Résumé de LELEC1370

compilation du 14 avril 2023

Thomas Debelle

Juin 2023

Table des matières

Préface

Bonjour à toi !

Cette synthèse recueille toutes les informations importantes données au cours, pendant les séances de tp et est améliorée grâce au note du Syllabus. Elle ne remplace pas le cours donc écoutez bien les conseils et potentielles astuces que les professeurs peuvent vous donner. Notre synthèse est plus une aide qui, on l'espère, vous sera à toutes et tous utile.

Elle a été réalisée par toutes les personnes que tu vois mentionnées. Si jamais cette synthèse a une faute, manque de précision, typo ou n'est pas à jour par rapport à la matière actuelle ou bien que tu veux simplement contribuer en y apportant tes connaissances ? Rien de plus simple ! Améliore la en te rendant ici où tu trouveras toutes les infos pour mettre ce document à jour. (*en plus tu auras ton nom en gros ici et sur la page du github*)

Nous espérons que cette synthèse te sera utile d'une quelconque manière ! Bonne lecture et bonne étude.

Chapitre 1

Cours 1

1.1 Les bases

Tout d'abord, il existe 2 types de courant appelé **Direct Current** ou DC et **Alternating Current** ou AC. Le courant direct est continu tandis que le courant AC varie dans le temps comme montré ci-contre.

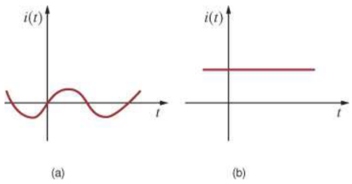


FIGURE 1.1 – Gauche : courant AC   Droite : courant DC

La tension vaut la variation d'énergie selon la charge ou autrement dit :

$$v = \frac{dw}{dq} \tag{1.1}$$

La puissance vaut la tension par le courant ou :

$$p = vi = \frac{dw}{dq}\frac{dq}{dt} \tag{1.2}$$

Finalement, l'énergie est une différence de puissance en fonction du temps :

$$\Delta w = \int_{t_1}^{t_2} pdt = \int_{t_1}^{t_2} vidt \tag{1.3}$$

Quelques conventions :
- Source de tension nulle = court circuit
- Source de courant nulle = circuit ouvert
- Le sens du courant "rentre" dans la borne + d'un générateur de tension.

Puissance dissipée

Pour connaitre la puissance dissipée dans une résistance, on utilise d'abord la formule fondamentale d'une résistance :

$$v(t) = Ri(t) \tag{1.4}$$

Ainsi, en utilisant 1.2 on trouve :

$$p(t) = vi(t) = \frac{v^2(t)}{R} = Ri^2(t) \tag{1.5}$$

Loi des noeuds de Kirchoff

La somme des courants dans un noeud a pour résultat 0. Autrement dit, tout courant qui apparait, disparait quelque part.

Loi des mailles de Kirchoff

Dans un circuit électrique, on peut dessiner des *mailles* ou des sortes de carrés. En tournant dans un sens, on fait la somme des tensions (*faire attention au sens des tensions*) on doit obtenir une somme nulle.

Sources multiples - Diviseur de tension

On peut simplifier un circuit et sommer des sources de tension en additionnant leur tension. On utilise également la règle des diviseurs de tension pour les résistances :

$$\begin{cases} \| \rightarrow R_{new} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\ \text{série} \rightarrow R_{new} = R_1 + R_2 \end{cases} \tag{1.6}$$

Mise en parallèle et sources multiples

Les sources de *courant* en parallèle peuvent être sommé pour les simplifier et n'en avoir qu'une seule source de courant. Pour les sources de *tension*, on les additionne quand elles sont en série.

Équivalent Thévenin Norton

On peut simplifier une alimentation d'un circuit via les circuits de Thévenin et Norton. Thévenin est composé d'une source de tension et d'une résistance en série tandis que Norton a une source de courant et une résistance en parallèle.
Les choses importantes à noter sont :

$$\begin{cases} R_{Th} = R_{No} \\ I_{sc} = \frac{V_R}{R_{Th}} \\ v_{oc} = R_{Th} i_{sc} \end{cases} \tag{1.7}$$

FIGURE 1.2 – Illustration du passage de Thévenin à Norton

Pour trouver la résistance R_{Th} on met en *court-circuit* les générateurs de tensions et en *circuit ouvert* les générateurs de courant. Ensuite, on enlève la résistance ou la partie de circuit qu'on veut garder après la transformation. On regarde à ses bornes les *résistances* et on trouve donc *l'équivalent des résistances*. On peut faire cela uniquement avec des générateurs **non commandés**.

Pour trouver le *courant de Norton* et la *tension de Thévenin* (on est **obligé** de passer par cette étape en premier avec des *sources commandées*). Pour *Thévenin* on met notre résistance en *circuit ouvert* et on trouve le voltage à ses bornes.
Pour *Norton* on met notre résistance en *court-circuit* et on trouve le courant circulant dans ce fil.

Conseil Norton Thévenin

Lorsqu'on travaille avec des courants, on utilise la loi des *noeuds* et une fois qu'on a toutes les équations, on utilise la loi des *mailles* qui permet d'utiliser nos courants et tout simplifier.

Dualité étoiles-triangle

Dans un circuit électrique, on peut faire face à des arrangements de résistances en *triangle* qui sont compliqués à transformer en *résistance équivalente*.

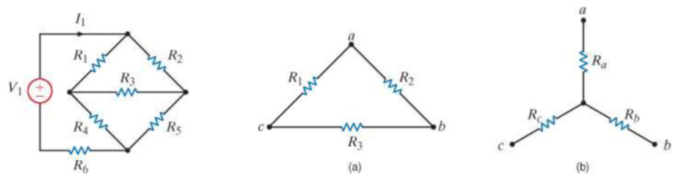


FIGURE 1.3 – Passage d'une forme de triangle à une forme d'étoiles

Les équations sont pour passer de **triangles à étoiles** :

$$R_c = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad R_b = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Et pour convertir d'**étoiles à triangles** :

$$R_1 = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_C}{R_b} \qquad R_2 = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_C}{R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_C}{R_a}$$

Chapitre 2

Cours 2

2.1 Suite des bases

Thévenin avec sources dépendantes

Pour trouver R_{Th} on va rajouter au borne connectant l'autre circuit une source de tension. Puis on détermine les tensions à borne ouverte et le courant en *court-circuit*.

Transfert maximal de puissance

Pour trouver la puissance maximale dans une résistance, on peut faire varier le courant et donc le voltage. Ici, on a réalisé un diviseur résistif très simple pour démontrer la formule de puissance de résistance donné par 1.5, on obtient donc ceci dans notre circuit :

$$\frac{\partial}{\partial R_2}\left(\frac{V^2 R_2}{(R_1+R_2)^2}\right) = 0 \tag{2.1}$$

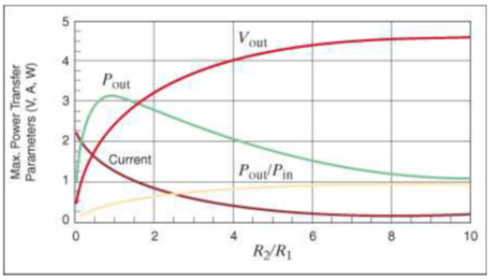


FIGURE 2.1 – Graphique montrant l'évolution de la puissance dans une résistance

Le quadripole à 2 accès

Le quadripole à 2 accès se reposent sur 2 principes, il faut qu'il n'y ait aucune source indépendante interne → donc passif. Il faut également n'avoir que 2 accès, c'est à dire que la somme des entrées est nulle. Pour simplifier, il faut qu'on ait une entrée et sortie comprenant le même courant (voir schéma ci-contre). Le but de cette représentation est une simplification de circuit. De plus, même si ce circuit n'est pas linéaire, on fait des petites variations autour d'une va-

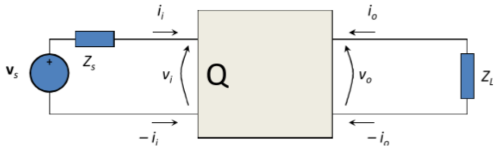


FIGURE 2.2 – Schéma classique d'un quadripole à 2 accès

leur rendant approximativement le circuit linéaire.

Ce type de quadripole peut être réalisé de 4 manières différentes détaillées ci-dessus.

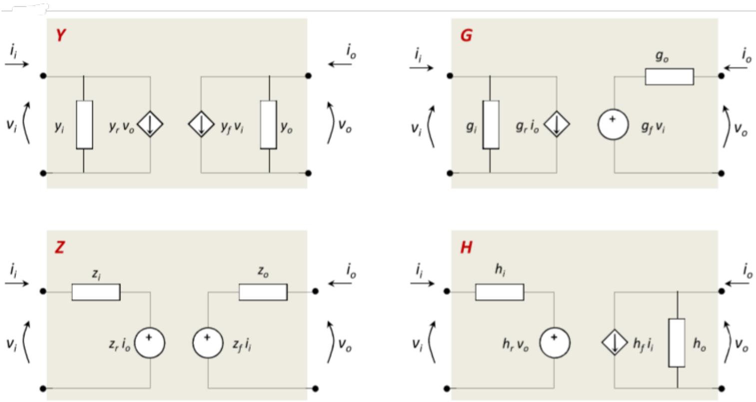


FIGURE 2.3 – Les 4 types de quadripoles

On peut facilement représenter ces différents systèmes via des matrices détaillant le système voir 4.5.

2.1.1 L'amplificateur opérationnelle

L'amplificateur opérationnelle ou *ampli op* est un composant qu'on retrouve abondamment en électronique.

Montage inverseur

$$\frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1} \tag{2.2}$$

Chapitre 3

Signaux sinusoïdales et phaseurs

3.1 Circuits en régime sinusoïdal

3.1.1 Circuit RC : rappel

Dans cette partie, on s'intéressera surtout au circuit **RC**, il est donc bon de rappeler différentes formules :

$$I_C(t) = C\frac{dV_C(t)}{dt} \tag{3.1}$$

$$V_R(t) = RI(t) \tag{3.2}$$

$$RC\frac{dV_C(t)}{dt} = -(V_C(t) - V_S(t)) \tag{3.3}$$

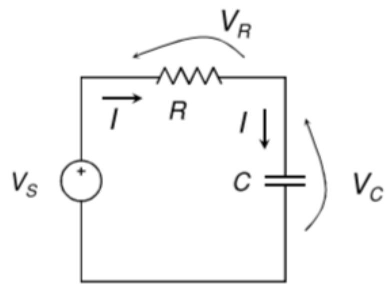


FIGURE 3.1 – Circuit RC en régime sinusoïdal

Il est à noter que l'équation 3.3 est une équation propre au circuit de la figure 3.1.1. Il est bon de remarquer que *maintenant*, les courants et tension sont *dépendantes du temps*. La *constante de temps* est $\tau = RC$ et apparait dans la résolution de *l'équation différentielle*.

3.1.2 Circuit LC

Voici les formules pou les circuits LC. (*note* : on dirait que notre source de courant est une source de courant *commandé* mais c'est bien une source de courant **non-commandé**)

$$V_L(t) = L\frac{dI_L(t)}{dt} \tag{3.4}$$

$$V_L(t) = GI_G(t) \tag{3.5}$$

$$GL\frac{dI_L(t)}{dt} = -(I_L(t) - I_S(t)) \tag{3.6}$$

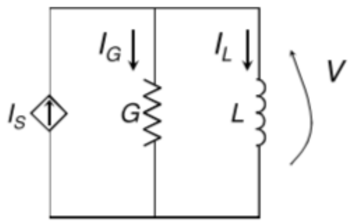


FIGURE 3.2 – Circuit LC en régime sinusoïdal

Il est à noter que l'équation 3.6 est une équation propre au circuit de la figure 3.1.2. La *constante de temps* est $\tau = GL$

3.1.3 Régime sinusoïdal

Quelques notions à bien comprendre :

- La phase est établi par l'observateur car c'est lui qui définit "*le début de la sinusoïdale*"
- Un cosinus est un sinus *déphasé* de $\frac{\pi}{2}$

Analyse circuit RC

Si on a une source de courant sinusoïdale :

$$V_s(t) = V_p cos(\omega t) \tag{3.7}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \tag{3.8}$$

$$\frac{1}{\omega_0}\frac{dV_c(t)}{dt} + V_c(t) = V_p cos(\omega t) \tag{3.9}$$

L'équation 3.9 correspond à l'équation différentielle et à pour solution :

$$\begin{cases} V_C(0) = 0 \\ V_C(t) = \frac{V_p}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}\left[-cos(\varphi)e^{-\frac{t}{\tau}} + cos(\omega t + \varphi)\right] \end{cases} \tag{3.10}$$

L'équation 3.10 nous indique plusieurs choses :

1. La partie en bleu nous montre une atténuation du signal.
2. La partie en brun nous montre une partie *transitoire* dû à la capacité qui se charge doucement avant d'arriver à un état stable.
3. La partie en vert est le *déphasage* du signal qui est créé par le caractère "*dérivateur*" d'une capacité

3.1.4 Les Phaseurs

On utilise des **phaseurs** pour des circuits :

- *linéaires*
- ne possédant *qu'une source indépendante*
- on a une source de fréquence $\omega/2\pi$
- le circuit est *en régime*

Donc tous les autres *courants dépendants* ont

- une *forme* ressemblant à la source

— la *même fréquence*
— une *amplitude différente*
— une *phase différente*

Seulement si cela est respecté, alors on peut utiliser les **phaseurs** :

$$\mathbf{V} = V_M e^{j\psi_V} \tag{3.11}$$
$$\mathbf{I} = I_M e^{j\psi_I} \tag{3.12}$$

En électricité, on représente le nombre complexe par j. ψ représente les phases.
L'utilisation des *phaseurs* vient de l'idée de la *formule d'Euler* où quand on ajoute une partie imaginaire, cela n'affecte pas la partie *réelle*. Donc on peut faire ceci :

$$\begin{cases} Acos(\omega t + \varphi) \rightarrow Acos(\omega t + \varphi) + jAsin(\omega t + \varphi) & -\frac{\pi}{2} \geq \varphi \geq \frac{\pi}{2} \\ Acos(\omega t + \varphi) \rightarrow [Ae^{j\varphi}]e^{j\omega t} \end{cases} \tag{3.13}$$

Ici, la deuxième équation utilise des *phaseurs* (mis entre parenthèses, l'utilisation de phaseurs va simplifier notre notation surtout en dérivée et intégrale :

$$\frac{d}{dt}[Ae^{j\varphi}]e^{j\omega t} = [j\omega Ae^{j\varphi}]e^{j\omega t} \tag{3.14}$$
$$\int [Ae^{j\varphi}]e^{j\omega t} = [\frac{1}{j\omega}Ae^{j\varphi}]e^{j\omega t} \tag{3.15}$$

Il est important de se rappeler que lorsqu'on travaille en *complexe*, multiplier par j reviens à faire une rotation *anti-horlogé* de $\frac{\pi}{2}$.

3.1.5 Analyse de circuits

Passer en phaseur est un opération **linéaire** donc toutes les lois de *Kirchoff* et théorèmes de la *théorie des circuits* restent **valables**.

Élément	Résistance	Inductance	Capacité
Paramètre $\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}}$	$\mathbf{Z} = R$ $\mathbf{Y} = \frac{1}{R}$	$\mathbf{Z} = j\omega L$ $\mathbf{Y} = \frac{1}{j\omega L}$	$\mathbf{Z} = \frac{1}{j\omega C}$ $\mathbf{Y} = j\omega C$
Équation constitutive	$V = \mathbf{Z}I$ $I = \mathbf{Y}V$	$V = \mathbf{Z}I$ $I = \mathbf{Y}V$	$V = \mathbf{Z}I$ $I = \mathbf{Y}V$

Pour des **dipôles** :

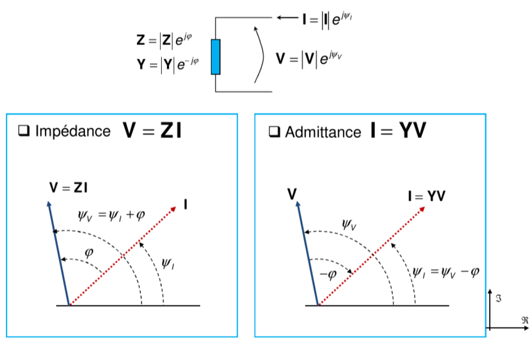
Impédance d'un dipôle	**Admittance** d'un dipôle
$\mathbf{V} = \mathbf{ZI}$	$\mathbf{I} = \mathbf{YV}$
$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{\lvert\mathbf{V}\rvert}{\lvert\mathbf{I}\rvert}e^{j(arg(\mathbf{V})-arg(\mathbf{I})} = \frac{V}{I}e^{j(\psi_V-\psi_I)}$	$\mathbf{Y} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{V}} = \lvert\mathbf{Y}\rvert e^{j(arg(\mathbf{Y}))} = Ye^{j(\varphi)}$

On a différente notation pour $\mathbf{Z}$:

$$\mathbf{Z} = |\mathbf{Z}|e^{jarg(\mathbf{Z})} = Ze^{j\varphi} \qquad \text{représentation polaire} \tag{3.16}$$
$$\mathbf{Z} = R + jX \qquad \text{représentation cartésienne} \tag{3.17}$$

R est la *résistance* et X la *réactance*. Si cette dernière est **négative**, on a affaire à une *capacité*. Si elle est **positive**, il s'agit d'une *inductance*

Donc on voit clairement que notre vecteur $\mathbf{Z}$ a une composante *complexe* et *réelle*. Et cela vaut de même pour le vecteur $\mathbf{Y}$.



Impédance de résistance pure

- $\mathbf{V} = R\mathbf{I}$ et donc $\mathbf{Z} = R$
- Tension en phase : $\varphi = 0 \rightarrow \mathbf{V} = RI_M e^{j\psi_I}$
- Admittance : $\mathbf{Y} = G = \frac{1}{R}$

Impédance d'inductance pure

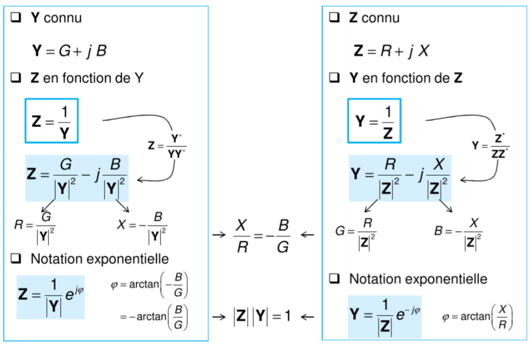
- $\mathbf{V} = j\omega L\mathbf{I}$ et donc $\mathbf{Z} = j\omega L$
- Tension en **avance** sur le courant : $\varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \mathbf{V} = \omega LI_M e^{j(\psi_I + \frac{\pi}{2})}$
- Admittance : $\mathbf{Y} = jB = \frac{1}{j\omega L}$

Impédance de capacité pure

- $\mathbf{I} = j\omega C\mathbf{V}$ et donc $\mathbf{Y} = j\omega C$
- Tension en retard sur le courant : $\varphi = \frac{-\pi}{2} \rightarrow \mathbf{I} = \omega CV_M e^{\psi_V + \frac{\pi}{2}}$
- Impédance : $\mathbf{Z} = jX = \frac{1}{j\omega C}$

Attention à bien remarquer l'utilisation d'une impédance au lieu d'une admittance comme précédemment.

Même dipôle



3.1.6 Admittance équivalente à une impédance

A une fréquence précise, tout dipôle en série peut être remplacé par un dipôle en parallèle.

En effet, il suffit de recréer le même vecteur. Dans le cas en **série**, on impose le courant donc :

$$V_R = |\mathbf{Z}|cos(\varphi)\mathbf{I} \rightarrow \mathbf{Z} = R \tag{3.18}$$
$$V_L = |\mathbf{Z}|sin(\varphi)\mathbf{I} \rightarrow \mathbf{Z} = \omega L \tag{3.19}$$
$$\tag{3.20}$$

Et dans le second cas, on impose la tension au borne :

$$\mathbf{I} = \mathbf{VY} \tag{3.21}$$
$$I_R = \frac{1}{|\mathbf{Z}|}cos(\varphi)\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} \tag{3.22}$$
$$I_L = \frac{|\mathbf{Z}|}{sin(\varphi)}\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{Y} = \frac{1}{\omega L} \tag{3.23}$$

Il faut bien se rendre compte que cet équivalent est uniquement valable pour une même fréquence. Car le $|\mathbf{Z}|$ varie ainsi que le déphasage φ.
Pour faire la différence quand on a des graphes comme ci-dessous, on peut voir que à basse fréquence (donc quasi DC) aucun courant ne passe dans la capacité pour un circuit en parallèle. Cela implique qu'on n'a pas de déphasage car tout le courant passe dans la résistance. De plus, l'impédance est quasi constante. (*on peut prouver un équivalent la même chose pour le circuit en série*)

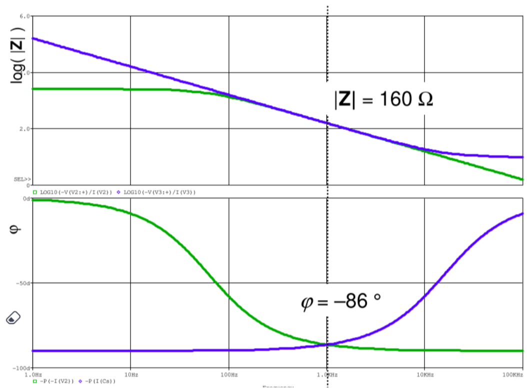


FIGURE 3.3 – En bleu le circuit en série, en vert le circuit en parallèle

3.1.7 Addition Impédance

Comme dit au début du chapitre, on conserve toutes les lois classiques des circuits en courant continu. Cela implique que :

— Pour les impédances :
  — On additionne simplement les impédances en série.
  — On réalise la formule $\frac{1}{\frac{1}{Z_1}+\ldots+\frac{1}{Z_n}}$ pour des impédances en parallèle.

— Pour les admittances :
  — On réalise la formule $\frac{1}{\frac{1}{Y_1}+\ldots+\frac{1}{Y_n}}$ pour des admittances en série.
  — On additionne simplement les admittances en parallèle.

Cette *dualité* impédance-admittance est très utile et simplifie de nombreux calculs pour les circuits *AC*.

3.1.8 Thévenin et Norton

On fait les mêmes démarches qu'en *DC*, il faut faire attention aux impédances complexes et les sources de courants et tension qui sont des *phaseurs*.

Chapitre 4

Comportement des circuits en domaine fréquentielle

Nous avons déjà vu que la *fréquence* influence notre *impédance* et *phase*.

4.1 Diagramme de Bode

Le Diagramme de Bode est une façon conventionnelle de représenter un circuit selon une évolution de la fréquence. Ce type de graphe utilise des axes logarithmiques avec en axe **X** la fréquence et en axe **Y** notre valeur d'intérêt (ici, un courant)

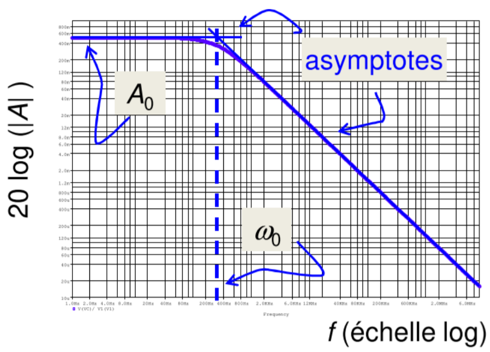


FIGURE 4.1 – Exemple pour $\mathbf{A} = A_0 \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$

4.1.1 Info

Il est important de ne pas oublie qu'un diagramme de *Bode* est un diagramme qui est **logarithmique** et il faut en produire **2**, un pour l'**amplitude** et un pour la **phase**.

L'axe **X** est d'une entrée $log(\omega)$. Donc si on descend en-dessous de *1Hz*, on tombe à $-\infty$ sur l'axe abscisses.

4.1.2 Calculer

Amplitude

L'exemple montré en 4.1 est un exemple classique qu'on rencontre en circuit AC. La formule pour transformer **A** en *log* est :

$$20log(\mathbf{A}) = 20log\Big(A_0\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}\Big) = 20log(A_0) - 20log\Big(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\Big) \tag{4.1}$$

Pour tracer un graphe il faut :

- Regarder quand $\omega << \omega_0 \to$ ici on a donc une équation qui devient $\mathbf{A} = A_0$
- Regarde quand $\omega >> \omega_0 \to$ On peut donc ignorer le 1 au dénominateur. Ce qui devient donc $20log(A_0) - 20log(j\omega) + 20log(\omega_0)$ Donc on a une droite qui "descend" de 20 dB par décade.

Phase

Le rapport d'argument de l'exemple 4.1 est :

$$arg(H) = arg(A_0) - arg\Big(1+\frac{j\omega}{\omega_0}\Big) \tag{4.2}$$

Donc on utilise le même principe qu'au point 4.1.2 :

- Regarder quand $\omega << \omega_0 \to$ l'équation devient donc $arg(A_0) - arg(1) = 0$ donc on a aucun déphasage.
- Regarder quand $\omega >> \omega_0 \to$ l'équation devient donc $arg(A_0) - arg\Big(\frac{j\omega}{\omega_0}\Big) = -\frac{\pi}{2}$

Tracer

Pour tracer notre graphe, on doit "*arrondir*" les angles pour retranscrire plus le coté physique et réaliste.

4.1.3 Interprétation

Toujours en se basant sur 4.1, on est sur un "*filtre passe-bas*". C'est même plus que ça car la valeur A_0 agit comme un amplificateur des basses fréquences. Et puis, on perd de plus en plus les hautes fréquences par un système *intégrateur*.

4.1.4 Modèle plus compliqué

Pour cela, on répète autant de fois qu'il y a de ω_n l'opération. On retient que quand la fonction est au *numérateur*, on croit. Au *dénominateur*, on décroit.
Ainsi, on aurait un ensemble de courbe et de droite qu'on doit simplement sommer entre elle. (ne pas oublier d'arrondir les angles pour donner un côté plus réaliste)
La partie complexe est toujours renvoyer vers l'argument où là celle-ci aura un impact plutôt que sur l'amplitude !

4.1.5 Formule générale

L'équation du rapport de puissance est en général de forme :

$$A_V = A_{V0}(j\omega)^{\pm N}\frac{\Big(1+\frac{j\omega}{\omega_1}\Big)\Big(1+2j\xi_a\frac{\omega}{\omega_a}-\Big[\frac{\omega}{\omega_a}\Big]^2\Big)}{\Big(1+\frac{j\omega}{\omega_2}\Big)\Big(1+2j\xi_b\frac{\omega}{\omega_b}-\Big[\frac{\omega}{\omega_b}\Big]^2\Big)} \tag{4.3}$$

1. $A_{V0}(j\omega)^{\pm N}$:
   - Amplitude : est une constante
   - Phase : nous déphase de $\pm\frac{\pi}{2}$ en fonction de $\pm N$ et ce de manière rectiligne de 20 dB par décade.
2. $\frac{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_1}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{\omega_2}\right)}$:
   - Amplitude : au **dénominateur**, on est face à un filtre *passe-bas*. Au **numérateur** on est face à un "amplificateur" **passe-haut**.
   - Phase : au **dénominateur**, déphasage de $-\frac{\pi}{2}$ et déphasage de $\frac{\pi}{2}$ au **numérateur**.
3. $\frac{\left(1+2j\xi_a\frac{\omega}{\omega_a}-\left[\frac{\omega}{\omega_a}\right]^2\right)}{\left(1+2j\xi_b\frac{\omega}{\omega_b}-\left[\frac{\omega}{\omega_b}\right]^2\right)}$ cette partie est plus subtile et on doit s'intéresser au ξ :
   (a) $\xi > 1$ (on suppose que $\omega_a < \omega_b$)
      - Amplitude : une augmentation/diminution en 20dB par décade de $\omega_a \leq \omega \leq \omega_b$ puis de 40 dB à partir de ω_b si cela est au numérateur/dénominateur.
      - Phase : Rotation de π si au *numérateur* ou rotation de π au *dénominateur*.

   (b) $\xi = 1$ (on suppose que $\omega_a < \omega_b$)
      - Amplitude : une augmentation/diminution de 40 dB par décade à partir de $\omega_b = \omega_a$ si cela est au numérateur/dénominateur.
      - Phase : Rotation de π si au *numérateur* ou rotation de π au *dénominateur*.

   (c) $0 \leq \xi < 1$ cas très spécial ! (on suppose que $\omega_a < \omega_b$) on un phénomène de résonance d'amplitude. *overshoot*
      - Amplitude : comme au point (b) mais au centre, on une asymptote qui tend vers le bas/haut si c'est au numérateur/dénominateur.
      - Phase : changement de phase mais avec une pente plus raide autour du centre. voir 4.2.

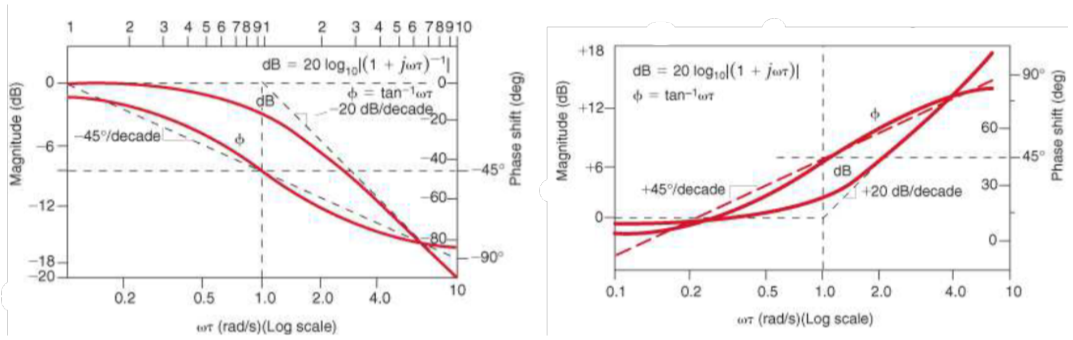


FIGURE 4.2 – Amplitude et Phase pour le (c)

4.2 Circuits résonants et filtrage

Maintenant, voyons des cas concrets de circuit RLC implémentant des courants AC.

4.2.1 Circuits résonants

Circuits résonants en série

Avec un circuit en série d'inductance, capacité et résistance, on a une impédance comme :

$$\mathbf{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\Big(\omega L - \frac{1}{\omega C}\Big)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Pour être en résonance, il faut annuler la partie complexe. On nomme cette fréquence de résonance ω_0.

On établit aussi un facteur de qualité d'un circuit qui indique si on possède une bonne bobine pour le circuit. De plus, on peut avoir un rapport du voltage de la résistance sur le voltage totale V_R/V_1 :

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$\frac{V_R}{V_1} = \frac{1}{1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}$$

Ceci nous permet d'avoir des pics à des fréquences spécifiques. Avec cela, on va pouvoir créer des filtres (radio tuning, ...).

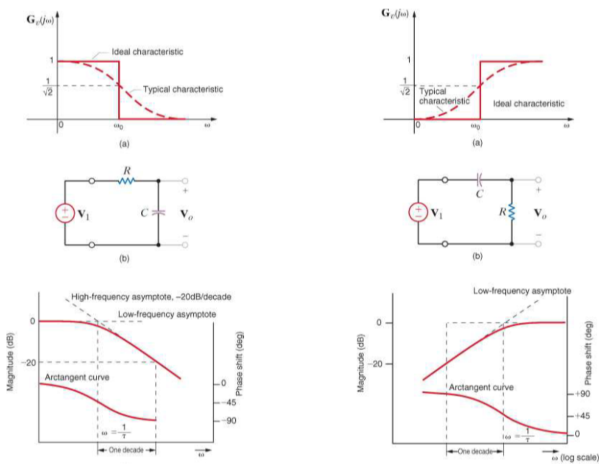


FIGURE 4.3 – *à gauche* : filtre du premier ordre passe-bas *à droite* : filtre du premier ordre passe-haut

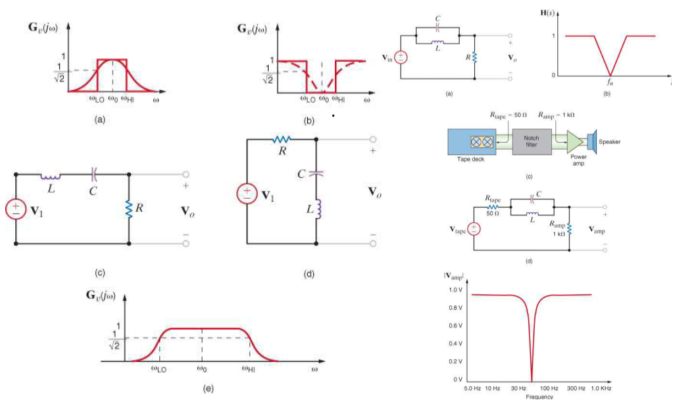


FIGURE 4.4 – *à gauche* : passe-bande *au milieu* : stop-bande *à droite* : notch

4.3 Conception des filtres

Les critères pour un filtre sont :

1. La fluctuation de bande passante : donc l'erreur d'amplification
2. La zone de transition : à quelle vitesse on passe de la zone passante à non-passante
3. La fluctuation de bande bloquante : on établit une marge d'erreur pour la partie bloquante

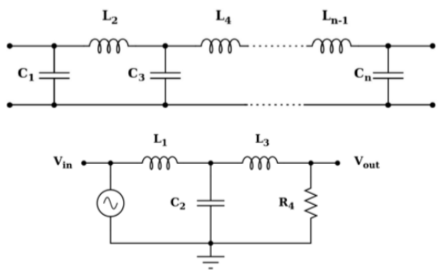
On peut aussi remarquer un délai de groupe. C'est la dérivé de la phase par rapport à ω.
On va souvent créer des filtres en se basant sur des *polynômes typiques*. On doit également choisir quelles caractéristiques on veut privilégier.

4.3.1 Butterworth

Ce type de filtre à pour but d'avoir une fluctuation de la bande passant **quasiment nulle**.

$$G^2(\omega) = |H(j\omega)|^2 = \frac{G_0^2}{1 + (\frac{\omega}{\omega_c})^{2n}} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{G_0}{B_n(\frac{j\omega}{\omega_c})}$$

Son désavantage est son temps de transition plus ou moins long. De plus sa zone bloquante est plutôt stable mais n'annule pas efficacement les fréquences proche de la fréquence de coupure.
On l'implémente comme montré ci-contre.

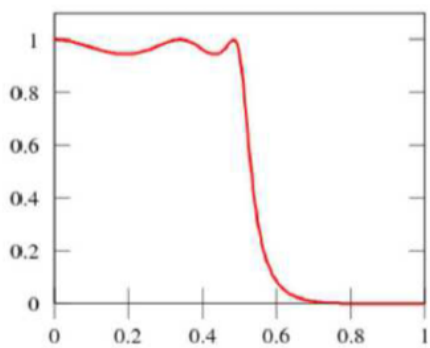


$$C_k = 2sin\Big(\frac{(2k-1)}{2n}\pi\Big)$$
$$L_k = 2sin\Big(\frac{(2k-1)}{2n}\pi\Big)$$

Il existe également des filtres de Sallen-Key qui sont du *deuxième ordre* ce qui permet des filtres plus fiables car ne dépendant pas de ce qu'il y a en aval.
En effet grâce à l'impédance d'entrée *infini* des ampli-ops idéales, on ne sera jamais perturbé par les impédances en aval.

4.3.2 Chebyshev

L'avantage de ces filtres est qu'on a une zone de transition plus raide que Butterworth (4.3.1) mais on a de plus fortes oscillations en bande passante.



4.3.3 Bessel

L'avantage des filtres de *Bessel* est qu'il minimise la distorsion de la zone passante tout en ayant un délai de groupe **constant**.

$$H(s) = \frac{\theta_n(0)}{\theta_n(\frac{s}{\omega_0})}$$
$$n = 1; s + 1$$
$$n = 2; s^2 + 3s + 3$$
$$n = 3; s^3 + 6s^2 + 15s + 15$$

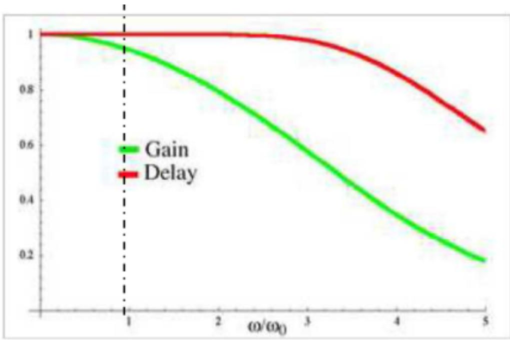


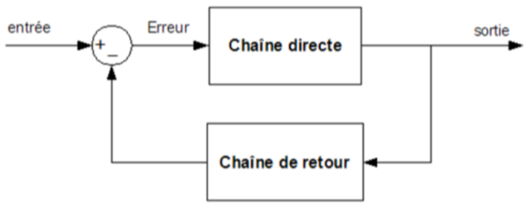
FIGURE 4.5 – Filtre de Bessel

TODO transformations ? hors matière

4.4 Rétroaction et circuits en boucle fermée

4.4.1 Rétroaction

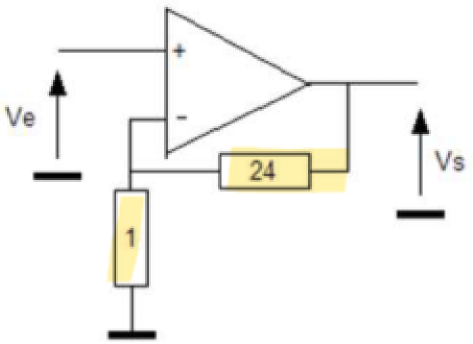
Au lieu de régler quelque chose basé sur des instructions pré-déterminés, on va prendre des mesures et les effets d'un système pour pouvoir ajuster celui-ci.
Ceci rend notre machine plus efficace et permet à celle-ci de s'adapter peu importe le milieu.
Ci-contre un exemple en *schéma-bloc* d'un système en boucle fermée



- Chaine directe : correspond à un gain en puissance important
- Chaine retour : l'ensemble des capteurs qui permettent de fournir une image du résultat du système
- Soustracteur : permet de faire la différence entre ce qu'on fournit et le résultat ce qui permet d'être plus précis et à s'adapter

Amplificateur opérationnelle

Dans le monde réelle, on implémente ce type de système avec des **ampli-ops**. Elles ont un gain qui varie aux alentours de 10^5.
Mais en boucle avec rétroaction *négative* on peut fixer ce gain.



Et donc le gain est $\frac{1}{24+1}$

4.4.2 Représentation Schéma-Bloc

Fonction de transfert

On a en entrée $E(j\omega)$ et le bloc de transfert $T(j\omega)$ nous donne $S(j\omega) = T(j\omega).E(j\omega)$.
On peut remplacer les $j\omega$ par s (ajouter chapitre ultérieurement)
On retrouve ce genre de bloc dans les *amplificateurs, filtres, intégrateurs, ...*

Soustracteur

On le représente par une boule (4.4.1) et permet de faire la différence entre deux signaux.

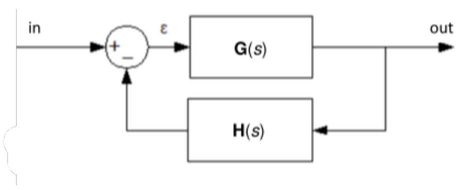
Mesure

C'est une utilisation de plusieurs fonctions de transfert pour mesurer différentes choses.

Déplacer

Il n'y a pas qu'une seule configuration qui produit un résultat. On peut intervertir des blocs et les modifier pour avoir en sortie et en entrée les mêmes choses.

Forme canonique



On peut voir ce système comme :

$$T_{bf}(s) = \frac{1}{H(s)}.\frac{G(s).H(s)}{1+G(s).H(s)} = T_{idal}(s).\frac{T_{bo}(s)}{1+T_{bo}(s)} = T_{idal}(s).\frac{1}{1+\frac{1}{T_{bo}(s)}}$$

Dans un monde idéal, le gain $G(s)$ tend vers ∞. Ainsi la fonction de transfert *idéal* vaut donc $T_{idal}(s) = 1/H(s)$

4.4.3 Bode

Montage non-inverseur

Ce type de montage a pour fonction de transfert selon ω :

$$G(j\omega) = G_0 \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$$

Et la rétroaction est :

$$H(s) = \beta^{-1}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{G(j\omega)}{1+\beta^{-1}G(j\omega)} = \frac{1}{\beta^{-1}} \frac{\beta^{-1}G(j\omega)}{1+\beta^{-1}G(j\omega)}$$

$$\Rightarrow T_{bf}(j\omega) = \frac{1}{H} \frac{T_{bo}(j\omega)}{1+T_{bo}(j\omega)}$$

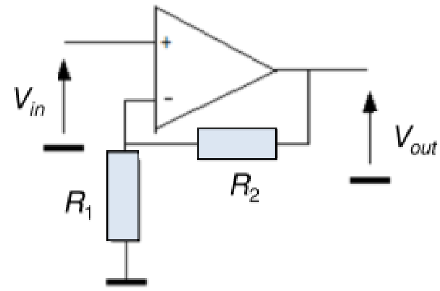


FIGURE 4.6 – Montage non-inverseur

Donc on a une fonction constante jusqu'à ω_0 et qui décroit de 20 dB par décade et tombe à 0 à $\omega = GBW$. GBW correspond au **Gain BandWidth** qui est une caractéristique propre à l'ampli-op.
Il est impossible de réaliser un montage non-inverseur de gain β à une fréquence supérieure à GBW/β.

$$\omega_{0,bf} T_{0,bf} = \omega_{0,bf} \beta = \omega_0 G_0$$

Montage inverseur

Ce type de montage a pour fonction de transfert selon ω :

$$G(j\omega) = G_0 \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$$

Pour établir la rétroaction $H(s)$ cela est plus compliqué et moins direct

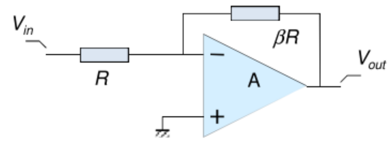


FIGURE 4.7 – Montage inverseur

$$V_{in} - V_- = \frac{V_- - V_{out}}{\beta} \quad V_{out} = -G(j\omega)V_- \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}}{1+\beta+G_0\frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}}$$

Ceci nous donne donc un rapport de tension :

$$\begin{aligned}
\frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{G_0\beta}{1+\beta+G_0} \frac{1}{1+\frac{j\omega(1+\beta)}{(1+\beta+G_0)\omega_0}} \\
&\cong \frac{G_0\beta}{1+\beta+G_0} \frac{1}{1+\frac{j\omega G_0\beta}{(1+\beta+G_0)G_0\omega_0}} \equiv T_{0,bf} \frac{1}{1+\frac{j\omega}{\omega_0 G_0/T_{0,bf}}} \\
\omega_{0,bf} &= \frac{\omega_0 G_0}{|T_{0,bf}|} = \frac{\omega_0 G_0}{\beta} \Rightarrow \beta\omega_{0,bf} = GBW
\end{aligned}$$

Il est impossible de réaliser un montage non-inverseur de gain β à une fréquence supérieure à GBW/β.

Produit amortisseur-fréquence de coupure (second ordre)

On a une expression du gain en boucle ouverte du second ordre typique :

$$G(j\omega) = G_0 \frac{1}{1 + 2j\xi\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Si on est en boucle fermée, le produit invariant est $\xi\omega_0$:

$$\xi_{bf} = \frac{\xi}{\sqrt{1+G_0}} \qquad\qquad \omega_{0,bf} = \omega_0\sqrt{1+G_0}$$

Il faut bien régler l'amortissement car on peut soit rendre le système *sur amorti* et donc oscillatoire amorti ou bien *sous amorti* et le système est trop réactif donc instable.

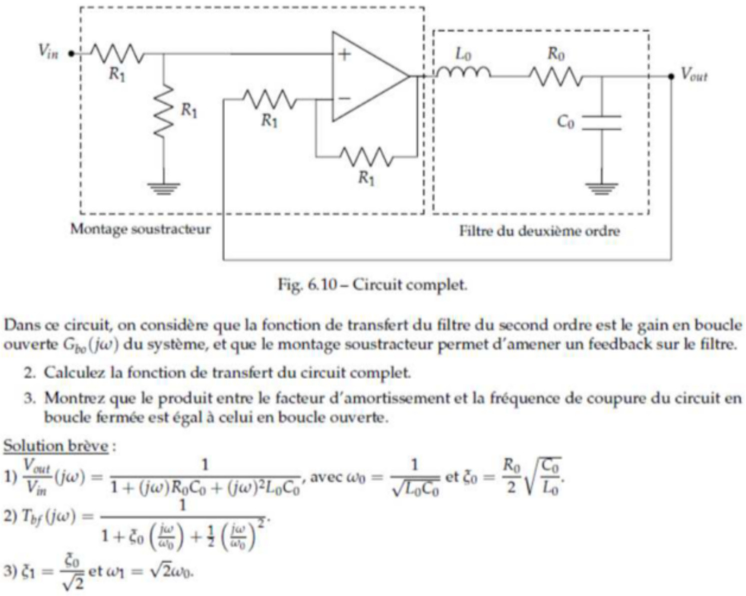


Fig. 6.10 – Circuit complet.

Dans ce circuit, on considère que la fonction de transfert du filtre du second ordre est le gain en boucle ouverte $G_{bo}(j\omega)$ du système, et que le montage soustracteur permet d'amener un feedback sur le filtre.

2. Calculez la fonction de transfert du circuit complet.
3. Montrez que le produit entre le facteur d'amortissement et la fréquence de coupure du circuit en boucle fermée est égal à celui en boucle ouverte.

Solution brève :

1) $\frac{V_{out}}{V_{in}}(j\omega) = \frac{1}{1+(j\omega)R_0C_0+(j\omega)^2L_0C_0}$, avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0C_0}}$ et $\xi_0 = \frac{R_0}{2}\sqrt{\frac{C_0}{L_0}}$.

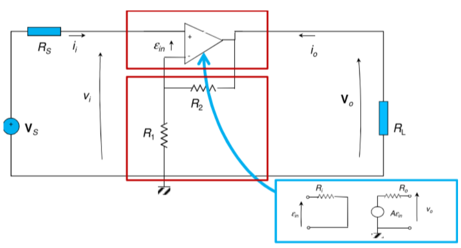
2) $T_{bf}(j\omega) = \frac{1}{1+\xi_0\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$.

3) $\xi_1 = \frac{\xi_0}{\sqrt{2}}$ et $\omega_1 = \sqrt{2}\omega_0$.

FIGURE 4.8 – Système complet

4.5 Quadripôles

4.5.1 Rappels



On peut simplifier des montages avec des ampli-ops en quadripôles. On remplace donc le montage en rouge ci-contre par le quadripôle en bleu.
Donc on les utilise lorsqu'on fait des opérations sur des signaux avec une idée de *input* et *output*.
Un accès implique 2 bornes. Pour un *dipôle* c'est simplement Thévenin et Norton (1.1). Pour un **quadripôle** à deux accès, on réalise des représentations *équivalentes* **Y, Z, G, H** (on ne peut pas avoir de sources indépendantes).

Quadripôle

Les conditions :

- Pas de source indépendante interne
- Deux accès
- On impose une des deux bornes avec une source de tension

Équivalence

Entre les 4 représentations, on a une équivalence et on ignore la structure et les variables internes. Il existe également des relations transitives comme ci-dessous.

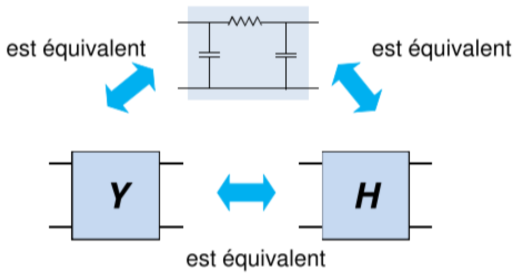
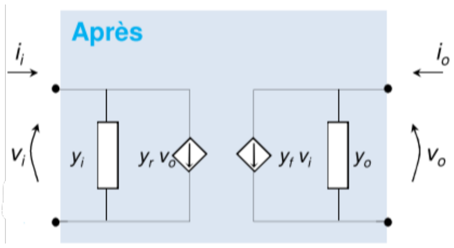


FIGURE 4.9 – Solution transitive au milieu

4.5.2 L'équivalence

On va toujours essayer de transformer un circuit complexe en un circuit quadripôles comme ci-dessous.



Représentation	Formule	Définition
Y Admittances (transadmittances)	$\begin{bmatrix} i_i \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i & y_r \\ y_f & y_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_o \end{bmatrix}$	y_i : admittance d'entrée y_r : transadmittance inverse (*reverse*) y_f : transadmittance directe (*forward*) y_o : admittance de sortie
Z impédances (transimpédances)	$\begin{bmatrix} v_i \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_i & z_r \\ z_f & z_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_i \\ i_o \end{bmatrix}$	z_i : impédance d'entrée z_r : transimpédance inverse (*reverse*) z_f : transimpédance directe (*forward*) z_o : impédance de sortie
G hybride	$\begin{bmatrix} i_i \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_i & g_r \\ g_f & g_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ i_o \end{bmatrix}$	g_i : admittance d'entrée g_r : gain en courant g_f : gain en tension g_o : impédance de sortie
H hybride	$\begin{bmatrix} v_i \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_i & h_r \\ h_f & h_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_i \\ v_o \end{bmatrix}$	h_i : impédance d'entrée h_r : gain en tension h_f : gain en courant h_o : admittance de sortie

Représentation via Kirchhoff

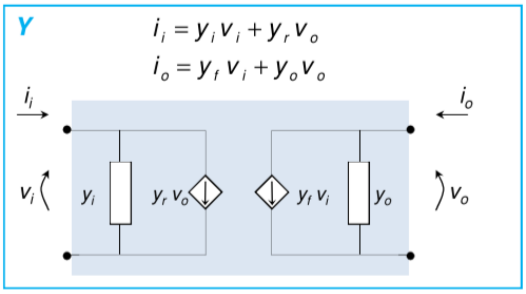
On peut voir les quadripoles comme des sources *imparfaites* :

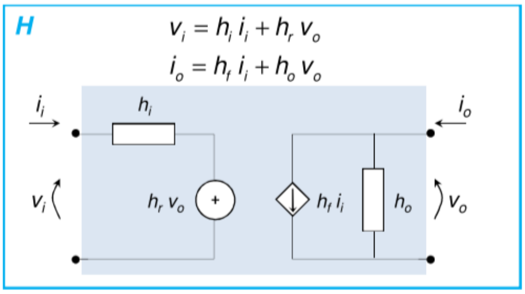
— Courant + admittance parasite (type Norton)

— Tension + impédance parasite (type Thévenin)

— Source commandée : influence d'un accès sur l'autre

— Algèbre ou réseau de Kirchoff





Pour passer de **Y** à **Z** on passe de Norton à Thévenin et de **H** à **G** on passe de Norton à Thévenin pour la *droite* et de Thévenin à Norton pour la *gauche*.

4.5.3 Déterminer les coefficients

Par exemple, pour un système **Y**, on peut montrer par algèbre que :

$$y_i = \left.\frac{i_i}{v_i}\right|_{v_o=0}$$
$$i_i = y_i i + y_r v_o$$

En effet, en mettant les bornes de sortie en court circuit, on peut ainsi déterminer y_i. Ainsi, on fait passer un courant v_i qui est bien déterminé. On réalise des procédures similaires pour tous les coefficients.

Règle

1. Redessiner le schéma pour *chaque coefficient*.
2. Appliquer les conditions de définition.
3. Source de *test* pour la variable indépendante.
4. Déterminer la variable dépendante.
5. Calculer le coefficient.

4.5.4 Changement de représentation

Cette partie renvoie directement à l'image 4.5.1. Pour passer de **Y** à **H** on peut soit utiliser l'algèbre linéaire ou trouver des coefficients de **H** en partant de **Y**.

Algèbre linéaire

On connait :

$$i_i = y_i v_i + y_r v_o$$
$$i_o = y_f v_i + y_o v_o$$

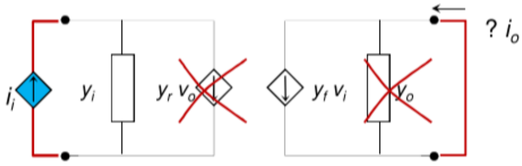
On veut trouver v_i et i_o en fonction de i_i et v_o :

$$v_i = h_i i_i + h_r v_o \qquad\qquad i_o = h_f i_i + y_o v_o \qquad\qquad [H] = \frac{1}{y_i}\begin{bmatrix} 1 & -y_r \\ y_f & \Delta^y \end{bmatrix}$$

Coefficients

On peut appliquer la règle de détermination des coefficients sur le schéma équivalent Y. On se rend compte qu'il faut utiliser la technique matricielle de temps en temps car peut vite être très lourde.

$$h_f = \left.\frac{i_o}{i_i}\right|_{v_o=0} = \frac{y_f}{y_i}$$

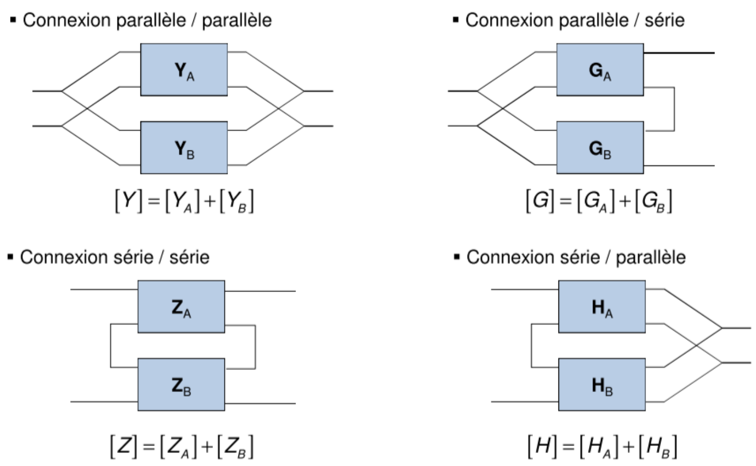


Conversion

$Z = \begin{bmatrix} z_i & z_r \\ z_f & z_o \end{bmatrix}$	$Z = \frac{1}{\Delta^Y}\begin{bmatrix} y_o & -y_r \\ -y_f & y_i \end{bmatrix}$	$Z = \frac{1}{h_o}\begin{bmatrix} \Delta^h & h_r \\ -h_f & 1 \end{bmatrix}$	$Z = \frac{1}{g_i}\begin{bmatrix} 1 & -g_r \\ g_f & \Delta^g \end{bmatrix}$
$Y = \frac{1}{\Delta^Z}\begin{bmatrix} z_o & -z_r \\ -z_f & z_i \end{bmatrix}$	$Y = \begin{bmatrix} y_i & y_r \\ y_f & y_o \end{bmatrix}$	$Y = \frac{1}{h_i}\begin{bmatrix} 1 & -h_r \\ h_f & \Delta^h \end{bmatrix}$	$Y = \frac{1}{g_o}\begin{bmatrix} \Delta^G & g_r \\ -g_f & 1 \end{bmatrix}$
$H = \frac{1}{z_o}\begin{bmatrix} \Delta^Z & z_r \\ -z_f & 1 \end{bmatrix}$	$H = \frac{1}{y_i}\begin{bmatrix} 1 & -y_r \\ y_f & \Delta^Y \end{bmatrix}$	$H = \begin{bmatrix} h_i & h_r \\ h_f & h_o \end{bmatrix}$	$H = \frac{1}{\Delta^G}\begin{bmatrix} g_o & -g_r \\ -g_f & g_i \end{bmatrix}$
$G = \frac{1}{z_i}\begin{bmatrix} 1 & -z_r \\ z_f & \Delta^Z \end{bmatrix}$	$G = \frac{1}{y_o}\begin{bmatrix} \Delta^Y & y_r \\ -y_f & 1 \end{bmatrix}$	$G = \frac{1}{\Delta^H}\begin{bmatrix} h_o & -h_r \\ -h_f & h_i \end{bmatrix}$	$G = \begin{bmatrix} g_i & g_r \\ g_f & g_o \end{bmatrix}$

$$Z = Y^{-1} \qquad\qquad Y = Z^{-1} \qquad\qquad G = H^{-1} \qquad\qquad H = G^{-1}$$

4.5.5 Association de quadripôle



4.5.6 Quadripôle chargé

TODO

Chapitre 5

Puissance

5.1 Instantanée, moyenne et effective

5.1.1 Instantanée

Une puissance est généré par le déplacement d'une charge dq d'un point A vers B. On voit cela comme une énergie *potentielle*. Donc au point X cela vaut dqV_X. Le déplacement crée un Travail (*Work*) : $dW = dq(V_A - V_B)$. On fait un *échange* de puissance avec le monde extérieur :

$$p = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt}(V_A - V_B) = iv$$
$$p(t) = v(t)i(t) \quad \text{Peut dépendre du temps}$$

Dans les normes de ce cours, un dipôle absorbe de la puissance si le courant et la tension sont positifs ou négatifs.
On stocke cette énergie sous 2 forme.

1. Stocké sous forme d'énergie électrostatique (ex : capacité)
2. Stocké sous forme d'énergie magnétique (ex : inductance/self)

Et on dissipe la puissance sous forme de chaleur pour une résistance ou en énergie mécanique pour un moteur électrique.

On dit qu'on fournit de la puissance si la tension est négative et le courant positif ou inversement. Donc on doit générer une puissance depuis une autre source (*générateur de tension, capacité se vidant, ...*)

5.1.2 Moyenne

Dans une résistance, la puissance est **toujours positive**. En effet, une résistance ne peut fournir de la puissance donc sa puissance moyenne est toujours positive.
Son voltage vaut : $v(t) = Ri(t)$ et sa puissance instantanée vaut donc $p(t) = Ri^2(t)$ donc $p(t) = \frac{v^2(t)}{R}$.
La puissance moyenne se calcule via :

$$P_{moy} \triangleq \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} Ri^2(t)dt$$

le T correspond à une *période* de notre signal d'entrée (alimentation).

5.1.3 Valeur efficace

Courant

Pour le courant *continu*, on le nomme I_{eff}. Ainsi, la **puissance dissipée** dans la résistance vaut donc $RI_{eff}^2 = P_{moy}$.

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{P_{moy}}{R}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t)dt}$$

Tension

La tension *continu*, on la nomme V_{eff}. Ainsi, la **puissance dissipée** dans la résistance $V_{eff}^2/R = P_{moy}$.

$$V_{eff} = \sqrt{RP_{moy}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t)dt}$$

5.1.4 Courant sinusoïdal

Si on a une pulsation de ω et une valeur de **crête** de I_{max} et non déphasé, notre courant vaut : $i(t) = I_{max}cos(\omega t)$
Toujours avec une *résistance*, sa puissance vaut donc :

$$\begin{aligned} p(t) &= RI_{max}^2 cos^2(\omega t) \\ &= \frac{RI_{max}^2}{2}(cos(2\omega t) + 1) \\ &= P_{moy}(cos(2\omega t) + 1) \\ P_{moy} &= \frac{RI_{max}^2}{2} = R\left(\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\right)^2 \end{aligned}$$

Pour ce type de courant et tension, on peut établir ces égalités :

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \qquad V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

Impédance quelconque

On a une valeur de crête I_{max} et V_{max} qui ont la même pulsation de ω et une phase de φ_i et φ_v respectivement.
La puissance instantanée s'obtient ainsi :

$$p(t) = V_{max}I_{max}cos(\omega t + \varphi_v)cos(\omega t + \varphi_i) \quad = \frac{1}{2}V_{max}I_{max}[cos(\varphi_v - \varphi_i) + cos(2\omega t + \varphi_v + \varphi_i)]$$

On voit bien qu'on a donc un terme constant à gauche et un terme qui fluctue à droite en fonction de la pulsation 2ω
Ainsi, la puissance moyenne (par la propriété des cosinus) vaut le terme constant :

$$P_{moy} = \frac{1}{2}V_{max}I_{max}cos(\varphi_v - \varphi_i) = V_{eff}I_{eff}cos(\varphi_v - \varphi_i)$$

5.2 Puissance active, réactive et apparente

5.2.1 Impédance quelconque

On va tout d'abord transformer notre courant *sinusoïdal* en phaseur : $\overline{I} = I_{max}e^{j\varphi_i}$
Comme nous sommes en impédance quelconque, cela signifie que : $\overline{Z} = R + jX = Ze^{j\varphi}$ petit rappel :

$$X = \omega L \qquad \varphi = atan(\frac{X}{R}) \qquad R = Zcos(\varphi)$$

$$X = -\frac{1}{\omega C} \qquad Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad X = Zsin(\varphi)$$

Donc on peut en tirer ces équations en régime permanent :

$$\overline{V} = \overline{ZI} = ZI_{max}e^{j(\varphi_i+\varphi)} \quad \Rightarrow \quad \overline{V} = V_{max}e^{j\varphi_v}$$

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad v(t) = ZI_{max}cos(\omega t + \varphi_i + \varphi)$$

$$i(t) = C\frac{d}{dt}[v(t) - Ri(t)]$$

La puissance instantanée vaut donc :

$$p(t) = v(t)i(t) \qquad p(t) = V_{eff}I_{eff}(cos(\varphi_v - \varphi_i) + cos(2\omega t + \varphi_v + \varphi_i))$$

$$p(t) = ZI_{eff}^2(cos(\varphi) + cos(2\omega t + \varphi + 2\varphi_i)) \qquad p(t) = RI_{eff}^2 + V_{eff}I_{eff}cos(2\omega t + \varphi + 2\varphi_i)$$

Puissance active

La puissance moyenne nous indique la puissance fournit au dipôle mais la puissance active indique un échange **unidirectionnel** de l'énergie entre la source et une charge (par exemple la résistance ici)

$$P \triangleq V_{eff}I_{eff}cos(\varphi) = RI_{eff}^2 \tag{5.1}$$

Puissance apparente

Son amplitude de la composante est fluctuante et s'écrit S en **Volt ampère** :

$$S \triangleq V_{eff}I_{eff} = ZI_{eff}^2$$

Puissance réactive

Traduit un échange **bidirectionnel** d'énergie entre une source et une charge (donc ici stocké et transmis depuis la *réactance* X. Cela s'écrit Q en **Volt ampère réactif**. On ne peut utiliser cela que en régime sinusoïdal :

$$Q \triangleq V_{eff}I_{eff}sin(\varphi) = XI_{eff}^2 S \qquad = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

5.2.2 Résistance pure

Ainsi, notre tension en régime permanent est parallèle au courant comme suit :

$$\overline{V} = R\overline{I} \qquad \overline{V} = V_{max}e^{j\varphi_v} \qquad (V_{max} = RI_{max}, \quad \varphi_v = \varphi_i)$$

$$v(t) = Ri(t) \qquad v(t) = RI_{max}cos(\omega t + \varphi_i)$$

Puissance instantanée

$$p(t) = RI_{eff}^2(1 + cos(2\omega t + 2\varphi_i))$$

Puissance active

$$P = RI_{eff}^2$$

Puissance apparente

$$S = RI_{eff}^2$$

Puissance réactive

$$Q = 0$$
$$S = P$$

5.2.3 Inductance pure

TODO