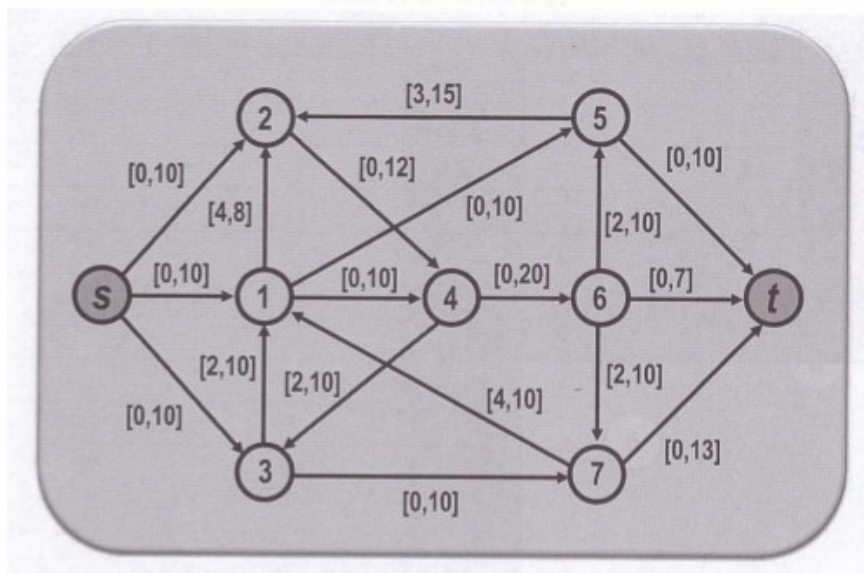


### Atividade Avaliativa 8 – Algoritmos gulosos (fluxo em redes)

1. A rotulação das arestas no grafo a seguir representa um fluxo válido? Justifique sua resposta. (o primeiro número entre colchetes é o fluxo e o segundo é a capacidade).



2. A primitiva Augment, que melhora um fluxo  $f$  através de um caminho aumentado  $P$  é dada por:

```

Augment(f, P) {
    b = gargalo(P)
    for each e = (u, v) in P {
        if e está a favor do fluxo s-t em G (F.E.)
            f(e) = f(e) + b
        else (B.E.)
            f(e) = f(e) - b
    }
    return f
}
    
```

Mostre que o resultado da operação  $f' = \text{Augment}(f, P)$  é um fluxo válido.

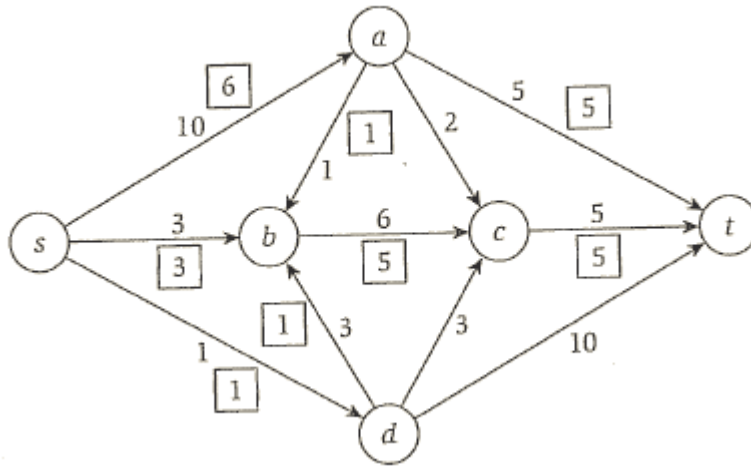
3. Seja  $f$  um fluxo  $s$ - $t$  e  $(A, B)$  um corte  $s$ - $t$ . Mostre que  $v(f) = f^{\text{out}}(A) - f^{\text{in}}(A)$ , ou seja, o valor do fluxo depende diretamente do corte: é tudo que sai de  $A$  menos tudo que entra em  $A$ .

4. Seja um fluxo  $s$ - $t$  qualquer e  $(A, B)$  um corte  $s$ - $t$ . Mostre que  $v(f) \leq c(A, B)$ .

5. Prove o Teorema Min-Cut/Max-Flow:

Seja  $f^*$  o fluxo  $s$ - $t$  tal que  $\nexists P_{st}$  em  $G_f$  (fluxo gerado pelo algoritmo Ford-Fulkerson). Então, existe um corte  $(A^*, B^*)$  para qual o valor  $v(f^*) = c(A^*, B^*)$ . Consequentemente,  $f^*$  tem máximo valor de fluxo e o corte  $(A^*, B^*)$  tem a mínima capacidade dentre todos os possíveis.

6. O grafo  $G = (V, E)$  a seguir mostra uma rede em que um fluxo s-t foi gerado. A capacidade de cada aresta  $e \in E$  é o número que aparece ao lado da linha que representa a aresta, fora das caixas. Os números dentro das caixas representam os respectivos fluxos em cada aresta  $e$ . Se não há caixa na aresta, significa ausência de fluxo. Responda:



a) A rotulação define um fluxo válido? Prove sua resposta.

b) Qual o valor deste fluxo s-t em  $G$ ? Este fluxo s-t é máximo em  $G$ ? Se for explique porquê, e se não for, obtenha o fluxo máximo.

"Infelizmente, a ignorância gera confiança com mais frequência do que o conhecimento."  
Charles Darwin