

# Lógica

## Lógica Proposicional Aula 02 – Semântica

Profa. Helena Caseli  
helenacaseli@ufscar.br

# Lógica Proposicional

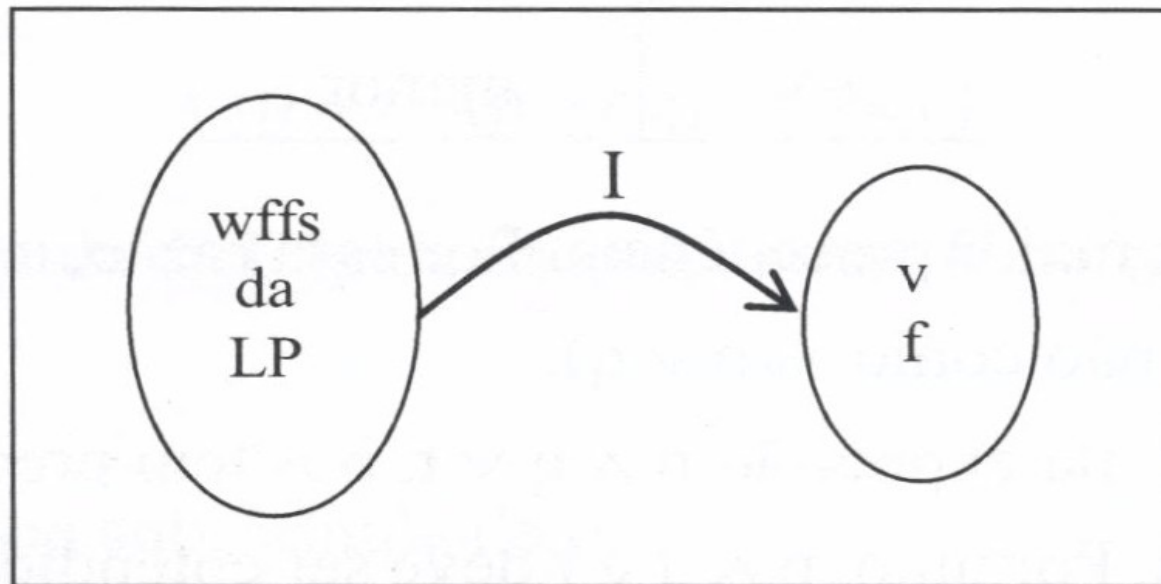
- **Como qualquer linguagem, é composta por**
  - **Sintaxe** (ou gramática)
    - Especifica como os símbolos se combinam para formar uma sequência válida
  - **Semântica**
    - Especifica como as sequências válidas se relacionam entre si e qual o valor-verdade dessa relação

$$x = 3 + y$$

- **O que é?**
  - Na Matemática
    - O interesse não está no significado das variáveis, mas sim no relacionamento entre elas em uma equação
  - Na Lógica
    - O interesse não está no significado das proposições, mas sim no relacionamento entre seus valores-verdade

### ■ Interpretação (I)

- Valor-verdade associado a uma fbf (wff) que especifica sua semântica (significado)
- É uma função cujo contradomínio possui apenas dois elementos (V e F)



Fonte: (Nicoletti, 2009, p. 16)

- **Interpretação (I)**

- Fórmulas atômicas

- Define-se V ou F como valor-verdade para átomos

|   |    |   |
|---|----|---|
| p |    | p |
| V | ou | F |

- Fórmulas compostas

- Calcula-se o valor-verdade da fórmula composta usando as regras semânticas dos conectivos lógicos e os valores-verdade definidos para os átomos que a constituem

### ■ Interpretação (I)

#### ■ Negação

- Se o valor-verdade de uma fbf  $\alpha$  é V, o valor-verdade de sua negação é F
- Se o valor-verdade de uma fbf  $\alpha$  é F, o valor-verdade de sua negação é V

**Tabela-verdade**

| p | $\neg p$ |
|---|----------|
| V | F        |
| F | V        |

- Interpretação (I)
  - Negação

*A professora **não** é loira.*

$p$ : A professora é loira

$I[\neg p] = V$  se  $I[p] = F$

$I[\neg p] = F$  se  $I[p] = V$

### ■ Interpretação (I)

#### ■ Conjunção

- O valor-verdade de uma conjunção  $\alpha$  é V se todos os valores-verdade de suas subfórmulas forem V
- O valor-verdade de uma conjunção  $\alpha$  é F se o valor-verdade de pelo menos uma de suas subfórmulas for F

| p | q | $p \wedge q$ |
|---|---|--------------|
| V | V | V            |
| V | F | F            |
| F | V | F            |
| F | F | F            |



- **Interpretação (I)**
  - **Conjunção**

*A professora é corinthiana e brasileira.*

p: A professora é corinthiana, q: A professora é brasileira

$$I[p \wedge q] = V \text{ se } I[p] = V \text{ e } I[q] = V$$

$$I[p \wedge q] = F \text{ se } \begin{cases} I[p] = V \text{ e } I[q] = F \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = V \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = F \end{cases}$$

### ■ Interpretação (I)

#### ■ Disjunção

- O valor-verdade de uma disjunção  $\alpha$  é V se o valor-verdade de pelo menos uma de suas subfórmulas for V
- O valor-verdade de uma disjunção  $\alpha$  é F se todos os valores-verdade de suas subfórmulas forem F

| p | q | $p \vee q$ |
|---|---|------------|
| V | V | V          |
| V | F | V          |
| F | V | V          |
| F | F | F          |

- Interpretação (I)
  - Disjunção

*A professora é corinthiana **ou** feliz.*

$p$ : A professora é corinthiana,  $q$ : A professora é feliz

$$I[p \vee q] = F \text{ se } I[p] = F \text{ e } I[q] = F$$

$$I[p \vee q] = V \text{ se } \begin{cases} I[p] = V \text{ e } I[q] = V \\ I[p] = V \text{ e } I[q] = F \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = V \end{cases}$$

### ■ Interpretação (I)

#### ■ Condicional

- O valor-verdade de um condicional  $\alpha$  é V se o valor-verdade do antecedente é F ou se o valor-verdade do conseqüente é V
- O valor-verdade de um condicional  $\alpha$  é F se o valor-verdade do antecedente é V e do conseqüente é F

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V                 |
| V | F | F                 |
| F | V | V                 |
| F | F | V                 |

- Interpretação (I)
  - Condicional

*Se você implorar 1 milhão de vezes **então** eu o perdoarei.*

p: Você implorar 1 milhão de vezes, q: Eu o perdoarei

$$I[p \rightarrow q] = F \text{ se } I[p] = V \text{ e } I[q] = F$$

$$I[p \rightarrow q] = V \text{ se } \begin{cases} I[p] = V \text{ e } I[q] = V \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = V \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = F \end{cases}$$

### ■ Interpretação (I)

#### ■ Bicondicional

- O valor-verdade de um bicondicional  $\alpha$  é V se o valor-verdade de suas subfórmulas forem iguais
- O valor-verdade de um bicondicional  $\alpha$  é F se o valor-verdade de suas subfórmulas forem diferentes

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| V | V | V                     |
| V | F | F                     |
| F | V | F                     |
| F | F | V                     |

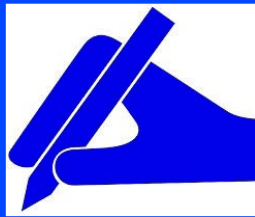
- **Interpretação (I)**
  - **Bicondicional**

*Angelina é casada com Brad **se e somente se** Brad é casado com Angelina.*

p: Angelina é casada com Brad, q: Brad é casado com Angelina

$$\begin{aligned} I[p \leftrightarrow q] = V & \text{ se } \begin{cases} I[p] = V \text{ e } I[q] = V \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = F \end{cases} \\ I[p \leftrightarrow q] = F & \text{ se } \begin{cases} I[p] = V \text{ e } I[q] = F \\ I[p] = F \text{ e } I[q] = V \end{cases} \end{aligned}$$

# Lógica Proposicional



## ■ Interpretação (I)

- Construa a tabela-verdade para os conectivos lógicos

|       | $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-------|-----|-----|----------|----------|--------------|------------|-------------------|-----------------------|
| $I_1$ |     |     |          |          |              |            |                   |                       |
| $I_2$ |     |     |          |          |              |            |                   |                       |
| $I_3$ |     |     |          |          |              |            |                   |                       |
| $I_4$ |     |     |          |          |              |            |                   |                       |





## ■ Interpretação (I)

- Construa a tabela-verdade para os conectivos lógicos

|       | $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-------|-----|-----|----------|----------|--------------|------------|-------------------|-----------------------|
| $I_1$ | V   | V   | F        | F        | V            | V          | V                 | V                     |
| $I_2$ | V   | F   | F        | V        | F            | V          | F                 | F                     |
| $I_3$ | F   | V   | V        | F        | F            | V          | V                 | F                     |
| $I_4$ | F   | F   | V        | V        | F            | F          | V                 | V                     |

→ Quantas linhas terá uma tabela-verdade com  $n$  átomos?

R.  $2^n$



## ■ Interpretação (I)

- Considerando a interpretação dos átomos abaixo

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | F | V |

a)  $p \rightarrow \neg q$

b)  $p \wedge (q \vee r)$

c)  $(p \wedge q) \vee r$

d)  $(p \wedge r) \leftrightarrow (q \vee r)$

e)  $\neg(q \wedge \neg r)$

f)  $p \rightarrow (\neg q \rightarrow r)$

1. Defina o valor-verdade de cada uma das fbfs

2. Dê interpretações que alterem o valor-verdade de cada fórmula



## ■ Interpretação (I)

- Considerando a interpretação dos átomos abaixo

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | F | V |

a)  $p \rightarrow \neg q$

b)  $p \wedge (q \vee r)$

c)  $(p \wedge q) \vee r$

d)  $(p \wedge r) \leftrightarrow (q \vee r)$

e)  $\neg(q \wedge \neg r)$

f)  $p \rightarrow (\neg q \rightarrow r)$

1. Defina o valor-verdade de cada uma das fbfs

R. Todas são V

2. Dê interpretações que alterem o valor-verdade de cada fórmula

R. Nesse caso é para você mudar de V para F um ou mais dos valores de p, q ou r