1ª Lista de Exercícios

1. Verifique se as fórmulas a seguir são bem-formadas, de acordo com a definição de fórmulas bem-formadas.

   (a) $(p \vee \neg(q \wedge V)) \leftrightarrow falso$

   (b) $((V \vee q) \leftrightarrow \neg(q \wedge p)) \rightarrow (r \wedge F)$

   (c) $(\neg(V \leftrightarrow \neg(q \wedge p)) \rightarrow (\neg\neg p \vee \neg(q \wedge V)) \leftrightarrow F$

2. As sentenças a seguir estão em língua natural. Identifique as proposições atômicas, mapeia-as para símbolos proposicionais e traduza cada sentença para a linguagem da Lógica Proposicional.

   (a) Se chove, então as ruas ficam molhadas.

   (b) João é magro ou Maria não é brasileira.

   (c) Se Maria estuda bastante, então Maria vai ao cinema.

   (d) Antonio vai ao cinema se e somente se o filme for comédia.

   (e) Ou Maria irá ao cinema e João não, ou Maria não irá e João irá.

   (f) Maria tem 10 anos ou se Maria é estudiosa, então é boa aluna.

   (g) Uma condição necessária para que uma sequência s convirja é que seja limitada.

   (h) Se $x > 0$, $x^2 > 0$

   (i) Se Carlos é materialista, Carlos é ateu. Se Carlos é ateu, então Carlos é materialista.

   (j) Se Pedro está no teatro, então Guilherme está no teatro também.

   (k) Se ele tiver tempo, ele virá.

   (l) Se você não sair, eu chamo a polícia.

   (m) Duas crianças têm o mesmo tio se e somente se elas têm a mesma mãe e têm o mesmo pai.

   (n) Se $i > j$, então $(i-1) > j$ senão $j = 3$.

3. Considere uma interpretação I e as fórmulas α, β, γ e λ como definidas a seguir:

$$\alpha : (p \rightarrow q);\ \beta : (p \leftrightarrow q),\ \gamma : (\neg p \vee p) \text{ e } \lambda : ((\neg p \vee p) \rightarrow (\neg q \vee p))$$

(a) Se $I[\alpha]$ =V, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$ e $I[q]$?

(b) Se $I[\beta]$ =V, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$ e $I[q]$?

(c) Se $I[\gamma]$ =V, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$?

(d) Se $I[\alpha]$ =F, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$ e $I[q]$?

(e) Se $I[\gamma]$ =F, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$?

(f) Se $I[\beta]$ =F, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$ e $I[q]$?

(g) Se $I[\lambda]$ =V, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$ e $I[q]$?

(h) Se $I[\lambda]$ =F, o que se pode concluir a respeito de $I[p]$ e $I[q]$?

(i) Se $I[q]$ =V, o que se pode concluir a respeito de $I[\alpha]$, $I[\beta]$, $I[\gamma]$ e $I[\lambda]$?

(j) Se $I[p]$ =V, o que se pode concluir a respeito de $I[\alpha]$, $I[\beta]$, $I[\gamma]$ e $I[\lambda]$?

4. Seja I uma interpretação tal que $I[p \rightarrow q] = $ F, e J uma interpretação tal que $J[p \rightarrow q] = $ V. O que se pode dizer a respeito dos resultados das interpretações a seguir?

(a) $I[(p \vee r) \rightarrow (\neg q \vee r)]$

(b) $I[(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)]$

(c) $I[(\neg p \vee p) \rightarrow (q \vee p)]$

(d) $J[(p \vee r) \rightarrow (q \vee \neg r)]$

(e) $J[(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)]$

(f) $J[(\neg p \vee p) \rightarrow (q \vee p)]$

(g) $J[(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg q)]$

5. Verifique se a informação dada é suficiente para determinar:

(a) $I[(p \rightarrow s) \rightarrow r]$, sabendo que $I[r]$ =V.

(b) $I[(p \vee r) \vee (s \rightarrow q)]$, sabendo que $I[q]$ =F e $I[r]$ =V.

Cont.

(c) $I[((p \vee q) \leftrightarrow (q \wedge p)) \rightarrow ((r \wedge p) \vee q)]$, sabendo que $I[q] =$V.

6. Determine $I[p]$ e $I[q]$, sabendo que:

   (a) $I[(p \rightarrow q)] =$V e $I[(p \wedge q)] =$F.

   (b) $I[(p \leftrightarrow q)] =$F e $I[(\neg p \vee q)] =$V.

7. Seja I uma interpretação tal que $I[p] = I[q] =$V e $I[r] = I[s] =$F. Encontre:

   (a) $I[(\neg(p \wedge q) \vee \neg r) \vee ((p \leftrightarrow \neg q) \rightarrow (r \vee \neg s))]$

   (b) $I[(p \leftrightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow s)]$

   (c) $I[(p \vee (q \rightarrow (r \wedge \neg p))) \leftrightarrow (q \vee \neg s)]$

8. Construa a tabela-verdade associada a cada fórmula dada a seguir:

   (a) $((\neg p \rightarrow q) \vee (r \wedge \neg q)) \leftrightarrow p$

   (b) $(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$

   (c) $(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (\neg r \leftrightarrow \neg q)$

   (d) $((p \leftrightarrow \neg q) \rightarrow \neg r) \rightarrow (\neg(r \wedge \neg q) \vee p)$

   (e) $((p \vee \neg q) \rightarrow r) \rightarrow (s \leftrightarrow \neg q)$

   (f) $(q \vee r) \rightarrow ((q \vee s) \rightarrow (p \vee s))$

   (g) $(p \rightarrow r) \rightarrow q$

   (h) $(p \rightarrow r) \vee q$

   (i) $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

   (j) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$

   (k) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge (q \wedge r)) \rightarrow (p \wedge (p \vee r)))$

9. Verifique quais das fórmulas a seguir são tautologias, quais são contradições e quais são contingentes. Justifique sua resposta.

   (a) $((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$

(b) $(p \wedge p) \leftrightarrow p$

(c) $(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$

(d) $(p \wedge (p \vee q)) \leftrightarrow p$

(e) $p \rightarrow p \vee r$

10. Verifique, usando a definição de consequência lógica, se pode ser escrito:

(a) $\{\neg p \rightarrow q, r \wedge \neg q\} \models p \rightarrow r$

(b) $((\neg p \rightarrow q) \vee (r \wedge \neg q)) \models p \rightarrow \neg r$

(c) $\{p \rightarrow q, r \wedge \neg q\} \models p \rightarrow r$

(d) $\{\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg r \rightarrow \neg q), \neg q\} \models ((p \wedge \neg q) \vee r)$

(e) $\{(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (\neg r \leftrightarrow \neg q), \neg r\} \models p \rightarrow r$

(f) $\{p \rightarrow (q \vee r), p\} \models p \wedge q$

(g) $\{\neg p \rightarrow \neg\neg q, \neg\neg\neg p\} \models q$

(h) $\{(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s), \neg\neg p, q\} \models s$

(i) $p \models (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

(j) $\{p, \neg\neg(p \rightarrow q)\} \models q \vee \neg q$

11. Considere a seguinte afirmativa como verdadeira:

"Se Maria for à escola, então Gabriel ou Paula irão, e se Maria não for à escola, então Paula e Guilherme irão."

É possível chegar a alguma conclusão de quem com certeza irá à escola?

12. Complete a tabela de leis de equivalência a seguir:

$p \wedge \neg p \equiv$	Lei da contradição
$p \vee \neg p \equiv$	Lei do terceiro excluído
$p \wedge V \equiv$ $p \vee F \equiv$	Leis da identidade
$p \wedge F \equiv$ $p \vee V \equiv$	Leis da dominação
$p \wedge p \equiv$ $p \vee p \equiv$	Leis idempotentes
$\neg\neg p \equiv$	Lei da dupla negação
$p \wedge q \equiv$ $p \vee q \equiv$	Leis comutativas
$(p \wedge q) \wedge r \equiv$ $(p \vee q) \vee r \equiv$	Leis associativas
$p \wedge (q \vee r) \equiv$ $p \vee (q \wedge r) \equiv$	Leis distributivas
$\neg(p \wedge q) \equiv$ $\neg(p \vee q) \equiv$	Leis de De Morgan
$p \rightarrow q \equiv$	Definição de $\rightarrow$ em termos de $\vee$ e $\neg$
$p \leftrightarrow q \equiv$	Definição de $\leftrightarrow$ em termos de $\rightarrow$ e $\wedge$
$p \leftrightarrow q \equiv$	Definição de $\leftrightarrow$ em termos de $\vee$ e $\neg$
$(p \vee (p \wedge q) \equiv$ $(p \wedge (p \vee q) \equiv$	Leis da absorção
$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv$ $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q) \equiv$	Generalização das Leis da absorção