Teoria da Computação- Exercícios Aula 3
Linguagens Regulares – Propriedades, Expressões Regulares

1. Descreva os conjuntos denotados pelas expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.
   a- 0 | 10*
   b- (0 | 1)0*
   c- (0011)*
   d- (0 | 1)* 1(0 | 1)*
   e- 0*11*0
   f- 0(0 | 1)*0
   g- ∅*
   h- (ε | 0) (ε | 1)
   i- (000* | 1)*
   j- (0* | 0*11 (1 | 00*11)*) (ε | 00*)

2. Determine para cada linguagem sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ abaixo, uma expressão regular que a denote. Admita a convenção $|x|_0$ como sendo o número de símbolos 0 que ocorrem na cadeia $x \in \Sigma^*$.
   a- $\{0\}\ \Sigma^*\ \{1\}$
   b- $\Sigma^*\ \{01\}$
   c- $\{ x \in \Sigma^* \mid |x|_0 \geq 3\}$
   d- $\{ x \in \Sigma^* \mid |x|_1$ é par$\}$
   e- $\{ x \in \Sigma^* \mid$ x não possui dois 0's e não possui dois 1's consecutivos$\}$

3. Seja o autômato finito não determinístico $M = < \{q_0, q_1, q_2\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_2\} >$, com o mapeamento δ dado por:
   $\delta(q_0,0) = \{q_1,q_2\}$ $\delta(q_0,1) = \{q_0\}$
   $\delta(q_1,0) = \{q_0,q_1\}$ $\delta(q_1,1) = \{\ \}$
   $\delta(q_2,0) = \{q_0,q_2\}$ $\delta(q_2,1) = \{q_1\}$
   Pede-se:
   descreva L(M) por uma expressão regular.

4. Seja o af-nd $M = < Q, \Sigma, \delta, q_0, F >$, onde
   $Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
   $\Sigma = \{ 0,1 \}$
   $F = \{ q_3 \}$
   e o mapeamento δ é dado por:
   $\delta(q_0,0) = \{q_0\}$ $\delta(q_0,1) = \{q_1\}$
   $\delta(q_1,0) = \{q_2\}$ $\delta(q_1,1) = \{q_1,q_3\}$
   $\delta(q_2,0) = \{\ \}$ $\delta(q_2,1) = \{q_2,q_3\}$
   $\delta(q_3,0) = \{q_3\}$ $\delta(q_3,1) = \{\ \}$
   Pede-se:
   Descreva por uma expressão regular a linguagem L(M).

5. Seja o autômato finito com movimento vazio (ε) M, dado por M = < Q,Σ,δ,q_0,F >, onde:

   Q = {q_0, q_1, q_2, q_3}
   Σ = {0, 1}
   F = {q_3}

e o mapeamento δ é dado por:

	0	1	ε
q_0	{ }	{q_0}	{q_1}
q_1	{q_3}	{q_1}	{q_0}
q_2	{q_2}	{ }	{ }
q_3	{q_2}	{q_3}	{ }

Pede-se:

a- Obtenha um af-d equivalente a M que tenha um número mínimo de estados.
b- Escreva a expressão regular que denota L(M).

6. Construa autômatos finitos que reconhecem as sentenças denotadas pelas seguintes expressões regulares:

a- 10 | (0 | 11) 0*1
b- 01 (((10)* | 111)* | 0)* 1
c- 1* | 1* (011)* (1* (011)*)*
d- (0 | 01 | 10)*
e- (11 | 0)* (00 | 1)*

7. Encontre as expressões regulares dos autômatos finitos descritos a seguir:

M_a = ({a,b,c}, {0,1}, δ_a, a, {a})

δ_a	0	1
a	a	b
b	c	b
c	a	b

M_b = ({a,b,c}, {0,1}, δ_b, a, {b,c})

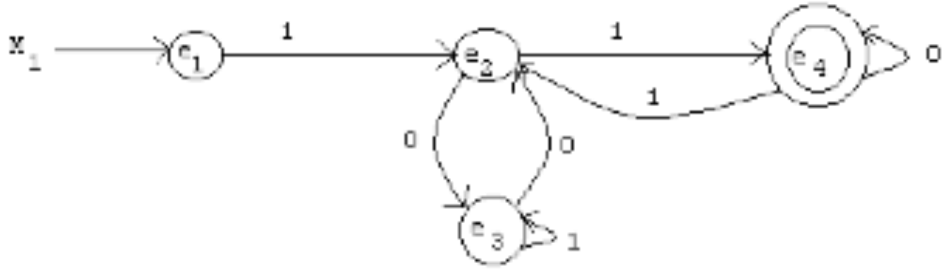
δ_b	0	1
a	b	c
b	a	c
c	b	a

c- M_c = ({a,b}, {0,1}, δ_c, a, {b})

δ_c	0	1
a	b	a
b	a	b

Para as expressões regulares obtidas no exercício anterior, encontre expressões regulares mais simples que sejam equivalentes.

8. Sejam os af-d M_1 e M_2 descritos pelos diagramas de transição de estados a seguir:



Sabendo-se que:

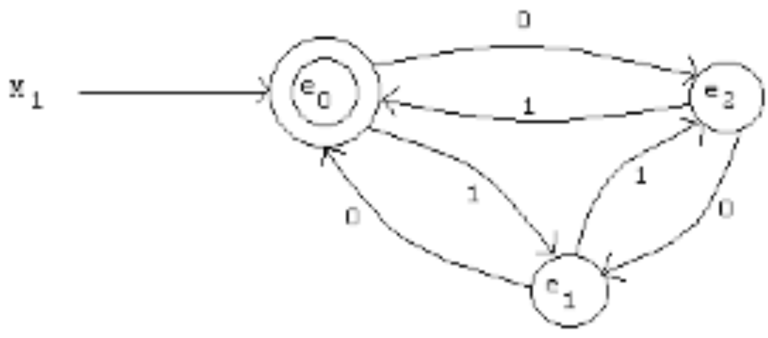
$L(M_1) = \{ x \in \{0,1\}^* \mid x$ é um número binário maior que zero sem sinal e múltiplo de 3 $\}$ e

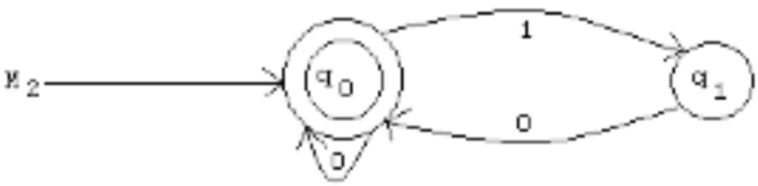
$L(M_2) = \{ x \in \{0,1\}^* \mid x$ é um número binário maior que zero sem sinal e par $\}$

Utilizando as propriedades das linguagens regulares, pede-se para construir um autômato finito M, a partir de X_1 e X_2, que reconheça a linguagem:

$L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid x$ é um número binário ímpar, maior que zero sem sinal e múltiplo de 3$\}$

9. Sejam os autômatos finitos:





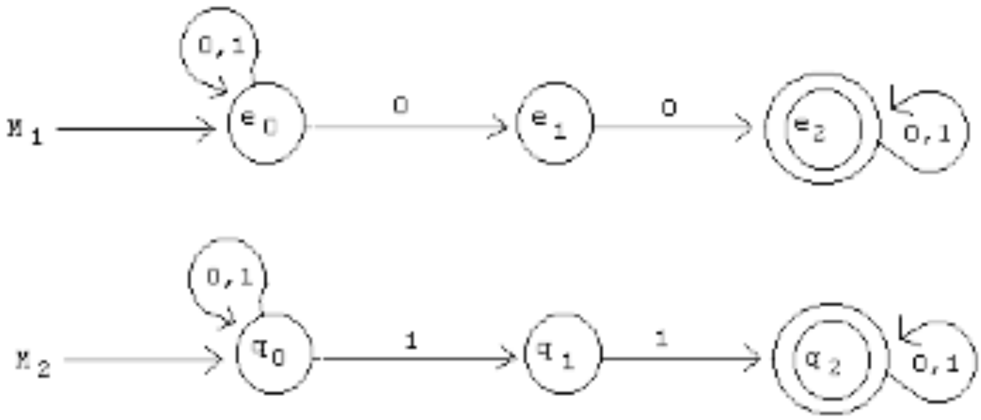
que aceitam as linguagens:

$L(M_1) = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \bmod 3 = |x|_1 \bmod 3\}$

$L(M_2) = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|$ não contém dois 1's consecutivos$\}$

Utilizando as propriedades das linguagens regulares, pede-se para construir um autômato finito M, a partir de M_1 e M_2, que aceite a linguagem L, dada por:
$L = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \bmod 3 = |x|_1 \bmod 3$ e x deve conter dois 1's consecutivos$\}$

10. Considere os autômatos finitos M_1 e M_2 a seguir:



Utilizando as propriedades das linguagens regulares, e a partir de M_1 e M_2, construa os autômatos finitos descritos a seguir:

a- M_3 tal que $L(M_3) = L(M_1)^*$
b- M_4 tal que $L(M_4) = L(M_1) . L(M_2)$
c- M_5 tal que $L(M_5) = L(M_1) \cup L(M_2)$
d- M_6 tal que $L(M_6) =$ (complemento $(L(M_1)) \cup L(M_2))^*$
e- M_7 tal que $L(M_7) = L(M_1) \cap L(M_2)$

11. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular então
$L^R = \{ x \mid$ a cadeia reversa de x está em L $\}$ também é uma linguagem regular.
A reversa de uma cadeia x, que denotaremos por x^r, é a cadeia formada pelos símbolos de x em reverso. Por exemplo: $(011)^r = 110$.

12. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular, então
$INIC(L) = \{ x \mid xy \in L \}$ também é uma linguagem regular.

13. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular, então
$FIM(L) = \{ y \mid xy \in L \}$ também é uma linguagem regular.

14. Mostre que:
Se L é uma linguagem regular, então
$L' = \{ a_2a_1a_4a_3a_6a_5. . .a_na_n\text{-}1 \mid a_1a_2a_3. . .a_n \in L\}$ também é uma linguagem regular.

15. Prove que as linguagens a seguir não são linguagens regulares:
a- $L_a = \{ 0^n1^n \mid n \geq 0 \}$
b- $L_b = \{ 0^n \mid n \geq 0$ é um número primo$\}$
c- $L_c = \{x x^r \mid x \in \{0,1\}^*$ e x^r é a cadeia reversa de x $\}$

d- $L_d = \{ x\, x \mid x \in \{0,1\}^* \}$

e- $L_e = \{ x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 = |x|_1 \}$