MODİ Yöntemi

Modi yönteminde boş gözelerin gizli maliyetler çevrim yapılmadan hesaplanabilir. Çevrim çözüm en iyi değilse bir tek baş göze için yapılır. Bu nedenle modi yönteminde göze değiştirme yöntemine göre daha hızlı sonuç alınabilir.

Yöntem doğrusal programlamadaki dual problemin çözümünden hareket eder. Bunun için öncelikle ulaştırma modelinin dual modelini yazalım.

Primal modelde (m+n) tane kısıtlayıcı fonksiyon olduğundan, dual modelde (m+n) tane değişken olacaktır. Primal modeldeki arz kısıtlarına karşılık gelen dual değişkenler $U_{1\,(i=1,\ldots.n)}$, talep kısıtlarına karşılık gelen değişkenler $V_{j\,(j=1,\ldots n)}$ ile gösterilirlerse dual model amaç fonksiyonu şöyle olur:

$$Z_{max} = \sum_{i=1}^{m} a_i U_i + \sum_{j=1}^{n} b_j V_j$$

Primal modeldeki (mxn) değişkene karşılık dual modelde (mxn) tane kısıtlayıcı fonksiyon vardır. Bu fonksiyonlar şöyledir;

$U_i + V_j \leq C_{ij} \quad (i=1, \ldots , m \,;\, j=1 \ldots ,n)$

Modi yönteminin uygulanması için U_i ve V_j değerlerinin bulunması gerekir. Bu değerlerin hesabında dolu gözeler kullanılır. $U_i + V_j$ = dolu gözedeki C_{ij} olması gerekir. Elde edilen denklem sayısı (m+n-1) tane olacaktır. m+n tane bilinmeyen olduğundan U_i veya V_j ‘lerden birine keyfi olarak bir değer verilerek (genellikle sıfır verilir) kalan U_i ve V_j değerleri hesaplanır.

U_i veya V_j değerlerinden dolu gözelerin çok olduğu satır ve sütunda olanına sıfır değeri verilirse hesaplamalarımız daha kolay ilerler.

U_i veya V_j değerleri bulunduktan sonra bu gözelerin gizli maliyetleri şu formül yardımıyla hesaplanır:

$d_{ij} = C_{ij}-(U_i + V_j)$

Bütün d_{ij} değerleri sıfır veya negatifse incelediğimiz çözümün en iyi olduğuna karar verilir.

Boş gözelerden biri veya birkaçının gizli maliyet negatifse çözüm en iyi değildir. Boş gözelerden mutlak değeri büyük olana (gizli maliyetinin mutlak değeri) dağıtım yapılması gerekir. Göze değiştirme yöntemindeki gibi bir evrim oluşturularak yeni dağıtım planı bulunur.

Elde edilen bu yeni çözüm içinde U_i ve V_j değerleri hesaplanarak sırasıyla işlemler yapılır. Bu en iyi çözümü elde edinceye kadar devam eder.

VAM yöntemiyle elde ettiğimiz çözüme bu ez de MODİ yöntemini uygulayarak en iyiliğini araştıralım.

Hesaplanan U_i ve V_j değerleri genellikle en iyiliği kontrol edilen tablonun ilgili satır ve sütunlarına yazılır. Bu gizli maliyetlerin hesaplanmasında kolaylık sağlar.

Fabrikalar	V_1=3 DI	V_2=3 DII	V_3=2 DIII	V_4=5 DIV	Toplam Arz
U_1=0 FI	4	3 25	4	5 15	40
U_2=3 FII	6	8	5 50	8 10	60
U_3=0 FIII	3 5	4	5	5 35	40
U_4=-2 FIV	1 50	2	3	4	50
Toplam Talep	55	25	50	60	190

Dolu Gözeler

F_1D_2: $U_1 + V_2 = C_{12}$; $U_1 + V_2 = 3$

F_1D_4: $U_1 + V_1 = C_{14}$; $U_1 + V_4 = 5$

F_2D_2: $U_2 + V_3 = C_{23}$; $U_2 + V_3 = 5$

F_2D_4: $U_2 + V_4 = C_{24}$; $U_2 + V_4 = 8$

F_3D_1: $U_3 + V_1 = C_{31}$; $U_3 + V_1 = 3$

F_3D_4: $U_3 + V_4 = C_{34}$; $U_3 + V_4 = 5$

F_4D_1: $U_4 + V_1 = C_{41}$; $U_4 + V_1 = 1$

U_1'e sıfır değerini verirsek

$U_1=0$ $\qquad 0+V_2=3 \rightarrow V_2=3$

$\qquad 0+V_4=5 \rightarrow V_4=5$

$V_4=5$ $\qquad U_2+5=9 \rightarrow U_2=3$

$U_2=3$ $\qquad 3+V_3=5 \rightarrow V_3=2$

$V_4=5$ $\qquad U_3+5=5 \rightarrow U_3=0$

$U_3=0$ $\qquad 0+V_1=3 \rightarrow V_1=3$

$U_3=0$ $\qquad 0+V_1=3 \rightarrow V_1=3$

$V_1=0$ $\qquad U_4+3=1 \rightarrow U_4=-2$

Boş gözelerin gizli maliyetleri;

F_1D_1: $d_{11} = C_{11} - (U_1 + V_1) = 4 - (0+3) = 1$

F_1D_3: $d_{13} = C_{13} - (U_1 + V_1) = 4 - (0+2) = 2$

F_2D_1: $d_{21} = C_{12} - (U_2 + V_1) = 6 - (3+3) = 0$

F_2D_2: $d_{22} = C_{22} - (U_2 + V_2) = 8 - (3+3) = 2$

F_3D_2: $d_{32} = C_{32} - (U_3 + V_2) = 4 - (0+3) = 1$

F_3D_3: $d_{33} = C_{33} - (U_3 + V_3) = 5 - (0+2) = 3$

F_4D_2: $d_{42} = C_{42} - (U_4 + V_2) = 2 - (-2+3) = 1$

F_4D_3: $d_{43} = C_{43} - (U_4 + V_3) = 3 - (-2+2) = 3$

F_4D_4: $d_{44} = C_{44} - (U_4 + V_4) = 4 - (-2+5) = 1$

Gizli maliyetlerin hepsi sıfır veya pozitiftir. Bu durumda VAM yöntemi ile elde edilen çözüm en iyidir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

2) Kuzey-batı köşe yöntemine göre çözerek optimallik kontrolünü yapınız.

P_j / D_i	P_1	P_2	P_3	a_i
D_1	4	3	3	45
D_2	6	7	6	60
D_3	4	2	5	60
b_j	50	40	75	165 165

Çözüm:

P_j / D_i	P_1	P_2	P_3	a_i
D_1	4 45	3	3	45
D_2	6 5	7 40	6 15	60
D_3	4	2	5 60	60
b_j	50	40	75	165 165

İlk dağıtıma kuzey batı köşesinden başlamıştır.

$Z_{min} = 45.4 + 6.5 + 7 40 + 6.15 + 60.5 = 880$

$D_1P_1 \rightarrow U_1 + V_1 = 4$ $V_1 = 4$

$D_2P_1 \rightarrow U_2 + V_1 = 6$ $U_2 = 2$

$D_2P_2 \rightarrow U_2 + V_2 = 7$ $V_2 = 5$

$D_2P_3 \rightarrow U_2 + V_3 = 6$ $V_3 = 4$

$D_3P_3 \rightarrow U_3 + V_3 = 5$ $U_3 = 1$

Boş Göze	C_{ij}	-	U_i	-	V_j	=	A	
D_1P_2	3	-	0	-	5	=	-2	
D_1P_3	3	-	0	-	4	=	-1	
D_3P_1	4	-	1	-	4	=	-1	
D_3P_2	2	-	1	-	5	=	-4	---→Mutlak değerce en büyük negatif sayı

P_j / D_i	P_1	P_2	P_3	a_i
D_1	4 / 45	3	3	45
D_2	6 / 5	7 / 40	6 / 15	60
D_3	4	2	5 / 60	60
b_j	50	40	75	165 / 165

$45.4 + 6.5 + 6.55 + 40.2 + 5.20 = Z_{min} = 720$

$D_1P_1 \rightarrow U_1 + V_1 = 4$ $V_1 = 4$

$D_2P_1 \rightarrow U_2 + V_1 = 6$ $U_2 = 2$

$D_2P_3 \rightarrow U_2 + V_3 = 6$ $V_2 = 4$

$D_3P_2 \rightarrow U_3 + V_2 = 2$ $V_3 = 1$

$D_3P_3 \rightarrow U_3 + V_3 = 5$ $U_3 = 1$

Boş V	C_{ij}	-	U_i	-	V_j	=	A
D_1P_2	3	-	0	-	1	=	2
D_1P_3	3	-	0	-	4	=	-1
D_2P_2	7	-	2	-	1	=	4
D_3P_1	4	-	1	-	4	=	-1

P_j D_i	P_1	P_2	P_3	a_i
D_1	4	3	3 45	45
D_2	6 50	7	6 10	60
D_3	4	2 40	5 20	60
b_j	50	40	75	165 165

$7_{min} = 100 + 300 + 135 + 60 + 80 = 675$

$D_1P_3 \rightarrow U_1 + V_3 = 3$ $\qquad$ $V_3 = 3$

$D_2P_1 \rightarrow U_2 + V_1 = 6$ $\qquad$ $U_2 = 3$

$D_2P_3 \rightarrow U_2 + V_3 = 6$ $\qquad$ $V_1 = 3$

$D_3P_2 \rightarrow U_3 + V_2 = 2$ $\qquad$ $U_3 = 2$

$D_3P_3 \rightarrow U_3 + V_3 = 5$ $\qquad$ $V_2 = 0$

Boş V	C_{ij}	-	U_i	-	V_j	=	A
D_1P_1	4	-	0	-	3	=	2
D_1P_2	3	-	0	-	0	=	3
D_2P_2	7	-	3	-	0	=	4
D_3P_1	4	-	2	-	3	=	-1

P_j D_i	P_1	P_2	P_3	a_i
D_1	4	3	3 45	45
D_2	6 30	7	6 30	60
D_3	4 20	2 40	5	60
b_j	50	40	75	165 165

$7_{min} = 42.3 + 30.6 + 30.6 + 4.20 + 2.40 = 655$