

Öğr.No.:

Adı Soyadı:

İmzası:

17-18 YAZ Makine ve İnşaat Müh. MAT-I Vize Soruları

17.07.2018

S.1) $f(x) = \sqrt{8x - x^2} + \log \frac{x-2}{x-5}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığını (kürmesini) bulunuz. (25 P.)

S.2) a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x + 2)$ limitini Hospital'sız hesaplayınız. (10 P.)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right)^{\frac{1}{3x^2}}$ limitini Hospital'sız hesaplayınız. (15 P.)

S.3) $f(x) = \frac{x}{3 + 2^{\frac{1}{x-1}}}$ fonksiyonunun süreksiz olduğu noktayı ve bu noktadaki süreksizliğin cinsini belirtiniz. (25 P.)

S.4) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ fonksiyonunun türevini tanımdan hareketle (limit yolundan) bulunuz. (25 P.)

NOT: Süre 75 Dakikadır. Soru kâğıdı üzerinde numara, ad-soyad ve imza dışında karalama olmasın. Bu soru kâğıdını cevap kâğıdınızla birlikte teslim ediniz.

ÖĞRENCİ NUMARASI									
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	1	1	1	1	1	1	1	1	1
D	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Y	3	3	3	3	3	3	3	3	3
U	4	4	4	4	4	4	4	4	4
E	5	5	5	5	5	5	5	5	5
T	6	6	6	6	6	6	6	6	6
M	7	7	7	7	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9	9	9	9	9

AD : _____
SOYAD : _____
DERS ADI : _____
ŞUBE : _____
İMZA : MF İnşaat ve Makina

Aşağıdaki alana işaretleme yapmayınız !

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

17-18 YAZ / MAT-I / (VİZE) Soru - Çözümleri 17.07.2018

① $8x - x^2 \geq 0$ ve $\frac{x-2}{x-5} > 0$, $x \neq 5$ olmalıdır

$x(8-x) \geq 0$
 \downarrow
 $x_1=0, x_2=8$
 $\frac{x}{8-x} \begin{array}{c} 0 \quad 8 \\ \hline \phi \quad + \quad \phi \end{array}$ T.A₁ = [0, 8] dir.

$x-2=0 \Rightarrow x_3=2$
 $x-5=0 \Rightarrow x_4=5$
 $\frac{x-2}{x-5} \begin{array}{c} 2 \quad 5 \\ \hline + \quad \phi \end{array}$ T.A₂ = $(-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$

T.A = T.A₁ \cap T.A₂ = [0, 2) \cup (5, 8] dir.

② a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x+5} - x + 2) \stackrel{\infty-\infty}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+1)^2} - x + 2) =$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} (1 \cdot \overset{+}{x+1} - x + 2) = \lim_{x \rightarrow \infty} (x+1 - x + 2) = 3$ bulunur

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right)^{\frac{1}{3x^2}} \stackrel{1^\infty}{=} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 x)^{\frac{1}{3x^2}} =$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[(1 + \tan^2 x)^{\frac{1}{\tan^2 x}} \right]^{\frac{\tan^2 x}{3x^2}} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 x)^{\frac{1}{\tan^2 x}} \right]^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x}{3x^2}}$

$= \left[\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 x)^{\frac{1}{\tan^2 x}} \right]^{\frac{1}{3} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \right)^2} = e^{\frac{1}{3} \cdot 1^2} = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e}$ dir.

17-18 YAZ / MAT-I / Vize (16.07.2018) Gözömleri

③ $f(x) = \frac{x}{3+2^{\frac{1}{x-1}}}$ f.nu $x_0=1$ de tanımsız old. süreksizdir.

$$f(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{3+2^{\frac{1}{x-1}}} = \left\{ \begin{array}{l} x=1-p \\ p>0, \\ p \rightarrow 0 \end{array} \right\} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1-p}{3+2^{\frac{1}{1-p-1}}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1-p}{3+2^{\frac{1}{-p}}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1-p}{3+2^{-\frac{1}{p}}} \xrightarrow{p \rightarrow 0} \frac{1-0}{3+2^{-\infty}} = \frac{1}{3+0} = \frac{1}{3} \text{ dir.}$$

$$f(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{3+2^{\frac{1}{x-1}}} = \left\{ \begin{array}{l} x=1+p \\ p>0, \\ p \rightarrow 0 \end{array} \right\} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1+p}{3+2^{\frac{1}{1+p-1}}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1+p}{3+2^{\frac{1}{p}}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1+p}{3+2^{\frac{1}{p}}} = \frac{1}{3+2^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

Soldan ve sağdan farklı ve sonlu limitler old. Sonlu sıramalı süreksizliği vardır.

④ $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+\Delta x} - \sqrt[3]{x}}{\Delta x} =$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} \left[\sqrt[3]{\frac{x+\Delta x}{x}} - 1 \right]}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^{\frac{1}{3}} \left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]}{x \cdot \frac{\Delta x}{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left(1 + \frac{\Delta x}{x} \right)^{\frac{1}{3}} - 1}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{1}{3} \text{ (öz. lim)}$$

$$= x^{\frac{1}{3}-1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3 \sqrt[3]{x^2}} \text{ dir.}$$

II. YOL: $\frac{\sqrt[3]{x+\Delta x} - \sqrt[3]{x}}{\Delta x} \cdot \frac{\sqrt[3]{(x+\Delta x)^2} + \sqrt[3]{x+\Delta x} \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{(x+\Delta x)^2} + \sqrt[3]{x+\Delta x} \cdot \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}}$ genişletmesi

ile de sonuca gidilebilir.