

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ROBÓTICA  
*MANIPULADORES*

---

## Estudio del manipulador $\mu Arm$

---

*Autores:*

Javier Alonso Silva - [javier.asilva@alumnos.upm.es](mailto:javier.asilva@alumnos.upm.es)

Roberto Álvarez Garrido - [roberto.alvarezg@alumnos.upm.es](mailto:roberto.alvarezg@alumnos.upm.es)

José Alejandro Moya Blanco - [alejandro.moya.blanco@alumnos.upm.es](mailto:alejandro.moya.blanco@alumnos.upm.es)

Última modificación: 15 de noviembre de 2019



## Conocimientos previos

Antes de ponernos a hablar sobre los resultados obtenidos en la práctica, antes vamos a hablar sobre algunas características básicas del brazo robótico e introducirlo brevemente. El manipulador robótico  $\mu Arm$  es un dispositivo creado por la empresa [UFACTORY](#) el cual cuenta con cuatro grados de libertad. De dichos grados de libertad, tres son usados para mover el brazo robótico hasta ciertas posiciones y, el último, para mantener el extremo del mismo paralelo al suelo.

El manipulador es controlado mediante cuatro motores:

El **motor de la base** el cual permite la rotación del manipulador.

En el brazo, el **motor que está a la derecha** (ver la figura 1), coordina el movimiento de la parte inferior del brazo (*Lower Arm* en la figura) con la parte superior del mismo (*Upper Arm* en la figura).

En esta parte del manipulador, el movimiento es como el de un flexo: la parte superior del flexo está supeditada a la parte inferior, de manera que se mantiene de forma constante la altura a la que está el extremo final del mismo.

El otro motor, localizado a la **izquierda del brazo**, se encarga de mantener la orientación del extremo del manipulador. De esta manera, dicho extremo permanecerá paralelo al suelo. Teniendo en cuenta esto, podríamos decir que el robot en verdad solo tiene tres grados de libertad en tanto a que no se controla directamente el movimiento del último grado, ya que al final se mueve para permanecer paralelo al suelo.

El **motor localizado en el extremo**, con el cual se puede actuar sobre el elemento que esté colocado allí. Por ejemplo, cuando se coloca una ventosa permite rotarla o, cuando se coloca la pinza, el movimiento del motor permite abrirla o cerrarla.

Para este estudio, este último motor se descartará, ya que no afecta a las posiciones accesibles por el robot.

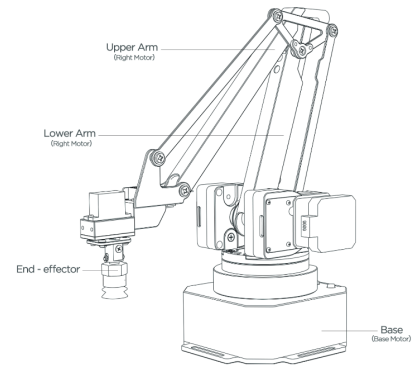


Figura 1: zonas de actuación de los motores en el brazo [1]

<i>Motor</i>	<i>Rango de trabajo</i>
Base	$0^\circ \sim 180^\circ$
Derecho	$0^\circ \sim 130^\circ$
Izquierdo	$0^\circ \sim 106^\circ$
Extremo	$0^\circ \sim 180^\circ$

Cuadro 1: ángulo de giro de los motores

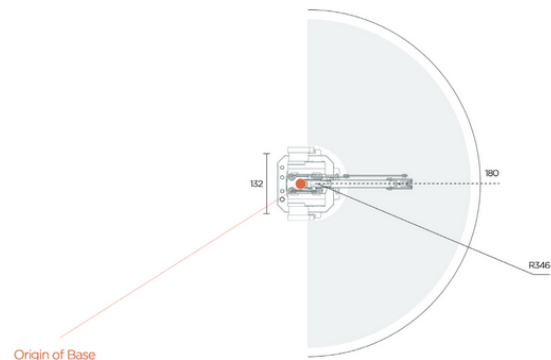


Figura 2: rango del manipulador  $\mu Arm$  [2]

Toda la información relativa al desarrollo del proyecto puede ser encontrada en [GitHub - UPM Robotics \[3\]](#). Allí están detallados los distintos hitos a conseguir así como más información sobre el robot.

Además, se encuentra disponible la siguiente bibliografía:

- [Manual de usuario](#)
- [Especificaciones](#)
- [Guía del desarrollador](#)
- [Modelo en 3D](#)
- [Web de UFACTORY](#)
- [Soporte de UFACTORY](#)

## 1. Configuración geométrica

En esta sección vamos a describir la configuración geométrica del brazo robótico. La configuración que obtuvimos fue la siguiente:

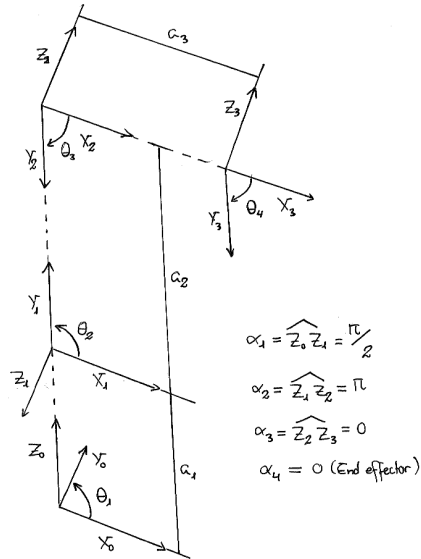


Figura 3: configuración geométrica del robot

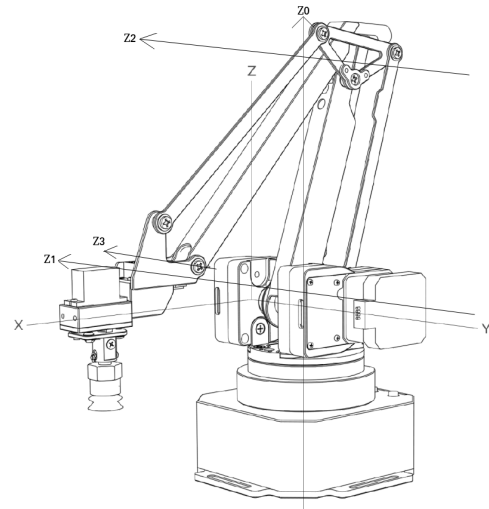


Figura 4: los grados de libertad del brazo, representados por los diferentes  $Z_i$

Usando los datos que están presentes en la documentación al desarrollador [1], pudimos obtener los siguientes datos para los  $a_i$  (distancia entre ejes) del manipulador; además, descubrimos que hay una pequeña desviación  $d_i$  entre las articulaciones  $\{1, 2\}$ :

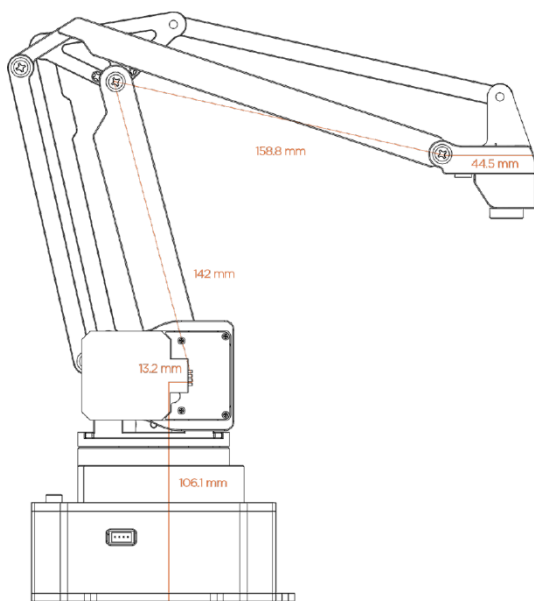


Figura 5: longitudes del brazo robótico [1]

$i$	$a_i$ (mm.)	$d_i$ (mm.)
1	106,1	13,2
2	142	0
3	158,8	0
4	44,5	0

Cuadro 2: longitudes y desviaciones del manipulador

De esta manera, con los datos obtenidos, generamos una primera matriz de *Denavit-Hartenberg*:

$i$	$\theta_i$	$d_i$ (mm.)	$a_i$ (mm.)	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	13,2	106,1	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	142	$\pi$
3	$\theta_3$	0	158,8	0
4	$\theta_4$	0	44,5	0

Cuadro 3: primera tabla de *Denavit-Hartenberg*

$i$	$\theta_i$	$d_i$ (mm.)	$a_i$ (mm.)	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	$d_1$	$a_1$	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	$a_2$	$\pi$
3	$\theta_3$	0	$a_3$	0
4	$\theta_4$	0	$a_4$	0

Cuadro 4: primera tabla de *Denavit-Hartenberg* parametrizada

La cuestión es que, al hacer los distintos modelos, descubrimos que debido a la orientación del brazo robótico, la  $d_i$  está en la posición del equivalente  $a_i$ , en particular  $d_1$  y  $a_1$ . Esto es debido a que, como se puede ver en la figura 4 junto con las figuras 3 y 5, el plano sobre el que está  $d_i$  es el  $XZ$ , lo cual nos obliga a cambiar las posiciones en las que existen a la vez un  $a_i$  y un  $d_i$ , siempre y cuando ambos sean constantes, que en este caso lo son. De esta forma, la tabla de *Denavit-Hartenberg* quedaría:

$i$	$\theta_i$	$d_i$ (mm.)	$a_i$ (mm.)	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	106,1	13,2	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	142	$\pi$
3	$\theta_3$	0	158,8	0
4	$\theta_4$	0	44,5	0

Cuadro 5: segunda tabla de *Denavit-Hartenberg*

$i$	$\theta_i$	$d_i$ (mm.)	$a_i$ (mm.)	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	$a_1$	$d_1$	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	$a_2$	$\pi$
3	$\theta_3$	0	$a_3$	0
4	$\theta_4$	0	$a_4$	0

Cuadro 6: segunda tabla de *Denavit-Hartenberg* parametrizada

Finalmente, el *end-effector* (véase la figura 1) siempre está perpendicular al plano del suelo, es decir,  $\phi_e = \pi$ . Por eso mismo, el parámetro  $i = 4$  en verdad está supeditado siempre al movimiento que se realice según los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , así que no es necesario contemplarlo en la tabla de *Denavit-Hartenberg*:

$i$	$\theta_i$	$d_i$ (mm.)	$a_i$ (mm.)	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	106,1	13,2	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	142	$\pi$
3	$\theta_3$	0	158,8	0

Cuadro 7: tabla de *Denavit-Hartenberg*

$i$	$\theta_i$	$d_i$ (mm.)	$a_i$ (mm.)	$\alpha_i$
1	$\theta_1$	$a_1$	$d_1$	$\frac{\pi}{2}$
2	$\theta_2$	0	$a_2$	$\pi$
3	$\theta_3$	0	$a_3$	0

Cuadro 8: tabla de *Denavit-Hartenberg* parametrizada

## 2. Cinemática directa

A continuación, con los valores obtenidos en el apartado anterior, vamos a obtener las distintas matrices de transformación de referenciales de manipuladores. Para ello, partimos de la siguiente matriz:

$$A_{i-1}^i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aplicando los distintos pasos, obtenemos:

$$A_0^1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & \sin(\theta_1) & d_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & d_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1^2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) & 0 & a_2 \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & a_2 \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & a_3 \cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & a_3 \sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Con todas las matrices ya obtenidas, podemos calcular la matriz de transformación directa del manipulador (son 4 columnas, pero no cabe la matriz al completo, por eso la última columna está debajo):

$$A_0^2 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & (a_2 \cos(\theta_2) + d_1) \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \cos(\theta_2) & \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) & \cos(\theta_1) & (a_2 \cos(\theta_2) + d_1) \sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & a_1 + a_2 \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_0^3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_2 - \theta_3) \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_1) \sin(\theta_2 - \theta_3) & \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2 - \theta_3) & -\cos(\theta_2 - \theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (a_2 \cos(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + d_1) \cos(\theta_1) & & \\ (a_2 \cos(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + d_1) \sin(\theta_1) & & \\ a_1 + a_2 \sin(\theta_2) + a_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

Las matrices están parametrizadas. Numéricamente, la matriz de transformación directa  $A_0^3$  quedaría:

$$A_0^3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_2 - \theta_3) \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_1) \sin(\theta_2 - \theta_3) & \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2 - \theta_3) & -\cos(\theta_2 - \theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (142,0 \cos(\theta_2) + 158,9 \cos(\theta_2 - \theta_3) + 13,2) \cos(\theta_1) & & \\ (142,0 \cos(\theta_2) + 158,9 \cos(\theta_2 - \theta_3) + 13,2) \sin(\theta_1) & & \\ 142,0 \sin(\theta_2) + 158,9 \sin(\theta_2 - \theta_3) + 106,1 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

Finalmente, hay que añadir una traslación en el eje  $Z$  (debido a la posición del *end-effector*) y en el eje  $X$ , ya que después de la articulación  $\theta_3$  hay una extensión de  $44,5 \text{ mm}$ . (ver figura 5), para obtener así la posición final del robot ( $X_e \ Y_e \ Z_e$ ):

$$A_0^3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_2 - \theta_3) \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_1) \sin(\theta_2 - \theta_3) & \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2 - \theta_3) & -\cos(\theta_2 - \theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (a_2 \cos(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + d_1) \cos(\theta_1) + T_X & & \\ (a_2 \cos(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_2 - \theta_3) + d_1) \sin(\theta_1) & & \\ a_1 + a_2 \sin(\theta_2) + a_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) - T_Z & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

$$A_0^3 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_2 - \theta_3) \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_3) & \sin(\theta_1) \sin(\theta_2 - \theta_3) & \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_2 - \theta_3) & -\cos(\theta_2 - \theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (142,0 \cos(\theta_2) + 158,9 \cos(\theta_2 - \theta_3) + 13,2) \cos(\theta_1) + 44,5 & & \\ (142,0 \cos(\theta_2) + 158,9 \cos(\theta_2 - \theta_3) + 13,2) \sin(\theta_1) & & \\ 142,0 \sin(\theta_2) + 158,9 \sin(\theta_2 - \theta_3) + 106,1 - T_Z & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$$

## Referencias

- [1] *uArm Swift Pro\_Developer Guide v1.0.6.pdf*, en, 2019. dirección: [http://download.ufactory.cc/docs/en/uArm%20Swift%20Pro\\_Developer%20Guide%20v1.0.6.pdf](http://download.ufactory.cc/docs/en/uArm%20Swift%20Pro_Developer%20Guide%20v1.0.6.pdf) (visitado 02-11-2019).
- [2] *uArm pro User Manual v1.1.0.pdf*, en, 2019. dirección: <http://download.ufactory.cc/docs/en/uArm%20pro%20User%20Manual%20v1.1.0.pdf> (visitado 02-11-2019).
- [3] *UPM-Robotics/uarm*, original-date: 2019-11-01T11:13:54Z, nov. de 2019. dirección: <https://github.com/UPM-Robotics/uarm> (visitado 02-11-2019).