

# ASSERVISSEMENT DE LA POSITION D'UNE BILLE SUR UN RAIL

## 1 Objectifs

L'objectif de ce BE est de concevoir un asservissement en position d'une bille sur un rail en rotation autour d'un axe central. Un correcteur numérique devra être mis en œuvre pour que le système réponde en 5 secondes à un brusque changement de consigne de position.

### *Cahier des charges de la commande en position d'une bille sur un rail :*

#### *Asservissement:*

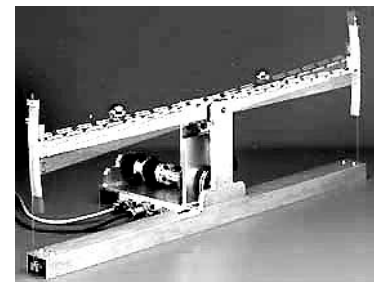
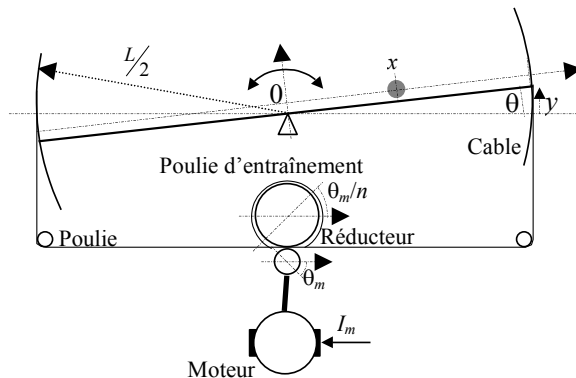
- Temps de réponse à 5% à un échelon de consigne (0.1m) : 5s (Choisir un pôle double).
- Erreur statique nulle pour une consigne en échelon.

#### *Régulation:*

- Rejet d'une perturbation en échelon ( $1^\circ$ ) sur l'angle du rail en régime permanent.

## 2 Description du système physique

Le système physique étudié se compose d'une barre rigide portant un rail, mobile autour d'un axe horizontal, et d'une bille roulant sur le rail. L'inclinaison de la barre peut être modifiée grâce à un moteur à courant continu, relié à la barre par l'intermédiaire d'un engrenage entraînant un système de câbles.



Nous adopterons les notations suivantes :

$\Omega_m$ ,	la vitesse du moteur en $\text{rad.s}^{-1}$
$\theta_m$ ,	la position angulaire du moteur en rad.
$1/n'$	le rapport de réduction de l'engrenage
$1/m'$	le rapport entre le diamètre de la poulie d'entraînement et la longueur de la barre

### 2.1 Description du moteur

Le couple moteur  $C_m$  est proportionnel au courant le traversant :  $C_m = \Phi I_m$ . La force contre-électromotrice est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur :  $E_\Omega = \Phi \Omega_m$ . Les caractéristiques du moteur seront notées avec les conventions habituelles ( $R, L, J, f$ ).

## 2.2 Bille

La bille obéit à la loi :  $\frac{d^2x}{dt^2} = K_b\theta$  où  $x$  est la position de la bille sur le rail.

## 2.3 Mesures

Un potentiomètre de précision délivre une tension  $U_\theta = k_2\theta$  proportionnelle à  $\theta$ , l'angle de rotation de la barre (exprimé en radian). Une génératrice tachymétrique fournit une tension  $U_\Omega = k_3\Omega_m$  proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur. Le courant  $I_m$  traversant le moteur est mesuré par l'intermédiaire d'un capteur qui délivre une tension  $U_{Im} = \frac{1}{k_i} I_m$ .

Enfin, les deux rails métalliques sur lesquels roule la bille sont résistifs et fournissent une tension  $U_x = k_1x$  proportionnelle à la position de la bille.

## 2.4 Valeurs numériques identifiées

$J=0,46.10^{-4} \text{ kg.m}^2$	$f=0,7.10^{-4} \text{ N.m.s}$	$R=\frac{1}{3}\Omega$
$L=1 \text{ mH}$	$n.m=n'=960$	$\Phi=0,026 \text{ N.m/A ou V/rd/s}$
$k_2=28,65 \text{ V/rd}$	$k_i=1,6 \text{ A/V}$	$K_b=6,1 \text{ m.s}^{-2}.\text{rad}^{-1}$
$k_3=0,0159 \text{ V/rd/s}$	$T_e=0,2 \text{ s}$	$k_1=7 \text{ V/m}$

## 3 Réglage de la boucle de courant

### 3.1 Objectif

L'asservissement en courant du moteur ( $I_m$ ) a été réglé de telle sorte que la boucle de courant soit suffisamment rapide pour être négligée par rapport à la dynamique du reste de système considéré.

### 3.2 Description

Une tension  $U_{cl}$  sert de consigne pour la mesure du courant  $U_{Im}$ . Le correcteur utilisé est un PI décrit par :  $K(p) = k_{pi} \left( 1 + \frac{1}{\tau_{pi} p} \right)$ . Les paramètres calculés sont donnés dans le fichier *init\_synthese.m*.

## 4 Réglage de l'asservissement de l'angle du rail

### 4.1 Objectif

L'asservissement de la position angulaire du rail a été réglé de telle sorte que cette boucle soit suffisamment lente par rapport à la boucle de courant et suffisamment rapide pour être négligée devant la période d'échantillonnage (200ms) du calculateur qui sera utilisé pour l'asservissement en position de la bille.

### 4.2 Description

On a bouclé le moteur avec un retour de position  $k_p$  et un retour de vitesse  $k_\Omega$  afin de réaliser une boucle interne qui asservit l'angle de la barre  $\theta$  à la consigne  $U_{c\theta}$  :

$$U_{cl} = k_p \left( (U_{c\theta} - U_\theta) - k_\Omega U_\Omega \right). \text{ Les paramètres calculés sont donnés dans le fichier}$$

*init\_synthese.m*.

## 5 Asservissement numérique en position de la bille : correcteurs de type PID (PID1)

### 5.1 Objectif

L'objectif est d'atteindre un temps de réponse de 5s, pour l'asservissement en position de la bille au moyen de différents correcteurs numériques de la famille des PID.

### 5.2 Description

Pratiquement, le correcteur est réalisé par un calculateur numérique (un PC). La mesure de position de la bille  $U_x$  arrive sur un convertisseur analogique numérique (CAN) délivrant une information toutes les 200ms. Un convertisseur numérique analogique (CNA), de type bloqueur d'ordre 0, est placé au niveau de la consigne d'angle  $U_{c\theta}$ .

La structure du correcteur PID filtré est la suivante :

$$K(z) = \frac{r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}}{(1 + s_1' z^{-1})(1 - z^{-1})}$$

### 5.3 Indications

- Établir le schéma fonctionnel de l'asservissement numérique en négligeant les boucles internes lorsque cela s'avère possible. Ne pas oublier bloqueurs et échantillonneurs.
- Concevoir un correcteur PID filtré (en définissant vos paramètres à la suite du fichier *init.m*) tel que le temps de réponse du système bouclé soit de 5 secondes (on cherchera à obtenir un dénominateur de la fonction de transfert du système bouclé du type  $(1 - az^{-1})^n$ ). **Le schéma simulink à compléter est : *bille\_synthese.slx* (les blocs en jaune sont à compléter, la simulation ne peut fonctionner si ces blocs n'ont pas été complétés correctement).**
- Déterminer le temps de réponse et expliquer le dépassement de la réponse du système en boucle fermée.
- Examiner les différentes variables du système : courant, vitesse, angle et position. Commenter.
- Examiner l'influence d'une perturbation en échelon de  $1^\circ$  sur l'angle de la barre. Commenter.
- Observer l'influence d'une saturation du courant à 16A pour une consigne de 0.1m.

## 6 Asservissement numérique en position de la bille : correcteurs de type RST avec action intégrale (PID2)

### 6.1 Objectif

L'objectif est de mettre en œuvre un correcteur numérique de type RST pour l'asservissement en position de la bille sur le rail respectant la contrainte de temps de réponse (5s) et de régulation.

### 6.2 Indications

- Concevoir un correcteur RST permettant d'atteindre le temps de réponse spécifié.
- Examiner l'influence d'une perturbation de  $1^\circ$  sur l'angle de la barre.
- Observer l'influence d'une saturation du courant à 16A pour une consigne de 0.1m.

**Ce sujet de synthèse sera complété ultérieurement (Cde par Retour d'Etat).**