(k) $\lim_{x \to 0} x \cdot \cos(1/x)$

Respostas.

(a) 1/3. *Sugestão.* Faça $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x/3)}{x} = \lim_{x\to 0} 3 \cdot \frac{\operatorname{sen}(x/3)}{x/3}$ (b) a/b

(c) 4 (d) −1. *Sugestão.* Faça primeiramente a mudança de variável $x - \pi = y$.

(e) 2. *Sugestão.* $\lim_{t\to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 t}{1-\cos t} = \lim_{t\to 0} \frac{\operatorname{sen}^2 t(1+\cos t)}{(1-\cos t)(1+\cos t)}$ (f) 1 (g) 0 (h) 3/5 (i) 2

(j) 0. *Sugestão.* Se $x > 0$, $-\frac{1}{x} \le \frac{\operatorname{sen} x}{x} \le \frac{1}{x}$

(k) 0. *Sugestão.* Mostre que $\lim_{x\to 0} |x\cos(1/x)| = 0$, considerando que $|x\cos(1/x)| \le |x|$, e use o teorema do confronto (teorema 11.1).

Note que $-1 \le \cos u \le 1$, para todo $u \in \mathbb{R}$.

Se $x \neq 0 \Rightarrow u = \frac{1}{x} \in \mathbb{R}$, logo $-1 \le \cos u \le 1 \iff -1 \le \cos\left(\frac{1}{x}\right) \le 1$

$\iff \left|\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right| \le 1$. Assim, $\left|x \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right| = |x| \cdot \left|\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right| \le |x| \cdot 1 = |x|$

Logo, $\left|x \cos\left(\frac{1}{x}\right)\right| \le |x| \iff -|x| \le x \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right) \le |x|$.

Como $\lim_{x\to 0} (-|x|) = \lim_{x\to 0} |x| = 0$, segue do teorema do confronto

que $\lim_{x\to 0} x \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ $\square$