CÁLCULO DIFERENCIAL E SÉRIES 2022/1

E4- Testes da integral e da divergência

Lista 4

Teste da integral e da divergência

A resolução das listas é fundamental para a assimilação dos conteúdos da referida leitura e para o consequente bom rendimento nas atividades avaliativas da unidade. Toda dúvida que tiver consulte o professor e/ou monitor através dos fóruns de dúvidas e/ou nos atendimentos disponibilizados.

Os exercícios são baseados nas listas de exercícios das referências [STEWART] e [GUIDORIZZI] onde se encontram esses exercícios.

Bom trabalho!

Exercícios

1. Esboce um desenho para representar

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^{1,3}} < \int_1^{\infty} \frac{1}{x^{1,3}}\, \mathrm{d}x\,.$$

O que pode concluir sobre a série?

2. (Série p-logarítmica) Dado $\alpha \in \mathbb{R}$, mostre que

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)^{\alpha}}\,.$$

converge se, e somente se, $\alpha > 1$.

3. Explique por que o Teste da Integral não pode ser usado para determinar se as séries abaixo é convergente ou não.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi n)}{\sqrt{n}};$

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos^2 k}{1+k^2};$

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2};$

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n}.$

4. Estude a série dada com relação a convergência ou divergência

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \arctan k$;

b) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\ln k}{k}$;

c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1+k^2}$;

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}(\sqrt{k}+1)}$.

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-4n+5}$;

f) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\ln k}{k^2}$;

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2n^2+1}$;

h) $\sum_{k=1}^{\infty} e^{-k}$

5. Prove o item (ii) do Teste da Integral.

6. Suponha que a função $f:[0,\infty) \to \mathbb{R}$ seja contínua, decrescente e positiva. Suponha, ainda, que a série $\sum_{k=0}^{\infty} f(k)$ seja convergente e tenha soma s. Prove que $\sum_{k=0}^{n} f(k)$ é um valor aproximado por falta de s, com erro, em módulo inferior a $\int_{n}^{\infty} f(x)dx$.

7. Usando o item anterior, calcule a soma da série $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^5}$ com precisão de três casas decimais.

8. Quantos termos da série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$ são necessários para encontrar sua soma com precisão de $0,001$.

9. Use o Teste da Integral para verificar a convergência ou não das séries abaixo.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k+2}}$;

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$;

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$;

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{1+e^n}$.

[Lista 4 - Testes da integral e da divergência](#)

Referências

[GUIDORIZZI] GUIDORIZZI, Hamilton L. *Um curso de cálculo.* 5 ed.. Rio de Janeiro: LTC, 2011. v. 4.

[STEWART] STEWART, James. *Cálculo.* 7. ed.. São Paulo: Cengage Learning, 2013. v. 2.

Status de envio

Status de envio	Esta tarefa não requer o envio online
Status da avaliação	Não há notas
Última modificação	-
Comentários sobre o envio	Comentários (0)