

Lineer Cebir Dönem Ödevi(Ödevler 14. haftanın ders saatinde teslim edilecektir. Determinantlardan 10 diğerlerinin 10 soru olmak üzere toplam 20 soru çözülecektir)

1)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{vmatrix} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

2)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1+k & 2+k & 3+k \\ 1+2k & 2+2k & 3+2k \end{vmatrix} = 0$$

olduğunu gösteriniz

3)

$$\begin{bmatrix} -1 & 6 & 3 \\ 2 & 0 & 9 \\ 4 & 8 & 7 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{7} & -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{11}{126} & -\frac{19}{252} & \frac{5}{84} \\ \frac{4}{63} & \frac{8}{63} & -\frac{1}{21} \end{bmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

4)

$$\begin{vmatrix} x & a & b \\ a & x & b \\ b & b & x \end{vmatrix} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

5)  $x + y + z = 0$  ise

$$\begin{vmatrix} xa & yb & zc \\ yc & za & xb \\ zb & xc & ya \end{vmatrix} = xyz \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

6)

$$\begin{vmatrix} 1 & k & k^2 & k^3 \\ k & 1 & k & k^2 \\ k^2 & k & 1 & k \\ k^3 & k^2 & k & 1 \end{vmatrix} = -k^6 + 3k^4 - 3k^2 + 1$$

olduğunu gösteriniz.

7)

$$\begin{vmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{vmatrix} = a^4 - 6a^2b^2 + 8ab^3 - 3b^4$$

olduğunu gösteriniz

8)

$$\begin{bmatrix} \cos a & \sin a & 0 \\ -\sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

9)

$$x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

denklem sisteminin genel çözümünü bulunuz.

10) Kramer kuralı ile

$$-x_1 + 3x_2 + x_3 = 7$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = -2$$

$$-x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3$$

denklem sistemini çözünüz.

11)

$$2x + y - z = 1$$

$$x + 2y + z = 8$$

$$3x - y - z = -2$$

denklem sistemini Kramer yöntemiyle çözünüz( $x = 3, y = 2, z = 3$ ).

12)

$$\begin{vmatrix} a & ba & ab+ac \\ 1 & ca & bc+ba \\ 1 & ab & ac+cb \end{vmatrix} = 0$$

olduğunu gösteriniz.

13)

$$\begin{vmatrix} 1+a & 2+3a & 3+4a \\ 1+a & 3+2a & 4+3a \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

olduğuna göre  $a$  nın alabileceği değerleri bulunuz ( $a = 0$  veya  $a = 1$  olabilir).

14)

$$\begin{vmatrix} bc & b+c & 1 \\ ca & c+a & 1 \\ ab & a+b & 1 \end{vmatrix} = (c-b)(a-c)(a-b)$$

olduğunu gösteriniz.

15)

$$\begin{vmatrix} a^2 & bc & ac+c^2 \\ a^2+ab & b^2 & ac \\ ab & b^2+bc & c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

olduğunu gösteriniz

16)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & k \\ 1 & 2 & 2 & k^2 \\ 1 & 3 & 2 & k^3 \end{vmatrix} = k^3 - k^2 - k + 1 = (k-1)^2(k+1)$$

olduğunu gösteriniz.

17)

$$\begin{vmatrix} a-2 & 2a-3 & 3a-4 \\ a-4 & 2a-9 & 3a-16 \\ a-8 & 3a-27 & 3a-64 \end{vmatrix} = 6a^2 - 4a - 4$$

8 olduğunu gösteriniz.

18)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} & \frac{6}{7} & -\frac{13}{14} & -\frac{5}{14} \\ -\frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{4}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{1}{14} & -\frac{5}{14} \\ -\frac{3}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{1}{14} & \frac{9}{14} \end{bmatrix}$$

olduğunu göstererek

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0 \end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünü bulunuz. ( $x_1 = 25/14, x_2 = -5/7, x_3 = -3/14, x_4 = -3/14$ ).

19)

$A =$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

olacak biçimdeki  $x_1, x_2, x_3$  değerlerini bulunuz ( $x_1, x_2, x_3$  ler parametreye bağlı olacak)

20)

$$\begin{vmatrix} -x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x \end{vmatrix} = x^4 + 2x^2 - 3$$

olduğunu gösteriniz.

21)

$$\begin{aligned} x - 3y + z &= 8 \\ 2x - 5y - 3z &= 2 \\ x + 4y + z &= 2 \end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünün  $x = 16k, y = 6k, z = k$ ,  $k$  reel veya kompleks sayı, biçiminde olduğunu gösteriniz.

22)

$$\begin{aligned}x + 2y - 3z + w &= -2 \\ 3x - y - 2z - 4w &= 1 \\ 2x + 3y - 5z + w &= -3\end{aligned}$$

denklem sistemini çözünüz( $x = s + t, y = s - t - 1, z = s, w = t$ ).

23)

$$\begin{aligned}x + y - z &= 2 \\ x - 2y + z &= 3 \\ x + y + (a^2 - 5)z &= a\end{aligned}$$

denklem sisteminin çözümünü  $a$  nın durumuna göre inceleyiniz( $a = -2$  çözüm yok.  $a = 2$  ise sonsuz çözüm var.  $a^2 - 4 \neq 0$  ise tek çözüm var).

24)

$$\begin{bmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -a & ac - b \\ 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

olduğunu gösteriniz.

25)

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

matrisinin rankını bulunuz.