

Exercise Sheet 6 Logic

Sunday, November 7, 2021 4:49 PM

1. $A = ((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \vee \neg r)$

P	q	r	$p \wedge q$	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$p \wedge q \rightarrow r$	A
0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1	1	1

$$A = (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

2. $A = \neg(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \wedge \neg(\neg p \wedge q \wedge r)$
 $= (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r)$

3. $((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \vee \neg r)$
 $(\neg(p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \vee \neg r)$ implication elimination
 $\neg(\neg(p \wedge q) \vee r) \vee (p \vee \neg r)$ implication elimination
 $(\neg\neg(p \wedge q) \wedge \neg r) \vee (p \vee \neg r)$ de Morgan
 $((p \wedge q) \wedge \neg r) \vee (p \vee \neg r)$ DNF
 $(p \vee \neg r) \vee ((p \wedge q) \wedge \neg r)$ commutativity of \vee
 $((p \vee \neg r) \vee (p \wedge q)) \wedge ((p \vee \neg r) \vee \neg r)$ distributivity of \vee over \wedge
 $((p \vee \neg r) \vee p) \wedge ((p \vee \neg r) \vee \neg r)$ distributivity of \vee over \wedge
 $(p \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg r \vee q) \wedge (p \vee \neg r)$ associativity of \vee and \wedge
 $(p \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg r \vee q)$

4. $(p \vee \neg s) \wedge (q \vee r \vee \neg s \vee \neg t) \wedge (p \vee \neg q \vee s) \wedge (p \vee q \vee r \vee \neg t)$
 $\wedge (q \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg p \vee \neg s \vee \neg t) \wedge (\neg p \vee q \vee s \vee \neg r) \wedge (\neg r \vee t)$
 select $p = T$
 $(q \vee r \vee \neg s \vee \neg t) \wedge (q \vee r \vee \neg s) \wedge (\neg s \vee \neg t) \wedge (\neg q \vee s \vee \neg r) \wedge (\neg r \vee t)$
 select $q = T$
 $(\neg s \vee \neg t) \wedge (\neg s \vee \neg t) \wedge (s \vee \neg r) \wedge (\neg r \vee t)$
 select $r = T$
 $(\neg s \vee \neg t) \wedge s \wedge t$
 select $s = T$
 $\neg t \wedge t$
 select $t = F$
 1) empty clause - backtrack
 select $t = T$

(1) empty clause - backtrack

select $t = \bar{T}$

(1) empty clause - backtrack

select $S = \bar{F}$

(1) $\wedge(t)$ - empty clause - backtrack

select $r = F$

$\neg s \vee \neg t$

select $s = F$

no more clauses - SAT

$p = T \quad q = T \quad r = F \quad t = T$