Lógica

Lógica Proposicional
Aula 03 – Classificação de Fórmulas

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@ufscar.br

Lógica Proposicional

- **Semântica dos conectivos lógicos**
  - Tabela-verdade

	p	q	$\neg$p	$\neg$q	p $\wedge$ q	p $\vee$ q	p $\rightarrow$ q	p $\leftrightarrow$ q
I_1	V	V	F	F	V	V	V	V
I_2	V	F	F	V	F	V	F	F
I_3	F	V	V	F	F	V	V	F
I_4	F	F	V	V	F	F	V	V

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Verdadeira**
    - Uma fórmula α é **verdadeira** na interpretação I se tem valor-verdade **V** na interpretação I
    - Exemplo: Considerando a interpretação I dos átomos abaixo

p	q	r
V	F	V

    - O valor-verdade da fórmula α: $p \wedge q \vee r$ é V
    - Portanto, $p \wedge q \vee r$ é **verdadeira** na interpretação I

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Falsa**
    - Uma fórmula α é **falsa** na interpretação I se tem valor-verdade **F** na interpretação I
    - Exemplo: Considerando a interpretação I dos átomos abaixo

p	q	r
V	F	V

    - O valor-verdade da fórmula α: $p \wedge q \wedge r$ é F
    - Portanto, $p \wedge q \wedge r$ é **falsa** na interpretação I

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Satisfazível (ou consistente)**
    - Uma fórmula α é **satisfazível** (ou consistente) se existe <u>pelo menos uma</u> interpretação I tal que $I[\alpha]$ = **V**
    - Exemplo: as possíveis interpretações para a fórmula α: $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ são

	p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
I_1	V	V	V	V	V
I_2	V	F	V	F	F
I_3	F	V	V	F	F
I_4	F	F	F	F	V

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Satisfazível (ou consistente)**
    - Uma fórmula α é **satisfazível** (ou consistente) se existe <u>pelo menos uma</u> interpretação I tal que $I[\alpha] = \mathbf{V}$
    - Exemplo: como existe pelo menos uma interpretação I (I_1 e I_4) onde $I[\alpha] = \mathbf{V}$, a fórmula α: $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ é **satisfazível**

	p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
I_1	V	V	V	V	V
I_2	V	F	V	F	F
I_3	F	V	V	F	F
I_4	F	F	F	F	V

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Inválida (falsificável)**
    - Uma fórmula α é **inválida** (ou falsificável) se existe <u>pelo menos uma</u> interpretação I tal que $I[\alpha]$ = **F**
    - Exemplo: como existe pelo menos uma interpretação I (I_2 e I_3) onde $I[\alpha]$ = **F**, a fórmula α: $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ é **inválida**

	p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
I_1	V	V	V	V	V
I_2	V	F	V	F	**F**
I_3	F	V	V	F	**F**
I_4	F	F	F	F	V

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Tautologia (ou válida)**
    - Uma fórmula α é tautologia (ou válida) se for **verdadeira** em <u>todas</u> as interpretações possíveis
    - Exemplo: como a fórmula $(p \lor \neg p)$ é **verdadeira em todas** as interpretações possíveis, ela é uma **tautologia**

	p	$\neg p$	$p \lor \neg p$
I_1	V	F	**V**
I_2	F	V	**V**

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Contradição (insatisfazível ou inconsistente)**
    - Uma fórmula α é contradição (ou insatisfazível ou inconsistente) se for **falsa** em <u>todas</u> as interpretações possíveis
    - Exemplo: como a fórmula $(p \wedge \neg p)$ é **falsa em todas** as interpretações possíveis, ela é uma **contradição**

	p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
I_1	V	F	**F**
I_2	F	V	**F**

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Contingente (ou contingência)**
    - Uma fórmula que não é nem tautologia nem contradição
  - **Tautologia X Contradição**
    - Uma fórmula α é uma tautologia se e somente se $\neg\alpha$ é uma contradição

Lógica Proposicional

- **Classificação de fórmulas**
  - **Satisfazibilidade de um conjunto de fórmulas**
    - Um conjunto de fórmulas $C = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n\}$ é satisfazível se <u>existe uma</u> interpretação I tal que $I[\alpha_1] = I[\alpha_2] = I[\alpha_3] = \ldots = I[\alpha_n] = V$
    - Exemplo: o conjunto $C = \{p, p \vee q, (p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)\}$ é satisfazível, pois I_1 que torna as 3 fórmulas V

	p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
I_1	**V**	V	**V**	V	**V**
I_2	V	F	V	F	F
I_3	F	V	V	F	F
I_4	F	F	F	F	V

Lógica Proposicional

- **Princípio da substituição**
  - Se α for uma fórmula tendo β como subfórmula, o valor de α não muda se β for substituída por uma expressão que tenha os mesmos valores-verdade que β
  - Se α for uma tautologia, α permanece uma tautologia independente da interpretação de β ser V ou F