

## Métodos Numéricos (M2039) — 2022/2023

### Folha de Exercícios 4 - Derivação numérica. Integração numérica.

1. Calcule o valor do integral  $I = \int_1^2 e^x dx$  usando:  
(a) regra dos retângulos simples; (b) regra dos trapézios simples; (c) regra de Simpson simples;  
e calcule um majorante do erro cometido em cada caso.
2. Calcule o valor do integral  $I = \int_1^2 e^x dx$  usando:  
(a) regra dos retângulos composta; (b) regra dos trapézios composta; (c) regra de Simpson composta;  
dividindo o intervalo de integração em 4 partes iguais e calcule um majorante do erro cometido em cada caso.
3. Calcule o valor do integral  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$  usando:  
(a) regra dos retângulos composta; (b) regra dos trapézios composta; (c) regra de Simpson composta;  
dividindo o intervalo de integração em 6 partes iguais e calcule um majorante do erro cometido em cada caso.
4. Se pretender usar a regra dos trapézios composta para calcular  $\int_{1.8}^{3.4} e^x dx$  com 5 casas decimais corretas, qual deverá ser o valor de  $h$ ?
5. Calcule  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$  com 5 casas decimais corretas usando a regra de Simpson composta.
6. Calcule  $\int_{0.2}^1 (\sin(x) + \ln(x) + e^x) dx$  (com  $n = 6$ ):  
(a) pela regra dos trapézios composta; (b) pela regra de Simpson composta.  
Determine um majorante do erro cometido em cada um dos casos e comente os resultados.
7. Seja  $f(x)$  uma função real que descreve o comportamento de um sistema físico. Por experimentação mediram-se os seguintes valores:  $f(-1) = 0.736$ ,  $f(0) = 1.99$  e  $f(1) = 5.44$ . Calcule um valor aproximado de  $I = \int_{-1}^1 x^2 f(x) dx$  usando a regra de Simpson.

8. Considere o seguinte conjunto de pontos de uma função  $f(x) = \sinh(x)$ :

$x$	0.398	0.399	0.400	0.401	0.402
$f(x)$	0.40859	0.40967	0.41075	0.41183	0.41292

Estime o valor de  $f'(0.4)$  usando a fórmula das diferenças centrais para  $h = 0.001$  e  $h = 0.002$ . Compare os resultados.

9. Conhecidos os valores de  $f(1.8) = 2.21$ ,  $f(1.9) = 2.19$ ,  $f(2.0) = 2.17$  e  $f(2.1) = 2.18$  estime  $f'(1.8)$ ,  $f'(2.0)$ ,  $f'(2.1)$  e  $f''(2.0)$ .

10. Determine a ordem da seguinte fórmula de derivação numérica:

$$f'(a) \approx \frac{-3f(a) + 4f(a+h) - f(a+2h)}{2h}$$

11. Conhecem-se os seguintes valores de uma função  $f(x)$ :

$x$	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$f(x)$	0.91	0.85	0.78	0.70	0.61

- (a) Calcule um valor aproximado de  $\int_{0.3}^{0.7} f(x)dx$  usando a regra dos trapézios.
- (b) Calcule um valor aproximado de  $f'(0.5)$ , usando a fórmula das diferenças centrais.