

Lógica

Lógica de Predicados Aula 11 – Sintaxe

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@ufscar.br

Lógica de Predicados

- **Lógica Proposicional**

- João é pai de Pedro
- Paulo é pai de Maria

$\Rightarrow p$

$\Rightarrow q$



- **Lógica de Predicados é um sistema mais expressivo capaz de**

Alguma relação entre p e q?

1. Distinguir entre coisas (**termos**) e asserções sobre as coisas (**fórmulas** e **predicados**)
2. Denotar a mesma coisa (**termo**) pelo mesmo símbolo, em todos os lugares
3. Denotar um conceito (**constante**) pelo mesmo símbolo, em todas as ocorrências
4. Denotar coisas diferentes ou fazer abstrações sobre as coisas (por meio de **variáveis**)

Lógica de Predicados

■ Exemplo

■ Premissas

- “João é pai de Pedro”
- “Paulo é pai de Maria”
- “Pedro e Maria são irmãos”

■ Conclusão

- “A mãe de Pedro é a mesma de Maria”

■ Lógica de Predicados

- pai(joao, pedro)
 - pai(paulo, maria)
 - irmao(pedro, maria)
 - mae(X, pedro) \wedge mae(X, maria)
- } predicados (fórmulas atômicas)
- fórmula composta

Distinguir entre coisas (termos) e asserções sobre as coisas (fórmulas e predicados)

Lógica de Predicados

- **Como qualquer linguagem, é composta por**
 - **Sintaxe** (ou gramática)
 - Especifica como os símbolos se combinam para formar uma sequência válida
 - **Semântica**
 - Especifica como as sequências válidas se relacionam entre si e qual o valor-verdade dessa relação

■ Alfabeto

- Conjunto de símbolos a partir dos quais as sequências válidas (bem-formadas) são construídas

- É composto por:

V e F são predicados de aridade 0

1. Variáveis: A, ABC, H2O, Maria

[A-Z][A-Za-z0-9]*

2. Constantes: a, abc, azul, 33

[a-z]+ ou [0-9]+

3. Funções n-árias: f(P), f2(X,y), pai(X,Y)

[a-z][A-Za-z0-9]*

4. Predicados n-ários: f(P), f2(X,y), pai(X,Y)

[a-z][A-Za-z0-9]*

5. Conectivos: \neg , \wedge , \vee , \rightarrow e \leftrightarrow

6. Quantificadores: \forall (universal) e \exists (existencial)

7. Símbolos de pontuação: () e ,

símbolo/aridade
(funtor)

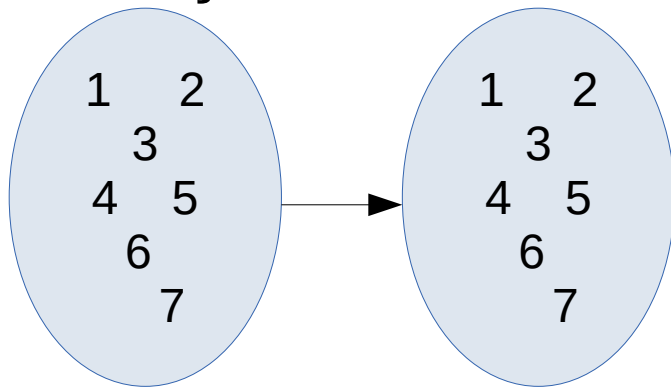
Constantes
para todo
alfabeto

■ Função X Predicado

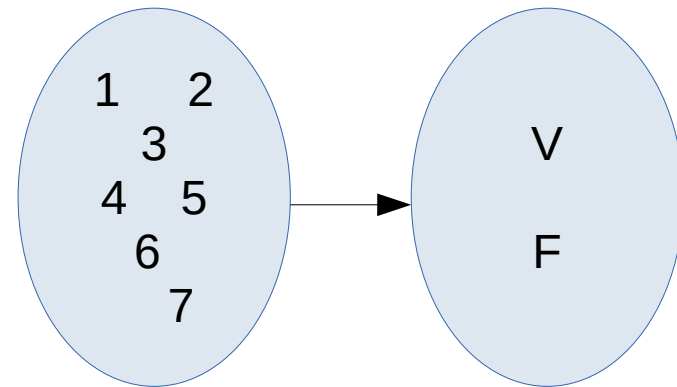
- Se a expressão regular que define função e predicado é a mesma

[a-z][A-Za-z0-9]*

- Qual é a diferença entre eles?



Domínio Contradomínio
denotam coisas



Domínio Contradomínio
denotam asserções sobre coisas

■ Termo

- Termos representam **coisas** (objetos)
- Termos são definidos como
 1. Uma constante é um termo
 2. Uma variável é um termo
 3. Se f é um símbolo funcional n -ário e t_1, t_2, \dots, t_n são termos então $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ é um termo
- Todos os termos são criados usando as regras anteriores

■ RESUMINDO ...

- **Termos** representam objetos em um domínio
- **Variáveis** são usadas para fazer abstrações sobre os objetos do domínio
- **Símbolos funcionais** permitem a referenciação de novos termos a partir dos termos existentes
 - Ex: `mae(pedro)` como uma função retorna o elemento do domínio que é a mãe de Pedro
- **Símbolos de predicado** permitem fazer afirmações (asserções) a respeito de termos
 - Ex: `mae(ana,pedro)` como um predicado retorna V se Ana for mãe de Pedro ou F, caso contrário

Lógica de Predicados

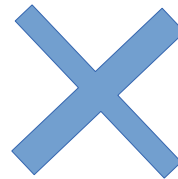
SINTAXE

- **Lógica Proposicional**

- Proposições atômicas
 - p, q , etc.
- Conectivos lógicos

- **Lógica de Predicados**

- Símbolos predicados de aridade 0
- Conectivos lógicos



- A Lógica de Predicados é uma generalização da Lógica Proposicional
- A estrutura da Lógica Proposicional está imersa na estrutura da Lógica de Predicados

■ Fórmula

- Uma fórmula bem-formada (ou apenas fórmula) é
 1. Um símbolo de verdade (V e F)
 2. Se p é um **símbolo de predicado n -ário** e t_1, \dots, t_n são **termos** então $p(t_1, \dots, t_n)$ é uma fórmula atômica
 3. Se ϕ é uma fórmula, então $\neg\phi$ é uma fórmula
 4. Se ϕ e ψ são fórmulas, então também são fórmulas $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$, $\phi \rightarrow \psi$ e $\phi \leftrightarrow \psi$
 5. Se ϕ é uma fórmula e **X é uma variável livre** em ϕ , então $\exists X \phi$ e $\forall X \phi$ são fórmulas
- Se for um átomo é denominada **fórmula atômica** (*predicado*) senão é chamada de **fórmula composta**

■ Quantificadores

- São **conectivos unários** com **prioridade mais alta** do que qualquer outro conectivo
- O **escopo** de um quantificador é a fórmula à qual o quantificador se aplica
 - O escopo de \forall em $\forall X \alpha$ é α
 - O escopo de \exists em $\exists X \alpha$ é α
- Uma variável está **ligada** se ocorre dentro do escopo de um quantificador, caso contrário ela é **livre**
- A variável pode ter ocorrências livre e ligada na fórmula

$(\forall X q(X)) \vee p(X, f(c))$

ligada livre

X é livre e ligada

■ Fórmula fechada

- Uma fórmula fechada é uma fórmula que não contém nenhuma ocorrência de variáveis livres
 - Exemplo: $\neg \exists Y \, p(a, Y)$

■ Fechamento universal

- É a fórmula fechada obtida com a adição de um quantificador **universal** associado a cada variável que ocorre livre na fórmula

$$(\forall X \forall Y \, p(X, Y))$$

$$\forall Y (\forall X \, p(X, Y))$$

■ Fechamento existencial

- É a fórmula fechada obtida com a adição de um quantificador **existencial** associado a cada variável que ocorre livre na fórmula

$$\exists Y (\forall X \, p(X, Y))$$