

Teoria da Computação – Ex 7

1. Diga se cada uma das instâncias do Problema de Correspondência de Post (PCP) a seguir tem uma solução. Cada uma delas é apresentada sob a forma de duas listas A e B e as i-esimas cadeias nas duas listas correspondem para cada $i=1,2,3,\dots$
A) $A=(01,001,10)$ e $B=(011,10,00)$
B) $A=(01,001,10)$ e $B=(011,01,00)$
C) $A=(ab,a,bc,c)$ e $B=(bc,ab,ca,a)$
2. Suponha que limitássemos o PCP a um alfabeto de um único símbolo, digamos $\Sigma = \{0\}$. Esse caso restrito do PCP ainda seria indecidível?
3. Uma gramática livre de contexto é dita ser ambígua se houver mais um caminho para a derivação de uma cadeia w que pertence a linguagem. Algumas gramáticas ambíguas possuem gramáticas equivalentes não ambíguas, mas para algumas linguagens livre de contexto a ambiguidade é inerente à sua definição e não possuem gramáticas não ambíguas que a definem. Essas linguagens que não possuem gramáticas não ambíguas que a definem são chamadas de inerentemente ambíguas.

Há algumas técnicas para eliminar a ambiguidade em gramáticas livre de contexto, mas o problema de determinar se uma gramática livre de contexto é ambígua ou não é indecidível. E podemos usar o PCP para provar isso.

Considere as produções

$$A \rightarrow w_1 A a_1 \mid w_2 A a_2 \mid \dots \mid w_n A a_n \mid w_1 a_1 \mid w_2 a_2 \mid \dots \mid w_n a_n$$

$$B \rightarrow x_1 B b_1 \mid x_2 B b_2 \mid \dots \mid x_n B b_n \mid x_1 b_1 \mid x_2 b_2 \mid \dots \mid x_n b_n$$

definindo as gramáticas GA e GB que geram LA e LB respectivamente.

E considere a gramática GAB que tem as produções

$$S \rightarrow A \mid B \text{ e as produções de GA e GB.}$$

Com isso podemos afirmar que GAB é uma gramática ambígua se a instância (A,B) do PCP tem uma solução. E sabemos que o PCP é indecidível – logo também é indecidível saber se uma gramática é ambígua.

*** Note que para algumas instâncias há solução para o PCP – mas não para todas.

Ex: $A \rightarrow A + x \mid x$ e $B \rightarrow x + B \mid x$ tem as soluções (2),(1,2),(1,1,2)

Pois geram as mesmas cadeias usando apenas a segunda regra de produção, ou a primeira e depois a segunda regra, ou duas vezes a primeira e depois a segunda regra... e assim sucessivamente. Mas de forma genérica não há como afirmar.

Considere Ga e Gb duas linguagens livre de contexto gerando as linguagens La e Lb respectivamente. Com base nas evidências apresentadas acima, dê a sua resposta e justifique:

3.a) $La \cap Lb = \{ \} ?$

3.b) $La = Lb ?$

3.c) $La \subseteq Lb ?$

4. Mostre que o complemento de uma linguagem livre de contexto é indecidível.

5. As classes de linguagens P e NP têm cada uma certas propriedades de fechamento. Mostre (de evidências) que P é fechada sob as operações de:
 - 5.a) união
 - 5.b) concatenação
 - 5.c) complemento
6. Sendo U a Máquina de Turing Universal, mostre que $L(U)$ é recursivamente enumerável, mas não recursiva.
7. Se uma linguagem L_7 for recursivamente enumerável e não for recursiva, o que podemos afirmar de seu complemento?
8. Se uma linguagem L_8 for recursiva, o que pode ser esperado de seu complemento?
9. Se uma linguagem L_9 não for recursivamente enumerável, o que esperar de seu complemento?