SÜREKLİLİK İLE İLGİLİ ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

① $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x|x+1|}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz.

<u>Çözüm</u>. f fonksiyonu $x=0$ ve $x=-1$ noktalarında tanımlı olmadığından $x=0$ ve $x=-1$ noktalarında sürekli değildir. Her $x\in\mathbb{R}\setminus\{0,-1\}$ için tanımlı ve süreklidir.

$x<-1$ için $|x+1|=-(x+1)$ ve $x>-1$ için $|x+1|=x+1$ dir. Bu nedenle,

$$f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x-1}{x}, & x<-1\\ \dfrac{x-1}{x}, & x>-1\end{cases}$$ biçimindedir.

$x=0$ noktası için, $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)=+\infty$ ve $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x-1}{x}=-\infty$

olduğundan $x=0$ noktasında sonsuz süreksizlik mevcuttur.

$x=-1$ noktası için, $\lim\limits_{x\to-1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-1^-}-\dfrac{x-1}{x}=-\dfrac{(-1)-1}{-1}=-2$ ve

$\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x-1}{x}=\dfrac{-1-1}{-1}=2$ olup $-2\neq2$ olduğundan $x=-2$ de

sıçrama süreksizliği mevcuttur.

② $f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x^3}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz.

<u>Çözüm</u>. $x=0$ ve $x=1$ noktaları süreksizlik noktalarıdır.

$f(x)=\dfrac{2|x-1|}{x^2-x^3}=\dfrac{2|x-1|}{x^2(1-x)}$ fonksiyonu $x=0$ ve $x=1$ de tanımsız olduğu için süreksizdir. $x=1$ noktasındaki süreksizliğini inceleyelim.

$x \neq 1$ için $f(x) = \frac{2|x-1|}{x^2-x^3} = \begin{cases} \frac{-2}{x^2}, & x>1 \\ \frac{2}{x^2}, & x<1 \end{cases}$ yazılabilir.

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{-2}{x^2} = -2$ ve $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{2}{x^2} = 2$ olup $2 \neq -2$

olduğundan, f fonksiyonu $x=1$ noktasında sıçrama süreksizliğine sahiptir.

$x=0$ daki süreksizliğini inceleyelim.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{2}{x^2} = +\infty$ ve $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{2}{x^2} = +\infty$ olduğundan

$x=0$ da sonsuz süreksizlik mevcuttur.

③ $f:(-1,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\log(1+x)}, & x \neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$ fonksiyonu $x=0$ noktasında

sürekli midir?

<u>Çözüm</u>. Fonksiyon $x=0$ noktasında tanımlıdır ve $f(0)=1$ dir.

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{x}{\log(1+x)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\frac{1}{x}.\log(1+x)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{\log(1+x)^{1/x}} \quad \left(\frac{1}{x}=t\right)$$

$= \lim_{t\to \mp\infty} \frac{1}{\log\left(1+\frac{1}{t}\right)^t} = \frac{1}{\log e} = \frac{1}{1} = 1 = f(0)$ olduğundan $x=0$ da süreklidir.

④ <u>NOT</u>. $\forall \varepsilon>0$ için $|x-x_0|<\delta$ olduğunda $|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$ olacak şekilde bir $\delta>0$ sayısı varsa, f fonksiyonuna x_0 noktasında süreklidir denir.

Bu tanım zaten $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$ olmasına denktir.

Bu tanımı kullanarak, $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^2} \cdot \sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz.

Çözüm. $\varepsilon>0$ verilsin. $|x-0|=|x|<\delta$ olduğunda $|f(x)-f(0)|=\left|\frac{x}{1+x^2}\cdot\sin\frac{1}{x}-0\right|<\varepsilon$ olacak şekilde bir $\delta>0$ sayısı var mı?

$$|f(x)-f(0)|=\left|\frac{x}{1+x^2}\cdot\sin\frac{1}{x}\right|=\frac{|x|}{1+x^2}\cdot\left|\sin\frac{1}{x}\right|\leq\frac{|x|}{1+x^2}<|x|<\delta=\varepsilon$$

denirse istenen elde edilir. Yani fonksiyon $x=0$ da süreklidir.

(NOT: $\forall a\in\mathbb{R}$ için $|\sin a|\leq 1$ dir)

⑤ $f(x)=\dfrac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz.

Çözüm. Fonksiyon $x=0$ ve $x=1$ noktalarında tanımsız olduğundan süreksizdir.

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{\varepsilon\to 0} f(x_0+\varepsilon)$ ve $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{\varepsilon\to 0} f(x_0-\varepsilon)$ yazılabilir.

Bu düşünce ile,

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{1-e^{(1+\varepsilon)/(1-1-\varepsilon)}}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{1-e^{\frac{1+\varepsilon}{-\varepsilon}}}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{1-e^{-1-\frac{1}{\varepsilon}}}$$

$$=\frac{1}{1-e^{-\infty}}=1$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{1-e^{(1-\varepsilon)/(1-1+\varepsilon)}}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{1-e^{\frac{1}{\varepsilon}-1}}=\frac{1}{1-e^{\infty}}=0$$

olup $1\neq 0$ old. dan $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ yoktur. Hatta fonksiyon $x=1$ de sıçramalı süreksizdir.

$$\left.\begin{aligned}\lim_{x\to 0^+} f(x)&=-\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}}-1}=-\frac{1}{e^0-1}=-\infty\\ \lim_{x\to 0^-} f(x)&=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{1-e^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}}}=\frac{1}{1-e^0}=+\infty\end{aligned}\right\}$$ old dan $x=0$ da sonsuz süreksiz.

(6) $f(x)=\begin{cases} \sin(x-\pi), & \frac{\pi}{2}<x \\ 1, & x=\frac{\pi}{2} \\ \tan\left(\frac{x-\pi}{2}\right), & x<\frac{\pi}{2} \end{cases}$ fonksiyonu $x=\frac{\pi}{2}$ de sürekli midir?

Çözüm. f fonksiyonu $x=\frac{\pi}{2}$ de tanımlı ve $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ dir.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \sin(x-\pi) = \lim_{\varepsilon\to 0} \sin\left(\frac{\pi}{2}+\varepsilon-\pi\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \tan\left(\frac{x-\pi}{2}\right) = \lim_{\varepsilon\to 0} \tan\left(\frac{\frac{\pi}{2}-\varepsilon-\pi}{2}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

olup limit değeri -1 e eşittir. Fakat $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x) \neq f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ olduğundan

$x=\frac{\pi}{2}$ de süreksizdir

(7) $f(x)=\frac{x^2-4}{x|x-2|}$ fonksiyonunun sürekliliğini inceleyiniz

Çözüm. $f(x)=\frac{x^2-4}{x|x-2|}$ fonksiyonu $x=0$ ve $x=2$ noktalarında tanımsız olduğundan

süreksizdir

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x+2}{x}, & x>2 \\ -\frac{x+2}{x}, & x<2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{x+2}{x} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} -\left(\frac{x+2}{x}\right) = -\frac{4}{2} = -2$$

$2\neq -2$ old. dan $x=2$ noktasında sıçramalı süreksizdir.

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\left(\frac{x+2}{x}\right) = \lim_{\varepsilon\to 0} -\left(\frac{(0+\varepsilon)+2}{0+\varepsilon}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} -\left(\frac{x+2}{x}\right) = \lim_{\varepsilon\to 0} -\left(\frac{(0-\varepsilon)+2}{0-\varepsilon}\right) = +\infty$$

old. dan $x=0$ da sonsuz süreksiz

① $f(x) = \dfrac{7x+5}{\operatorname{sgn}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)-1}$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz

Çözüm $\operatorname{sgn}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)-1 \neq 0 \Rightarrow \operatorname{sgn}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) \neq 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x+2} \leq 0$ olmalı.

		-2		-1	
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$
$f(x)$	$+$		//////		$+$

$D(f) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq -1\}$

② a) Limit tanımını kullanarak $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{x}.\sin\frac{1}{x} = 0$ olduğunu gösteriniz.

b) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}} = ?$

Çözüm a) $\varepsilon > 0$ verilsin [redacted] $0 < x < \delta$ olduğunda $\left|\sqrt{x}.\sin\frac{1}{x} - 0\right| < \varepsilon$ olacak şekilde en az bir $\delta > 0$ var mı?

$\left|\sqrt{x}.\sin\frac{1}{x}\right| \leq |\sqrt{x}| = \sqrt{|x|} < \varepsilon$ denirse $|x| < \varepsilon^2$ olur. Yani $\delta \leq \varepsilon^2$ almak yeterlidir.

b) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}} = \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}} \cdot \dfrac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}} = \left(\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}\right)\left(\lim\limits_{x\to 3^+} \sqrt{\dfrac{x-3}{\sin(x-3)}}\right)$

$= 1 . \frac{1}{1} = 1$

③ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(1+\sin x).\sin 2x}, & x > 0 \\ \dfrac{9}{4}, & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu $x=0$ da sürekli midir?

Çözüm. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(1+\sin x)\sin(2x)} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(3\sqrt{x})^2} \cdot \dfrac{2x}{\sin 2x} \cdot \dfrac{9}{2(1+\sin x)}$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(3\sqrt{x})^2} \cdot \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\frac{\sin 2x}{2x}} \cdot \lim_{x\to 0^+} \frac{9}{2}\frac{1}{1+\sin x}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{9}{2} = 9/4$$

(4) a) Türev tanımını kullanarak $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$ olduğunu gösteriniz.

b) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}}\right) + 2.\arctan(\sqrt{\sin x})$ fonksiyonunun türevini hesaplayınız.

Çözüm a) $y = \arctan x \Rightarrow x = \tan y \Rightarrow \dfrac{dx}{dy} = 1 + \tan^2 y = 1 + x^2$

olduğundan $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{1+x^2}$ elde edilir.

b) $$f'(x) = \frac{1}{\frac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}}}\left(\frac{\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}\cdot\cos x\cdot(1-\sqrt{\sin x}) - (1+\sqrt{\sin x})\cdot\left(\frac{-1}{2\sqrt{\sin x}}\cdot\cos x\right)}{(1-\sqrt{\sin x})^2}\right) +$$

$$2\cdot\frac{1}{1+\sin x}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\sin x}}\cdot\cos x \ \checkmark$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{1-2.\cos x}{\pi-3x} = ? \qquad \frac{\pi}{3}-x=t \text{ diyelim } \quad 3\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=3t \text{ yani}$$

$$\pi-3x=3t \text{ olur. Böylece } \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{1-2\cos x}{\pi-3x} = \lim_{t\to 0} \frac{1-2\cos\left(\frac{\pi}{3}-t\right)}{3t}$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{1-2.\left(\cos\frac{\pi}{3}.\cos t+\sin\frac{\pi}{3}.\sin t\right)}{3t}$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{1-2\left(\frac{1}{2}.\cos t+\frac{\sqrt{3}}{2}.\sin t\right)}{3t} = \lim_{t\to 0} \frac{1-\cos t-\sqrt{3}\sin t}{3t}$$

$$= \underbrace{\lim_{t\to 0} \frac{1-\cos t}{3t}}_{\Downarrow} - \underbrace{\lim_{t\to 0} \frac{\sqrt{3}.\sin t}{3t}}_{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\lim_{t\to 0} \frac{(1-\cos t)(1+\cos t)}{3t(1+\cos t)}$$

$$\lim_{t\to 0} \frac{1-\cos^2 t}{3t(1+\cos t)} = \lim_{t\to 0} \frac{\sin^2 t}{3t(1+\cos t)} = \lim_{t\to 0} \frac{\sin^2 t}{t^2}\cdot\frac{t}{3}\cdot\frac{1}{1+\cos t}$$

$$\frac{\sin^2 t}{t^2} \to \left(\frac{\sin t}{t}\right)^2$$

$$= 1^2.\frac{0}{3}.\frac{1}{1+\cos 0}$$

$$= 1^2.0.1 = 0$$

$$\text{olduğundan} \quad \lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{1-2.\cos x}{\pi-3x} = 0-\frac{1}{\sqrt{3}} = -1/\sqrt{3} \text{ olur.}$$

Örnek (Makaluş) $\lim\limits_{x\to\infty} 4x \cdot \sin\frac{7}{x} = ?$

Çözüm $0\cdot\infty$ belirsizliği vardır. $\frac{7}{x} = t$ denirse $x = \frac{7}{t}$ olur.

$x \to \infty$ için $t \to 0$ olur. Böylece,

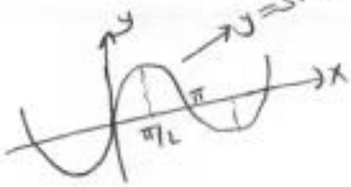
$$\lim_{x\to\infty} 4x\cdot\sin\frac{7}{x} = \lim_{t\to 0} \frac{28}{t}\cdot\sin t = 28\cdot\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t} = 28\cdot 1 = 28.$$

Örnek (İnşaat) $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}} = ?$

$\frac{0}{0}$ belirsizliği vardır.

$$\lim_{x\to 3^+} \frac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}\cdot\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{\sin(x-3)}} = \lim_{x\to 3^+}\frac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}\sqrt{\frac{x-3}{\sin(x-3)}}$$

$$= \left(\lim_{x\to 3^+}\frac{\sin\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}\right)\left(\lim_{x\to 3^+}\sqrt{\frac{x-3}{\sin(x-3)}}\right) = 1\cdot\sqrt{1} = 1$$



Örnek $\lim\limits_{x\to\pi^+} [\![3+\sin x]\!] = ?$

Çözüm $\lim\limits_{x\to\pi^+} [\![3+\sin x]\!] = \lim\limits_{x\to\pi^+} 3 + [\![\sin x]\!] = 3 + (-1) = 2.$

Kural: $\tan\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) = \cot\theta$

Örnek $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cdot\tan 3x = ?$

Çözüm $0\cdot\infty$ belirsizliği var.

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\pi}{2}-x}{\cot 3x} = \frac{0}{0} \text{ olur. } = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\frac{\pi}{2}-x}{\tan\left(\frac{3\pi}{2}-3x\right)} = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\frac{\pi}{2}-x}{\tan\left(3\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)}$$

$$= \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

(4) $f(x) = \begin{cases} 2^{\frac{1}{x-2}} , & x>2 \\ \frac{3}{4+e^{\frac{1}{x-2}}} , & x<2 \end{cases}$ fonk. nun $x=2$ noktasında limitinin olup olmadığını araştırınız.

Limit

Gidor

Çözüm. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} 2^{\frac{1}{x-2}} = \lim\limits_{\substack{t\to 0\\ t>0}} 2^{\frac{1}{2+t-2}} = \lim\limits_{t\to 0^+} 2^{\frac{1}{t}} = \infty$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} \frac{3}{4+e^{\frac{1}{x-2}}} = \lim\limits_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{3}{4+e^{\frac{1}{2-t-2}}} = \lim\limits_{t\to 0^+} \frac{3}{4+e^{-\frac{1}{t}}}$

$= \lim\limits_{t\to 0^+} \frac{3}{4+\frac{1}{e^{1/t}}} = 3/4$

Gido

(5) a) $f(x) = \arcsin\sqrt{x} + \sqrt{\arcsin x}$

b) $f(x) = \ln(1-\sqrt{x}) + 1+\sqrt{x}$

c) $h(x) = \ln\left(\frac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}}\right) + 2.\arctan(\sqrt{\sin x})$

fonksiyonlarının türevini hesaplayınız.

Çözüm a) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{\arcsin x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$= \frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{\arcsin x}\sqrt{1-x^2}}$

b) $f'(x) = \frac{1}{1-\sqrt{x}} \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + \frac{1}{2\sqrt{x}} =$

Türev

Limit

① $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(1+\sin x)\sin(2x)} = ?$ $\left(\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{1-\cos t}{t^2} = \dfrac{1}{2} \text{ old. kullanın} \right)$

Çözüm $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(3\sqrt{x})^2} \cdot \dfrac{2x}{\sin 2x} \cdot \dfrac{9}{2(1+\sin x)}$ =

$= \underbrace{\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos(3\sqrt{x})}{(3\sqrt{x})^2}}_{1/2} \cdot \underbrace{\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{2x}{\sin 2x}}_{1} \cdot \underbrace{\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{9}{2(1+\sin x)}}_{9/2} = 9/4.$

Süreklilik

② $f:\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(\cos x)}{\sin^2 x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu,

$x=0$ da sürekli midir? $\left(\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\log(1-t)}{t} = -1 \text{ old. kullanınız} \right)$

Çözüm $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(\cos x)}{\sin^2 x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(\sqrt{1-\sin^2 x})}{\sin^2 x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1-\sin^2 x)^{1/2}}{\sin^2 x}$

$= \frac{1}{2} \cdot \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\log(1-\sin^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{1}{2} \cdot (-1) = -1/2$ fakat $f(0) = 0 \neq -1/2$

old. dan $x=0$ da sürekli değildir.

Süreklilik

$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos \frac{\pi x}{4}}{2-x}, & x \neq 2 \\ \dfrac{\pi}{4}, & x = 2 \end{cases}$ fonk. $x=2$ de sürekli midir?

③ $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\cos \frac{\pi x}{4}}{2-x} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{4}\right)}{2-x}$

$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{4}\right)}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{4}} \cdot \dfrac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{4}}{2-x} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi x}{4}}{\cancel{2-x}} = \pi/4 = f(2)$

$\frac{\pi}{4}(\cancel{2-x})$

old. dan sürekli.