

Capítulo 14 | Experimentos fatoriais (dois ou mais fatores)

14.2 Interação no experimento com dois fatores

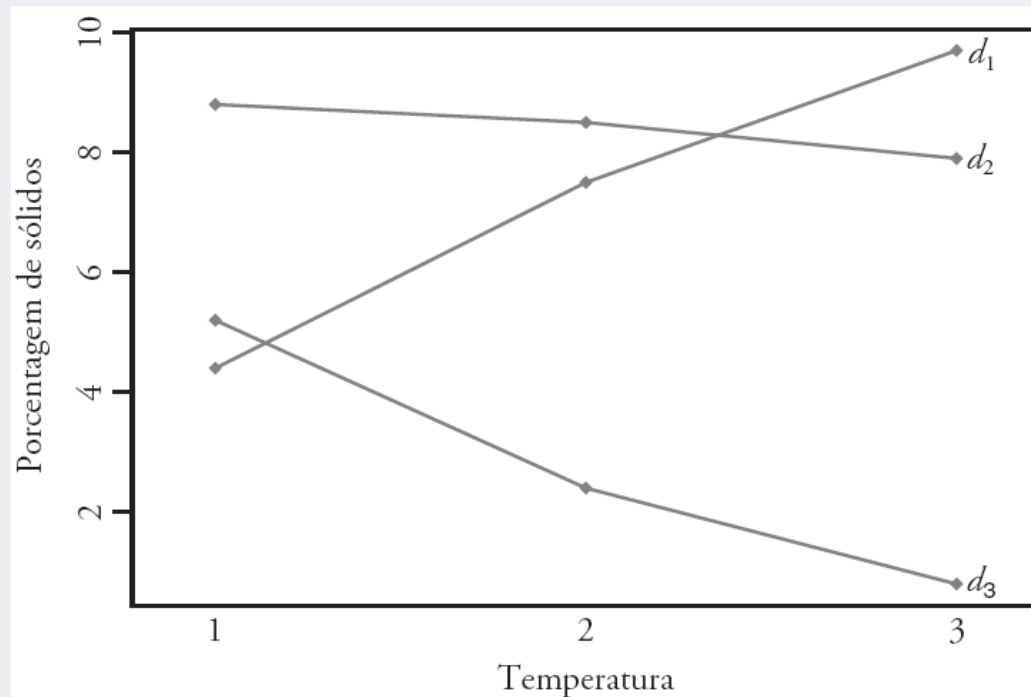


Figura 14.1 Gráfico de interação para os dados de temperatura e tempo de secagem.

14.3 Análise de variância com dois fatores

Tabela 14.1 Experimento de dois fatores com n replicações

A	B				Total	Média
	1	2	...	b		
1	y_{111}	y_{121}	...	y_{1b1}	$Y_{1..}$	$\bar{y}_{1..}$
	y_{112}	y_{122}	...	y_{1b2}		
	\vdots	\vdots		\vdots		
2	y_{11n}	y_{12n}	...	y_{1bn}	$Y_{2..}$	$\bar{y}_{2..}$
	y_{211}	y_{221}	...	y_{2b1}		
	y_{212}	y_{222}	...	y_{2b2}		
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots	\vdots
	y_{21n}	y_{22n}	...	y_{2bn}		
	\vdots	\vdots		\vdots		
a	y_{a11}	y_{a21}	...	y_{ab1}	$Y_{a..}$	$\bar{y}_{a..}$
	y_{a12}	y_{a22}	...	y_{ab2}		
	\vdots	\vdots		\vdots		
	y_{a1n}	y_{a2n}	...	y_{abn}		
Total	$Y_{.1.}$	$Y_{.2.}$...	$Y_{.b.}$	$Y_{...}$	
Média	$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{y}_{.2.}$...	$\bar{y}_{.b.}$		$\bar{y}_{...}$

As observações na (ij) -ésima célula constituem uma amostra aleatória de tamanho n de uma população que é assumida como normalmente distribuída com média μ_{ij} e variância σ^2 . Todas as ab populações são assumidas como tendo a mesma variância σ^2 . Vamos definir os seguintes símbolos úteis, alguns dos quais são usados na Tabela 14.1:

$Y_{ij.}$ = soma das observações na (ij) -ésima célula,

$Y_{i..}$ = soma das observações para o i -ésimo nível do fator A ,

$Y_{.j.}$ = soma das observações para o j -ésimo nível do fator B ,

$Y_{...}$ = soma de todas as observações abn ,

$\bar{y}_{ij.}$ = média das observações na (ij) -ésima célula,

$\bar{y}_{i..}$ = média das observações para o i -ésimo nível do fator A ,

$\bar{y}_{.j.}$ = média das observações para o j -ésimo nível do fator B ,

$\bar{y}_{...}$ = média de todas as abn observações.

Teorema 14.1

Identidade da soma dos quadrados

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 &= bn \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 \\ &+ an \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 + n \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 \\ &+ \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n (y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2 \end{aligned}$$

Teste F para o fator A

$$f_1 = \frac{s_1^2}{s^2}$$

Teste F para o fator B

$$f_2 = \frac{s_2^2}{s^2}$$

Teste F para interação

$$f_3 = \frac{s_3^2}{s^2}$$

Tabela 14.2 Análise de variância para o experimento de dois fatores com n replicações

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Quadrado médio	f calculado
Efeito principal				
A	SQA	$a - 1$	$s_1^2 = \frac{SQA}{a - 1}$	$f_1 = \frac{s_1^2}{s^2}$
B	SQB	$b - 1$	$s_2^2 = \frac{SQB}{b - 1}$	$f_2 = \frac{s_2^2}{s^2}$
Interações de dois fatores				
AB	$SQ(AB)$	$(a - 1)(b - 1)$	$s_3^2 = \frac{SQ(AB)}{(a - 1)(b - 1)}$	$f_3 = \frac{s_3^2}{s^2}$
Erro	SQE	$ab(n - 1)$	$s^2 = \frac{SQE}{ab(n - 1)}$	
Total	SQT	$abn - 1$		

Tabela 14.3 Taxas de queima dos propelentes

Sistema de mísseis	Tipo de propelente			
	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	34,0	30,1	29,8	29,0
	32,7	32,8	26,7	28,9
a_2	32,0	30,2	28,7	27,6
	33,2	29,8	28,1	27,8
a_3	28,4	27,3	29,7	28,8
	29,3	28,9	27,3	29,1

Tabela 14.4 Análise de variância para os dados da Tabela 14.3

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Quadrado médio	f calculado
Sistema de mísseis	14,52	2	7,26	5,84
Tipo de propelente	40,08	3	13,36	10,75
Interação	22,16	6	3,69	2,97
Erro	14,91	12	1,24	
Total	91,68	23		

The GLM Procedure					
Dependent Variable: rate					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	11	76,76833333	6,97893939	5,62	0,0030
Error	12	14,91000000	1,24250000		
Corrected Total	23	91,67833333			
R-Square	Coeff Var		Root MSE	rate Mean	
0,837366	3,766854		1,114675	29,59167	
Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
system	2	14,52333333	7,26166667	5,84	0,0169
type	3	40,08166667	13,36055556	10,75	0,0010
system*type	6	22,16333333	3,69388889	2,97	0,0512

Figura 14.2 Impressão SAS da análise dos dados da taxa do propelente da Tabela 14.3.

Tabela 14.5 Interpretação da interação

	b_1	b_2	b_3	b_4	Média
a^1	33,35	31,45	28,25	28,95	30,50
a_2	32,60	30,00	28,40	27,70	29,68
a_3	28,85	28,10	28,50	28,95	28,60
Média	31,60	29,85	28,38	28,53	

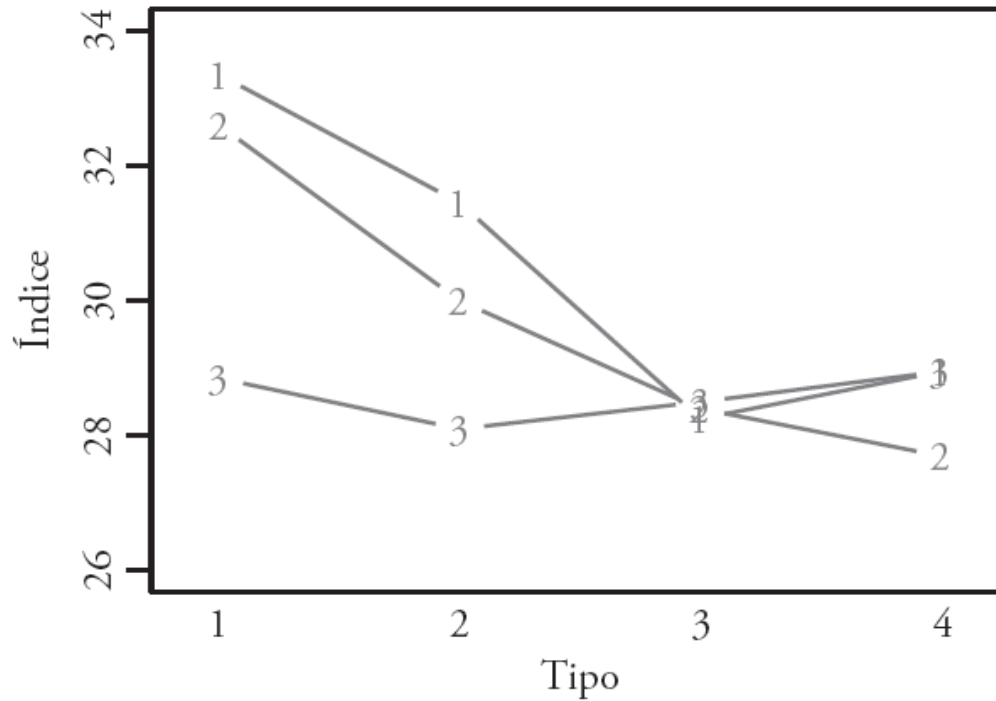


Figura 14.3 Gráfico das médias das células para os dados do Exemplo 14.1. Os números representam os sistemas de mísseis.

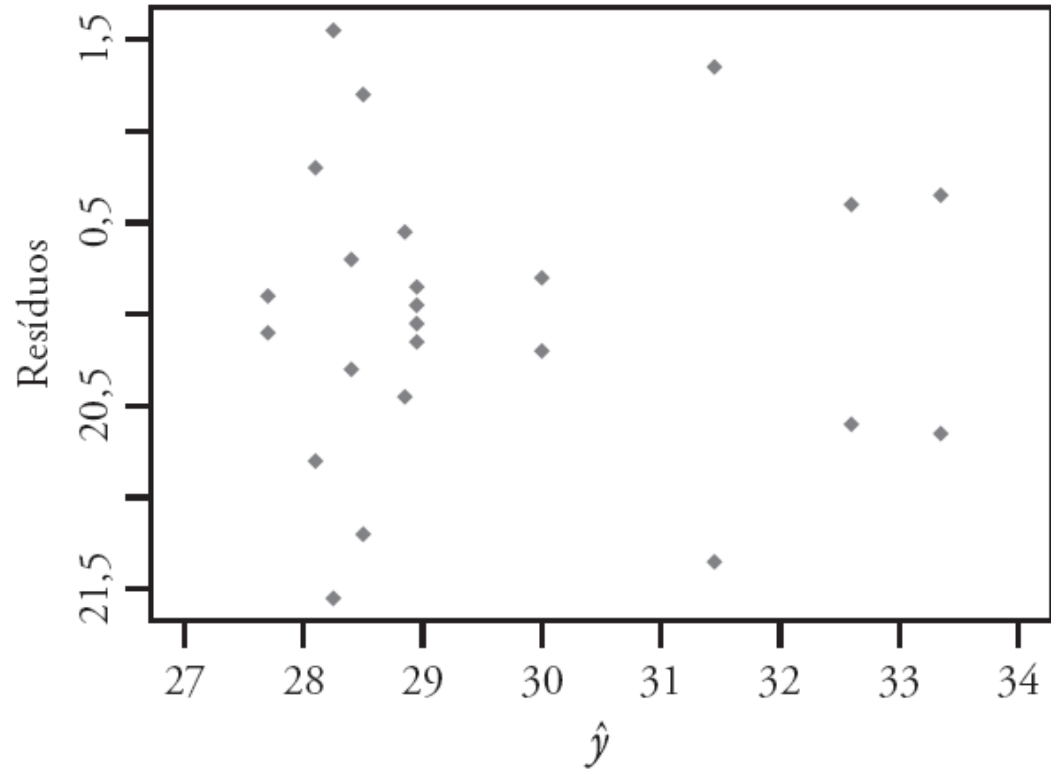


Tabela 14.6 Dados para o Exemplo 14.3

Taxa de fluxo de C_2F_6	Força fornecida		
	1	2	3
1	288	488	670
	360	465	720
2	385	482	692
	411	521	724
3	488	595	761
	462	612	801

The GLM Procedure					
Dependent Variable: etchrate					
		Sum of			
Source	DF	Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	8	379508,7778	47438,5972	61,00	<,0001
Error	9	6999,5000	777,7222		
Corrected Total	17	386508,2778			
R-Square	Coeff Var	Root MSE	etchrate Mean		
0,981890	5,057714	27,88767	551,3889		
Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
c2f6	2	46343,1111	23171,5556	29,79	0,0001
power	2	330003,4444	165001,7222	212,16	<,0001
c2f6*power	4	3162,2222	790,5556	1,02	0,4485

Figura 14.5 Impressão SAS para o Exemplo 14.3.

Figura 14.5 Impressão SAS para o Exemplo 14.3.

Duncan Grouping	Mean	N	c2f6	Duncan Grouping	Mean	N	power
A	619,83	6	3	A	728,00	6	3
B	535,83	6	2	B	527,17	6	2
C	498,50	6	1	C	399,00	6	1
(a)				(b)			

Figura 14.6 (a) Resultado SAS lidando com o Exemplo 14.3 (teste de Duncan para a taxa de fluxo do gás);
(b) Resultado SAS para o Exemplo 14.3 (teste de Duncan para a força).