



# BSM307

## İşaretler ve Sistemler

Dr. Seçkin Arı

Durum Denklemleri

- Durum Denklemleri

# Durum Denklemleri

- Sistemi temsil eden Durum değişkenlerine bağlı denklemler
  - ♦ Durum Değişkenleri: Sistemin iç değişkenleri

# Durum Denklemleri

- Sistemi temsil eden Durum değişkenlerine bağlı denklemler
  - ◆ Durum Değişkenleri: Sistemin iç değişkenleri
  - ◆ 1. kısım Durum değişkenlerinin bir sonraki ( $n+1$ ) değerleri
  - ◆ 2. kısım çıkış

# Durum Denklemleri

- Sistemi temsil eden Durum değişkenlerine bağlı denklemler
  - ♦ Durum Değişkenleri: Sistemin iç değişkenleri
  - ♦ 1. kısım Durum değişkenlerinin bir sonraki (n+1) değerleri
  - ♦ 2. kısım çıkış
- Fark denklemi olarak bir sistem varsa
  - ♦ 
$$y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N] = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Mx[n - M]$$

# Durum Denklemleri

- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$ 
  - ♦  $a_0 \neq 1$  ise tüm eşitlik  $a_0'$  a bölünür.
- Sistem derecesine ( $N$ ) göre



# Durum Denklemleri

- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$

1. Sistem derecesine ( $N$ ) göre durum değişkenleri belirlenir

- ♦  $q_1(n), q_2(n), \dots, q_N(n)$

2. Durum değişkenlerinin sonraki değerleri

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_N & -a_{N-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

# Durum Denklemleri

- $$y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_N y[n-N] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_N x[n-N]$$

1. Sistem derecesine ( $N$ ) göre durum değişkenleri belirlenir

- ♦  $q_1(n), q_2(n), \dots, q_N(n)$

2. Durum değişkenlerinin sonraki değerleri

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_N & -a_{N-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$$



# Durum Denklemleri

2. Durum değişkenlerinin sonraki değerleri

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_N & -a_{N-1} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$$

3. Çıkışın durum değişkenlerine bağlı ifadesi

# Durum Denklemleri

2. Durum değişkenlerinin sonraki değerleri

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_N & -a_{N-1} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$$

3. Çıkışın durum değişkenlerine bağlı ifadesi

$$y(n) = [c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_N] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + b_0 x(n)$$

## 3. Çıkışın durum değişkenlerine bağlı ifadesi

$$y(n) = [c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_N] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + b_0 x(n)$$

$$\blacklozenge c_1 = b_N - b_0 a_N$$

$$\blacklozenge c_2 = b_{N-1} - b_0 a_{N-1}$$

$$\blacklozenge \vdots$$

$$\blacklozenge c_N = b_1 - b_0 a_1$$

## 3. Çıkışın durum değişkenlerine bağlı ifadesi

$$y(n) = \underbrace{[c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_N]}_C \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \underbrace{b_0}_D x(n)$$

- ◆  $c_1 = b_N - b_0 a_N$
- ◆  $c_2 = b_{N-1} - b_0 a_{N-1}$
- ◆  $\vdots$
- ◆  $c_N = b_1 - b_0 a_1$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
  - $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$



# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
  - $y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Nx[n - N]$
1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \cdots + a_Ne[n - N] = x(n)$
  2.  $e(n)$  bulunur

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem

- $$y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N] \\ = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Mx[n - N]$$

1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
$$e[n] + a_1e[n - 1] + \cdots + a_Ne[n - N] = x(n)$$

2.  $e(n)$  bulunur

$$e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \cdots - a_Ne[n - N]$$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \cdots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \cdots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $$y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N] = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Nx[n - N]$$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
$$e[n] + a_1e[n - 1] + \cdots + a_Ne[n - N] = x(n)$$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
$$e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \cdots - a_Ne[n - N]$$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$

# Durum Denklemleri

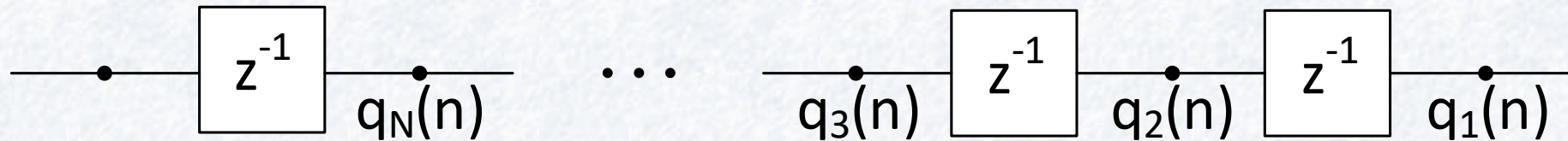
- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\quad\quad\quad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$



# Durum Denklemleri

## 3. Durum değişkenleri belirlenir

- ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
- ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
- ♦  $\vdots$
- ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$



# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\quad\quad\quad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\quad\quad\quad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N]$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N] = q_2(n)$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\quad\quad\quad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N] = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e[n + 1 - N + 1]$



# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\qquad\qquad\qquad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N] = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e[n + 1 - N + 1] = q_3(n)$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\qquad\qquad\qquad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N] = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e[n + 1 - N + 1] = q_3(n)$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n + 1) = e[n]$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\qquad\qquad\qquad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N] = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e[n + 1 - N + 1] = q_3(n)$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n + 1) = e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$

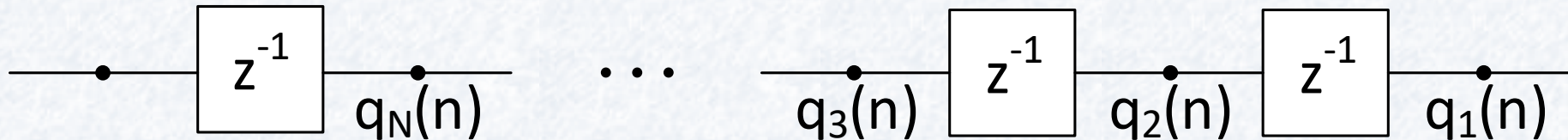
# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $\quad\quad\quad = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$
- 1. Fark denkleminde  $y[n] = e(n)$ , sağ taraf  $x[n]$   
 $e[n] + a_1e[n - 1] + \dots + a_Ne[n - N] = x(n)$
- 2.  $e(n)$  bulunur  
 $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N]$
- 3. Durum değişkenleri belirlenir
  - ♦  $q_1(n) = e[n - N]$
  - ♦  $q_2(n) = e[n - N + 1]$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n) = e[n - 1]$
- 4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)
  - ♦  $q_1(n + 1) = e[n + 1 - N] = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e[n + 1 - N + 1] = q_3(n)$
  - ♦  $\vdots$
  - ♦  $q_N(n + 1) = e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \dots - a_Ne[n - N] = x(n) - a_1q_N(n) - \dots - a_Nq_1(n)$

# Durum Denklemleri

4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)

- ♦  $q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$
- ♦  $q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$
- ♦  $\vdots$
- ♦  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$

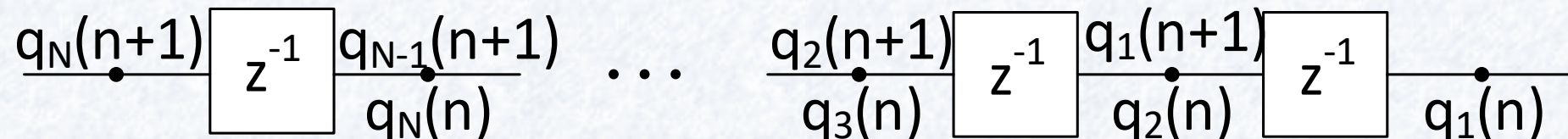




# Durum Denklemleri

4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)

- ♦  $q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$
- ♦  $q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$
- ♦  $\vdots$
- ♦  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$



# Durum Denklemleri

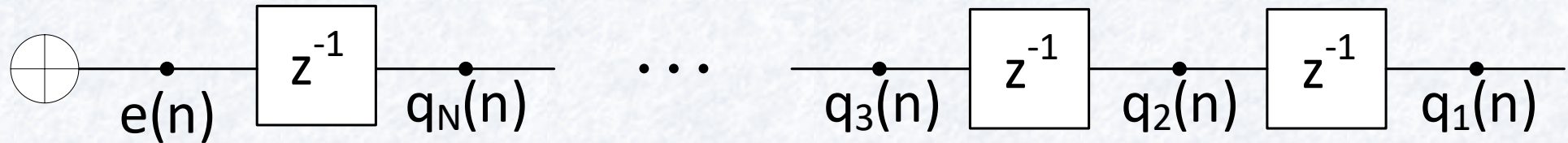
4. Durum denklemlerinin ilk kısmı belirlenir (Durum değişkenlerinin sonraki değerleri)

- ♦  $q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$
- ♦  $q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$
- ♦  $\vdots$
- ♦  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$

$$\frac{q_N(n+1)}{e(n)} \boxed{z^{-1}} \frac{q_{N-1}(n+1)}{q_N(n)} \dots \frac{q_2(n+1)}{q_3(n)} \boxed{z^{-1}} \frac{q_1(n+1)}{q_2(n)} \boxed{z^{-1}} \frac{q_1(n)}{q_1(n)}$$

# Durum Denklemleri

- ◆  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$



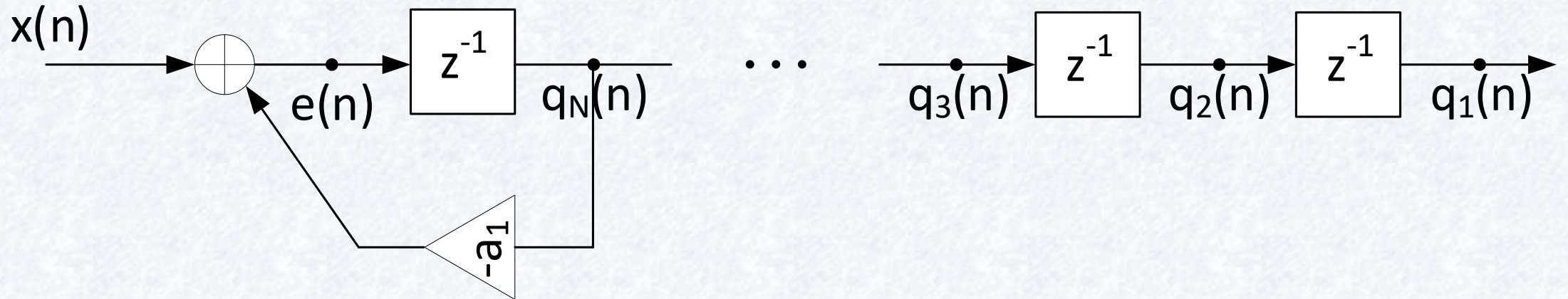
# Durum Denklemleri

♦  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] =$   
 $x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$



# Durum Denklemleri

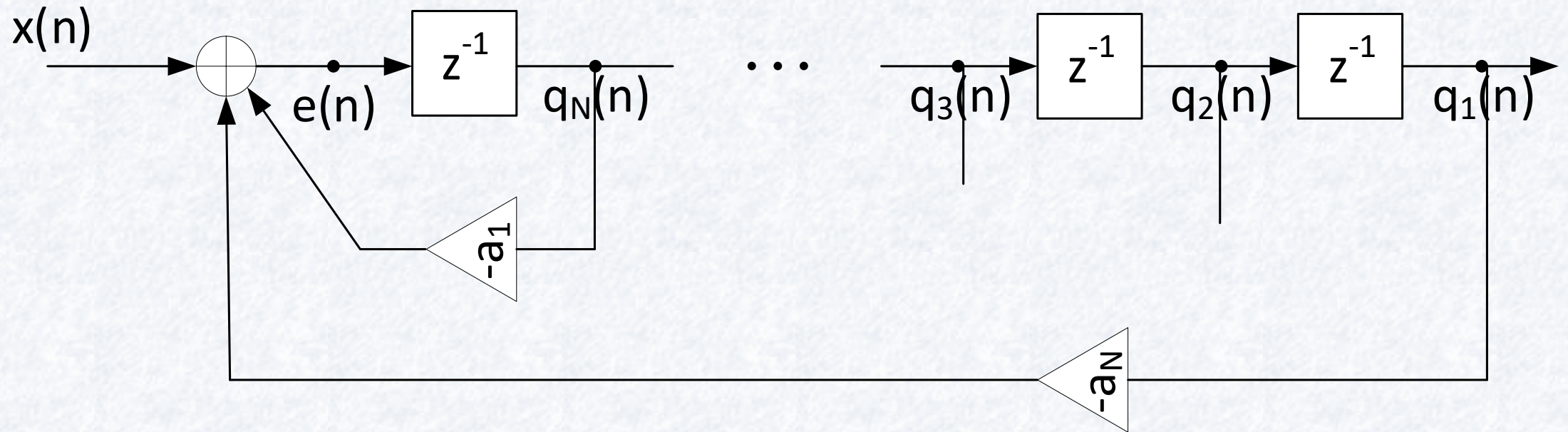
- ◆  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$





# Durum Denklemleri

- ♦  $q_N(n+1) = e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N] = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$



# Durum Denklemleri

$$q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$$

$$q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$$

$\vdots$

$$q_N(n+1) = x(n) - a_1 q_N(n) - \cdots - a_N q_1(n)$$

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \vdots \\ \end{bmatrix} x(n)$$

# Durum Denklemleri

$$q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$$

$$q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$$

$\vdots$

$$q_N(n+1) = x(n) - a_1 q_N(n) - \dots - a_N q_1(n)$$

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \end{bmatrix} x(n)$$

# Durum Denklemleri

$$q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$$

$$q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$$

$\vdots$

$$q_N(n+1) = x(n) - a_1 q_N(n) - \cdots - a_N q_1(n)$$

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} x(n)$$

# Durum Denklemleri

$$q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$$

$$q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$$

$\vdots$

$$q_{N-1}(n+1) = e[n-1] = q_N(n)$$

$$q_N(n+1) = x(n) - a_1 q_N(n) - \cdots - a_N q_1(n)$$

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} x(n)$$



# Durum Denklemleri

$$q_1(n+1) = e[n+1-N] = q_2(n)$$

$$q_2(n+1) = e[n+1-N+1] = q_3(n)$$

$\vdots$

$$q_{N-1}(n+1) = e[n-1] = q_N(n)$$

$$q_N(n+1) = x(n) - a_1 q_N(n) - \cdots - a_N q_1(n)$$

$$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \\ \vdots \\ q_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_N & -a_{N-1} & -a_{N-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n - 1] + \dots + a_Ny[n - N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \dots + b_Nx[n - N]$

5. Çıkış, durum değişkenlerine bağlı olarak ifade edilir

- ♦ Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$   
 $y[n] = b_0e[n] + b_1e[n - 1] + \dots + b_Ne[n - N]$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem

- $$y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N]$$
$$= b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Nx[n - N]$$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

$$y[n] = b_0e[n] + b_1e[n - 1] + \cdots + b_Ne[n - N]$$

$$e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \cdots - a_Ne[n - N]$$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $$y[n] + a_1y[n - 1] + \cdots + a_Ny[n - N] = b_0x[n] + b_1x[n - 1] + \cdots + b_Nx[n - N]$$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

- ♦  $y[n] = b_0e[n] + b_1e[n - 1] + \cdots + b_Ne[n - N]$ 
  - $e[n] = x(n) - a_1e[n - 1] - \cdots - a_Ne[n - N]$
- ♦ 
$$y[n] = b_0(x(n) - a_1e[n - 1] - \cdots - a_Ne[n - N]) + b_1e[n - 1] + \cdots + b_Ne[n - N]$$

# Durum Denklemleri

- 2. yöntem
- $y[n] + a_1y[n-1] + \dots + a_Ny[n-N]$   
 $= b_0x[n] + b_1x[n-1] + \dots + b_Nx[n-N]$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

- ♦  $y[n] = b_0e[n] + b_1e[n-1] + \dots + b_Ne[n-N]$ 
  - $e[n] = x(n) - a_1e[n-1] - \dots - a_Ne[n-N]$
- ♦  $y[n] = b_0(x(n) - a_1e[n-1] - \dots - a_Ne[n-N])$   
 $+ b_1e[n-1] + \dots + b_Ne[n-N]$
- ♦  $y[n] = b_0x(n) + (b_1 - b_0a_1)e[n-1] + \dots + (b_N - b_0a_N)e[n-N]$



# Durum Denklemleri

- 2. yöntem

- $$y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_N y[n-N] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \dots + b_N x[n-N]$$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

- ♦ 
$$y[n] = b_0 e[n] + b_1 e[n-1] + \dots + b_N e[n-N]$$

- $$e[n] = x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N]$$

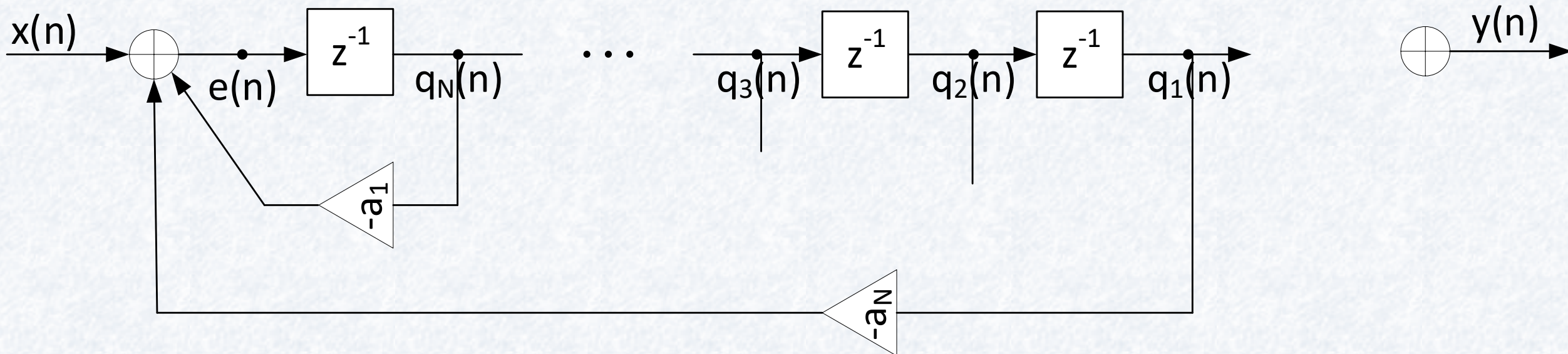
- ♦ 
$$y[n] = b_0 (x(n) - a_1 e[n-1] - \dots - a_N e[n-N]) + b_1 e[n-1] + \dots + b_N e[n-N]$$

- ♦ 
$$y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} e[n-1] + \dots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} e[n-N]$$

# Durum Denklemleri

## 5. Fark denkleminde $x[n] = e(n)$ , sol taraf $y[n]$

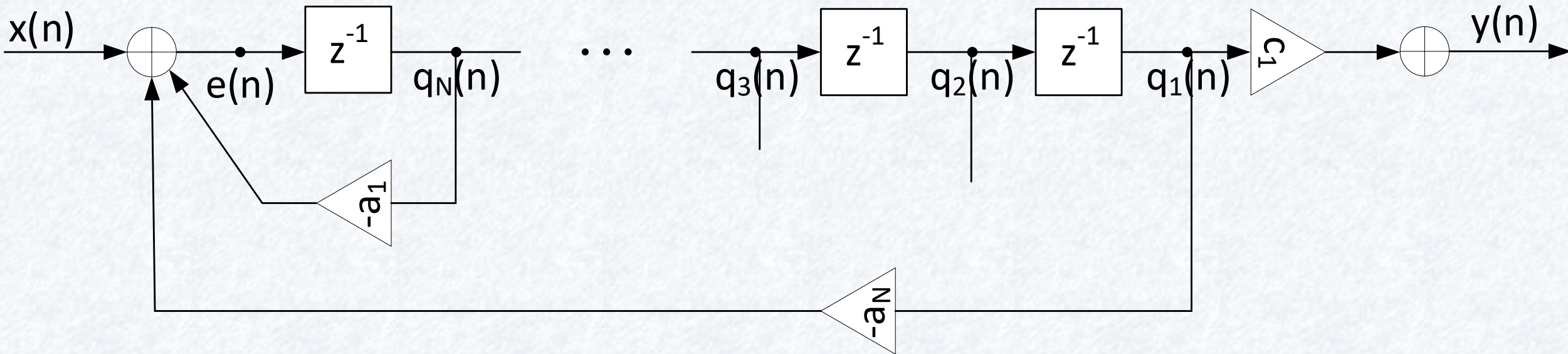
- ♦  $y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} e[n-1] + \dots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} e[n-N]$
- ♦  $y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \dots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$



# Durum Denklemleri

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

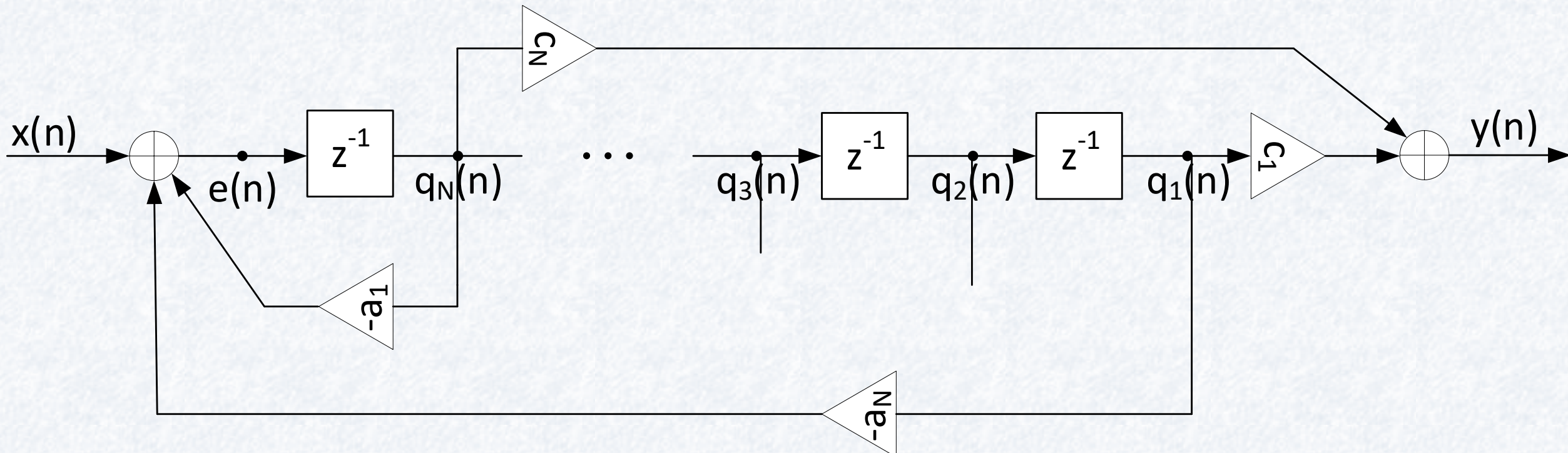
$$\diamond y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$



# Durum Denklemleri

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

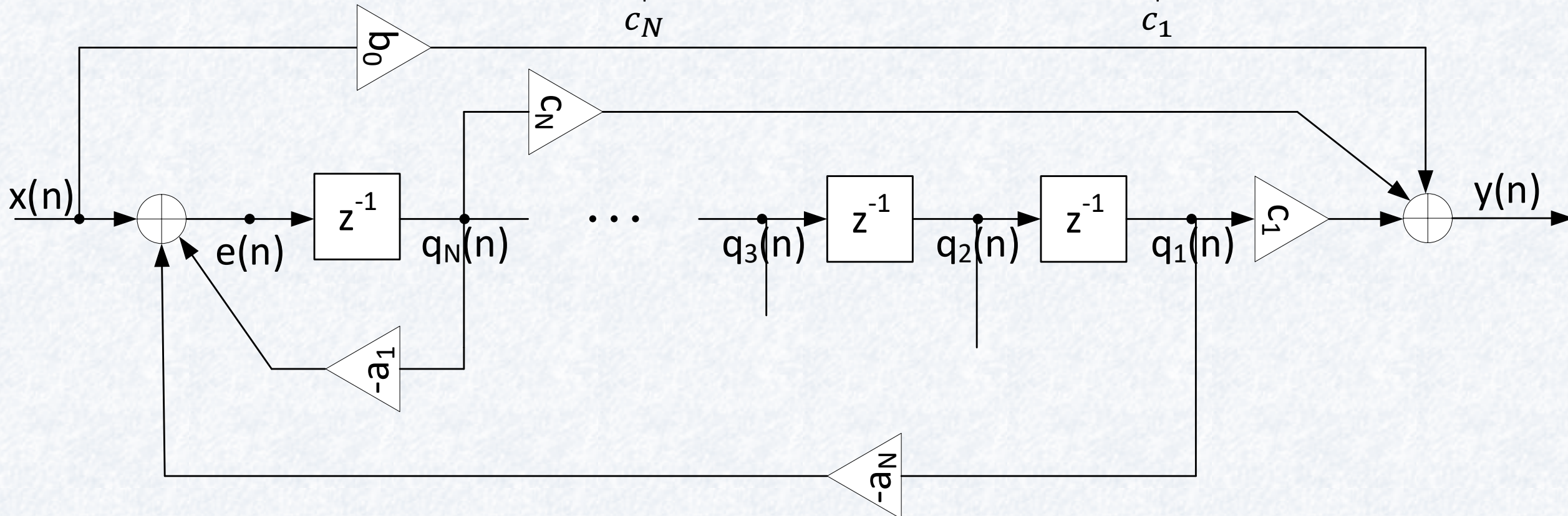
$$\diamond \quad y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$



# Durum Denklemleri

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

$$\diamond \quad y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$





# Durum Denklemleri

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

$$\diamond \quad y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$

$$\diamond \quad y[n] = [ \quad ] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + [ \quad ] x(n)$$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

$$\diamond y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$

$$\diamond y[n] = [b_N - b_0 a_N \quad \cdots \quad ] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + [ \quad ] x(n)$$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

$$\diamond y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$

$$\diamond y[n] = [b_N - b_0 a_N \quad \cdots \quad b_1 - b_0 a_1] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + [ \quad ] x(n)$$

5. Fark denkleminde  $x[n] = e(n)$ , sol taraf  $y[n]$

$$\diamond \quad y[n] = b_0 x(n) + \underbrace{(b_1 - b_0 a_1)}_{c_N} q_N(n) + \cdots + \underbrace{(b_N - b_0 a_N)}_{c_1} q_1(n)$$

$$\diamond \quad y[n] = [b_N - b_0 a_N \quad \cdots \quad b_1 - b_0 a_1] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \\ \vdots \\ q_N(n) \end{bmatrix} + [b_0] x(n)$$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?



# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{2y(n - 1)}_{a_1} - 3y(n - 2) = x(n)$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{2y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n - 2)}_{a_2} = x(n)$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) \underbrace{- 2}_{a_1} y(n - 1) \underbrace{- 3}_{a_2} y(n - 2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{2y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n - 2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = ? , b_2 = ?$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{2y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n - 2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=?$



# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{2y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n - 2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{2y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n - 2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ =Durum değişkeni sayısı
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$

# Örnek 1

- $y(n) - \underbrace{2y(n-1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n-2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ =Durum değişkeni sayısı
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$
- $$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

# Örnek 1

- $y(n) - \underbrace{2y(n-1)}_{a_1} - \underbrace{3y(n-2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ =Durum değişkeni sayısı
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$
- $$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

# Örnek 1

- $y(n) - \underbrace{2}_{a_1} y(n-1) - \underbrace{3}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ =Durum değişkeni sayısı
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$
- $$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$$



# Örnek 1

- $y(n) \underbrace{- 2y(n-1)}_{a_1} \underbrace{- 3y(n-2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + [b_0]x(n)$

# Örnek 1

- $y(n) \underbrace{- 2y(n-1)}_{a_1} \underbrace{- 3y(n-2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + [b_0]x(n)$ 
  - ♦  $c_1 =$

# Örnek 1

- $y(n) \underbrace{- 2y(n-1)}_{a_1} \underbrace{- 3y(n-2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + [b_0]x(n)$ 
  - ♦  $c_1 = b_2 - b_0 a_2 =$

# Örnek 1

- $y(n) - \underbrace{2}_{a_1} y(n-1) - \underbrace{3}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + [b_0]x(n)$ 
  - ♦  $c_1 = b_2 - b_0 a_2 = 3$
  - ♦  $c_2 =$

# Örnek 1

- $y(n) - \underbrace{2}_{a_1} y(n-1) - \underbrace{3}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + [b_0]x(n)$ 
  - ♦  $c_1 = b_2 - b_0 a_2 = 3$
  - ♦  $c_2 = b_1 - b_0 a_1 = 2$



# Örnek 1

- $y(n) \underbrace{- 2}_{a_1} y(n-1) \underbrace{- 3}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + x(n)$

# Örnek 1

- $y(n) \underbrace{-2}_{a_1} y(n-1) \underbrace{-3}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n)$ 
  - ♦  $b_1 = 0, b_2 = 0$
- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B x(n)$
- $y[n] = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \underbrace{1}_D x(n)$

# Örnek 1

- 2. yöntem
- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 2e(n - 1) - 3e(n - 2) = x(n)$

# Örnek 1

- 2. yöntem
- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 2e(n - 1) - 3e(n - 2) = x(n)$
- $e(n) = x(n) + 2e(n - 1) + 3e(n - 2)$

# Örnek 1

- 2. yöntem
- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 2e(n - 1) - 3e(n - 2) = x(n)$
- $e(n) = x(n) + 2e(n - 1) + 3 \underbrace{e(n - 2)}_{q_1(n)}$

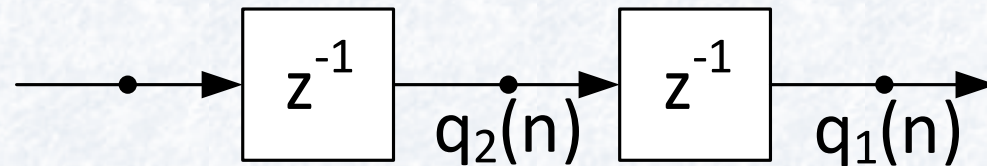


# Örnek 1

- 2. yöntem
- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 2e(n - 1) - 3e(n - 2) = x(n)$
- $e(n) = x(n) + 2 \underbrace{e(n - 1)}_{q_2(n)} + 3 \underbrace{e(n - 2)}_{q_1(n)}$

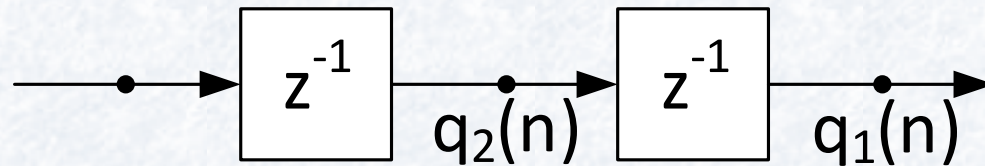
# Örnek 1

- 2. yöntem
- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 2e(n - 1) - 3e(n - 2) = x(n)$
- $e(n) = x(n) + 2 \underbrace{e(n - 1)}_{q_2(n)} + 3 \underbrace{e(n - 2)}_{q_1(n)}$



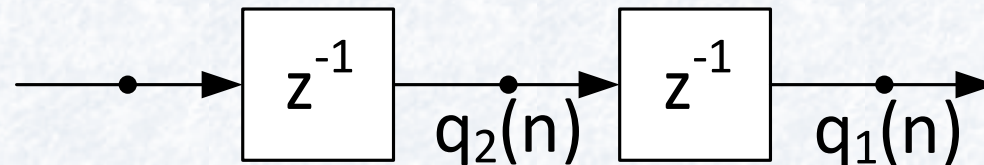
# Örnek 1

- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$



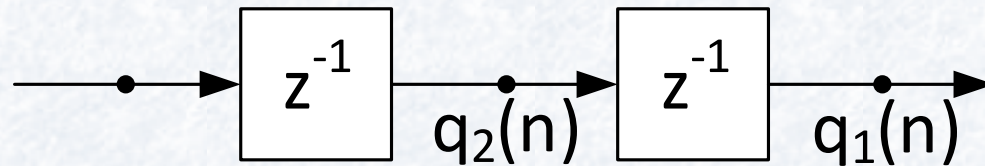
# Örnek 1

- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1)$



# Örnek 1

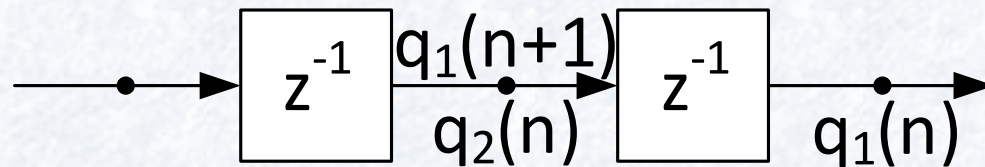
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$





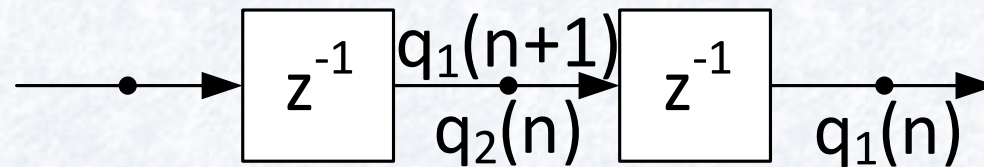
# Örnek 1

- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$



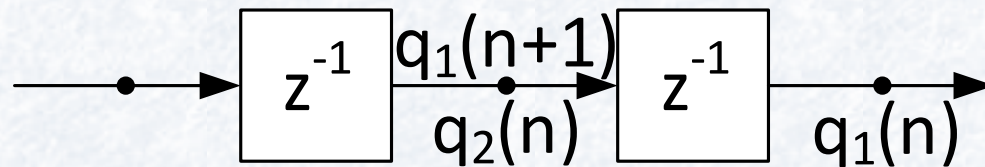
# Örnek 1

- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e(n)$



# Örnek 1

- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2e(n - 1) + 3e(n - 2)$



# Örnek 1

- Durum değişkenleri

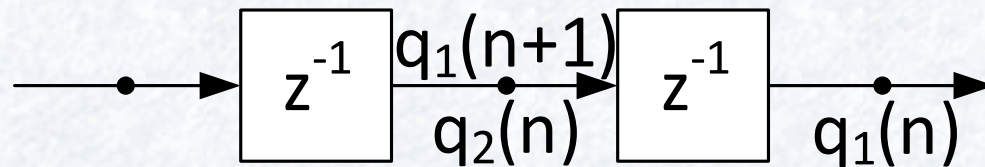
- ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$

- ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$



# Örnek 1

- Durum değişkenleri

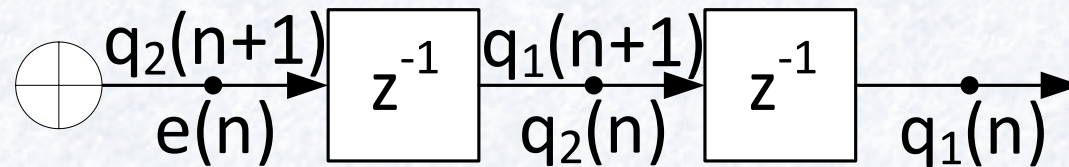
- ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$

- ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$





# Örnek 1

- Durum değişkenleri

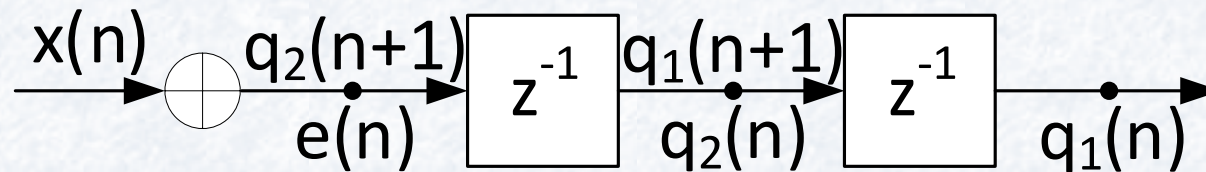
- ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$

- ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$

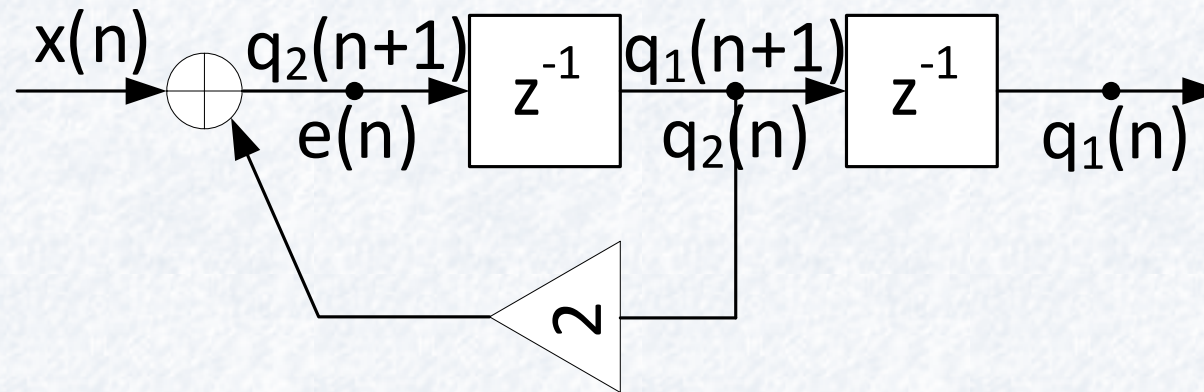


# Örnek 1

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$

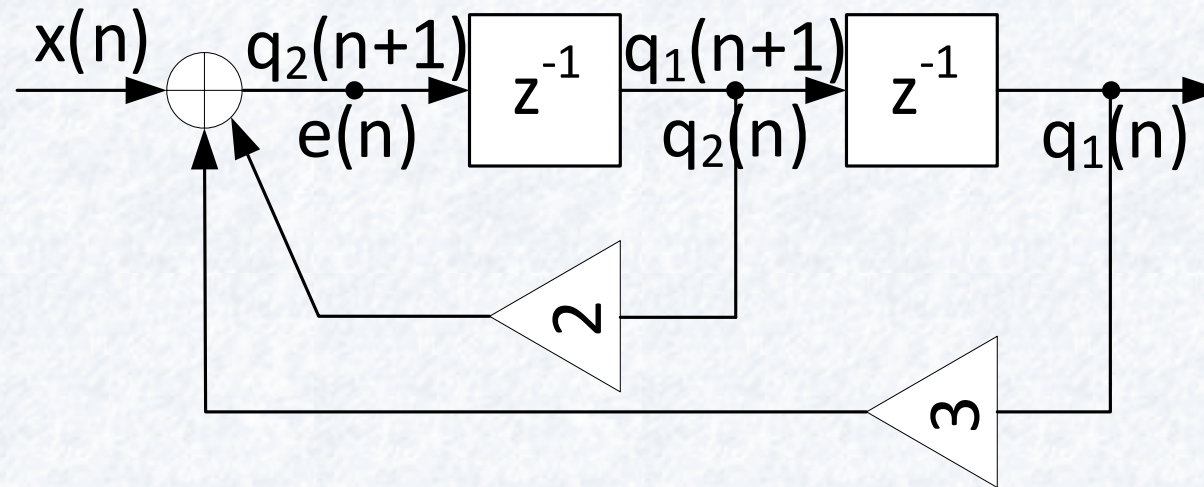


# Örnek 1

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$



# Örnek 1

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$

- $$\begin{bmatrix} q_1(n + 1) \\ q_2(n + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} x(n)$$

# Örnek 1

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$

- $$\begin{bmatrix} q_1(n + 1) \\ q_2(n + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$



# Örnek 1

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$

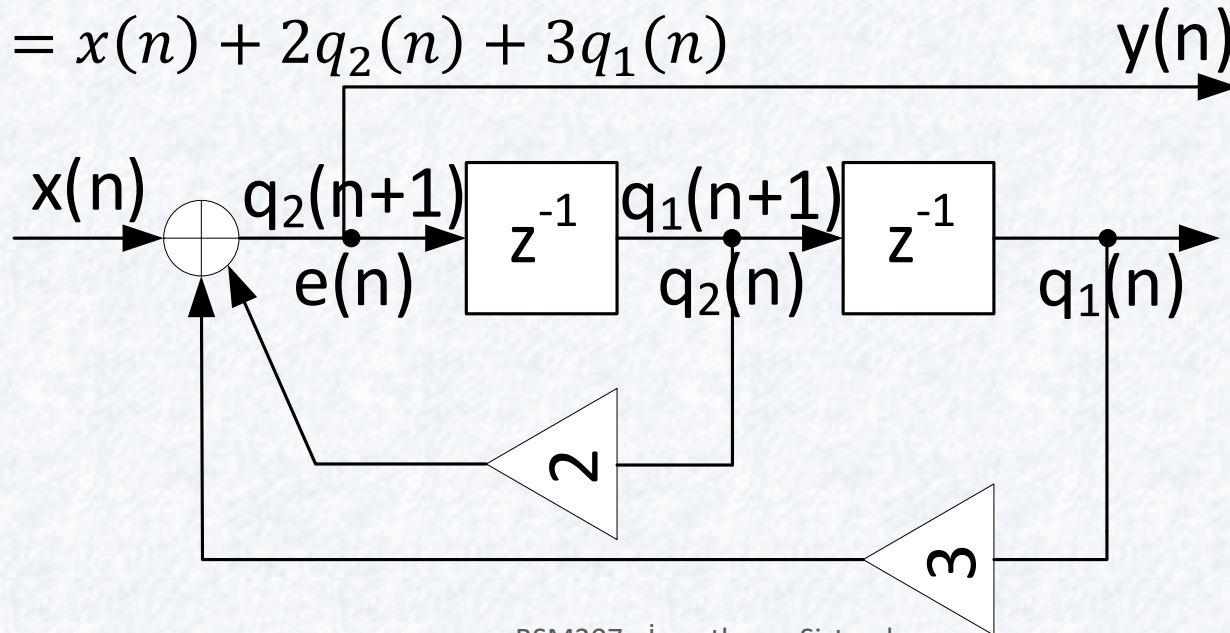
- $$\begin{bmatrix} q_1(n + 1) \\ q_2(n + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- $y(n) = e(n)$

# Örnek 1

- $y(n) - 2y(n - 1) - 3y(n - 2) = x(n)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- $y(n) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$



# Örnek 1

- $y(n) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \end{bmatrix} x(n)$

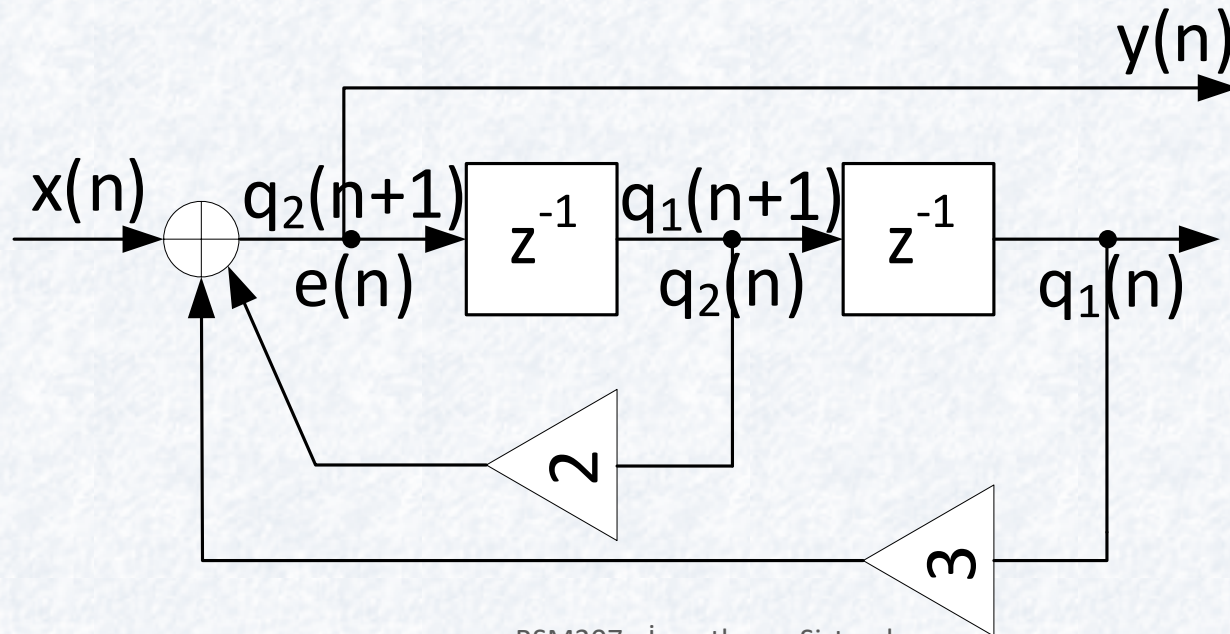
# Örnek 1

- $y(n) = e(n) = x(n) + 2q_2(n) + 3q_1(n)$
- $y[n] = [3 \quad 2] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + x(n)$



# Örnek 1

- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + x(n)$



## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{3y(n - 1)}_{a_1} - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{3y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{4y(n - 2)}_{a_2} = x(n) + 2x(n - 1)$

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{3}_{a_1} y(n - 1) - \underbrace{4}_{a_2} y(n - 2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + 2x(n - 1)$



## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) \underbrace{-3}_{a_1} y(n - 1) \underbrace{-4}_{a_2} y(n - 2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n - 1)$

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{3}_{a_1}y(n - 1) - \underbrace{4}_{a_2}y(n - 2) = \underbrace{1}_{b_0}x(n) + \underbrace{2}_{b_1}x(n - 1)$ 
  - ♦  $b_2 = 0$

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{3}_{a_1} y(n - 1) - \underbrace{4}_{a_2} y(n - 2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n - 1)$ 
  - ♦  $b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $y(n) - \underbrace{3y(n - 1)}_{a_1} - \underbrace{4y(n - 2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n - 1)$ 
  - ♦  $b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ 
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$

## Örnek 2

- $y(n) - \underbrace{3}_{a_1} y(n-1) - \underbrace{4}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n-1)$ 
  - ♦  $b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ 
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$
- $$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$



## Örnek 2

- $y(n) - \underbrace{3}_{a_1} y(n-1) - \underbrace{4}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n-1)$ 
  - ♦  $b_2 = 0$
- Sistem derecesi,  $N=2$ 
  - ♦  $q_1(n), q_2(n)$
- $$\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

## Örnek 2

$$\bullet \quad y(n) - \underbrace{3y(n-1)}_{a_1} - \underbrace{4y(n-2)}_{a_2} = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n-1)$$

$$\blacklozenge \quad b_2 = 0$$

$$\bullet \quad \begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

$$\bullet \quad y[n] = [c_1 \quad c_2] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + [b_0] x(n)$$

$$\blacklozenge \quad c_1 = b_2 - b_0 a_2 = 4$$

$$\blacklozenge \quad c_2 = b_1 - b_0 a_1 = 5$$

## Örnek 2

- $y(n) \underbrace{-3}_{a_1} y(n-1) \underbrace{-4}_{a_2} y(n-2) = \underbrace{1}_{b_0} x(n) + \underbrace{2}_{b_1} x(n-1)$

- ♦  $b_2 = 0$

- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$

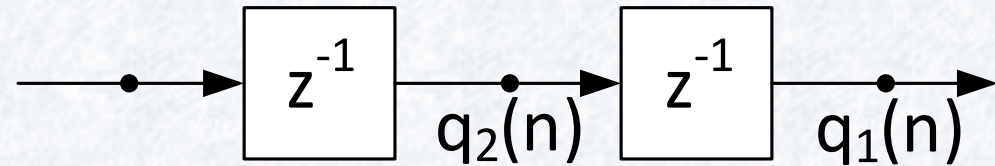
- $y[n] = \begin{bmatrix} 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + x(n)$

## Örnek 2

- 2. yöntem
- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 3e(n - 1) - 4e(n - 2) = x(n)$

## Örnek 2

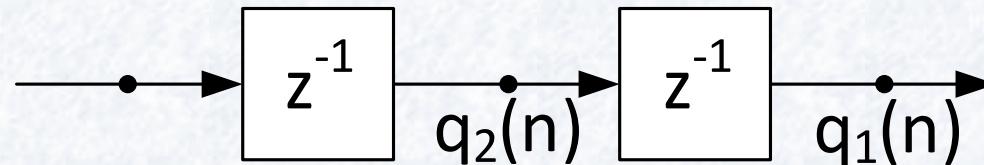
- 2. yöntem
- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$  fark denklemine ait durum denklemleri ve diyagramı?
- $e(n) - 3e(n - 1) - 4e(n - 2) = x(n)$
- $e(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$





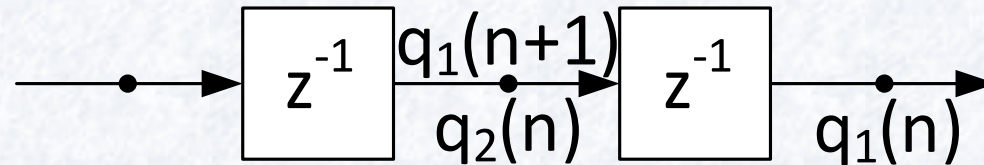
## Örnek 2

- $e(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1)$



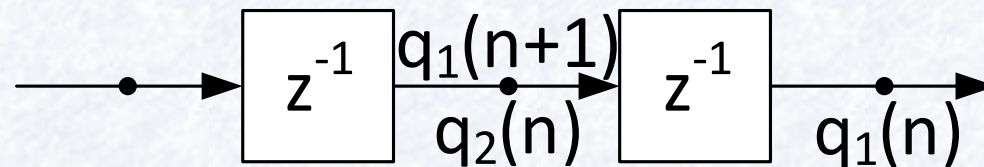
## Örnek 2

- $e(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$



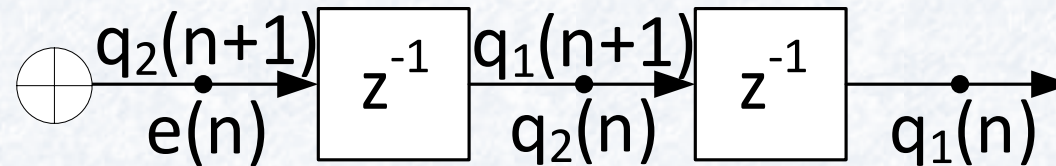
## Örnek 2

- $e(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2)$



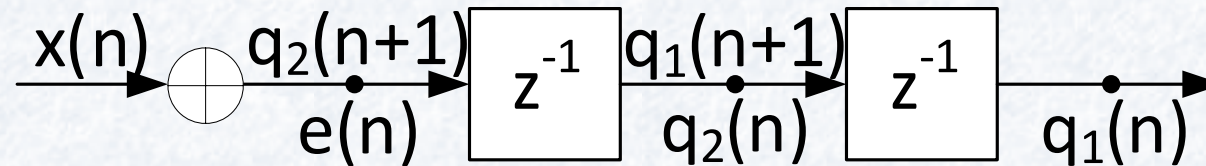
## Örnek 2

- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$



## Örnek 2

- Durum denklemleri
  - ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$
  - ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$



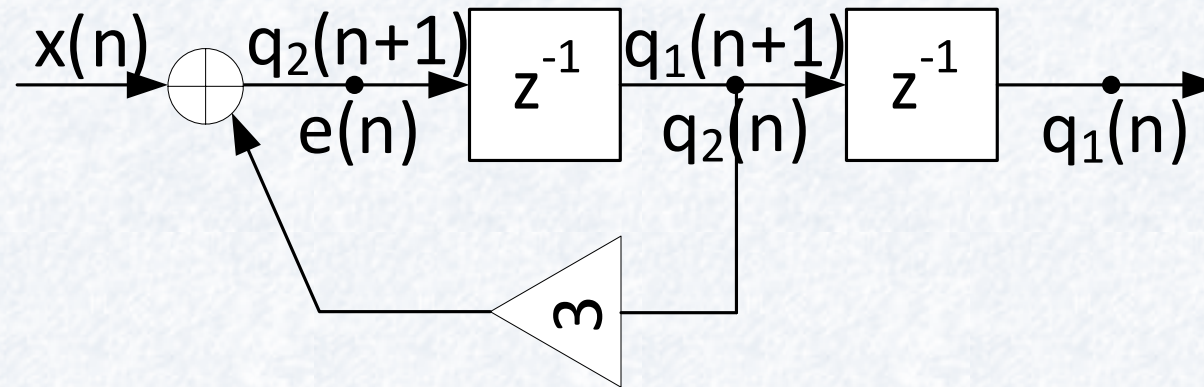


## Örnek 2

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$

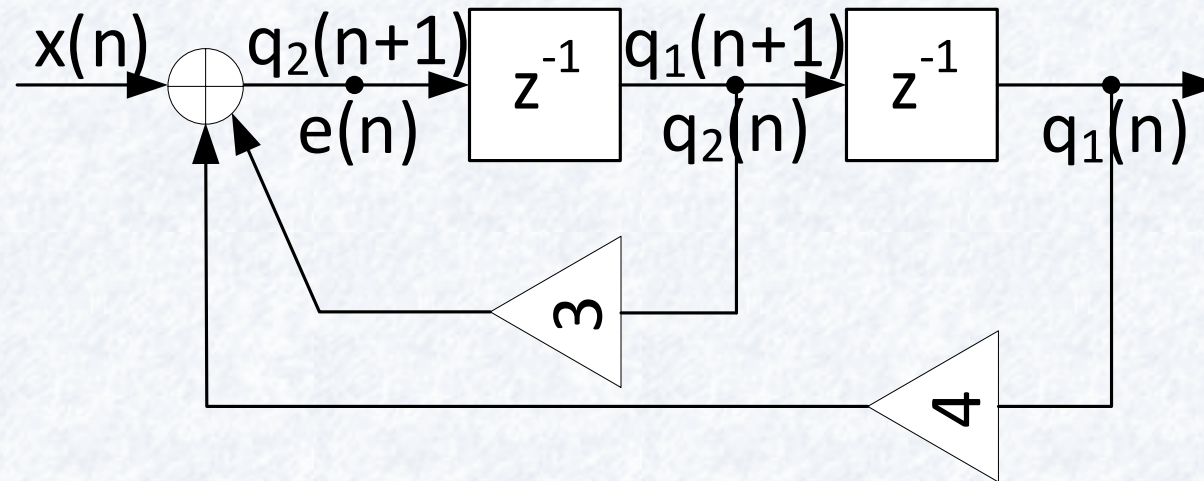


## Örnek 2

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$



## Örnek 2

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$

- $$\begin{bmatrix} q_1(n + 1) \\ q_2(n + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix} x(n)$$

## Örnek 2

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$

- $$\begin{bmatrix} q_1(n + 1) \\ q_2(n + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$

## Örnek 2

- Durum denklemleri

- ♦  $q_1(n + 1) = e(n - 1) = q_2(n)$

- ♦  $q_2(n + 1) = e(n) = x(n) + 3q_2(n) + 4q_1(n)$

- $$\begin{bmatrix} q_1(n + 1) \\ q_2(n + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$$



## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- $y(n) = e(n) + 2e(n - 1)$
- $e(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2)$

## Örnek 2

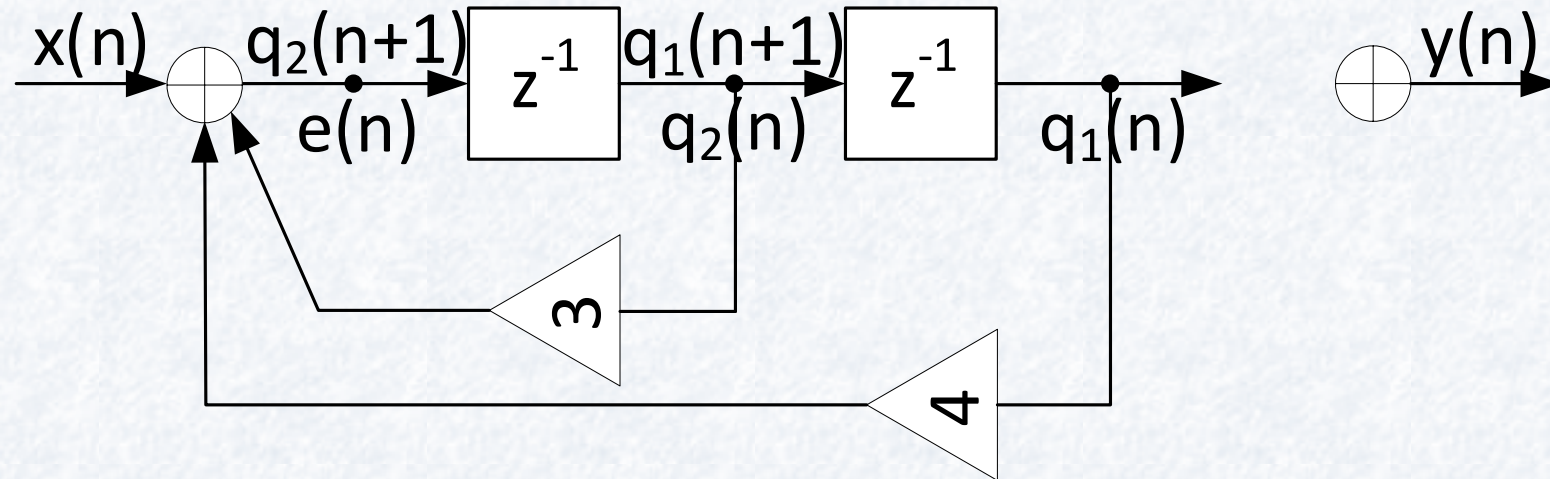
- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- $y(n) = x(n) + 3e(n - 1) + 4e(n - 2) + 2e(n - 1)$

## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- $y(n) = x(n) + 5e(n - 1) + 4e(n - 2)$

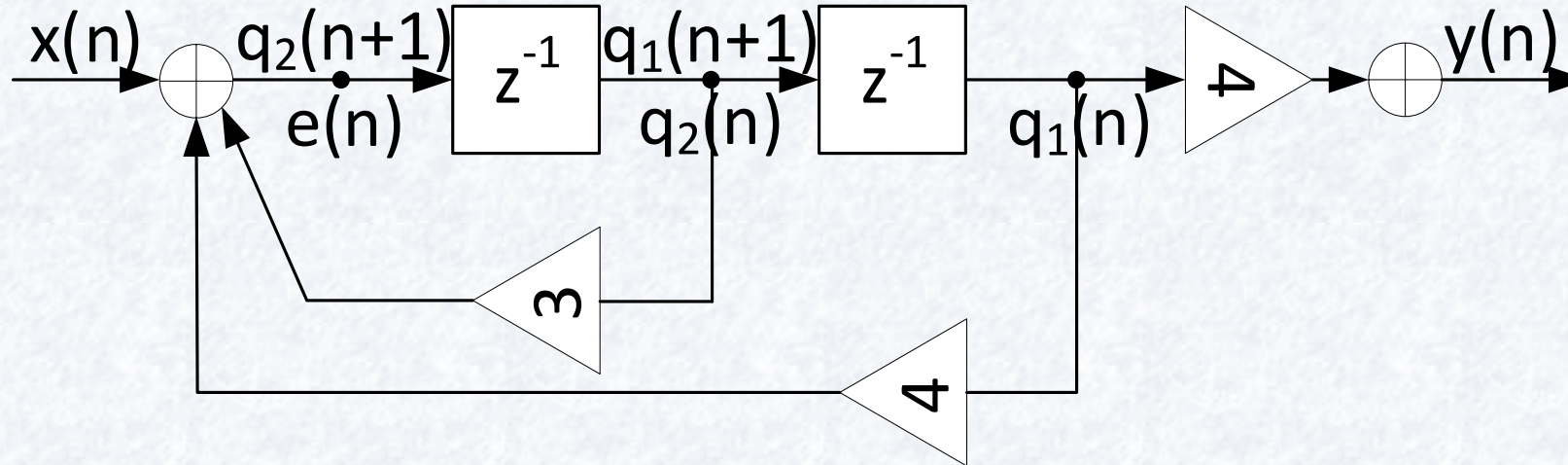
## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$
- Durum değişkenleri
  - ♦  $q_1(n) = e(n - 2)$
  - ♦  $q_2(n) = e(n - 1)$
- $y(n) = x(n) + 5q_2(n) + 4q_1(n)$



## Örnek 2

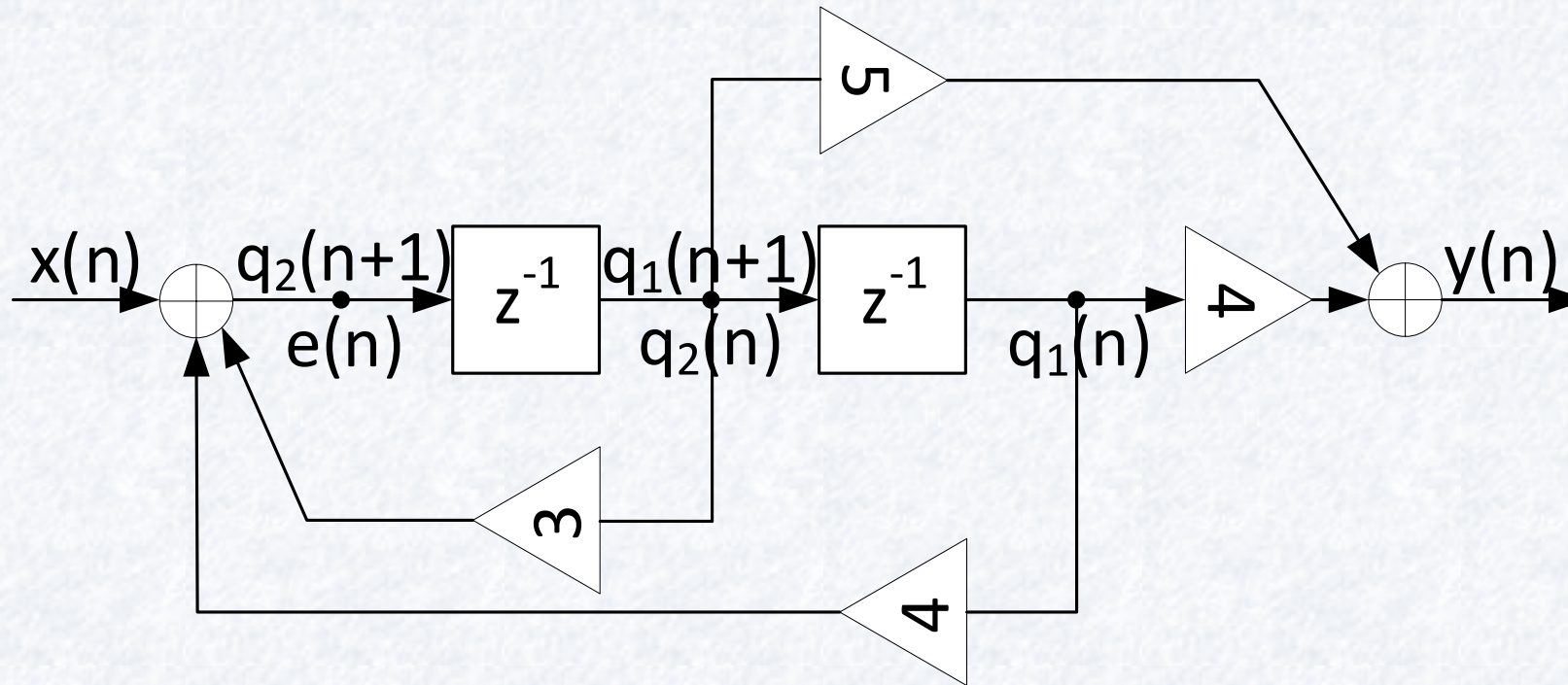
- $y(n) - 3y(n-1] - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$
- $y(n) = x(n) + 5q_2(n) + 4q_1(n)$





## Örnek 2

- $y(n) - 3y(n - 1) - 4y(n - 2) = x(n) + 2x(n - 1)$
- $y(n) = x(n) + 5q_2(n) + 4q_1(n)$



## Örnek 2

- $y(n) = x(n) + 5q_2(n) + 4q_1(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \end{bmatrix} x(n)$

## Örnek 2

- $y(n) = x(n) + 5q_2(n) + 4q_1(n)$
- $y[n] = [4 \quad 5] \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + x(n)$

## Örnek 2

- $\begin{bmatrix} q_1(n+1) \\ q_2(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} x(n)$
- $y[n] = \begin{bmatrix} 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(n) \\ q_2(n) \end{bmatrix} + x(n)$

