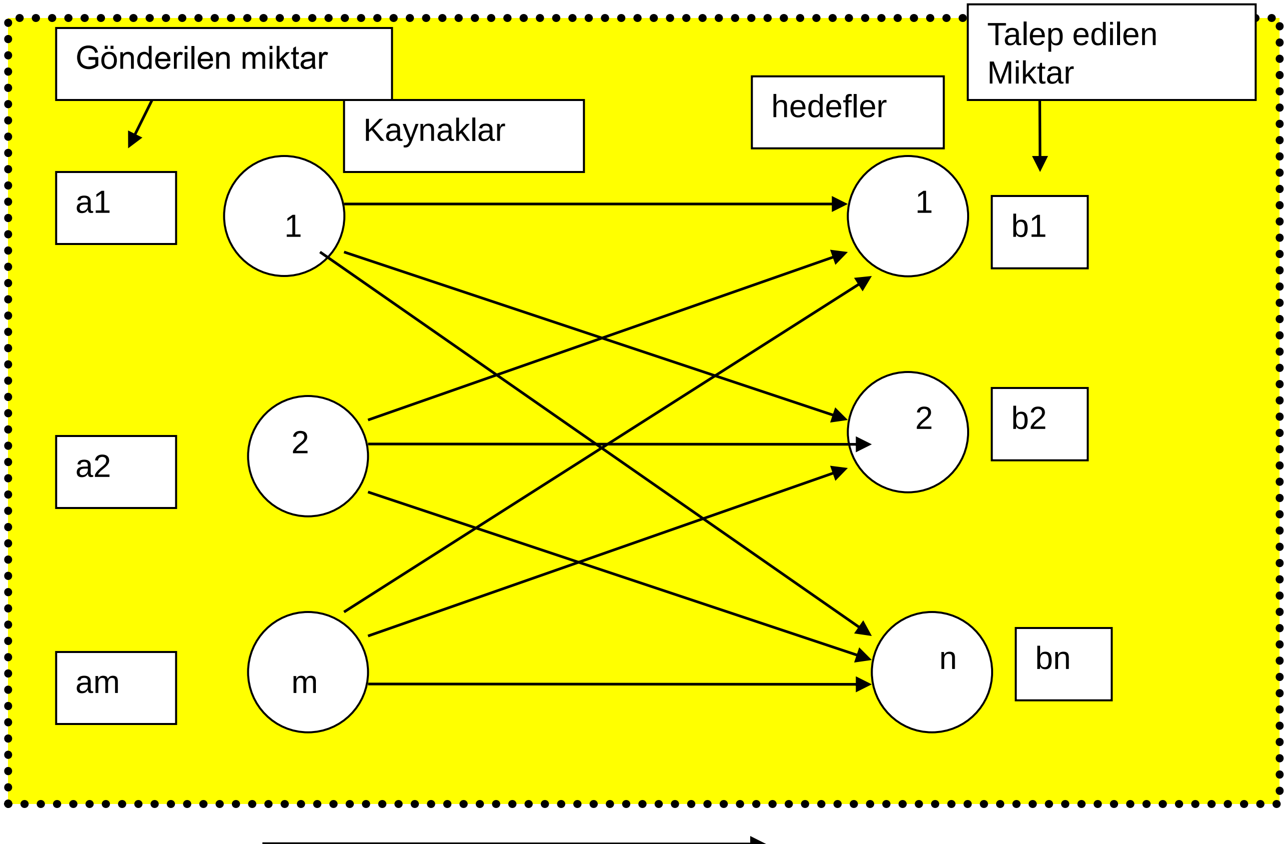
Ulaştırma Problemleri

Ulaştırma modeli, doğrusal programlama probleminin özel bir şeklidir. Bu modelde, malların kaynaklardan (fabrika gibi)hedeflere (depo gibi) taşınmasıyla ilgilenir. Buradaki amaç bir taraftan hedefin talep gereksinimleri ve kaynakların arz miktarlarında denge sağlarken, diğer taraftan da her bir kaynaktan her bir hedefe yapılan taşımaların toplam maliyetini minimum kılacak taşıma miktarının belirlemektedir. Model de, verilen rota üzerindeki taşıma maliyetlerinin aynı rota üzerindeki taşıma miktarlarıyla doğru orantılı olduğu kabul edilmektedir. Ulaştırma modeli, malların bir yerden bir yere taşınmasından başka, stok kontrolü, işgücü programlama, personel atama gibi alanlarda da kullanılabilmektedir.

Ulaştırma Problemleri

Problemin genel hali şekilde verilmiştir. Her biri birer düğüm olarak gösterilen m kaynak ve n hedef vardır. Bağlantılar, kaynaklarla hedefler arasındaki rotaları belirten ifadelerdir. (i, j) bağlantısı, i, kaynağını, j hedefine bağlarken iki tür bilgi içermektedir Cij birim taşıma maliyeti,xij taşıma miktarı. i kaynağının arz miktarı ai, j hedefinin talep ettiği miktar da bj olsun. Modelin amacı, tüm arz ve talep kısıtlarını sağlayan, ayrıca toplam taşıma maliyetlerini minimum kılan xij bilinmeyen miktarlarını belirlemektir.



Ulaştırma Problemleri

Örnek

MG otomotivin Edirne İzmir, Bursa da üç fabrikası ve biri Malatyada biri Diyarbakır da olmak üzere iki ana dağıtım deposu vardır. Önümüzdeki üç aylık dönemde fabrikaların kapasiteleri Edirne için 1000, İzmir için 1500 Bursa içinde 1200 araba olarak belirlenmiştir. İki ana dağıtım merkezinin aynı üç aylık dönem için talepleri ise, Malatya da 2300, Diyarbakır da 1400 arabadır. Fabrikalarla ana depolar arasındaki uzaklıklar Tablo 1'de verilmektedir.

TABLO1	MALATYA	DİYARBAKIR
EDİRNE	1000	2690
İZMİR	1250	1350
BURSA	1275	850

Arabaları taşıyan nakliye şirketi her araba için km başına 0.08 Pb almaktadır. Araba başına taşıma maliyetleri farklı güzergâhlar içine en yakın tamsayıya yuvarlanarak Tablo 2 verilmiştir

TABLO2	MALATYA	DİYARBAKIR
EDİRNE	80 x_{11}	215 x_{12}
İZMİR	100 x_{21}	108 x_{22}
BURSA	102 x_{31}	68 x_{32}

Ulaştırma Problemleri

Problemin doğrusal programlama modeli ise aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\min .z = 80x_{11} + 215x_{12} + 100x_{21} + 108x_{22} + 102x_{31} + 68x_{32}$$

$$x_{11} + x_{12} = 1000.................(E$$

$$..............X_{21} + X_{22} = 1500.............(\dot{I}$$

$$....................+ X_{31} + X_{32} = 1200........(B$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + = 2300.................(M$$

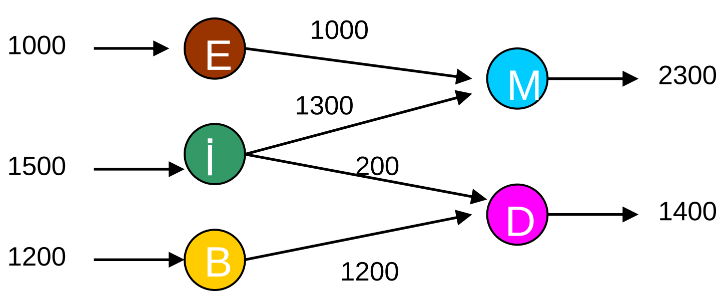
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 1400....................(D$$

$$X_{ij} >= 0......., \dot{I} = 1,2,3...J = 1,2$$

üç kaynaktan yapılan arzın (1000+1500+1200=3700 araba) iki deponun talebine (2300+1400=3700 araba) eşit olması nedeniyle kısıtların tümü eşitlik halindedir.

Doğrusal programlama modeli simpleks yöntemle çözülebilmektedir. Bununla birlikte, kısıtların özel yapısı, problemi çözerken daha kullanışlı olan ulaştırma tablosunun kullanılmasına olanak sağlar

Optimum çözüm (TORA ile belirlenen) şekilde özetlenmiştir. Buna göre. Edirne den Malatya ya 1000, İzmir den Malatyaya 1300 İzmir den Diyarbakıra 200 ve Bursa'dan Diyarbakıra 1200 araba gönderilmektedir. bu durumda minimum ulaştırma maliyeti 313200 Pb olacaktır.



Ulaştırma Problemleri

Güneş yolu taşımacılık şirket üç silodan dört işleme merkezine kamyonlarla hububat taşımaktadır. Arz ve talep miktarları (kamyon sayısı cinsinden) eşit olup, farklı rotalardaki kamyon başına ulaştırma maliyetleriyle birlikte ulaştırma modeli olarak tabloda gösterilmiştir. C birim başına maliyetleri her kutunun kuzeydoğusunda yer almaktadır

İŞLEME MERKEZLERİ

SİLO

	1	**2**	**3**	**4**	**ARZ**
1	10 x_{11}	2 x_{12}	20 X_{13}	11 X_{14}	**15**
2	12 x_{21}	7 x_{22}	9 x_{23}	20 X_{24}	**25**
3	4 x_{31}	14 x_{32}	16 x_{33}	18 x_{34}	**10**
TALEP	**5**	**15**	**15**	**15**	

Modelin amacı, silolarla işlem merkezleri arasındaki taşıma maliyetlerini minimum kılan taşıma programını belirlemektir. Bu, i silosundan j işleme merkezine (i=1.2.3; j=1.2.3.4) taşınan Xij miktarını belirlemekle eşdeğerdir.

Ulaştırma Problemleri-Kuzeybatı Köşesi Yöntemi

Kuzeybatı Köşesi yöntemi; yöntem tablonun x_{11} değişkeninin yer aldığı kuzeybatıdaki hücrede (kutuda) başlar.

- Adım 1: seçilen kutuya mümkün olduğunca fazla atama yap ve ardından bu atanan miktarı arz ve talep miktarlarından çıkararak gerekli düzenlemeleri yap.
- Adım 2: ileride tekrar atama yapılmasını engellemek için çıkarma sonucu sıfır arz ya da talebe ulaşan satır ya da sütunu iptal et. Hem satır hem de sütun aynı anda sıfıra gelmişse birini seç ve iptal edilmeyen satır (sütun) daki sıfır arzı (talebi) dikkate alma (terk et)
- Adım 3: iptal edilemeyen sadece bir satır ya da sütun kalınlığında dur. Aksi halde bir önceki işlemde sütun iptal edilmişse sağ kutuya, satır iptal edilmişse bir aşağıda ki kutuya geç. Adım 1 e git

Ulaştırma Problemleri-Kuzeybatı Köşesi Yöntemi

Örnek

Güneşyolu Taşımacılık modeli için bu prosedürün uygulanması tablodaki başlangıç temel çözümünü verecektir. Oklar dağıtım sırasını gösterirken, dağıtılan miktarlar da daire içine alınmıştır.

	1	2	3	4	ARZ
1	10 5	2 10	20	11	15
2	12	7 5	9 15	20 5	25
3	4	14	16	18 10	10
TALEP	5	15	15	15	

Bu programın maliyeti

Z=5*10+10*2+5*7+15*9+5*20+10*18=520 Pb olacaktır

Ulaştırma Problemleri-En Düşük Maliyetler Yöntemi

En düşük maliyetler yöntemi, en ucuz rota üzerine yoğunlaştığından daha iyi bir başlangıç yöntemi bulmaktadır. Kuzeybatı köşesi yönteminde olduğu gibi kuzeybatı kutusuyla başlamak yerine en düşük birim maliyetli kutuya mümkün olduğunca fazla atama yapmak suretiyle başlangıç çözümü oluşturmaya başlanır. (eşitlik durumunda rasgele bir atama yapılır) daha sonra arz ve talep miktarları ayarlanır ve yapacağı atama tamamlanan satır ya da sütun iptal edilir. Eğer aynı anda satır ve sütun iptali gerekirse, kuzeybatı köşesi yönteminde olduğu gibi bunlardan sadece biri iptal edilir. Ardından, iptal edilmemiş kutular içinden en düşük maliyetlisi bulunur ve süreç bu şekilde iptal edilmeyen bir satır ya da sütun kalıncaya kadar tekrarlanır.

Örneğimize bu kez en düşük maliyetler yöntemini aşağıdaki gibi uygulayalım:
(1,2) kutusu, 2 Pb ile tabloda ki en düşük maliyetli kutudur. Bu kutuda kesişen 1. satır ile 2. sütundaki arz ve talep miktarları aynı olduğundan X_{12}=15 ataması yapılır ve ardından keyfi olarak (eşitlik olduğu için) 2. sütun iptal edilir. 1. satırdaki arz miktarına 0 yazılır.
2. sütunun kapatılmasından sonra geriye kalan kutular içinden en düşük maliyetlisi (3.1) kutusudur. Buraya X_{31} =5 ataması yapılarak 1. sütun iptal edilir çünkü 1.sütunun talebi karşılanmıştır. 3. satırın arzı 10–5=5 olarak ayarlanır.
Aynı şekilde devam edilerek (2,3) kutusuna 15, (1,4) kutusuna 0, (3,4) kutusuna 5, (2,4) kutusuna da 10 ataması yapılır (doğrulayın)

Ulaştırma Problemleri-En Düşük Maliyetler Yöntemi

	1	2	3	4	ARZ
1	10	2 **15**	20	11 **0**	**15**
2	12	7	9 **15**	20 **10**	**25**
3	4 **5**	14	16	18 **5**	**10**
TALEP	**5**	**15**	**15**	**15**	

Z=15*2+0*11+15*9+10*20+5*4+5*18 =475 Pb

Ulaştırma Problemleri-Vogel Yaklaşım Yöntemi

Vogel yaklaşım yöntemi (VAM), Vam, en düşük maliyetler yönteminin geliştirilmişi olup genelde en iyi başlangıç çözümünü vermektedir.

Adım 1: pozitif arzlı talepli her satır için satırdaki (sütundaki) en küçük birim maliyeti aynı satırın (sütunun) ikinci en küçük birim maliyetinden çıkararak bir ceza ölçüsü belirle.

Adım 2. En büyük cezaya sahip satır ya da sütunu sapta, eşitlik halinde rasgele seçim yapılabilir. Bu satır ya da sütundaki en düşük maliyetli kutuya mümkün olduğunca fazla miktarda atama yap. Kalan arz ve talepleri hesapla ve sıfırlanan satır ya da sütunu iptal et. Aynı anda sıfırlanan satır yada sütunlar varsa, sadece birini iptal ederek kalan satıra (sütuna) sıfır miktarda arz (talep) ata

Adım 3:

a) iptal edilmemiş arz ya da talebe sahip tam bir satır (sütun) kalmışsa dur

b) iptal edilmemiş pozitif arzlı (talepli) bir satır kalmışsa en düşük maliyetler yöntemiyle satırdaki temel değişkenleri belirle ve dur

c) iptal edilmemiş t satır ve sütunların tümü sıfır arz ve talebe sahipse en düşük maliyeler yöntemiyle sıfır temel değişkenleri belirle ve dur

d) aksi halde 1 e git

Ulaştırma Problemleri-Vogel Yaklaşım Yöntemi

Örneğimize bu kez VAM yöntemini uygulayalım. Tabloda ilk ceza grubunun hesaplanmasını göstermektedir

	1	2	3	4	ARZ
1	10 x_{11}	2 x_{12}	20 X_{13}	11 X_{14}	**15**
2	12 x_{21}	7 x_{22}	9 x_{23}	20 X_{24}	**25**
3	4 x_{31}	14 x_{32}	16 x_{33}	18 x_{34}	**10**
TALEP	**5**	**15**	**15**	**15**	

Satır cezaları

10-2=8

9-7=2

14-4=10

Sütun cezaları

10-4=6 7-2=5 16-9=7 18-11=7

Ulaştırma Problemleri-Vogel Yaklaşım Yöntemi

En yüksek ceza değeri 10 ile 3. satırda olup, bu satırda ki en düşük maliyetli kutu ise 4Pb ile (3,1) kutusudur. Bu kutuya 5 birim atanır. Bu durumda 1. sütunda karşılanacak talep kalmadığından bu sütun iptal edilir ve cezalar yeniden belirlenir

En yüksek ceza şimdi 1. satırdadır dolayısıyla bu satırdaki en düşük ulaştırma maliyetine (=2) sahip olan kutu (1,2) ye olabildiğince yüksek miktarda atama yapılır. (1,2) kutusuna yapılan X12=15 lik atama sonunda hem 1. satır hem de 2. sütun sıfırlanmış olur. Burada keyfi olarak 2. sütuna iptal edilir ve 1. satırda ki arz 0 olarak yazılır.

Aynı şekilde devam edildiğinde, en yüksek cezaya 2. satır (=11) sahip olacağından X23=15 ataması gerçekleştirilir. Böylelikle 3. sütun da iptal edilir ve 2. satırda da 10 birim kalır. Artık sadece 4. sütun kalmıştır ve 15 birimlik pozitif bir arza sahiptir. en düşük maliyetler yöntemi uygulandığında, önce X14=0 ardından da X34 =5 ve X24 = 10 ataması yapılır (doğrulayın) bu çözüm için amaç fonksiyonu değeri

	1	**2**	**3**	**4**	**ARZ**
1	10 x_{11}	2 15	20 X_{13}	11 0	**15**
2	12 x_{21}	7 x_{22}	9 15	20 10	**25**
3	4 5	14 x_{32}	16 x_{33}	18 5	**10**
TALEP	**5**	**15**	**15**	**15**	

Z=15*2+0*11+15*9+10*20+5*4+5*18=475 Pb

Olarak belirlenir bu sonuç en düşük maliyetle yöntemiyle aynı amaç değerini vermiştir. Bununla birlikte genelde VAM ın ulaştırma modelleri için en iyi başlangıç çözümünü vermesi beklenir

Kaynaklar

Yöneylem Araştırması, Hamdy A. Taha, Çeviri:Ş.Alp Baray, Şakir Esnaf, Literatür Yayıncılık, 2000.
Yöneylem Araştırması ve Teknikleri, İbrahim Doğan, Bilim Teknik Kitabevi,1994.
“Applied Combinatorics”, Alan Tucker, John Wiley&Sons Inc, 1994.
“Applications of Discrete Mathematics”, John G. Michaels, Kenneth H. Rosen, McGraw-Hill International Edition, 1991.
“Discrete Mathematics”, Paul F. Dierker and William L.Voxman, Harcourt Brace Jovanovich International Edition, 1986.
“Discrete Mathematic and Its Applications”, Kenneth H. Rosen, McGraw-Hill International Editions, 5th Edition, 1999.
“Discrete Mathematics”, Richard Johnson Baugh, Prentice Hall, Fifth Edition, 2001.
“Discrete Mathematics with Graph Theory” , Edgar G. Goodaire, Michael M. Parmenter, Prentice Hall, 2nd Edition, 2001.
“Discrete Mathematics Using a Computer”, Cordelia Hall and John O’Donnell, Springer, 2000.
“Discrete Mathematics with Combinatorics”, James A. Anderson, Prentice Hall, 2000.
“Discrete and Combinatorial Mathematics”, Ralph P. Grimaldi, Addison-Wesley, 1998.
“Discrete Mathematics”, John A. Dossey, Albert D. Otto, Lawrence E. Spence, C. Vanden Eynden, Pearson Addison Wesley; 4th edition 2001.
“Essence of Discrete Mathematics”, Neville Dean, Prentice Hall PTR, 1st Edition, 1996.
“Mathematics:A Discrete Introduction”, Edvard R. Schneiderman, Brooks Cole; 1st edition, 2000.
“Mathematics for Computer Science”, A.Arnold and I.Guessarian, Prentice Hall, 1996.
“Theory and Problems of Discrete Mathematics”, Seymour Lipschuts, Marc. L. Lipson, Shaum’s Outline Series, McGraw-Hill Book Company, 1997.
“2000 Solved Problems in Discrete Mathematics”, Seymour Lipschuts, McGraw- Hill Trade, 1991.