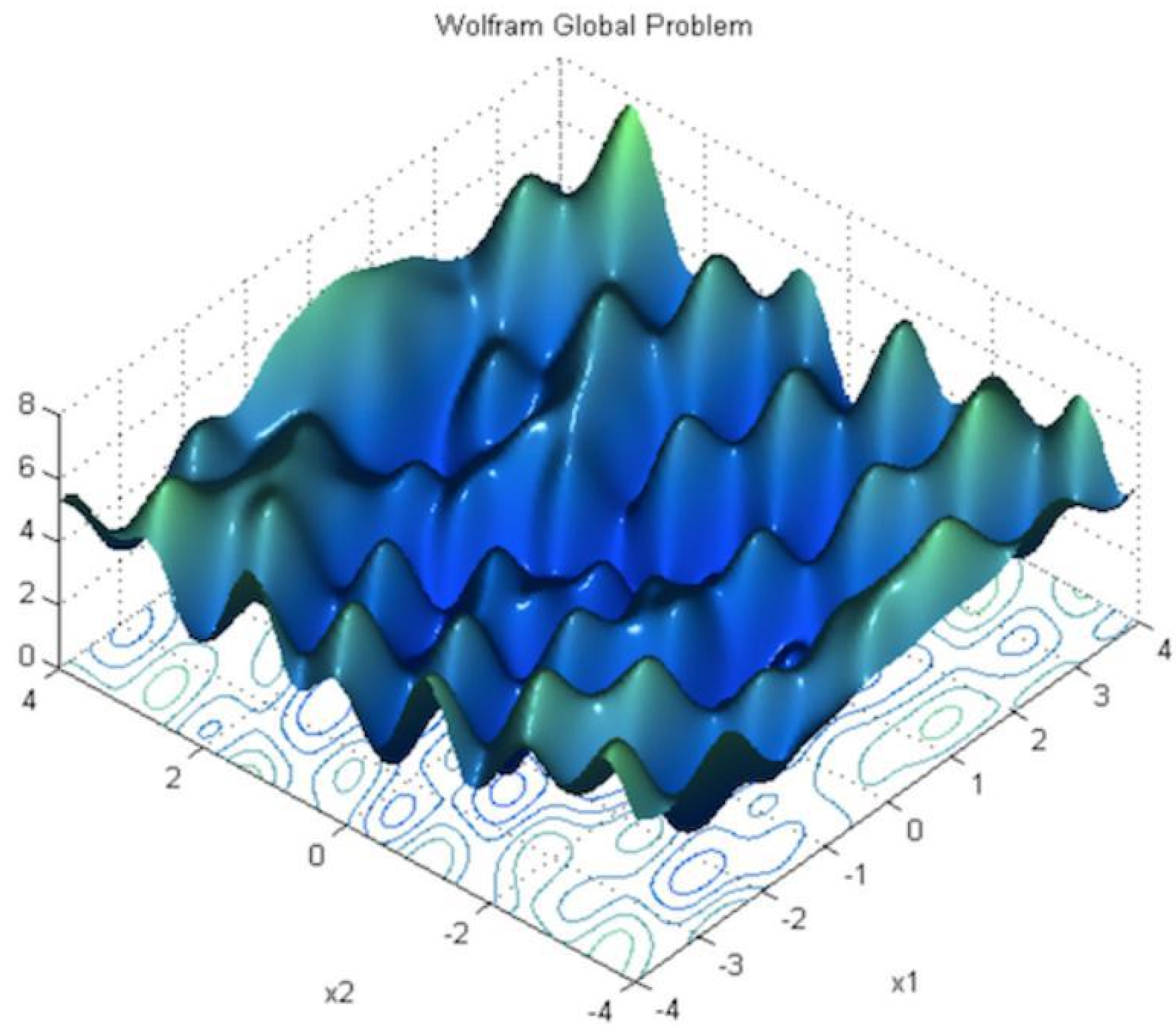


优化问题公式

莱安德罗L。英

优化问题

- 优化问题：找到一个最小化或最大化一个或多个预定义的目标函数的解决方案。
- 最大化/最小化的问题。
- 什么是解决方案取决于手中的问题。

优化问题

目标函数设计变量

Mi ni mi se?
M a 西m i se?

$$\text{最小化} f(x)$$

以 $g_i(\mathrm{x}) \leqslant 0, \quad i = 1, \cdots, m$

$h_j(\mathrm{x}) = 0, \quad j = 1, \cdots, n$

约束条件

搜索空间：所有可能的x值的空间。

多目标优化问题

最小化 $f_k(x)$, $k = 1 \cdots, p$

以 $g_i(x) \leqslant 0$, $i = 1, \cdots, m$

$h_j(x) = 0$, $j = 1, \cdots, n$

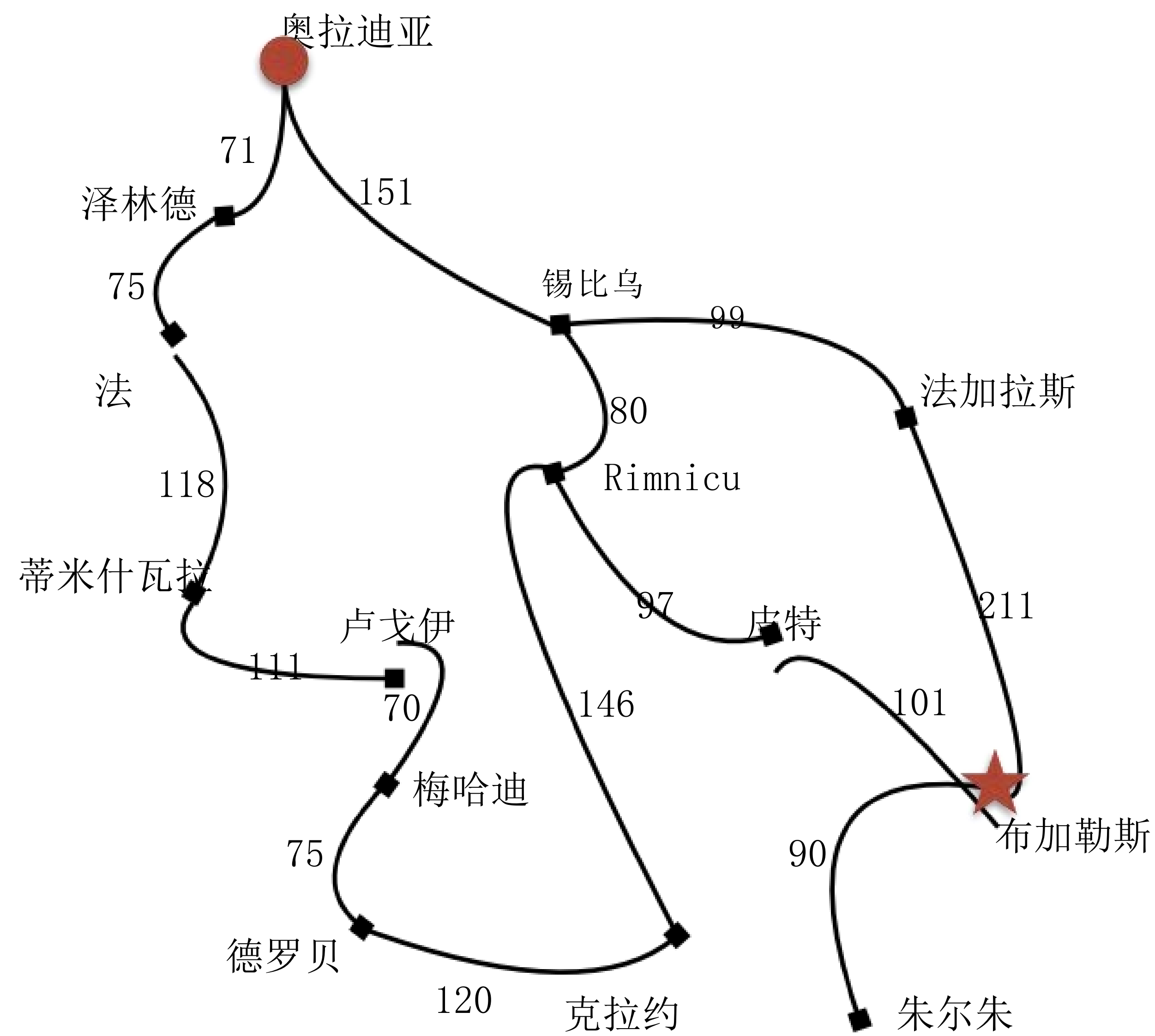
制定优化问题

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 设计变量定义了候选解的搜索空间。
- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。
  - 需要优化的功能（最大化或最小化）。
- [可选的]解决方案必须满足一定的约束条件，这就定义了解决方案的可行性。
  - 候选的解决方案可能是可行的或不可行的。

优化的例子

问题

- 路由问题：
  - 给出一张包含N个城市的高速公路地图。
  - 该地图显示了已连接城市之间的距离。
  - 我们有一个有起源的城市和一个有目的地的城市。



问题：找到从原点到使最小化的目的地距离旅行，同时确保非直接路径邻近的城市不被使用。

路由问题：公式作为一个优化问题

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 序列x包含要访问的城市，其中x_i∈C，C是可用城市的集合，和x可以是任何大小的。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。

奥拉迪亚 锡比乌 法拉加斯 布加勒斯特

x_1 x_2 x_3 x_4

路由问题：公式作为一个优化问题

- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。最小化x中连续城市之间的距离之和。

奥拉迪亚　锡比乌　法加拉斯　布加勒斯特

$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$

路由问题：公式作为一个优化问题

- [可选的]解决方案必须满足一定的约束条件，这就定义了解决方案的可行性。
  - （不确定的）非邻近城市之间的直接路径决不能
    可使用（显式约束）。
  - 我们必须从原产地城市开始，到目的地城市结束
    （显式约束）。

  只能使用C中的城市（隐式约束）。

奥拉迪亚　锡比乌　法加拉斯　布加勒斯特

$x_1\, x_2\, x_3\, x_4$

路由问题：公式作为一个优化问题

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 序列x包含要访问的城市，其中$x_i \in C$，C是集合，x可以是任何大小的城市。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。

- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。最小化x中连续城市之间的距离之和。

- [可选的]解决方案必须满足一定的约束条件，这就定义了解决方案的可行性。
  - （无效）不得使用非相邻城市之间的直接路径（显式约束）。
  - 我们必须从原产地城市开始，以目的地城市结束（明确的约束）。
  - 只能使用C中的城市（隐式约束）。

路由问题：使它更正式

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  序列x包含要访问的城市，其中$x_i \in \{1, ..., N\}$和x可以是任何尺寸。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。

奥拉迪亚	锡比乌	法加拉斯	布加勒斯特
x_1	x_2	x_3	x_4

1	10	2	14
x_1	x_2	x_3	x_4

路由问题：使它更多

正式的

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 序列x包含要访问的城市，其中$x_i \in \{1、...，N\}$和x可以是任何大小的。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。
- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。尺寸(x)-1

$$\text{Minimisef}\ (x) = D\sum_{i=1} x_i, x_{i+1}$$

其中D是一个距离矩阵，每个位置为$D_{i,j}$控制

城市i和j之间的距离，以公里为单位，或

- -1，如果不存在这样的直接路径。

注意，当不存在直接对象时，这个目标函数不能很好地工作
使用了路径，但这是可以的，因为接下来将定义约束。

路由问题：使它更多

正式的

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 序列x包含要访问的城市，其中$x_i \in \{1, \cdots, N\}$ 和x可以是任何大小的。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。
- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。尺寸(x)-1

$$\text{Minimisef}(x) = D\sum_{i=1} x_i, x_{i+1}$$

- [可选的]解决方案必须满足一定的约束条件，这就定义了解决方案的可行性。
  - （无效的）非相邻城市之间的直接路径决不能是使用（显式约束）。
  - 我们必须从原产地城市开始，到目的地城市结束（显式约束）。

只有{1，...，N}中的城市可以被使用（隐式约束）。

路由问题：使它

更正式

最小化$f(x)$

以$g_i(x) \leqslant 0, \quad i = 1, \cdots, m$

$h_j(x) = 0, \quad j = 1, \cdots, n$

- （无效）不得使用非相邻城市之间的直接路径
（显式约束）。

假设我们有一个矩阵D，其中每个位置都是$D_{i,j}$包含

城市i和j之间的距离，或者

• -1，如果不存在这样的直接路径。

$$h_1: \mathrm{x} \rightarrow \{0, 1\} \quad h_1(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0 & \text{if } D_{x_i x_{i+1}} \neq -1, \quad \forall i \in \{1, \ldots, \mathrm{size}(\mathbf{x}) - 1\} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

路由问题：使它

更正式

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。

  序列x包含要访问的城市，其中$x_i \in \{1、...，N\}$和

  x可以是任何大小的。

  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。

- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。尺寸(x)-1

  $$\text{Minimisef}(x) = D\sum_{i=1} x_i, x_{i+1}$$

- [可选的]解决方案必须满足一定的约束条件，这就定义了解决方案的可行性

  。

  - $h_1(x) = 0$
  - 我们必须从原产地城市开始，到目的地城市结束

    （显式约束）。

  只有{1，...，N}中的城市可以被使用（隐式约束）。

路由问题：使它更正式

最小化 $f(x)$

以 $g_i(\mathrm{x}) \leqslant 0, \quad i = 1, \cdots, m$

$h_j(\mathrm{x}) = 0, \quad j = 1, \cdots, n$

- 我们必须从原产地城市开始，以目的地城市结束（明确的约束）。

h_2: $\mathrm{x} \rightarrow \{0, 1\}$

$$h_2(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0 & \text{if } x_1 = \text{OriginCity and } x_{\text{size}(\mathbf{x})} = \text{DestinationCity} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

路由问题：使它更正式

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 序列x包含要访问的城市，其中$x_i \in$ {1、...，N}和x可以是任何大小的。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。
- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。尺寸(x)-1

$$\text{Minimisef}(x) = D\sum_{i=1} x_i, x_{i+1}$$

- [可选的]解决方案必须满足一定的约束条件，这就定义了解决方案的可行性。
  - $h_1(x) =$
  - $h_2(x) =$
  - 只有{1，...，N}中的城市可以被使用（隐式约束）。

路由问题：使它
更正式

- 设计变量代表了一个候选的解决方案。
  - 序列x包含要访问的城市，其中x $_i$∈{1、...，N}和x可以是任何大小的。
  - 搜索空间由所有可能的城市序列组成。
- 目标函数定义了解决方案的质量（或成本）。尺寸(x)-1

  Minimisef (x) = D$\sum_{i=1}$ x_i, x i+1

- [可选]解决方案必须满足一定的约束条件，这些约束条件可以定义解决方案的可行性。
  - h_1(x) =
  - h_2(x) =

路由问题：使它更多

正式的

$$最小化f(x)=D\sum_{i=1}^{尺寸(x)-1} x_{i}, x_{i+1}$$

受$h_1(x)$=值为0和$h_2(x) = 0$

其中$x_i \in${1，……；{1，……是地图上的城市；x有任何大小；

D是一个由距离组成的矩阵，每个位置都是$D_{i,j}$控制

城市i和j之间的距离，以公里为单位，或

• -1，如果不存在这样的直接路径。

$$h_1(x) = \begin{cases} 0 & 如果D_{x_i, x_{i+1}} = -1,\ \forall i \in \{1, \ldots, 大小(x)-1\} \\ 1 & 否则 \end{cases}$$

$$h_2(x) = \begin{cases} 0 & 如果x_1=原始城市和x_{尺寸(x)} = \mathrm{DestinationCity} \\ 1 & 否则 \end{cases}$$

总结

- 我们可以通过指定来制定一个优化问题：
  - 设计变量。
  - 目标功能。
  - 约束条件。

下一个的

- 如何解决优化问题？