Lógica

Lógica Proposicional
Aula 06 – Regras de Inferência

Profa. Helena Caseli
helenacaseli@ufscar.br

Lógica Proposicional

Se eu estou com fome (p), então eu vou ao restaurante (q).

Se eu vou ao restaurante, então está na hora de comer (r).

Não está na hora de comer ou eu estou com fome.

Logo,

Eu vou ao restaurante se e somente se eu estou com fome.

- Representando na Lógica Proposicional
  - $p \rightarrow q$
  - $q \rightarrow r$
  - $\neg r \vee p$

premissas (ou hipóteses)

Logo, $q \leftrightarrow p$

conclusão

Lógica Proposicional

- **Relembrando … Consequência Lógica**
  - Uma fórmula β é **consequência lógica** de outra fórmula α (ou α implica logicamente β) se toda interpretação que satisfaz α também satisfaz β
    - Representada por $\alpha \models \beta$
    - ➔ Se não houver consequência lógica utiliza-se $\alpha \not\models \beta$
    - Exemplo: $p \models p \vee q$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se chove, então faz frio. Chove. Logo, faz frio.

p: chove

q: faz frio

$p \to q, p \models q$

$\boxed{\alpha \to \beta, \alpha \models \beta \quad \textit{modus ponens}}$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se chove, então eu fico em casa. Eu saio de casa. Logo, não chove.

p: chove

q: eu fico em casa

$$p \rightarrow q, \neg q \models \neg p$$

$\boxed{\alpha \rightarrow \beta, \neg\beta \models \neg\alpha \quad \textit{modus tollens}}$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se o sol se põe, então fica escuro. Se fica escuro, então as luzes da cidade se acendem. Portanto, se o sol se põe, então as luzes da cidade se acendem.

p: o sol se põe

q: fica escuro

r: as luzes da cidade se acendem

$$p \rightarrow q, q \rightarrow r \models p \rightarrow r$$

$$\boldsymbol{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma \models \alpha \rightarrow \gamma}$$ *silogismo hipotético (regra da cadeia)*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Eu estou ficando louca ou você não me compreende. Eu não estou ficando louca. Portanto, você não me compreende.

p: eu estou ficando louca

q: você me compreende

$$p \vee \neg q, \neg p \models \neg q$$

$$\alpha \vee \beta, \neg\alpha \models \beta$$ *silogismo disjuntivo*

$$\alpha \vee \beta, \neg\beta \models \alpha$$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Débora toca piano e violão. Logo, Débora toca piano.

p: Débora toca piano

q: Débora toca violão

$$p \wedge q \models p$$

$\alpha \wedge \beta \models \alpha$	*simplificação*
$\alpha \wedge \beta \models \beta$	

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Rafael estuda. Rafael trabalha. Logo, Rafael estuda e trabalha.

p: Rafael estuda

q: Rafael trabalha

$$p, q \models p \wedge q$$

$\boldsymbol{\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta}$ *conjunção (ou combinação)*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se chove, então eu fico em casa. Se não chove, então eu fico em casa. Logo, eu fico em casa.

p: chove

q: eu fico em casa

$$p \rightarrow q, \neg p \rightarrow q \models q$$

$$\boldsymbol{\alpha \rightarrow \beta, \neg\alpha \rightarrow \beta \models \beta} \quad \textit{de casos}$$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

O céu é azul. Logo, o céu é azul ou preto.

p: o céu é azul

q: o céu é preto

$$p \models p \vee q$$

$$\alpha \models \alpha \vee \beta \qquad \textit{adição}$$
$$\beta \models \alpha \vee \beta$$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se há luz do sol, então é dia. Se chove, então há nuvens no céu. Há luz do sol ou chove. Logo, é dia ou há nuvens no céu.

p: há luz do sol q: é dia

r: chove s: há nuvens no céu

$$p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ p \vee r \models q \vee s$$

$\boldsymbol{\alpha \rightarrow \beta,\ \gamma \rightarrow \delta,\ \alpha \vee \gamma \models \beta \vee \delta}$ *dilema construtivo*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se há luz do sol, então é dia. Se chove, então há nuvens no céu. Não é dia ou não há nuvens no céu. Logo, não há luz do sol ou não chove.

p: há luz do sol q: é dia

r: chove s: há nuvens no céu

$$p \rightarrow q,\ r \rightarrow s,\ \neg q \vee \neg s \models \neg p \vee \neg r$$

$\boldsymbol{\alpha \rightarrow \beta,\ \gamma \rightarrow \delta,\ \neg\beta \vee \neg\delta \models \neg\alpha \vee \neg\gamma}$ *dilema destrutivo*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se eu nasci no Brasil então eu sou brasileira. Logo, se eu não sou brasileira, então eu não nasci no Brasil.

p: eu nasci no Brasil

q: eu sou brasileira

$$p \rightarrow q \models \neg q \rightarrow \neg p$$

$\alpha \rightarrow \beta \models \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$ *contraposição*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Eu sou. Eu não sou. Logo, eu existo.

p: eu sou

q: eu existo

$$p, \neg p \models q$$

$$\boldsymbol{\alpha, \neg\alpha \models \beta}$$ *da inconsistência*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Se $x < y$, então $y > x$. Se $y > x$, então, $x < y$. Logo, $x < y$ sse $y > x$.

$$p: x < y$$

$$q: y > x$$

$$p \rightarrow q, q \rightarrow p \models p \leftrightarrow q$$

$\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \alpha \models \alpha \leftrightarrow \beta$ *introdução da equivalência*

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência**

Eu gosto de você sse você gosta de mim. Logo, se eu gosto de você, então você gosta de mim.

p: eu gosto de você

q: você gosta de mim

$$p \leftrightarrow q \models p \rightarrow q$$

$\alpha \leftrightarrow \beta \models \alpha \rightarrow \beta$ *eliminação da equivalência*

$\alpha \leftrightarrow \beta \models \beta \rightarrow \alpha$

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência – Resumindo ...**

Regra	**Nome da regra**
$\alpha,\ \alpha \rightarrow \beta \models \beta$	*modus ponens*
$\alpha \rightarrow \beta,\ \neg\beta \models \neg\alpha$	*modus tollens*
$\alpha \rightarrow \beta,\ \beta \rightarrow \gamma \models \alpha \rightarrow \gamma$	silogismo hipotético (regra da cadeia)
$\alpha \vee \beta,\ \neg\alpha \models \beta$ $\alpha \vee \beta,\ \neg\beta \models \alpha$	silogismo disjuntivo
$\alpha \wedge \beta \models \alpha$ $\alpha \wedge \beta \models \beta$	simplificação
$\alpha,\ \beta \models \alpha \wedge \beta$	conjunção (ou combinação)

Lógica Proposicional

- **Regras de inferência – Resumindo ...**

Regra	**Nome da regra**
$\alpha \rightarrow \beta,\ \neg\alpha \rightarrow \beta \models \beta$	de casos
$\alpha \models \alpha \lor \beta$ $\beta \models \alpha \lor \beta$	adição
$\alpha \rightarrow \beta,\ \gamma \rightarrow \delta,\ \alpha \lor \gamma \models \beta \lor \delta$	dilema construtivo
$\alpha \rightarrow \beta,\ \gamma \rightarrow \delta,\ \neg\beta \lor \neg\delta \models \neg\alpha \lor \neg\gamma$	dilema destrutivo
$\alpha \rightarrow \beta \models \neg\beta \rightarrow \neg\alpha$	contraposição
$\alpha,\ \neg\alpha \models \beta$	da inconsistência
$\alpha \rightarrow \beta,\ \beta \rightarrow \alpha \models \alpha \leftrightarrow \beta$	introdução da equivalência
$\alpha \leftrightarrow \beta \models \alpha \rightarrow \beta$ $\alpha \leftrightarrow \beta \models \beta \rightarrow \alpha$	eliminação da equivalência