

# Aula 07 – Redes Neurais

1001524 – Aprendizado de Máquina I  
2023/1 - Turmas A, B e C  
Prof. Dr. Murilo Naldi

[naldi@ufscar.br](mailto:naldi@ufscar.br)

# Agradecimentos

- Parte do material utilizado nesta aula foi cedido pelos professores André Carvalho, Ricardo Campello, Diego Silva e Alan Valejo
- Parte do material utilizado nesta aula foi disponibilizado por M. Kumar no endereço:
  - [www-users.cs.umn.edu/~kumar/dmbook/index.php](http://www-users.cs.umn.edu/~kumar/dmbook/index.php)
- Agradecimentos a Intel Software e a Intel IA Academy pelo material disponibilizado e recursos didáticos

# Redes Neurais

- Origens
  - Inspiração biológica
    - Sistema visual humano
      - Reconhece rosto familiar em ambiente estranho
    - Sonar de morcegos
      - Reconhece alvos e barreiras a distância e velocidade

**“I do not see why [the computer] should not enter any one of the fields normally covered by the human intellect, and eventually compete on equal terms.”**

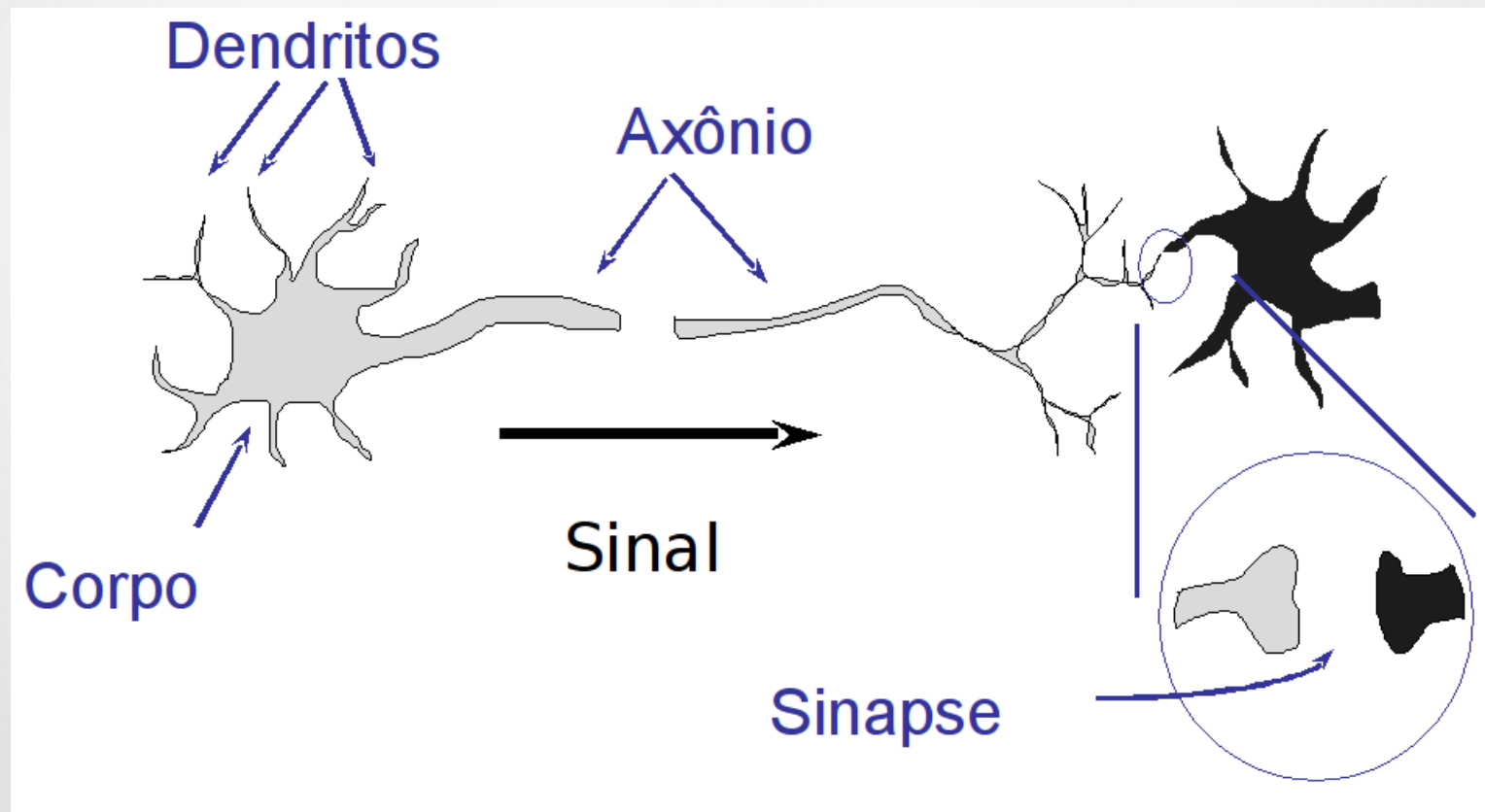
**Alan Turing (1949)**

# Redes Neurais

- Uma rede neural é um processador massivamente distribuído e paralelo feito de unidades de processamento simples:
  - Neurônios
- Armazena conhecimento experimental
  - Utilizado para induzir um modelo

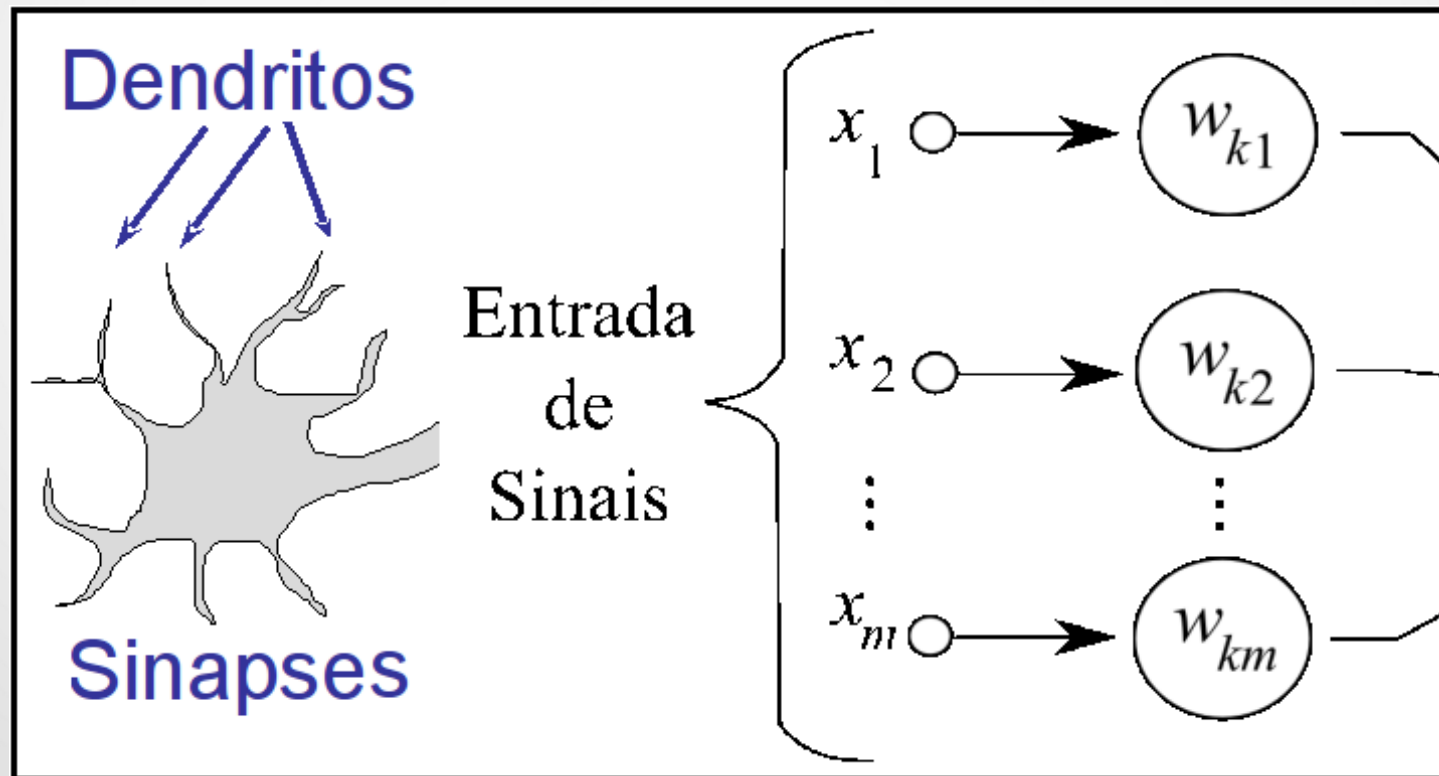
# Neurônio

- Biológico



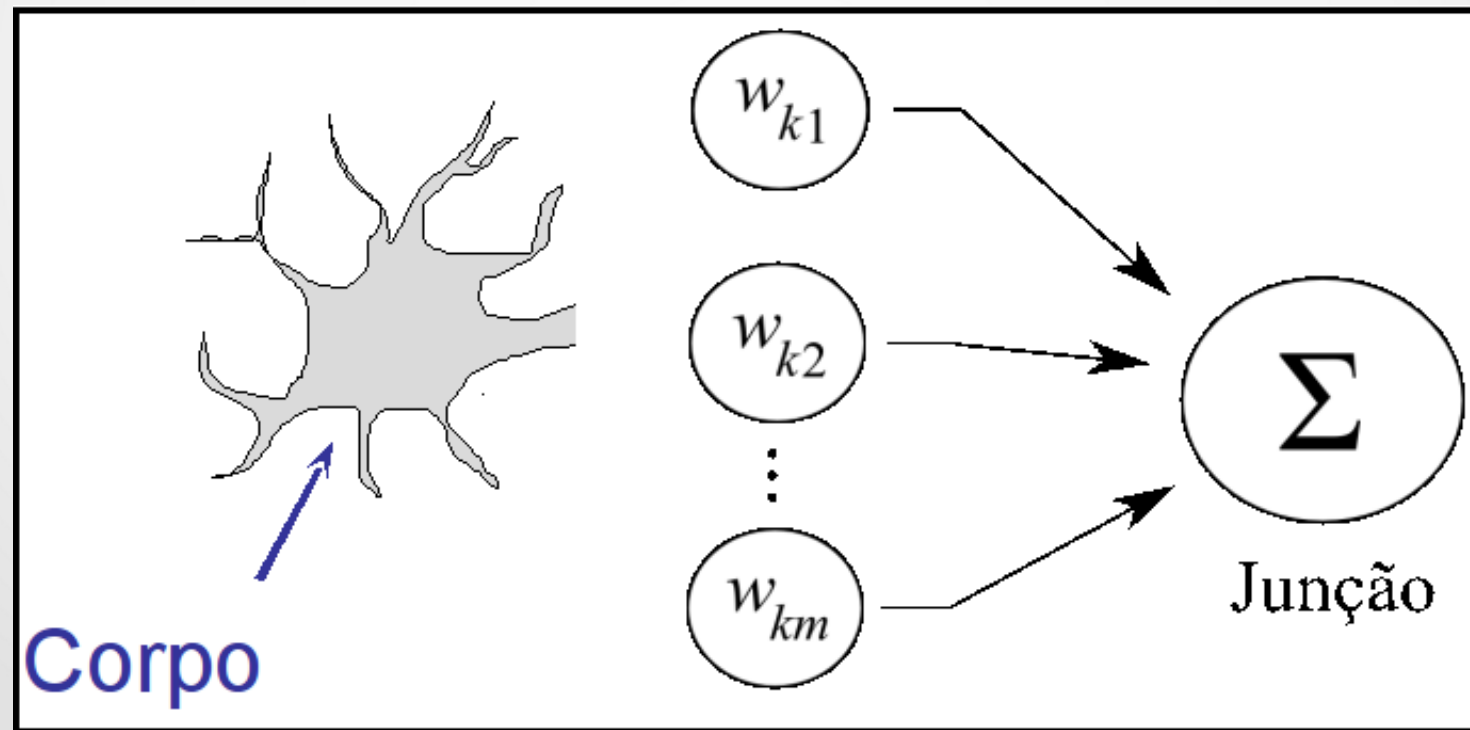
# Conjunto de Sinapses

- Cada sinapse é caracterizada por um peso



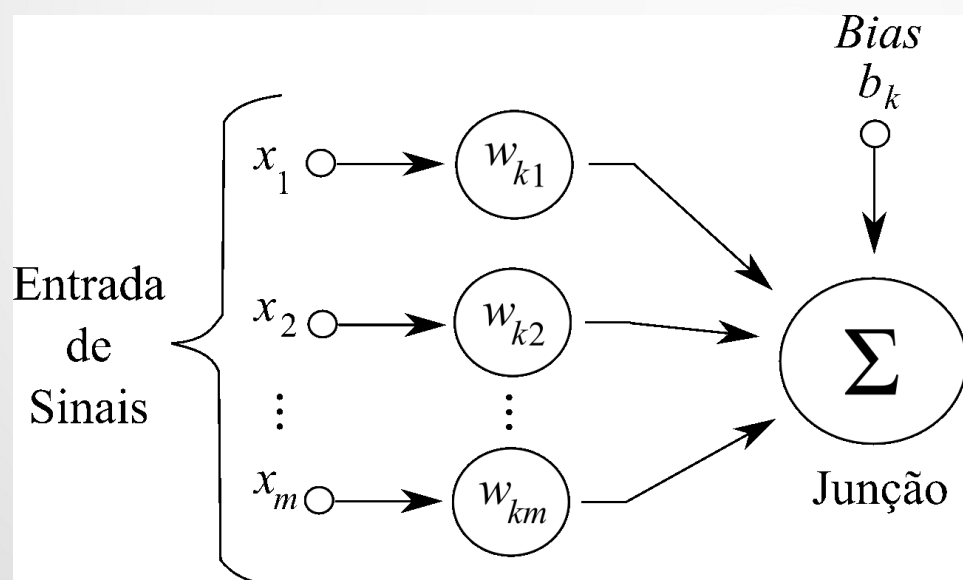
# Junção de Sinais

- Somatório dos sinais multiplicados pelos pesos das Sinapses



# Bias

- Bias* é utilizado para gerar transformação afim no potencial de ativação do neurônio



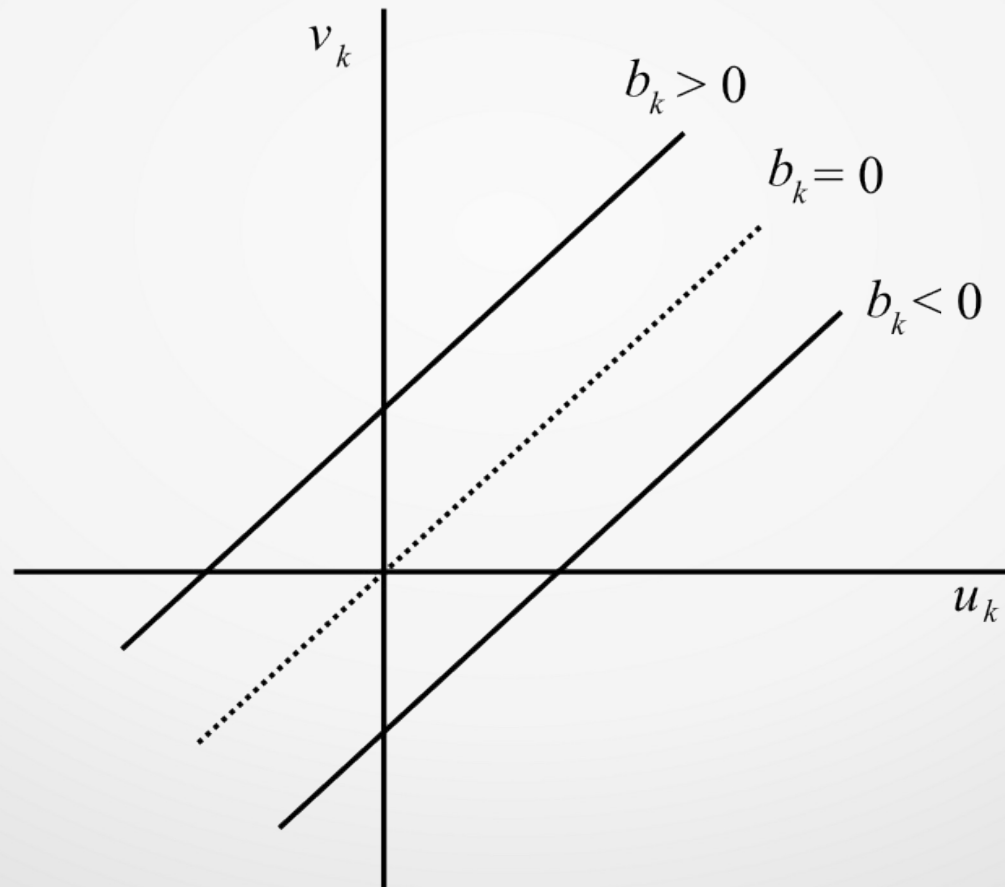
$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j$$

$$v_k = u_k + b_k$$



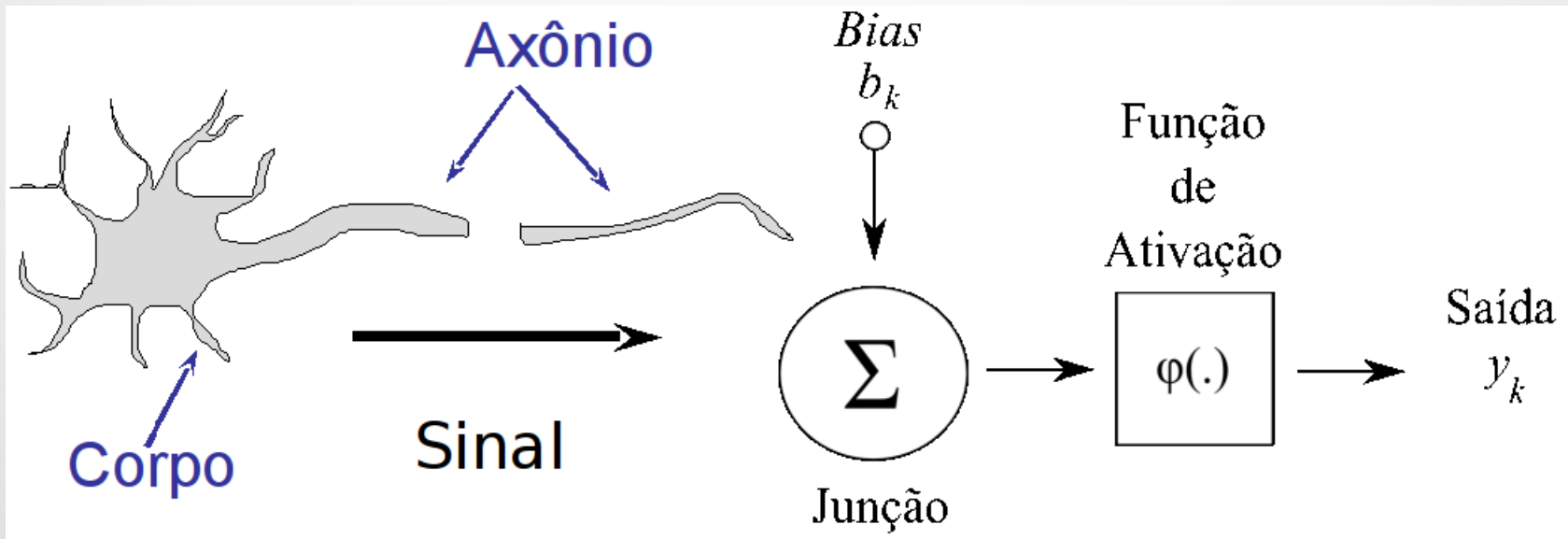
# Como *bias* funciona?

- Combinação linear ( $u_k$ ) + Translação ( $b_k$ )



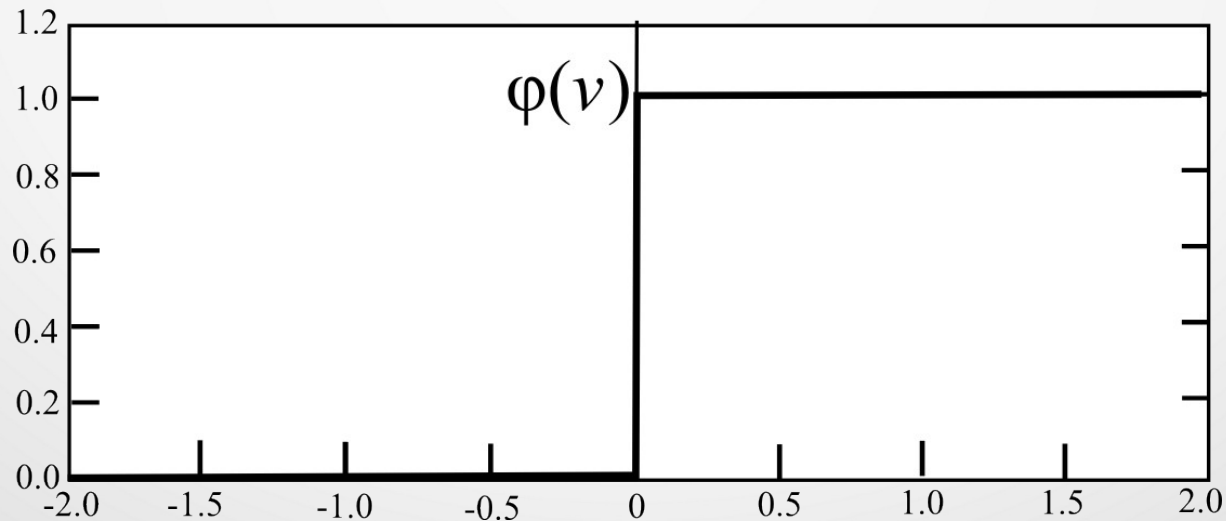
# Função de ativação

- Determina se o potencial de ativação ( $v_k$ ) é suficiente para ativar o neurônio



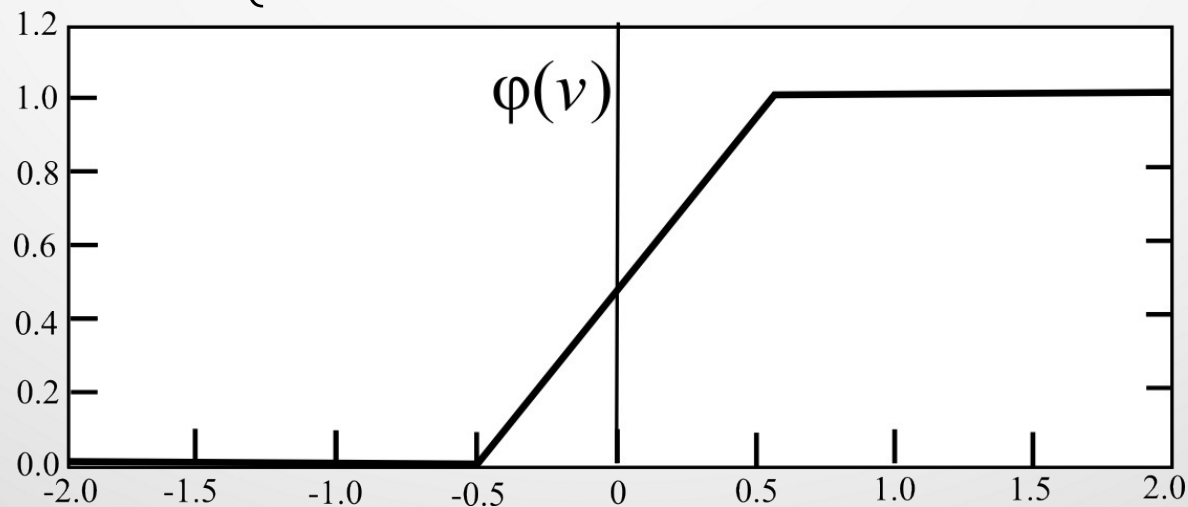
# Limiar

$$\varphi(v_k) = \begin{cases} y_k = 1 & \text{se } v_k \geq 0 \\ y_k = 0 & \text{se } v_k < 0 \end{cases}$$



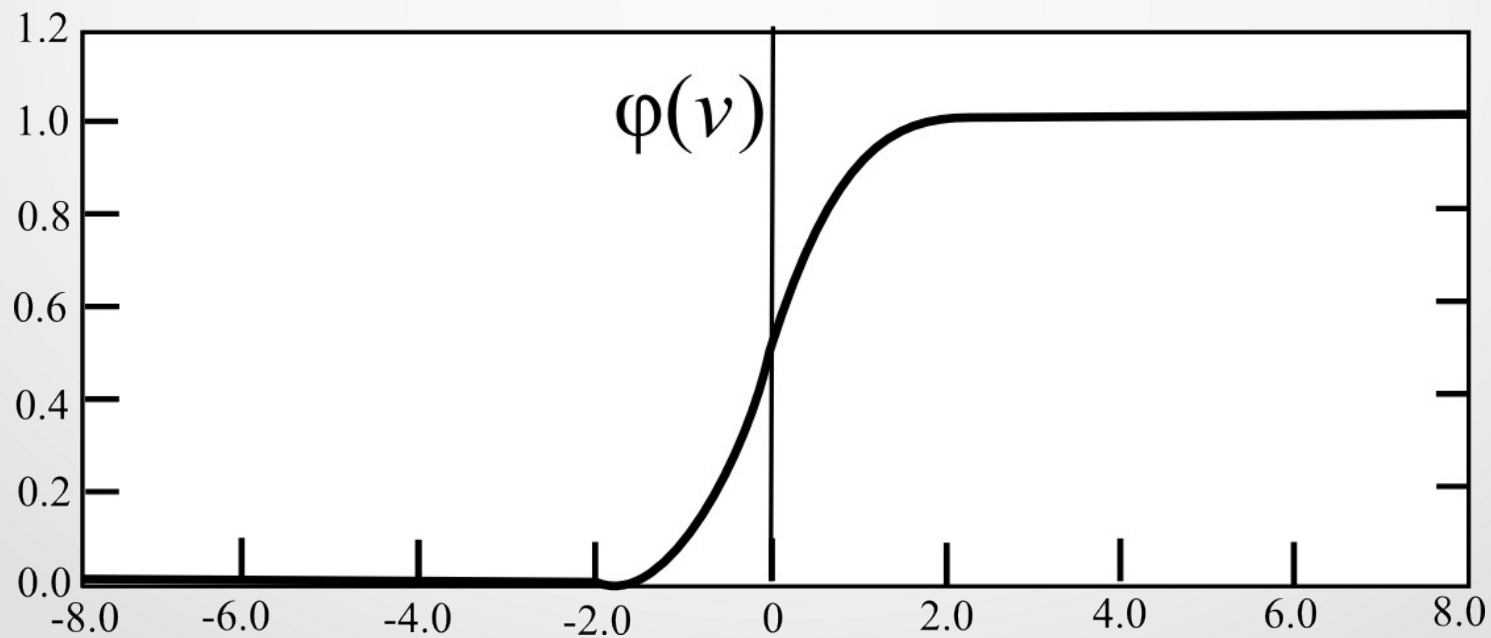
# Linear

$$\varphi(v_k) = \begin{cases} y_k = 1 & \text{se } v_k \geq \frac{1}{2} \\ y_k = v_k & \text{se } \frac{1}{2} > v_k > -\frac{1}{2} \\ y_k = 0 & \text{se } v_k \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$



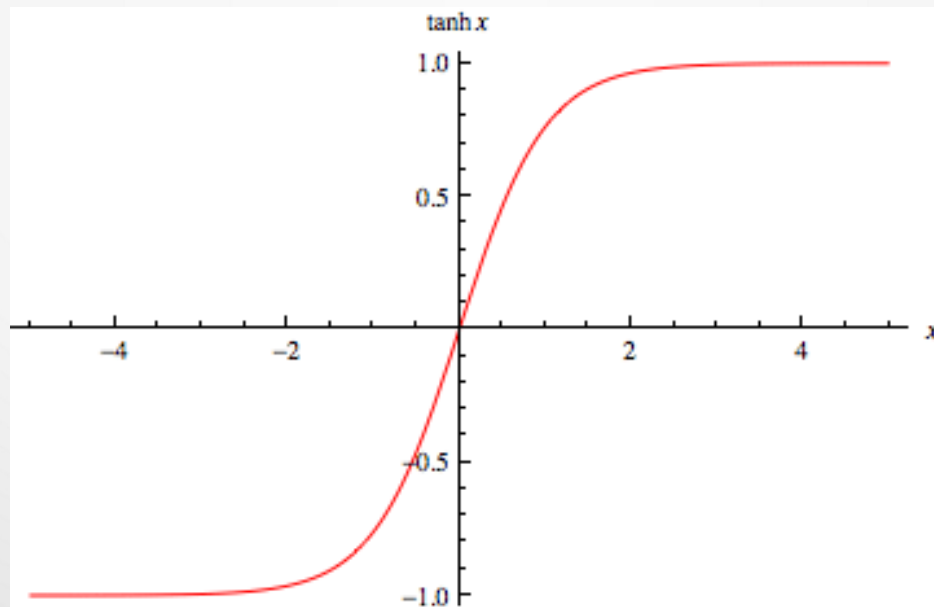
# Sigmoidal

$$\varphi(v_k) = \frac{1}{1 + \exp(-av_k)}$$



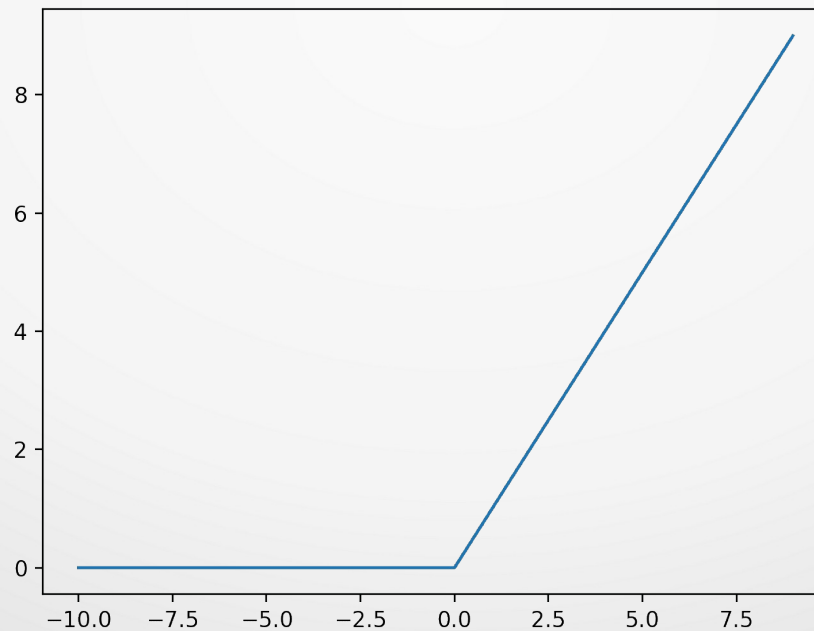
# Tangente Hiperbólica

$$\tanh z = \frac{\sinh z}{\cosh z}$$



# Rectified Linear Activation Function (Relu)

$$f(x) = x^+ = \max(0, x) = \frac{x + |x|}{2} = \begin{cases} x & \text{if } x > 0, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



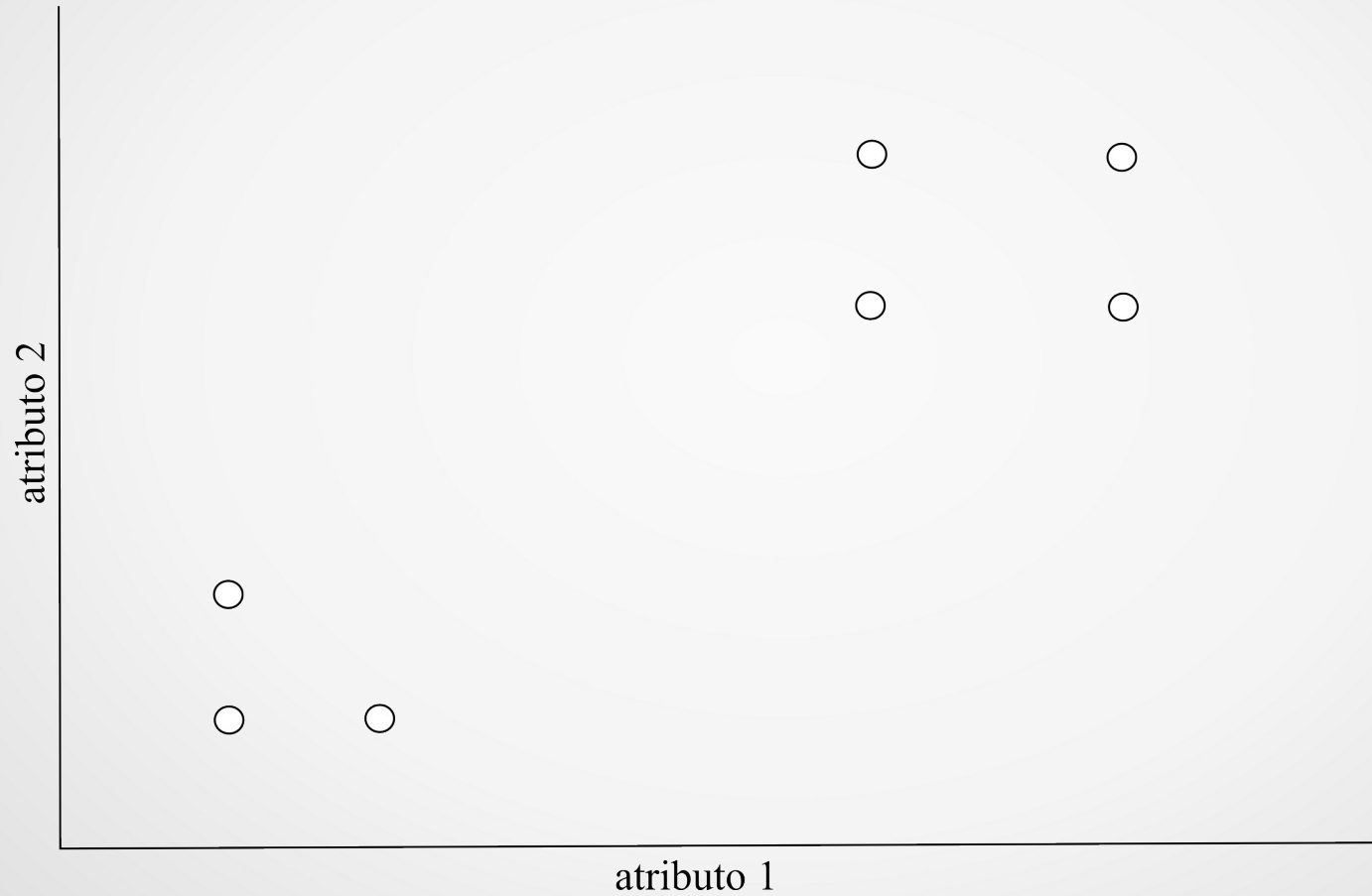
# Exemplo

- Considere o conjunto de dados a seguir:

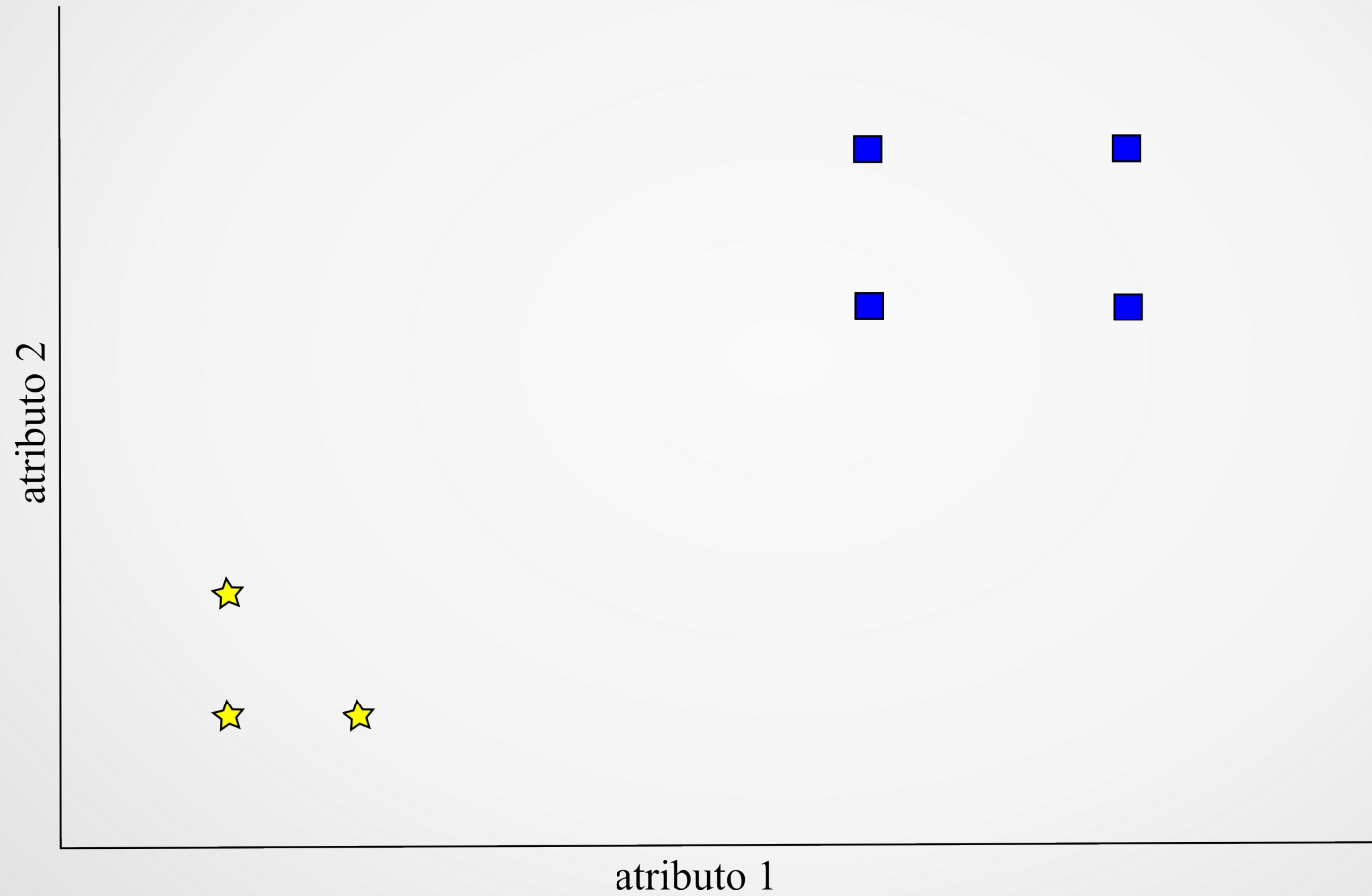
	Atributo 1	Atributo 2
Amostra Minério 1	0.3	0.2
Amostra Minério 2	0.2	0.3
Amostra Minério 3	0.5	0.7
Amostra Minério 4	0.6	0.6
Amostra Minério 5	0.6	0.7
Amostra Minério 6	0.2	0.2
Amostra Minério 7	0.5	0.6



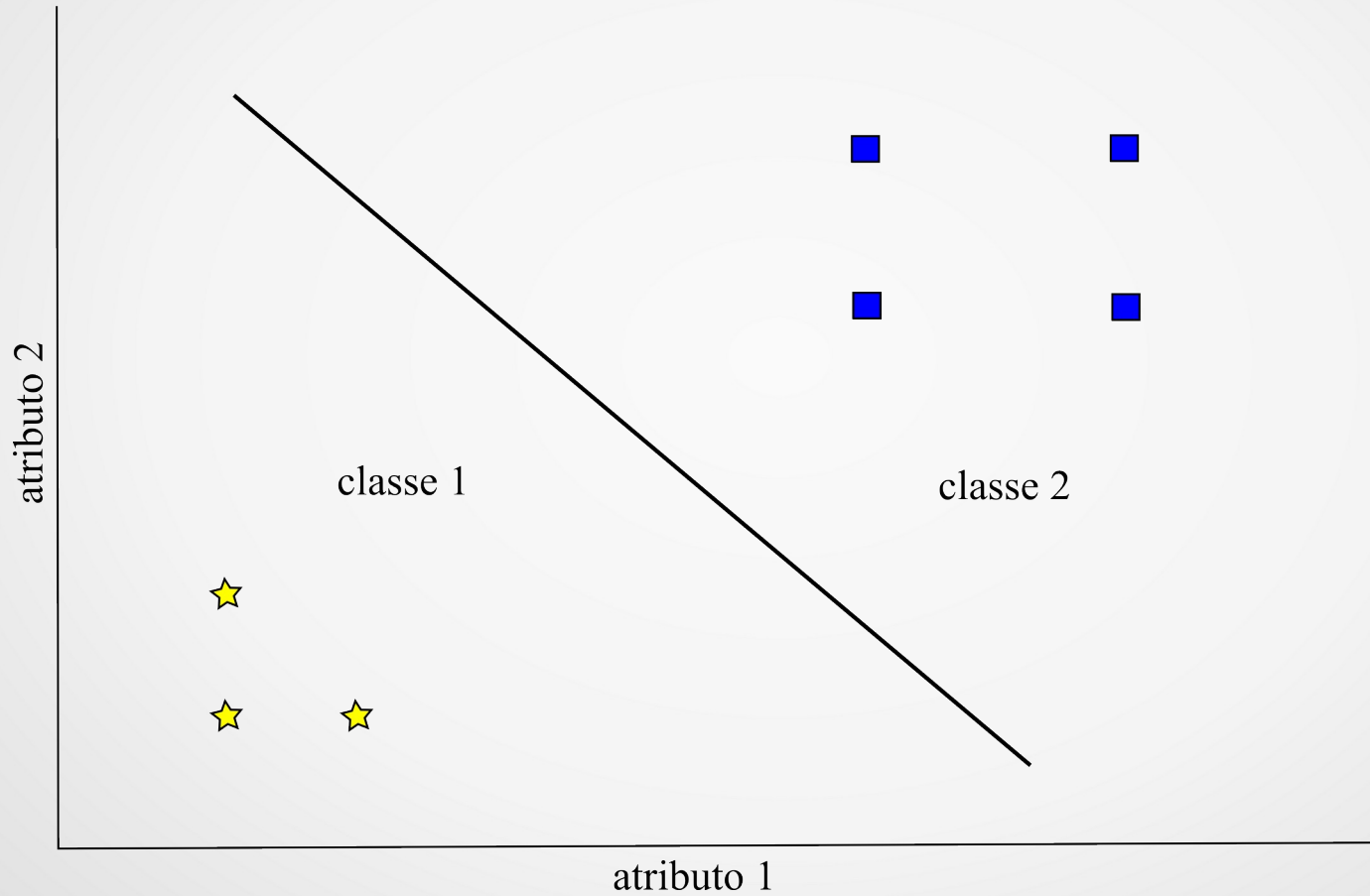
## Exemplo – dados gráfico



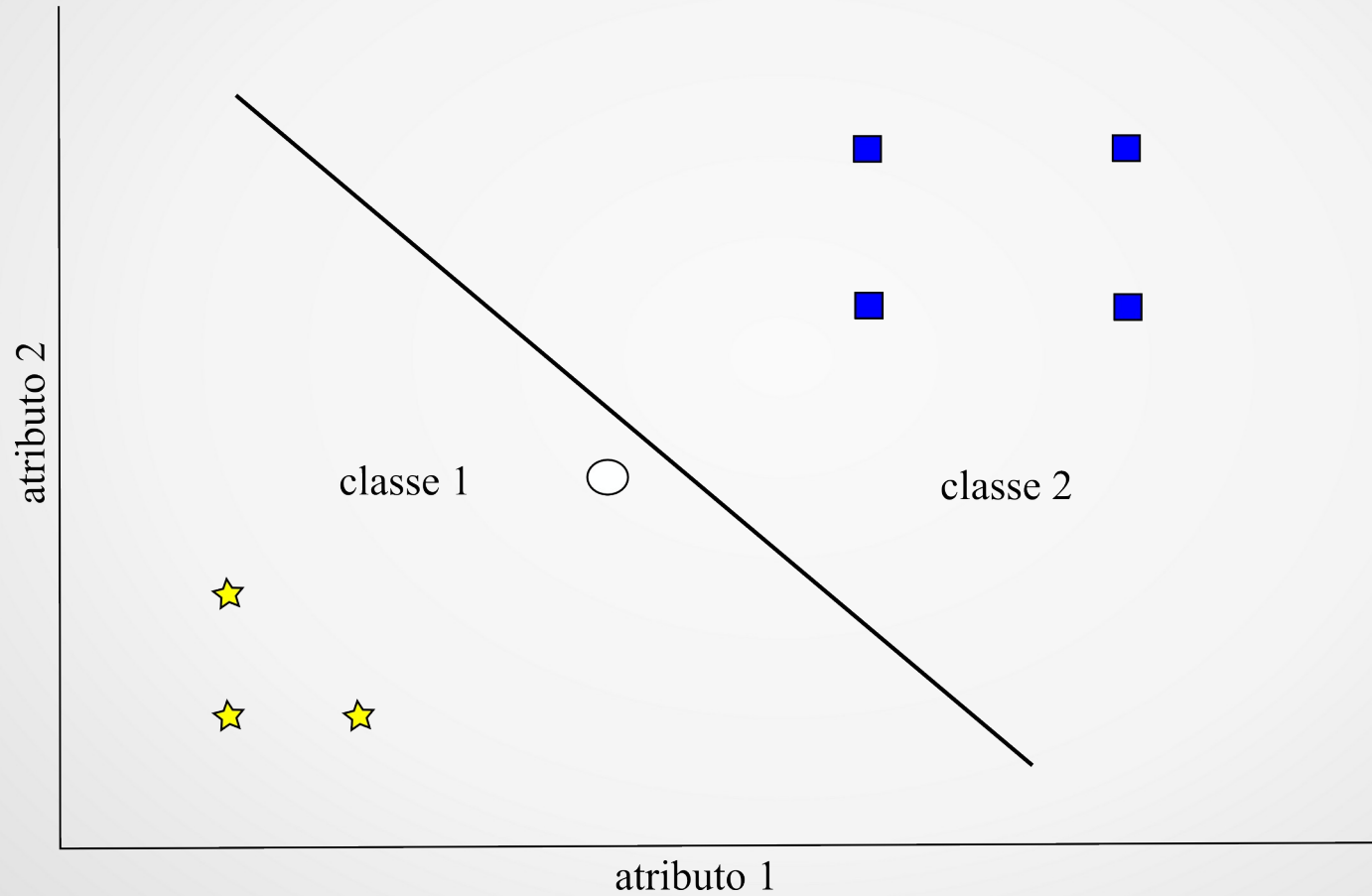
# Exemplo - classes



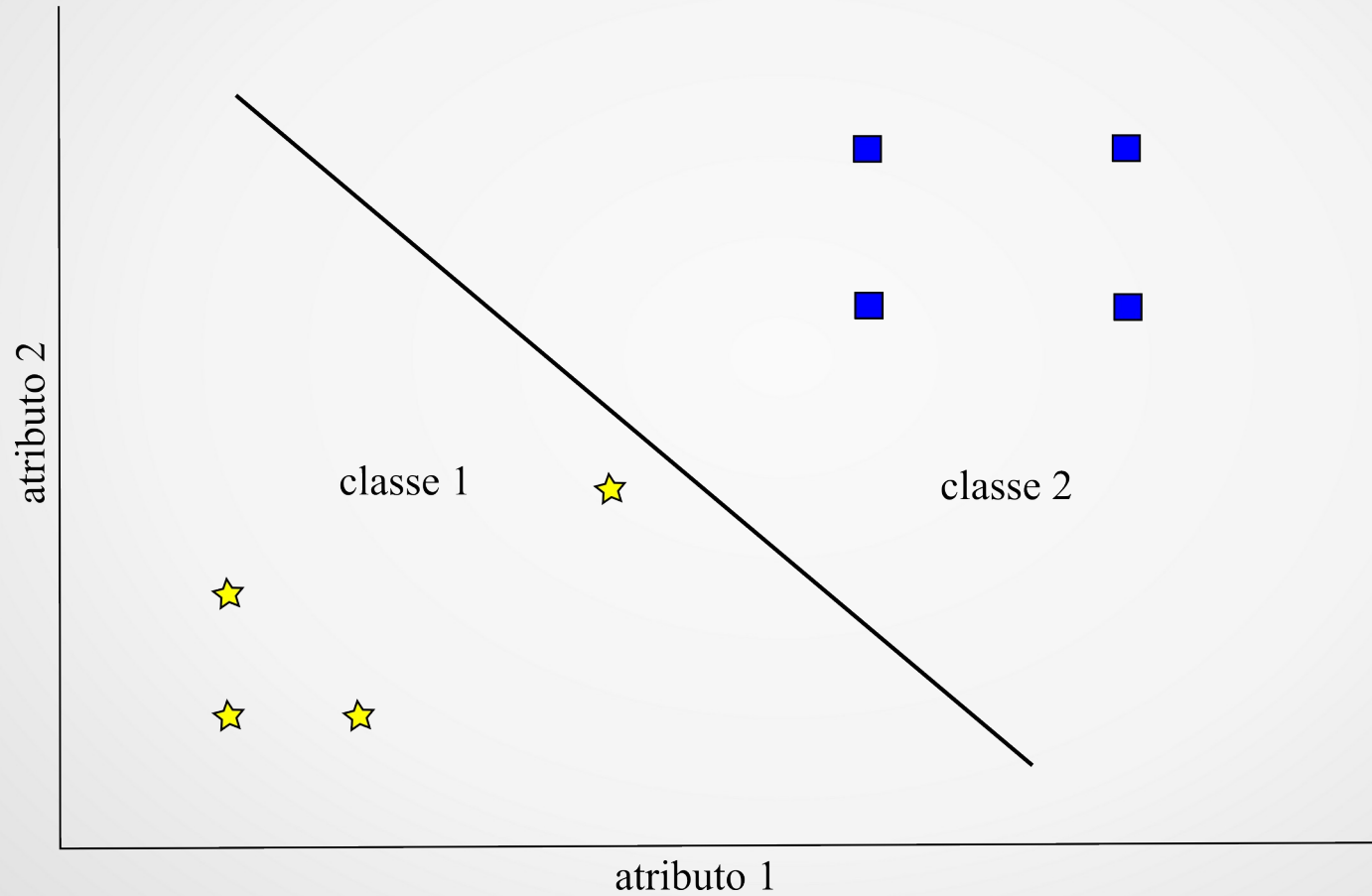
# Exemplo - classificador



# Exemplo - classificação

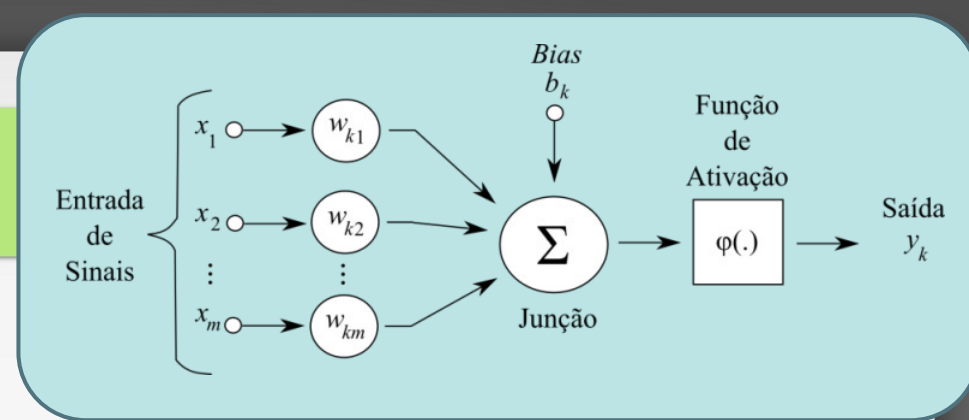


# Exemplo - resultado



# Exercício

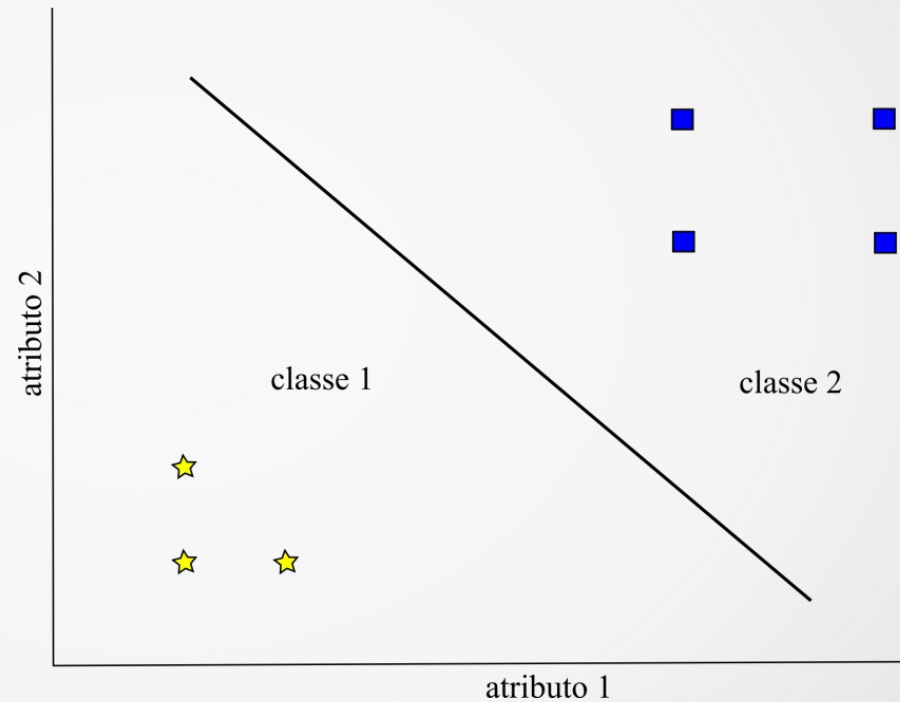
- Utilize a rede neural:
  - $w_{k1} = -1$ ,  $w_{k2} = -1$ ,  $b_k = 0.6$
  - ativação limiar



	Atributo 1	Atributo 2
Amostra Minério 1	0.3	0.2
Amostra Minério 2	0.2	0.3
Amostra Minério 3	0.5	0.7
Amostra Minério 4	0.6	0.6
Amostra Minério 5	0.6	0.7
Amostra Minério 6	0.2	0.2
Amostra Minério 7	0.5	0.6

# Resultado

	classe
Amostra Minério 1	1
Amostra Minério 2	1
Amostra Minério 3	2
Amostra Minério 4	2
Amostra Minério 5	2
Amostra Minério 6	1
Amostra Minério 7	2



# Treinamento

- Perceptron
  - Conjunto de dados é utilizado para treinar
  - Cada objeto é apresentado a rede
  - Calcula-se o erro:

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n)$$



# Treinamento

- Atualiza os pesos:

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta e_k(n) x_j(n)$$

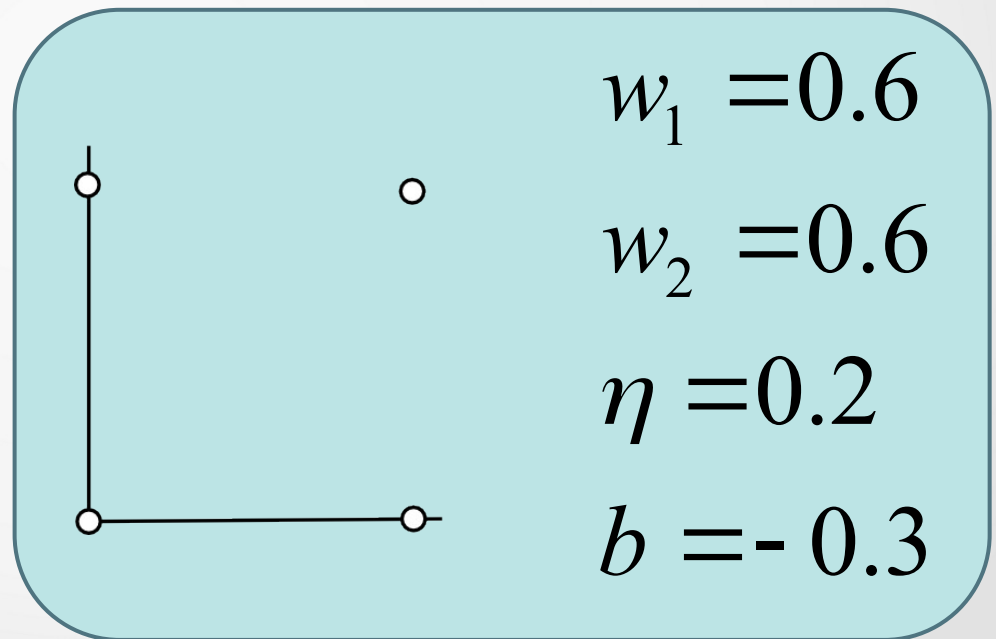
$$w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \Delta w_{kj}(n)$$

- Se os dados são linearmente separáveis, o algoritmo converge

# Exemplo

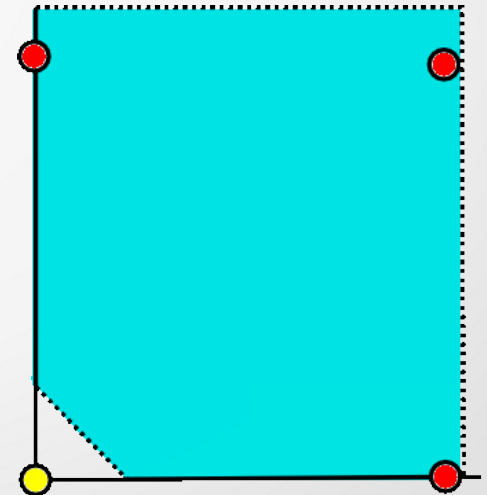
- Treinar um perceptron para executar AND com função de ativação limiar

Entrada 1	Entrada 2	Saída
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1



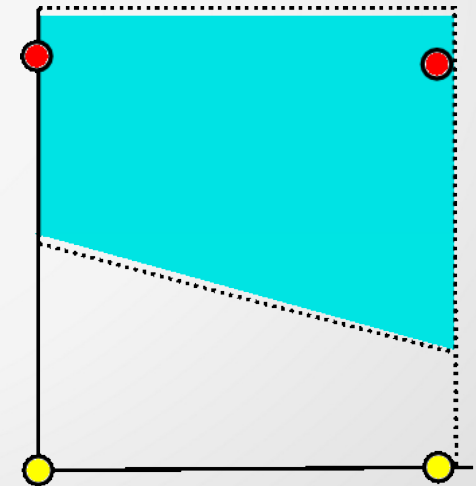
## Exemplo

- Entrada:  $x = [0,0]$
- Teste:
  - $0 * 0.6 + 0 * 0.6 - 0.3 = -0.3 \Rightarrow \varphi(-0.3) \Rightarrow y = 0$
  - $d = 0 \Rightarrow e = 0 - 0 = 0$
- Como  $e=0$ , não há correção



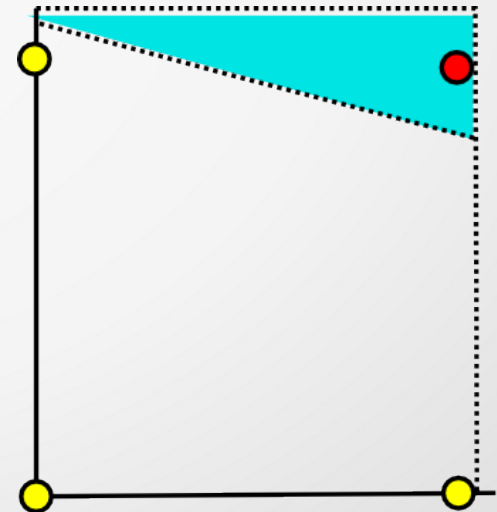
## Exemplo

- Entrada:  $x = [1, 0]$
- Teste:
  - $1 * 0.6 + 0 * 0.6 - 0.3 = 0.3 \Rightarrow \varphi(0.3) \Rightarrow y = 1$
  - $d = 0 \Rightarrow e = 0 - 1 = -1$
- Atualiza pesos
  - $w_{1(n+1)} = 0.6 + 0.2 * -1 * 1 = 0.4$
  - $w_{2(n+1)} = 0.6 + 0.2 * -1 * 0 = 0.6$
  - $b_{(n+1)} = -0.3 + 0.2 * -1 * 1 = -0.5$



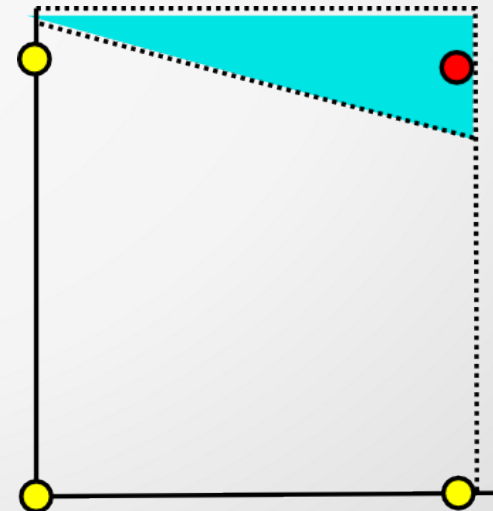
# Exemplo

- Entrada:  $x = [0,1]$
- Teste:
  - $0 * 0.4 + 1 * 0.6 - 0.5 = 0.1 \Rightarrow \varphi(0.1) \Rightarrow y = 1$
  - $d = 0 \Rightarrow e = 0 - 1 = -1$
- Atualiza pesos
  - $w_{1(n+1)} = 0.4 + 0,2 * -1 * 0 = 0,4$
  - $w_{2(n+1)} = 0.6 + 0,2 * -1 * 1 = 0,4$
  - $b_{(n+1)} = -0,5 + 0,2 * -1 * 1 = -0,7$



## Exemplo

- Entrada:  $x = [1, 1]$
- Teste:
  - $1 * 0.4 + 1 * 0.4 - 0.7 = 0.1 \Rightarrow \varphi(0.1) \Rightarrow y = 1$
  - $d = 1 \Rightarrow e = 1 - 1 = 0$
- Como  $e=0$ , não há correção
- O perceptron convergiu



# Exercícios

- Treinar perceptrons para executar:
  - as funções OR e NAND
- Induza um perceptron para classificar as classes de minério 1 e 2 abaixo

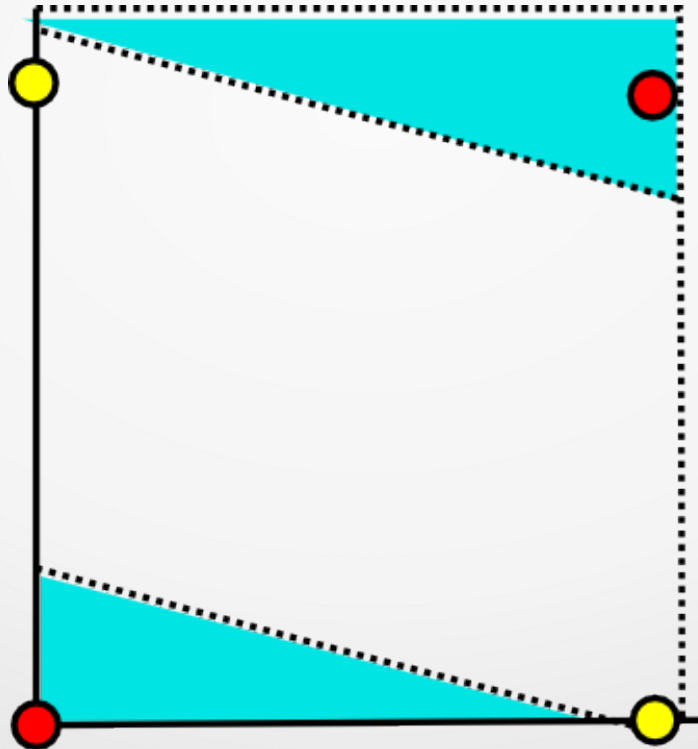
	Atributo 1	Atributo 2	Classe
Amostra 1	0,1	0,5	1
Amostra 2	0,7	0,2	2
Amostra 3	0,2	0,6	1

- A qual classe pertence a amostra 4?

	Atributo 1	Atributo 2	Classe
Amostra 4	0,2	0,4	?

# Problema

- Como treinar uma rede para executar a função XOR?





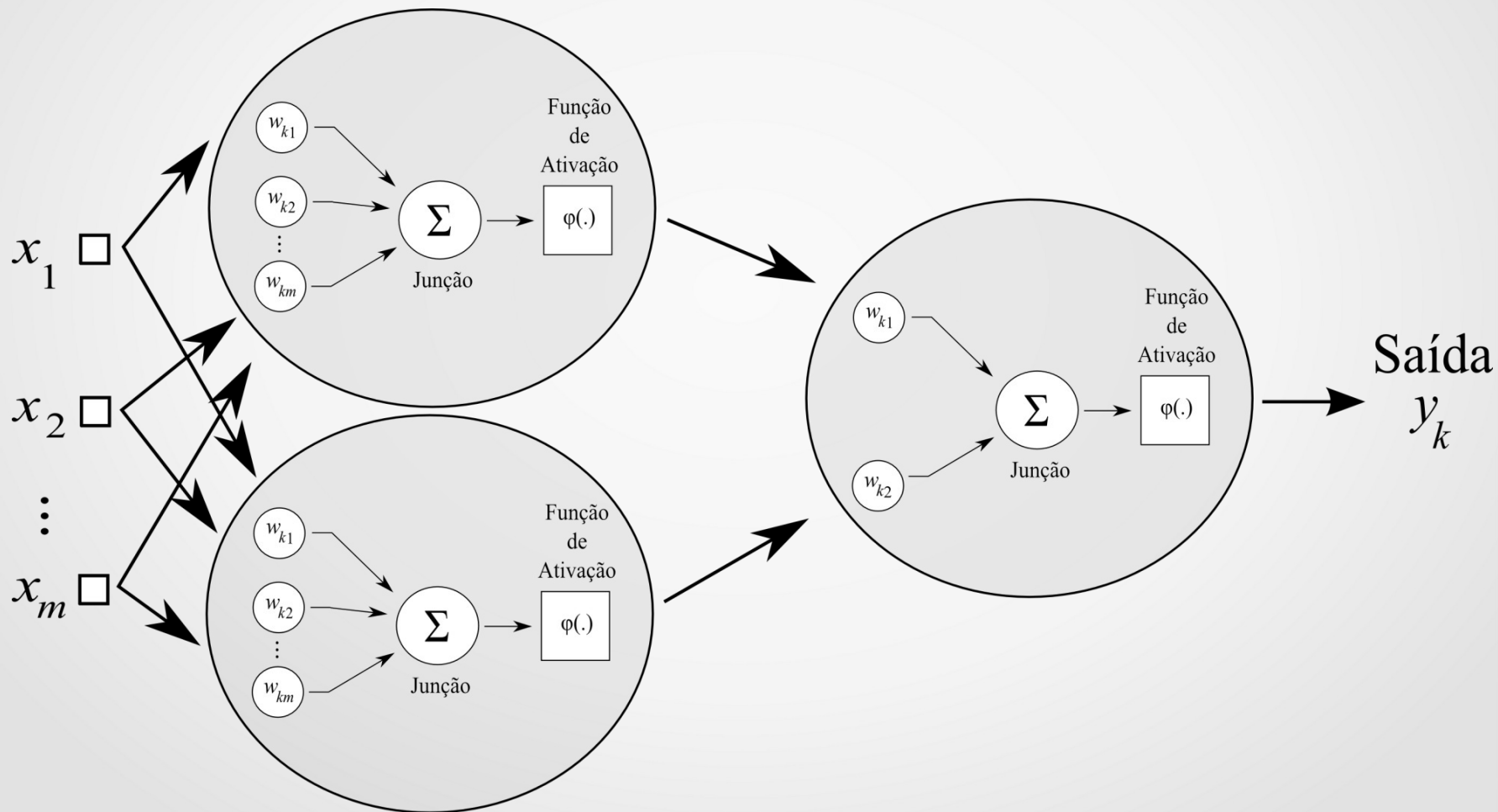
# Redes neurais de múltiplas camadas

- Neurônios organizados em camadas
- Contém camadas escondidas atuam como extratores de estatísticas de mais alta ordem
- Neurônios de uma camada têm como entradas sinais provenientes apenas dos neurônios das camadas anteriores

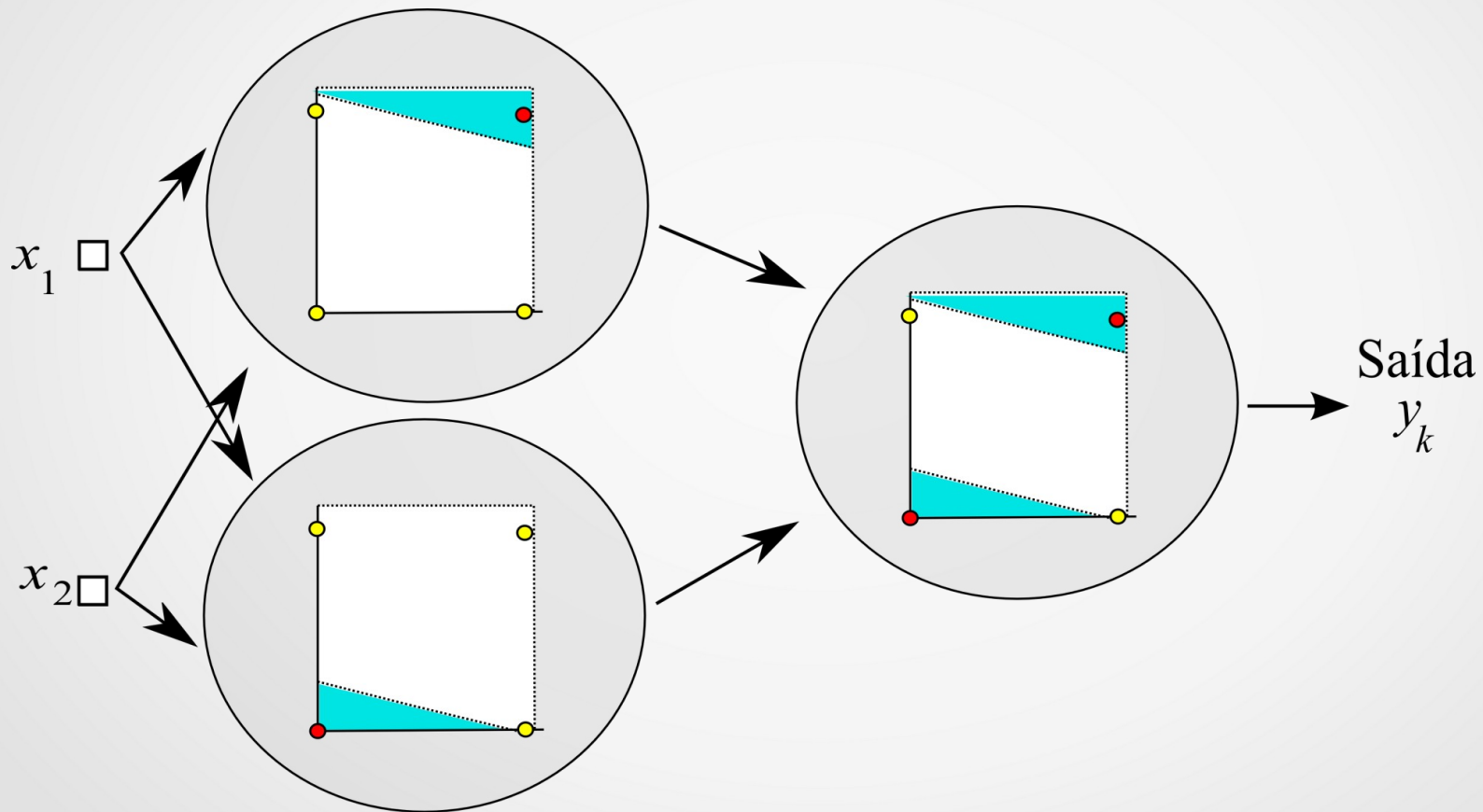
## Linearidade e generalização

- A rede neural é construída por meio da interconexão de neurônios. A não linearidade é distribuída por toda a rede.
- Generalização: produção de saídas razoáveis para entradas não encontradas durante o treinamento.
- A não linearidade é importante para generalização.

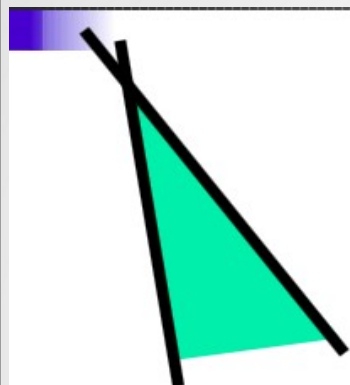
# Redes Multicamadas



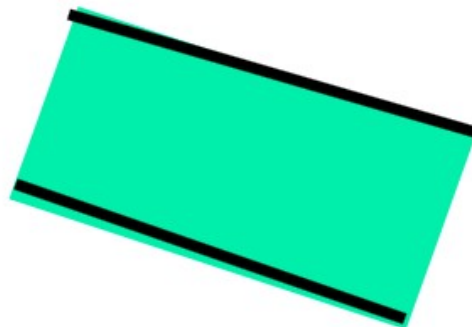
# Redes Multicamadas



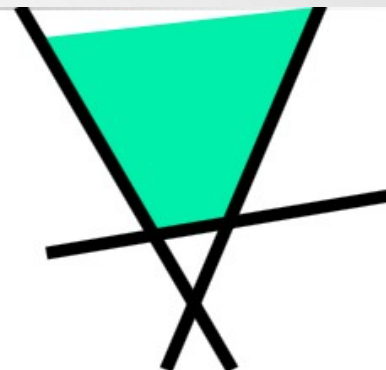
# Regiões Convexas: Combinações de hiperplanos



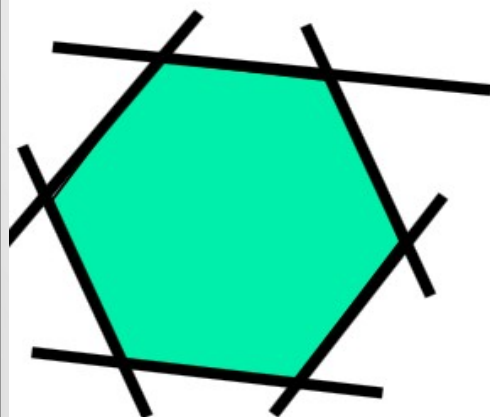
Aberta



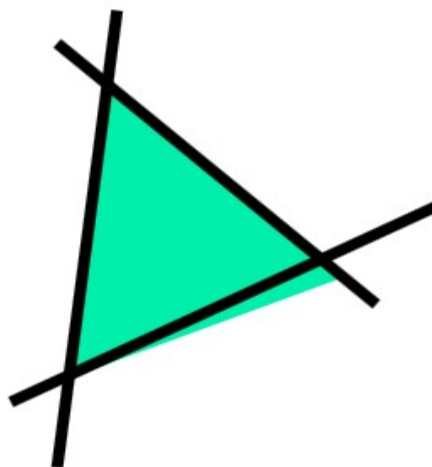
Aberta



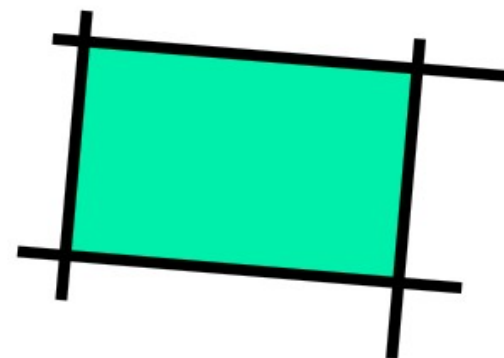
Aberta



Fechada

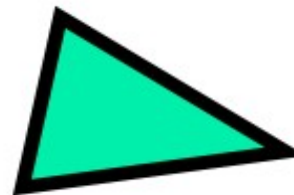
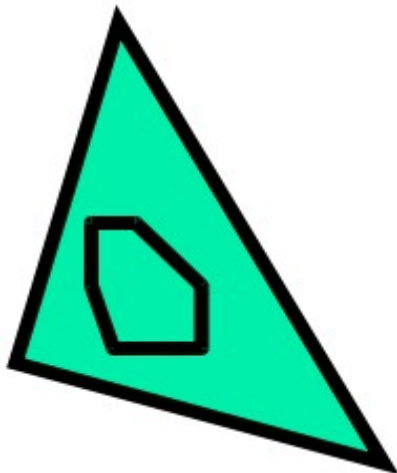
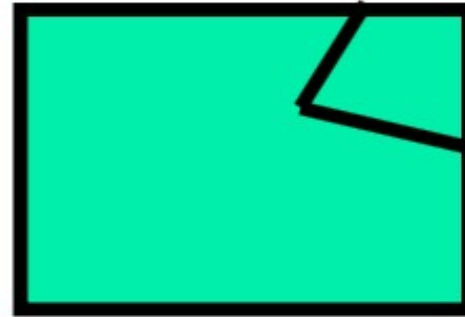
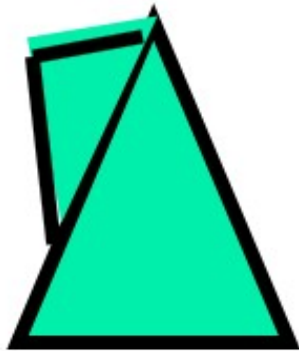


Fechada

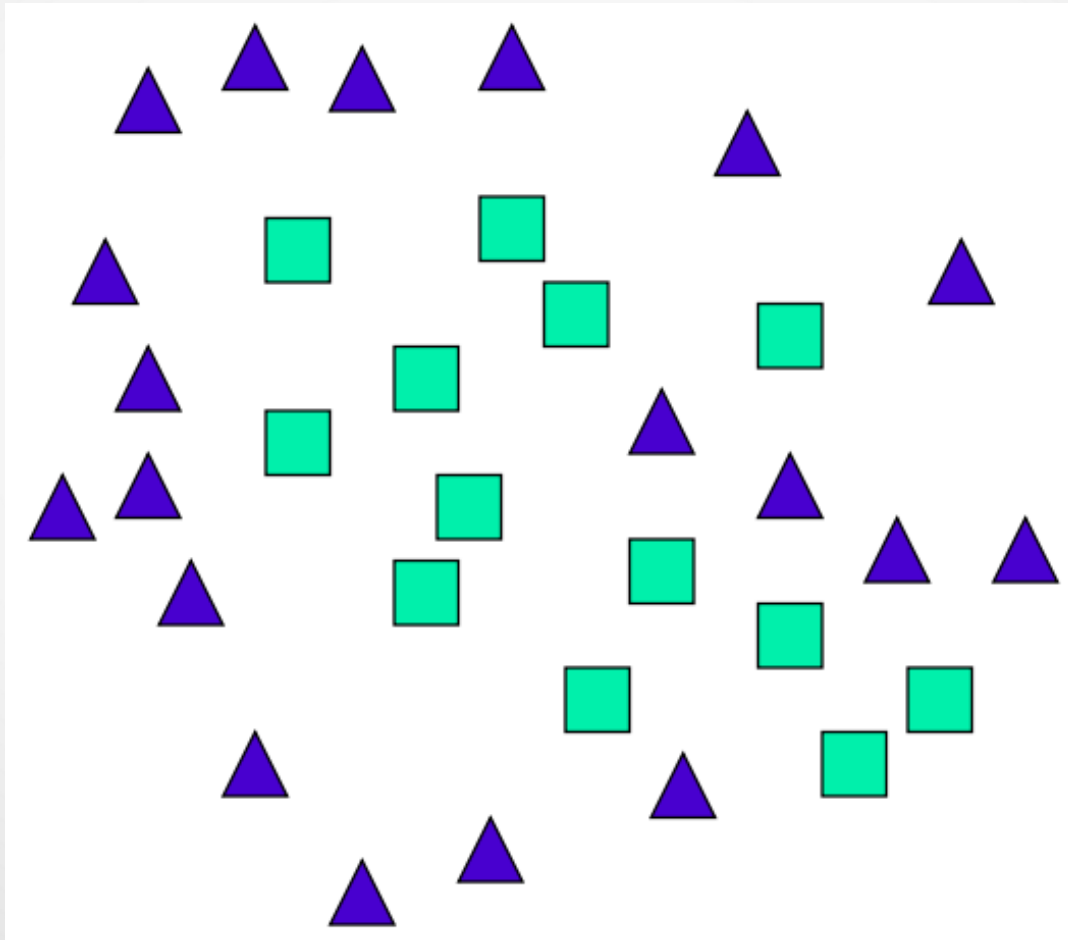


Fechada

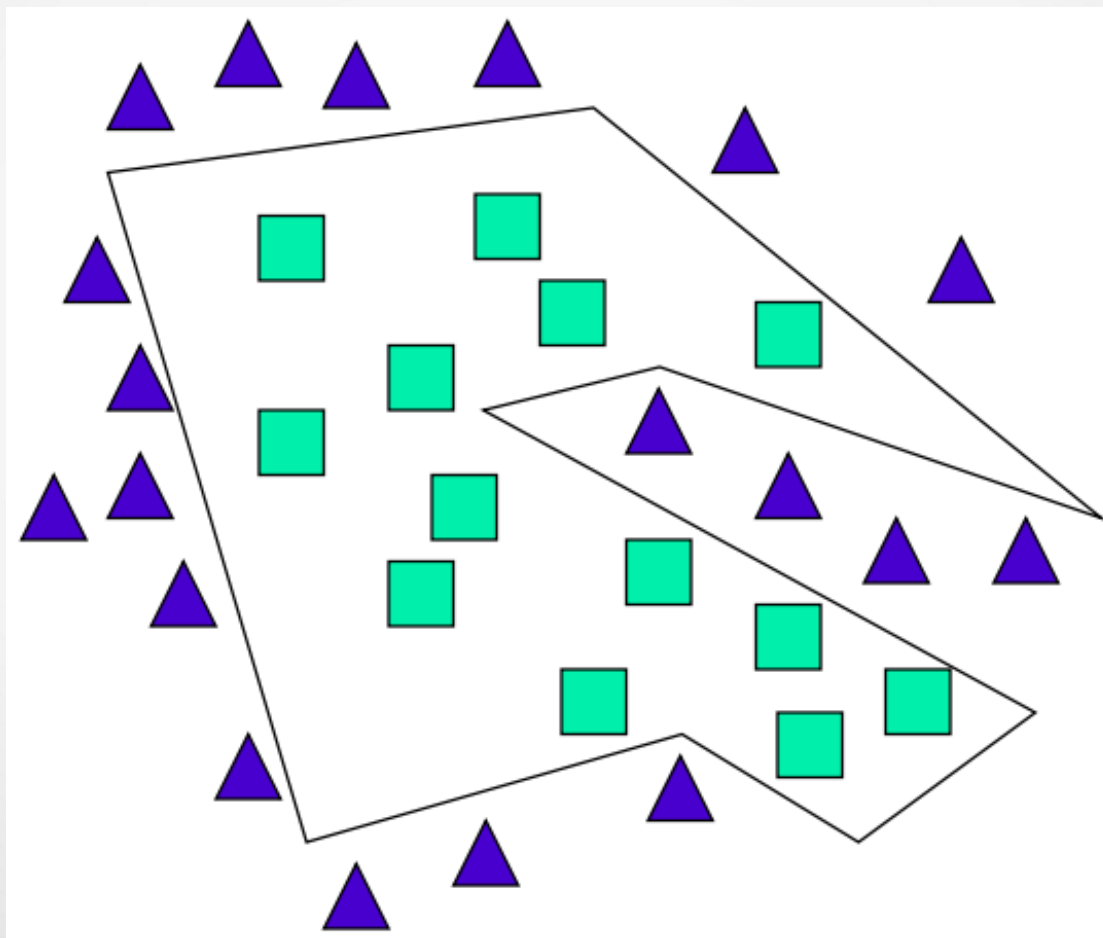
# Regiões Convexas: Combinações de hiperplanos



# Regiões Convexas: Combinações de hiperplanos

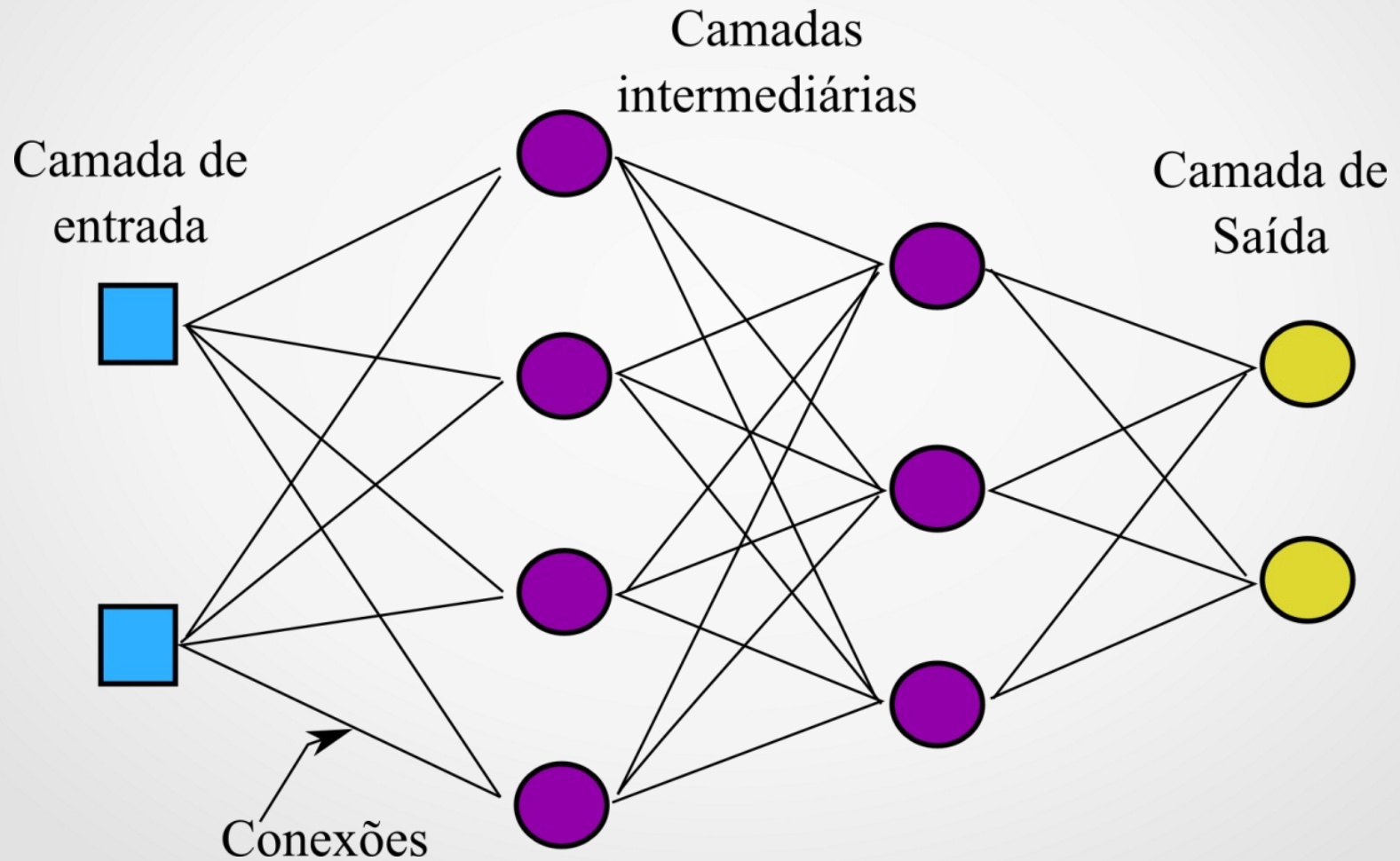


# Regiões Convexas: Combinações de hiperplanos



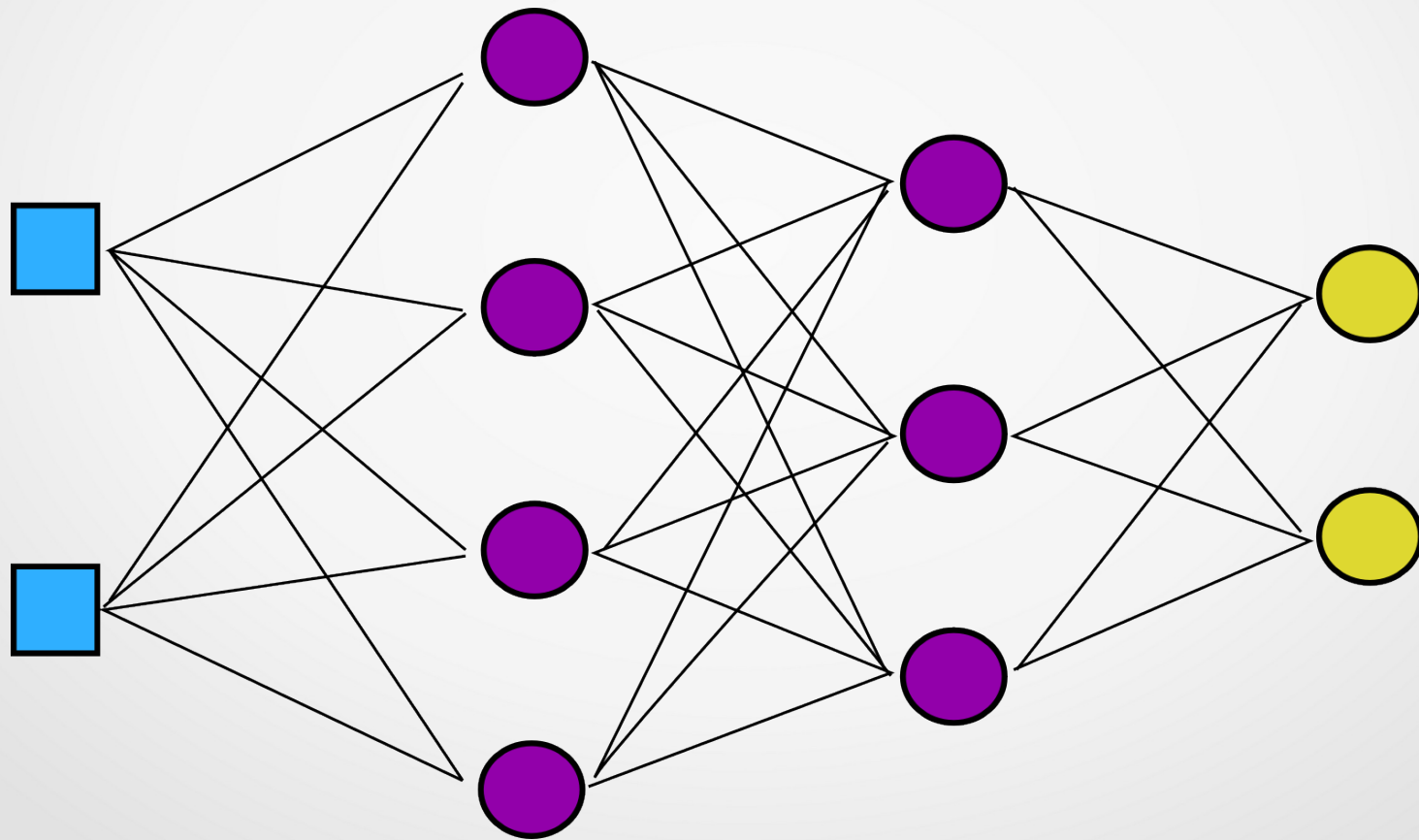


# Estrutura Genérica



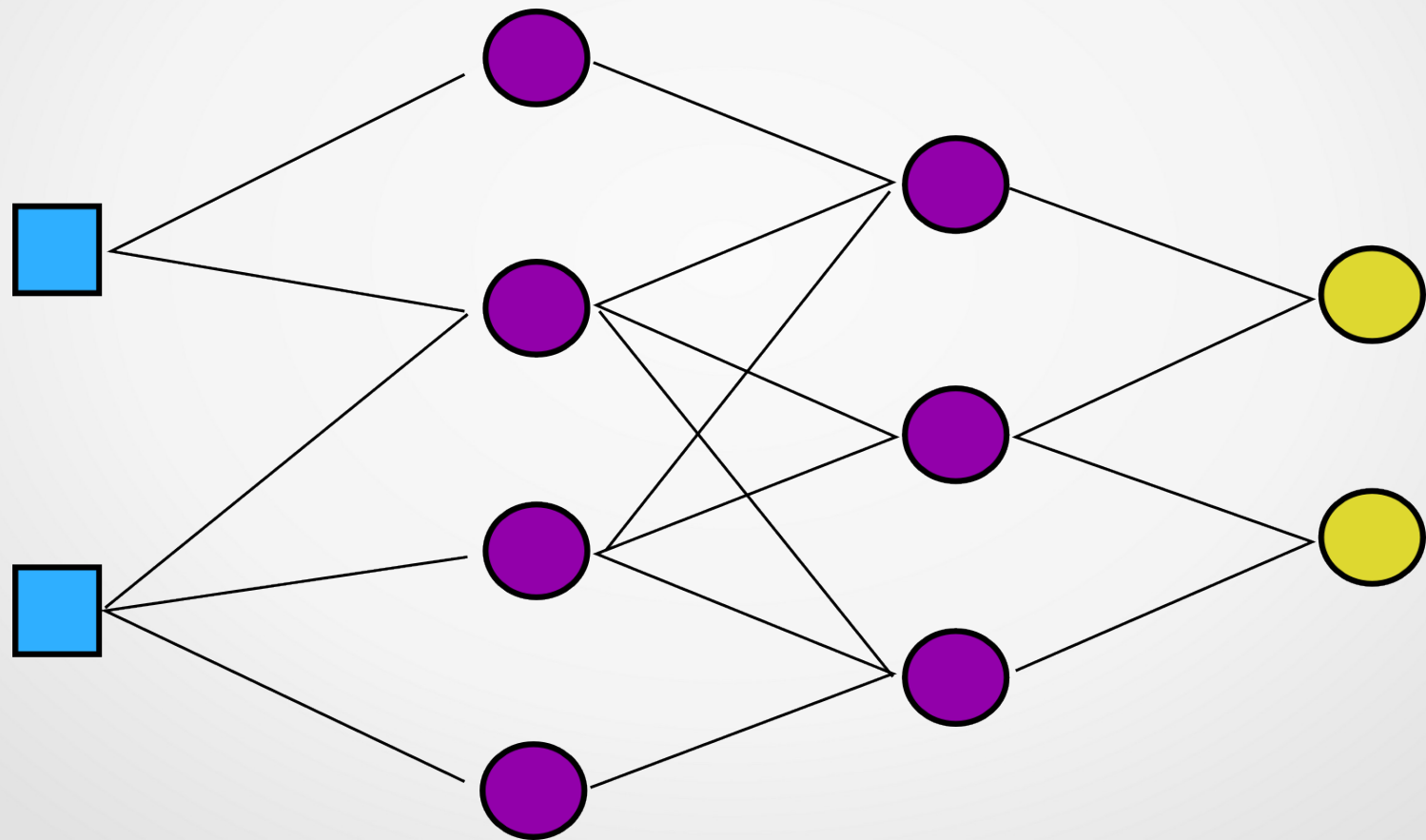
# Conexões

- Completamente conectada



# Conexões

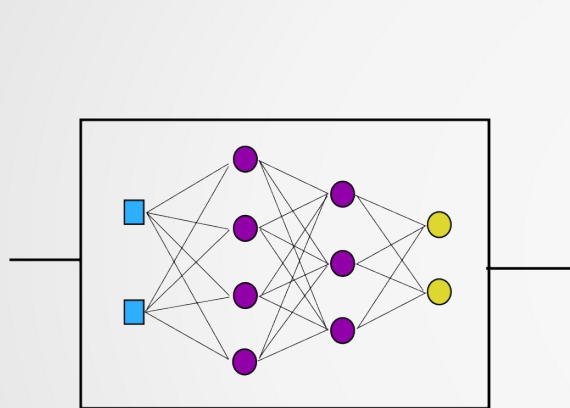
- Parcialmente conectada



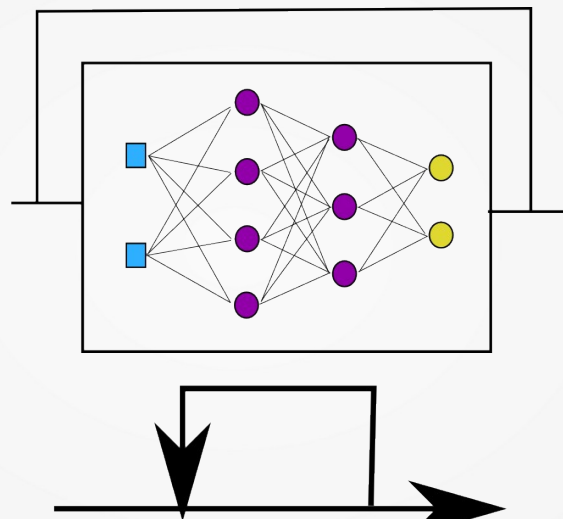
# Conexões

- Excitatória
  - Quando o valor do peso é positivo
- Inibitória
  - Quando o valor do peso é negativo
- Aprendizado
  - Por meio do algoritmo retropropagação (*backpropagation*)
    - Ver nas referências bibliográficas

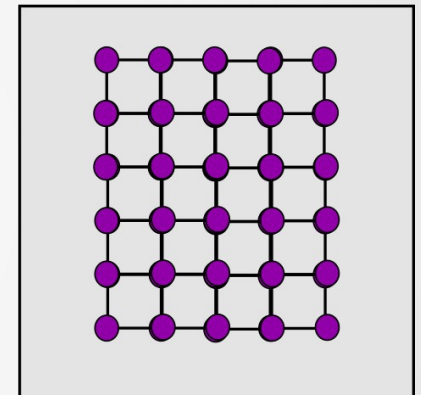
# Topologia



*Feedforward*



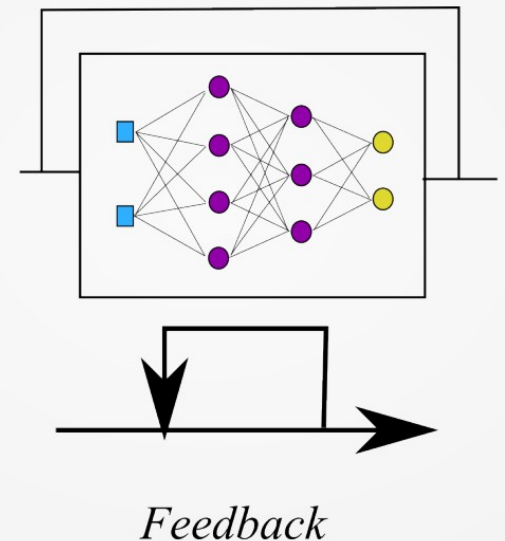
*Feedback*



*Grid*

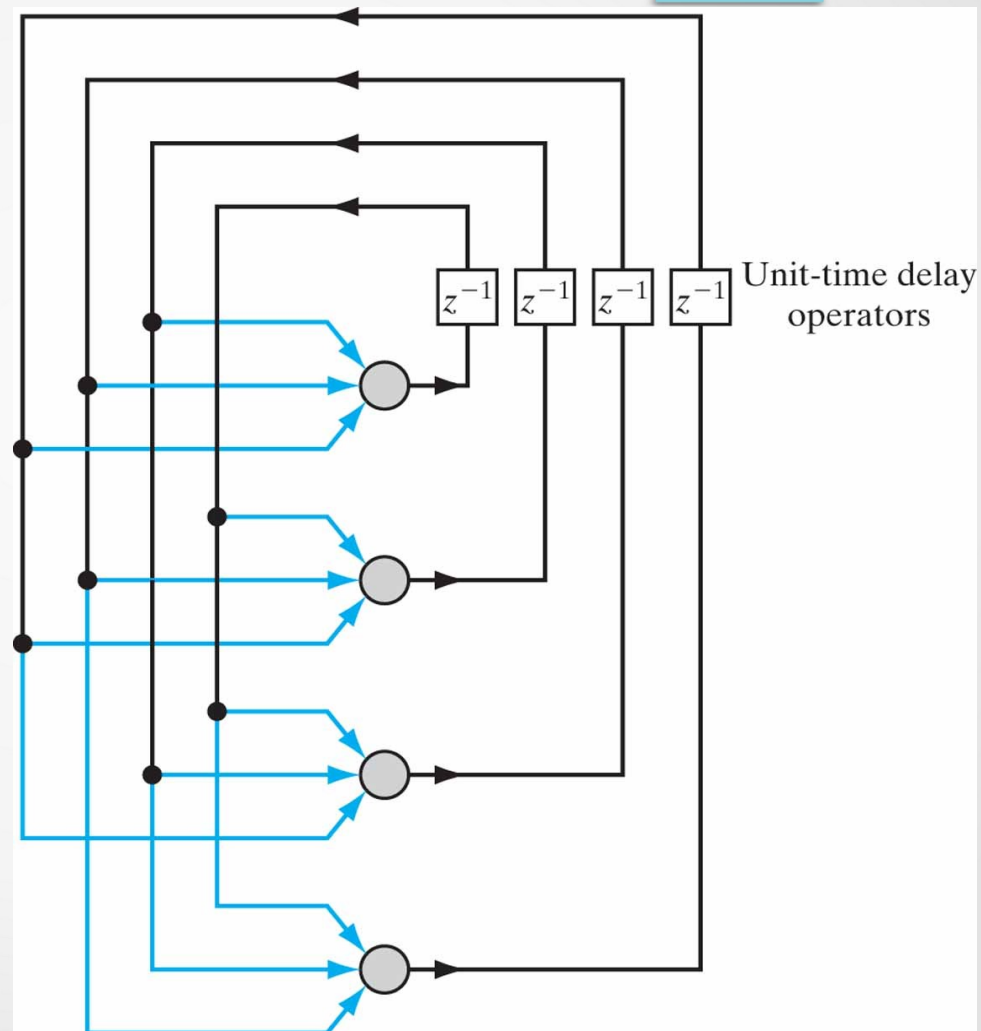
# Redes Neurais Recorrentes

- Diferenciam-se das outras arquiteturas por possuírem retroalimentação
- Saídas de neurônios podem servir de entrada para outros neurônios e também para o próprio neurônio (auto retroalimentação)
- Podem ou não ter neurônios escondidos



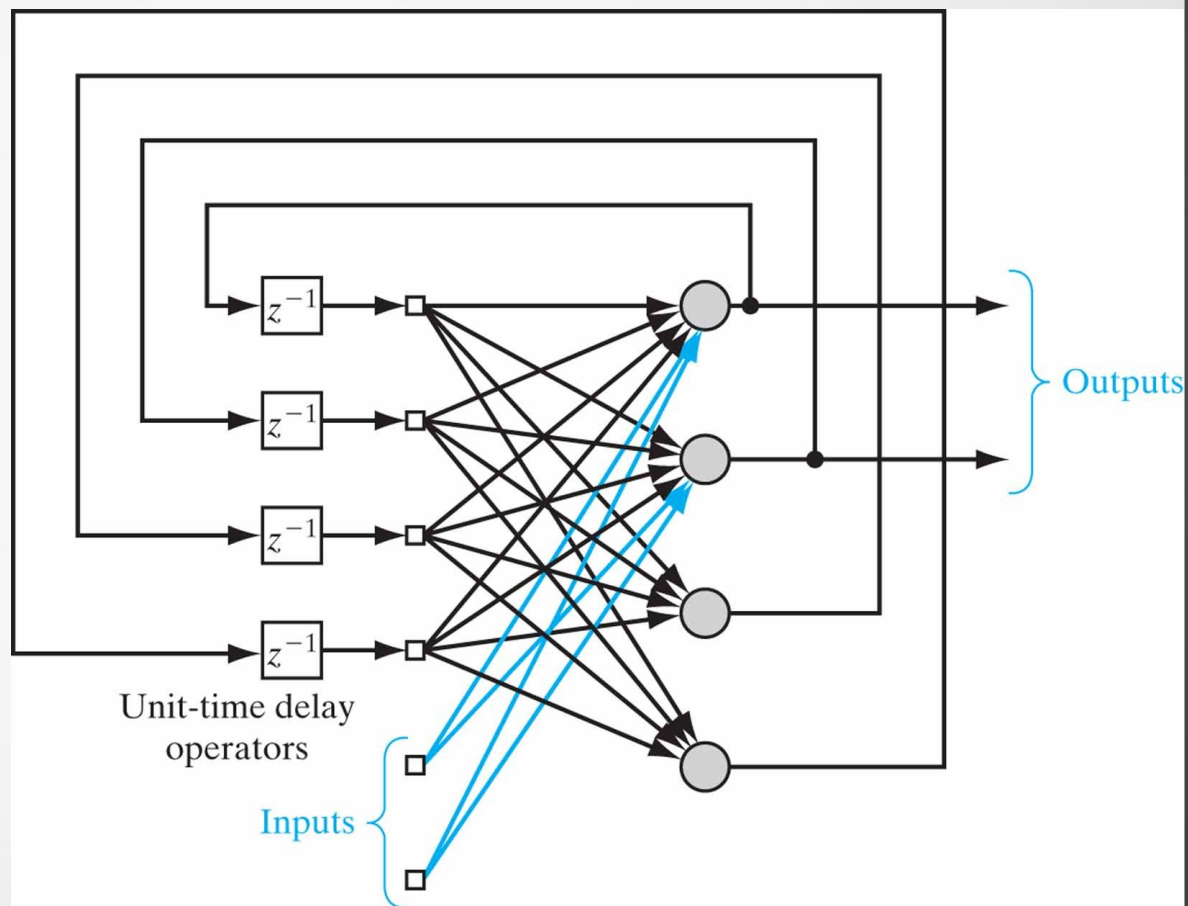
# Arquiteturas Redes Neurais Recorrentes

- Redes neurais recorrentes
- Sem neurônios escondidos
- Sem auto retroalimentação



# Arquiteturas Redes Neurais Recorrentes

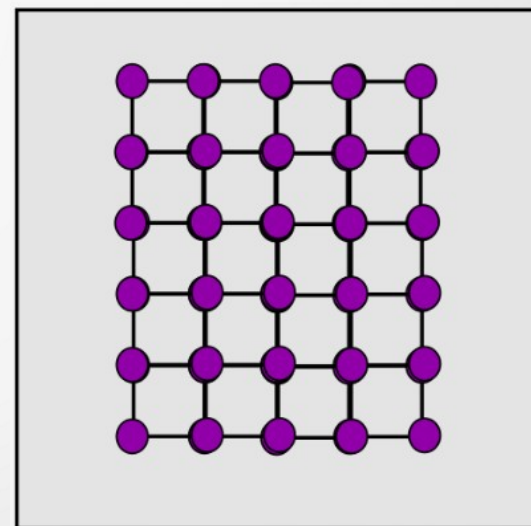
- Redes neurais recorrentes
- Com neurônios escondidos
- Com auto retroalimentação
- $z^{-1}$  é chamado de operador de atraso





# Modelo de Kohonen

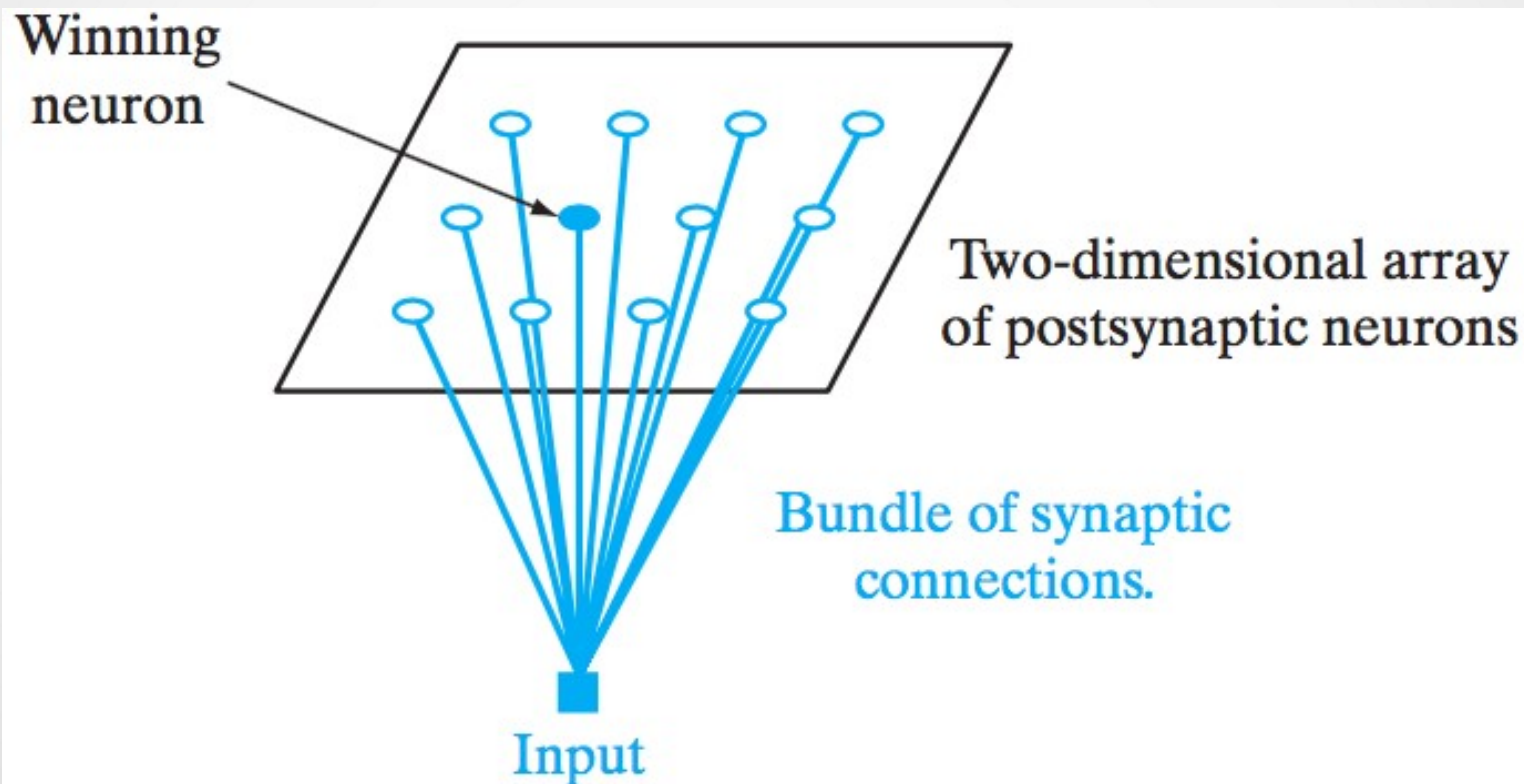
- Queremos construir mapas artificiais que aprendem por meio de auto-organização, de maneira neurobiologicamente inspirada
- Princípio da formação do mapa topográfico:
  - A localização espacial de um neurônio de saída em um mapa topográfico corresponde a um domínio particular ou característica dos dados de entrada



*Grid*

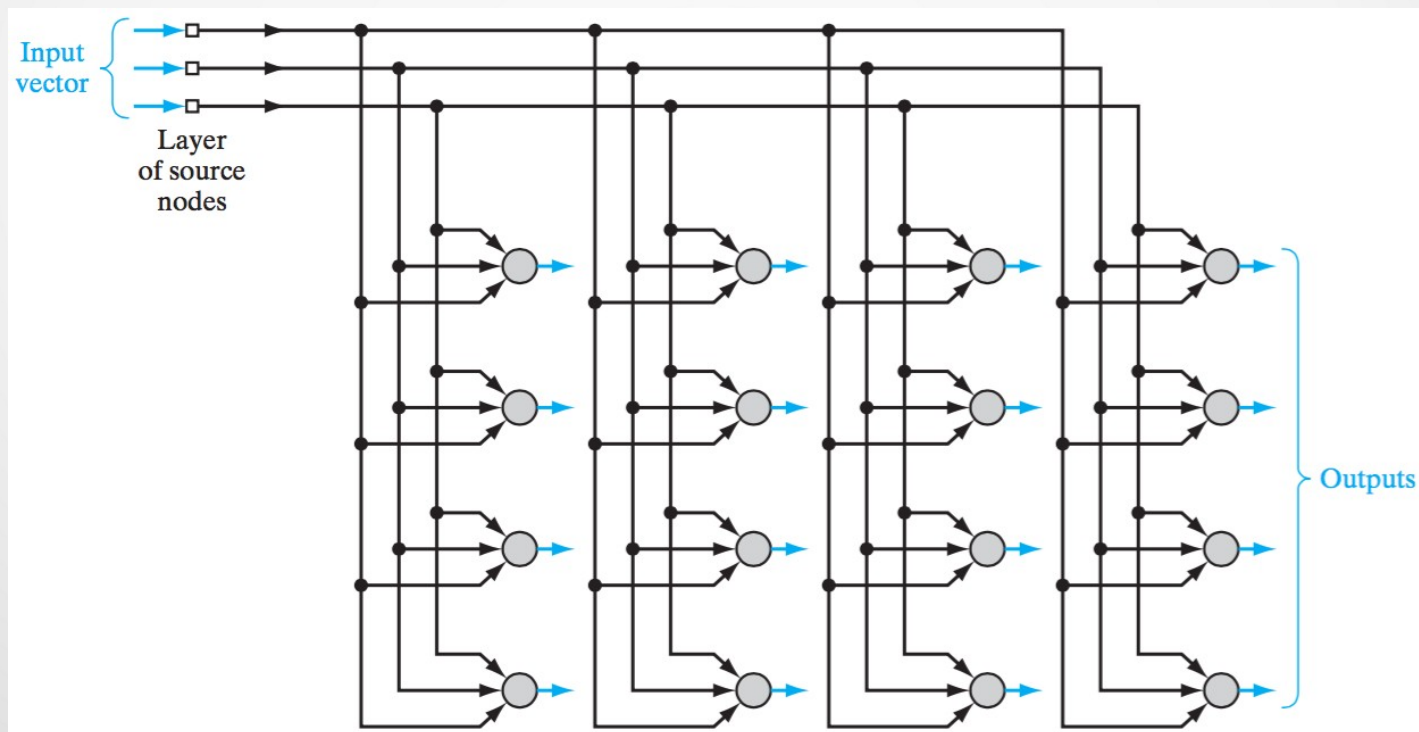
# Modelo Kohonen

- Neurônio vencedor é estimulado junto aos neurônios vizinhos



# Mapa Auto-Organizável (SOM)

- Transformar um padrão de entrada de dimensão arbitrária em um mapa bidimensional, de maneira adaptativa e ordenada topologicamente

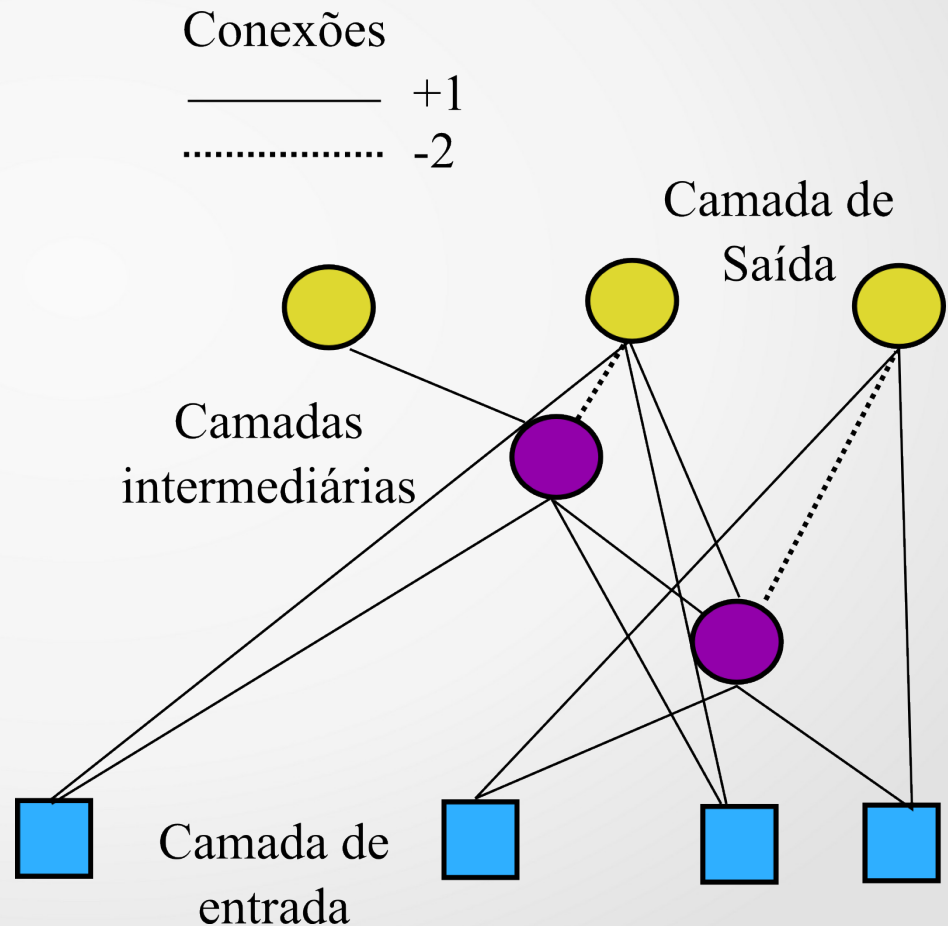


## Diversos outros tipos de NN

- Radial Basis Function
- Redes de Hopfield
- Redes de Boltzmann
- Aprendizado Profundo
  - Redes Convolutivas
  - Variational Autoencoder
  - etc
- Diversos tipos

# Exercício

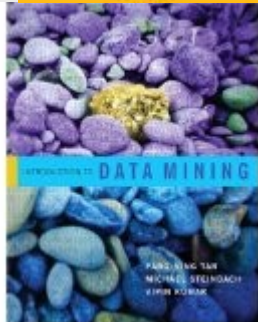
- Qual a função implementada pela rede abaixo?
- Entrada: 2 *bits*
- Saída: 3 *bits*
- Ativação limiar
  - c. saída:
    - *bias* -0.5
  - c. intermediária:
    - *bias* -1.5



# Bibliografia



SILVA, I.N., SPATTI, D.H. e FLAUZINO, R. A. Redes Neurais Artificiais para engenharia e ciências aplicadas: curso prático. Editora ArtLiber 2010.



STEINBACH, M., KUMAR, V. TAN, P. Introdução ao Data Mining (Mineração de Dados). Edição 1. Ciência Moderna 2009. ISBN 9788573937619.



Inteligência Artificial - Uma Abordagem de Aprendizado de Máquina. Katti Faceli, Ana Carolina Lorena, João Gama, André C. P. L. F. de Carvalho. Grupo Gen 2011