

AUTOMATIQUE 2 TP CARV

Étudiants: Gia Quoc Bao TRAN & Nicolas VALLET, ASI 2ème année

Professeur: Nacim MESLEM

Date: 2 Juin 2020

I. Introduction:

Dans ce TP, nous allons appliquer plusieurs étapes pour identifier un système pour avoir une idée de ses comportements, puis essayer de le contrôler à l'aide de correcteurs RST réalisés avec 2 approches: placement des pôles et robuste. Nous évaluerons également les 2 approches en termes de performances avec des modèles estimés de différents ordres.

II. Modélisation physique:

Les équations mécaniques de chaque masse (on néglige les forces de frottement):

$$m\ddot{x}_1 = u - kx_1 - k(x_1 - x_2)$$

$$m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_3)$$

$$m\ddot{x}_3 = -k(x_3 - x_2) - kx_3$$

Si l'entrée est la force u et la sortie est la position x_1 , on a un système d'ordre 6 (3 équations et chacune d'ordre 2). Cela correspond à 3 modes vibratoires différents. On obtient la représentation d'état du système:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \frac{k}{m} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u = Ax + Bu$$

$$y = \ddot{x}_1 = \frac{k}{m} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \frac{1}{m} u = Cx + Du$$

Le gain statique est donc:

$$\lim_{s \rightarrow 0} (C(sI_n - A)^{-1}B + D) = C(-A)^{-1}B + D = -\frac{k}{m} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{m}{k} \left(\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{m} = \frac{-1}{m} + \frac{1}{m} = 0$$

La même chose peut être trouvée en utilisant l'approche de la fonction de transfert: nous avons toujours l'ordre 6 avec un s^2 dans le numérateur et la limite lorsque s passe à 0 est 0.

III. Identification:

1. Identification non paramétrique:

a. Réponse à un échelon:

Selon l'introduction du système, la tension d'entrée est comprise entre, nous utilisons donc une entrée en échelon de **0,1 V**.

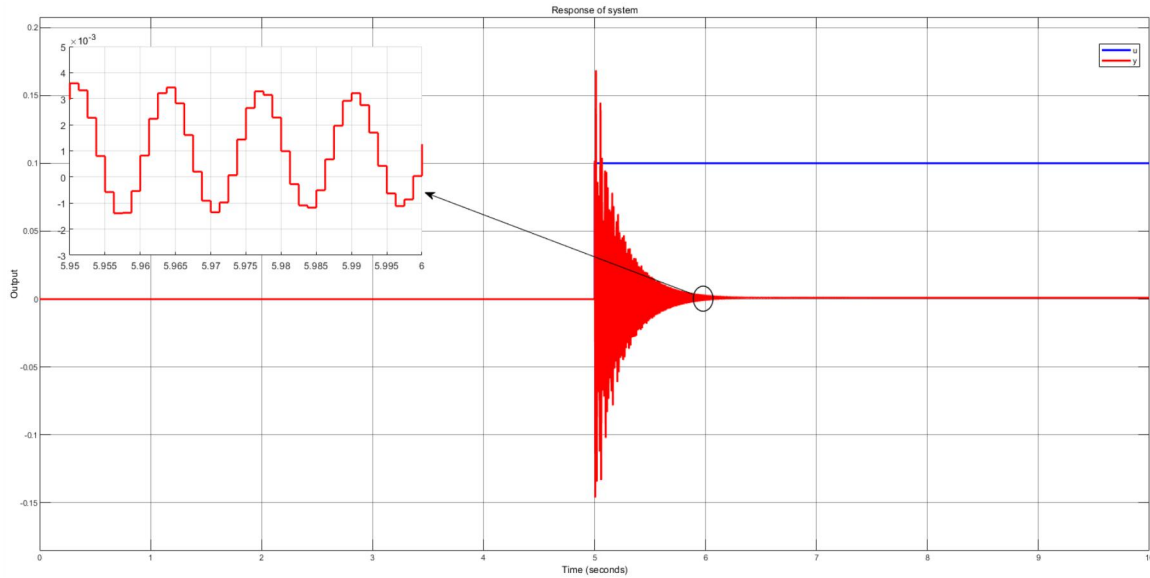


Figure 1. Réponse en échelon du système

On observe que la réponse est une oscillation amortie, le système est donc stable en boucle ouverte. De cela, nous pouvons avoir certaines caractéristiques du système: Le gain statique est très faible, le fait qu'il ne soit pas égal à 0 est sans doute dû à une erreur de modélisation, pour le temps de montée c'est difficile à dire car l'oscillation est grande. Si nous zoomons les résultats pour voir (inclus dans la figure 1), nous voyons que chaque oscillation a 10 à 11 échantillons. La fréquence d'oscillation est donc $F_e/10$ ou $F_e/11$, donc environ 72,72 à 80 Hz.

Cette étape correspond à une identification non paramétrique car on en sait juste les comportements de base des systèmes sans calculer les valeurs. Mais cette étape facilitera les prochaines étapes.

b. Choix de la période d'échantillonnage et des paramètres de la SBPA:

Normalement, nous calculons la condition pour le F_e à partir du temps de montée, mais comme il est difficile de voir ici, nous utiliserons la fréquence d'oscillation. L'idée est qu'une oscillation contient beaucoup d'échantillons, donc 10 fois dans ce cas est un choix approprié.

La fréquence de Nyquist est la moitié de la fréquence d'échantillonnage, donc 400 Hz.

Nous devons également choisir une valeur suffisamment petite pour que l'amplitude du SBPA reste autour du point d'équilibre de 0. On choisit une amplitude 0,05V afin de rester dans le domaine de validité de l'approximation linéaire.

Ensuite $p = 1$ pour avoir un bruit blanc, et $N = 2 \cdot C / 0,01 = 2 \cdot 10 / 0,01 = 2000$. (en supposant qu'on a une dizaine de paramètres à estimer). Ça donne $n_r \geq \log_2 \left(\frac{N + p}{p} \right) = 10,96 \rightarrow n_r = 11$. La durée d'acquisition pour un cycle

de SBPA est $d = (2^{n_r} - 1) T_e = (2^{11} - 1) \frac{1}{800} = 2,6s$.

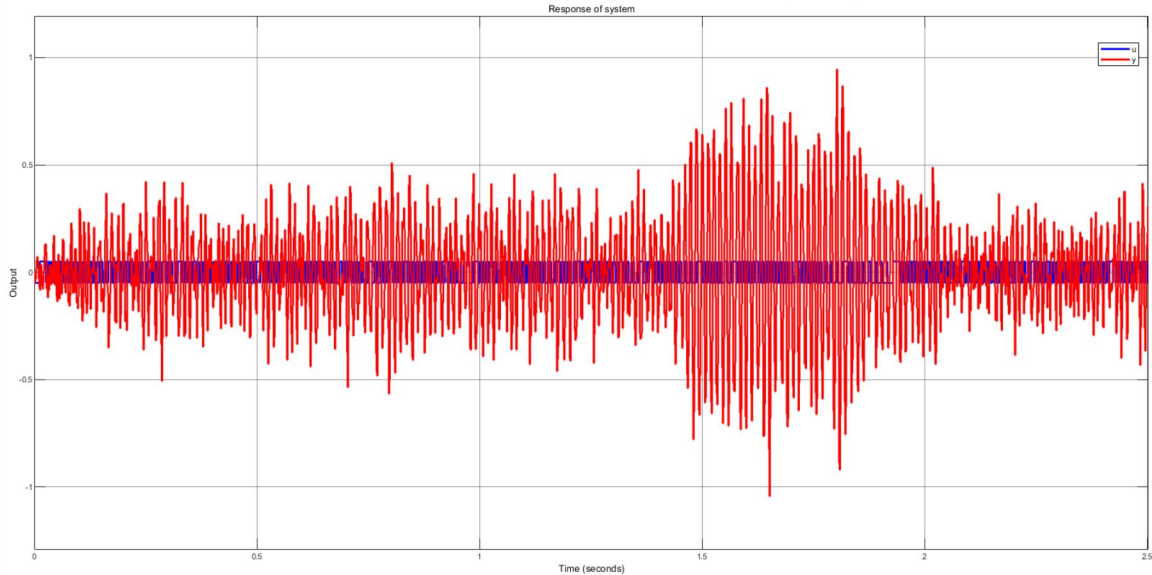


Figure 2. Utiliser la SBPA comme entrée du système pour l'identification

On voit que la sortie n'est pas trop grande, ce qui est bien. Cela montre que nous devons être prudents lors du choix de l'amplitude du SPBA. Avec les données obtenues, nous pouvons effectuer l'identification du système.

c. Analyse de corrélation et analyse spectrale:

Les analyses de corrélation et spectrale nous permettent d'obtenir les réponses temporelles et fréquentielles suivantes:

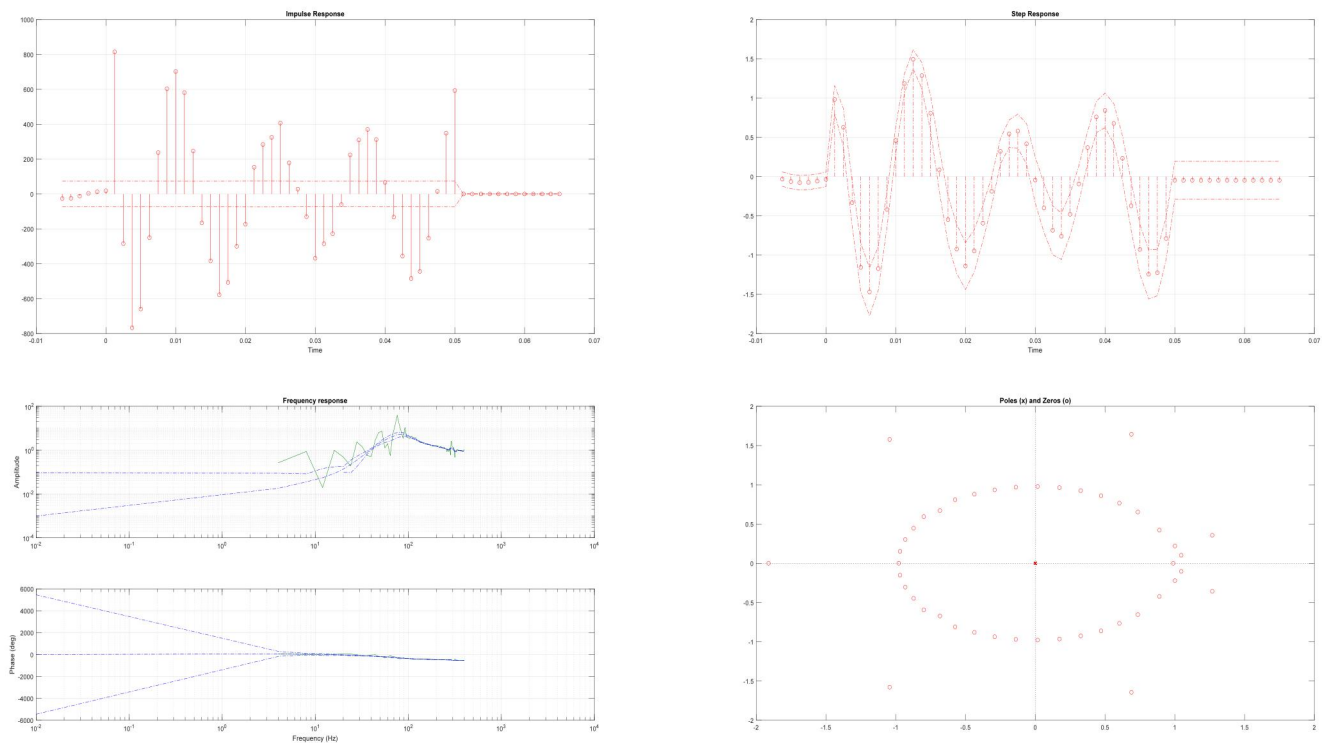


Figure 3. Identification non paramétrique du système

- On en déduit un retard de $1 \cdot T_e$, un gain statique très faible, voire nul, un ordre supérieur ou égal à 2 et une pseudo période d'environ 77 Hz, ce qui correspond à ce que l'on avait trouvé avec la réponse à un échelon.
- Ci-dessus, nous avons utilisé les équations physiques pour estimer l'ordre du système à au moins 6 avec 3 modes vibratoires. Ici, en regardant le tracé de Bode, nous pouvons voir quelques pics qui ont confirmé le niveau élevé, mais observer clairement les 3 pics est difficile.
- En observant le tracé pôle-zéro, nous voyons que le système (discret) est stable par nature: ses pôles se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire. Donc, si nous identifions ce système, les résultats doivent également être stables.

2. Identification paramétrique:

Les différentes étapes de l'identification sont les suivantes:

- On commence par récupérer des données sur le système avec en entrée une SBPA.
- À l'aide d'une analyse par corrélation et d'une analyse spectrale et d'un problème de FIT, on estime les différents paramètres du système (retard, ordre du dénominateur, ordre du numérateur,...).

=> non paramétrique

- À partir de ces estimations, on détermine des modèles, en choisissant différentes méthodes (ARMAX,...).
- Enfin, on valide les modèles obtenus à l'aide d'un test de blancheur et d'un test de décorrélation et si aucun modèle ne convient, on recommence les étapes précédentes en choisissant d'autres modèles.

=> paramétrique

a. Identification structurelle et validation:

On observe que les deux modèles ont des résultats similaires pour les tests de validation mais le modèle d'ordre 14 a un fit plus élevé, c'est donc lui qui sera choisi pour modéliser le système.

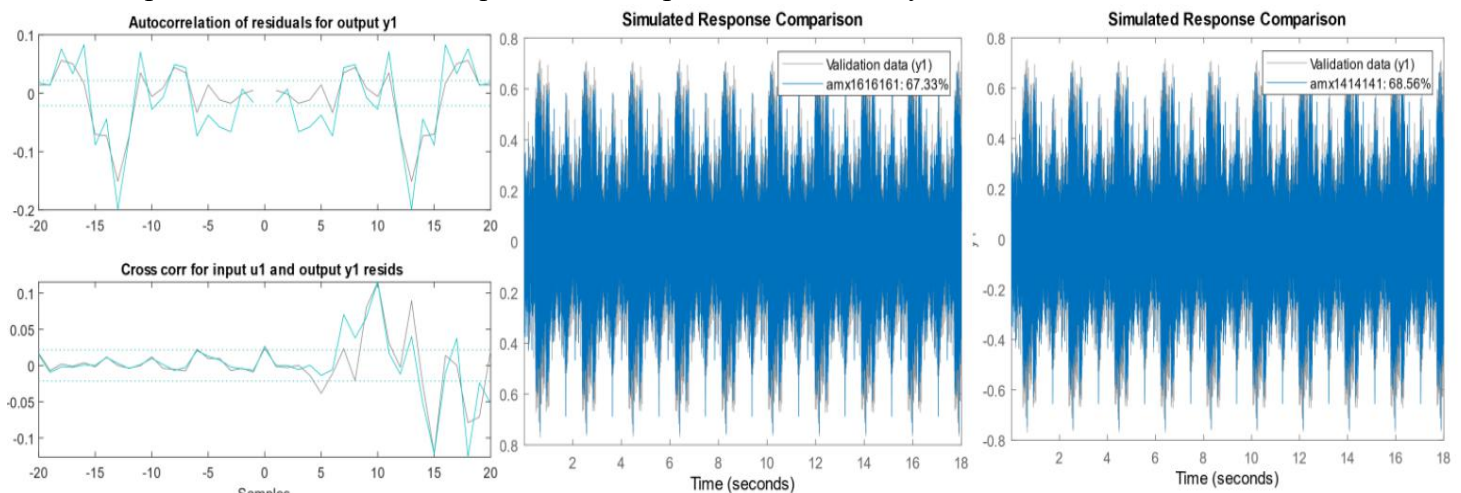


Figure 4. Identification paramétrique du système

- Un modèle est valide si il passe les tests de validation et si son FIT est supérieur à 65% (nous avons également testé avec d'autres modèles). On a aussi vérifié l'identification dans le domain fréquentiel (pour observer les pics), temporel (pour voir si le gain statique est presque 0) et la tracé pôle-zéro (pour voir si le système est stable ou s'il y a une compensation pôle-zéro).

Le résultat est donc:

$$y(t) = z^{-nk} \frac{B(z)}{A(z)} u(t) + \frac{C(z)}{A(z)} e(t)$$

Avec:

$$A(z) = 1 - 1.354 z^{-1} - 0.5878 z^{-2} + 1.369 z^{-3} + 1.697 z^{-4} - 2.504 z^{-5} - 0.9148 z^{-6} \\ + 2.124 z^{-7} + 0.6635 z^{-8} - 1.46 z^{-9} - 0.2912 z^{-10} + 0.988 z^{-11} - 0.2035 z^{-12} \\ - 0.1205 z^{-13} + 0.06558 z^{-14}$$

$$B(z) = 0.9975 z^{-1} - 1.716 z^{-2} - 1.049 z^{-3} + 2.061 z^{-4} + 2.565 z^{-5} - 3.233 z^{-6} \\ - 2.225 z^{-7} + 2.714 z^{-8} + 1.795 z^{-9} - 1.881 z^{-10} - 1.174 z^{-11} + 1.253 z^{-12} \\ + 0.1592 z^{-13} - 0.2673 z^{-14}$$

$$C(z) = 1 + 0.4049 z^{-1} - 0.5387 z^{-2} - 0.5956 z^{-3} + 0.6336 z^{-4} - 0.09088 z^{-5} \\ - 0.3255 z^{-6} + 0.2013 z^{-7} + 0.4406 z^{-8} - 0.1204 z^{-9} - 0.09043 z^{-10} \\ - 0.2833 z^{-11} - 0.4092 z^{-12} - 0.1863 z^{-13} + 0.1607 z^{-14}$$

b. Identification d'un modèle d'ordre réduit:

On utilise un modèle d'ordre réduit afin de limiter la quantité de calcul du régulateur et de ne pas modéliser le bruit.

- On a testé les modèles d'ordre réduit suivant : [4 4 4 1], [6 6 6 1], [8 8 8 1], [10 10 10 1], [12 12 12 1]. Les résultats du contrôle de ces systèmes seront discutés plus loin.

IV. Régulation:

1. Régulateur RST par placement des pôles:

On trouve la fonction de transfert suivante: $\frac{Y(p)}{P(p)} = \frac{S(p)A(p)}{B(p)R(p) + S(p)A(p)}$, le polynôme caractéristique est

$B(p)R(p) + S(p)A(p)$. Pour obtenir des pôles en boucle fermée équivalents aux pôles en boucle ouverte, on détermine le polynôme caractéristique désiré égal à $P = \text{poly}([\text{root}(A); \text{root}(A)])$. Une fois que le polynôme désiré est déterminé, on trouve les deux polynômes R et S du régulateur. Ces deux polynômes vont être convolués avec deux autres polynômes afin de rejeter une perturbation sinusoïdale de 500 rad/s. Selon le principe de modèle interne. On teste le régulateur et on obtient les résultats suivants:

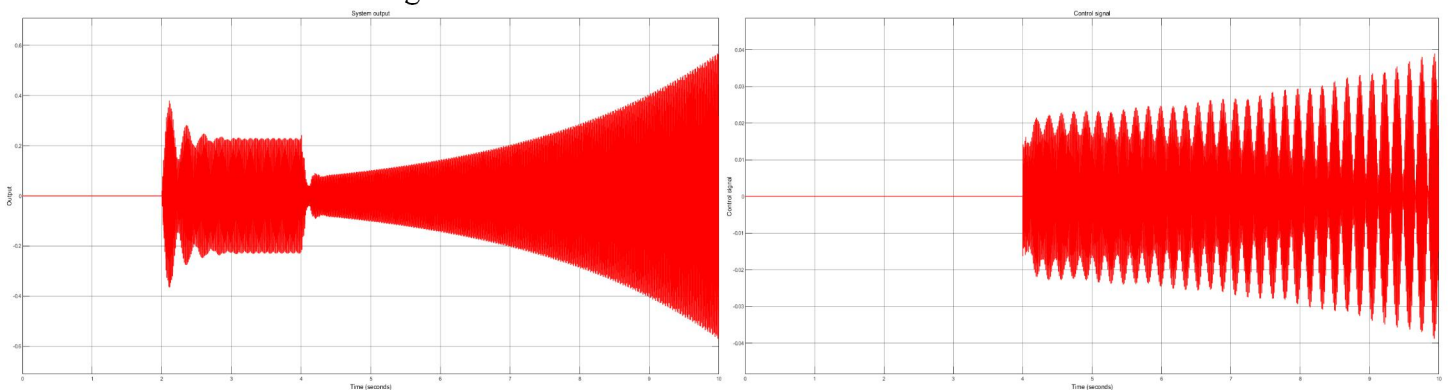


Figure 5. Résultats du contrôle du système avec un RST par placement des pôles

La sortie diverge. Nous analyserons plus tard ce correcteur dans le domaine fréquentiel pour voir son comportement.

2. Régulateur RST par approach robuste:

On effectue une régulation par approche robuste en utilisant le même modèle, mais cette fois, le correcteur est calculé par un critère de robustesse:

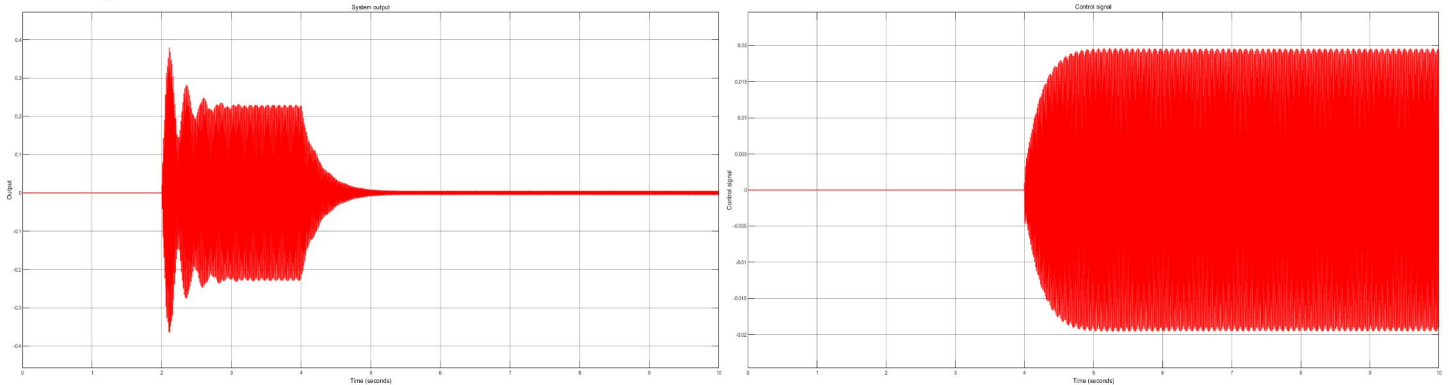


Figure 6. Résultats du contrôle du système par RST par approche robuste

On observe que la sortie converge mais la commande ne converge pas, elle est obligée d'osciller fortement pour réguler la sortie.

Le correcteur robuste permet la convergence de la sortie alors que le correcteur par placement de pôle fait diverger la sortie. Le correcteur robuste a donc de bien meilleur performance.

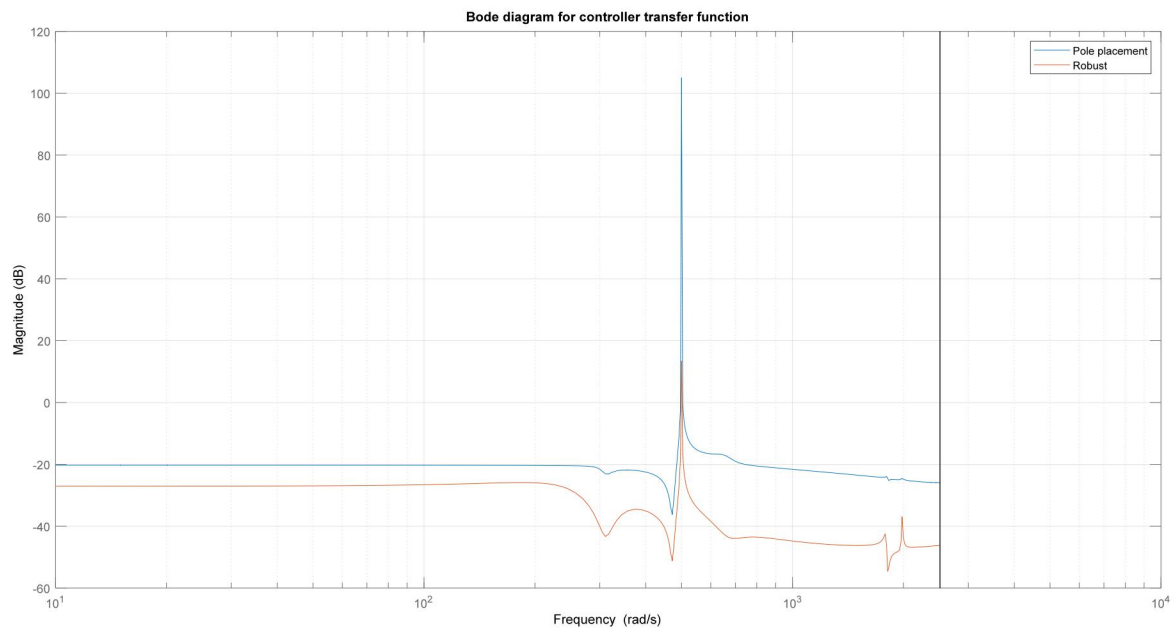


Figure 7. Comparaison des comportements des deux contrôleurs dans le domaine fréquentiel

On voit que le RST par placement de pôle est beaucoup plus sensible aux fréquences autour de 500 Hz qui est celle que l'on veut éviter. Pour le RST robuste, la situation est bien meilleure, nous concluons donc que ce contrôleur est meilleur car il est beaucoup moins sensible à la fréquence que nous voulons éviter. Nous avons un compromis: si nous nous concentrons trop sur le rejet d'une fréquence spécifique, alors nous sommes plus sensibles aux autres (bleu), et vice-versa.

3. Évaluation des performances:

On peut trouver:

$$S_{yp} = \frac{A(p)S(p)}{A(p)S(p) + B(p)R(p)}$$

$$S_{up} = \frac{-A(p)R(p)}{A(p)S(p) + B(p)R(p)}$$

On détermine les performances des différents correcteur à l'aide d'un diagramme de Bode:

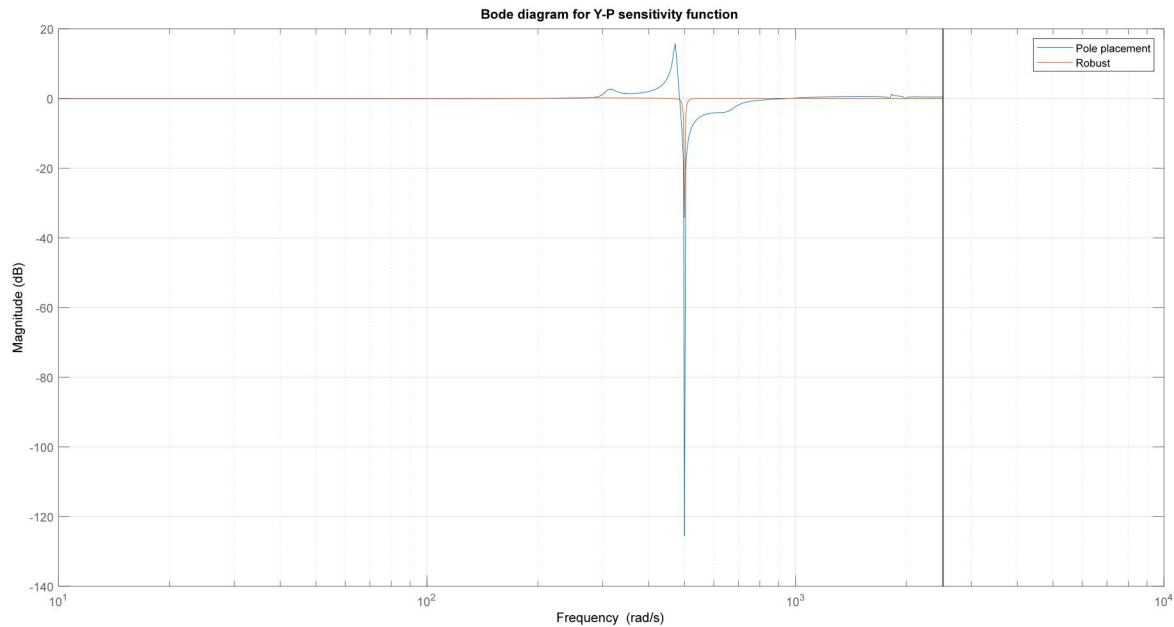


Figure 8. Diagramme de Bode de la fonction de sensibilité: sortie - perturbation

On observe que le correcteur par placement de pôle permet un bien meilleur rejet de la perturbation à 500 rad/s ($10^{2.7} \approx 500$) que le correcteur robuste. Cependant, il est plus sensible aux perturbations due a des pulsations légèrement inférieur à 500 rad/s.

Ici, nous remarquons le compromis: si nous voulons rejeter les perturbations d'une fréquence particulière, alors le RST par placement de pôles le fait mieux, mais nous risquons d'être sensibles aux perturbations d'autres fréquences (nous sommes donc moins robustes = plus sensibles aux différence). Si nous voulons être plus robustes, nous ne rejetons pas très bien une fréquence particulière.

Concernant la commande, le correcteur robuste permet à la commande d'être moins sensible à la perturbation.

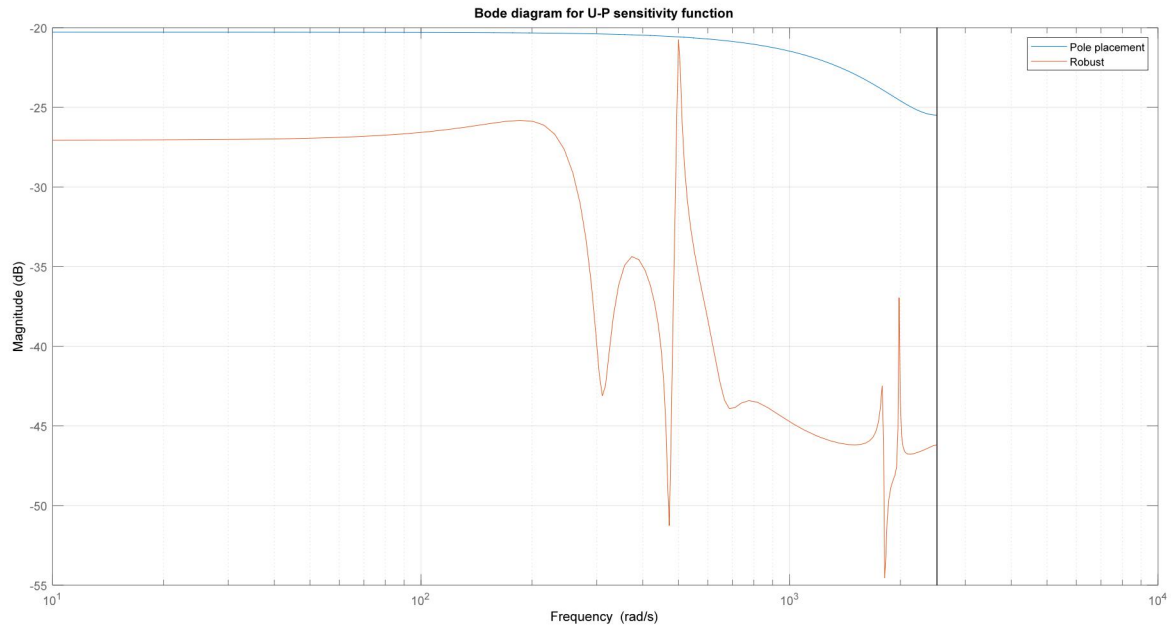


Figure 9. Diagramme de Bode de la fonction de sensibilité: signal de commande - perturbation

Avec le correcteur par placement de pôle, la marge de module est égale à 0,1630 et avec le correcteur robuste, elle est égale à 0,9806. Une bonne marge de module permettant d'assurer une robustesse en stabilité suffisante est de 0,5. On peut donc en conclure que le système avec le correcteur par placement de pôle n'est pas du tout robuste en stabilité, c'est pourquoi lorsqu'on change le jeu de données, le système diverge, alors que avec le correcteur robuste, le système est bien plus robuste en stabilité, et lorsqu'on change de jeu de données, le système converge encore.

4. Obtention d'un régulateur d'ordre réduit:

Nous avons également expérimenté différents modèles d'ordre réduit: ARMAX [4 4 4 1], [6 6 6 1], [8 8 8 1], [10 10 10 1], [12 12 12 1]. Ici, nous mettons les résultats que nous avons observés: la sortie et la commande de chaque cas. **Rouge = RST robuste, Bleu = RST placement des pôles, Gauche = sortie, Droite = commande.** Si nous identifions le système en utilisant un ordre trop faible, dans ce cas [4 4 4 1], nous voyons que le placement RST par pôle donne une réponse divergente tandis que le RST robuste fonctionne toujours bien.

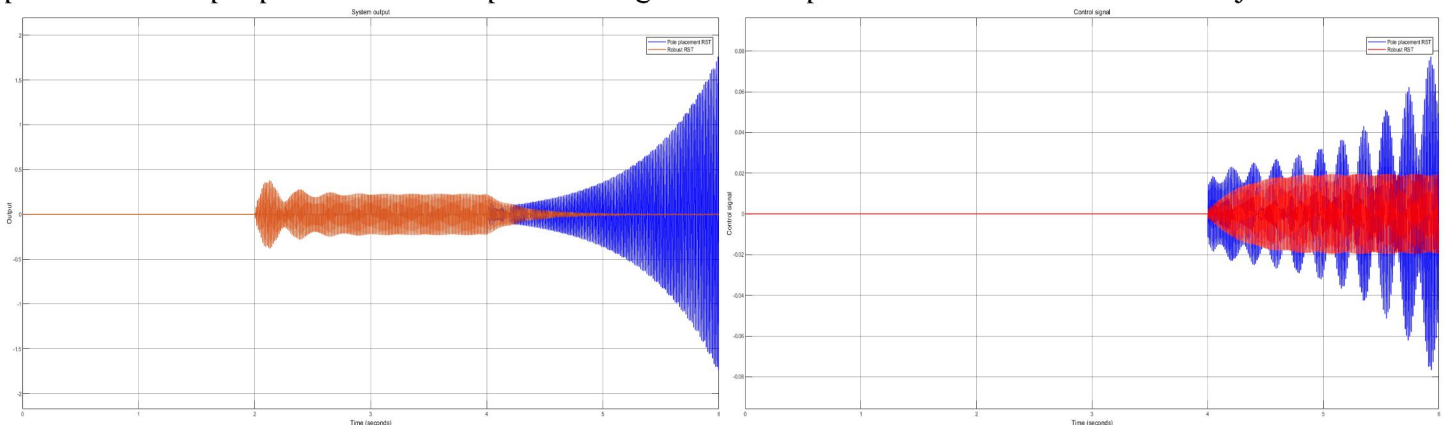


Figure 10. Régulateur d'ordre réduit: 4

Voici le cas $[6 \ 6 \ 6 \ 1]$, on voit que les deux RST fonctionnent. Cependant, la réponse donnée par le RST par placement des pôles converge beaucoup plus longtemps (après cela, les signaux de contrôle ont presque la même amplitude).

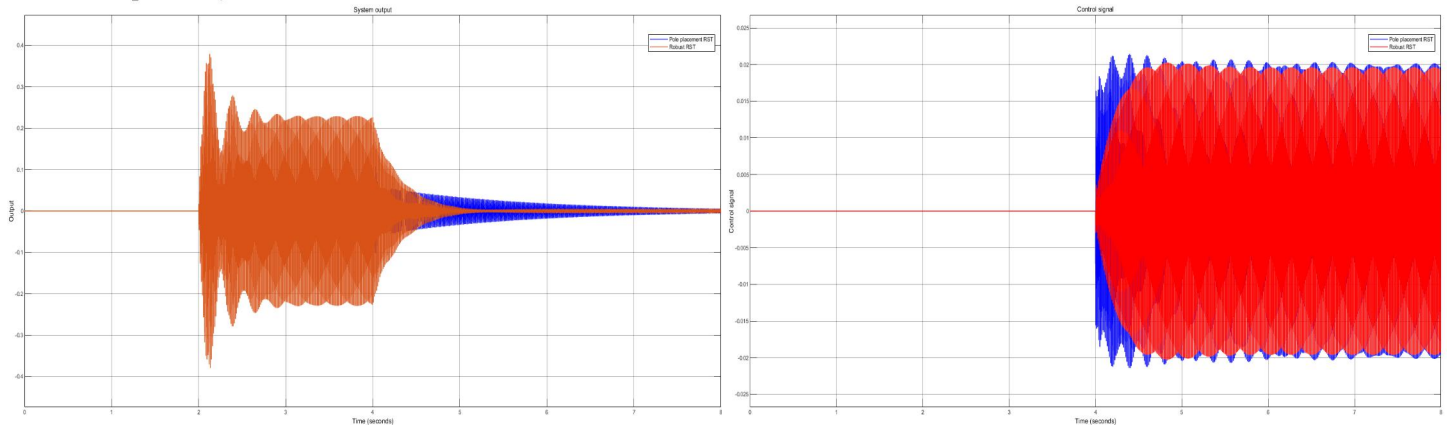


Figure 11. Régulateur d'ordre réduit: 6

Le meilleur cas est $[8 \ 8 \ 8 \ 1]$, nous voyons que les deux RST fonctionnent sans différence de réponse et presque le même signal de contrôle. Le système est stabilisé en moins de 2s.

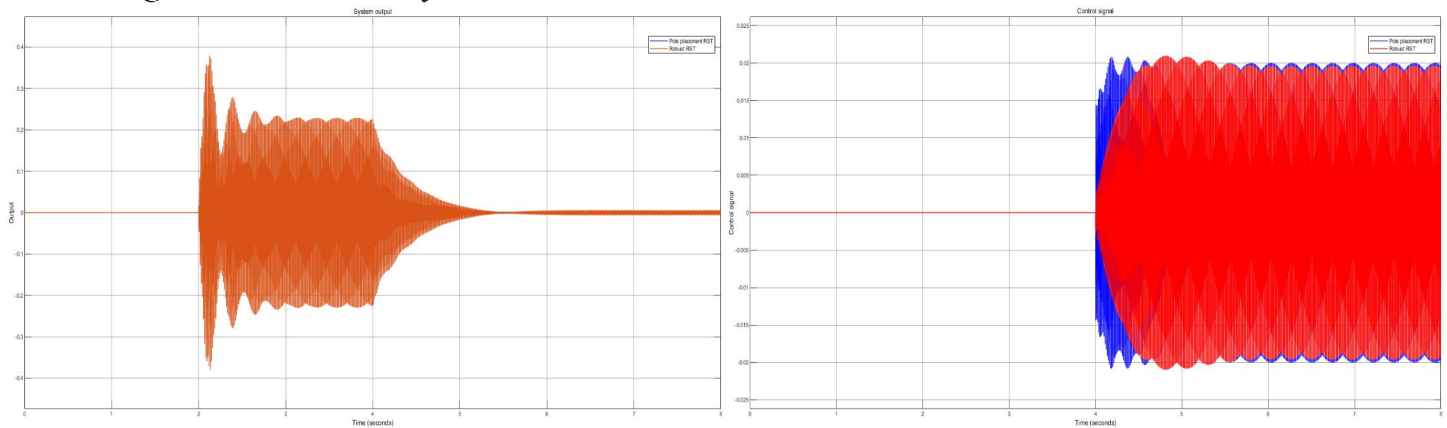


Figure 12. Régulateur d'ordre réduit: 8

Si nous utilisons un ordre assez élevé, dans ce cas $[10 \ 10 \ 10 \ 1]$, le RST par placement des pôles recommence à donner des réponses divergentes tandis que le robuste fonctionne toujours.

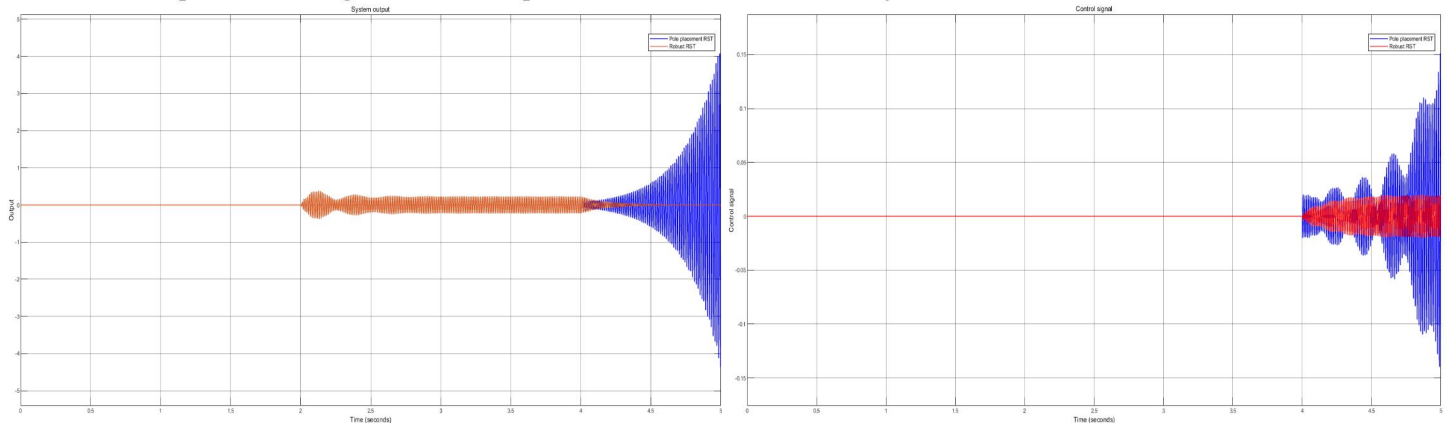


Figure 13. Régulateur d'ordre réduit: 10

Enfin avec $[12 \ 12 \ 12 \ 1]$, la même chose se produit. Dans ce cas, les contrôleurs ont plus de difficulté: la perturbation perturbe le système plus sévèrement et on voit que les signaux de contrôle sont plus élevés que le dernier cas.

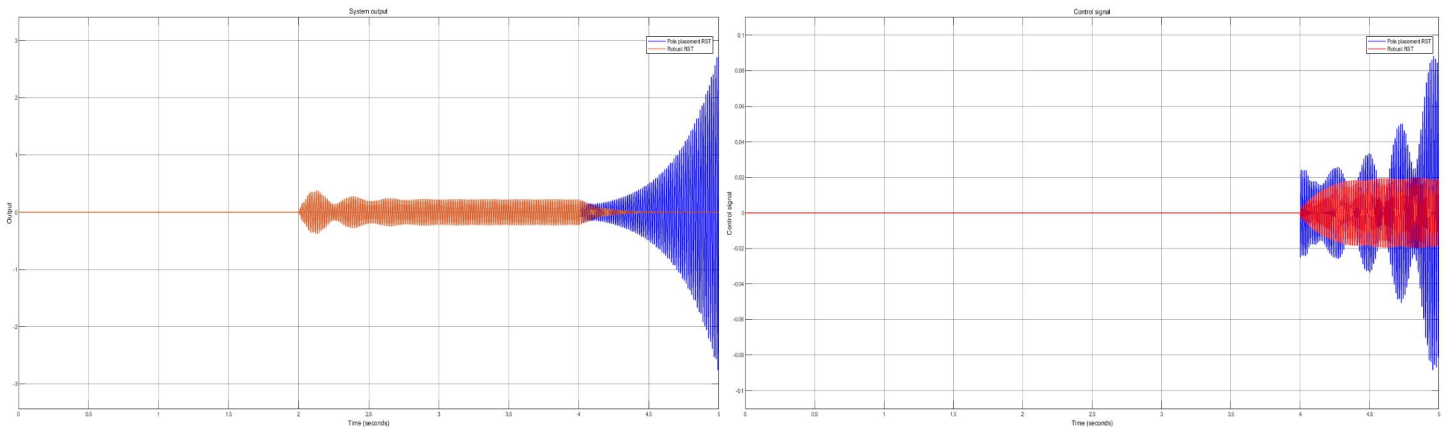


Figure 14. Régulateur d'ordre réduit: 12

Interprétation: Le régulateur par placement de pôle fonctionne si on le calcule avec le modèle $[6 \ 6 \ 6 \ 1]$. En revanche, il ne fonctionne pas si on utilise un modèle trop simple, comme le modèle $[4 \ 4 \ 4 \ 1]$ ou un modèle trop compliqué, comme le modèle $[14 \ 14 \ 14 \ 1]$. Le modèle trop simple ne permet pas de modéliser correctement la structure du système, il ne possède pas suffisamment de paramètres. Le modèle trop compliqué intègre le bruit contenu dans les données avec lesquels il a été fabriqué, c'est pourquoi lorsqu'on l'utilise sur un autre jeu de données, comme le bruit est par nature aléatoire et donc différent entre deux jeux de données, les résultats sont décevants et la régulation échoue.

V. Conclusion:

Après ce TP, on comprend mieux la procédure d'identification du système - non paramétrique et paramétrique. Nous avons appris l'utilisation de la robustesse dans la conception de contrôleurs et comment évaluer la sensibilité du système. Enfin, nous avons appris l'utilisation de l'estimation d'ordre réduit et la conception de contrôleurs utilisant celle-ci.