Variáveis Aleatórias Contínuas

Maria Sílvia de Assis Moura

2021

Variável Aleatória Uniforme Contínua $U(A, B)$

Variável Aleatória Uniforme Contínua $U(A, B)$

A função de densidade da variável aleatória contínua uniforme X no intervalo $[A, B]$ é

Variável Aleatória Uniforme Contínua $U(A, B)$

A função de densidade da variável aleatória contínua uniforme X no intervalo $[A, B]$ é

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{B-A}, & A \leq x \leq B, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

Exemplo:

Exemplo: Considere $X \sim U(1,3)$ e nosso interesse é encontrar $P(1,5 < X < 2)$.

$$f(x) = \frac{1}{3-1}, \quad 1 \leq x \leq 3$$

Exemplo: Considere $X \sim U(1,3)$ e nosso interesse é encontrar $P(1,5 < X < 2)$.

$$f(x) = \frac{1}{3-1}, \quad 1 \leq x \leq 3$$

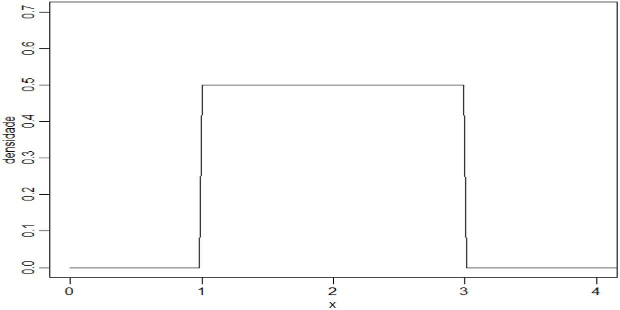


Figura:

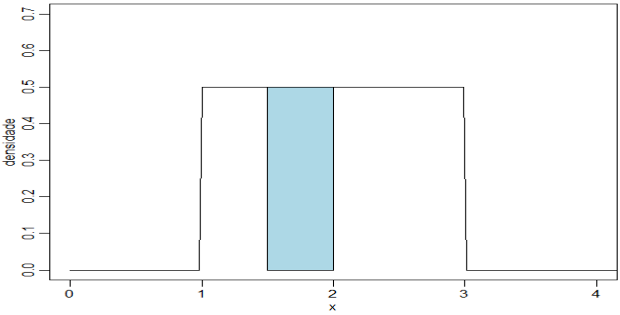


Figura:

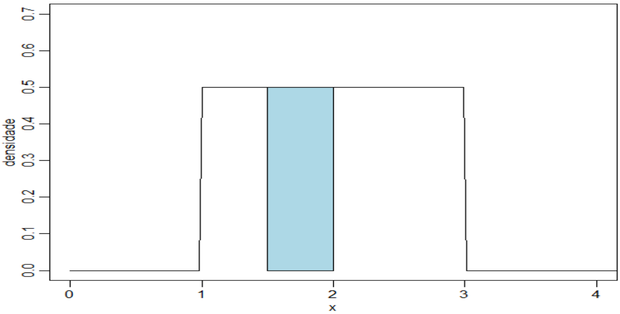


Figura:

$$P(1,5 < X < 2) = \int_{1,5}^{2} \frac{1}{2} dx = \left[\frac{x}{2}\right]_{1,5}^{2}$$

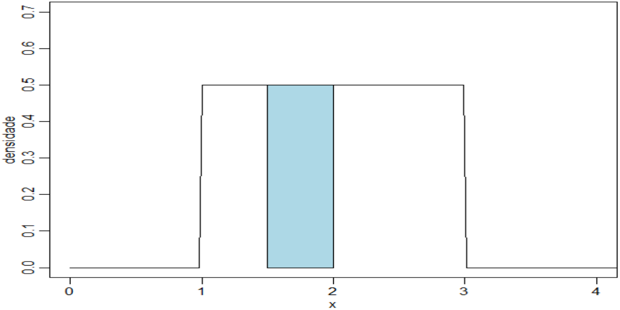


Figura:

$$P(1,5 < X < 2) = \int_{1,5}^{2} \frac{1}{2} dx = \left[\frac{x}{2}\right]_{1,5}^{2} = \frac{0,5}{2}$$

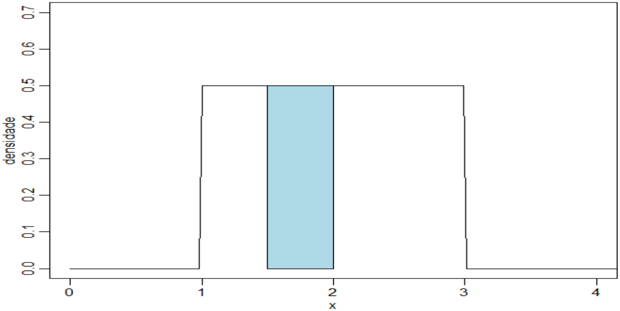


Figura:

$$P(1,5 < X < 2) = \int_{1,5}^{2} \frac{1}{2} dx = \left[\frac{x}{2}\right]_{1,5}^{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25.$$

A média e a variância da distribuição uniforme são

A média e a variância da distribuição uniforme são

$$\mu = \frac{A+B}{2} \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \frac{(B-A)^2}{12}.$$

Distribuição Normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Distribuição Normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

A densidade da variável aleatória normal X, com média μ e variância σ^2, é

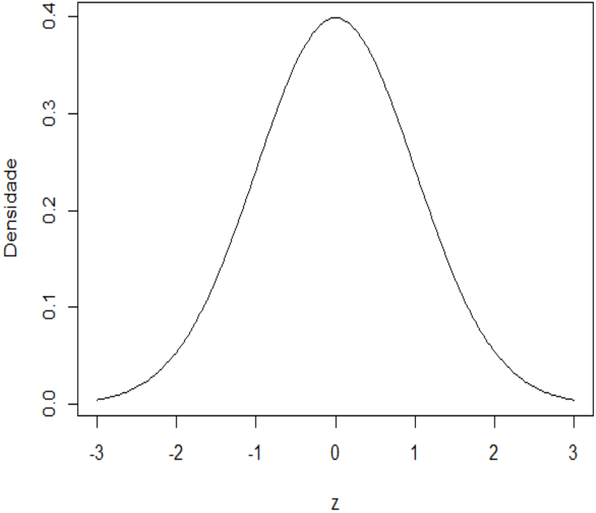
$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

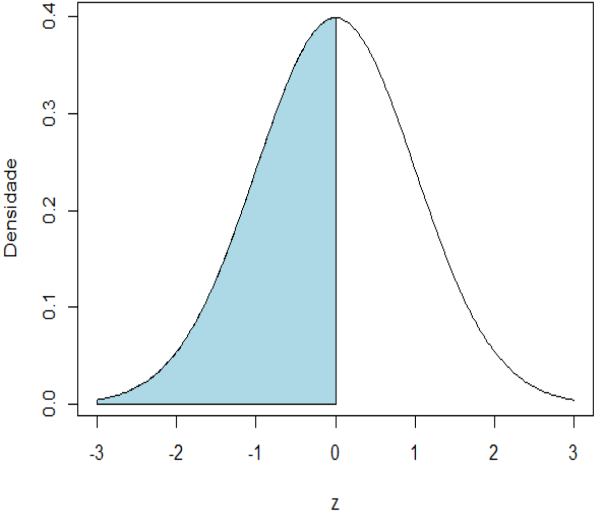
Distribuição Normal $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

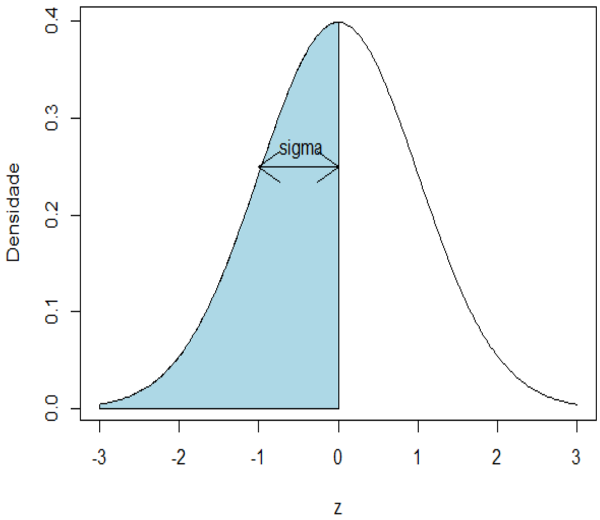
A densidade da variável aleatória normal X, com média μ e variância σ^2, é

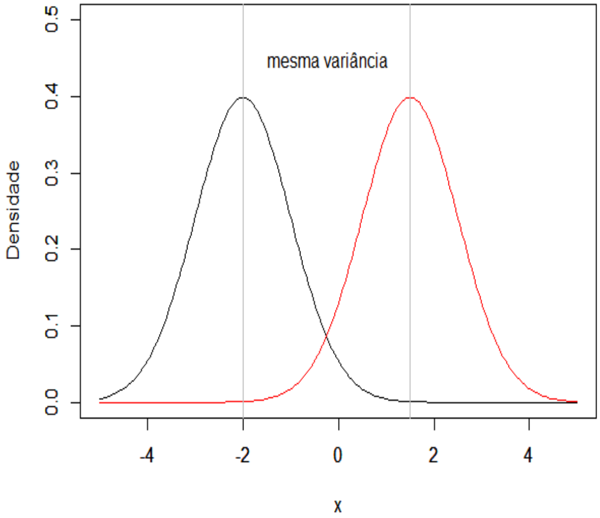
$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

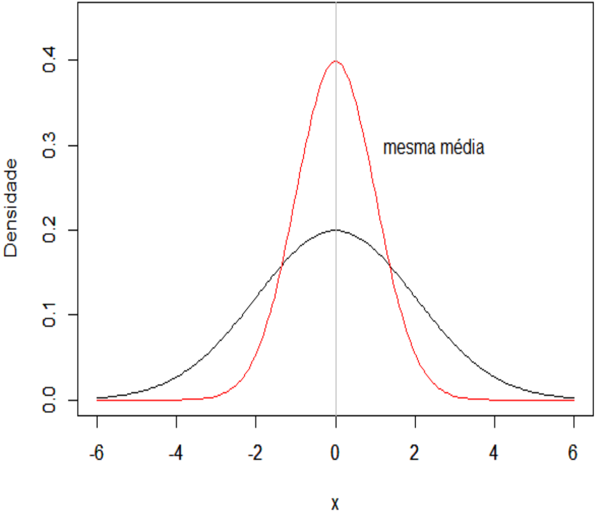
Os parâmetros μ e σ especificam completamente a densidade.

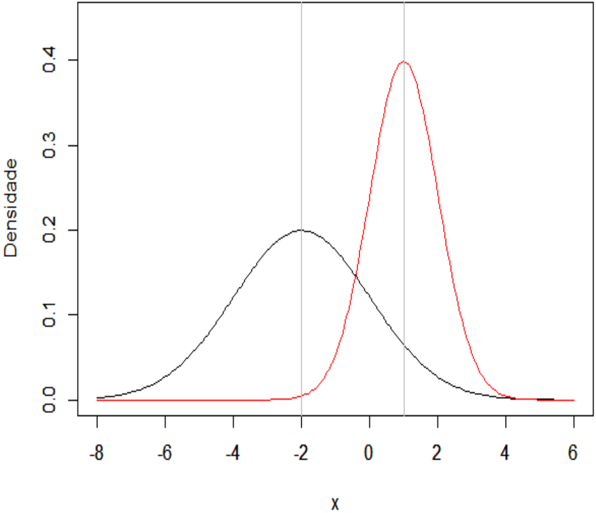

0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
Densidade
-3
-2
-1
0
1
2
3
z


Densidade
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
-3
-2
-1
0
1
2
3
z


sigma
Densidade
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
-3
-2
-1
0
1
2
3
z


mesma variância
Densidade
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
-4
-2
0
2
4
x


mesma média
Densidade
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
-6
-4
-2
0
2
4
6
x



Densidade
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
x

Características da Curva Normal

Características da Curva Normal

A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.

Características da Curva Normal

- A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.
- A curva é simétrica em torno da média μ.

Características da Curva Normal

A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.

A curva é simétrica em torno da média μ.

A curva tem seus pontos de inflexão em $x = \mu \pm \sigma$.

Características da Curva Normal

A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.

A curva é simétrica em torno da média μ.

A curva tem seus pontos de inflexão em $x = \mu \pm \sigma$.

A média é μ e a variância é σ^2.

Características da Curva Normal

A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.

A curva é simétrica em torno da média μ.

A curva tem seus pontos de inflexão em $x = \mu \pm \sigma$.

A média é μ e a variância é σ^2.

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 68,3\%$

Características da Curva Normal

- A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.
- A curva é simétrica em torno da média μ.
- A curva tem seus pontos de inflexão em $x = \mu \pm \sigma$.
- A média é μ e a variância é σ^2.
- $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 68,3\%$
- $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 95,4\%$

Características da Curva Normal

A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.

A curva é simétrica em torno da média μ.

A curva tem seus pontos de inflexão em $x = \mu \pm \sigma$.

A média é μ e a variância é σ^2.

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 68,3\%$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 95,4\%$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 97,7\%$

Características da Curva Normal

A moda, máximo de uma distribuição, a mediana e a média são coincidentes.

A curva é simétrica em torno da média μ.

A curva tem seus pontos de inflexão em $x = \mu \pm \sigma$.

A média é μ e a variância é σ^2.

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 68,3\%$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 95,4\%$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 97,7\%$

A $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$ não tem solução analítica.

Para calcularmos $P(a < X \leq b)$, sendo $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ lançamos mão da transformação, Para calcularmos $P(a < X \leq b)$, sendo $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ lançamos mão da transformação, $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, encontrando assim a variável aleatória normal padrão, Para calcularmos $P(a < X \leq b)$, sendo $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ lançamos mão da transformação, $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, encontrando assim a variável aleatória normal padrão, ou seja, Para calcularmos $P(a < X \leq b)$, sendo $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ lançamos mão da transformação, $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, encontrando assim a variável aleatória normal padrão, ou seja, $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

Para calcularmos $P(a < X \leq b)$, sendo $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ lançamos mão da transformação, $z = \frac{(x-\mu)}{\sigma}$, encontrando assim a variável aleatória normal padrão, ou seja, $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$.
Z é chamada de distribuição normal padrão.

Distribuição Normal Padrão

Se x é uma observação de uma distribuição *Normal* com média μ e desvio-padrão σ, o **valor padronizado** de x é

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}.$$

Um valor padronizado frequentemente é chamado de **escore z**.

Distribuição Normal Padrão

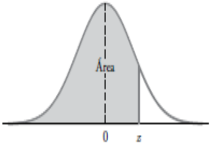
Se x é uma observação de uma distribuição *Normal* com média μ e desvio-padrão σ, o **valor padronizado** de x é

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}.$$

Um valor padronizado frequentemente é chamado de **escore z**.

Encontramos os valores de probabilidades através da Tabela Normal.

Tabela A.3 Áreas sob a curva normal



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048

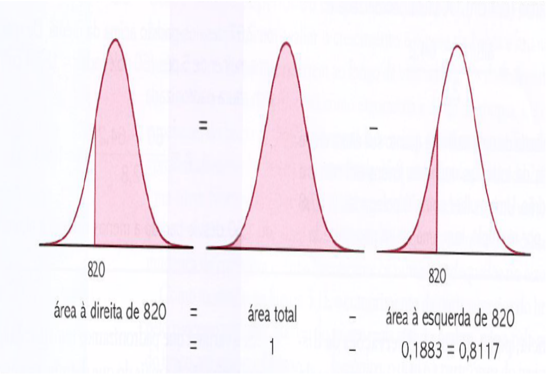
Tabela A.3 (continuação) Área sob a curva normal

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706

A NCAA usa uma escala deslizante para a elegibilidade de atletas para a Primeira Divisão. Os estudantes devem ter um escore combinado de, no mínimo, 820 nas porções de matemática e de leitura para poderem competir em seu primeiro ano de universidade. Os escores dos estudantes, em 2013, são aproxidamente Normais, com média 1011 e desvio-padrão de 216.

A NCAA usa uma escala deslizante para a elegibilidade de atletas para a Primeira Divisão. Os estudantes devem ter um escore combinado de, no mínimo, 820 nas porções de matemática e de leitura para poderem competir em seu primeiro ano de universidade. Os escores dos estudantes, em 2013, são aproxidamente Normais, com média 1011 e desvio-padrão de 216. Qual percentual de estudantes no último ano do Ensino Médio satisfaz esse requisito de 820 ou mais?

A NCAA usa uma escala deslizante para a elegibilidade de atletas para a Primeira Divisão. Os estudantes devem ter um escore combinado de, no mínimo, 820 nas porções de matemática e de leitura para poderem competir em seu primeiro ano de universidade. Os escores dos estudantes, em 2013, são aproxidamente Normais, com média 1011 e desvio-padrão de 216. Qual percentual de estudantes no último ano do Ensino Médio satisfaz esse requisito de 820 ou mais?

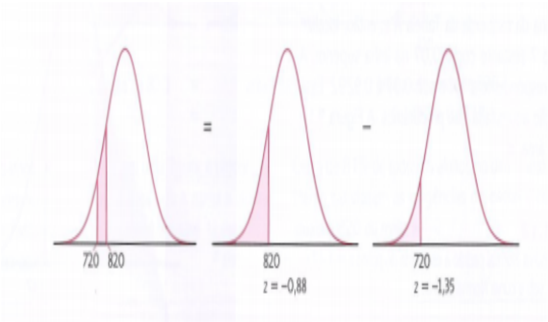


Qual a proporção dos estudantes que têm escores entre 720 e 820?

Qual a proporção dos estudantes que têm escores entre 720 e 820?
Seja $X \sim N(1011; 216^2)$,

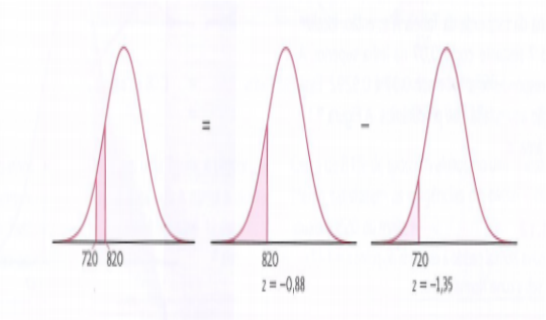
Qual a proporção dos estudantes que têm escores entre 720 e 820?
Seja $X \sim N(1011; 216^2)$, queremos $P(720 < X < 820)$.

Qual a proporção dos estudantes que têm escores entre 720 e 820?
Seja $X \sim N(1011; 216^2)$, queremos $P(720 < X < 820)$.



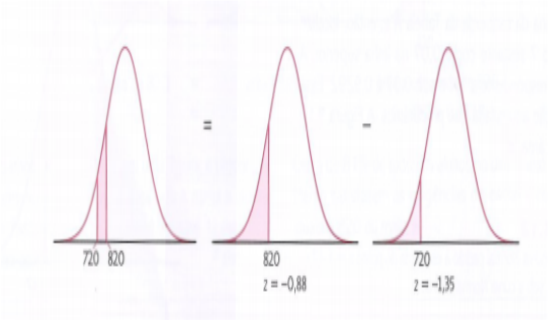
$$720 < \quad x \quad \leq 820$$

Qual a proporção dos estudantes que têm escores entre 720 e 820?
Seja $X \sim N(1011; 216^2)$, queremos $P(720 < X < 820)$.



$$\begin{array}{ccccc} 720 & < & x & \leq & 820 \\ \dfrac{720-1011}{216} & < & \frac{x-1011}{216} & \leq & \dfrac{820-1011}{216} \end{array}$$

Qual a proporção dos estudantes que têm escores entre 720 e 820?
Seja $X \sim N(1011; 216^2)$, queremos $P(720 < X < 820)$.



$$\begin{aligned} 720 < & \quad x & \leq 820 \\ \frac{720-1011}{216} < & \quad \frac{x-1011}{216} & \leq \frac{820-1011}{216} \\ -1,35 < & \quad z & \leq -0,88 \end{aligned}$$

No ano de 2013, os escores de leitura seguiram uma distribuição aproximadamente $N(504, 115)$.

No ano de 2013, os escores de leitura seguiram uma distribuição aproximadamente $N(504, 115)$.
Qual o valor no teste que uma pessoa precisa tirar se quiser estar entre 10% melhores?

No ano de 2013, os escores de leitura seguiram uma distribuição aproximadamente $N(504, 115)$.
Qual o valor no teste que uma pessoa precisa tirar se quiser estar entre 10% melhores?

$$X \sim N(504, 115^2)$$

$$P(X > x) = 0,10$$

No ano de 2013, os escores de leitura seguiram uma distribuição aproximadamente $N(504, 115)$.
Qual o valor no teste que uma pessoa precisa tirar se quiser estar entre 10% melhores?

$$X \sim N(504, 115^2)$$

$$P(X > x) = 0,10$$

$$P(Z > z) = 0,10$$

No ano de 2013, os escores de leitura seguiram uma distribuição aproximadamente $N(504, 115)$.
Qual o valor no teste que uma pessoa precisa tirar se quiser estar entre 10% melhores?

$$X \sim N(504, 115^2)$$

$$P(X > x) = 0,10$$

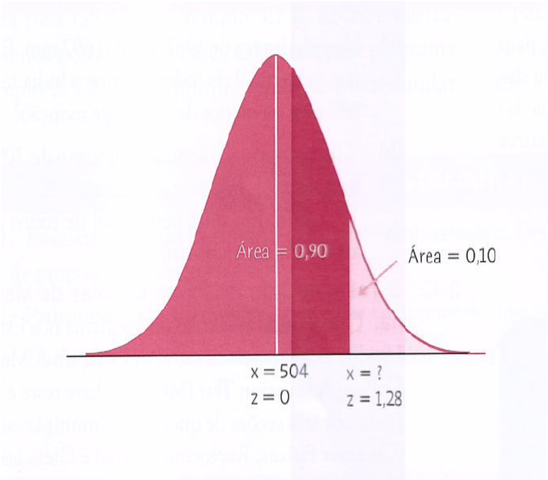
$$P(Z > z) = 0,10 \rightarrow z = 1,28$$

No ano de 2013, os escores de leitura seguiram uma distribuição aproximadamente $N(504, 115)$.
Qual o valor no teste que uma pessoa precisa tirar se quiser estar entre 10% melhores?

$$X \sim N(504, 115^2)$$

$$P(X > x) = 0,10$$

$$P(Z > z) = 0,10 \rightarrow z = 1,28$$


Área = 0,90
Área = 0,10
x = 504
z = 0
x = ?
z = 1,28

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{x-504}{115}\right) = 0,10$$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{x-504}{115}\right) = 0,10$$

$$\frac{x-504}{115} = 1,28$$

$$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{x-504}{115}\right) = 0,10$$

$$\frac{x-504}{115} = 1,28$$

$$x = 1,28 * 115 + 504 = 651,2$$

Aproximação Normal para distribuições Binomiais

Seja $X \sim Binomial(n, p)$, quando n é grande, podemos aproximar a distribuição Binomial para uma distribuição Normal, com média $\mu = np$ e desvio-padrão $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$, ou seja, $X \sim N(np, np(1-p))$.

Aproximação Normal para distribuições Binomiais

Seja $X \sim Binomial(n, p)$, quando n é grande, podemos aproximar a distribuição Binomial para uma distribuição Normal, com média $\mu = np$ e desvio-padrão $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$, ou seja, $X \sim N(np, np(1-p))$.
Porém, há uma regra empírica para que a aproximação seja razoável ou muito boa,

Aproximação Normal para distribuições Binomiais

Seja $X \sim Binomial(n, p)$, quando n é grande, podemos aproximar a distribuição Binomial para uma distribuição Normal, com média $\mu = np$ e desvio-padrão $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$, ou seja, $X \sim N(np, np(1-p))$.
Porém, há uma regra empírica para que a aproximação seja razoável ou muito boa, devemos ter $np \geq 10$ e $n(1-p) \geq 10$.

Pesquisas amostrais indicam que as pessoas controlam mudanças na saúde. Uma pesquisa fez a pergunta para 3014 adultos em uma amostra aleatória nacional. *Pensando agora sobre sua saúde geral, você atualmente mantém registro de seu próprio peso, dieta ou rotina de exercícios, ou isso é algo que você não faz atualmente?*

Pesquisas amostrais indicam que as pessoas controlam mudanças na saúde. Uma pesquisa fez a pergunta para 3014 adultos em uma amostra aleatória nacional. *Pensando agora sobre sua saúde geral, você atualmente mantém registro de seu próprio peso, dieta ou rotina de exercícios, ou isso é algo que você não faz atualmente?*
SE, de fato, 62% de todos os adultos residentes dissessem "sim" se lhes fosse feita a mesma pergunta.

Pesquisas amostrais indicam que as pessoas controlam mudanças na saúde. Uma pesquisa fez a pergunta para 3014 adultos em uma amostra aleatória nacional. *Pensando agora sobre sua saúde geral, você atualmente mantém registro de seu próprio peso, dieta ou rotina de exercícios, ou isso é algo que você não faz atualmente?*
SE, de fato, 62% de todos os adultos residentes dissessem "sim" se lhes fosse feita a mesma pergunta.
Qual a probabilidade de que 1900 ou mais adultos na amostra digam "sim"?

Pesquisas amostrais indicam que as pessoas controlam mudanças na saúde. Uma pesquisa fez a pergunta para 3014 adultos em uma amostra aleatória nacional. *Pensando agora sobre sua saúde geral, você atualmente mantém registro de seu próprio peso, dieta ou rotina de exercícios, ou isso é algo que você não faz atualmente?*
SE, de fato, 62% de todos os adultos residentes dissessem "sim" se lhes fosse feita a mesma pergunta.
Qual a probabilidade de que 1900 ou mais adultos na amostra digam "sim"?
Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

Pesquisas amostrais indicam que as pessoas controlam mudanças na saúde. Uma pesquisa fez a pergunta para 3014 adultos em uma amostra aleatória nacional. *Pensando agora sobre sua saúde geral, você atualmente mantém registro de seu próprio peso, dieta ou rotina de exercícios, ou isso é algo que você não faz atualmente?*

SE, de fato, 62% de todos os adultos residentes dissessem "sim" se lhes fosse feita a mesma pergunta.

Qual a probabilidade de que 1900 ou mais adultos na amostra digam "sim"?

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$X \sim Binomial(3014; 0,62)$

Seja X o número de pessoas que respondem “sim”.

Seja X o número de pessoas que respondem “sim”.

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np =$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) =$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38 = 710 \rightarrow \sigma = 26,65$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = E(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38 = 710 \rightarrow \sigma = 26,65$$

Aproximando para uma normal $X \sim_a \mathcal{N}(1868,7; 26,65^2)$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38 = 710 \rightarrow \sigma = 26,65$$

Aproximando para uma normal $X \sim_a \mathcal{N}(1868,7; 26,65^2)$

$$P(X > 1900) =$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38 = 710 \rightarrow \sigma = 26,65$$

Aproximando para uma normal $X \sim_a \mathcal{N}(1868,7; 26,65^2)$

$$\boldsymbol{P}(X > 1900) = \boldsymbol{P}\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{1900-1868,7}{26,65}\right) =$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38 = 710 \rightarrow \sigma = 26,65$$

Aproximando para uma normal $X \sim_a \mathcal{N}(1868,7; 26,65^2)$

$$\boldsymbol{P}(X > 1900) = \boldsymbol{P}\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{1900 - 1868,7}{26,65}\right) = \boldsymbol{P}(Z > 1,175)$$

Seja X o número de pessoas que respondem "sim".

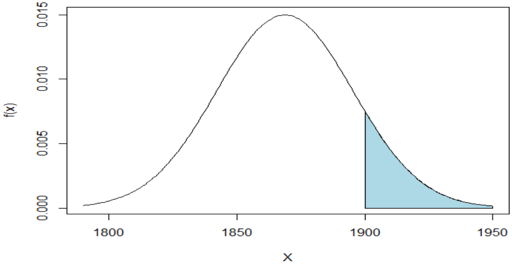
$$X \sim Binomial(3014; 0,62)$$

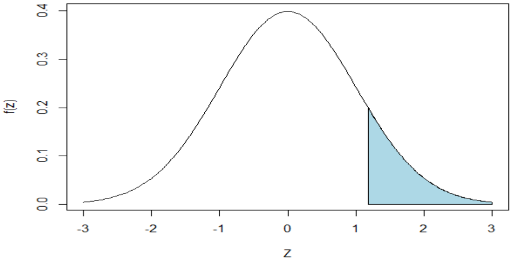
$$\mu = \boldsymbol{E}(X) = np = 3014 \times 0,62 = 1868,7$$

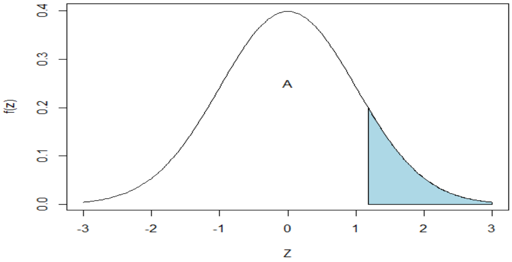
$$\sigma^2 = np(1-p) = 3014 \times 0,62 \times 0,38 = 710 \rightarrow \sigma = 26,65$$

Aproximando para uma normal $X \sim_a \mathcal{N}(1868,7; 26,65^2)$

$$\boldsymbol{P}(X > 1900) = \boldsymbol{P}\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{1900-1868,7}{26,65}\right) = \boldsymbol{P}(Z > 1,175)$$


0.015
0.010
0.005
0.000
f(x)
1800
1850
1900
1950
X


0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
f(z)
-3
-2
-1
0
1
2
3
z


0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
f(z)
A
-3
-2
-1
0
1
2
3
Z

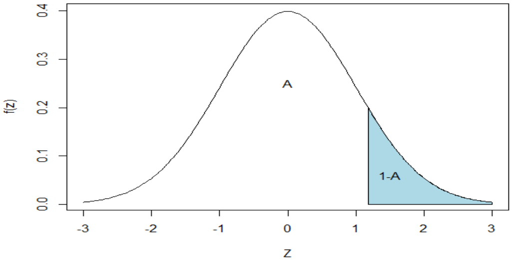

0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
f(z)
A
1-A
-3
-2
-1
0
1
2
3
Z

Tabela A.3 (continuação) Área sob a curva normal

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706

Tabela A.3 (continuação) Área sob a curva normal

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706

Assim, $P(Z > 1,175) = 1 - P(Z < 1,175) = 1 - 0,88 = 0,12$,

Tabela A.3 (continuação) Área sob a curva normal

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706

Assim, $P(Z > 1,175) = 1 - P(Z < 1,175) = 1 - 0,88 = 0,12$, a probabilidade de que 1900 ou mais adultos na amostra digam "sim" é 12%.

Função Gama

A *função gama* é definida por

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \text{para } \alpha > 0.$$

Função Gama

A *função gama* é definida por

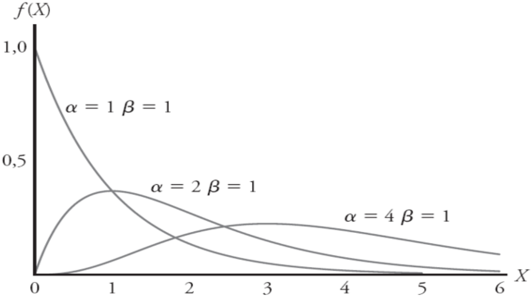
$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \text{para } \alpha > 0.$$

Distribuição Gama

A variável aleatória contínua X tem distribuição *Gama*, com parâmetros α e β, se sua função densidade for dada por

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x > 0,$$

em que $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.


f(X)
1,0
0,5
α = 1 β = 1
α = 2 β = 1
α = 4 β = 1
0
1
2
3
4
5
6
X

A média e a variância da distribuição gamma são

$$\mu = \alpha\beta \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \alpha\beta^2.$$

Um caso particular ($\alpha = 1$) da distribuição gama é a distribuição exponencial

$$f(x;\beta) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, \quad x > 0.$$

A média e a variância da distribuição exponencial são

$$\mu = \beta \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \beta^2.$$

Outro caso especial da distribuição gamma, com $\alpha = \nu/2$ e $\beta = 2$ é a distribuição qui-quadrado.

$$f(x;\nu) = \frac{1}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)} x^{\nu/2-1} e^{-x/2}, x > 0$$

A média e variância da distribuição qui-quadrado são

$$\mu = \nu \quad \text{e} \quad \sigma^2 = 2\nu.$$