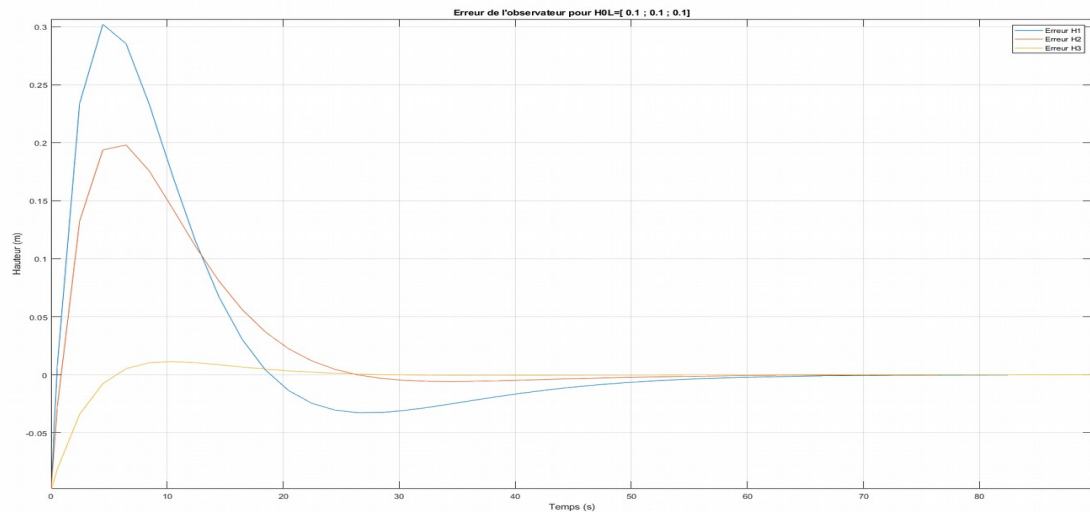
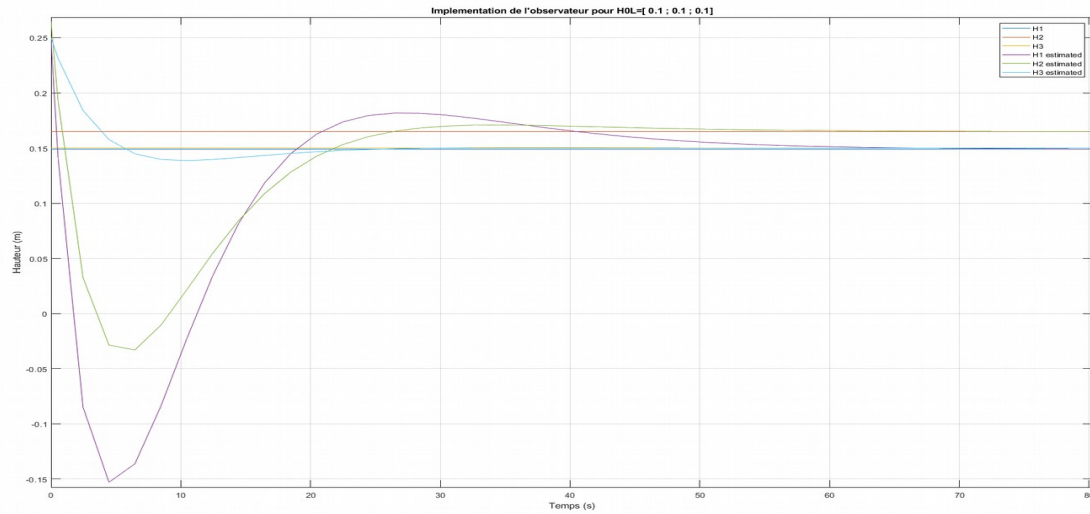


Nous voyons que si  $L$  est calculée correctement et qu'il n'y a pas de perturbations, les niveaux estimés convergent vers les niveaux réelles quelles que soient les valeurs estimées initiales.

f. Analyse des performances en termes de vitesse de convergence, de sensibilité au bruit de mesure et de qualité du régime transitoire en fonction des pôles de l'observateur :

Si les pôles de l'observateur sont choisis en multipliant par 5 les pôles de la boucle ouverte, on obtient:

$$L = [2.1985 \quad 1.4722 \quad 0.3784]^T$$

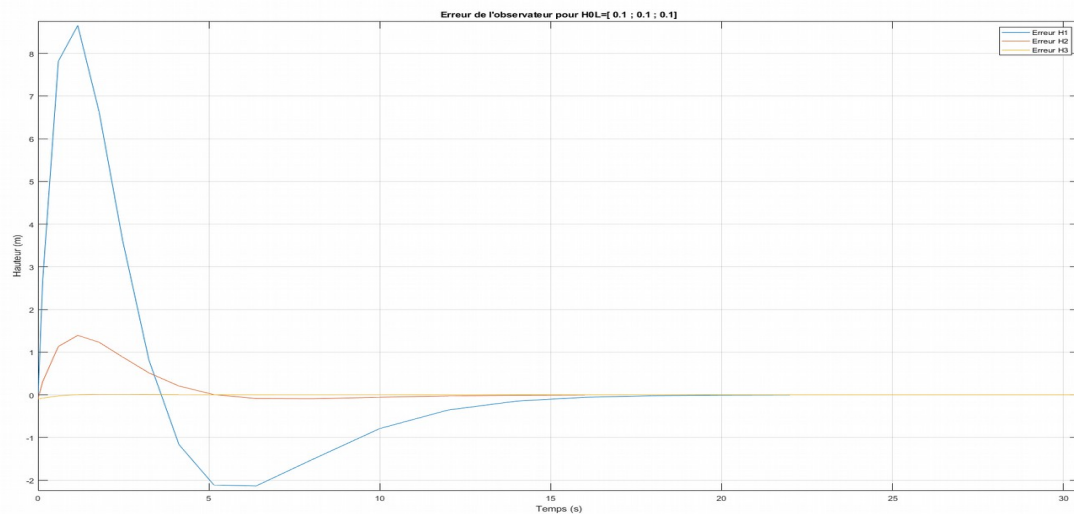
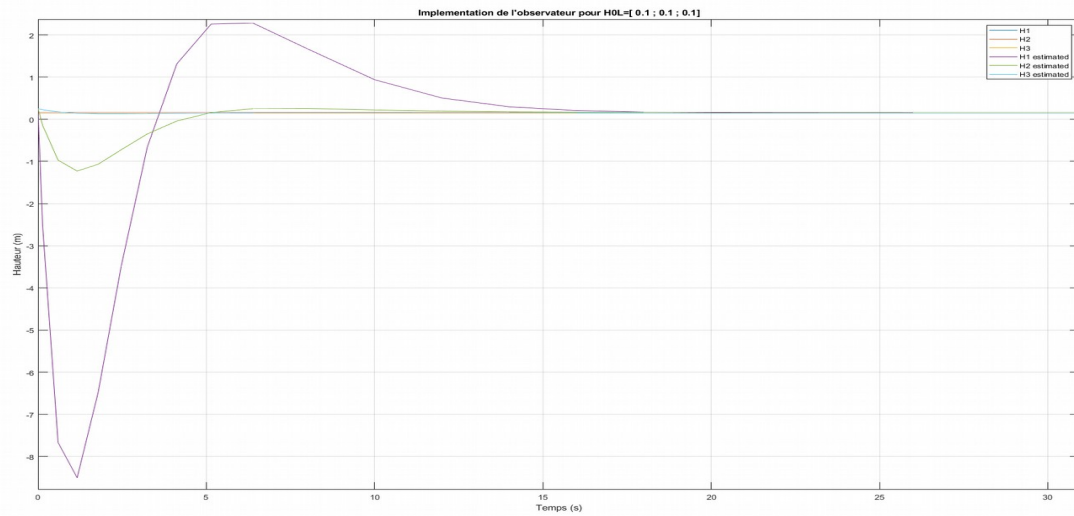


On voit que l'observateur converge plus lentement, il faut 65s pour que les valeurs estimées par l'observateur soient égales aux valeurs réelles, mais avec moins de dépassement. La hauteur estimée maximale atteinte avec ces pôles est de 0,3 m contre 1,83 m pour les pôles précédents.

Si les pôles de l'observateur sont choisis en multipliant par 20 les pôles de la boucle ouverte, on obtient:

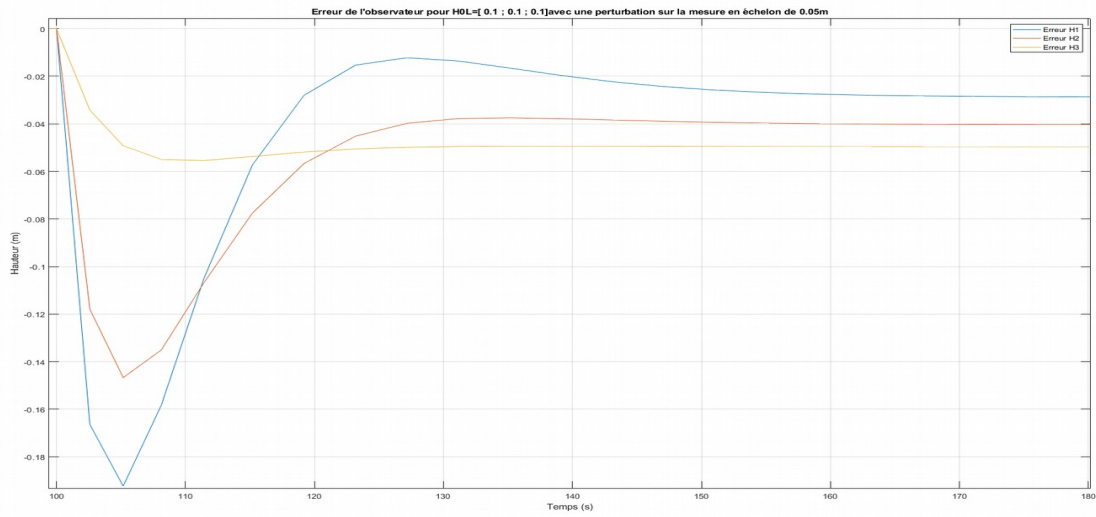
$$L = [232.641 \quad 933.8755 \quad 1.7972]^T$$



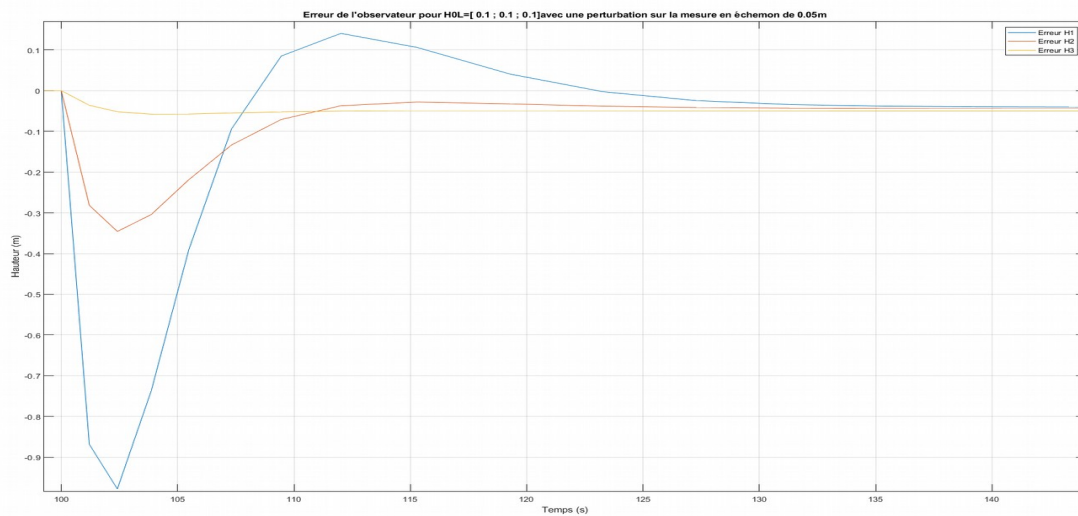


On voit que l'observateur converge plus vite, il faut 20 secondes pour que les valeurs estimées soient égales aux valeurs réelles, mais avec plus de dépassement, la hauteur estimée maximale atteinte est de 8,5m .

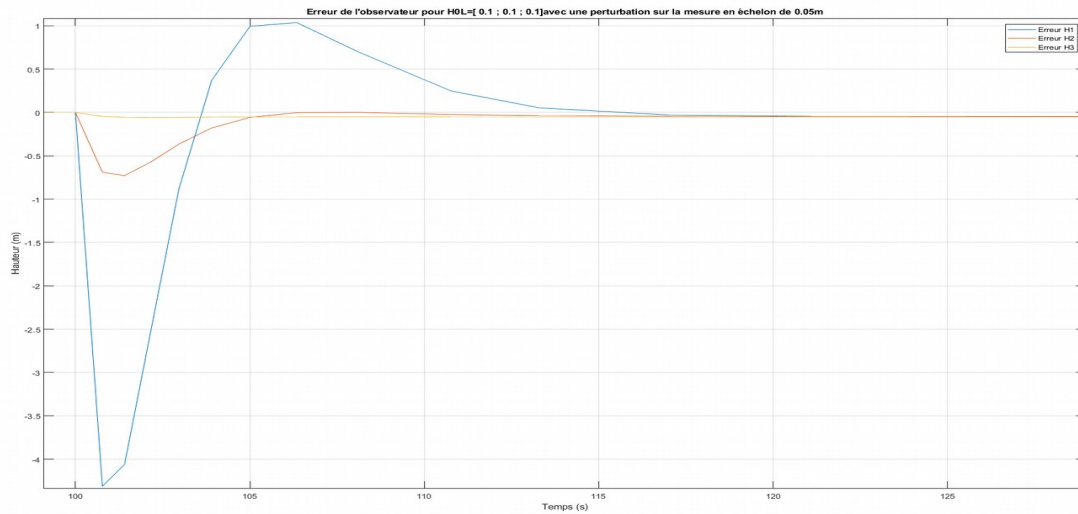
Si on ajoute une perturbation sur la sortie, on a une erreur statique pour tous les observateurs, car l'observateur ne rejette pas la perturbation:



Sur la figure au-dessus, les pôles de l'observateur sont égaux à 10 fois les pôles de la boucle ouverte.



Sur la figure au-dessus, les pôles de l'observateur sont égaux à 5 fois les pôles de la boucle ouverte.

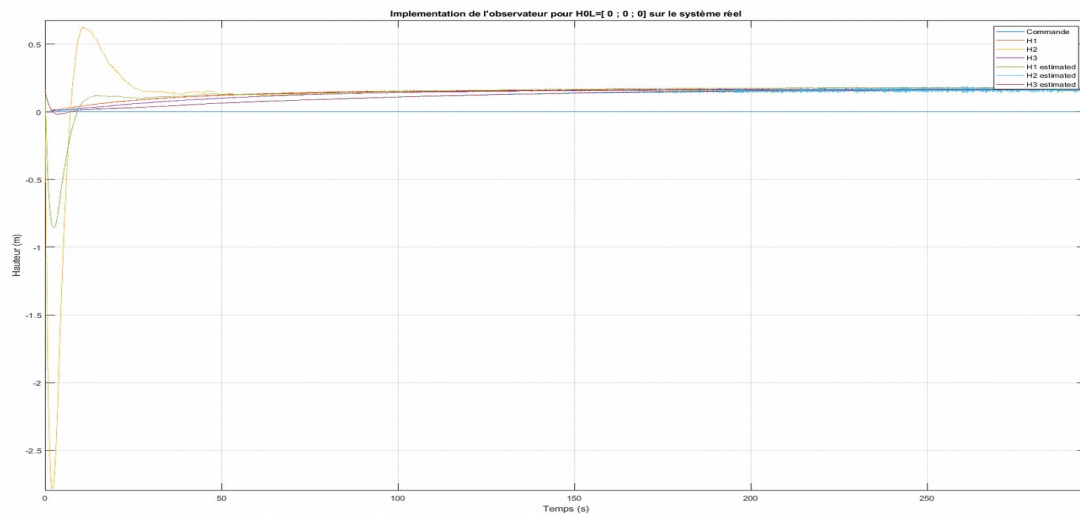


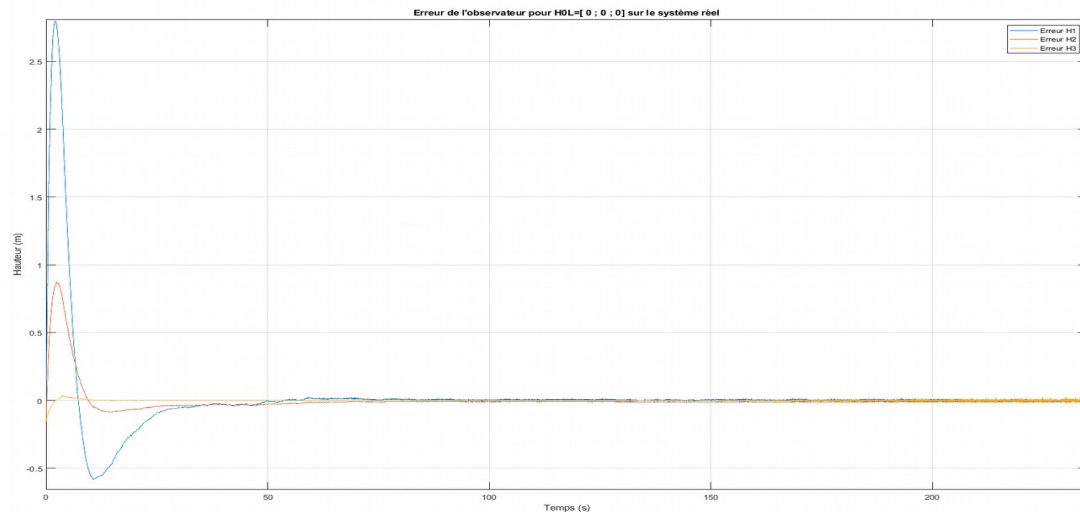
Sur la figure au-dessus, les pôles de l'observateur sont égaux à 20 fois les pôles de la boucle ouverte.

Nous voyons que si les pôles choisis sont trop rapides, nous aurons de grands dépassements et s'ils sont trop lents, l'observateur mettra longtemps à converger. Nous avons donc choisi des pôles de l'observateur 10 fois supérieurs à ceux du système en boucle ouverte pour avoir un bon compromis entre vitesse de convergence et qualité du régime transitoire.

## 2. Expérimentation:

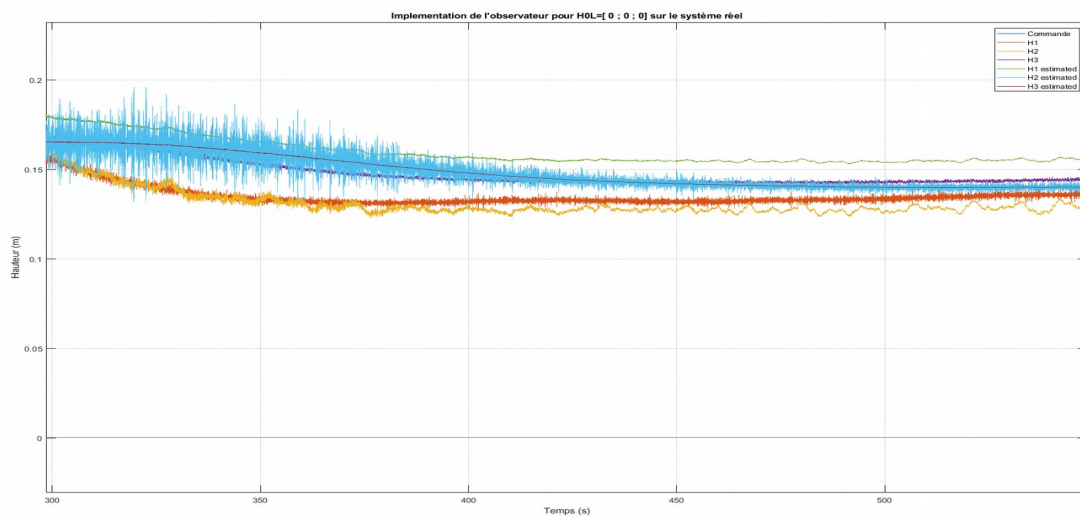
### a. Évaluation des performances de l'observateur sur le système réel:

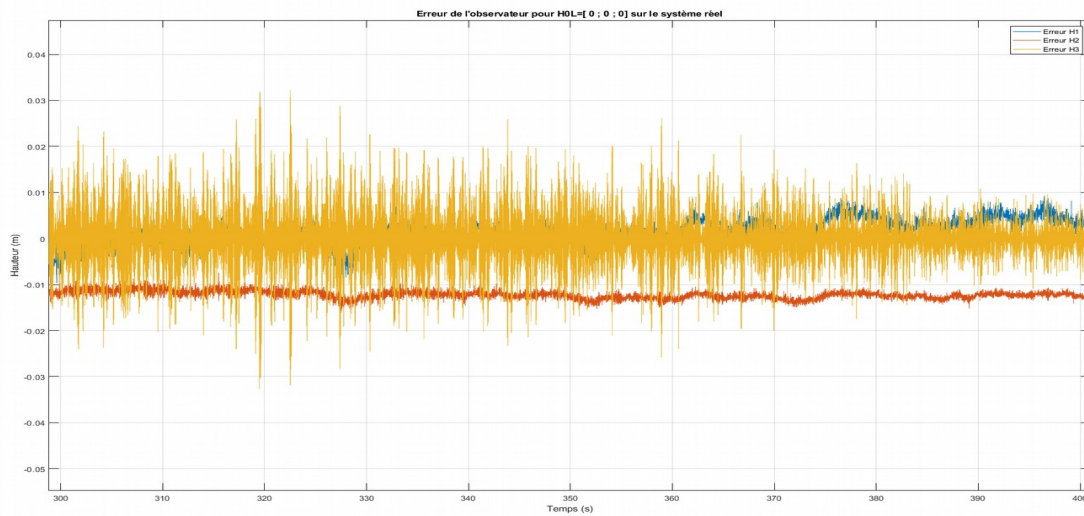




On observe que, lorsqu'on se situe au niveau du point de fonctionnement, l'observateur converge vers les valeurs réelles en environ 80s, ce qui est plus lent que sur la simulation et le dépassement atteint la valeur de 2,8m, ce qui est plus important que dans la simulation.

On applique une entrée en échelon égale à  $0,1 \cdot Q_0$  au bout de 300 secondes :





On observe que l'erreur pour H3 reste nulle après l'application d'une entrée en échelon mais l'erreur pour H1 devient légèrement supérieur à 0 et l'erreur pour H2 devient négative. Cette différence qui apparaît entre les niveaux estimés et les niveaux réels est causée par l'approximation qui a été réalisée pour pouvoir linéariser la représentation d'état.