Lógica Digital (1001351)

Algebra Booleana

Prof. Edilson Kato
kato@ufscar.br

Prof. Maurício Figueiredo
mauricio@ufscar.br

Prof. Ricardo Menotti
menotti@ufscar.br

Prof. Roberto Inoue
rsinoue@ufscar.br

Departamento de Computação
Universidade Federal de São Carlos

Atualizado em: 27 de fevereiro de 2019

Departamento de Computação

Algebra Booleana

- Publicada em 1849 por George Boole;
- Claude Shannon demonstrou sua utilidade para a descrição de circuitos no final da década de 1930;
- Deste então, constitui a base para a tecnologia digital moderna.

Axiomas

- 1a $0.0 = 0$
- 1b $1 + 1 = 1$

Axiomas

- 1a $0.0 = 0$
- 2a $1.1 = 1$
- 1b $1 + 1 = 1$
- 2b $0 + 0 = 0$

Axiomas

- 1a $0.0 = 0$
- 2a $1.1 = 1$
- 3a $0.1 = 1.0 = 0$
- 1b $1 + 1 = 1$
- 2b $0 + 0 = 0$
- 3b $1 + 0 = 0 + 1 = 1$

Axiomas

- 1a $0.0 = 0$
- 2a $1.1 = 1$
- 3a $0.1 = 1.0 = 0$
- 4a Se $x = 0$, então $\overline{x} = 1$
- 1b $1 + 1 = 1$
- 2b $0 + 0 = 0$
- 3b $1 + 0 = 0 + 1 = 1$
- 4b Se $x = 1$, então $\overline{x} = 0$

Teoremas com uma variável

- 5a $x.0 = 0$
- 5b $x + 1 = 1$

Teoremas com uma variável

- 5a $x.0 = 0$
- 6a $x.1 = x$
- 5b $x + 1 = 1$
- 6b $x + 0 = x$

Teoremas com uma variável

- 5a $x.0 = 0$
- 6a $x.1 = x$
- 7a $x.x = x$

- 5b $x + 1 = 1$
- 6b $x + 0 = x$
- 7b $x + x = x$

Teoremas com uma variável

- 5a $x.0 = 0$
- 6a $x.1 = x$
- 7a $x.x = x$
- 8a $x.\overline{x} = 0$
- 5b $x + 1 = 1$
- 6b $x + 0 = x$
- 7b $x + x = x$
- 8b $x + \overline{x} = 1$

Teoremas com uma variável

- 5a $x.0 = 0$
- 6a $x.1 = x$
- 7a $x.x = x$
- 8a $x.\overline{x} = 0$
- 9 $\overline{\overline{x}} = x$
- 5b $x + 1 = 1$
- 6b $x + 0 = x$
- 7b $x + x = x$
- 8b $x + \overline{x} = 1$

Princípio da dualidade

Dada uma expressão lógica, sua *dual pode ser obtida trocando-se todos os operadores + por ., e vice versa, e trocando todos os 0s por 1s, e vice versa.*

Propriedades

Comutativas

- 10a $x.y = y.x$
- 10b $x + y = y + x$

Propriedades

Comutativas

- 10a $x.y = y.x$
- 10b $x + y = y + x$

Associativas

- 11a $x.(y.z) = (x.y).z$
- 11b $x + (y + z) = (x + y) + z$

Propriedades

Comutativas

- 10a $x.y = y.x$
- 10b $x + y = y + x$

Associativas

- 11a $x.(y.z) = (x.y).z$
- 11b $x + (y + z) = (x + y) + z$

Distributivas

- 12a $x.(y + z) = x.y + x.z$
- 12b $x + y.z = (x + y).(x + z)$

Propriedades

Absorção

- 13a $x + x.y = x$
- 13b $x.(x + y) = x$

Propriedades

Absorção

- 13a $x + x.y = x$
- 13b $x.(x + y) = x$

Combinação

- 14a $x.y + x.\overline{y} = x$
- 14b $(x + y).(x + \overline{y}) = x$

Propriedades

Absorção

- 13a $x + x.y = x$
- 13b $x.(x + y) = x$

Combinação

- 14a $x.y + x.\overline{y} = x$
- 14b $(x + y).(x + \overline{y}) = x$

DeMorgan

- 15a $\overline{x.y} = \overline{x} + \overline{y}$
- 15b $\overline{x + y} = \overline{x}.\overline{y}$
- 16a $x + \overline{x}.y = x + y$
- 16b $x.(\overline{x} + y) = x.y$

Prova por tabela verdade

x	y	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} + \bar{y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0
		LHS		RHS		

Figure 2.13 Proof of DeMorgan's theorem in 15*a*.

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

De acordo com o teorema 8a, os termos $x_1.\overline{x}_1$ e $x_3.\overline{x}_3$ são ambos iguais a 0, portanto:

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

De acordo com o teorema 8a, os termos $x_1.\overline{x}_1$ e $x_3.\overline{x}_3$ são ambos iguais a 0, portanto:

$$LHS = 0 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + 0$$

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

De acordo com o teorema 8a, os termos $x_1.\overline{x}_1$ e $x_3.\overline{x}_3$ são ambos iguais a 0, portanto:

$$LHS = 0 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + 0$$

A partir do teorema 6b temos:

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

De acordo com o teorema 8a, os termos $x_1.\overline{x}_1$ e $x_3.\overline{x}_3$ são ambos iguais a 0, portanto:

$$LHS = 0 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + 0$$

A partir do teorema 6b temos:

$$LHS = x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3$$

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

De acordo com o teorema 8a, os termos $x_1.\overline{x}_1$ e $x_3.\overline{x}_3$ são ambos iguais a 0, portanto:

$$LHS = 0 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + 0$$

A partir do teorema 6b temos:

$$LHS = x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3$$

Usando as propriedades comutativas 10a e 10b, temos:

Prova por manipulação algébrica

Vamos provar a validade da expressão:

$$(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

O lado esquerdo pode ser manipulado usando a propriedade distributiva (12a):

$$LHS = (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3$$

Aplicando novamente a mesma propriedade:

$$LHS = x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3$$

De acordo com o teorema 8a, os termos $x_1.\overline{x}_1$ e $x_3.\overline{x}_3$ são ambos iguais a 0, portanto:

$$LHS = 0 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + 0$$

A partir do teorema 6b temos:

$$LHS = x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3$$

Usando as propriedades comutativas 10a e 10b, temos:

$$LHS = x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3$$

Prova por manipulação algébrica

$$\begin{aligned}
(x_1 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) &= x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3 \\
LHS &= (x_1 + x_3).\overline{x}_1 + (x_1 + x_3).\overline{x}_3 \\
LHS &= x_1.\overline{x}_1 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + x_3.\overline{x}_3 \\
LHS &= 0 + x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 + 0 \\
LHS &= x_3.\overline{x}_1 + x_1.\overline{x}_3 \\
LHS &= x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_3
\end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$LHS = \quad x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3$$ usando 10b

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS &= x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ &= x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS &= x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ &= x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ &= x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS = \quad & x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ = \quad & x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ = \quad & x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \\ = \quad & x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS &= x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ &= x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ &= x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \\ &= x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

O lado direito pode ser manipulado assim:

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{array}{rcll} LHS & = & x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 & \text{usando 10b} \\ & = & x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) & \text{usando 12a} \\ & = & x_1.1 + \overline{x}_2.1 & \text{usando 8b} \\ & = & x_1 + \overline{x}_2 & \text{usando 6a} \end{array}$$

O lado direito pode ser manipulado assim:

$$RHS = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.(x_2 + \overline{x_2}) \quad \text{usando 12a}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS = &\quad x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ = &\quad x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ = &\quad x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \\ = &\quad x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

O lado direito pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} RHS = &\quad \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.(x_2 + \overline{x_2}) && \text{usando 12a} \\ = &\quad \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.1 && \text{usando 8b} \end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS = &\quad x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ = &\quad x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ = &\quad x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \\ = &\quad x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

O lado direito pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} RHS = &\quad \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.(x_2 + \overline{x_2}) && \text{usando 12a} \\ = &\quad \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.1 && \text{usando 8b} \\ = &\quad \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS &= x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ &= x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ &= x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \\ &= x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

O lado direito pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} RHS &= \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.(x_2 + \overline{x_2}) && \text{usando 12a} \\ &= \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.1 && \text{usando 8b} \\ &= \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1 && \text{usando 6a} \\ &= x_1 + \overline{x}_1.\overline{x}_2 && \text{usando 10b} \end{aligned}$$

Prova por manipulação algébrica

Considerando a equação:

$$x_1.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.x_3 = \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.x_2 + x_1.\overline{x_2}$$

O lado esquerdo pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} LHS &= x_1.\overline{x}_3 + x_1.x_3 + \overline{x}_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_2.x_3 && \text{usando 10b} \\ &= x_1.(\overline{x}_3 + x_3) + \overline{x}_2.(\overline{x}_3 + x_3) && \text{usando 12a} \\ &= x_1.1 + \overline{x}_2.1 && \text{usando 8b} \\ &= x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 6a} \end{aligned}$$

O lado direito pode ser manipulado assim:

$$\begin{aligned} RHS &= \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.(x_2 + \overline{x_2}) && \text{usando 12a} \\ &= \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1.1 && \text{usando 8b} \\ &= \overline{x}_1.\overline{x}_2 + x_1 && \text{usando 6a} \\ &= x_1 + \overline{x}_1.\overline{x}_2 && \text{usando 10b} \\ &= x_1 + \overline{x}_2 && \text{usando 16a} \end{aligned}$$

Precedência das operações

Parênteses podem ser usados para indicar a ordem das operações. Na ausência deles, as operações devem ser resolvidas na ordem: NÃO, E e OU.
Portanto,

$$(x_1.x_2) + ((\overline{x}_1).(\overline{x}_2))$$

pode ser escrita na forma

$$x_1.x_2 + \overline{x}_1.\overline{x}_2$$

ou ainda

$$x_1x_2 + \overline{x}_1\overline{x}_2$$

omitindo-se o operador .

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$$
$$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$$
$$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$$
$$LHS =$$
$$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.\overline{x}_3.x_2 + x_1.\overline{x}_3.x_3 + x_2.\overline{x}_1.x_2 + x_2.\overline{x}_1.x_3 + x_2.\overline{x}_3.x_2 + x_2.\overline{x}_3.x_3$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$$
$$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$$
$$LHS =$$
$$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.\overline{x}_3.x_2 + x_1.\overline{x}_3.x_3 + x_2.\overline{x}_1.x_2 + x_2.\overline{x}_1.x_3 + x_2.\overline{x}_3.x_2 + x_2.\overline{x}_3.x_3$$
$$LHS =$$
$$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.x_3.\overline{x}_3$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$
$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$
$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$
$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$
$LHS =$
$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.\overline{x}_3.x_2 + x_1.\overline{x}_3.x_3 + x_2.\overline{x}_1.x_2 + x_2.\overline{x}_1.x_3 + x_2.\overline{x}_3.x_2 + x_2.\overline{x}_3.x_3$
$LHS =$
$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.x_3.\overline{x}_3$
$LHS = 0.x_2 + 0.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.0$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$$
$$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$$
$$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$$
$$LHS =$$
$$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.\overline{x}_3.x_2 + x_1.\overline{x}_3.x_3 + x_2.\overline{x}_1.x_2 + x_2.\overline{x}_1.x_3 + x_2.\overline{x}_3.x_2 + x_2.\overline{x}_3.x_3$$
$$LHS =$$
$$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.x_3.\overline{x}_3$$
$$LHS = 0.x_2 + 0.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.0$$
$$LHS = 0 + 0 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + 0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + 0$$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$
$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$
$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$
$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$
$LHS =$
$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.\overline{x}_3.x_2 + x_1.\overline{x}_3.x_3 + x_2.\overline{x}_1.x_2 + x_2.\overline{x}_1.x_3 + x_2.\overline{x}_3.x_2 + x_2.\overline{x}_3.x_3$
$LHS =$
$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.x_3.\overline{x}_3$
$LHS = 0.x_2 + 0.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.0$
$LHS = 0 + 0 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + 0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + 0$
$LHS = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3$

Provar que:

$$(x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$$

$LHS = (x_1 + x_2).(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$
$LHS = x_1.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3) + x_2.(x_2 + x_3).(\overline{x}_1 + \overline{x}_3)$
$LHS = x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_1.(x_2 + x_3).\overline{x}_3 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_1 + x_2.(x_2 + x_3).\overline{x}_3$
$LHS = x_1.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_1.\overline{x}_3.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_1.(x_2 + x_3) + x_2.\overline{x}_3.(x_2 + x_3)$
$LHS =$
$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.\overline{x}_3.x_2 + x_1.\overline{x}_3.x_3 + x_2.\overline{x}_1.x_2 + x_2.\overline{x}_1.x_3 + x_2.\overline{x}_3.x_2 + x_2.\overline{x}_3.x_3$
$LHS =$
$x_1.\overline{x}_1.x_2 + x_1.\overline{x}_1.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.x_3.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.x_3.\overline{x}_3$
$LHS = 0.x_2 + 0.x_3 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + x_1.0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + x_2.0$
$LHS = 0 + 0 + x_1.x_2.\overline{x}_3 + 0 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3 + 0$
$LHS = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.x_2.\overline{x}_3$
$LHS = x_1.x_2.\overline{x}_3 + \overline{x}_1.x_2 + \overline{x}_1.x_2.x_3 + x_2.\overline{x}_3$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$$
$$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$$
$$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$$
$$LHS =$$
$$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$LHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$LHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

$RHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$LHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

$RHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + \overline{x}.y.w$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$LHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

$RHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} +$
$\overline{x}.y.w.z + \overline{x}.y.w.\overline{z}$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$LHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

$RHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} +$
$\overline{x}.y.w.z + \overline{x}.y.w.\overline{z}$
$RHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} +$
$\overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

Provar que:

$$x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$$

$LHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + y.\overline{z}.w$
$LHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + y.\overline{z}.w$
$LHS =$
$x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} + y.\overline{z}.w.x + y.\overline{z}.w.\overline{x}$
$LHS =$
$x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + x.y.\overline{z}.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$LHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

$RHS = x.\overline{z} + \overline{x}.z + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y + x.\overline{z}.\overline{y} + \overline{x}.z.y + \overline{x}.z.\overline{y} + \overline{x}.y.w$
$RHS = x.\overline{z}.y.w + x.\overline{z}.y.\overline{w} + x.\overline{z}.\overline{y}.w + x.\overline{z}.\overline{y}.\overline{w} + \overline{x}.z.y.w + \overline{x}.z.y.\overline{w} + \overline{x}.z.\overline{y}.w + \overline{x}.z.\overline{y}.\overline{w} +$
$\overline{x}.y.w.z + \overline{x}.y.w.\overline{z}$
$RHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} +$
$\overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.\overline{z}.w$
$RHS = x.y.\overline{z}.w + x.y.\overline{z}.\overline{w} + x.\overline{y}.\overline{z}.w + x.\overline{y}.\overline{z}.\overline{w} + \overline{x}.y.z.w + \overline{x}.y.z.\overline{w} + \overline{x}.\overline{y}.z.w + \overline{x}.\overline{y}.z.\overline{w} + \overline{x}.y.\overline{z}.w$

Bibliografia

- Brown, S. & Vranesic, Z. - Fundamentals of Digital Logic with Verilog Design, 3rd Ed., Mc Graw Hill, 2009
- https://archive.org/details/investigationofl00boolrich/page/n4

Lógica Digital (1001351)

Algebra Booleana

Prof. Edilson Kato
kato@ufscar.br

Prof. Maurício Figueiredo
mauricio@ufscar.br

Prof. Ricardo Menotti
menotti@ufscar.br

Prof. Roberto Inoue
rsinoue@ufscar.br

Departamento de Computação
Universidade Federal de São Carlos

Atualizado em: 27 de fevereiro de 2019

Departamento de Computação