CÁLCULO DIFERENCIAL E SÉRIES 2022/1

E3-Séries geométrica e telescópica

Lista 3

Séries: séries geométrica e telescópica

A resolução das listas é fundamental para a assimilação dos conteúdos da referida leitura e para o consequente bom rendimento nas atividades avaliativas da unidade. Toda dúvida que tiver consulte o professor e/ou monitor através dos fóruns de dúvidas e/ou no atendimento remoto.

Os exercícios são baseados nas listas de exercícios das referências [STEWART] e [GUIDORIZZI] onde se encontram esses exercícios.

Bom trabalho!

Exercícios

1. Calcule a soma das séries abaixo

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$;

b) $\sum_{k=1}^{\infty} 9^{-k} 4^{k+1}$;

c) $\sum_{k=1}^{\infty} e^{-k}$;

d) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^{-k/2}$;

e) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{k^2}{k^2-1}$.

f) $\sum_{k=2}^{\infty} (\ln k - \ln(k+1))$;

g) $\sum_{k=1}^{\infty} [1+(-1)^k]$.;

h) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$;

i) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(4k+1)(4k-3)}$;

j) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(e^{1/n} - e^{1/(n+1)}\right)$;

l) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5^n} + \frac{2}{n}\right)$;

m) $\sum_{k=1}^{\infty}(\operatorname{sen} 1)^k$;
n) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k(2k-1)}$;
o) $\sum_{k=1}^{\infty}\ln\left(\frac{k^2+1}{2k^2+1}\right)$

2. Expresse o número como uma razão de inteiros

a) $0,\overline{2}=0,2222\cdots$;
b) $3,\overline{417}=3,417417\cdots$.

3. Mostre que se $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ for convergente e $\sum_{k=1}^{\infty}b_k$ divergente, prove que $\sum_{k=0}^{\infty}(a_k+b_k)$ será divergente.

4. Se a enésima soma parcial de uma série $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$ for $s_n=\dfrac{n-1}{n+1}$ encontre a_k e $\sum_{k=1}^{\infty}a_k$.

5. Mostre que
a) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(4k+1)(4k+5)}=\frac{1}{4}$;
b) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(4k+1)(4k+3)(4k+5)}=\frac{\pi-2}{16}$;
c) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(4k+1)(4k+5)(4k+9)}=\frac{1}{40}$;
d) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(4k+1)(4k+3)(4k+5)(4k+9)}=\frac{5\pi-12}{480}$.

6. Qual é o valor de c se

$$\sum_{k=0}^{\infty}(1+c)^{-k}=2?$$

7. Um paciente toma 150 mg de um fármaco, ao mesmo tempo, todos os dias. Imediatamente antes de cada comprimido que é tomado, 5% da droga permanece no corpo.

a) Qual é a quantidade do fármaco no corpo depois do terceiro comprimido? Após o enésimo comprimido?

b) Qual a quantidade da droga permanece no corpo, a longo prazo?

8. Quando o dinheiro é gasto em produtos e serviços, aqueles que recebem o dinheiro também gastam uma parte deles. As pessoas que recebem parte do dinheiro gasto duas vezes gastarão uma parte, e assim por diante. Os economistas chamam essa reação em cadeia de *efeito multiplicador*. Em uma comunidade hipotética isolada, o governo local começa o processo gastando $R\$\ D$. Suponha que cada pessoa que recebe o dinheiro gasto gasta $100c\%$ e economiza $100s\%$ do dinheiro que recebeu. Os valores de c e s são chamados de *propensão marginal a consumir e propenso marginal a economizar* e, é claro, $c+s=1$.

a) Seja S_n o gasto total que foi gerado depois de n transações. Encontre uma equação para S.

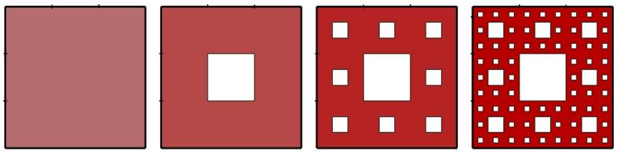
b) Mostre que $\lim_{n\to\infty}S_n=kD$, onde $k=1/s$. O nímero k é chamado de *multiplicador*. Qual é o multiplicador se a propensão marginal para consumir for 80%.

Obs. O governo federal usa esse princípio para justificar o déficit. Os bancos usam esse princípio para justificar o empréstimo de uma grande porcentagem do dinheiro que eles recebem em depósitos.

9. O *conjunto de Cantor*, em homenagem ao matemático alemão Georg Cantor (1845-1918), é construído como a seguir. Começamos com o intervalo fechado $[0,1]$ e removemos o intervalo aberto $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$. Isso nos leva a dois intervalos, $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ e $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$. Dividimos novamente cada intervalo em três e removemos cada intermediário aberto. Quatro intervalos permanecem, e novamente repetimos o processo. Continuamos esse procedimento indefinidamente. O conjunto de Cantor consiste nos números que permanecem em $[0,1]$ depois de todos os intervalos terem sido removidos.

a) Mostre que o comprimento total de todos os intervalos que foram removidos é 1. Apesar disso, o conjunto de Cantor contém infinitos números. Dê exemplos de alguns números no conjunto de Cantor.

b) O *carpete de Sierpinski é* o correspondente bidimensional ao conjunto de Cantor. Ele é constituído pela remoção do nono sub-quadrado central de um quadrado de lado 1 dividido em 9 sub-quadrados. A etapa seguinte consiste em remover os sub-quadrados centrais dos oito quadrados menores que permaneceram e assim por diante. Mostre que a soma das áreas dos quadrados removidos é 1. Isso implica que o carpete de Sierpinski tem área 0.



Fonte: Pixabay imagens

Referências

[Guidorizzi] GUIDORIZZI, Hamilton L. *Um curso de cálculo.* 5 ed.. Rio de Janeiro: LTC, 2011. v. 4.

[Stewart] STEWART, James. *Cálculo.* 7. ed.. São Paulo: Cengage Learning, 2013. v. 2.

Status de envio

Status de envio	Esta tarefa não requer o envio online
Status da avaliação	Não há notas
Última modificação	-
Comentários sobre o envio	Comentários (0)

Atividade anterior

◄ E2- Sequências monótonas

Seguir para

Seguir para...

Próxima atividade

E4- Testes da integral e da divergência ►

Manter contato

Equipe Moodle - UFSCar

https://servicos.ufscar.br

Telefone : +55 (16) 3351-9586

Resumo de retenção de dados

Obter o aplicativo para dispositivos móveis