ii) $F(x) = Ae^{mx}$ ise

$y_p = Be^{mx}$ olarak seçilmelidir. Eğer karakteristik denklemin k-tane kökü m ise

$y_p = Bx^k e^{mx}$ olarak seçilmelidir.

---

iii) $F(x) = A_1 \sin(\alpha x + \beta)$, $B_1 \cos(\alpha x + \beta)$ veya $A_1 \sin(\alpha x + \beta) + B_1 \cos(\alpha x + \beta)$ ise

$y_p = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x$ olarak seçilmelidir.

Eğer karakteristik denklemin k-tane kökü sanal kısmı $i\alpha$ ise

$y_p = x^k (A \cos \alpha x + B \sin \alpha x)$ olarak seçilmelidir.

---

iv) $F(x) = e^{mx} P_n(x)$ ise

$$y_p = e^{mx} Q_n(x)$$ olarak seçilmelidir.

Karakteristik denklemin k-tane kökü m ise

$$y_p = x^k e^{mx} Q_n(x)$$ olarak seçilmelidir.

v) $F(x) = e^{mx} \sin(\alpha x + \beta)$, $e^{mx} \cos(\alpha x + \beta)$

veya

$$e^{mx} [\sin(\alpha x + \beta) + \cos(\alpha x + \beta)]$$

ise

$$y_p = e^{mx} [A \cos \alpha x + B \sin \alpha x]$$

olarak seçilmelidir. Eğer karakteristik denklemin k-tane kökü $m \mp i\alpha$ şeklinde ise

$$y_p = x^k e^{mx} [A \cos \alpha x + B \sin \alpha x]$$

olarak seçilmelidir.

vi) $F(x) = P_n(x) \sin(\alpha x+\beta)$, $P_n(x) \cos(\alpha x+\beta)$

$P_n(x) \left[\cos(\alpha x+\beta) + \sin(\alpha x+\beta) \right]$ ise

$y_p = Q_n(x) \cos\alpha x + R_n(x) \sin\alpha x$ olarak

secilmelidir. Eger karakteristik denklemin k-tane kökü $\mp i\alpha$ seklinde

$y_p = x^k \left[Q_n(x) \cos\alpha x + R_n(x) \sin\alpha x \right]$ olarak

secilmelidir.

---

vii) $F(x) = P_n(x) e^{mx} \cos(\alpha x+\beta)$, ---

ise

$y_p = Q_n(x) e^{mx} \cos\alpha x + R_n(x) e^{mx} \sin\alpha x$

olarak k-tane kök $m \mp i\alpha$ seklinde ise

$y_p = x^k e^{mx} \left[Q_n(x) \cos\alpha x + R_n(x) \sin\alpha x \right]$

seklinde secilmelidir.

Eğer $F(x)$, yukarıdaki ifadelerin toplamı şeklinde ise bu durumda y_p de bu seçimlerin toplamı şeklinde olmalıdır.

Ör $y'' + y = e^x$ denk genel çöz. bulunuz

$r^2 + 1 = 0 \qquad r = \mp i$

$y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$

$y_p = A e^x$ olarak seçilmelidir.

$y_p' = A e^x \qquad y_p'' = A e^x$

$2 A e^x = e^x \Rightarrow \quad 2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

$y_p = \frac{1}{2} e^x$ olup

$y_g = y_h + y_p$

$$\boxed{y_g = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} e^x}$$

Ör $y'' - 2y' + y = 3\sin x$ denk genel çöz. bulun

$r^2 - 2r + 1 = 0 \Rightarrow (r-1)^2 = 0 \quad r_1 = r_2 = 1$

$y_h = C_1 e^x + C_2 x e^x$

$y_p = A\sin x + B\cos x$

$y_p' = A\cos x - B\sin x \quad , \quad y_p'' = -A\sin x - B\cos x$

denklemde yerlerine yazılırlarsa

$-A\sin x - B\cos x - 2A\cos x + 2B\sin x + A\sin x + B\cos x = 3\sin x$

olup $\quad A = 0 \quad B = \frac{3}{2}$ olarak bulunur.

Buradan $\quad y_p = \frac{3}{2}\cos x$ olacaktır

$y_g = y_h + y_p$

$$\boxed{\Rightarrow y_g = C_1 e^x + C_2 x e^x + \frac{3}{2}\cos x}$$

Ör $y'' + y = \sin x$ denk genel çöz bulunuz

$r^2 + 1 = 0 \Rightarrow r = \mp i$

$y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$

$y_p = A \sin x + B \cos x$ olarak seçilirse y_h ile çakışır. Bu nedenle "x" ile çarparsak

$y_p = x(A \sin x + B \cos x)$ olarak seçilmelidir.

Ör $y'' - y' - 2y = e^{-x} \sin x$

$y_p = ?$

$r^2 - r - 2 = 0 \Rightarrow r_1 = 2 \quad r_2 = -1$ olup

$y_h = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$ elde edilir

$y_p = e^{-x}[A \sin x + B \cos x]$ olarak seçilirse

$A = -\frac{1}{10} \quad B = \frac{3}{10}$ olarak elde edilir

---

Ör $y''+y'-6y=\sin x + xe^{2x}$ $\quad y_g=?$

$r^2+r-6=0 \Rightarrow r_1=-3, \; r_2=2$

$y_h=c_1e^{-3x}+c_2e^{2x}$

$y_p=A\sin x+B\cos x+xe^{2x}(Cx+D)$ olarak seçilmelidir.

Kökler içinde bir tane "2" var.

Sonrasında türevler alınıp denklemde yerlerine yazılırsa

$A=-\frac{7}{50}$, $B=-\frac{1}{50}$, $C=\frac{1}{10}$, $D=-\frac{1}{25}$

olarak bulunur

Ör $y''+6y'+13y=xe^{-3x}\sin 2x + x^2e^{-2x}\sin 3x$

$y_p=?$ (Sadece nasıl seçilmesi gerektiğini belirtiniz. Katsayıları bulmaya çalışmayınız.)

$$r^2 + 6r + 13 = 0$$

$$r = -3 \mp 2i$$

$$y_h = e^{-3x}\left[c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x\right]$$

$$y_p = x e^{-3x}\left[(Ax+B)\sin 2x + (Cx+D)\cos 2x\right] +$$

$$+ e^{-2x}\left[(Ex^2+Fx+G)\sin 3x + (Hx^2+Ix+J)\cos 3x\right]$$

$-3 \mp 2i$ kökünden dolayı

Ör $y'' - 2y' - 3y = 2e^x - 10\sin x$

Ör $y'' + 2y' + 5y = 6\sin 2x + 7\cos 2x$
