

## Jeofizik Müh. Lineer Cebir Final Sınav Soruları

12.06.2015

<b>S. 1)</b>	$2A - B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ ve $3A + 2B = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 14 & -1 \end{bmatrix}$ eşitliklerini sağlayan $A$ ve $B$ matrislerini bulunuz.
<b>S.2)</b>	$\left. \begin{array}{l} x + y + z = -1 \\ 2x + 3y - 3z = 7 \\ -x + y + 2z = -7 \end{array} \right\}$ lineer denklem sisteminin çözüm kümesini <b>artırılmış matris</b> yöntemiyle bulunuz.
<b>S.3)</b>	$\left. \begin{array}{l} x + y + z = -1 \\ 2x + 3y - 3z = 7 \\ -x + y + 2z = -7 \end{array} \right\}$ lineer denklem sisteminin çözüm kümesini <b>Cramer yöntemiyle</b> bulunuz.
<b>S.4)</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ determinantını, ikinci satıra göre <b>Laplace açılımını yaparak</b> , hesaplayınız.
<b>S.5)</b>	$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ matrisinin ek matrisini bulunuz.

**NOT :** Herhangi **dört soru**yu cevaplayınız. Sorular eşit puanlıdır. Süre 60 dakikadır.

Jeofizik Lin Ceb Bütün. (12.06.2015) Çözümleri ①

$$\textcircled{1} \quad \left. \begin{aligned} 2A - B &= \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \\ 3A + 2B &= \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 14 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 4A - 2B &= \begin{bmatrix} 4 & 14 \\ 14 & 8 \end{bmatrix} \\ 3A + 2B &= \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 14 & -1 \end{bmatrix} \\ \hline 7A &= \begin{bmatrix} 14 & 21 \\ 28 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2A - B &= \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} - B = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} = B \Rightarrow \\ \Rightarrow B &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ dir.} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \left. \begin{aligned} x + y + z &= -1 \\ 2x + 3y - 3z &= 7 \\ -x + y + 2z &= -7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [A, B] = \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 & 7 \\ -1 & 1 & 2 & -7 \end{array} \right] \xrightarrow[-2S_1 + S_2]{S_1 + S_3} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 9 \\ 0 & 2 & 3 & -8 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \sim \xrightarrow[-2S_2 + S_3]{2S_2 + S_1} \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 9 \\ 0 & 0 & 13 & -26 \end{array} \right] \Rightarrow \begin{aligned} x + y + z &= -1 \\ y - 5z &= 9 \\ 13z &= -26 \end{aligned} \Rightarrow z = -\frac{26}{13} = -2 \Rightarrow \boxed{z = -2}$$

Bunu ikinci denkleme yerine yazarsak

$$y - 5(-2) = 9 \Rightarrow y + 10 = 9 \Rightarrow \boxed{y = -1}$$

$y = -1$  ve  $z = -2$  değerlerini ilk denkleme yerine yazarsak

$$x + (-1) + (-2) = -1 \Rightarrow x - 3 = -1 \Rightarrow x = 3 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$\begin{matrix} x & y & z \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ (2, -1, -2) \end{matrix}$  sıralı 3-lüsü sistemin tek çözümüdür.

Verilen lineer denklemler sisteminin çözüm kümesi ise

$$C = \{(2, -1, -2)\} \text{ dir.}$$

Jeofizik Lin Ceb Büt (12.06.2015) Çözümleri

(2)

(3)  $\begin{cases} x+y+z=-1 \\ 2x+3y-3z=7 \\ -x+y+2z=-7 \end{cases} \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6+2+3+3+3-4=17-4=13$   
(Sarrus Yöntemi ile)

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & -3 \\ -7 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -6+7+21+21-3-14=49-23=26$   
(Yıldız yöntemi ile)

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 7 & -3 \\ -1 & -7 & -2 \end{vmatrix} = 14-14-3+7-21+4=28-38=-10$

$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 7 \\ -1 & 1 & -7 \end{vmatrix} = -21-2-7-3-7+14=14-40=-26$  slup

$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{26}{13} = 2$  ,  $y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-10}{13} = -1$  ,  $z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -2$  dir.

$(2, -1, -2)$  lineer denklem sistemin tek çözümü (çözüm elemanı) dir.

Çözüm kümesi ise  $\mathcal{C} = \{(2, -1, -2)\}$  dir.

Jeofizik Lin Ceb. Büt (12.06.2015) Çözümleri

3

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + 0 + 0 + 4 \cdot (-1)^{4+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (-1) \cdot (0 - 8 + 3 + 4 - 4 - 0) + 4 \cdot 1 \cdot (3 + 12 - 4 - 18 + 4 - 2) =$$

$$= -2(7 - 12) + 4(19 - 24) = -2 \cdot 5 + 4 \cdot (-5) = -10 - 20 = \underline{\underline{-30}}$$

$$(5) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 - 2 = -2$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -(2 + 4) = -6$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -4, \quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -(2 + 6) = -8$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 12 = -11, \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -(-2 - 8) = 10$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = +(-2 - 0) = -2, \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -(-1 - 6) = -7$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 4 = -4, \quad \text{Ek}(A) = \begin{bmatrix} -2 & -6 & -4 \\ -8 & -11 & 10 \\ -2 & -7 & -4 \end{bmatrix}^t \text{ den}$$

$$\text{Ek}(A) = A^* = \begin{bmatrix} -2 & -8 & -2 \\ -6 & -11 & -7 \\ -4 & 10 & -4 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$