ÇEVRE MÜHENDİSLİĞİ MATEMATİK-I ARA SINAVI 16.11.2017

SORU 1. Aşağıda verilen fonksiyonun *tanım aralığını* bulunuz. (25 puan)

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} + log\frac{5-x}{1+x}$$

SORU 2. Aşağıda verilen *limiti* hesaplayınız. (25 puan)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+sinx}-\sqrt{1-sinx}}{tanx}$$

SORU 3. Aşağıda verilen *limiti* hesaplayınız. (25 puan)

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos x)\tan x}{x^3}$$

SORU 4. Aşağıdaki fonksiyonun $x = 1$ ve $x = 2$ noktalarında *sürekli* olabilmesi için a ve b ne olmalıdır? (25 puan)

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 3, & x \leq 1 \ ise \\ ax + b, & 1 < x < 2 \ ise \\ x^2 + 1, & 2 \leq x \ ise \end{cases}$$

NOT: Sınav süresi 70 dakikadır.

Çevre / MAT-I / Ara Sınav

16.11.17

(1) $f(x)=\sqrt{x^2-3x}+\log\frac{5-x}{1+x}$ fo.nunun tanım aralığı

$x^2-3x \geq 0$ olmalı ve $\frac{5-x}{1+x}>0$, $1+x \neq 0$ olmalı.

$x(x-3)=0 \Rightarrow x_1=0 \quad x_2=3$

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$
x	$-$	0	$+$		$+$
$x-3$	$-$		$-$	0	$+$
$x(x-3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$-\infty < x \leq 0 \qquad 3 \leq x < +\infty$

$A_1=(-\infty,0]\cup[3,+\infty)$ dur.

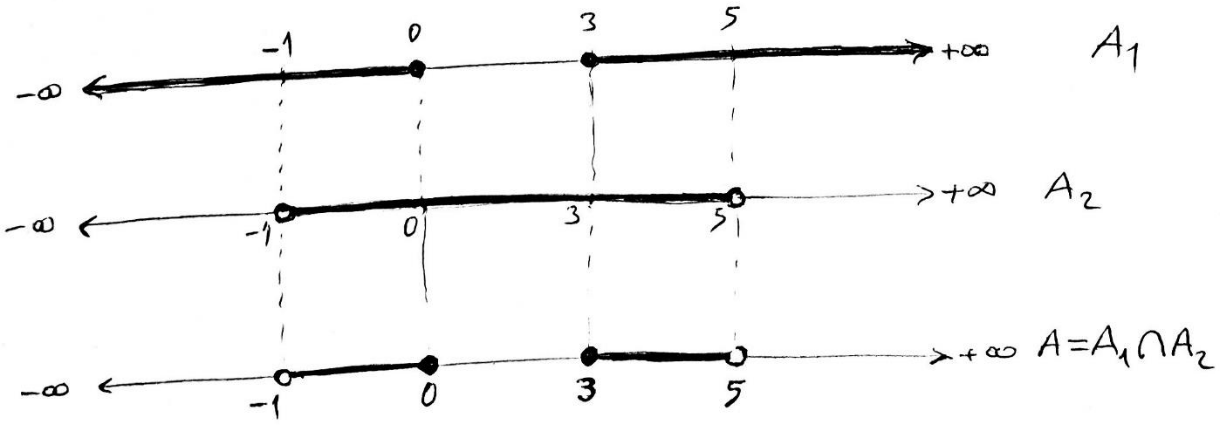
$5-x=0 \Rightarrow x_3=5$

$1+x=0 \Rightarrow x_4=-1$

x		-1		5	
$5-x$	$+$		$+$	0	$-$
$1+x$	$-$	0	$+$		$+$
$\frac{5-x}{1+x}$	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$

$-1<x<5$

$A_2=\{x\in\mathbb{R}: -1<x<5\}=(-1,5)$ dir.



Tanım Aralığı: $A=A_1\cap A_2=(-1,0]\cup[3,5)$ dır.

Genre/MAT-I/Ara S 16.11.17

(2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x} \overset{0/0}{=} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\tan x} \cdot \dfrac{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\cancel{1}+\sin x)-(\cancel{1}-\sin x)}{\tan x \cdot (\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\cancel{\sin x} \cdot \cos x}{\cancel{\sin x} \cdot (\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x})}$

$= \dfrac{2}{\sqrt{1+0}+\sqrt{1-0}} = \dfrac{2}{1+1} = \dfrac{2}{2} = 1$ dir.

---

(3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-\cos x) \cdot \tan x}{x^3} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-\cos x) \cdot \tan x}{x^3} \cdot \dfrac{1+\cos x}{1+\cos x} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1-\cos^2 x)\tan x}{x^3 \cdot (1+\cos x)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x \cdot \tan x}{x^3 \cdot (1+\cos x)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 x}{x^2} \cdot \dfrac{\tan x}{x \cdot (1+\cos x)}$

$= \underbrace{\left(\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{x}\right)^2}_{=1^2} \cdot \underbrace{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x}}_{=1} \cdot \underbrace{\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{1+\cos x}}_{=\frac{1}{1+1}} = 1^2 \cdot 1 \cdot \dfrac{1}{1+1} = \underline{\underline{\dfrac{1}{2}}}$ //

Çevre/MAT-I / Vize 16.01.2017

(4)
$$f(x)=\begin{cases} x^3+3 & x\leq 1 \text{ ise} \\ ax+b & 1<x<2 \text{ ise} \\ x^2+1 & 2\leq x \text{ ise}\end{cases}$$

$$f(1)=1^3+3=4 \quad ; \quad f(2)=2^2+1=5$$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}(x^3+3)=1^3+3=4=f(1) \\ &\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(ax+b)=a+b \end{aligned}\right\} \Rightarrow a+b=4 \quad \ldots\ldots(1)$$

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}(ax+b)=2a+b \\ &\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}(x^2+1)=5=f(2) \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2a+b=5 \quad \ldots\ldots(2)$$

$$2a+b=5$$
$$a+b=4 \rightarrow 1+b=4 \Rightarrow \boxed{b=3}$$
$$\boxed{a=1}$$