

**Universidade Federal de São Carlos – Departamento de Computação**  
**Matemática Discreta – Profa. Helena Caseli**

**Lista de Exercícios – Teoria dos Conjuntos**

- 1) Descreva cada um dos conjuntos a seguir listando seus elementos:
  - a)  $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ é par e } x < 20\}$
  - b)  $\{x \mid x \text{ é um dos estados da região nordeste}\}$
  - c)  $\{x \mid x \text{ é uma das disciplinas que você está cursando na graduação}\}$
  - d)  $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 = -1\}$
- 2) Descreva cada um dos conjuntos a seguir dando uma propriedade que caracterize seus elementos:
  - a)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - b)  $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
  - c)  $\{10, 20, 30, 40, 50, \dots\}$
  - d)  $\{\text{São Carlos, Sorocaba, Araras, Buri}\}$
- 3) Dada uma descrição do conjunto A como  $A = \{2, 4, 8, \dots\}$ , pode-se dizer que  $16 \in A$ ? Justifique sua resposta.
- 4) Qual a cardinalidade de cada um dos conjuntos a seguir:
  - a)  $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$
  - b)  $A = \{\emptyset\}$
  - c)  $A = \{1, \emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - d)  $A = \{z, \{\{z\}\}\}$
- 5) Mostre que  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  não é um subconjunto de  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ é par}\}$ .
- 6) Complete cada expressão a seguir escrevendo  $\in$  ou  $\subseteq$  na área marcada com \_\_\_\_\_.
  - a)  $2$  \_\_\_\_\_  $\{1, 2, 3\}$
  - b)  $\{2\}$  \_\_\_\_\_  $\{1, 2, 3\}$
  - c)  $\{2\}$  \_\_\_\_\_  $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$
  - d)  $\emptyset$  \_\_\_\_\_  $\{1, 2, 3\}$
  - e)  $\mathbb{N}$  \_\_\_\_\_  $\mathbb{Z}$
  - f)  $\{2\}$  \_\_\_\_\_  $\mathbb{Z}$
  - g)  $\{2\}$  \_\_\_\_\_  $2^{\mathbb{Z}}$
- 7) Considere a classe de conjuntos  $A = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6, 7, 8\}\}$ . Determine se cada uma das afirmativas seguintes é verdadeira ou falsa e explique.
  - a)  $1 \in A$
  - b)  $\{1, 2, 3\} \subseteq A$
  - c)  $\{6, 7, 8\} \in A$
  - d)  $\{\{4, 5\}\} \subseteq A$
  - e)  $\emptyset \in A$
- 8) Sejam  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } -3 < |x| < 20\}$   
 $B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } -3 < |x| < 20\}$   
 $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } -3 < x < 20\}$   
 $D = \{\{a\}, b, c, d\}$   
Quais das seguintes afirmações são verdadeiras, quais não são e por quê?

- a)  $A \subseteq B$
- b)  $C \subseteq B$
- c)  $A \subseteq C$
- d)  $\emptyset \in D$
- e)  $a \in D$
- f)  $\{b, c\} \subseteq D$
- g)  $\{-2, -1, 0\} \subseteq B$

9) Sejam  $A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2 - 4x + 3 < 0\}$  e  $B = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } 0 < x < 6\}$ . Prove que  $A \subset B$ .

10) Dê exemplo de um objeto  $x$  que torne verdadeira a sentença  $x \subseteq \{x\}$ .

11) Demonstre que se  $A \subset B$  e  $B \subset C$  então  $A \subset C$ .

12) Decida, dentre os seguintes conjuntos, quais são subconjuntos de quais:

- $A = \{\text{todos os números reais satisfazendo } x^2 - 8x + 12 = 0\}$
- $B = \{2, 4, 6\}$
- $C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- $D = \{6\}$

13) Considere o conjunto universo  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  e os conjuntos

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad C = \{5, 6, 7, 8, 9\}, \quad E = \{2, 4, 6, 8\}$
- $B = \{4, 5, 6, 7\} \quad D = \{1, 3, 5, 7, 9\}, \quad F = \{1, 5, 9\}$

Determine

- a)  $A \cap (B \cup C)$
- b)  $(A \setminus E)'$
- c)  $(A \cap D) \cap E$
- d)  $(B \cap F) \cup (C \cap E)$
- e)  $D \oplus F$

14) Para os conjuntos  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $B = \{4, 5, 6, 7\}$ , calcule:

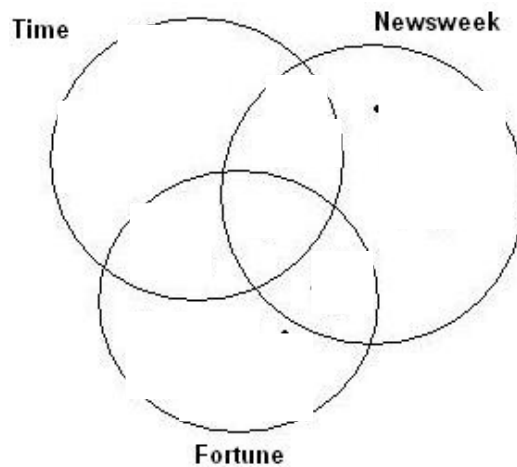
- a)  $A \cup B$
- b)  $A \cap B$
- c)  $A - B$
- d)  $B - A$
- e)  $A \oplus B$

15) Mostre que é possível que  $A \cap B = A \cap C$  sem que  $B = C$ .

16) Em uma pesquisa com 60 pessoas, verificou-se que:

- 25 lêem a Newsweek,
- 26 lêem Time,
- 26 lêem Fortune,
- 9 lêem Newsweek e Fortune,
- 11 lêem Newsweek e Time,
- 8 lêem Time e Fortune,
- 3 lêem as três revistas.
- Preencha, com o número correto de pessoas, cada uma das regiões no diagrama de Venn desse problema.

- Ache o número de pessoas que lêem pelo menos uma das três revistas.
- Ache o número de pessoas que lêem exatamente uma revista.



17) Escreva a equação dual de cada uma das equações:

- $A \cup B = (B' \cap A')'$
- $A = (B' \cap A) \cup (A \cap B)$
- $A \cup (A \cap B) = A$
- $(A \cap B) \cup (A' \cap B) \cup (A \cap B') \cup (A' \cap B') = U$

18) Demonstre que  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

19) Demonstre que  $A - B = A \cap B'$

20) Seja  $S = \{\text{vermelho, azul, verde, amarelo}\}$ . Determine quais das seguintes classes são partições de  $S$ :

- $P_1 = \{\{\text{vermelho}\}, \{\text{azul, verde}\}\}$
- $P_2 = \{\{\text{vermelho, azul, verde, amarelo}\}\}$
- $P_3 = \{\emptyset, \{\text{vermelho, azul}\}, \{\text{verde, amarelo}\}\}$
- $P_4 = \{\{\text{azul}\}, \{\text{vermelho, amarelo, verde}\}\}$

21) Ache todas as partições de  $A = \{1, 2, 3\}$ .

22) Encontre  $2^S$ , para  $S = \{a\}$

23) Encontre  $2^S$ , para  $S = \{1, 2, 3\}$