Report

(a)

(a)

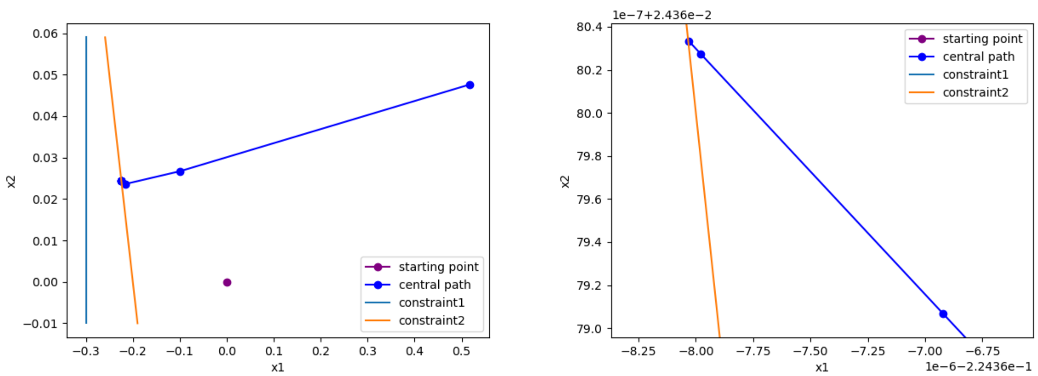
$$\mathrm{dom}\, f = \{x \mid Cx - d < 0\}$$

$$\nabla f(x) = t\sum_{i=1}^{k} e^{a_i^T x - b_i} a_i + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{d_i - c_i^T x} c_i$$

$$\nabla^2 f(x) = t\sum_{i=1}^{k} e^{a_i^T x - b_i} a_i a_i^T + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{(d_i - c_i^T x)^2} c_i c_i^T$$

Setting 1:

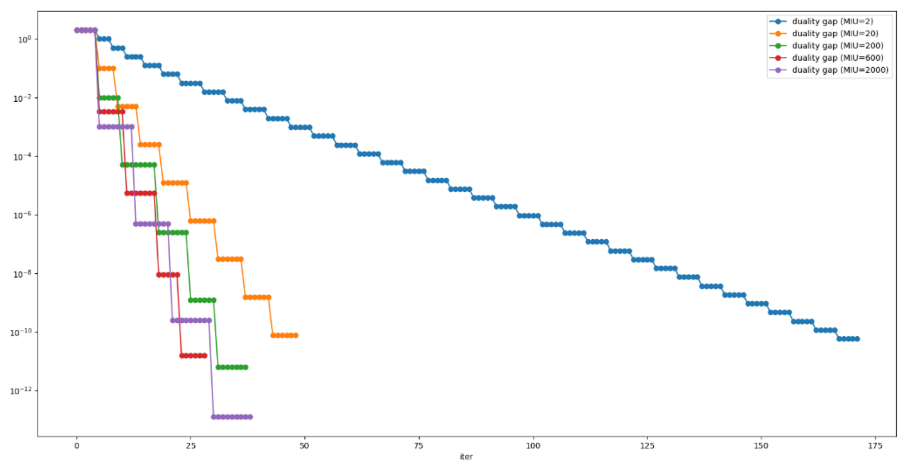
(I)-(i), (I)-(ii)



(m)

明顯的 central path 往 boundary 走。另外，只有 constraint2($-x_1-x_2<0.2$)被 activate，constraint1 則 inactivate。

(n)



μ越大則 inner loop 需要越多 step，但一次可以使 duality gap 下降更多讓 outerloop 可以少一點 step，因此中間的 trade-off 是影響效能的關鍵，在這個數字設定下 μ=200~2000 表現比小 μ 好(總 step 比較少)。

(o)

Mine:

Optimal value = 2.58226629

Optimal x = [-0.22436803, 0.02436803]

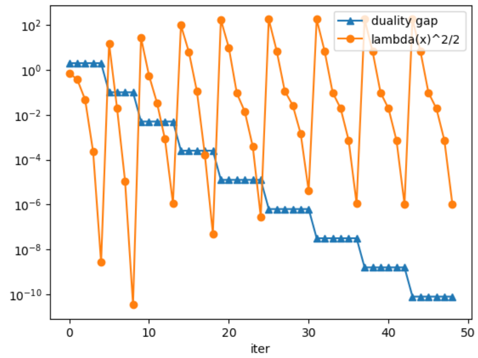
CVX toolbox:

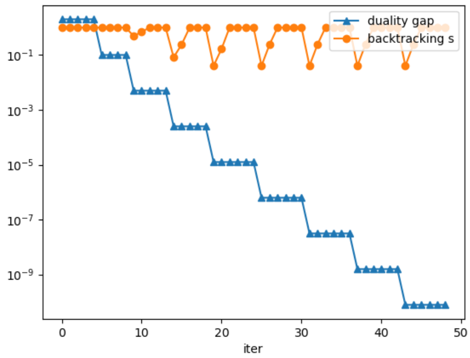
Optimal value = 2.5822662770806897

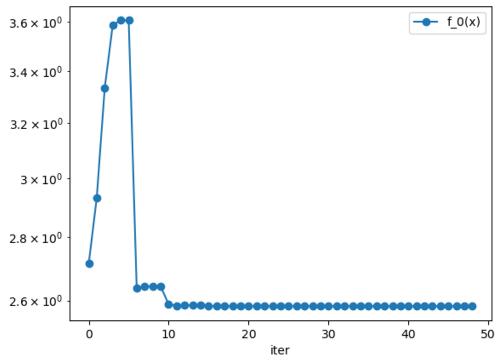
Optimal x = [-0.22436803, 0.02436804]

我的結果與 toolbox 算出來的結果非常接近。

(p), (q), (r)







(p) 從 $\lambda^2/2$ 和 duality gap 可以看出來，每更新一次 t(duality gap 出現一個 step)，inner loop 像是用 Newton's method optimize 一個新問題，$\lambda^2/2$(這個新問題的 duality gap)會在幾個 step 內下降到 1e-5 以下就跳出來、增大 t、重複直到 outer loop 的 duality gap 夠小(1e-10)。

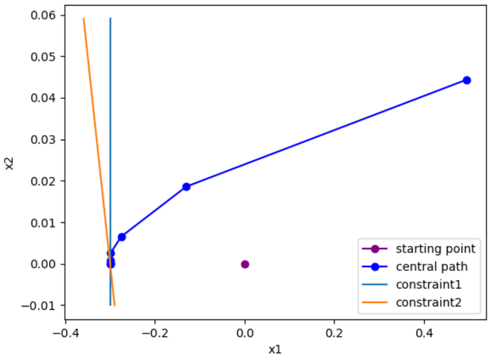
(q) 每更新一次 t，前幾次的 Newton step 容易變太大導致走到 infeasible 的地方，所以 s 到很小才能走進 feasible 區域，後面越來越接近(該 t 的)optimal point 後 step 就可走很準，所以 s 就不太需要縮小了(s=1 就是最好的一步)。

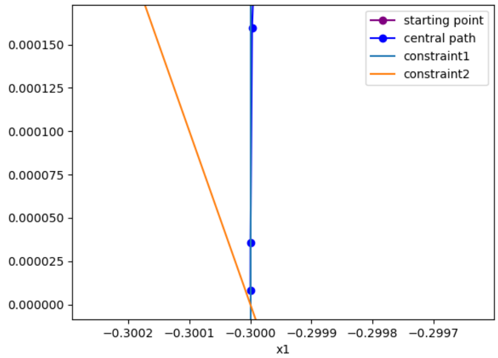
(r) f_0 並沒有總是下降，但我們的方法仍是 descent method，我們是照著 f 適合

的方向走，也就是在 f_0+log barrier 這個 function 上仍是總是下降的(在同一個 t)，雖然一開始 f 和 f_0 下降的方向不同導致 f 下降 f_0 上升，但隨著 t 上升，f 和 f_0 越來越近似，所以 f 下降 f_0 也會跟著下降最後到達 optimal value。

Setting 2:

(l)-(i), (l)-(ii)

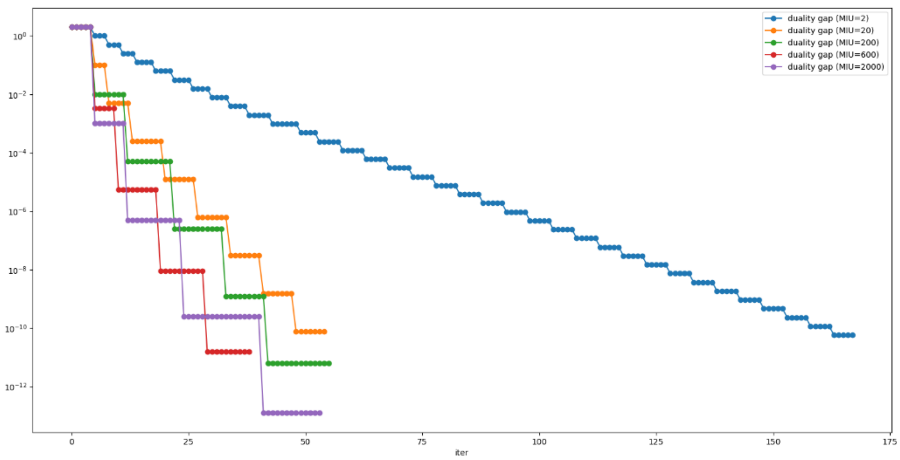




(m)

只有 constraint1($-x_1<0.3$)被 activate，constraint2 則 inactivate。

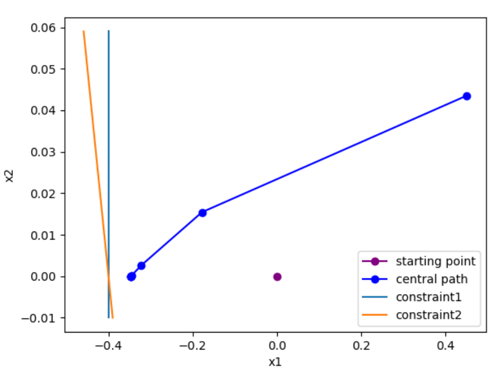
(n)

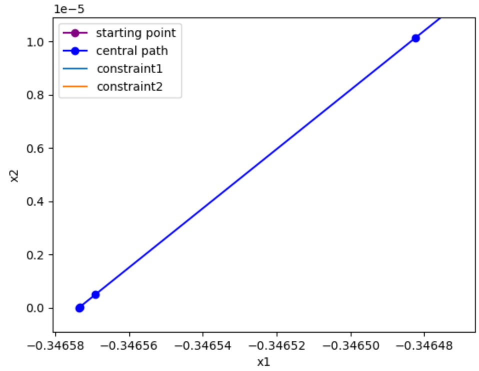


在這個數字設定下仍然是 μ=200~2000 表現比小 μ 好(總 step 比較少)。

Setting 3:

(I)-(i), (I)-(ii)

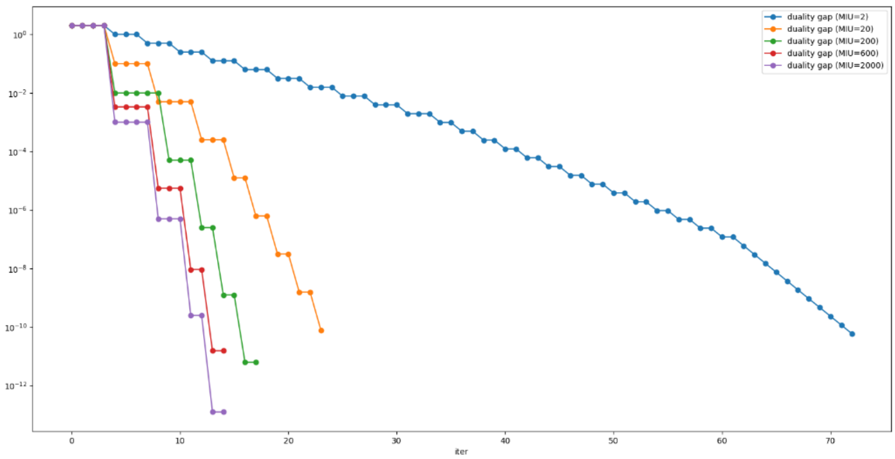




(m)

兩個 constraint 都沒有被 activate。

(n)



這題因為 constraint 都不會被 activate，所以 outer loop 其實可以直接走大步一點(inner loop 都可以很快讓收斂)，所以 μ =2000 時表現最好。