CÁLCULO DIFERENCIAL E SÉRIES 2022/1

E6- Testes da razão e da raiz

Lista 6

Testes da razão e da raiz.

A resolução das listas é fundamental para a assimilação dos conteúdos da referida leitura e para o consequente bom rendimento nas atividades avaliativas da unidade. Toda dúvida que tiver consulte o professor e/ou monitor através dos fóruns de dúvidas e/ou nos atendimentos disponibilizados.

Os exercícios são baseados nas listas de exercícios das referências [STEWART] e [GUIDORIZZI] onde se encontram esses exercícios.

Bom trabalho!

Exercícios

1. Mostre que

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1\,.$$

Sugestão: escreva na forma $n^{1/n} = e^{(\ldots)}$.

2. O que dizer das série $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ nos seguintes casos

a) $\displaystyle\lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_{k+1}}{a_k}\right| = \sqrt{2};$
b) $\displaystyle\lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_{k+1}}{a_k}\right| = \frac{1}{e};$
c) $\displaystyle\lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right| = 2\,.$

3. Mostre que se $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$ converge, definindo

- $b_k = \begin{cases} a_k, & \text{se } a_k \geq 0 \\ 0, & \text{se } a_k < 0 \end{cases}$ e $c_k = \begin{cases} 0, & \text{se } a_k \geq 0 \\ a_k, & \text{se } a_k < 0 \end{cases}$

então $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ e $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} c_k$ convergem.

Em outras palavras, se uma série converge absolutamente, seus termos positivos formam uma série convergente e seus termos negativos também. Além disso,

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{\infty} b_k + \sum_{k=1}^{\infty} c_k$$

porque $b_k = (a_k + |a_k|)/2$ e $c_k = (a_k - |a_k|)/2$.

4. Mostre que a série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

converge para todo $x \in \mathbb{R}$. Deduza que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x^n}{n!} = 0,$$

para todo $x \in \mathbb{R}$.

5. Determine se as séries abaixo convergem ou divergem.

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$;

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2+1}$;

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} n}{4^n}$;

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\pi n/3)}{n!}$.

e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{1/n}}{n^3}$

f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} n!$;

h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$

g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot (2n)}$;

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^n}{n!}$

j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-\cos n}{n^{3/2}-2}$

l) $\displaystyle\sum_{n=n}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\arctan n)^n}$

m) $\displaystyle\frac{2}{5} + \frac{2\cdot 6}{5\cdot 8} + \frac{2\cdot 6\cdot 10}{5\cdot 8\cdot 11} + \frac{2\cdot 6\cdot 10\cdot 14}{5\cdot 8\cdot 11\cdot 14} + \ldots$.

6. Para quais valores de inteiros positivos k a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(kn)!}$$

converge?

7. Prove que, para todo $\alpha > 0$, a série $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\alpha^k}{k!}$ é convergente. Conclua que $\displaystyle\lim_{k\to\infty} \frac{\alpha^k}{k!} = 0$.

8. Determine $x > 0$ para que a série seja convergente

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$;

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{\ln k}$;

d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2k+1)}$;

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k+1)x^k}{k!}$;

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^k}$.

9. Os termos de uma série são definidos recursivamente pelas equações

- $a_1 = 2$ e $a_{n+1} = \frac{5n+1}{4n+3} a_n$.

Determine se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge ou diverge.

10. Os termos de uma série são definidos recursivamente pelas equações

- $a_1 = 1$ e $a_{n+1} = \frac{2+\cos n}{\sqrt{n}} a_n$.

Determine se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge ou diverge.

Referências

[GUIDORIZZI] GUIDORIZZI, Hamilton L. *Um curso de cálculo.* 5 ed.. Rio de Janeiro: LTC, 2011. v. 4.

[STEWART] STEWART, James. *Cálculo.* 7. ed.. São Paulo: Cengage Learning, 2013. v. 2.

Status de envio

Status de envio	Esta tarefa não requer o envio online
Status da avaliação	Não há notas
Última modificação	-
Comentários sobre o envio	Comentários (0)

Atividade anterior

◄ E5- Teste da comparação e séries alternadas

Seguir para...

Próxima atividade

E7- Séries de potência ►

Manter contato

Equipe Moodle - UFSCar

https://servicos.ufscar.br

Telefone : +55 (16) 3351-9586

Resumo de retenção de dados

Obter o aplicativo para dispositivos móveis