

Jeofizik Müh. Lineer Cebir Final Sınav Soruları

22.05.2015

S. 1) $2A - B = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -8 & 9 \end{bmatrix}$	ve $3A + 2B = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}$ eşitliklerini sağlayan A ve B matrislerini bulunuz.
S.2) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + 3y - 3z = -1 \\ -x + y + 2z = 7 \end{cases}$	lineer denklem sisteminin çözüm kümesini artırılmış matris yöntemiyle bulunuz.
S.3) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + 3y - 3z = -1 \\ -x + y + 2z = 7 \end{cases}$	lineer denklem sisteminin çözüm kümesini Cramer yöntemiyle bulunuz.
S.4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$	determinantını, ikinci satıra göre Laplace açılımını yaparak , hesaplayınız.
S.5) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - 2y = 5 \\ 3x + ky = 4 \end{cases}$	lineer denklem sisteminin çözümünün olması için k ne olmalıdır ?

NOT : Herhangi **dört soru**yu cevaplayınız. Sorular eşit puanlıdır. Süre 60 dakikadır.

Jeofizik Lin. Ceb. Final Çözümleri

Tarih 22/05/2015

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \left. \begin{aligned} 2A - B &= \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} \\ 3A + 2B &= \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 4A - 2B &= \begin{bmatrix} 12 & -14 \\ -16 & 18 \end{bmatrix} \\ 3A + 2B &= \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \\ \hline 7A &= \begin{bmatrix} 7 & -14 \\ -21 & 28 \end{bmatrix} \text{ den} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 7 & -14 \\ -21 & 28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \text{ bulunur. Bunu birinci denklemden yerine yazmakla}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} - B &= \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -6 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} = B \text{ den}
 \end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2-6 & -4+7 \\ -6+8 & 8-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ dir. Böylece}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \text{ ve } B = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

$$(2) [A, B] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 7 \end{array} \right] \xrightarrow[-2S_1+S_2]{S_1+S_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -13 \\ 0 & 2 & 3 & 13 \end{array} \right] \xrightarrow{-2S_2+S_3}$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -13 \\ 0 & 0 & 13 & 39 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{array}{l} x+y+z=6 \\ y-5z=-13 \\ 13z=39 \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{z=3} \text{ bunu } L_2 \\ \text{de yerine yazmakla} \end{array}$$

$$y-5 \cdot 3 = -13 \Rightarrow y = 15-13 \Rightarrow \boxed{y=2} \text{ dir. } y=2, z=3$$

değerleri birinci denklemde yerine konulursa

$x+2+3=6 \Rightarrow x=1$ dir. O halde $(1, 2, 3)$ sistemin tek çözümüdür. Çözüm kümesi de $G = \{(1, 2, 3)\}$ dir.

$$(3) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{P}{=} 6+2+3 - (-3-3+1) = 11+2 = 13 \quad (\text{Sarrus ile})$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 7 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 36-21-1 -21+18+2 = 56-43 = 13 \quad (\text{Yıldız ile})$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ -1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = -2+18+14 -1-25+21 = 53-27 = 26 \quad (\text{Yıldız ile}) \Rightarrow$$

③ soruya devam:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 21 + 1 + 12 + 18 + 1 - 14 = 53 - 14 = 39 \quad \text{olup}$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{13}{13} = 1, \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{26}{13} = 2, \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{39}{13} = 3$$

den çözüm kümesi $G = \{(1, 2, 3)\}$ dir.

$$\textcircled{4} \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{2+4} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-1) \cdot [0 + 2 + 1 - (-2 - 0 + 2)] + 4 \cdot 1 \cdot [1 + 6 + 0 - (-3 + 0 - 2)]$$

$$= -2 \cdot 3 + 4 \cdot (7 + 5) = -6 + 4 \cdot 12 = 48 - 6 = \underline{\underline{42}}$$

⑤ $\begin{matrix} 2x+3y=3 \\ x-2y=5 \\ 3x-ky=4 \end{matrix}$ İlk ikisinin çözümünün üçüncü denklemini de sağlaması gerektiğinde önce ilk ikisinin çözümünü bulalım: mesela Cramer yöntemi ile bulalım:

$$\begin{cases} 2x+3y=3 \\ x-2y=5 \end{cases} \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -4 - 3 = -7,$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -6 - 15 = -21$$



⑤ soruya devam...

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 10 - 3 = 7 \text{ olup}$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-21}{-7} = 3 \text{ ve } y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{7}{-7} = -1 \text{ den}$$

$(3, -1)$ ikilisi ilk iki denklemleri sistemin çözümüdür. Bu çözüm son denklemini de sağlar, verilen lineer denklem sisteminin bir çözümü vardır. Buna göre

$$3x + ky = 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 3 + k \cdot (-1) = 4 \Rightarrow 9 - k = 4 \text{ den}$$

$$9 - 5 = k \Rightarrow \boxed{k=5} \text{ bulunur.}$$

$k=5$ için verilen lineer denklem sisteminin tek çözümü vardır.

NOT: Çözümlerde işlem hatası varsa lütfen bildiriniz. (22.05.2015)