



ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΡΑΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ
ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
& ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Τομέας Τηλεπικοινωνιών και Διαστημικής
Εργαστήριο Ηλεκτρομαγνητικής Θεωρίας

Ανάλυση Σφάλματος του Υπολογισμού Ωμικής Θέρμανσης (Joule Heating) της
Ανώτερης Ατμόσφαιρας από Επιτόπιες Μετρήσεις Δορυφόρου

Διπλωματική Εργασία

Ψυχάλας Χρήστος

Επιβλέπων

Σαρρής Θεόδωρος, Αν. Καθηγητής Δ.Π.Θ.

Ξάνθη, 2021

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σε αυτό το σημείο, προτού ξεκινήσει η εργασία, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους εκείνους τους ανθρώπους, με την βοήθεια των οποίων κατέστη δυνατή η εκπόνηση αυτής της διπλωματικής. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή Θεόδωρο Σαρρή, επιβλέποντα καθηγητή της παρούσας διπλωματικής εργασίας, ο οποίος με την υπομονή, τις υποδείξεις και την καθοδήγησή του με βοήθησε να ολοκληρώσω αυτή την εργασία με επιτυχία. Ακόμη, ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να αποδώσω στους, Στυλιανό Τουργαΐδη και Παναγιώτη Πυρνάρη, υποψήφιους διδάκτορες, των οποίων οι γνώσεις, οι υποδείξεις και οι συμβουλές στους τομείς της φυσικής και του προγραμματισμού ήταν καθοριστικές για την ολοκλήρωση της εργασίας. Τέλος, θα ήθελα να αποδώσω τις μεγαλύτερες ευχαριστίες μου στην οικογένειά μου, στους ανθρώπους εκείνους που στάθηκαν όλα αυτά τα χρόνια αρωγοί στην προσπάθειά μου, τόσο σε υλικό όσο και σε συναισθηματικό επίπεδο, δίνοντάς μου την ευκαιρία να σπουδάσω απρόσκοπτα.

Πρόλογος

Η παρούσα εργασία ασχολείται με το φαινόμενο της ωμικής θέρμανσης στην ανώτερη ατμόσφαιρα και πιο συγκεκριμένα με το σφάλμα που εισάγεται στον υπολογισμό της κατά την διάρκεια επιτόπιων μετρήσεων με δορυφόρο. Τονίζεται ότι η εργασία έγινε στα πλαίσια διαγωνισμού του Ευρωπαϊκού Οργανισμού Διαστήματος (ESA) για την εξερεύνηση της γήινης ατμόσφαιρας, στον οποίο έλαβε μέρος και το Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης σε συνεργασία με πανεπιστήμια και ερευνητές του εξωτερικού, υπό την καθοδήγηση του Αν. Καθ. Θεόδωρου Σαρρή. Θα πρέπει να ξεκαθαριστεί σε αυτό το σημείο πως η αποστολή στην οποία βασίζεται η εργασία και που έλαβε μέρος στον διαγωνισμό, είναι υπό ερευνητικό στάδιο και επομένως δεν είναι δυνατή η συλλογή πραγματικών δεδομένων. Αν και ο τίτλος της εργασίας αναφέρει επιτόπιες μετρήσεις δορυφόρου, εκείνο το οποίο πραγματεύεται, είναι στην ουσία η προσομοίωση των μετρήσεων με τη χρήση ατμοσφαιρικών μοντέλων, των οποίων τα δεδομένα προσομοιάζουν τα δεδομένα των μετρήσεων δορυφόρου, δίνοντάς μας την δυνατότητα να συνάγουμε, στο πρωταρχικό αυτό στάδιο της μελέτης, κάποια βασικά συμπεράσματα. Έτσι, ξεκινάμε την εργασία αυτή δίνοντας κάποιες βασικές πληροφορίες για την ατμόσφαιρα της Γης στο πρώτο κεφάλαιο, γνωρίζοντάς την λίγο καλύτερα. Έπειτα, στο δεύτερο κεφάλαιο, κάνουμε μία εισαγωγή στην φυσική της ατμόσφαιρας που μελετάμε, δίνοντας όλα εκείνα τα απαραίτητα στοιχεία για την κατανόησή της, προκειμένου να γίνει καλύτερα αντιληπτό συνολικά το θέμα της εργασίας. Στο τρίτο κεφάλαιο, αναπτύσσεται η αποστολή και η σημασία της και ως εκ τούτου και η σημασία της παρούσας εργασίας, γνωρίζοντας τα βασικά στοιχεία της, ενώ παράλληλα δείχνεται και η όλη διαδικασία για την μοντελοποίηση. Στη συνέχεια, στο τέταρτο κεφάλαιο ασχολούμαστε με τα σφάλματα και τη διάδοσή τους, καθώς και με τα συμπεράσματα στα οποία μας οδηγεί η όλη ανάλυση σφάλματος που θα ακολουθήσουμε. Τέλος, η εργασία τελειώνει με το πέμπτο κεφάλαιο, όπου αναλύεται η δομή και η λειτουργία του κώδικα που γράφτηκε για την ανάλυση σφάλματος και που μπορεί να βρεθεί στο GitHub, όπως αναφέρεται. Καθ' όλη την διάρκεια της εργασίας προσπάθησα να είμαι όσο το δυνατόν πιο σαφής και ακριβής, δίνοντας λεπτομέρειες και οδηγίες, προκειμένου ο καθένας που θα διαβάσει την εργασία να μπορέσει, όχι μόνο να την κατανοήσει, αλλά και να μπορέσει να την υλοποιήσει εξ' αρχής και να πειραματιστεί πάνω της. Έτσι, ελπίζω να μην γίνομαι κουραστικός και πραγματικά να εξάπτω το ενδιαφέρον του αναγνώστη.

Χρήστος Ψυχάλας

Περιεχόμενα

1. Η ατμόσφαιρα της Γης	1
Αναφορές.....	6
2. Εισαγωγή στη φυσική της ανώτερης ατμόσφαιρας.....	7
2.1 Ο Ήλιος	7
2.2 Το μεσοπλανητικό διάστημα και η σύζευξη με την Μαγνητόσφαιρα	10
2.3 Η τέταρτη κατάσταση της ύλης.....	16
2.4 Ηλεκτροδυναμική της ανώτερης ατμόσφαιρας.....	23
2.5 Ωμική θέρμανση (Joule heating)	32
Αναφορές.....	37
3. Η αποστολή του Δαίδαλου	40
3.1 Η σημασία της αποστολής	41
3.2 TIEGCM και IGRF	47
3.3 Συστήματα συντεταγμένων	56
3.4 Τα παράγωγα μεγέθη.....	60
Αναφορές.....	83
4. Ανάλυση Σφάλματος.....	86
4.1 Βασικές Έννοιες	86
4.2 Διάδοση Σφάλματος.....	90
4.3 Η διάδοση σφάλματος στα παράγωγα μεγέθη	93
4.4 Τυχαία σφάλματα ή θόρυβος	118
Αναφορές.....	127
5. Ο κώδικας.....	129
5.1 Οι λειτουργίες του κώδικα	129
5.2 Οι συναρτήσεις του κώδικα	133
5.3 Συμβολική παραγώγιση.....	135
Αναφορές.....	138
6. Σύνοψη και Συμπεράσματα	139

1. Η ατμόσφαιρα της Γης



Εικόνα 1.1 Η ατμόσφαιρα της Γης από τον ISS (Image Science & Analysis Laboratory, NASA Johnson Space Center)

Η ατμόσφαιρα της Γης χωρίζεται σε διάφορα στρώματα και καθώς ανεβαίνουμε από το επίπεδο της θάλασσας, έως ότου φτάσουμε στο διαπλανητικό διάστημα, συναντούμε περιοχές με διαφορετικά χαρακτηριστικά. Ονομαστικά οι περιοχές αυτές είναι οι εξής:

- Τροπόσφαιρα
- Στρατόσφαιρα
- Μεσόσφαιρα
- Θερμόσφαιρα

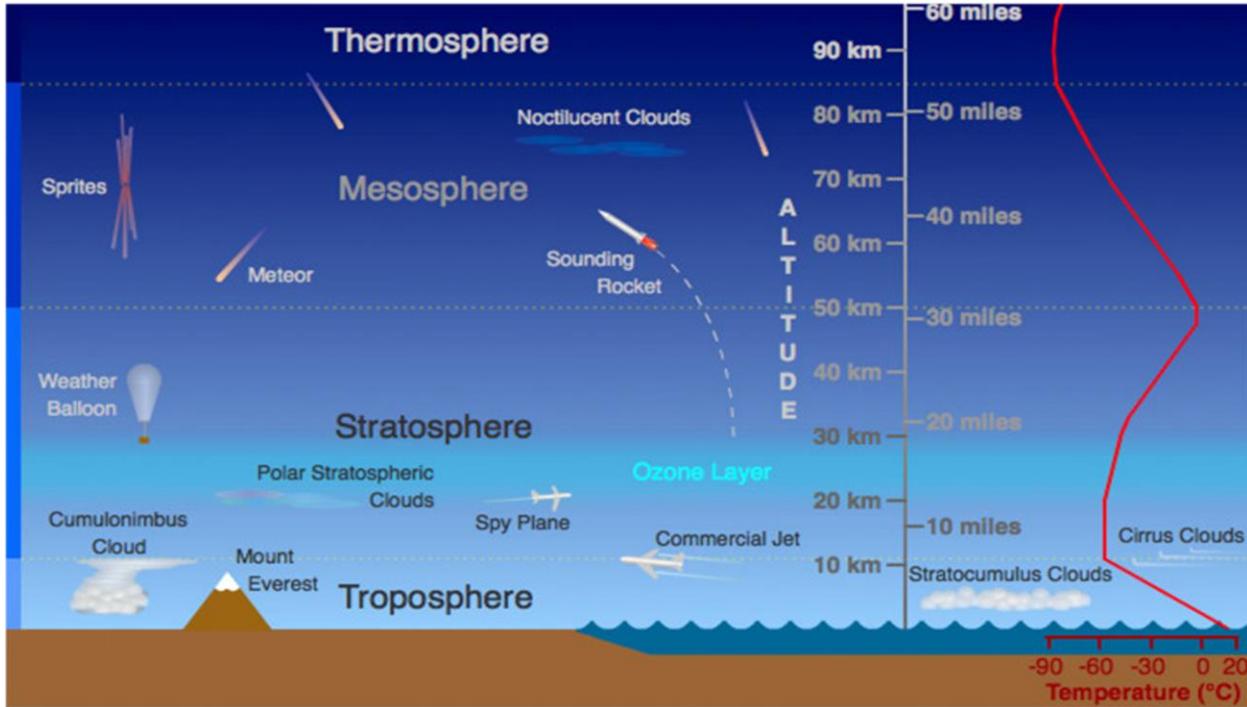
Τροπόσφαιρα: Η Τροπόσφαιρα είναι το χαμηλότερο στρώμα της ατμόσφαιρας, ξεκινάει από το επίπεδο της θάλασσας και φτάνει περίπου τα 10 km πάνω από αυτό. Το ανώτερο επίπεδό της δεν είναι αυστηρά καθορισμένο, καθότι εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος (latitude) και την εποχή. Πιο συγκεκριμένα, τον χειμώνα, αλλά και στα ψηλά γεωγραφικά πλάτη, κοντά δηλαδή στους πόλους, βρίσκεται χαμηλότερα, ενώ το καλοκαίρι και κοντά στον ισημερινό ψηλότερα. Είναι η περιοχή στην οποία συγκεντρώνονται τα σύννεφα και λαμβάνουν χώρα τα περισσότερα καιρικά φαινόμενα της Γης. Επίσης, το μεγαλύτερο ποσοστό της μάζας της ατμόσφαιρας βρίσκεται στην Τροπόσφαιρα ($\sim 75 - 80\%$). Ο αέρας στο επίπεδο του εδάφους θερμαίνεται από την έκλυση θερμότητας από το έδαφος, αλλά και από την εκπομπή υπέρυθρης ακτινοβολίας, η οποία εξαιτίας της ακτινωτής της διασποράς σε έναν όλο και αυξανόμενο όγκο, οδηγεί στην πτώση της θερμοκρασίας καθώς ανεβαίνουμε ψηλότερα. Ο ρυθμός πτώσης της θερμοκρασίας καθ' ύψος είναι $\sim 8\text{ K/km}$. Ακόμη, αν και βρισκόμαστε σε χαμηλά ύψη, έχουμε την εμφάνιση ιονισμένων ατόμων και μορίων, εξαιτίας του φλοιού της Γης, ο οποίος περιέχει ραδιενεργά υλικά.

Αυτά είναι κυρίως το ουράνιο, το θόριο και τα προϊόντα αποσύνθεσής τους, που συμβάλουν στον ιονισμό μόλις λίγα μέτρα πάνω από το έδαφος, λόγω εκπομπής ακτίνων βήτα και γάμμα.

Στρατόσφαιρα: Η Στρατόσφαιρα είναι το δεύτερο στρώμα της ατμόσφαιρας καθώς ανεβαίνουμε ψηλότερα. Αρχίζει να εκτείνεται περίπου από εκεί που σταματά η Τροπόσφαιρα (τροπόπαυση) μέχρι περίπου τα $50\ km$. Ομοίως, το ανώτερο επίπεδό της δεν έχει συγκεκριμένα όρια και όπως και της Τροπόσφαιρας εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος και την εποχή. Η Στρατόσφαιρα ξεχωρίζει, γιατί είναι το επίπεδο που περιέχει το γνωστό στρώμα του όζοντος. Το όζον είναι ένα μόριο οξυγόνου (O_3) που βρίσκεται σε αφθονία στην Στρατόσφαιρα και συγκεκριμένα ανάμεσα στα $15 - 40\ km$. Τα μόρια αυτά του οξυγόνου απορροφούν υπεριώδη ακτινοβολία από τον Ήλιο ($200 - 300\ nm$) και θερμαίνουν τον αέρα στην Στρατόσφαιρα, με αποτέλεσμα η συμπεριφορά της να είναι αντίθετη από αυτή της Τροπόσφαιρας και η θερμοκρασία να αυξάνεται καθώς προχωρούμε πιο πάνω. Πηγή ιονισμού σε αυτή την περίπτωση (χαμηλή και μέση ατμόσφαιρα), αποτελούν, σε περιόδους έντονης ηλιακής δραστηριότητας, οι ηλιακές εκρήξεις.

Μεσόσφαιρα: Η Μεσόσφαιρα αποτελεί το τρίτο κατά σειρά στρώμα της ατμόσφαιρας και εκτείνεται από το τέλος της Στρατόσφαιρας (στρατόπαυση) μέχρι την αρχή της Θερμόσφαιρας, δηλαδή περίπου από τα $50 - 85\ km$. Είναι η περιοχή όπου τα εισερχόμενα από το διάστημα, μετεωροειδή, εξατμίζονται και δημιουργούν μια ορατή φωτεινή γραμμή που ονομάζεται μετέωρο ή διάττοντας αστέρας. Από όλες τις υπόλοιπες περιοχές, αυτή της Μεσόσφαιρας είναι η λιγότερο εξερευνημένη, καθότι τα αεροσκάφη και τα μπαλόνια καιρού δεν μπορούν να φτάσουν τόσο ψηλά, ενώ οι δορυφόροι δεν μπορούν να κατέβουν τόσο χαμηλά, περιορίζοντας την μελέτη της στα δεδομένα από επιτόπιες μετρήσεις πυραύλων (σύντομες και όχι αρκετά συχνές μετρήσεις). Εδώ η θερμοκρασία ξανά ελαττώνεται καθώς ανεβαίνουμε ψηλότερα και μάλιστα σε αυτό το στρώμα βρίσκεται και η χαμηλότερη θερμοκρασία της ατμόσφαιρας $160 - 180\ K$ (περίπου $-100^{\circ}C @ 70 - 90\ km$). Ακτίνες X και πολύ μεγάλης έντασης υπεριώδης ακτινοβολία (XUV), συνιστούν τις πηγές ιονισμού πάνω από τα $60 - 70\ km$. Τέλος, το αξιοπερίεργο με την Μεσόσφαιρα, είναι η εμφάνιση σύννεφων (πολικά μεσοσφαιρικά σύννεφα) σε τόσο ψηλά υψόμετρα όπου τα ποσοστά της υγρασίας είναι πολύ μικρά.

Θερμόσφαιρα: Μετά την μεσόπαυση (το τέλος της Μεσόσφαιρας), από τα 90 έως τα 500 με $1000\ km$ εκτείνεται η περιοχή της Θερμόσφαιρας. Η θερμοκρασία μέχρι τα 200 με $300\ km$, αυξάνεται ραγδαία, ενώ από εκεί και έπειτα αρχίζει να εξισορροπείται. Υπάρχουν μεγάλες διακυμάνσεις των ορίων των θερμοκρασιών αλλά και των ανωτέρω ορίων της Θερμόσφαιρας και αυτό γιατί τα ανώτερα αυτά επίπεδα της ατμόσφαιρας επηρεάζονται έντονα από την ηλιακή δραστηριότητα. Η ηλιακή ακτινοβολία στη ζώνη του υπεριώδους (UV band), εδώ απορροφάται έντονα από τον διαχωρισμό των μορίων όπως, O_2 , N_2 και NO , αλλά και από τον ιονισμό των ατόμων του οξυγόνου και άλλων. Πολλοί, θεωρούν την Θερμόσφαιρα ως το ανώτερο όριο μεταξύ ατμόσφαιρας και διαστήματος, ενώ άλλοι θεωρούν την Εξώσφαιρα. Παρ' όλα αυτά, λόγω της εξαιρετικά μικρής πυκνότητας του αέρα, έχει επικρατήσει ο ορισμός της αρχής του διαστήματος κοντά στα $100\ km$. Ακόμα ένα σημαντικό γεγονός είναι η εμφάνιση του Βόρειου και Νότιου σέλαος, που κατά κύριο λόγο συμβαίνει στη Θερμόσφαιρα.



Εικόνα 1.2 Η διαστρωμάτωση της ατμόσφαιρας και η μεταβολή της θερμοκρασίας (Randy Russell, UCAR)

Εκεί, φορτισμένα σωματίδια από το διάστημα (ηλιακός άνεμος), συγκρούονται με άλλα μόρια και άτομα προσδίδοντάς τους ενέργεια. Καθώς τώρα τα τελευταία μεταπίπτουν σε χαμηλότερες, ενεργειακά, στάθμες ελευθερώνουν φωτόνια τα οποία γίνονται ορατά, στα μεγάλα γεωγραφικά πλάτη. Η συχνότητα του φαινομένου εξαρτάται από την ηλιακή δραστηριότητα, όπως είναι η περιστροφή του Ήλιου (27 ημέρες) και ο 11-ετής κύκλος της ηλιακής κηλίδας, και δεν κορυφώνεται, όπως θα περίμενε κανείς, κατά το ηλιακό μέγιστο, αλλά 1 – 2 έτη αργότερα.



Εικόνα 1.3 Μωβ και πράσινο σέλας, Αλάσκα (NASA/ Sebastian Saarloos)

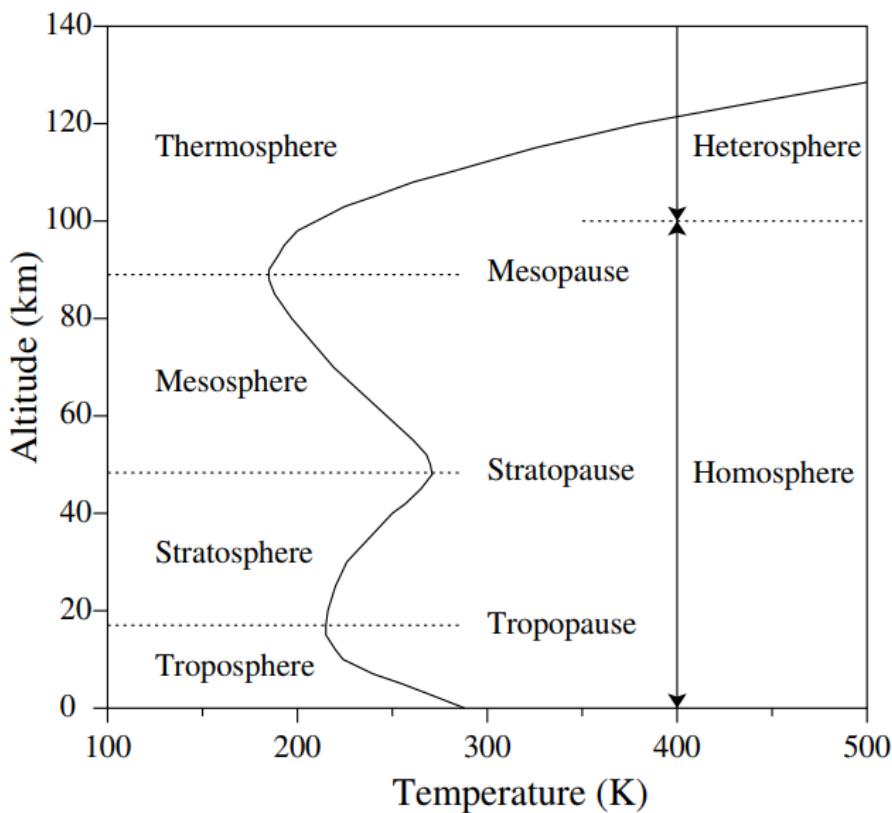
Εκτός από τον παραπάνω διαχωρισμό, η ατμόσφαιρα μπορεί να χωριστεί και με βάση την σύστασή της στις:

- Ομοιόσφαιρα
- Ετερόσφαιρα

Ομοιόσφαιρα: Είναι η περιοχή κάτω από τα 100 km , όπου οι συγκεντρώσεις των μορίων είναι ανεξάρτητες του υψομέτρου, εξαιτίας της τυρβώδους ροής.

Ετερόσφαιρα: Εκτείνεται πάνω από την Ομοιόσφαιρα και σε αντίθεση με αυτή, οι συγκεντρώσεις έχουν υψομετρική εξάρτηση.

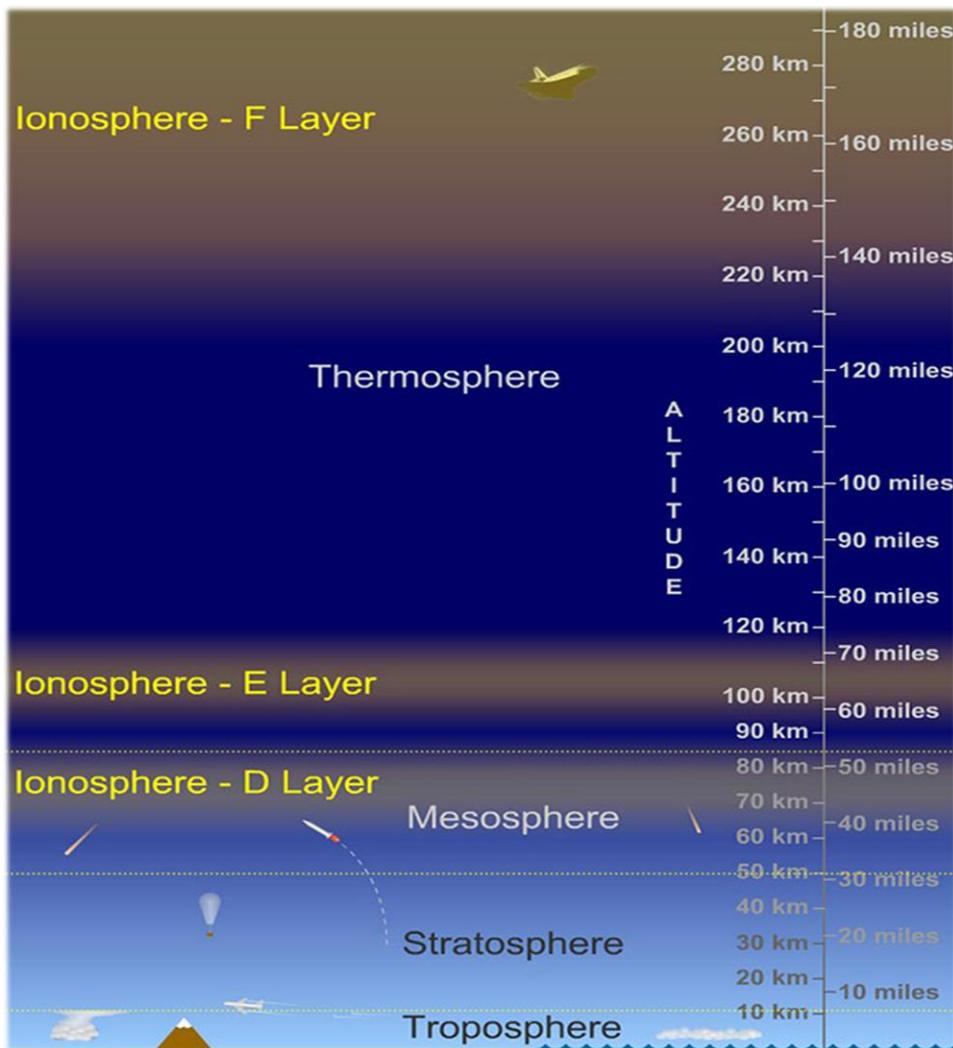
Μέσα στις διάφορες περιοχές της ατμόσφαιρας της Γης, υπάρχουν περιοχές με ιονισμένα μόρια και άτομα, οι οποίες μαζί, ονομάζονται **Ionόσφαιρα**. Η Ιονόσφαιρα χωρίζεται σε τρεις περιοχές, τις D, E και F, των οποίων τα όρια δεν είναι σταθερά, αλλά εξαρτώνται από την εποχή, την ηλιακή δραστηριότητα και το γεωγραφικό πλάτος. Κατά τη διάρκεια της νύχτας, το στρώμα D που εκτείνεται περίπου από τα 60 έως τα 90 km , εξαφανίζεται, ενώ το στρώμα E, που γενικά εκτείνεται από τα 90 μέχρι τα 150 km , εξασθενεί. Το στρώμα F ($150 - 500\text{ km}$), δεν χάνεται και γενικά το χωρίζουμε σε ένα F2 κατά τη διάρκεια της νύχτας και σε ένα χαμηλότερο F1 κατά την διάρκεια της ημέρας. Οι μηχανισμοί ιονισμού είναι οι υψηλής ενέργειας ακτίνες X από τον Ήλιο, η υπεριώδης ακτινοβολία (XUV) και οι κοσμικές ακτίνες.



Εικόνα 1.4 Οι διαφορετικοί διαχωρισμοί της ατμόσφαιρας (1)

Διπλωματική εργασία – Ψυχάλας Χρήστος

Γενικά, κατά τη διάρκεια της ημέρας έχουμε τον διαχωρισμό των μορίων και τον ιονισμό αυτών και των ατόμων από την μεγάλη προσφορά ενέργειας από τον Ήλιο, συγχρόνως όμως συμβαίνουν και αναζεύξεις, βέβαια με μικρότερο ρυθμό. Κατά τη διάρκεια της νύχτας ωστόσο, χωρίς την παρουσία της ηλιακής ακτινοβολίας οι αναζεύξεις είναι περισσότερες και αυτός είναι ο λόγος της εξαφάνισης του στρώματος D και της εξασθένησης του στρώματος E. Σε υψηλότερα, παρ' όλα αυτά υψόμετρα, η πυκνότητα είναι τόσο μικρή που οι αναζεύξεις είναι λίγες, καταφέρνοντας να διατηρηθεί έτσι η κατάσταση ιονισμού και το στρώμα F. Αν και σχεδόν το 99% της μάζας της ατμόσφαιρας βρίσκεται κάτω από τα 50 km, και μόλις ένα μικρό κλάσμα (10^{-6}) πάνω από τα 100 km, τα στρώματα της Ιονόσφαιρας αποτελούν ένα πολύ σημαντικό παράγοντα στον τομέα των τηλεπικοινωνιών, αφού μπορούν να απορροφήσουν ή να εξασθενίσουν τα σήματα, αλλά και να τα ανακλάσουν πετυχαίνοντας ζεύξεις πολύ μεγάλων αποστάσεων.



Εικόνα 1.5 Οι περιοχές της Ιονόσφαιρας (UCAR Center for Science Education staff, Randy Russell)

Aναφορές

Βιβλία

- [1] Anita Aikio, Auroral Physics, Department of Physical Sciences University of Oulu, 2016
- [2] Hans Volland, Physics and Chemistry in Space 11, Atmospheric Electrodynamics, Springer 1984

Iστοσελίδες

- [3] <https://scied.ucar.edu/learning-zone/atmosphere/layers-earths-atmosphere>, UCAR, Center for Science Education, Layers of Earth's Atmosphere
- [4] https://el.wikipedia.org/wiki/Ατμόσφαιρα_της_Γης, ΒΙΚΙΠΑΙΔΕΙΑ, η ελεύθερη εγκυκλοπαίδεια, Ατμόσφαιρα της Γης

2. Εισαγωγή στη φυσική της ανώτερης ατμόσφαιρας

Σε αυτό το κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τα διάφορα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στα υψηλότερα τμήματα της ατμόσφαιρας της Γης, στις περιοχές εκείνες όπου έχουμε μεγαλύτερα ποσοστά ιονισμού, κυρίως δηλαδή πάνω από τα $100\ km$. Θα ξεκινήσουμε με κάποια βασικά στοιχεία σχετικά με την κυριότερη πηγή ιονισμού της ατμόσφαιρας, τον Ήλιο. Στην συνέχεια, θα δούμε πως συμβαίνει η σύζευξη μεταξύ της ατμόσφαιρας και του εξωπλανητικού διαστήματος, καθώς και των αντιδράσεων που προκαλούνται. Τέλος, θα εξηγηθούν τα ρεύματα, οι αγωγιμότητες, οι ταχύτητες των ουδετέρων και των ιόντων και γενικά όλα εκείνα που θα αποτελέσουν μελέτη αυτής της εργασίας, με κυριότερο, το φαινόμενο της ωμικής θέρμανσης.

2.1 Ο Ήλιος

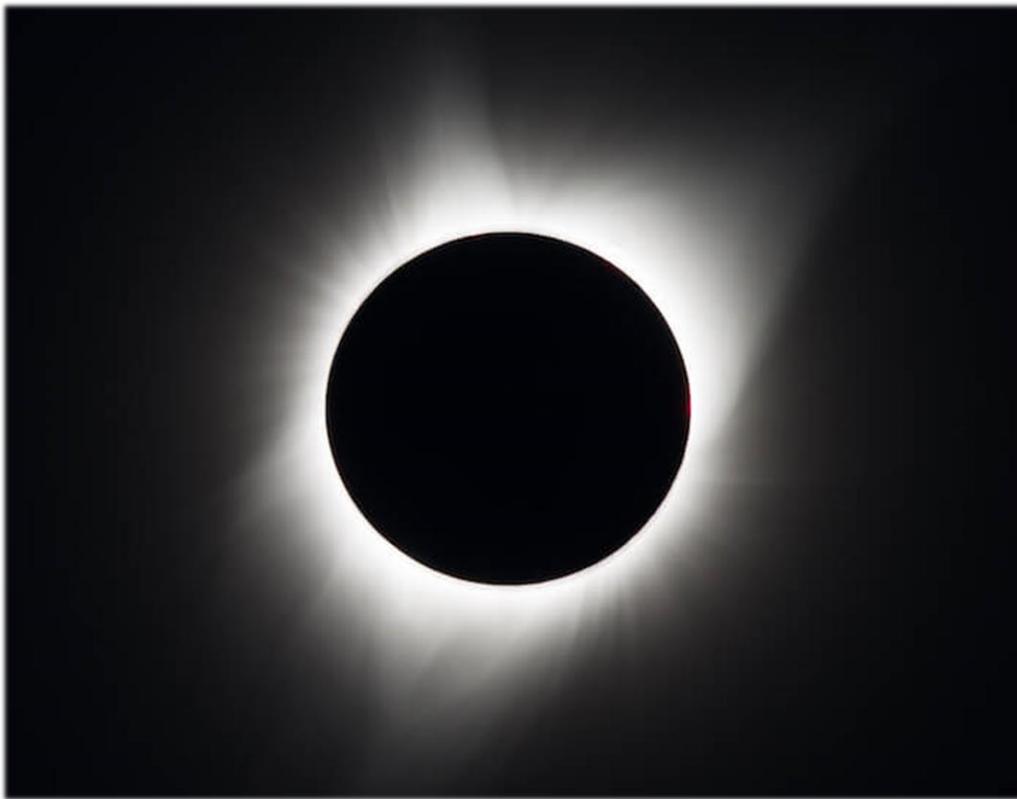
Ο Ήλιος αποτελεί το κοντινότερο στη Γη αστέρι και την κυριότερη πηγή ακτινοβολίας και ιονισμού. Πρόκειται για ένα αστέρι με μέση μάζα τα $1.99 \times 10^{30}\ kg$ και ακτίνας $6.96 \times 10^5\ km$. Αποτελείται κυρίως από υδρογόνο και ήλιο. Η σταθερή ενέργεια, που αποτελεί εδώ και δισεκατομμύρια χρόνια πηγή ζωής για την Γη, παράγεται μέσω πυρηνικής σύντηξης του υδρογόνου σε ήλιο, μέσα σε έναν υπέρθερμο πυρήνα (16 εκατομμύρια κέλβιν). Ο Ήλιος εκπέμπει σε όλα τα μήκη κύματος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, κατά κύριο λόγο όμως, στο υπέρυθρο, το ορατό και το υπεριώδες. Κατά τις ηλιακές εκλάμψεις έχουμε την απελευθέρωση τεράστιων ποσοτήτων ενέργειας, με τη μορφή ακτίνων X και Γ, αλλά και μέσω ενός κύματος πρωτονίων και ηλεκτρονίων, που συντελούν στον ιονισμό των διαφόρων στρωμάτων της ατμόσφαιρας, όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Η ατμόσφαιρα του Ήλιου, η οποία εκτείνεται πάνω από 10 ηλιακές ακτίνες, αποτελείται από τρία στρώματα:

- Φωτόσφαιρα
- Χρωμόσφαιρα
- Στέμμα (corona)

Η Φωτόσφαιρα είναι ένα λεπτό στρώμα, από το οποίο πηγάζει η ακτινοβολία στο ορατό φάσμα. Η θερμοκρασία της ελαττώνεται ακτινικά καθώς κινούμαστε μακριά από τον Ήλιο, φτάνοντας τους $4,500\ K$ στο όριο με την Χρωμόσφαιρα (από τους $6000\ K$ κοντά στον ήλιο). Στη συνέχεια ακολουθεί η Χρωμόσφαιρα, στην οποία, εν αντιθέσει με την Φωτόσφαιρα, η θερμοκρασία αυξάνει ραγδαία, φτάνοντας τους $25,000\ K$ στο ανώτερο όριό της. Η τρίτη και τελευταία περιοχή της ατμόσφαιρας του Ήλιου, είναι το (αστρικό) Στέμμα. Πρόκειται για ένα πολύ λεπτό στρώμα, στο

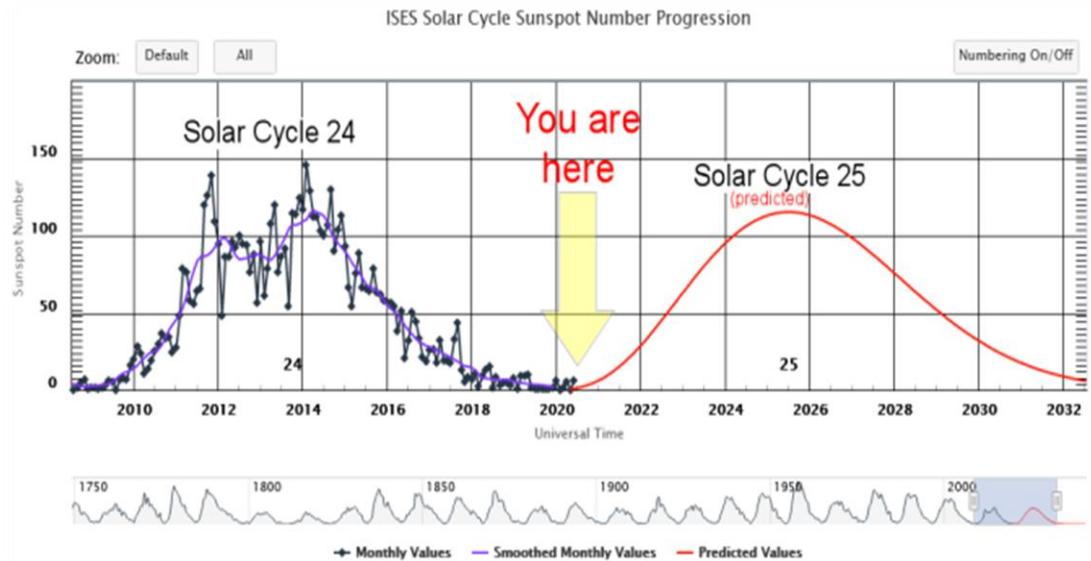
οποίο επικρατούν πάρα πολύ υψηλές θερμοκρασίες (10^6 K), με 100% ιονισμένο πλάσμα (απουσία ουδετέρων) να εκτείνεται μερικές ακτίνες μακριά από τον ήλιο.



Εικόνα 2.1 Το ηλιακό στέμμα κατά τη διάρκεια ηλιακής έκλειψης (NASA/Aubrey Gemignani)

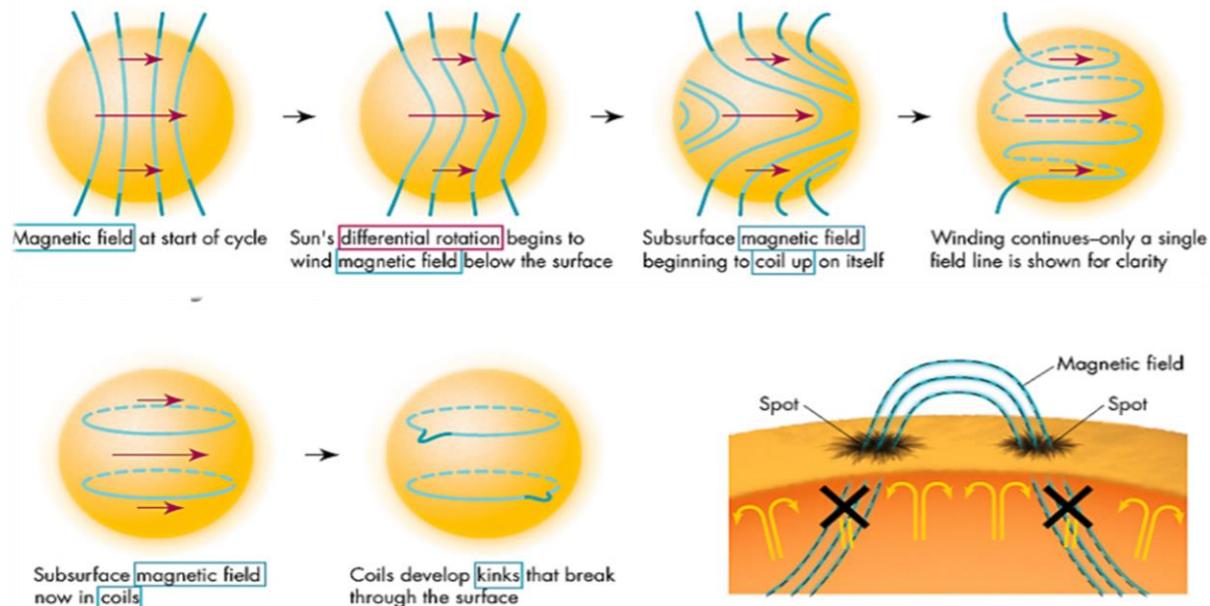
Οι πολύ υψηλές θερμοκρασίες της περιοχής του Στέμματος, οδηγούν σε μία συνεχή ροή, προς το διαπλανητικό χώρο, ιονισμένων ατόμων και μορίων, που καλείται ηλιακός άνεμος. Ο ηλιακός άνεμος, του οποίου η ταχύτητα κυμαίνεται από περίπου $300 - 900\text{ km/s}$, αποτελείται από δύο συνιστώσες, μία ταχεία και μία πιο αργή. Πηγή του αργού ηλιακού ανέμου, αποτελούν οι πίδακες πλάσματος που σχηματίζονται όταν υπέρθερμο πλάσμα παγιδεύεται σε βρόχους του ηλιακού μαγνητικού πεδίου (εκπομπή πολύ ισχυρών ακτίνων X), αλλά το οποίο καταφέρνει, αργά, να δραπετεύσει στο διάστημα απουσία ισχυρού μαγνητικού πεδίου. Από την άλλη πλευρά, η γρήγορη συνιστώσα του ηλιακού ανέμου, σε περιοχές όπου το μαγνητικό πεδίο δεν σχηματίζει βρόχους (coronal holes), αλλά εκτείνεται στο διάστημα, βρίσκει δίοδο και εκτοξεύεται με μεγάλη ταχύτητα.

Ηλεκτρικά ρεύματα στο εσωτερικό του Ήλιου σχηματίζουν το μαγνητικό πεδίο του, το οποίο σαν μία πρώτη προσέγγιση, μπορεί να δειχθεί σαν ένα, υπό κλίση, δίπολο. Το μαγνητικό πεδίο παρουσιάζει αυξομειώσεις με μία συχνότητα 22 χρόνων, ενώ στα 11 χρόνια η πολικότητά του αντιστρέφεται.



Εικόνα 2.2 Ο κύκλος της ηλιακής δραστηριότητας (<https://spaceweatherarchive.com>)

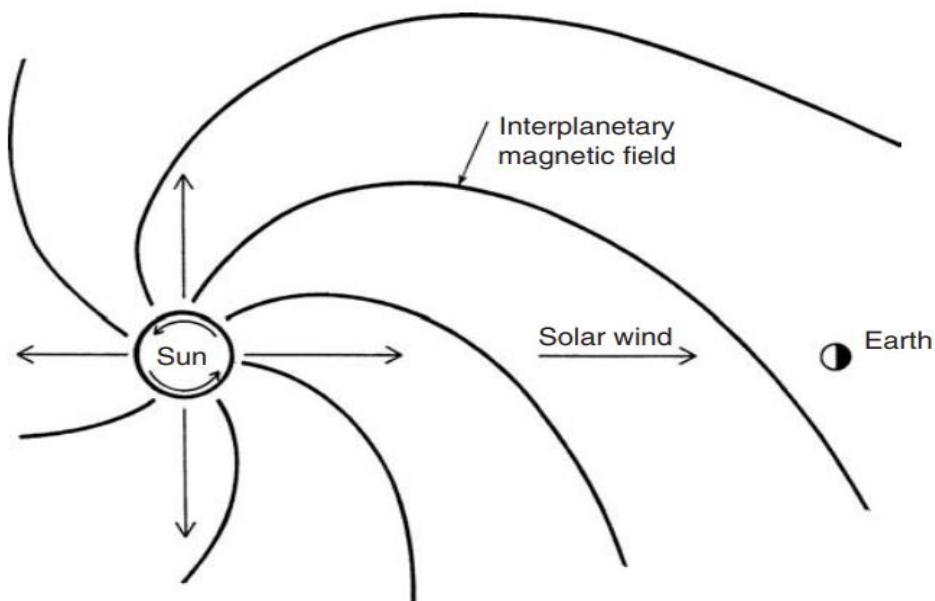
Τη μεγαλύτερη ένδειξη της μαγνητικής δραστηριότητας του Ήλιου, αποτελούν οι ηλιακές κηλίδες. Στο εσωτερικό του, το μαγνητικό πεδίο, εξαιτίας της διαφορικής περιστροφής του (διαφορετική ταχύτητα περιστροφής μακριά από τον ισημερινό του), τυλίγεται και συστρέφεται, λόγω εμφάνισης δυνάμεων Coriolis και εν τέλει απελευθερώνεται προς την επιφάνειά του, σχηματίζοντας τις ηλιακές κηλίδες. Οι ηλιακές κηλίδες είναι ένα φαινόμενο ορατό από την Γη, κάθε 27 ημέρες. Η διάρκεια ζωής τους κυμαίνεται από λίγες ημέρες έως και μήνες και αποτελούν πηγή πολύ υψηλής υπεριώδους ακτινοβολίας (XUV), που παράγεται μέσω των ηλιακών εκλάμψεων.



Εικόνα 2.3 Ο σχηματισμός ηλιακών κηλίδων λόγω της διαφορικής περιστροφής του Ήλιου και της συστροφής του μαγνητικού πεδίου (https://web.njit.edu/~cao/Phys320_L18)

2.2 Το μεσοπλανητικό διάστημα και η σύζευξη με την Μαγνητόσφαιρα

Μέχρι πριν την δεκαετία του 50, ο χώρος ανάμεσα στην Γη και τον Ήλιο θεωρούνταν ότι ήταν κενός, πέραν των σωματιδίων που εκτοξεύονταν κατά τις ηλιακές εκλάμψεις. Με την εμφάνιση, ωστόσο, των δορυφόρων, μετρήσεις έδειξαν ότι στον χώρο υπάρχει μία συνεχής ροή πλάσματος, εξαιτίας του ηλιακού ανέμου. Το πλάσμα αυτό, προερχόμενο από την χαμηλότερη περιοχή του Στέμματος, ξεχύνεται στο διάστημα απομακρυνόμενο από τον Ήλιο με μία σταθερά αυξανόμενη ταχύτητα. Σε μερικές ηλιακές ακτίνες μακριά, ξεπερνώντας την ταχύτητα του μέσου, γίνεται υπερηχητικός. Περίπου στην ίδια περιοχή, οι συγκρούσεις των σωματιδίων του πλάσματος γίνονται αμελητέες και η αλληλεπίδρασή τους γίνεται μέσω επαγόμενων πεδίων. Σε μία τέτοια κατάσταση, ηλεκτρικά ρεύματα διαρρέουν το πλάσμα με πολύ μικρή αντίσταση. Ως εκ τούτου, το μαγνητικό πεδίο του Ηλίου, που όπως αναφέραμε προσομοιάζεται με δίπολο κοντά στον Ήλιο, «παγώνει» και συμπαρασύρεται από τον ηλιακό άνεμο. Έτσι, έχουμε την εμφάνιση του διαπλανητικού μαγνητικού πεδίου. Καθώς τώρα το μαγνητικό πεδίο ταξιδεύει στον μεσοπλανητικό χώρο, η αργή περιστροφή του Ήλιου του δίνει μία σπειροειδή μορφή.

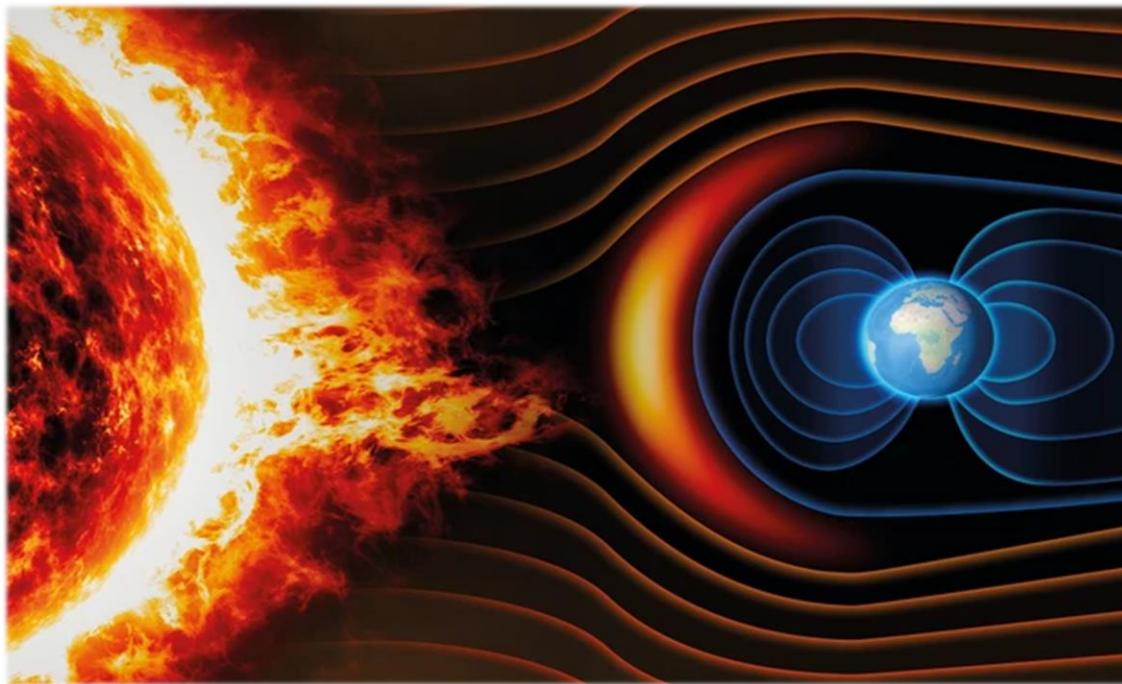


Εικόνα 2.4 Σχηματικό διάγραμμα του συστήματος Ηλίου-Γης ([4])

Καθώς η γρήγορη συνιστώσα του ηλιακού ανέμου, προσπερνά την προπορευόμενη αργή συνιστώσα, στο μπροστινό τμήμα της συμβαίνει μία συμπίεση της πυκνότητας (αυξάνεται η πίεση), ενώ στο πίσω μέρος της η πίεση ελαχιστοποιείται. Εάν τώρα, η διαφορά ταχυτήτων των δύο συνιστωσών ξεπεράσει εκείνη της τοπικής ταχύτητας του ήχου, την εμφάνισή τους κάνουν ένα εμπρόσθιο και ένα πισινό ωστικό κύμα. Ο σχηματισμός τέτοιων ωστικών κυμάτων στο

μεσοπλανητικό μέσο έχει σημαντική επίδραση στις Ιονόσφαιρες των πλανητών, εξαιτίας των υψηλής έντασης παλμικών δυνάμεων.

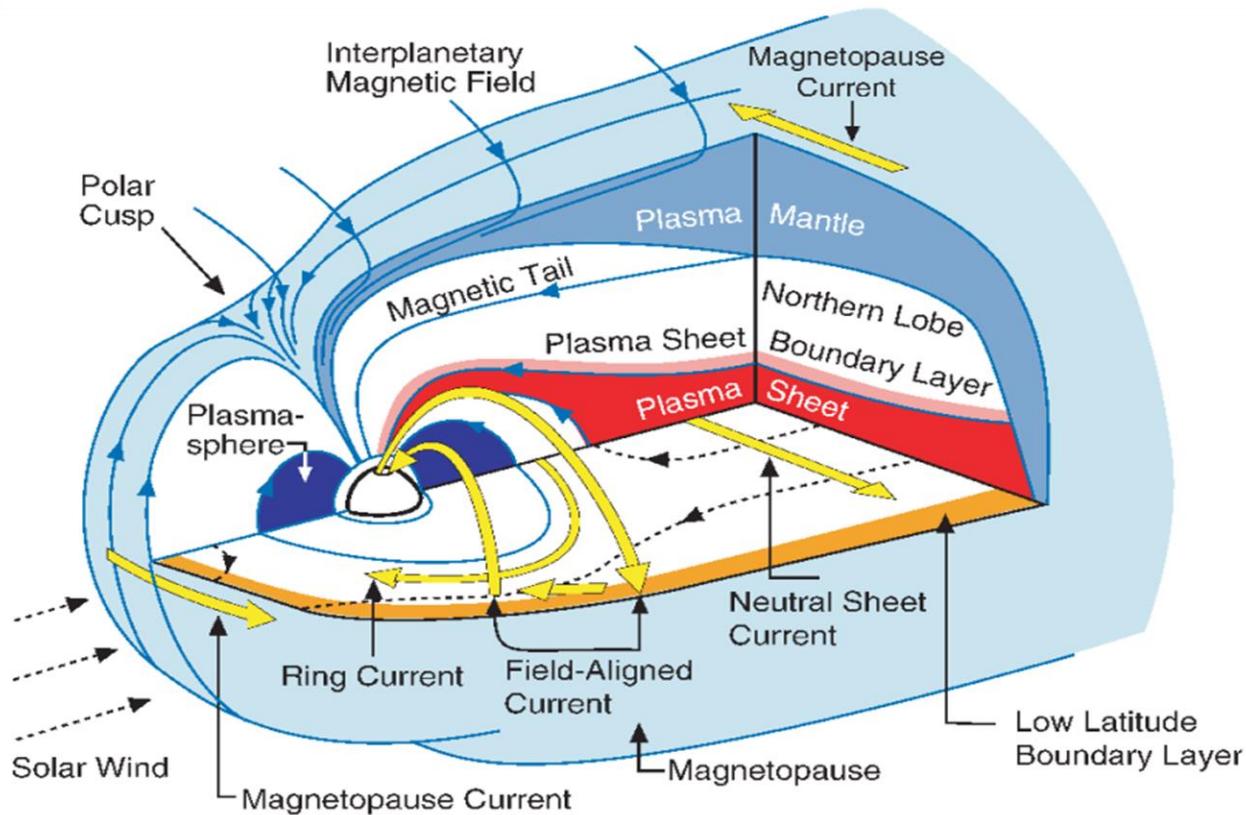
Το πλάσμα του ηλιακού ανέμου φτάνει κοντά στη Γη έπειτα από δύο με τρεις ημέρες. Καθ' όλη την πορεία τους, από τον Ήλιο μέχρι τη Γη, τα φορτισμένα αυτά σωματίδια κρυώνουν και από την θερμοκρασία των $10^6 K$ που είχαν κοντά στον Ήλιο, βρίσκονται πλέον σε μία θερμοκρασία κοντά στους $100,000 K$. Συνάμα, το πλάσμα απλώνεται στον μεσοπλανητικό χώρο, με αποτέλεσμα την ελάττωση της πυκνότητάς του, ενώ και το μαγνητικό πεδίο, το οποίο συμπαρασύρει, εξασθενεί. Όταν τελικά το πλάσμα φτάσει κοντά στη Γη, το ισχυρό μαγνητικό της πεδίο δρα σαν ασπίδα, αφήνοντας το να περάσει γύρω της, σχηματίζοντας με αυτόν τον τρόπο μία κοιλότητα, την *Μαγνητόσφαιρα*. Η πίεση που ασκεί ο ηλιακός άνεμος δίνει στο μαγνητικό πεδίο της Γης ένα ιδιόμορφο σχήμα. Στην προσήλια πλευρά, δηλαδή προς την μεριά του Ήλιου, δημιουργείται ένα πεπιεσμένο μέτωπο, ενώ στην αφήλια πλευρά το μαγνητικό πεδίο πιέζεται και τεντώνεται, δημιουργώντας μία ουρά.



Εικόνα 2.5 Το σχήμα του μαγνητικού πεδίου της Γης λόγω της πίεσης του ηλιακού ανέμου (www.skyatnightmagazine.com)

Η Μαγνητόσφαιρα, η οποία ανακαλύφθηκε το 1958 από τον δορυφόρο Explorer 1, είναι η περιοχή εκείνη όπου κυριαρχεί το ισχυρό ενδογενές μαγνητικό πεδίο της Γης και αποτελείται από φορτισμένα σωματίδια τόσο προερχόμενα από τον ηλιακό άνεμο, όσο και από εκείνα που διέφυγαν από την ανώτερη ατμόσφαιρα και στα οποία η κύρια επίδραση είναι οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις (σε αντίθεση με την επιφάνεια της ατμόσφαιρας, όπου επικρατούν η βαρύτητα και οι συγκρούσεις). Το τμήμα εκείνο, όπου η πίεση του ηλιακού ανέμου είναι ίση με εκείνη του πλάσματος που ξεφεύγει από την Ιονόσφαιρα, ονομάζεται *Μαγνητόπαυση*. Η Μαγνητόπαυση έχει πάχος περίπου $100 km$ και είναι ένα λεπτό στρώμα που περιβάλει την

Μαγνητόσφαιρα, μέσα στο οποίο ρέει ένα ρεύμα που διαχωρίζει το μαγνητικό πεδίο του ηλιακού ανέμου από το γεωμαγνητικό. Στο όριο εκείνο πάνω από την Μαγνητόπαυση, όταν ο ηλιακός άνεμος συναντήσει το μαγνητικό πεδίο της Γης, παράγεται ένα ωστικό κύμα (bow shock) και καθώς ο ηλιακός άνεμος περνάει από μέσα του επιβραδύνεται και θερμαίνεται. Επειτα, εμποδίζεται από το μαγνητικό πεδίο της Γης και περνάει γύρω της. Στην παρακάτω εικόνα μπορεί να φανεί καλύτερα αυτή η δομή της Μαγνητόσφαιρας.



Εικόνα 2.6 Η δομή της Μαγνητόσφαιρας ([\[1\]](#))

Αν και το πλάσμα που μεταφέρεται από τον Ήλιο εμποδίζεται από το μαγνητικό πεδίο της Γης, εντούτοις, ένα μέρος αυτού καταφέρνει και διαπερνά την μαγνητόσφαιρα, εναποθέτοντας την ενέργειά του στην ανώτερη ατμόσφαιρα (μέσω συγκρούσεων, particle precipitation). Αυτό συμβαίνει κοντά στους πόλους, όπου εκτός από τα φορτισμένα σωματίδια, το διαπλανητικό μαγνητικό πεδίο συζευγγύνεται με το γεωμαγνητικό. Αν και ο ηλιακός άνεμος για έναν παρατηρητή κινούμενο μαζί του δεν φαίνεται να φέρει κάποιο ηλεκτρικό πεδίο, παρ' όλα αυτά, για έναν ακίνητο παρατηρητή στη Γη το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

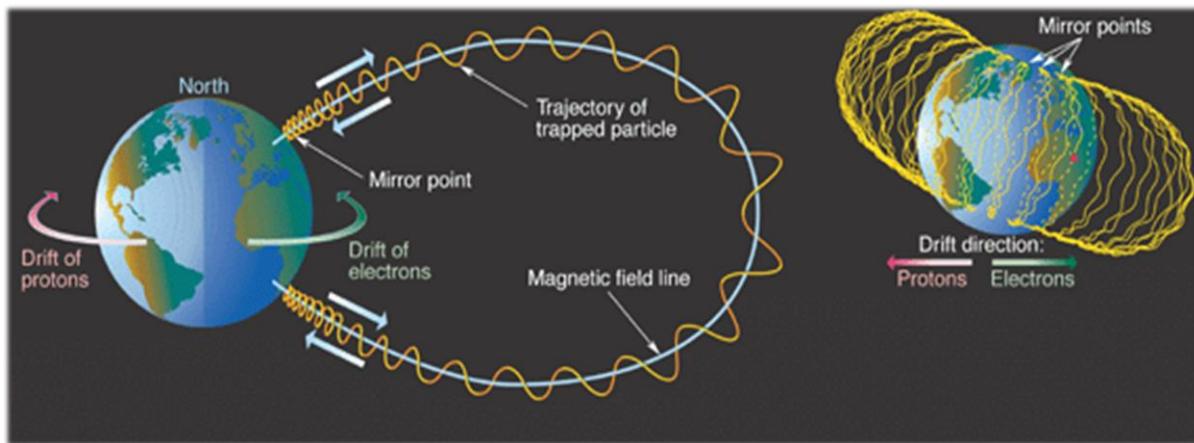
$$\vec{E}_s = -\vec{v}_s \times \vec{B}_s \quad (2.1),$$

όπου v_s η ταχύτητα του ηλιακού ανέμου και B_s το μαγνητικό του πεδίο.

Ομοίως, το ηλεκτρικό πεδίο εναποτίθεται στις πολικές περιοχές της Μαγνητόσφαιρας. Πέρα των πολικών περιοχών το πλάσμα αυτό καταφέρνει, με διάφορους μηχανισμούς, να εισέλθει και

στην ουρά της Μαγνητόσφαιρας, μαζί με σωματίδια που ξέφυγαν από την ανώτερη ατμόσφαιρα, σχηματίζοντας ένα στρώμα πλάσματος (plasma sheet). Τα σωματίδια αυτής της περιοχής, ρέουν προς την Γη, κατά μήκος των γεωμαγνητικών γραμμών, επιταχύνονται και συγκρούονται στην ανώτερη ατμόσφαιρα (particle precipitation), και μαζί με εκείνα που εισέρχονται απευθείας στις πολικές περιοχές, σχηματίζουν το βόρειο και νότιο σέλας. Κατά μήκος της περιοχής αυτής του πλάσματος (plasma sheet), από ανατολή προς δύση, κάνει την εμφάνισή του ένα ισχυρό ρεύμα (neutral sheet current), όπως απεικονίζεται στην [Εικόνα 2.6](#). Αυτό το ρεύμα δρα ως διαχωριστικό ανάμεσα σε δύο περιοχές με αντίθετο μαγνητικό πεδίο. Πάνω από αυτό, στο βόρειο ημισφαίριο, το μαγνητικό πεδίο κατευθύνεται προς τη Γη, ενώ κάτω από αυτό, στο νότιο ημισφαίριο, το πεδίο απομακρύνεται.

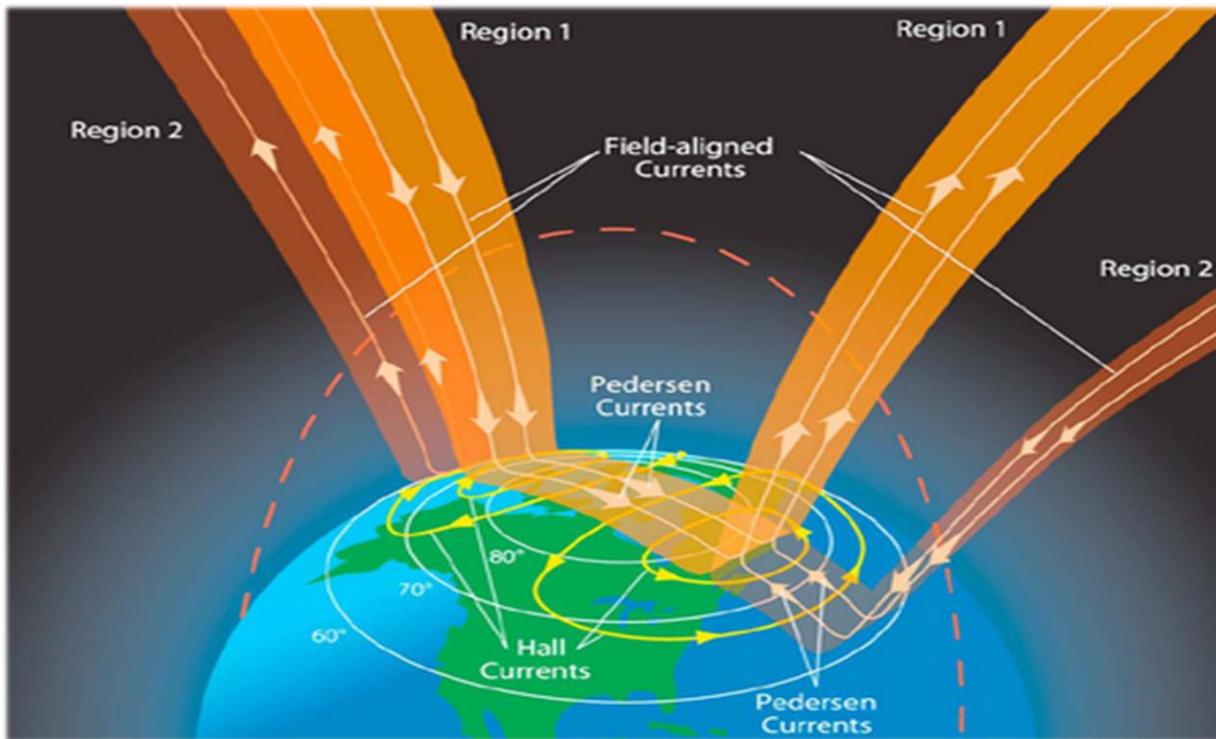
Εκτός από εκείνα τα φορτισμένα σωματίδια που βρίσκονται στο φύλλο πλάσματος και παρασύρονται προς τη Γη, μερικά από αυτά που βρίσκονται στο κέντρο του φύλλου, ολισθαίνουν προς τη Γη (λόγω μαγνητοσφαιρικών ηλεκτρικών πεδίων) και παγιδεύονται σε κλειστούς μαγνητικούς βρόχους. Αυτές οι περιοχές είναι γνωστές με το όνομα *ζώνες ακτινοβολίας Van Allen*. Τα παγιδευμένα αυτά, πρωτόνια και ηλεκτρόνια, κινούνται σπειροειδώς γύρω από τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου και αναπηδούν μπρος-πίσω (βόρειο-νότιο ημισφαίριο), καθώς συναντούν πιο έντονο πεδίο. Επίσης, εξαιτίας βαθμίδων (μεταβολών του μαγνητικού πεδίου) παρουσιάζουν και αζιμουθιακή κίνηση, με τα πρωτόνια κινούμενα σε αντίθετη κατεύθυνση από τα ηλεκτρόνια, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Η τελευταία αυτή κίνηση των σωματιδίων, ευθύνεται για την ανάπτυξη ενός μεγάλου ρεύματος γύρω από τη Γη (ring current), όπως δείχνεται στην [Εικόνα 2.6](#).



Εικόνα 2.7 Η σπειροειδής κίνηση και ολίσθηση των σωματιδίων στο γεωμαγνητικό πεδίο της Γης (by John Hutson)

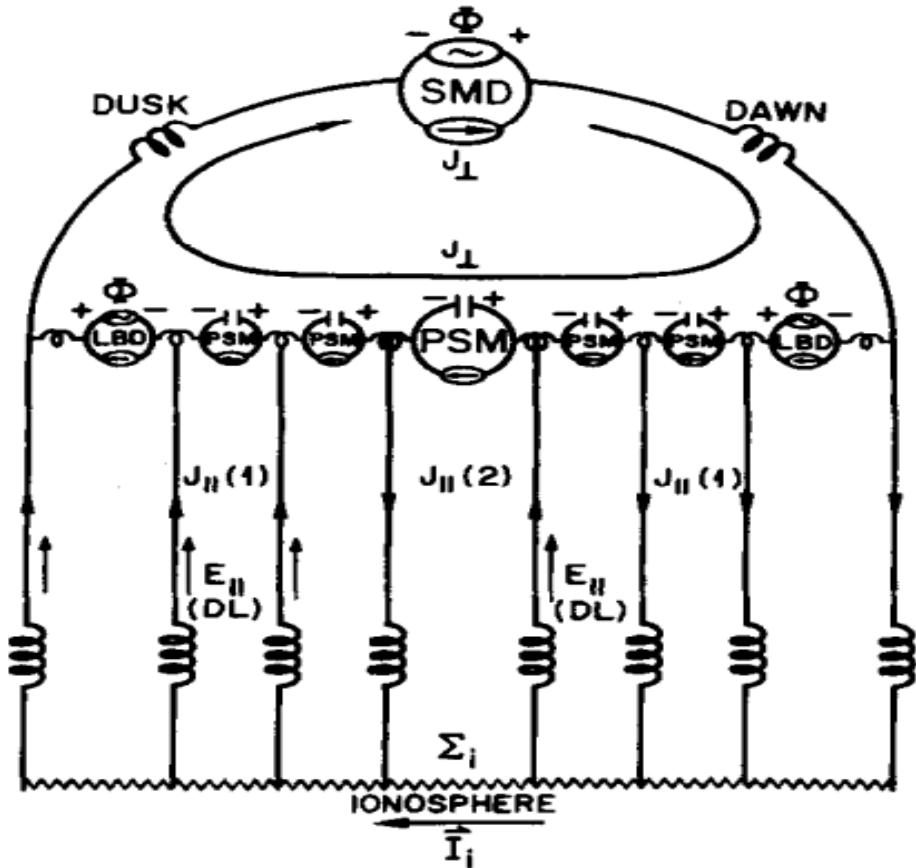
Τέλος, εξαιτίας μεταβολών στη μεταφορά θερμότητας μέσα στο πλάσμα, αυτόματες μεταβολές συμβαίνουν στην πίεση του πλάσματος και του μαγνητικού πεδίου. Η τελική ισοστάθμιση στη μεταφορά θερμότητας, οδηγεί στην εμφάνιση ρευμάτων (field-aligned currents). Η ομάδα αυτή των ρευμάτων, γνωστή με το όνομα *Birkeland current*, προς τιμήν του φυσικού Kristian Birkeland που τα προέβλεψε, ρέει κατά μήκος των γεωμαγνητικών γραμμών συνδέοντας τη Μαγνητόσφαιρα της Γης με τα ψηλά γεωγραφικά πλάτη της Ιονόσφαιρας. Τα ρεύματα αυτά χωρίζονται σε δύο

περιοχές I και II, που αντιστοιχούν σε μεγάλα και μικρότερα γεωγραφικά πλάτη, όπως μπορεί να φανεί στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 2.8 Η ομάδα ρευμάτων Birkeland και η σύνδεσή της με τα ρεύματα της Ιονόσφαιρας (Le, G., J. A. Slavin, R. J. Strangeway (2010))

Συνοψίζοντας, ο ηλιακός άνεμος φτάνοντας κοντά στη Γη συναντά το γεωμαγνητικό πεδίο που τον εμποδίζει να εισέλθει στην ατμόσφαιρα της Γης, προκαλώντας την εμφάνιση διαφόρων φαινομένων. Αυτά, όπως αναφέρθηκε είναι η εμφάνιση ρευμάτων εξαιτίας της αλληλεπίδρασης των μαγνητικών πεδίων της Γης και του Ήλιου, που συμπαρασύρει ο ηλιακός άνεμος, αλλά και εξαιτίας του πλάσματος προερχόμενο από τον Ήλιο, αλλά και από τα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας. Ο συνδυασμός των ρευμάτων και η αλληλεπίδραση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, αλλά και η μεταφορά ενέργειας και ορμής, από τα φορτισμένα σωματίδια του ηλιακού ανέμου, στην Ιονόσφαιρα, αποτελούν τους μηχανισμούς σύζευξης του ηλιακού ανέμου με την Μαγνητόσφαιρα και την Ιονόσφαιρα. Η όλη αυτή σύζευξη μπορεί να παρασταθεί σαν ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, όπως φαίνεται παρακάτω.



Εικόνα 2.9 Κυκλωματική αναπαράσταση των συστήματος των ρευμάτων για την περιγραφή της μεταφοράς ενέργειας [9]

Τα field-aligned currents παριστάνονται ως $J_{||}$, ενώ ο δείκτης (1,2) αντιστοιχεί στις δύο περιοχές αυτών των ρευμάτων, όπως έχει αναφερθεί. Με SMD συμβολίζεται το δυναμό ηλιακού ανέμου – Μαγνητόσφαιρας, δηλαδή η σύζευξη της Μαγνητόσφαιρας με τον ηλιακό άνεμο που προκαλεί, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τη ροή ενός ρεύματος στην Μαγνητόπαυση (Εικόνα 2.6). Ο όρος PSM αναφέρεται στη “μηχανή” του φύλλου πλάσματος (plasma sheet), που χωρίζει την περιοχή της μαγνητικής ουράς στις δύο περιοχές και προκαλεί την εμφάνιση του ring current και την παλινδρομική κίνηση των φορτισμένων σωματιδίων, από πόλο σε πόλο. Τα πηνία αντιστοιχούν στην αποθηκευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο, εξαιτίας των ρευμάτων, ενώ οι πυκνωτές στην αποθηκευμένη ενέργεια λόγω κίνησης $\vec{E} \times \vec{B}$. Η Ιονόσφαιρα τέλος, αντικαθίσταται από μία αντίσταση Σ_i .¹

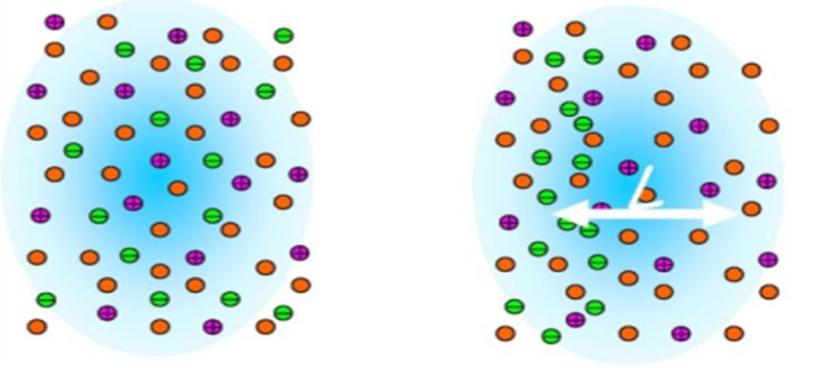
¹ Ο όρος LBD αναφέρεται στο low-latitude δυναμό. Το low-latitude boundary layer είναι ένα στρώμα πλάσματος που σχηματίζεται στην προσήλια πλευρά, από φορτισμένα σωματίδια που καταφέρνουν να διεισδύσουν στην Μαγνητόσφαιρα.

2.3 Η τέταρτη κατάσταση της ύλης

Προτού συνεχίσουμε με την ηλεκτροδυναμική της Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας, είναι σκόπιμο να δοθεί μία πιο ακριβής περιγραφή αυτού που έως τώρα αποκαλούσαμε πλάσμα, καθώς και της αλληλεπίδρασής του με τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία. Η κίνηση και η συμπεριφορά του, αποτελούν τους κυριότερους παράγοντες για τα διάφορα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στην ανώτερη ατμόσφαιρα, όπως η σχετική κίνησή του ως προς τον ουδέτερο άνεμο, που αποτελεί και τον μηχανισμό της ωμικής θέρμανσης στην ανώτερη ατμόσφαιρα.

Το πλάσμα συχνά αποκαλείται ως η «τέταρτη κατάσταση της ύλης», εκτός από τις γνωστές τρεις – στερεό, υγρό και αέριο. Πρόκειται για αέριο στο οποίο συνυπάρχουν φορτισμένα και ουδέτερα σωματίδια, όπως για παράδειγμα στα διάφορα στρώματα της Ιονόσφαιρας ή μόνο φορτισμένα σωματίδια, όπως συμβαίνει στην περίπτωση του 100% ιονισμένου πλάσματος κοντά στον Ήλιο, εξαιτίας των εξαιρετικά υψηλών θερμοκρασιών. Πλάσμα, λοιπόν, θα μπορούσαμε να ορίσουμε την κατάσταση αυτής της συνύπαρξης, την «σούπα» δηλαδή, ηλεκτρονίων και θετικά φορτισμένων ιόντων, όπου ανάλογα με το ποσοστό ιονισμού συναντούμε ή όχι και ουδέτερα άτομα, με την προϋπόθεση σαν σύνολο να συμπεριφέρεται ως σχεδόν ουδέτερο αέριο.

Το πλάσμα σχηματίζεται με την υπερθέρμανση του αερίου. Όσο η θερμοκρασία του αυξάνεται, τα μόρια κινούνται ολοένα και πιο γρήγορα, με αποτέλεσμα οι μεταξύ τους συγκρούσεις να είναι βίαιες, οδηγώντας στην απόσπαση των ηλεκτρονίων από τα άτομα. Όπως αναφέρθηκε, για να θεωρηθεί ένα αέριο πλάσμα, θα πρέπει να συμπεριφέρεται ως ουδέτερο σαν σύνολο, δηλαδή η πυκνότητα των ηλεκτρονίων να είναι, περίπου, ίση με αυτή των θετικών ιόντων. Για να πληροί αυτό το κριτήριο, θα πρέπει να εκτείνεται σε μία απόσταση μεγαλύτερη από το αποκαλούμενο μήκος *Debye – Hückel* (λ_d). Εντός δηλαδή της σφαίρας *Debye – Hückel* (με όγκο $\frac{4\pi}{3}\lambda_d^3$), τα ηλεκτρόνια και ιόντα μπορούν να αντιμετωπίστούν σαν ξεχωριστά σωματίδια και όχι ως σύνολο. Για την εύρεση του μήκους αυτού ([\[10\] K.Wiesemann](#)) θεωρούμε πως μέσα στο αέριο, ένα νέφος ηλεκτρονίων μετατοπίσθηκε κατά L (για ευκολία θεωρούμε μία διάσταση), όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 2.10 Σχηματική αναπαράσταση διαχωρισμού φορτίων ([\[10\] K.Wiesemann](#))

Αυτή η μετατόπιση έχει οδηγήσει στην δημιουργία δύο περιοχών, μιας με αρνητικό και μιας με θετικό φορτίο με αποτέλεσμα την εμφάνιση ενός ηλεκτρικού πεδίου που τείνει να τα επαναφέρει στην αρχική κατάσταση. Η μέση μέγιστη τιμή αυτού του πεδίου βρίσκεται (κάνοντας χρήση της εξίσωσης Poisson):

$$\bar{E}_{max} = \frac{e n_e L}{\varepsilon_0} \quad (2.2),$$

όπου e το φορτίο του ηλεκτρονίου, n_e η πυκνότητα των ηλεκτρονίων, L η μετατόπιση και ε_0 η ηλεκτρική σταθερά (ή διαπερατότητα του ελεύθερου χώρου). Η δυναμική ενέργεια σωματιδίου, έστω ενός ηλεκτρονίου, κινούμενου στην περιοχή του ηλεκτρικού αυτού πεδίου (κατά μήκος του L , επιστρέφοντας στην αρχική θέση), δίνεται ως:

$$W_{pot} = \int_0^L \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_0^L eE dx = \int_0^L \frac{e^2 n_e x}{\varepsilon_0} = \frac{e^2 n_e x^2}{\varepsilon_0} \Big|_{x=L} = \frac{e^2 n_e L^2}{2 \varepsilon_0} \quad (2.3)$$

Η αύξηση της δυναμικής ενέργειας του σωματιδίου έρχεται σε βάρος της θερμικής ενέργειας και κυρίως των ηλεκτρονίων μιας και των ιόντων είναι γενικά μικρή και μπορεί να αμεληθεύει. Η μέση αυτή ενέργεια, κατά μήκος μίας διάστασης, είναι:

$$W = \frac{1}{2} k T_e \quad (2.4),$$

όπου k η σταθερά Boltzmann. Εξισώνοντας, προκύπτει:

$$L^2 = \frac{k T_e \varepsilon_0}{e^2 n_e} \stackrel{L=\lambda_d}{\implies} \lambda_d = \left(\frac{k T_e \varepsilon_0}{e^2 n_e} \right)^{1/2} \quad (2.5).$$

Η ουδετερότητα του πλάσματος είναι μία δυναμική κατάσταση ισορροπίας και αυτό γιατί, εκτός από την χωρική επίδραση του πεδίου μέχρι το μήκος Debye, υπάρχει και μία χρονική που εξαρτάται από την ιδιοσυχνότητα του πλάσματος. Η ιδιοσυχνότητα αυτή είναι αποτέλεσμα της ταλάντωσης του πλάσματος όταν, όπως είδαμε, έχουμε μετατοπίσεις φορτίων και δημιουργία πεδίων για την επαναφορά τους. Η δύναμη επαναφοράς είναι:

$$F = eE = \frac{e^2 n_e x}{\varepsilon_0} = m_e \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (2.6).$$

Αυτή είναι η εξίσωση αρμονικής ταλάντωσης με ιδιοσυχνότητα:

$$\omega_{pe} = \left(\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e} \right)^{1/2} \quad (2.7),$$

για την περίπτωση των ηλεκτρονίων. Ομοίως και για τα θετικά ιόντα, ωστόσο συχνά τα παραλείπουμε μπροστά στα πιο ευκίνητα ηλεκτρόνια.

Όπως μπορεί κανείς να αντιληφθεί άμεσα, το πλάσμα εξαιτίας των ελεύθερων φορτίων του καθίσταται αγώγιμο και ευεπηρέαστο στις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Παρουσία σταθερών δυνάμεων, όπως αυτή του ηλεκτρικού πεδίου, αλλά και συγκρούσεων με τα άλλα σωματίδια, ένα σωματίδιο επιταχύνεται μέχρις ότου φτάσει σε μία σταθερή ταχύτητα ολίσθησης (drift velocity), ανάλογη του πεδίου. Η αναλογία αυτή ονομάζεται **κινητικότητα πλάσματος** (*b*) και στην περίπτωση ενός σταθερού ηλεκτρικού πεδίου, γράφουμε:

$$\bar{v}_d = bq\bar{E} \quad (2.8).$$

Η ολίσθηση (drift) των σωματιδίων προκαλεί την εμφάνιση μίας πυκνότητας ρεύματος, ανάλογη της πυκνότητας φορτίου και της ταχύτητας ολίσθησης. Στην γενική περίπτωση έχουμε:

$$\bar{J}_e = qn_q\bar{v}_d \quad (2.9),$$

όπου n_q η πυκνότητα είτε των θετικών ιόντων είτε των ηλεκτρονίων και q το αντίστοιχο φορτίο τους. Κάνοντας χρήση της παραπάνω σχέσης, μπορούμε, αντικαθιστώντας την ταχύτητα ολίσθησης, να έχουμε:

$$\bar{J}_e = bq^2n_q\bar{E} = \sigma\bar{E} \quad (2.10),$$

όπου σ η **αγωγιμότητα**.

Τα φορτισμένα σωματίδια αντιδρούν έντονα τόσο υπό την παρουσία ηλεκτρικών όσο και μαγνητικών δυνάμεων, με διαφορετικό, σε κάθε περίπτωση, τρόπο. Οι ηλεκτρικές δυνάμεις ασκούνται παράλληλα στις γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου, ωθώντας τα ηλεκτρόνια να κινηθούν αντίρροπα σε αυτές, ενώ τα θετικά ιόντα στην κατεύθυνσή τους. Αυτό δείχνεται από την σχέση που ήδη αναφέρθηκε για την δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου, ως εξής:

$$\vec{F}_{\eta\lambda} = q\vec{E} \quad (2.11),$$

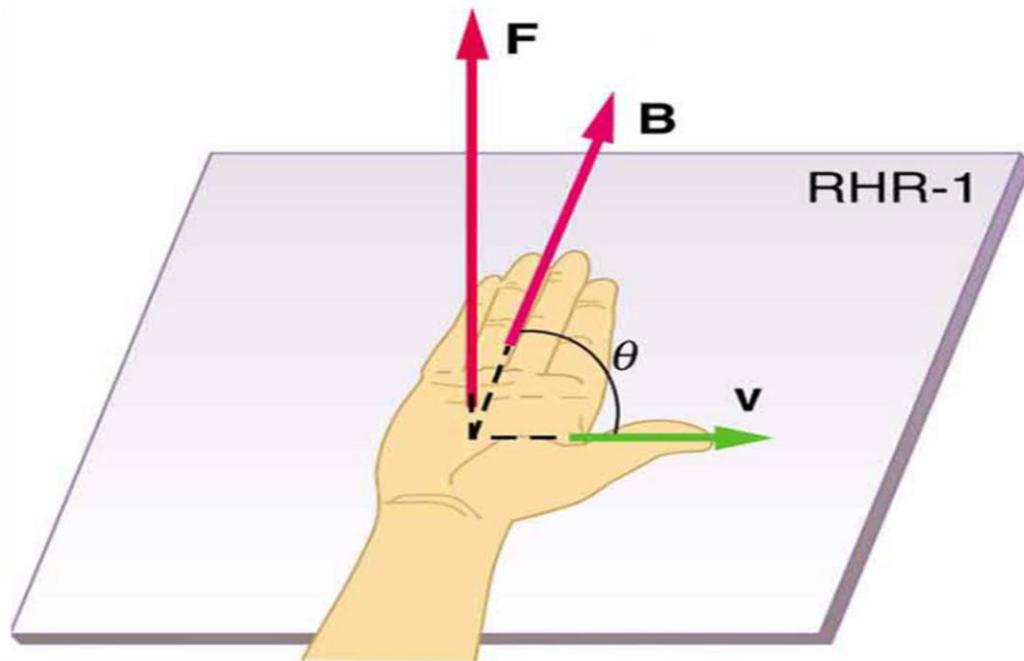
αντικαθιστώντας το φορτίο ως «+» για τα ιόντα και ως «-» για τα ηλεκτρόνια. Από την άλλη μεριά, η μαγνητική δύναμη διαφέρει από την ηλεκτρική ως προς την κατεύθυνσή της. Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο βρεθεί εντός μαγνητικού πεδίου, η δύναμη που του ασκείται είναι κάθετη στις μαγνητικές γραμμές και εξαρτάται από την ταχύτητα του σωματιδίου. Η σχέση υπολογισμού της δίνεται ως:

$$\vec{F}_{μαγν} = q\vec{v} \times \vec{B} = qvB\sin\theta \quad (2.12),$$

όπου θ η γωνία μεταξύ της ταχύτητας (v) του φορτισμένου σωματιδίου και του μαγνητικού πεδίου (B). Η δύναμη αυτή είναι συγχρόνως κάθετη στην ταχύτητα και το μαγνητικό πεδίο και βρίσκεται χρησιμοποιώντας τον κανόνα του δεξιού χεριού ([Εικόνα 2.11](#)). Όπως φανερώνει η παραπάνω σχέση, όταν ένα σωματίδιο βρεθεί να κινείται παράλληλα προς τις μαγνητικές γραμμές ($\theta = 0$), καμία δύναμη δεν του ασκείται, σε αντίθεση με την περίπτωση του ηλεκτρικού πεδίου. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση όμως, το σωματίδιο θα εκτελέσει κυκλική ή ελικοειδή κίνηση. Μία ακόμη ειδοποιό διαφορά ανάμεσα στις ηλεκτρικές και μαγνητικές δυνάμεις, αποτελεί το γεγονός

ότι οι πρώτες, καθώς ασκούνται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές είναι υπεύθυνες για την παραγωγή έργου επί του σωματιδίου, εν αντιθέσει με τις μαγνητικές, που η κυκλική κίνηση οδηγεί το σωματίδιο να καταλήγει στην ίδια θέση ($W = \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$). Τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις συνήθως, για πρακτικούς λόγους, τις συνδυάζουμε σε μία δύναμη, την αποκαλούμενη δύναμη Lorentz. Έτσι, ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται με μία ταχύτητα v , δέχεται μία δύναμη:

$$F_L = q(E + vBs \sin \theta) \quad (2.13).$$



$$F = qvB \sin \theta$$

$\mathbf{F} \perp \text{plane of } \mathbf{v} \text{ and } \mathbf{B}$

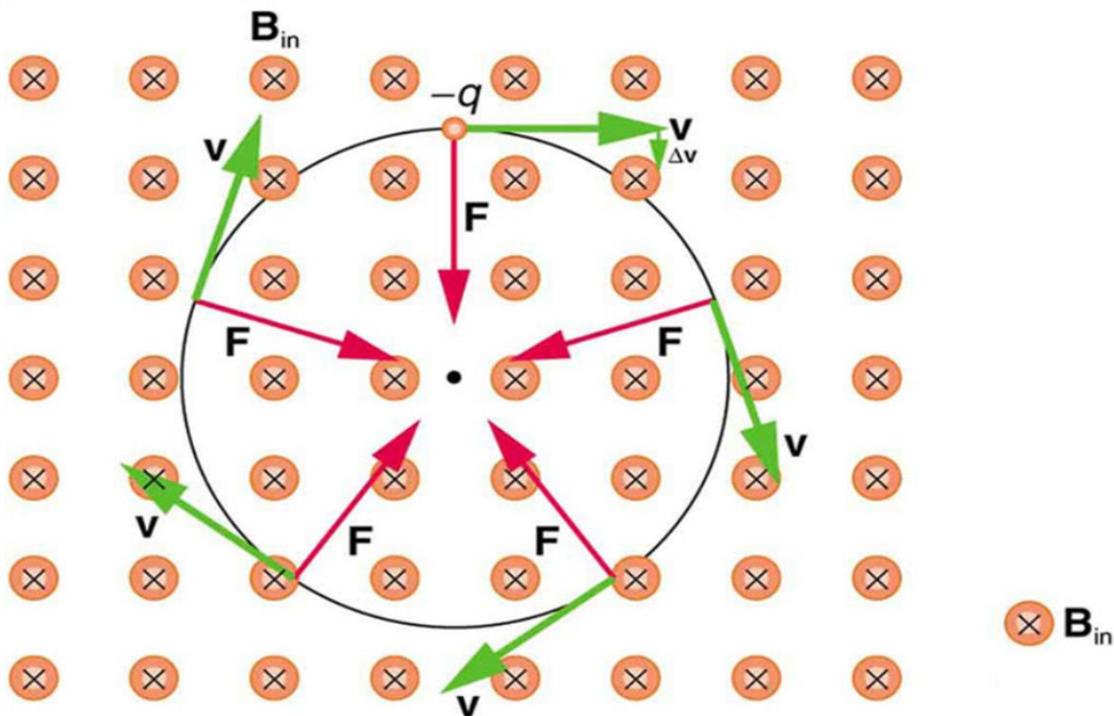
Εικόνα 2.11 Η τριπλή καθετότητα και ο υπολογισμός της δύναμης με τον κανόνα του δεξιού χεριού ([22])

Όπως ήδη αναφέραμε ένα σωματίδιο παρουσία μαγνητικού πεδίου κινούμενο κατά μήκος των μαγνητικών γραμμών συνεχίζει να κινείται ανενόχλητο, αλλά σε κάθε άλλη περίπτωση, η κίνησή του είναι είτε κυκλική είτε ελικοειδής. Πιο συγκεκριμένα, αν η ταχύτητα είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο ($\theta = 90^\circ$), η κίνηση θα είναι καθαρά κυκλική. Η μαγνητική δύναμη, χωρίς να ασκεί έργο στο σωματίδιο, αλλάζει την κατεύθυνση της ταχύτητάς του δίχως να επηρεάζει το μέτρο της. Ομοίως με την περίπτωση της αντίθετης κίνησης των θετικών ιόντων και των ηλεκτρονίων εξαιτίας της ηλεκτρικής δύναμης, έτσι και τώρα η κυκλική κίνηση για τα δύο φορτία είναι αντίθετη. Εξισώνοντας το μέτρο της δύναμης Lorentz (απουσία ηλεκτρικής δύναμης) με την κεντρομόλο, βρίσκουμε:

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad (2.14),$$

που ονομάζεται *γυρο-ακτίνα* (ή *ακτίνα Larmor*), δηλαδή η καμπύλωση της διαδρομής ενός σωματιδίου φορτίου q και μάζας m κινούμενου με ταχύτητα v μέσα σε μαγνητικό πεδίο έντασης B . Ακόμη, ορίζουμε την συχνότητα κύκλων τη Ω , ως τον αριθμό των κύκλων ανά δευτερόλεπτο που πραγματοποιεί το φορτισμένο σωματίδιο εκτελώντας κυκλική κίνηση:

$$\Omega = \frac{qB}{m} \quad (2.15).$$



Εικόνα 2.12 Η κυκλική κίνηση φορτίου παρουσία μαγνητικού πεδίου [22]

Στην περίπτωση κίνησης ούτε παράλληλα, αλλά ούτε και κάθετα στο μαγνητικό πεδίο, θεωρούμε μόνο την κάθετη στο πεδίο συνιστώσα η οποία οδηγεί στην εμφάνιση μίας δύναμης Lorentz, ενώ η παράλληλη συνιστώσα μένει ανεπηρέαστη. Τότε η δύναμη Lorentz γράφεται ως:

$$F_L = qv_B B$$

και η κίνηση είναι η συνισταμένη των δύο κινήσεων, δηλαδή μιας κυκλικής και μίας ευθύγραμμης ή όπως την αποκαλέσαμε ήδη, ελικοειδής κίνηση. Αυτή ακριβώς την κίνηση εκτελούν και τα φορτισμένα σωματίδια, που όπως αναφέραμε πιο πάνω, παγιδεύονται στο γεωμαγνητικό πεδίο και παλινδρομούν ανάμεσα στους πόλους (*magnetic mirror*). Συγκεκριμένα, η κίνηση αυτή από πόλο σε πόλο, οφείλεται στη μεταβολή της ταχύτητας του σωματιδίου, όταν συναντήσει αύξηση της

έντασης του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος της κίνησής του. Αναλύοντας την ταχύτητα σε μία κάθετη και μία παράλληλη συνιστώσα, η ολική ενέργεια γράφεται:

$$E_{total} = \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}mv_{\perp}^2 \quad (2.16).$$

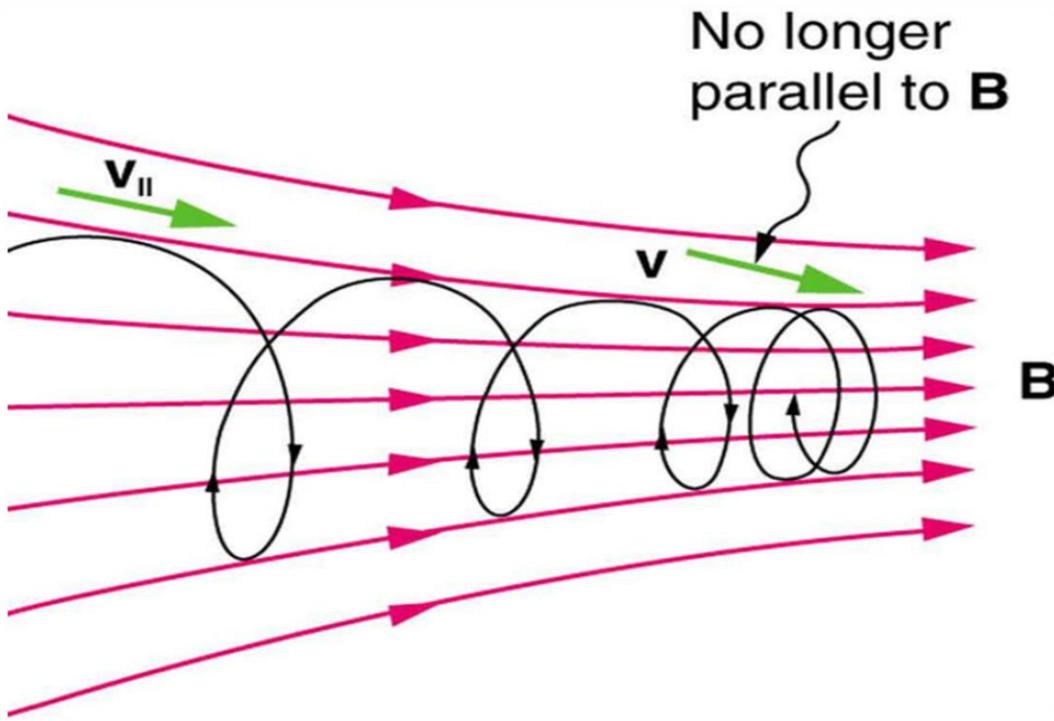
Ορίζοντας την μαγνητική ορμή ως:

$$\mu \equiv \frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2}{B} \quad (2.17),$$

μπορούμε να γράψουμε την ολική ενέργεια:

$$E_{total} = \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 + \mu B \quad (2.18).$$

Επειδή η ολική ενέργεια διατηρείται ($\frac{dE_{total}}{dt} = 0$), συνεπάγεται ότι η μαγνητική ορμή είναι σταθερή ($\frac{d\mu}{dt} = 0 \rightarrow \mu = constant$). Για αυξανόμενη ένταση μαγνητικού πεδίου η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας θα πρέπει να αυξηθεί προκειμένου η μαγνητική ορμή να είναι σταθερή. Αφού τώρα η ταχύτητα κάθετα στο μαγνητικό πεδίο αυξάνει, η παράλληλη θα πρέπει να μειωθεί ($E_{total} = constant$) και έτσι το σωματίδιο επιβραδύνεται. Στην περίπτωση δε όπου η αύξηση του μαγνητικού πεδίου είναι τέτοια, ώστε να οδηγεί στο μηδενισμό της ταχύτητας, η εμφάνιση της συγγραμμικής στο μαγνητικό πεδίο δύναμης ($F_{\parallel} = -\mu\nabla_{\parallel}B$), οδηγεί στην ανάκλαση του φορτίου. Με αυτόν, λοιπόν, τον τρόπο το σωματίδιο έχει παγιδευτεί.

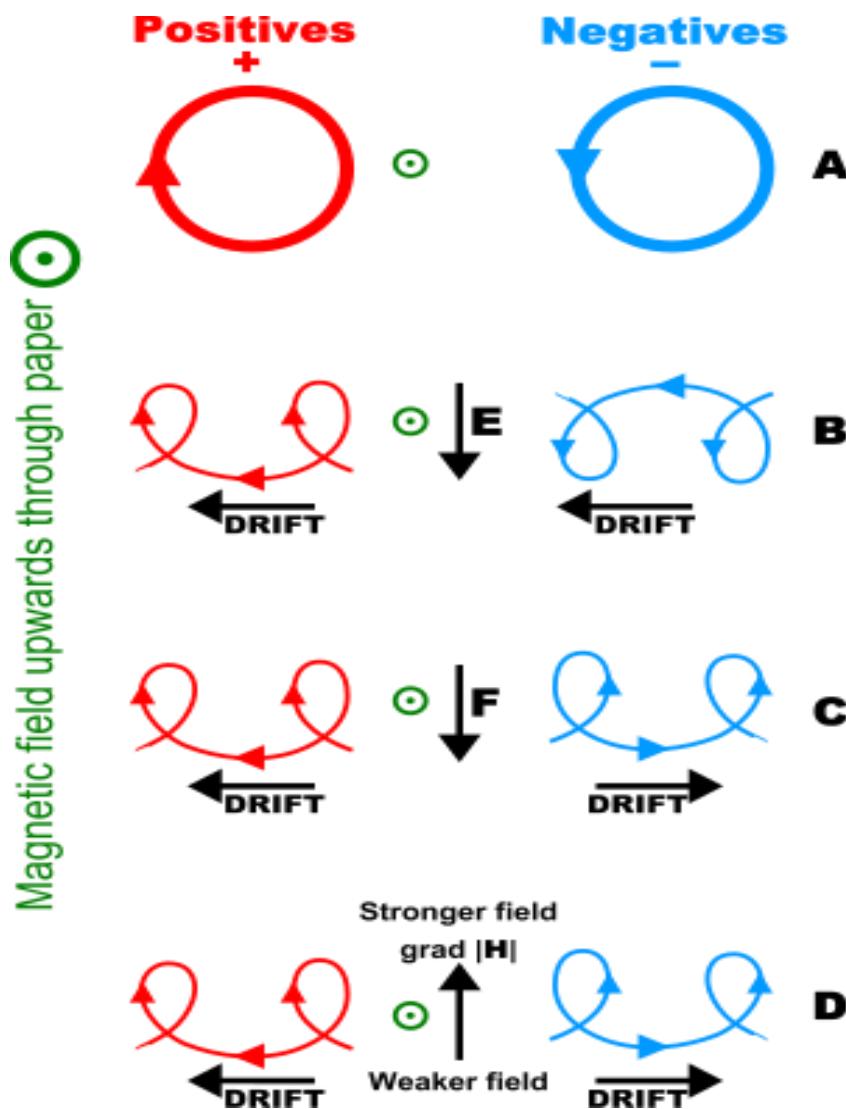


Εικόνα.2.13 Η κίνηση του φορτίου μέσα σε αυξανόμενης έντασης μαγνητικό πεδίο, magnetic mirror ([22])

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η κίνηση ενός φορτισμένου σωματιδίου όταν στο χώρο δέχεται την επίδραση τόσο του μαγνητικού όσο και του ηλεκτρικού πεδίου (έστω κάθετο στο μαγνητικό για ευκολία). Τότε, το φορτίο παρουσιάζει μία μέση ταχύτητα ($E \times B$ drift) κάθετη και στα δύο πεδία. Η γενική της μορφή είναι:

$$\vec{v}_{E \times B} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.19).$$

Η κάθετη αυτή ταχύτητα παρουσιάζεται και σε άλλες περιπτώσεις, όπου αντί για ηλεκτρικό πεδίο μπορούμε να θεωρήσουμε το βαρυτικό ή την κλίση (grad) του μαγνητικού πεδίου, με άλλη μαθηματική μορφή. Στην παρακάτω εικόνα διακρίνονται οι παραπάνω περιπτώσεις κίνησης.



Εικόνα.2.14 Η κίνηση των φορτίων παρουσία δυνάμεων (https://en.wikipedia.org/wiki/Guiding_center)

Αξίζει να σημειωθεί πως το πλάσμα, όπως και οι καλοί αγωγοί, παρουσία εξωτερικού ηλεκτρικού πεδίου εμφανίζει στο εσωτερικό του ένα ηλεκτρικό πεδίο, από διαχωρισμό φορτίων, που τείνει να μηδενίσει το εξωτερικά εφαρμοζόμενο, αν η πυκνότητα του πλάσματος είναι αρκετή. Εν τέλει, στο εσωτερικό του πλάσματος δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, αφού ακυρώνεται με το εξωτερικό. Τα φορτία, λοιπόν, αντιδρούν άμεσα στην παρουσία ενός εξωτερικά εφαρμοζόμενου ηλεκτροστατικού πεδίου, κινούμενα στο εσωτερικό και δημιουργώντας μία πόλωση, μιας και τα ηλεκτρόνια και τα θετικά ιόντα κινούνται αντίρροπα κατά μήκος των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου, έχοντας ως αποτέλεσμα μία κατάσταση ηλεκτροστατικής ισορροπίας.

2.4 Ηλεκτροδυναμική της ανώτερης ατμόσφαιρας

Έχοντας αποκτήσει πλέον κάποιες βασικές γνώσεις πάνω στη συμπεριφορά των φορτισμένων σωματιδίων παρουσία ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων, μπορούμε, κάνοντας χρήση και κάποιων μαθηματικών εξισώσεων – κατά βάση απλές – να περιγράψουμε με περισσότερες λεπτομέρειες, χωρίς ωστόσο να ξεφεύγουμε πολύ από τα πλαίσια του θέματος της εργασίας, των φαινομένων της ανώτερης ατμόσφαιρας που αποτελούν μελέτη της διάδοσης σφάλματος. Ως πρωταρχική πηγή λαμβάνεται ο οδηγός των [5] A. D. Richmond και J. P. Thayer (2000): *Ionospheric Electrodynamics: A Tutorial*, που αποτελεί μία συνοπτική και συνάμα περιεκτική εργασία πάνω στην ηλεκτροδυναμική της ανώτερης ατμόσφαιρας, υπό την συμβατική σκοπιά, ενώ τέλος, γίνεται και αναφορά σε μία πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση, όπως περιγράφεται, στα άρθρα που θα δούμε πιο κάτω, από τους P. Song και V. M. Vasiliūnas.

Η Ιονόσφαιρα αποτελεί μία σημαντική περιοχή του ηλεκτροδυναμικού μαγνητοσφαιρικού συστήματος, όπου όπως είδαμε συμβαίνει η σύζευξη με το διαπλανητικό μαγνητικό πεδίο, η μεταφορά φορτισμένων σωματιδίων από και προς την Ιονόσφαιρα (particle precipitation) και η εμφάνιση ισχυρών ρευμάτων. Είναι μία περιοχή στην οποία λαμβάνονται χώρα οι συγκρούσεις ιόντων, ηλεκτρονίων και ουδετέρων και η απόθεση της ενέργειας που μεταφέρεται με τον ηλιακό άνεμο. Πρόκειται για ένα αγώγιμο μέσο, καθώς αποτελείται από ιόντα και ηλεκτρόνια και έχει με αυτόν τον τρόπο σημαντική μερίδα στα ρεύματα που εμφανίζονται στη γήινη ατμόσφαιρα. Τα ρεύματα που συνδέουν την Μαγνητόσφαιρα με την ανώτερη ατμόσφαιρα (field aligned currents) σχηματίζουν κλειστή διαδρομή μέσω της Ιονόσφαιρας (μέσω των ρευμάτων Pedersen και Hall) και οδηγούν στην μεταφορά ορμής και ενέργειας, θερμαίνοντας την ανώτερη ατμόσφαιρα. Κατά τη διάρκεια της ημέρας, ισχυρά ρεύματα σχηματίζονται, περίπου από τα 90 έως τα 200 km, σε μία περιοχή που συχνά αποκαλείται *dynamo region*. Τα ρεύματα αυτά, όπως και τα ηλεκτρικά πεδία, αλληλοεπιδρούν με το πλάσμα της Ιονόσφαιρας και τα ουδέτερα άτομα και μόρια. Τα ηλεκτρικά αυτά φαινόμενα και τις επιδράσεις τους τα ονομάζουμε ηλεκτροδυναμική της Ιονόσφαιρας.

Η αγωγιμότητα της Ιονόσφαιρας και η ροή ρευμάτων, όπως και το ηλεκτρικό πεδίο, επηρεάζονται άμεσα από το γεωμαγνητικό πεδίο και από την περιστροφή της Γης, οδηγώντας σε

καθημερινές διακυμάνσεις τόσο στην κατεύθυνση όσο και στην ένταση τους. Τόσο τα ρεύματα εντός της dynamo region όσο και αυτά πάνω από αυτή (Birkeland – field aligned currents) προκαλούν μαγνητικές διαταράξεις, αισθητές ακόμα και στο έδαφος. Παρ' όλα αυτά, τα ρεύματα εντός της περιοχής αυτής, παρουσιάζουν πιο ομαλές διακυμάνσεις και αποκαλούνται και ως Sq (for solar quiet)² σε αντίθεση με τα πιο ψηλά ρεύματα που παρουσιάζουν έντονες διακυμάνσεις εξαιτίας της εξάρτησής τους από τον ηλιακό άνεμο και ως εκ τούτου από τον ηλιακό κύκλο. Το ενδιαφέρον μας επικεντρώνεται σε ρεύματα της Ιονόσφαιρας εντός της dynamo region και ιδιαίτερα σε εκείνα που βρίσκονται σε πιο ψηλά γεωγραφικά πλάτη. Αν και τα ρεύματα ρέουν σε όλη την Ιονόσφαιρα και όλα τα γεωγραφικά πλάτη, εκείνα των υψηλότερων, δηλαδή περίπου πάνω από 60° latitude, επηρεάζονται από τις μαγνητοσφαιρικές διεργασίες και είναι πιο έντονα με τάξη μεγέθους $10^7 A$, σε αντίθεση με τα ρεύματα στα μεσαία γεωγραφικά πλάτη που είναι της τάξης των $10^5 A$. Τα ρεύματα αυτά συνοδεύονται και από αντίστοιχα ηλεκτρικά πεδία και όπως τα ρεύματα στα υψηλότερα γεωγραφικά πλάτη παρουσιάζουν μεγαλύτερη ένταση σε σχέση με τα χαμηλότερα, έτσι και τα ηλεκτρικά πεδία αυτά είναι της τάξης μερικών δεκαδών, ίσως και παραπάνω, μήλι βολτ ανά μέτρο, εν αντιθέσει με των χαμηλότερων γεωγραφικών πλατών που φτάνουν κάποια μήλι βολτ. Τα ηλεκτρικά αυτά πεδία τα αναπαριστούμε κάνοντας χρήση ηλεκτρικών δυναμικών, τα οποία παρουσιάζουν μέγιστο στην ανατολή και ελάχιστο στη δύση, έχοντας μέτρο που κυμαίνεται από 20 έως $200 kV$. Η δομή και η ένταση αυτών των δυναμικών στα ανώτερα γεωγραφικά πλάτη, επηρεάζεται άμεσα από την κατεύθυνση και την ένταση του διαπλανητικού μαγνητικού πεδίου, που φέρει ο ηλιακός άνεμος και το οποίο, όπως έχουμε αναφέρει, αλλάζει κατεύθυνση εξαιτίας της αργής περιστροφικής κίνησης του Ήλιου.

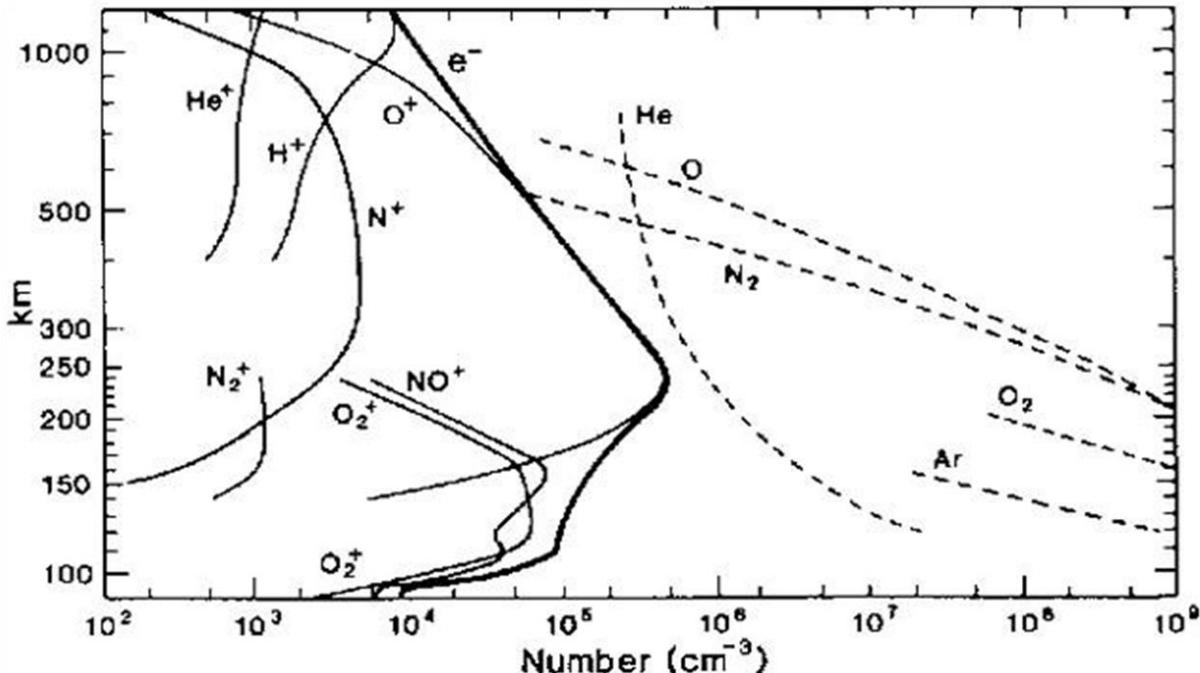
Απαραίτητη προϋπόθεση για την κατανόηση της ηλεκτροδυναμικής της Ιονόσφαιρας, είναι η μελέτη της ιονοσφαιρικής αγωγιμότητας. Οι τρεις πιο σημαντικοί παράγοντες που καθορίζουν την αγωγιμότητα είναι η πυκνότητα του πλάσματος, το γεωμαγνητικό πεδίο και η συχνότητα συγκρούσεων ιόντων – ηλεκτρονίων με τα ουδέτερα άτομα και μόρια. Τα ιόντα με τη μεγαλύτερη συνεισφορά είναι τα O^+ , O_2^+ και NO^+ , ενώ τα αντίστοιχα ουδέτερα που θα μας απασχολήσουν είναι τα O , O_2 και N_2 . Πάνω από τα $90 km$, όλα σχεδόν τα ιόντα έχουν ένα θετικό φορτίο, μεγέθους όσο το φορτίο του ηλεκτρονίου, e . Επειδή, όπως είπαμε, το πλάσμα αν και αποτελούμενο από ελεύθερα φορτία, σαν σύνολο είναι ουδέτερο και επειδή αγνοούμε τα υπόλοιπα ιόντα, τότε, έχουμε:

$$N_e = N_{O^+} + N_{O_2^+} + N_{NO^+} = N \quad (2.20),$$

όπου N η πυκνότητα φορτίου σε cm^{-3} . Οι αγωγιμότητες υπολογίζονται θεωρώντας τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια ως ένα ρευστό υπό ισορροπία δυνάμεων. Οι δυνάμεις αυτές είναι η δύναμη Lorentz, η οποία όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα είναι η αιτία των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, οι δυνάμεις τριβής μεταξύ ιόντων – ουδετέρων, ηλεκτρονίων – ουδετέρων και ιόντων –

² Υπάρχει και μια μικρή μερίδα αυτών, εξαρτώμενη από τις φάσεις της Σελήνης και τα οποία συχνά αναφέρονται και ως L , είναι όμως μικρής σημασίας.

ηλεκτρονίων λόγω συγκρούσεων, η δύναμη της βαρύτητας και τέλος, οι δυνάμεις λόγω μεταβολών της πίεσης (pressure gradient).



International quiet solar year daytime ionospheric and atmospheric composition based on mass spectrometer measurements [Johnson, 1969; Luhmann, 1995].

Εικόνα 2.15 Η σύσταση της ατμόσφαιρας

Μπορούμε λοιπόν τώρα να γράψουμε τις γενικές εξισώσεις κίνησης των φορτίων, έχοντας ως πλαίσιο αναφοράς αυτό της κίνησης των ουδετέρων, ως εξής:

- $\bullet \quad Ne \left(\vec{E}^* + \vec{V}_i^* \times \vec{B} \right) - Nm_i v_{in} V_i^* - Nm_i v_{ie} \left(\vec{V}_i^* - \vec{V}_e^* \right) + Nm_i \vec{g} - \nabla(NkT_i) = 0 \quad (2.21),$

για τα ιόντα και:

- $\bullet \quad -Ne \left(\vec{E}^* + \vec{V}_e^* \times \vec{B} \right) - Nm_e v_{en} V_e^* - Nm_e v_{ie} \left(\vec{V}_i^* - \vec{V}_e^* \right) + Nm_e \vec{g} - \nabla(NkT_e) = 0 \quad (2.22),$

για τα ηλεκτρόνια, όπου \vec{V} οι ταχύτητες ιόντων – ηλεκτρονίων, m οι μάζες τους, n οι συγκρούσεων, k η σταθερά Boltzmann, T οι θερμοκρασίες και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αφού θεωρήσαμε ως πλαίσιο αναφοράς αυτό της ταχύτητας των ουδετέρων, έχουμε την εμφάνιση των σχετικών μεγεθών με *, τα οποία δίνονται από τις σχέσεις:

$$\vec{E}^* = \vec{E} + \vec{U}_n \times \vec{B} \quad (2.23)$$

$$\vec{V}_{i,e}^* = \vec{V}_{i,e} - \vec{U}_n \quad (2.24),$$

όπου \vec{E} το ηλεκτρικό πεδίο με πλαίσιο αναφοράς αυτό της περιστρεφόμενης Γης, \vec{U}_n η ταχύτητα των ουδετέρων και $\vec{V}_{i,e}$ οι ταχύτητες ιόντων – ηλεκτρονίων ως προς το ίδιο πλαίσιο αναφοράς με το ηλεκτρικό πεδίο. Από τους παραπάνω όρους των εξισώσεων κίνησης, οι πιο σημαντικοί είναι

αυτοί της κίνησης λόγω της δύναμης Lorentz και οι συγκρούσεις ιόντων – ουδετέρων – ηλεκτρονίων και παραλείποντας τους λοιπούς όρους οι εξισώσεις απλοποιούνται σημαντικά. Η λύση των εξισώσεων σύμφωνα με *Richmond 1995b*, δίνει μία ταχύτητα ηλεκτρονίων παράλληλη στο μαγνητικό πεδίο αρκετά μεγαλύτερη από την αντίστοιχη των ιόντων και κατά προσέγγιση ίση με:

$$\vec{V}_{e\parallel}^* = - \frac{e\vec{E}_{\parallel}^*}{m_e(\nu_{en\parallel} + \nu_{ei\parallel})} \quad (2.25)$$

Οι αντίστοιχες εξισώσεις για τις συνιστώσες κάθετα στο μαγνητικό πεδίο, βρίσκονται:

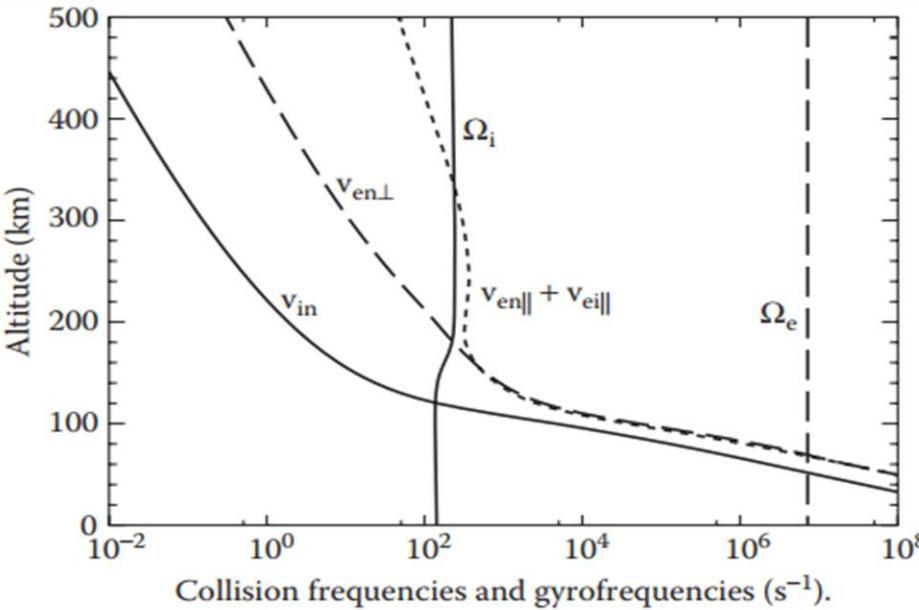
$$\vec{V}_{e\perp}^* = \frac{-\nu_{en\perp}\Omega_e\vec{E}_{\perp}^* - \Omega_e^2\hat{b} \times \vec{E}_{\perp}^*}{B(\nu_{en\perp}^2 + \Omega_e^2)} \quad (2.26)$$

$$\vec{V}_{i\perp}^* = \frac{\nu_{in\perp}\Omega_i\vec{E}_{\perp}^* - \Omega_i^2\hat{b} \times \vec{E}_{\perp}^*}{B(\nu_{in\perp}^2 + \Omega_i^2)} \quad (2.27)$$

Όσον αφορά τις συχνότητες συγκρούσεων, υπολογίζονται από πειραματικούς τύπους, που προκύπτουν από δοκιμές σε εργαστηριακές συνθήκες και τους οποίους θα αναφέρουμε αναλυτικότερα στο επόμενο κεφάλαιο. Η κινητικότητα των ηλεκτρονίων, παράλληλα στις γραμμές του μαγνητικού πεδίου, είναι τέτοια ώστε να κάνει την εμφάνισή της μία μεγάλη αγωγιμότητα που τείνει να μηδενίσει σχεδόν τελείως το ηλεκτρικό πεδίο παράλληλα στο μαγνητικό, δηλαδή $\vec{E}_{\parallel}^* \approx 0$ (έτσι από εδώ και στο εξής όταν αναφερόμαστε στο ηλεκτρικό πεδίο θα εννοούμε κάθετο στο μαγνητικό). Από την τελευταία αυτή προσέγγιση προκύπτει ότι σημαντική είναι η κίνηση των φορτισμένων σωματιδίων κάθετα στο μαγνητικό πεδίο. Στα μεγάλα υψόμετρα, όπου ισχύει $\nu_{in} \ll \Omega_i$ και $\nu_{en} \ll \Omega_e$, οι ταχύτητες κάθετες στο μαγνητικό πεδίο μπορούν να απλοποιηθούν σε:

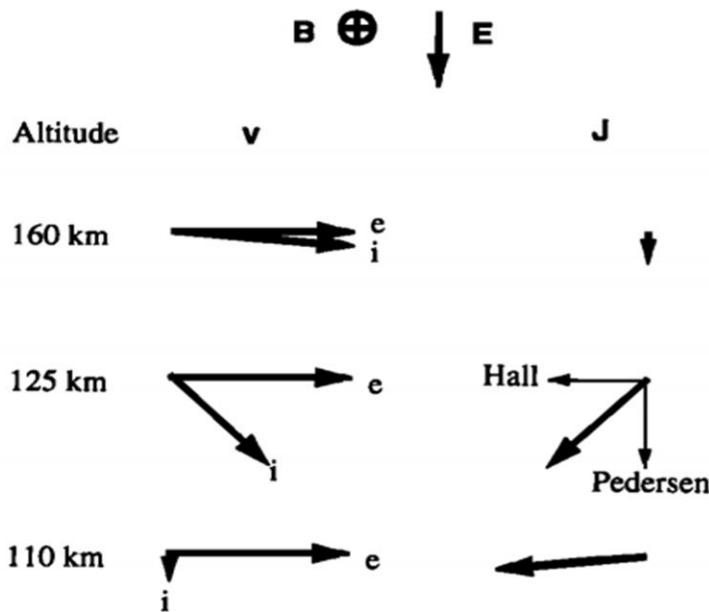
$$\vec{V}_{i\perp}^* = \vec{V}_{e\perp}^* = \frac{\vec{E}^* \times \vec{B}}{B^2}$$

που είναι η ταχύτητα ολίσθηση (drift velocity) που συζητήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ένας σημαντικός παράγοντας που καθορίζει το κατά πόσο είναι «δεμένα» με το μαγνητικό πεδίο τα φορτισμένα σωματίδια είναι ο λόγος της συχνότητας σύγκρουσης με τα ουδέτερα προς την γυρο-συχνότητα. Για τα ηλεκτρόνια η συχνότητα συγκρούσεων γίνεται ίση με την γυρο-συχνότητα, περίπου στα 70 km, όπου όμως δεν υπάρχει αρκετή πυκνότητα για την ανάπτυξη σημαντικών ρευμάτων. Πάνω από αυτό το ύψος η γυρο-συχνότητα είναι αρκετά μεγαλύτερη, με αποτέλεσμα τα ηλεκτρόνια να είναι «δεμένα» με το μαγνητικό πεδίο και να κινούνται κάθετα σε αυτό.



Εικόνα 2.16 Συχνότητες συγκρούσεων και γυρο-συχνότητες ([\[5\]](#))

Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει και με τα ιόντα. Η γυρο-συχνότητά τους γίνεται ίση με την συχνότητα συγκρούσεων κοντά στα 125 km, ενώ «δένονται» με το μαγνητικό πεδίο πάνω από τα 150 km και κινούνται τότε, σχεδόν, μαζί με τα ηλεκτρόνια. Στο ενδιάμεσο η ταχύτητά τους διαφέρει τόσο από την ταχύτητα ολίσθησης ($E \times B$) όσο και από αυτή του ουδέτερου ανέμου.



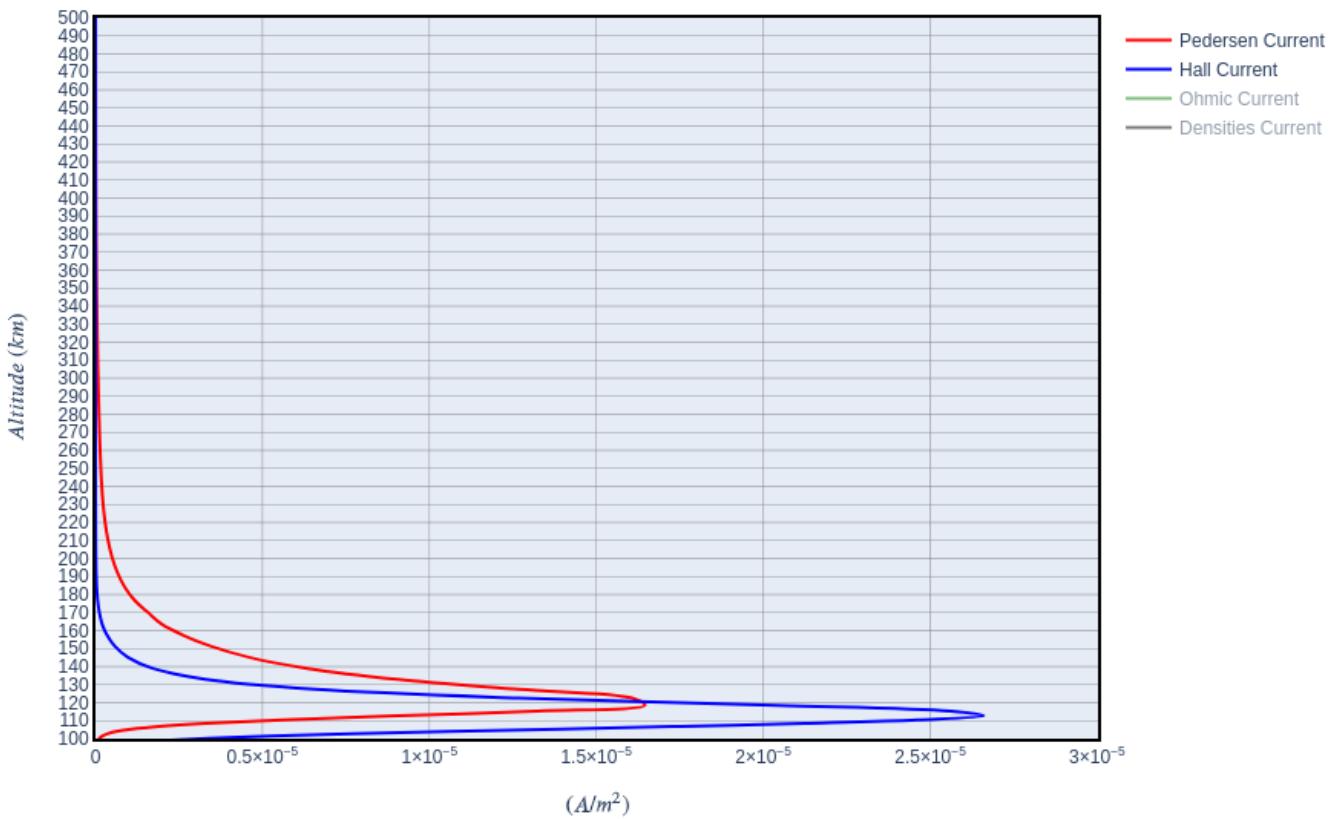
Εικόνα 2.17 Σχηματική αναπαράσταση της ταχύτητας των ηλεκτρονίων και των ιόντων συναρτήσει του υψομέτρου ([\[5\]](#))

Οι κινήσεις αυτές των φορτισμένων σωματιδίων προκαλούν την εμφάνιση των ρευμάτων. Η γενική έκφραση για την πυκνότητα ρεύματος (A/m^2) είναι:

$$\vec{J} = Ne(\vec{V}_i - \vec{V}_e) \quad (2.28)$$

και από σύμβαση, το ρεύμα κατά μήκος του \vec{E}^* (κάθετο στο \vec{B}) και κάθετο στο επίπεδο του μαγνητικού πεδίου καλείται ρεύμα “Pedersen”, ενώ το ρεύμα κάθετα και στο ηλεκτρικό και στο μαγνητικό πεδίο, ρεύμα “Hall”. Στα 150 km , περίπου, το ρεύμα είναι κυρίως ρεύμα “Pedersen”, ενώ κοντά στα 110 km ρεύμα “Hall”. Γύρω στα 125 km τα δύο ρεύματα σχεδόν είναι ίσα, όπου όπως αναφέραμε σε εκείνο το υψόμετρο ο λόγος γυρο-συγχρότητας και συγχρότητας συγκρούσεων των ιόντων είναι ίσος με την μονάδα.

Perpendicular Currents Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 2.18 Τα ρεύματα Pedersen και Hall με χρήση του μοντέλου TIEGCM

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.21), (2.22), (2.25) και (2.27), βρίσκουμε μία γενική έκφραση για τον νόμο του Ohm:

$$\vec{J} = \sigma_P \vec{E}_\perp^* + \sigma_H \hat{b} \times \vec{E}_\perp^* + \sigma_\parallel \vec{E}_\parallel^* \hat{b}, \quad (2.29),$$

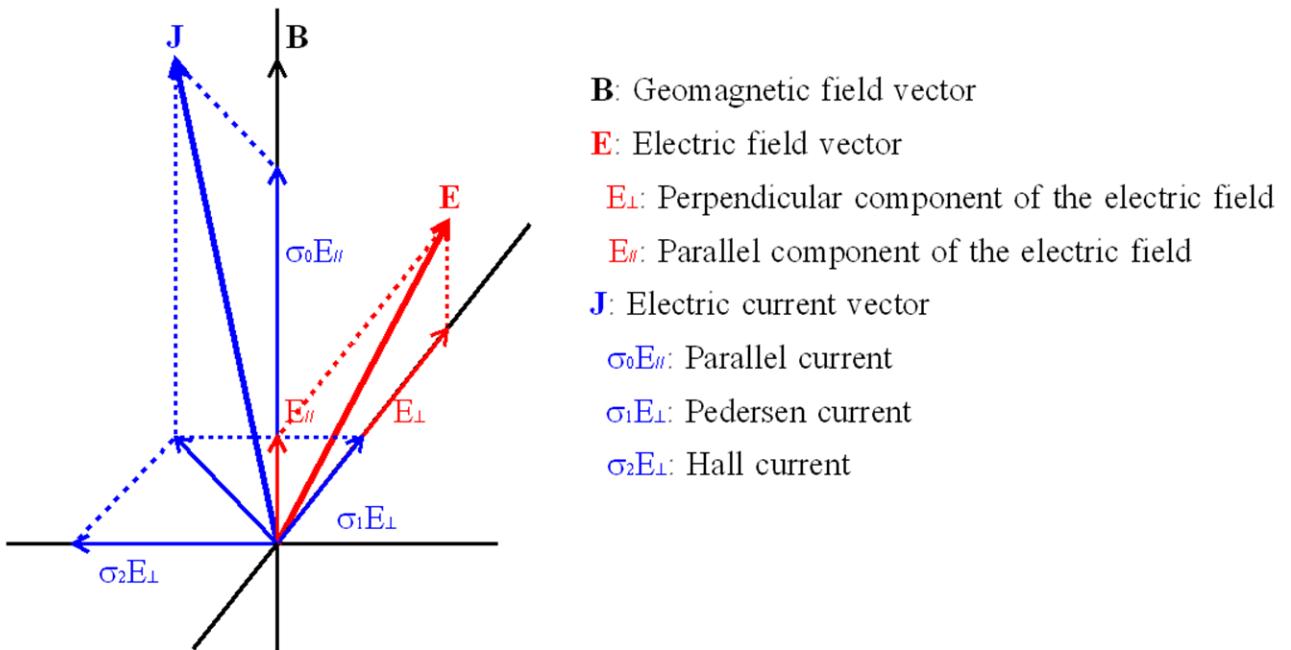
όπου $\sigma_\parallel, \sigma_P, \sigma_H$ είναι οι παράλληλη, Pedersen και Hall αγωγιμότητες, που ορίζονται ως εξής:

$$\sigma_\parallel = \frac{Ne^2}{m_e(v_{en\parallel} + v_{ei\parallel})} \quad (2.30)$$

$$\sigma_P = \frac{Ne}{B} \left(\sum \frac{\nu_{in} \Omega_i}{\nu_{in}^2 + \Omega_i^2} + \frac{\nu_{en\perp} \Omega_e}{\nu_{en\perp}^2 + \Omega_e^2} \right) \quad (2.31)$$

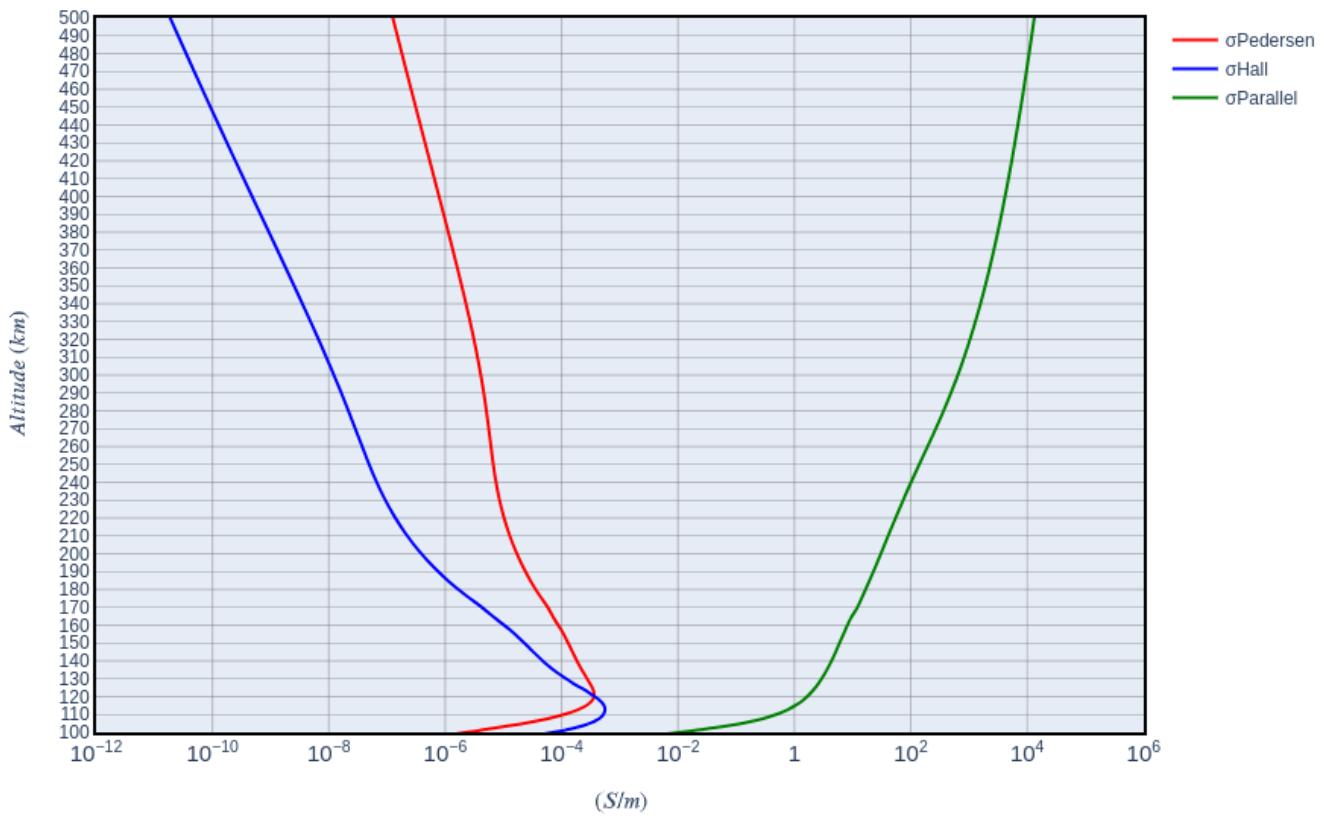
$$\sigma_H = \frac{Ne}{B} \left(\frac{\Omega_e^2}{\nu_{en\perp}^2 + \Omega_e^2} - \sum \frac{\Omega_i^2}{\nu_{in}^2 + \Omega_i^2} \right) \quad (2.32),$$

με το όθροισμα του κάθε είδους των ιόντων.



Εικόνα 2.19 Αναπαράσταση των τριών αγωγμοτήτων (<http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/ionocond/exp/icexp.html>)

Conductivities Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 2.20 Οι αγωγιμότητες Parallel, Pedersen και Hall με χρήση του μοντέλου TIEGCM

Όπως φαίνεται και από το παραπάνω γράφημα η παράλληλη αγωγιμότητα είναι αρκετά μεγαλύτερη από τις άλλες δύο και αιτία για τις μεγάλες τιμές της αποτελεί η θερμοκρασία των ηλεκτρονίων η οποία μεταβάλλεται ανάλογα με $T_e^{3/2}$. Η αγωγιμότητα Pedersen, αναλόγως τις συνθήκες, αποκτά την μέγιστη τιμής της κοντά στα $120 - 125 \text{ km}$, ενώ η αγωγιμότητα Hall παρουσιάζει μέγιστο κοντά στα 110 km . Και οι δύο αυτές αγωγιμότητες εξαρτώνται κυρίως από την πυκνότητα πλάσματος στην περιοχή δυναμό και λιγότερο από την πυκνότητα των ουδετέρων. Η μεγάλη αυτή διαφορά ανάμεσα στην αγωγιμότητα παράλληλα στο μαγνητικό πεδίο και των αγωγιμοτήτων κάθετα σε αυτό, καθιστούν την ιονοσφαιρική αγωγιμότητα ανισότροπη. Όσο για τον νόμο του Ohm, όπως γράφεται στη σχέση (2.29), έχει ισχύ όταν μελετάμε τα φαινόμενα σε χρονικές κλίμακες μεγαλύτερες του αντιστρόφου της γυρο-συχνότητας ή της συχνότητας συγκρούσεων (περίπου δηλαδή για χρόνο πάνω από ένα λεπτό). Επίσης, αυτό στο οποίο αποτυγχάνει είναι να μας παρέχει μία σχέση αιτίου – αποτελέσματος. Δεν μπορεί κανείς, επομένως, να συμπεράνει αν το ηλεκτρικό πεδίο είναι η αιτία της εμφάνισης των ρευμάτων ή αν τα ρεύματα είναι η αιτία του ηλεκτρικού πεδίου. Το μόνο που μπορούμε να συμπεράνουμε είναι η γραμμική σχέση ρευμάτων – ηλεκτρικού πεδίου και πως αν υπάρχει το ένα θα πρέπει να υπάρχει και το άλλο.

Ο νόμος του Ohm, όπως εκφράστηκε παραπάνω, αναφέρεται στο πλαίσιο του μέσου, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι ο ουδέτερος άνεμος, κύρια πηγή συγκρούσεων για τα

ηλεκτρόνια και τα ιόντα. Επιστρέφοντας στη σχέση για το ηλεκτρικό πεδίο, ως προς το πλαίσιο αναφοράς της ταχύτητας των ουδετέρων (\vec{E}^*), το ηλεκτρικό πεδίο \vec{E} (για την περίπτωση χρόνων άνω του ενός λεπτού), είναι στατικό και μπορεί, επομένως, να δοθεί από ένα βαθμωτό δυναμικό:

$$\vec{E} = -\nabla\Phi \quad (2.33).$$

Από την άλλη, ο όρος $\vec{U}_n \times \vec{B}$ (που ονομάζεται ηλεκτρικό πεδίο δυναμό), δεν μπορεί να γραφεί όπως το \vec{E} , ούτε είναι σταθερό κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου και επομένως δεν μπορεί να αναιρεθεί με το ηλεκτρικό πεδίο (ή για να γίνει πιο σαφές, οι $E \times B$ ταχύτητες δεν είναι ίσες με $U_{n\perp}$). Αυτό σημαίνει τότε ότι το \vec{E}^* είναι διάφορο του μηδενός και επομένως θα πρέπει να υπάρχει ροή ρεύματος. Αυτή είναι η ουσία της σημασίας του ουδέτερου ανέμου (wind dynamo effect), δηλαδή το αγώγιμο μέσο (πλάσμα) κινείται μέσα στο γεωμαγνητικό πεδίο, παρασυρόμενο από τον ουδέτερο άνεμο, οδηγώντας στην εμφάνιση ρεύματος. Διάφοροι παράγοντες οδηγούν στην εμφάνιση των ανέμων, όπως είναι η ηλιακή θέρμανση της ατμόσφαιρας και η προς τα πάνω ατμοσφαιρικές παλίρροιες (ταλαντώσεις δηλαδή της ατμόσφαιρας όμοιες με αυτές των θαλασσών). Η θέρμανση, στην ημερήσια πλευρά, προκαλεί διόγκωση της ατμόσφαιρας, κυρίως πάνω από τα 100 km, και την εμφάνιση πίεσης (οριζόντιες βαθμίδες πίεσης) που οδηγεί τον ουδέτερο άνεμο προς την πλευρά της νύχτας, αυξάνοντας την έντασή του όσο ανεβαίνουμε καθ' ύψος. Στα ψηλότερα γεωγραφικά πλάτη, ένας ακόμη μηχανισμός που επηρεάζει τους ανέμους, είναι η δύναμη Ampère ($\vec{J} \times \vec{B}$ δύναμη), που πηγάζει από τα ρεύματα της Μαγνητόσφαιρας. Η δύναμη Ampère αναπαριστά το άθροισμα όλων των δυνάμεων Lorentz των ιόντων και των ηλεκτρονίων, που διοχετεύεται στα ουδέτερα μέσω των συγκρούσεων.

Η παραπάνω περιγραφή της ηλεκτροδυναμικής στην ανώτερη ατμόσφαιρα θεωρείται ως η συμβατική μέθοδος. Το κύριο πλεονέκτημά της είναι η μαθηματική ευκολία αντιμετώπισης των φαινομένων. Όπως γράφουν οι [13] P. Song, V. M. Vasiliūnas (2013), προκειμένου να περιγράψουμε την ηλεκτροδυναμική για χρονικές περιόδους από μερικά δευτερόλεπτα έως και τριάντα λεπτά, φαινόμενα επαγωγής και επιτάχυνσης θα πρέπει να ληφθούν υπ' όψη. Όταν πλέον συμπεριληφθούν, η φυσική ερμηνεία αλλάζει δραστικά. Το ηλεκτρικό δυναμικό δεν είναι αρκετό για να περιγράψει το ηλεκτρικό πεδίο και τα ηλεκτρικά ρεύματα (συμπεριλαμβανομένων των Birkeland currents) γίνονται δευτερογενή προϊόντα. Η πιο σημαντική απλοποίηση της συμβατικής μεθόδου είναι η υπόθεση ότι η χρόνο-μεταβολή του μαγνητικού πεδίου είναι αμελητέα (άρα το ηλεκτρικό πεδίο γίνεται αστρόβιλο και η μοντελοποίηση ηλεκτροστατική). Ο [19] V. M. Vasiliūnas (2012) συνοψίζει τα μειονεκτήματα της κλασικής μεθόδου στα εξής:

- Οι εξισώσεις είναι προσεγγιστικές και έγκυρες για αργές μεταβολές (αλλά πόσο αργές είναι οι αργές μεταβολές;)
- Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω οι εξισώσεις δίνουν τη σχέση μεταξύ των μεγεθών, παρ' όλα αυτά εκλείπει η σχέση αιτίου αποτελέσματος
- Δεν γίνεται πραγματική φυσική περιγραφή των φαινομένων

Στις παραπάνω αναφορές, καθώς και [12] *P. Song et al. (2001)*, μπορεί κανείς να αναζητήσει περισσότερες λεπτομέρειες, μεταξύ άλλων, για το αν η κίνηση του πλάσματος παράγει το ηλεκτρικό πεδίο ή αν το ηλεκτρικό πεδίο οδηγεί το πλάσμα, πως πραγματικά παράγονται τα ρεύματα εξαιτίας του ουδέτερου ανέμου, καθώς και να βρει τις γενικές εξισώσεις Maxwell και συνθήκες που περιγράφουν ολοκληρωμένα την ηλεκτροδυναμική της ανώτερης ατμόσφαιρας. Και οι δύο προσεγγίσεις, εν τέλει, καταλήγουν ποσοτικά στα ίδια συμπεράσματα, επομένως θα αρκεστούμε στην κλασσική μέθοδο, που είναι πιο ευκολονόητη.

2.5 Ωμική θέρμανση (Joule heating)

Γενικά στη φυσική με τον όρο ωμική θέρμανση, Joule heating ή Ohmic heating, αναφερόμαστε στο φαινόμενο κατά το οποίο η διέλευση ρεύματος μέσα από ηλεκτρικά αγώγιμο μέσο παράγει θερμική ενέργεια, που οδηγεί στην αύξηση της θερμοκρασίας του αγωγού, εξού και ο όρος θέρμανση (heating). Ακολουθώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας, κανείς μπορεί να δει το Joule heating ως την μετατροπή της ηλεκτρικής ενέργειας σε θερμική. Το φαινόμενο αυτό πρωτομελετήθηκε από τον James Prescott Joule γύρω στο 1840. Έπειτα από πειράματα ο Joule κατέληξε ότι η θερμική ισχύς που παράγεται σε έναν ρευματοφόρο αγωγό είναι: $P \propto I^2 R$, όπου I το ρεύμα και R η αντίσταση του μέσου. Όπως θα δούμε, κάτι παρόμοιο συμβαίνει και στην ανώτερη ατμόσφαιρα με το ρεύμα να αντικαθίσταται από την κίνηση του πλάσματος και η αντίσταση να είναι ο ουδέτερος άνεμος.

Οι διαταραχές της πυκνότητας, της σύνθεσης, της θερμοκρασίας και των ανέμων στην ανώτερη ατμόσφαιρα, έχουν μελετηθεί και μετρηθεί με διάφορες τεχνικές και πολυάριθμες μελέτες έχουν γίνει για την κατανόηση των φυσικών φαινομένων στα οποία οφείλονται αυτές οι διαταραχές. Από καιρό ήταν γνωστό ότι η θέρμανση της ατμόσφαιρας στις περιοχές του σέλαος, στα ψηλά δηλαδή γεωγραφικά πλάτη, οφειλόταν στην απώλεια ενέργειας των σωματιδίων εξαιτίας της διείσδυσής τους στην κατώτερη Θερμόσφαιρα. Όπως επισήμανε ο Cole (1962, 1971 και 1975), ακόμη μία παράμετρος έπρεπε να ληφθεί υπόψη στην θέρμανση της ατμόσφαιρας και αυτή ήταν ο διασκορπισμός της ενέργειας μέσω του Joule heating, μιας και ηλεκτρικά ρεύματα κάνουν την εμφάνιση τους στην ανώτερη ατμόσφαιρα. Έτσι, η Ιονόσφαιρα και η Θερμόσφαιρα λαμβάνουν τη μορφή «πηγαδιού» ενέργειας και σωματιδίων, όπου η ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική και μηχανική.

Στην ανώτερη ατμόσφαιρα, όπως προ είπαμε, συνυπάρχουν διάφορα αέρια, όπως το πλάσμα και ο ουδέτερος άνεμος. Καθένα από αυτά αποτελείται, επιμέρους, από διαφορετικά είδη ιόντων και ουδετέρων, τα πιο σημαντικά από τα οποία αναφέρθηκαν ήδη. Στην θεώρησή μας δεν λαμβάνουμε υπόψη αυτά τα επιμέρους άτομα και μόρια, αντ' αυτού, έχουμε το πλάσμα, αποτελούμενο από ιόντα και ηλεκτρόνια και τα ουδέτερα που κινούνται με διαφορετική ταχύτητα από το πλάσμα. Η ωμική θέρμανση της ανώτερης ατμόσφαιρας λαμβάνει χώρα εξαιτίας της διαφορικής κίνησης του αγώγιμου μέσου, δηλαδή του πλάσματος, ως προς τον ουδέτερο άνεμο

και των μεταξύ τους συγκρούσεων, προκαλώντας την αύξηση της θερμοκρασίας τους. Όπως στην κλασσική περίπτωση, έτσι και σε αυτή που μελετάμε, υπό αυστηρή έννοια το Joule heating είναι ανάλογο του ηJ^2 , όπου η στην προκειμένη περίπτωση είναι η αντίσταση εξαιτίας των συγκρούσεων. Λύνοντας τις κατάλληλες εξισώσεις, [18] V. M. Vasiliūnas, P. Song (2005), ο όρος ηJ^2 βρίσκεται να ισούται με $\vec{J} \cdot (\vec{E} + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B})$, με αναφορά τον ουδέτερο άνεμο. Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη ότι το πλάσμα κυρίως κινείται κάθετα στο μαγνητικό πεδίο και επομένως αυτή η κατεύθυνση των ουδετέρων μας ενδιαφέρει, η παραπάνω σχέση δίνει το Joule heating ως:

$$Q_J = \vec{J} \cdot (\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}) \quad (2.34).$$

Εκτός από την παραπάνω μορφή η ωμική θέρμανση μπορεί να γραφεί και με άλλους δύο τρόπους, τους οποίους τους ονομάζουμε Ohmic και Frictional heating, για να τους διαφοροποιήσουμε. Αυτοί είναι:

$$Q_O = \sigma_P |\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}|^2 \quad (2.35)$$

και

$$Q_F = \sum m_i v_{in} N_i |\vec{V}_{i\perp} - \vec{U}_{n\perp}|^2 \quad (2.36),$$

όπου αθροίζουμε για το κάθε είδος ιόντων.

Το Joule heating μπορεί να συνεισφέρει σημαντικά στο ενεργειακό ισοζύγιο της Θερμόσφαιρας, ιδιαίτερα στα ψηλά γεωγραφικά πλάτη και για χρόνους που υπερβαίνουν την θέρμανση λόγω ηλιακής ακτινοβολίας. Η ενέργεια εναποτίθεται στην Ιονόσφαιρα – Θερμόσφαιρα με τη μορφή ηλεκτρομαγνητισμού. Έτσι, για να μελετήσουμε το ενεργειακό ισοζύγιο κάνουμε χρήση του θεωρήματος Poynting. Το θεώρημα αυτό αποτελεί μία διατύπωση για την διατήρηση της ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Σύμφωνα, λοιπόν, με αυτό το θεώρημα, ο ρυθμός μεταφοράς της ενέργειας ανά μονάδα όγκου, σε μία περιοχή του χώρου, ισούται με την ηλεκτρομαγνητική ενέργεια που εξέρχεται από τον χώρο αυτό συν το έργο που παράγεται σε μία κατανομή φορτίου εντός του χώρου. Στη διαφορική του μορφή το θεώρημα γράφεται:

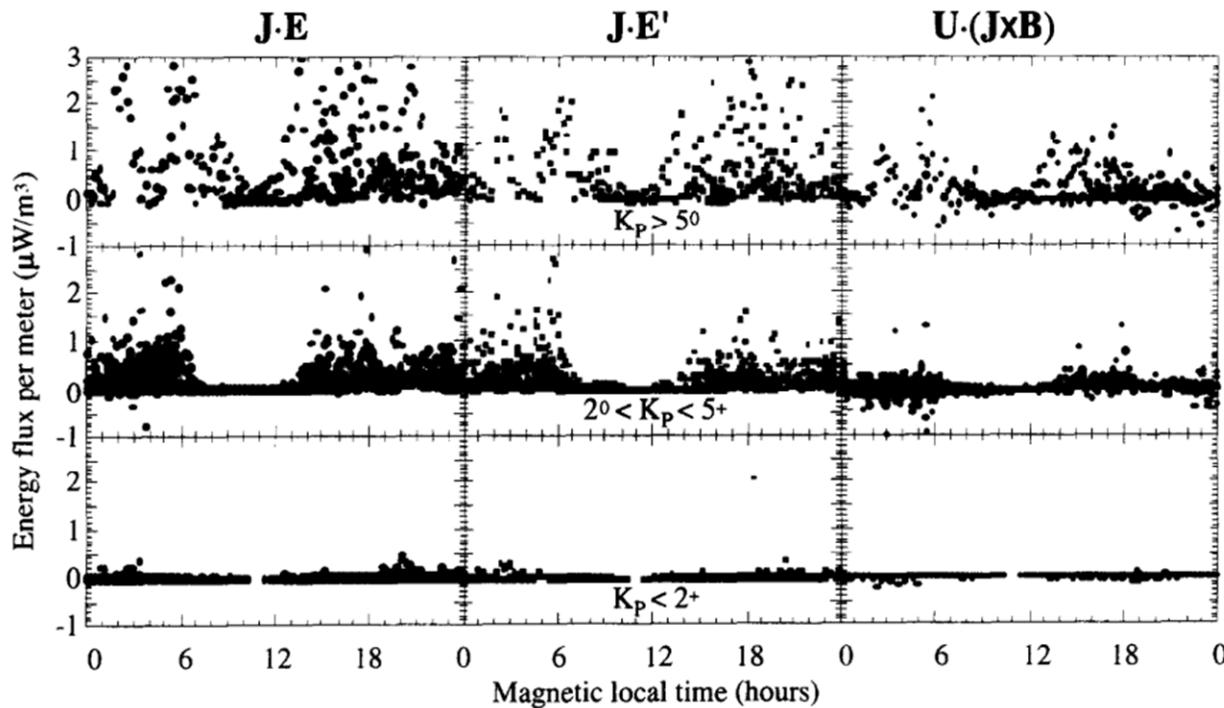
$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \vec{v} \cdot \vec{S} + \vec{J} \cdot \vec{E} \quad (2.37),$$

όπου \vec{S} το διάνυσμα Poynting. Ο όρος που μας ενδιαφέρει είναι ο δεύτερος που αναπαριστά το ρυθμό με τον οποίο παράγεται έργο, από τα πεδία, σε φορτία. Το έργο αυτό είναι η ενέργεια που φτάνει στην Ιονόσφαιρα – Θερμόσφαιρα και είναι το άθροισμα του Joule heating και του ρυθμού μεταφοράς μηχανικής ενέργειας στο μέσο, δηλαδή τον ουδέτερο άνεμο.

Και με τη μορφή εξίσωσης:

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = \vec{J} \cdot \vec{E}^* + \vec{U}_n \cdot (\vec{J} \times \vec{B}) \quad (2.38).$$

Ο πρώτος όρος, με το ηλεκτρικό πεδίο ως προς τα ουδέτερα, είναι το Joule heating και ο δεύτερος όρος είναι η κινητική ενέργεια του μέσου λόγω της δύναμης Ampère. Προσοχή, ο δεύτερος όρος μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές. Όταν αυξάνεται η ταχύτητα των ουδετέρων ο όρος είναι θετικός. Όταν, όμως, η κινητική τους ενέργεια ελαττώνεται τότε γίνεται αρνητικός. Η ενέργεια που χάνεται από τα ουδέτερα, είτε μετατρέπεται τοπικά σε Joule heating, είτε μεταφέρεται μέσω του διανύσματος Poynting σε υψηλότερα υψόμετρα ή ακόμα και πίσω στη Μαγνητόσφαιρα. Σε οποιοδήποτε υψόμετρο, οι όροι της παραπάνω εξίσωσης είναι συγκρίσιμοι. Παρ' όλα αυτά, ολοκληρώνοντας καθ' ύψος, ο δεύτερος όρος είναι πιο μικρός, αλλά όχι αμελητέος [Thayer 1998b]. Από δεδομένα του EISCAT Common Program-1 version I (CP-1-I), όπως παρουσιάζονται στο [14] R. Fujii *et al.*, 2000, μπορούμε να δούμε κατά πόσο η ενέργεια μεταφέρεται ως Joule heating και κατά πόσο ως μηχανική, στην παρακάτω εικόνα.



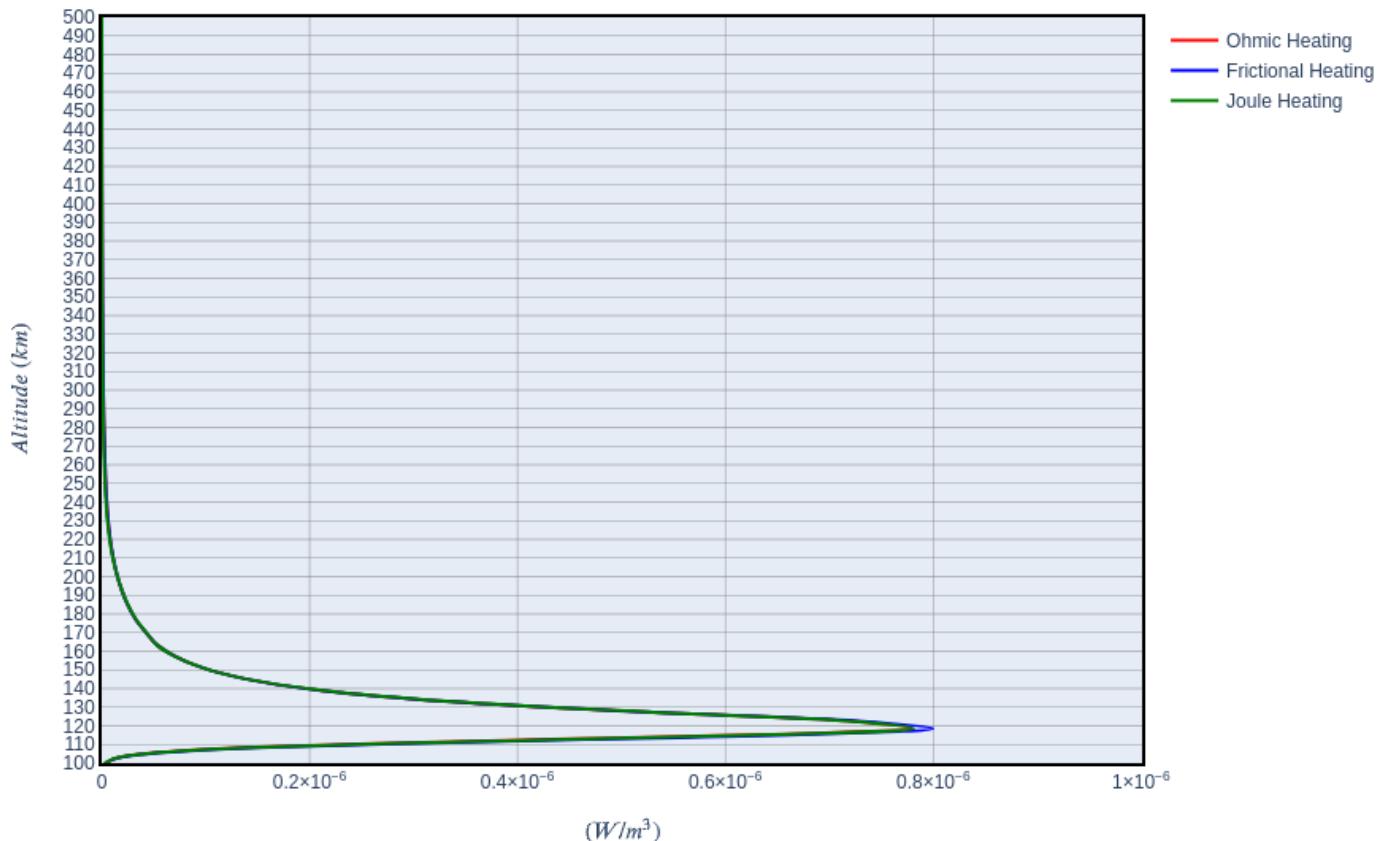
Εικόνα 2.21 Η κατανομή της ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας υπό διαφορετικές γεωμαγνητικές συνθήκες ([14])

Όπως παρατηρείται, αν και το Joule heating αποτελεί το μεγαλύτερο ποσοστό της μεταφερόμενης στην ανώτερη ατμόσφαιρα ενέργειας, για μεγάλες γεωμαγνητικές μεταβολές (όπως υποδεικνύει ο δείκτης $K_p > 5$) η μεταφορά ως μηχανική ενέργεια δεν είναι ασήμαντη.

Η κατανόηση του Joule heating είναι σημαντική, καθ' ότι μπορεί να μεταβάλλει σημαντικά τη δομή της θερμοκρασίας, τη σύνθεση και την πυκνότητα των ηλεκτρονίων της ανώτερης ατμόσφαιρας. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί την διόγκωση της ατμόσφαιρας των ουδετέρων [Prlss *et al.*, 1991, Fuller-Rowell *et al.*, 1994, Lühr *et al.*, 2004, Liu and Lühr, 2005], επηρεάζοντας τις τροχιές των δορυφόρων. Επιπροσθέτως, οι μεταφερόμενες αυτές ατμοσφαιρικές διαταραχές και μεγάλης κλίμακας καταιγίδες μπορούν να προκαλέσουν φαινόμενα καθολικών ιονοσφαιρικών καταιγίδων. Το φαινόμενο της ωμικής θέρμανσης, είναι εξαρτώμενο από το ύψος,

εξαιτίας της επιρροής που του ασκούν τα καθ' ύψος συστατικά του, όπως η αγωγιμότητα και ο ουδέτερος άνεμος. Η μέγιστη τιμή του βρίσκεται κοντά στα 120 km , όπως και εκείνη του ρεύματος.

Heating Rates Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 2.22 To Joule heating με χρήση του μοντέλου TIEGCM

Αν και το Joule heating επηρεάζεται κυρίως από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί η κίνηση των φορτίων, τόσο ο ουδέτερος άνεμος, όσο και η πυκνότητα των ηλεκτρονίων συντελούν στις χωρικές διακυμάνσεις του. Σύμφωνα με τα σημερινά δεδομένα, η ακριβής μέτρηση του Joule heating καθολικά καθίσταται αδύνατη, αφού απαιτείται μία συγχρονισμένη και συνάμα ολική μέτρηση των επιμέρους στοιχείων του, δηλαδή της αγωγιμότητας, του ηλεκτρικού πεδίου και του ουδέτερου ανέμου, με τον τελευταίο να αποτελεί και σημαντικό σημείο σφάλματος, όπως έδειξαν οι Thayer et al., 1995 και Lu et al., 1995b, όταν αγνοήθει η δυναμική του. Περισσότερες πληροφορίες, σχετικά με τις επιδράσεις των διακυμάνσεων του ηλεκτρικού πεδίου και του ουδέτερου ανέμου, μπορεί να αναζητήσει κανείς στο [20] Yue Deng et al., 2007.

Όπως έως τώρα ασχολούμαστε με την κλασσική θεώρηση της ηλεκτροδυναμικής στην ατμόσφαιρα, με τον ίδιο τρόπο περιγράψαμε και την ωμική θέρμανση. Εντούτοις, όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπάρχει και μία εναλλακτική σκοπιά, αυτή της θεώρησης του πλάσματος ως σημείο αναφοράς αντί για τον ουδέτερο άνεμο. Σύμφωνα με αυτή, όπως γράφουν οι [18] V. M. Vasiliūnas, P. Song (2005), λύνοντας τις εξισώσεις με αναφορά το

πλάσμα, προκύπτει ότι το Joule heating επηρεάζεται, κυρίως, από το φαινόμενο συγκρούσεων των ηλεκτρονίων και όχι των ιόντων, όπως συμβαίνει με την κλασσική θεώρηση και ορίζει διαφορετικά τι είναι πραγματικά Joule heating. Ωστόσο, η θεώρηση αυτή περιπλέκει τα πράγματα και κάνει δυσκολονόητο το φαινόμενο της ωμικής θέρμανσης. Υπάρχει, σαφώς, μία αμφιβολία ως προς το ποια είναι η σωστή κατεύθυνση για τον υπολογισμό του. Όπως υποστηρίζει ο [15] *Robert J. Strangeway (2012)*, η παραπάνω θεώρηση δεν παρέχει σωστή πληροφορία ως προς την θέρμανση του πλάσματος και των ουδετέρων, αφού δεν ταυτίζεται η θέρμανση των ηλεκτρονίων με το Joule heating, παρά μόνο κάτω από κάποιες συνθήκες. Αντ' αυτού, η κλασσική θεώρηση δίνει την ενέργεια που διαμοιράζεται λόγω Joule heating, συνολικά, δηλαδή για ιόντα, ηλεκτρόνια και ουδέτερα. Τέλος, και οι δύο εξετάζουν το φαινόμενο υπό την υπόθεση ότι αποτελεί τη μετατροπή της ισχύος σε θερμική ενέργεια, είτε αυτή είναι του πλάσματος, είτε του ουδέτερου ανέμου, μιας και δεν είναι ξεκάθαρο, καθώς και ότι η μηχανική ενέργεια (ο δεύτερος όρος της εξίσωσης $\vec{J} \cdot \vec{E}$) μεταφέρεται στα ουδέτερα με τη μορφή κινητικής ενέργειας στη συνισταμένη ταχύτητά τους.

Αναφορές

Βιβλία

- [1] Anita Aikio, “Auroral Physics”, Department of Physical Sciences University of Oulu, 2016
- [2] Arthur D. Richmond, “Ionospheric Electrodynamics, Chapter 14” of “Space Weather Fundamentals”, edited by George V. Khazanov, 2016
- [3] Hans Volland, “Physics and Chemistry in Space 11, Atmospheric Electrodynamics”, Springer 1984
- [4] Robert Schunk and Andrew Nagy, “Ionospheres, Physics, Plasma Physics, and Chemistry”, second edition, 2009

Εργασίες

- [5] A. D. Richmond and J. P. Thayer, “Ionospheric Electrodynamics: A Tutorial”, Magnetospheric Current Systems, Geophysical Monograph 118, 2000
- [6] D. Oliveira, “Ionosphere-magnetosphere coupling and field-aligned currents”, Revista Brasileira de Ensino de Fisica, v. 36, 2014
- [7] F. Yasuhara, Y. Kamide and S. -I. Akasofu, “Field-Aligned and Ionospheric Currents”, Geophysical Institute, University of Alaska, Fairbanks, Alaska 99701, U.S.A., 1975
- [8] J. C. Foster and J. -P. St. -Maurice, V. J. Abreu, “Joule Heating at High Latitudes”, Journal of Geophysical Research, Vol 88, 1983
- [9] J. R. Kan, “Generation of Field-Aligned Currents in Magnetosphere-Ionosphere Coupling in a MHD Plasma”, Planet. Space Sci. Vol 35, 1987
- [10] K. Wiesemann, “A Short Introduction to Plasma Physics”, AEPT, Ruhr-Universität, Bochum, Germany
- [11] P. M. Banks, “Observations of joule and particle heating in the auroral zone”, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, Vol 39, 1977
- [12] P. Song, T. I. Gombosi and A. J. Ridley, “Three-fluid Ohm’s law”, Journal of Geophysical Research, Vol. 106, 2001
- [13] P. Song and V. M. Vasyliūnas, “Inductive-Dynamic Coupling of the Ionosphere with the Thermosphere and the Magnetosphere”, Modeling the Ionosphere-Thermosphere System, Geophysical Monograph Series 201, 2013

- [14] R. Fujii, S. Nozawa, S. C. Buchert and A. Brekke, “Energy Coupling Between the Magnetosphere”, Ionosphere and Thermosphere, 2000
- [15] Robert J. Strangeway, “The equivalence of Joule dissipation and frictional heating in the collisional ionosphere”, Journal of Geophysical Research, Vol 117, 2012
- [16] S. Oyama, T. T. Tsuda, T. Sakanoi, Y. Obuchi, K. Asamura, M. Hirahara, A. Yamazaki, Y. Kasaba, R. Fujii, S. Nozawa and B. J. Watkins, “Spatial evolution of frictional heating and the predicted thermospheric wind effects in the vicinity of an auroral arc measured with Sondrestrom incoherent-scatter radar and the Reimei satellite”, Journal of Geophysical Research, Vol. 114, 2009
- [17] Stephan C. Buchert, “Entangled dynamos and Joule heating in the Earth’s ionosphere”, Annales Geophysicae, 2020
- [18] Vytenis M. Vasyliūnas and Paul Song, “Meaning of ionospheric Joule heating”, Journal of Geophysical Research, Vol 110, 2005
- [19] V. M. Vasyliūnas, “The physical basis of ionospheric electrodynamics”, Annales Geophysicae, 2012
- [20] Yue Deng and Aaron J. Ridley, “Possible reasons for underestimating Joule heating in global models: E field variability, spatial resolution, and vertical velocity”, Journal of Geophysical Research, Vol. 112, 2007
- [21] Yunfan Peng, Jutao Yang, Wentao Wu and Liguo Sun, “Simulation and Analysis of Ionospheric Electric Field Based on the Electrodynamic Process”, IEEE Transactions on Plasma Science, Vol. 47, 2019

Ιστοσελίδες

- [22] <https://courses.lumenlearning.com/boundless-physics/chapter/motion-of-a-charged-particle-in-a-magnetic-field>, Lumen Learning, Boundless Physics, Motion of a Charged Particle in Magnetic Field
- [23] <https://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/18-7-conductors-and-electric-fields-in-static-equilibrium>, Lumen Learning, Boundless Physics, Conductors and Electric Fields in Static Equilibrium
- [24] <https://encyclopedia2.thefreedictionary.com/magnetic+stress>, The Free Dictionary by FARLEX, magnetic stress
- [25] https://en.wikipedia.org/wiki/Electron_mobility, Wikipedia The Free Encyclopedia, Electron Mobility

- [26] https://en.wikipedia.org/wiki/Joule_heating, Wikipedia The Free Encyclopedia, Joule heating
- [27] <https://lasp.colorado.edu>, University of Colorado Boulder, Laboratory for Atmospheric and Space Physics,
- [28] https://mycourses.aalto.fi/pluginfile.php/833230/mod_resource/content/1/Lecture%202_EM-fields.pdf, Aalto University, MyCourses, Lecture 2: Plasma particles with E and B fields
- [29] <http://physics4u.gr/blog/2019/02/27/60-χρόνια-από-την-ονομασία-μαγνητόσφαιρ>, Φυσική για όλους, 60 από την ονομασία μαγνητόσφαιρα του προστατευτικού κελύφους της Γης
- [30] <https://pwg.gsfc.nasa.gov/Education>, NASA, The Exploration of the Earth's Magnetosphere, Plasma
- [31] https://web.njit.edu/~cao/Phys320_L18.pdf, Jiong Qiu, MSU Physics Department, Lecture 18: Solar Magnetism - Dynamo
- [32] <https://www.nasa.gov/analogs/nsrl/why-space-radiation-matters>, NASA, Analog Missions, Why Space Radiation Matters
- [33] <http://www.scholarpedia.org/article/Magnetohydrodynamics>, SCHOLARPEDIA the peer-reviewed open access encyclopedia, Magnetohydrodynamics
- [34] <https://www.simscale.com/docs/simwiki/heat-transfer-thermal-analysis/what-is-joule-heating>, Simulation Software, Engineering in the Cloud, SimScale, What is Joule Heating?
- [35] <https://www.skyatnightmagazine.com>, BBC, Sky at Night Magazine
- [36] <https://www.space.com>, NASA, Space Exploration and Astronomy News

3. Η αποστολή του Δαιδαλού



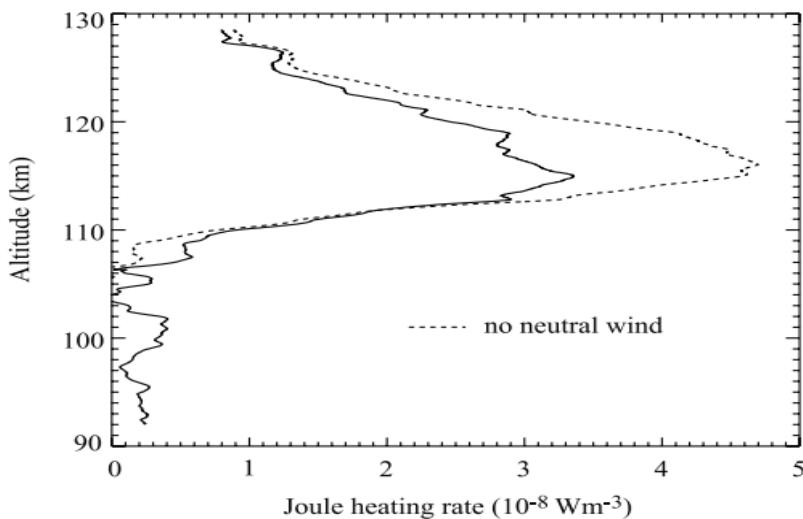
Εικόνα 3.1 Το λογότυπο της αποστολής του Δαιδαλού ([\[23\]](#))

Ο Ευρωπαϊκός Οργανισμός Διαστήματος (ESA) ξεκίνησε μία προσπάθεια παρατήρησης της Γης από το διάστημα, όταν το 1977 έστειλε τον πρώτο μετεωρολογικό δορυφόρο (Meteosat) ακολουθούμενο από μία σειρά μετεωρολογικών δορυφόρων (ERS-1, ERS-2 και Envisat), οι οποίοι παρείχαν μία πληθώρα πληροφοριών σχετικά με τον πλανήτη μας, το κλίμα του και τις αλλαγές του. Έκτοτε, η προσπάθεια αυτή συνεχίζεται, καθώς οι αλλαγές συνεχίζουν να υφίστανται, όπως ακόμη και πολλά ερωτήματα, τα οποία μέχρι και σήμερα παραμένουν αναπάντητα. Η αναζήτηση της γνώσης, που είναι απαραίτητη στην κατανόηση των αλλαγών που θα βιώσει η ανθρωπότητα τις επόμενες δεκαετίες, οδηγεί στην ανάγκη νέων καινοτόμων αποστολών, που θα κατορθώσουν να παρέχουν τα απαραίτητα εκείνα δεδομένα που θα συμβάλουν στην περαιτέρω εξερεύνηση του πλανήτη μας. Στο πλαίσιο λοιπόν αυτό, η ESA, μέσα από το πρόγραμμά της, “ESA’s Living Planet Programme”, καλεί για καινοτόμες ιδέες έρευνας. Στο δέκατο αυτό πρόγραμμα (10th Earth Explorer), προτάθηκε και η αποστολή του Δαιδαλού (Daedalus: a low-flying spacecraft for the exploration of the lower Thermosphere-Ionosphere), στα πλαίσια της οποίας αναπτύσσεται και η παρούσα εργασία. Η αποστολή επιλέχθηκε το 2018 μαζί με άλλες τρεις για την Phase-0 του προγράμματος, που αφορά την μελέτη της υλοποιησιμότητάς της. Δυστυχώς, η αποστολή δεν κατάφερε να περάσει στην επόμενη φάση, Phase-A, ωστόσο το ενδιαφέρον για εκείνη είναι μεγάλο, τόσο από την ESA, όσο και από την NASA. Έτσι, λοιπόν, γίνονται προσπάθειες συνέχισης της αποστολής πέρα από τα πλαίσια του

διαγωνισμού και η επιστημονική ομάδα που την απαρτίζει συνεχίζει και εκείνη το έργο της ακάθεκτη.

3.1 Η σημασία της αποστολής

Στην συνέχεια, προκειμένου να τονιστεί η σημασία της αποστολής του Δαιδαλού, κάνουμε μία ανασκόπηση των έως τώρα προσπαθειών για μελέτη της ανώτερης ατμόσφαιρας, καθώς και τις ελλειψίεις που παρουσιάζουν, όπως αναφέρονται στο άρθρο [10] T. E. Sarris, 2019. Η μελέτη της σύζευξης Μαγνητόσφαιρας – Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας έχει γίνει πιο εύκολη χάρη στην εξέλιξη των μεθόδων παρατήρησης. Η σημαντική βελτίωση των οργάνων μέτρησης, τόσο του εδάφους, όσο και των συστημάτων στους δορυφόρους, αλλά και η εξέλιξη των χρησιμοποιούμενων ατμοσφαιρικών μοντέλων, έχουν καταστήσει την μελέτη της ατμόσφαιρας της Γης πιο εύκολη. Εντούτοις, υπάρχουν αρκετές ασυμφωνίες μεταξύ τους για τον υπολογισμό των διαφόρων διεργασιών της ατμόσφαιρας. Ξεκινώντας με τις επιτόπιες μετρήσεις που έχουν πραγματοποιηθεί από διάφορους δορυφόρους και συστήματα δορυφόρων, κανείς παρατηρεί ότι αυτές και ιδιαίτερα στην περιοχή των $100 - 200 \text{ km}$, είναι λιγοστές εξαιτίας της τριβής που υφίστανται οι δορυφόροι σε τέτοια υψόμετρα από την πυκνότητα της ατμόσφαιρας. Οι αποστολές Atmosphere Explorers κατά τη δεκαετία του '70 και Dynamics Explorer τη δεκαετία του '80, κατάφεραν να μετρήσουν την πυκνότητα, την ταχύτητα των ιόντων, τη σύνθεση (ουδέτερα, ιόντα), αλλά και τη θερμοκρασία σε υψόμετρα μέχρι, περίπου, και τα 130 km . Δυστυχώς, δεν παρείχαν μετρήσεις για τον ουδέτερο άνεμο, με εξαίρεση την αποστολή Dynamics Explorer που για πρώτη φορά μέτρησε, τοπικά, την κάθετη στο μαγνητικό πεδίο συνιστώσα του ανέμου. Έκτοτε, οι μετρήσεις έχουν περιοριστεί σε σύντομα περάσματα υπερηχητικών πυραύλων, οι οποίες δεν είναι επαρκείς ούτε σε χρονική κλίμακα (μόνο μερικά λεπτά) ούτε σε χωρική (μετρήσεις μόνο κατά μήκος της τροχιάς του πυραύλου).



Εικόνα 3.2 Το Joule heating όπως προκύπτει από τις επιτόπιες μετρήσεις του πυραύλου JOULE-II ([7])

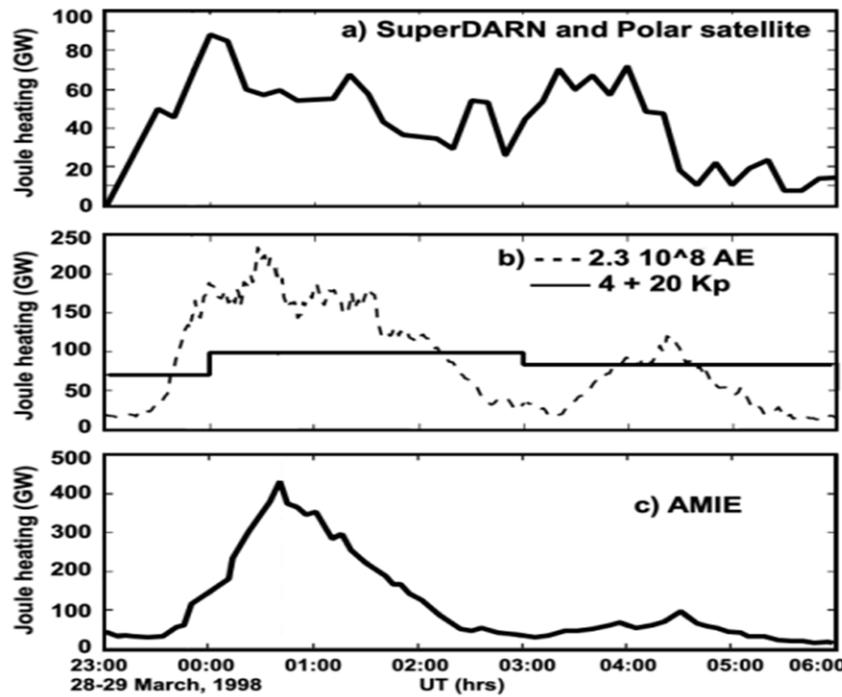
Σε μεγαλύτερα υψόμετρα αρκετές αποστολές κατάφεραν να μετρήσουν πυκνότητες, ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, μερικές εκ των οποίων είναι το DMSP (Defense Meteorological Satellite Program), το CHAMP (CHAllenging Minisatellite Payload), το DEMETER (Detection of E-M Emissions Transmitted from Earthquake Experiment) και το GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment). Από τις πιο πρόσφατες αποστολές διακρίνεται το SWARM (ESA Earth Observation), ένα σύστημα τριών δορυφόρων που εκτοξεύθηκε τον Νοέμβριο του 2013 και το οποίο στη συνέχεια αναβαθμίστηκε με ένα σύστημα οργάνων και μπορεί να μετρά μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο, πυκνότητα και ταχύτητα ιόντων, ανέμους κ.ά. Παρ' όλα αυτά, δεν φέρει μετρητές μάζας ιόντων ή ουδετέρων και οι μετρήσεις του απέχουν αρκετά από την περιοχή ενδιαφέροντος των $100 - 200\text{ km}$. Άλλες παρόμοιες αποστολές, όπως το C-NOFS και το CLUSTER της ESA, παρουσιάζουν και αυτές περιορισμούς τόσο στα απαιτούμενα όργανα, όσο και στην περιοχή των μετρήσεων.

Εκτός από τις επιτόπιες μετρήσεις, η τηλεμετρία προσφέρει μία πληθώρα πληροφοριών. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι μετρήσεις δορυφόρων από απόσταση, αλλά και τεχνικές μετρήσεων από το έδαφος. Και αυτές, με τη σειρά τους, παρουσιάζουν περιορισμούς, όπως για παράδειγμα η αδυναμία μετρήσεων πυκνότητας και θερμοκρασιών στην περιοχή των 120 km ή το κενό στις μετρήσεις σύνθεσης της ατμόσφαιρας γύρω στα $100 - 140\text{ km}$, κάνοντας χρήση ενός συνδυασμού UV (Ultra Violet), IR (InfraRed) και FPI (Fabry-Perot Interferometers) μετρήσεων. Από τις αποστολές δορυφόρων που πραγματοποίησαν εξ' αποστάσεως μετρήσεις στην ανώτερη ατμόσφαιρα, διακρίνουμε το TIROS/MRIR (Medium Resolution Infrared Radiometer), το NIMBUS/LRIM (Limb Radiance Inversion Monitor), το UARS (Upper Atmosphere Research Satellite) με μετρήσεις ανέμων και θερμοκρασιών στα χαμηλά και μεσαία γεωγραφικά πλάτη, ENVISAT, CASSIOPE, TOPEX, FORMOSAT, αλλά και τους δορυφόρους GPS που παρέχουν δεδομένα σχετικά με την ολική συγκέντρωση ηλεκτρονίων. Στις πιο πρόσφατες αποστολές έχουμε δύο της NASA, την GOLD (Global-scale Observations of the Limb and Disk) και την ICON (Ionospheric Connection Explorer). Η αποστολή GOLD, από γεωστατική τροχιά, θα παρέχει UV εικόνες από τις οποίες οι επιστήμονες θα μπορέσουν να καθορίσουν τις θερμοκρασίες και την σύσταση των ουδετέρων, αλλά και το πως αυτά επηρεάζονται από την ηλιακή ακτινοβολία. Από τα περίπου 560 km , η αποστολή ICON στοχεύει στη μελέτη της περιοχής εκείνης όπου τα καιρικά φαινόμενα της Γης συναντούν αυτά του διαστήματος, καθώς και την μεταβλητότητα της Μαγνητόσφαιρας – Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας, σε μία ευρεία κλίμακα χρόνου. Οι από εδάφους μετρήσεις, περιλαμβάνουν τα Ionosondes, που αποτελούν μία από τις πρώτες τεχνικές μετρήσεων με ηχητικά ραντάρ, παρέχοντας μία καθ' ύψος εικόνα της ιονοσφαιρικής πυκνότητας πλάσματος. Τα παλμικά ραντάρ (Incoherent Scatter Radars) αποτελούν πηγή πληροφοριών σχετικά με την πυκνότητα και την θερμοκρασία των ηλεκτρονίων, όπως επίσης και των ουδετέρων, ενώ τα σύμφωνα (Coherent Scatter Radars) μετρούν τις ταχύτητες ολίσθησης των ιόντων. Τα Fabry-Perot συμβολόμετρα (interferometers), εντοπίζοντας πολύ μικρές αλλαγές στις συχνότητες (Doppler shifts), αλλά και πολύ μικρές αλλαγές στο φάσμα (Doppler broadenings), μπορούν να μετρούν τις ταχύτητες και τις θερμοκρασίες των ουδετέρων. Ωστόσο, οι τεχνικές εδάφους, παρέχουν μόνο τοπικές μετρήσεις γύρω από την περιοχή του εκάστοτε σταθμού. Προσπάθειες γίνονται για

συντονισμένες και συνεχείς μετρήσεις μεταξύ διαφόρων σταθμών ανά τον κόσμο, προκειμένου να παρέχουν μία συνολική κάλυψη. Ένα ακόμη μειονέκτημα, αποτελεί η αδυναμία των επίγειων σταθμών να παρέχουν μετρήσεις σε πολύ μικρή κλίμακα, κάτι το οποίο μπορεί να βελτιωθεί από τον συνδυασμό τους με τις επιπόπτες μετρήσεις των δορυφόρων.

Μία ακόμη προσπάθεια για την εξερεύνηση και μελέτη της Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας, αποτελούν οι τεχνικές μοντελοποίησης της ατμόσφαιρας. Αυτές περιλαμβάνουν διάφορα μοντέλα γενικής κυκλοφορίας, χημείας του κλίματος και εμπειρικά ή ημι-εμπειρικά, τα οποία ξεχωριστά ή και σε συνδυασμό με μοντέλα της Μαγνητόσφαιρας της Γης, προσπαθούν να δώσουν μία πλήρη εικόνα της ανώτερης ατμόσφαιρας. Η κατανόηση και η μοντελοποίηση του συστήματος Μαγνητόσφαιρας – Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας, είναι μία συνεχής προσπάθεια, ωστόσο παρατηρείται ασυμφωνία μεταξύ των παρατηρήσεων και των δεδομένων των μοντέλων, αλλά και μία γενική ασυμφωνία μεταξύ τους. Μερικά τέτοια μοντέλα αποτελούν το CMIT (Coupled Magnetosphere Ionosphere Thermosphere) και το TING (Thermosphere Ionosphere Nested Grid), τα οποία συνδυάζονται ένα γενικό μοντέλο μαγνητοϋδροδυναμικής, όπως το πρώτο, και ένα μοντέλο της Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας, όπως το δεύτερο, επιχειρούν να προσφέρουν δεδομένα σχετικά με την σύζευξη αυτή της ατμόσφαιρας. Κάποια άλλα μοντέλα κινούνται προς την κατεύθυνση της διεύρυνσης των ορίων τους, ώστε να συμπεριλάβουν ολόκληρη την ατμόσφαιρα. Μερικά από αυτά είναι το WACCM-X (Whole Atmosphere Community Climate Model) που εκτείνεται έως τα 500 km και το Met Office το οποίο βασίζεται στο ενοποιημένο μοντέλο (UM). Γενικά υπάρχει μία πληθώρα μοντέλων, μεταξύ των οποίων, αναφορικά, είναι το TIEGCM, IRI, GUMICS, NRLMSISE, FMI, HWM, AMIE και Weimer. Για την βελτίωση των δεδομένων, οι πιο πρόσφατες προσπάθειες μοντελοποίησης προσπαθούν να ενσωματώσουν δεδομένα από πραγματικές μετρήσεις, βιοθώντας παράλληλα στην εύρεση των διαφορών μεταξύ των μοντέλων. Αν και κάτι τέτοιο μπορεί να επεκτείνει σημαντικά τις δυνατότητες μοντελοποίησης, όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, οι μετρήσεις παρουσιάζουν ελλείψεις και δεν είναι αντιπροσωπευτικές ως προς μία ευρεία χωρική και χρονική κλίμακα.

Το σύστημα Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας αποτελεί, όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, ένα σύνθετο και δυναμικό σύστημα το οποίο είναι δύσκολο στην κατανόησή του. Απαραίτητη προϋπόθεση για την καλύτερη γνώση των διεργασιών, αποτελούν οι κατάλληλες μετρήσεις. Όπως είδαμε οι έως τώρα προσπάθειες, επιπόπτιων μετρήσεων, τηλεμετρίας και οι μοντελοποίησεις αδυνατούν να προσφέρουν τα κατάλληλα δεδομένα, εξαιτίας της αδυναμίας συγχρονισμένων και καθολικών μετρήσεων στην ατμόσφαιρα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο υπολογισμός του Joule heating, όπου όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, οι τρεις τρόποι υπολογισμού του δίνουν διαφορές μέχρι και 500%.



Εικόνα 3.3 Υπολογισμός των Joule heating με τρεις διαφορετικές μεθόδους ([\[11\]](#))

Ο λόγος για την πλήρη κατανόηση του συστήματος Γης – Μαγνητόσφαιρας, έγκειται στην άμεση σημασία της επίδρασης της ανώτερης ατμόσφαιρας στις ανθρώπινες δραστηριότητες. Στα άρθρα [\[10\]](#) T. E. Sarris, 2019 και [\[11\]](#) T. E. Sarris et al., 2020, εντοπίζουμε τους κυριότερους λόγους για την ανάγκη μελέτης της ανώτερης ατμόσφαιρας. Από κλιματολογικής σκοπιάς, το ενεργειακό ισοζύγιο της Γης δεν είναι καλά κατανοητό. Η αύξηση του διοξειδίου του άνθρακα, εξαιτίας της ανθρώπινης δραστηριότητας, θα επιφέρει μία αύξηση στην θερμοκρασία παγκοσμίως. Εντούτοις, προσομοιώσεις (Rishbeth and Roble, 1992) προβλέπουν την ψύξη της Θερμόσφαιρας και την θερμική συρρίκνωση της ανώτερης ατμόσφαιρας. Όσον αφορά την αεροδιαστημική, η γνώση των συγκεντρώσεων στην ατμόσφαιρα θα βοηθήσει στους καλύτερους υπολογισμούς τροχιών, στην επανείσοδο των διαστημικών οχημάτων αλλά και στον προσδιορισμό της χρονικής διάρκειας ζωής των διαστημικών σκουπιδιών. Επιπρόσθετα, οι γεωμαγνητικές καταιγίδες προκαλούν εκλάμψεις, οδηγώντας στην υποβάθμιση των σημάτων των ραδιοτηλεπικοινωνιών και των συστημάτων πλοήγησης. Τέλος, τα ρεύματα που κλείνουν μέσω της Ιονόσφαιρας παρουσιάζουν τέτοιες αυξήσεις που αποτελούν κίνδυνο για τον εξοπλισμό στη Γη. Τα γεωμαγνητικά επαγόμενα ρεύματα, έχουν έως τώρα προκαλέσει καταστροφές στα συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας και στους μετασχηματιστές. Ακόμη, παρακάτω παρουσιάζονται μερικά από τα επιστημονικά ερωτήματα που παραμένουν έως τώρα αναπάντητα.

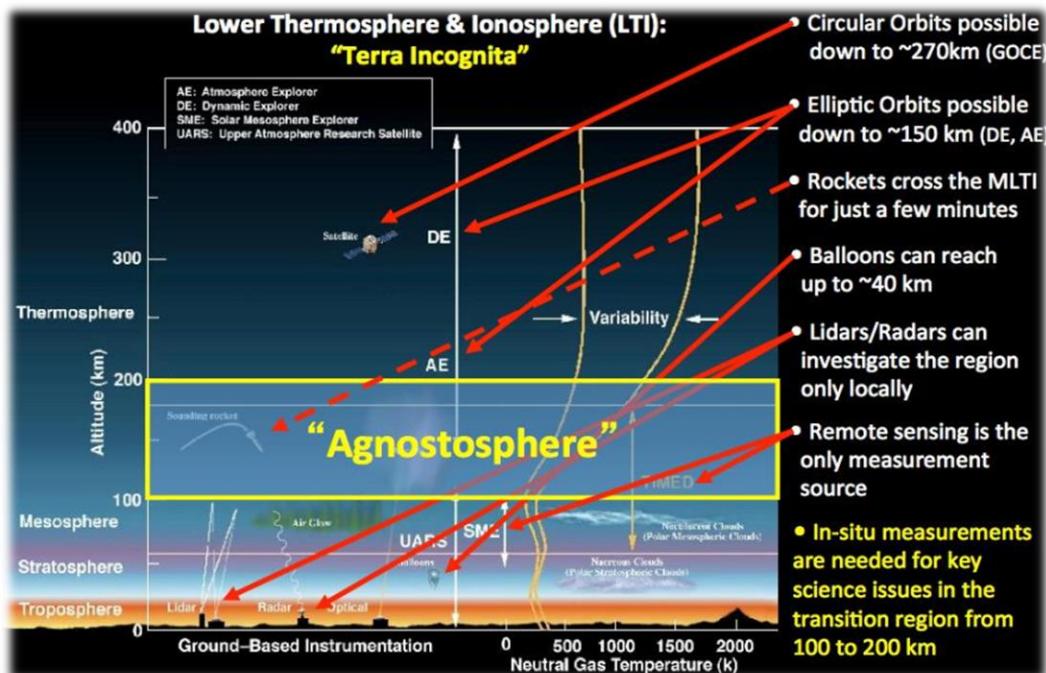
- Πώς γίνεται η μεταφορά ορμής και ενέργειας μεταξύ Μαγνητόσφαιρας και Ιονόσφαιρας;
- Πώς κατανέμεται η ενέργεια από την Μαγνητόσφαιρα και τον Ήλιο στην Ιονόσφαιρα – Θερμόσφαιρα καθ' ύψος, αλλά και κατά γεωγραφικό πλάτος;

- Ποια είναι η δομή της πυκνότητας, της σύνθεσης και της θερμοκρασίας στην περιοχή των $100 - 200 \text{ km}$;
- Ποια είναι η χρονική και χωρική κλίμακα στην οποία λαμβάνουν χώρα οι διάφορες διεργασίες;

Και πιο συγκεκριμένα για το Joule heating:

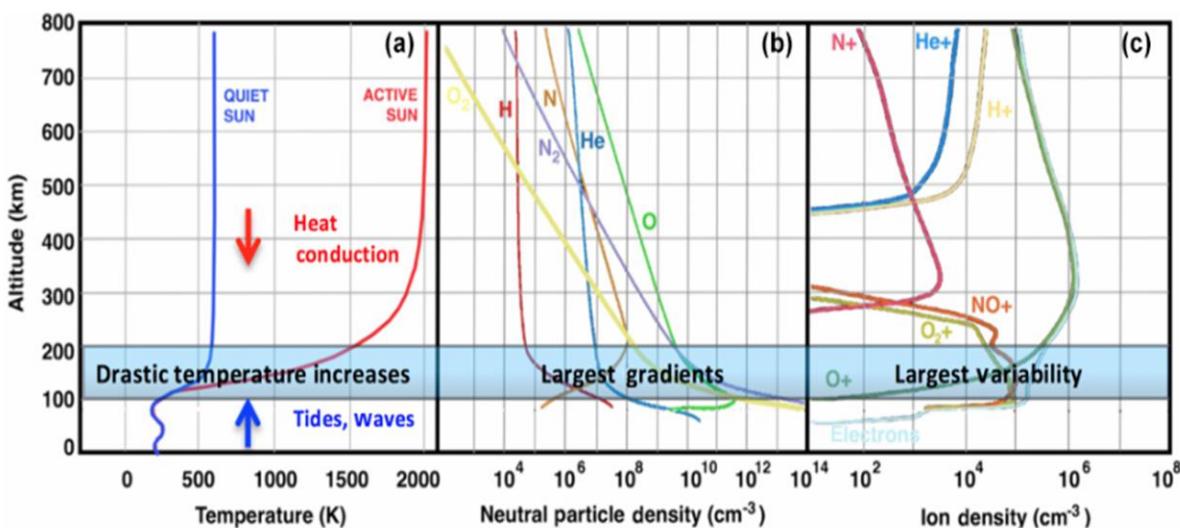
- Ποια είναι η εξάρτηση του Joule heating από την γεωμαγνητική δραστηριότητα;
- Πώς εξαρτάται το Joule heating από την πυκνότητα, την θερμοκρασία και την σύνθεση των ουδετέρων και του ανέμου τους;
- Πώς το Joule heating επηρεάζει τον ουδέτερο άνεμο στα χαμηλά γεωγραφικά πλάτη;
- Πώς το Joule heating επηρεάζει την ανακατανομή ενέργειας και ορμής και πώς αυτό επιδρά στην χαμηλότερη ατμόσφαιρα;

Ο στόχος της αποστολής του Δαίδαλου, είναι η μελέτη των ηλεκτροδυναμικών διεργασιών που λαμβάνουν χώρα στην ανώτερη ατμόσφαιρα, προκειμένου να φανερώσουν τη δομή και την σύνθεσή της. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η περιοχή γύρω στα $100 - 200 \text{ km}$, η οποία όπως προείπαμε παραμένει έως τώρα ανεξερεύνητη, μιας και είναι μία περιοχή όπου είναι δύσκολο να την φτάσουν τα δειγματοληπτικά μπαλόνια, αλλά και να την προσεγγίσουν οι δορυφόροι χαμηλών τροχιών εξαιτίας της ατμοσφαιρικής τριβής. Έτσι, δεν είναι αξιοπερίεργο ότι συχνά την αποκαλούν και «Αγνωστόσφαιρα».



Εικόνα 3.4 Η περιοχή της «Αγνωστόσφαιρας» ([\[11\]](#))

Η αποστολή του Δαιδαλού έρχεται να ρίξει φως σε αυτή την, έως τώρα, άγνωστη περιοχή, να απαντήσει στα ερωτήματα που τέθηκαν πιο πάνω, να παρέχει τα απαραίτητα δεδομένα για την βελτίωση της κατανόησης της Μαγνητόσφαιρας – Ιονόσφαιρας – Θερμόσφαιρας ως σύνολο, ενώ παράλληλα με αυτά τα δεδομένα θα μπορέσουμε σημαντικά να βελτιστοποιήσουμε τις τεχνικές μοντελοποίησης της ατμόσφαιρας. Συγκεκριμένα, το ενδιαφέρον αυτής της άγνωστης περιοχής έγκειται στις μεγάλες μεταβολές που παρουσιάζουν μεταβλητές «κλειδιά», για την κατανόηση των διεργασιών που ελέγχουν την μεταφορά ενέργειας και ορμής. Μερικές από αυτές είναι οι θερμοκρασίες και οι πυκνότητες, όπως απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 3.5 Η μεταβλητότητα των παραμέτρων «κλειδιών» για την κατανόηση της ανότερης ατμόσφαιρας [11]

Προκειμένου, λοιπόν, ο Δαιδαλος να καταφέρει να μετρήσει στην «Αγνωστόσφαιρα», θα πρέπει η τροχιά του να φέρει κάποιες συγκεκριμένες ιδιότητες. Η τροχιά που θα ακολουθεί θα είναι ψηλή και ελλειπτικής μορφής. Συγκεκριμένα, το προτεινόμενο περίγειο είναι στα 150 km, ενώ το απόγειό του, τουλάχιστον, 2000 km (ο στόχος είναι να προσεγγίσει τα 3000 km), ώστε η αποστολή να μπορέσει να έχει διάρκεια τουλάχιστον 3 ετών. Ακόμη, προτείνεται μία μεγάλη γωνία κλίσης³, πάνω από 85°. Αν και η κοντινότερη απόστασή του από τη Γη θα είναι τα 150 km, ο δορυφόρος παρουσιάζει το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των βυθίσεων, κάνοντας χρήση ειδικών προωθητηρίων, μέχρι και τα 120 km. Η διάρκεια των μετρήσεων στο χαμηλό επίπεδο των 120 km θα είναι κάποιων ημερών, προσφέροντας έτσι αρκετές πληροφορίες για τις σημαντικές διεργασίες. Η σημασία της αποστολής είναι τεράστια. Οι βυθίσεις στην «Αγνωστόσφαιρα» θα δώσουν τα αναγκαία αυτά δεδομένα, ώστε να καταφέρουμε να μελετήσουμε την ατμόσφαιρα ως σύνολο στην απαραίτητη χωρική και χρονική κλίμακα. Το σφάλμα που εισάγεται στους έως τώρα υπολογισμούς του Joule heating, εξαιτίας της παράλειψης του ουδέτερου ανέμου, λόγω απουσίας μετρήσεων συγχρονισμένων με αυτές της ταχύτητας των ιόντων, επιτέλους θα αρθεί. Έτσι, θα

³ Η γωνία κλίσης αποτελεί ένα από τα έξι χαρακτηριστικά στοιχεία μιας τροχιάς και ορίζεται ως η γωνία μεταξύ του επιπέδου τροχιάς και ενός επιπέδου αναφοράς, που συνήθως είναι αυτό του Ισημερινού, σε μοίρες.

είμαστε σε θέση να ποσοτικοποιήσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια τόσο το Joule heating, τον σπουδαιότερο παράγοντα ανταλλαγής ενέργειας και ορμής (όταν υπάρχει η κατάλληλη γεωμαγνητική δραστηριότητα), όσο και άλλες σημαντικές ποσότητες, όπως τις αγωγιμότητες και το particle precipitation. Οι επιτόπιες μετρήσεις του Δαίδαλου θα περιλαμβάνουν τις εξής ποσότητες:

- Θερμοκρασίες ιόντων, ουδετέρων και ηλεκτρονίων
- Ταχύτητες ιόντων και ουδετέρων
- Πυκνότητες ιόντων, ουδετέρων και πλάσματος
- Συνολική περιεκτικότητα ηλεκτρονίων
- Σύνθεση ιόντων και ουδετέρων
- Σχετικιστικά ηλεκτρόνια, πρωτόνια και βαριά ιόντα
- Χαμηλής ενέργειας ηλεκτρόνια και ιόντα
- Ενεργητικά ουδέτερα άτομα
- Διαφορική πίεση
- Ηλεκτρικό πεδίο
- Μαγνητικό πεδίο

Παραπάνω τονίσαμε την σημασία της αποστολής του Δαίδαλου και δώσαμε, περιεκτικά, κάποια από τα βασικά του στοιχεία. Παρ' όλα αυτά, για μία τέτοια μεγάλη αποστολή, η μελέτη περιλαμβάνει πολλά περισσότερα στοιχεία και λεπτομέρειες που δεν είναι δυνατόν να δοθούν στα πλαίσια της εργασίας. Επομένως, για περισσότερες πληροφορίες, σχετικά με την αποστολή του δορυφόρου, μπορεί κανείς να κατευθυνθεί, εκτός από τα δύο άρθρα που παρατέθηκαν, στην ιστοσελίδα της αποστολής [\[14\]](#), όπου βρίσκεται και η προτεινόμενη, στην ESA, έκθεση αξιολόγησης [\[23\]](#).

3.2 TIEGCM και IGRF

Για τον υπολογισμό των διαφόρων μεγεθών – προϊόντων που θα υπολογίζει η αποστολή του Δαίδαλου, όπως είδαμε παραπάνω, απαιτείται μία πληθώρα μετρήσεων. Κάτι τέτοιο, στο πρωταρχικό αυτό στάδιο της μελέτης, δεν μπορεί προφανώς να προέλθει από επιτόπιες (in-situ) μετρήσεις. Γι' αυτό το λόγο καταφεύγουμε σε δεδομένα μέσω μοντελοποίησης, τα οποία για αυτό το αρχικό στάδιο επαρκούν για να δώσουν μία γενική εικόνα. Τα μοντέλα που θα χρησιμοποιήσουμε και στα οποία θα αναφερθούμε παρακάτω σε αυτό το κεφάλαιο, είναι το TIEGCM και το IGRF. Το TIEGCM παρέχει δεδομένα σχετικά με τον άνεμο των ουδετέρων, όπου όπως είπαμε αποτελεί και έναν παράγοντα υποβάθμισης του Joule heating, εάν δεν ληφθεί υπόψη. Αν και τα μοντέλα, όπως και οι έως τώρα μετρήσεις, παρουσιάζουν κάποιες ελλείψεις, είναι σκόπιμο να συμπεριλάβουμε τον ουδέτερο άνεμο για τον υπολογισμό των μεγεθών. Το TIEGCM, αν και ενσωματώνει το ίδιο το IGRF, παρατηρείται μία δυστοκία στα εξαγόμενα

δεδομένα για το μαγνητικό πεδίο, ενδεχομένως λόγω προβλήματος στον κώδικα. Για να υπερπηδήσουμε αυτό το εμπόδιο, καταφεύγουμε στο IGRF έξω από τα πλαίσια του TIEGCM. Το IGRF είναι από πολλούς αποδεκτό και χρησιμοποιείται ευρέως για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου, ενώ συγχρόνως, ο τρόπος με τον οποίο θα το χρησιμοποιήσουμε, μπορεί πολύ εύκολα να συνδυαστεί με το TIEGCM, χωρίς να παρουσιάζονται προβλήματα. Αυτό, γιατί θα μπορεί να δέχεται ως είσοδο τα δεδομένα του TIEGCM (latitude, longitude και time) και να μας δίνει τις συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου.

TIEGCM

Το TIEGCM ή αλλιώς Thermosphere – Ionosphere Electrodynamics General Circulation Model, είναι ένα παγκόσμιο τρισδιάστατο αριθμητικό μοντέλο που προσομοιώνει το συζευγμένο σύστημα Θερμόσφαιρας – Ιονόσφαιρας, καλύπτοντας υψόμετρα από, περίπου, 97 – 600 km. Αναπτύχθηκε στο National Center for Atmospheric Research (NCAR) High – Altitude Observatory (HAO) ([\[34\]](#)) και η παρεχόμενη άδεια χρήσης προβλέπει την ελεύθερη χρήση του μοντέλου και του πηγαίου κώδικά του, υπό την προϋπόθεση ότι θα χρησιμοποιηθεί για ερευνητικούς, ακαδημαϊκούς και όχι κερδοσκοπικούς λόγους. Το TIEGCM επιλύει αυτόνομα τις πλήρους σύζευξης, μη γραμμικές εξισώσεις υδροδυναμικής και θερμοδυναμικής, όπως και τις εξισώσεις συνέχειας των ουδετέρων, τις εξισώσεις ορμής και ενέργειας ηλεκτρονίων και ιόντων, αλλά και την εξίσωση συνέχειας των ιόντων, καθώς επίσης και του δυναμό του ουδέτερου ανέμου. Περισσότερες πληροφορίες, σχετικά με τις αριθμητικές μεθόδους που χρησιμοποιεί το μοντέλο, όπως επίσης και τις μαθηματικές του αναλύσεις με τις οποίες πραγματοποιείται η μοντελοποίηση, μπορεί κανείς να αναζητήσει στις αναφορές [\[32\]](#) και [\[6\]](#) Liying Qiang et al. .

Για την επίλυση των απαραίτητων εξισώσεων το μοντέλο χρησιμοποιεί κάποιες εισόδους αυτόματα. Οι είσοδοι του περιλαμβάνουν τους δείκτες F107 (ημερήσιος ηλιακός δείκτης) και F107A (μέσος ηλιακός δείκτης χρησιμοποιώντας τον ημερήσιο για μια διάρκεια 81 ημερών), σχετικά με την ηλιακή EUV ακτινοβολία. Σχετικά με το particle precipitation, λαμβάνεται η ισχύς ημισφαιρίου σε *GW*, κάνοντας χρήση του τρίωρου *Kr* δείκτη. Τα ιονοσφαιρικά ηλεκτρικά πεδία στα υψηλά γεωγραφικά πλάτη παρέχονται από τα μοντέλα Heelis και Weimer, έπειτα από επιλογή του χρήστη. Μετά το τρέξιμο του πηγαίου κώδικα το μοντέλο μπορεί να προσφέρει μία σειρά εξόδων, οι βασικές εκ των οποίων είναι: το γεωδυναμικό υψόμετρο, οι θερμοκρασίες (ουδετέρων, ιόντων και ηλεκτρονίων), οι συνιστώσες του ουδέτερου ανέμου, η σύσταση (O, O_2, N_2, \dots), οι πυκνότητες ιόντων και ηλεκτρονίων και το ηλεκτρικό δυναμικό. Πέραν αυτών, μέσα από κατάλληλες επιλογές στον κώδικα ο χρήστης μπορεί να διευρύνει το πλήθος των εξαγόμενων μεγεθών. Όλες οι έξοδοι του αποτελούν τις εξαρτώμενες μεταβλητές που μπορεί να χρησιμοποιήσει ο χρήστης, εξαρτώμενες γιατί όλα τα μεγέθη δίνονται προσδιορίζοντας τέσσερις εισόδους για κάθε μεταβλητή, αυτές είναι: ο χρόνος (time), το γεωγραφικό πλάτος (lat), το γεωγραφικό μήκος (lon) και το επίπεδο πίεσης (lev ή ilev). είναι δηλαδή τετραδιάστατοι πίνακες. Ιδιαίτερη έμφαση πρέπει να δοθεί στο επίπεδο πίεσης το οποίο, δυστυχώς, δεν εκφράζει άμεσα κάποιο υψόμετρο και επομένως δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί απευθείας. Το επίπεδο πίεσης, όπως ορίζεται από το μοντέλο, αποτελεί μία λογαριθμική κλίμακας συντεταγμένη και είναι ίση με

$z = \ln(p_0/p)$, όπου p η πίεση και $p_0 = 5 \times 10^{-5}$ (pascal) η πίεση αναφοράς, η οποία συνήθως εμφανίζεται περί τα 200 km, ωστόσο εξαρτάται από τις συνθήκες. Η προεπιλογή του μοντέλου είναι, όπως ορίστηκε πάνω, το επίπεδο πίεσης το οποίο γράφεται ως ilev (interface pressure level). Εκτός όμως από αυτή την επιλογή, το μοντέλο παρέχει και τα επίπεδα πίεσης στο ενδιάμεσο ή όπως γράφονται lev (midpoint pressure level), και τα οποία υπολογίζονται στο μέσο του κάθε επιπέδου πίεσης. Το TIEGCM χρησιμοποιεί ένα σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων, σταθερό ως προς την περιστρεφόμενη Γη, με τις μεταβλητές του γεωγραφικού πλάτους και μήκους (lat και lon) να αποτελούν τις επίπεδες συνιστώσες και τα επίπεδα πίεσης (lev ή ilev) να αποτελούν την κατακόρυφη συνιστώσα. Επειδή, όπως είναι φυσικό, κανείς δεν είναι εξοικειωμένος με τα επίπεδα πίεσης, το μοντέλο παρέχει και τις μεταβλητές ZG και ZGMID οι οποίες για εισόδους time, lat, lon και ilev, για την πρώτη και ομοίως, αλλά με lev για την δεύτερη, μας παρέχουν το υψόμετρο κάθε φορά σε km. Όσον αφορά τη διακριτικότητα του μοντέλου, τόσο την χρονική όσο και την χωρική, η νέα έκδοση του TIEGCM, v2.0, την οποία και χρησιμοποιούμε σε αυτή την εργασία, παρέχει στο χρήστη τις εξής επιλογές:

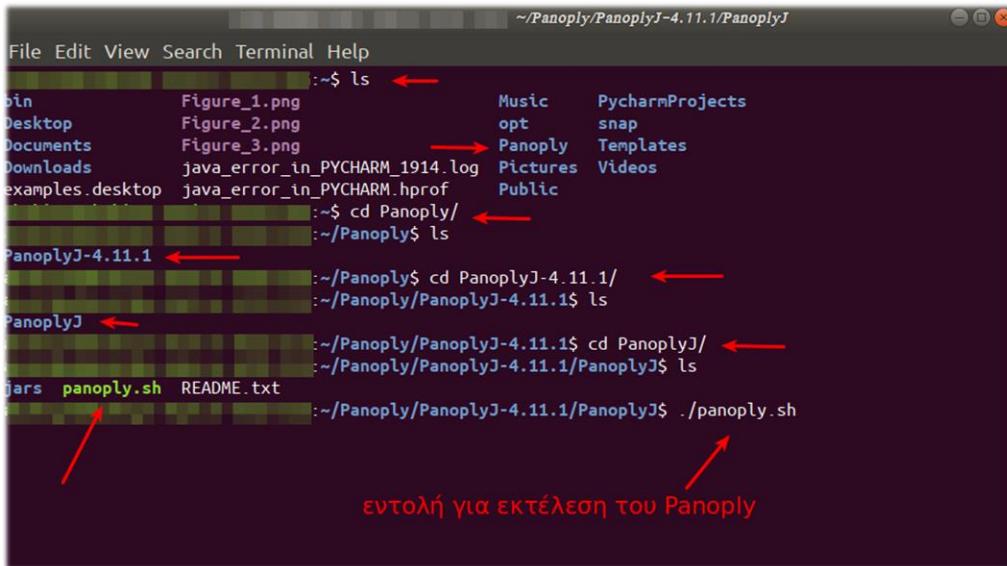
- Στην πρώτη περίπτωση η χωρική κλίμακα είναι $5^\circ \times 5^\circ$ (lat × lon) και η χρονική (προεπιλογή) 60 sec. Τότε οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι ως εξής:
 - $lon = 72$ και εκτείνεται από $-180^\circ W$ (δηλαδή δυτικά) έως $+180^\circ E$ (δηλαδή ανατολικά), με βήμα 5°
 - $lat = 36$ και εκτείνεται από $-87.5^\circ S$ (δηλαδή νότια) έως $+87.5^\circ N$ (δηλαδή βόρεια), με βήμα 5°
 - $lev = 29$ και λαμβάνει τιμές από -6.75 έως $+7.25$, με βήμα 0.5
 - $ilev = 29$ και λαμβάνει τιμές από -7 έως $+7$, με βήμα 0.5
- Στην δεύτερη περίπτωση η χωρική κλίμακα είναι $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ (lat × lon) και η χρονική (προεπιλογή) 30 sec. Τότε οι ανεξάρτητες μεταβλητές είναι ως εξής:
 - $lon = 144$ και εκτείνεται από $-180^\circ W$ (δηλαδή δυτικά) έως $+177.5^\circ E$ (δηλαδή ανατολικά), με βήμα 2.5°
 - $lat = 72$ και εκτείνεται από $-88.75^\circ S$ (δηλαδή νότια) έως $+88.75^\circ N$ (δηλαδή βόρεια), με βήμα 2.5°
 - $lev = 57$ και λαμβάνει τιμές από -6.875 έως $+7.125$, με βήμα 0.25
 - $ilev = 57$ και λαμβάνει τιμές από -7 έως $+7$, με βήμα 0.25⁴

⁴ Το μέγεθος της μεταβλητής time εξαρτάται από τη χρονική κλίμακα που θα επιλέξουμε, αφού εκτός των default τιμών 60 και 30 sec, έχουμε και άλλες επιλογές.

Προφανώς η αυξημένη διακριτική ικανότητα έρχεται με κόστος τα μεγαλύτερα σε μέγεθος αρχεία, όμως επιλέξαμε για αυτή τη μελέτη, ως καταλληλότερη για την προσομοίωση των μετρήσεων, την δεύτερη περίπτωση χωρικής κλίμακας, που παρέχει περισσότερες λεπτομέρειες.

Το TIEGCM μπορεί να τρέξει είτε με σειριακό είτε με παράλληλο τρόπο σε μία ποικιλία πλατφόρμων, όπως σε συστήματα της IBM που τρέχουν AIX (λειτουργικά συστήματα της οικογένειας UNIX), σε συστήματα – συστάδες τύπου LINUX, όπως και σε απλά συστήματα LINUX. Ο πηγαίος κώδικας του μοντέλου είναι γραμμένος στην κλασσική FORTRAN-90 και απαιτεί τις βιβλιοθήκες MPI και netCDF. Το μοντέλο «έτρεξε» σε υπολογιστή του εργαστηρίου με σύστημα LINUX (Ubuntu 18.04) και η διάρκεια εκτέλεσής του ήταν περίπου τρεις εβδομάδες, προσομοιώνοντας μία αποστολή τριών ετών. Το κάθε αρχείο, το οποίο είναι διάρκειας 4 ημερών και 22 ωρών, με ένα βήμα 2 ωρών (timestep), είναι σε μέγεθος περίπου 10.2 GB. Πέραν της χρήσης του πηγαίου κώδικα στον υπολογιστή μας, μέσα από το Community Coordinated Modeling Center (CCMC) μπορεί ο καθένας να αναζητήσει έτοιμα αρχεία του TIEGCM, αλλά παρέχεται και η δυνατότητα της αίτησης για νέο «τρέξιμο» (Request A Run), απαλλάσσοντας τον χρήστη από τη διαδικασία εκμάθησης του τρόπου «τρεξίματος» του μοντέλου. Εντούτοις, για όποιον ενδιαφέρεται σχετικά με περισσότερες πληροφορίες για το πως να «τρέξει» τοπικά στον υπολογιστή του το μοντέλο, αφήνεται η αναφορά στο εγχειρίδιο του TIEGCM: [13]. Για όποιον θελήσει να βρει έτοιμα αρχεία ή να ζητήσει το «τρέξιμο» για δικά του δεδομένα, αφήνεται η αναφορά στο CCMC Request A Run: [13].

Τόσο τα αρχεία που χρησιμοποιεί το μοντέλο για να εισάγει τα απαραίτητα σε αυτό δεδομένα, όσο και τα εξαγόμενα δεδομένα είναι σε μορφή netCDF. Τα αρχεία δεδομένων netCDF (Network Common Data Form) είναι ένα σετ βιβλιοθηκών και δεδομένων, ανεξαρτήτου συστήματος, που υποστηρίζουν τη δημιουργία, την πρόσβαση και τον διαμοιρασμό επιστημονικών δεδομένων που έχουν μορφή πινάκων. Αποτελούν την κύρια μορφή δεδομένων για την διακίνηση εντός της επιστημονικής κοινότητας. Είναι ένα πρόγραμμα που ξεκίνησε το 1988 από το UCAR και υποστηρίζεται έως σήμερα. Τα αρχεία netCDF περιέχουν εντός τους πληροφορίες σχετικά με τα δεδομένα τους, έχουν εύκολη φορητότητα, αφού μπορούν να προσπελαστούν από υπολογιστές που αποθηκεύουν ακεραίους, χαρακτήρες και αριθμούς κινητής υποδιαστολής με διαφορετικούς τρόπους. Ακόμη, η εγγραφή νέων δεδομένων σε ένα αρχείο τέτοιου τύπου είναι εύκολη, μιας και η εισαγωγή στοιχείων δεν επηρεάζει τη δομή του αρχείου. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τον τρόπο προσπέλασης τέτοιων αρχείων κάνοντας χρήση του προγράμματος Panoply. Αυτό το πρόγραμμα της NASA, παρέχει, μεταξύ άλλων, πέρα από την προσπέλαση netCDF αρχείων και την δυνατότητα γραφικής απεικόνισης των δεδομένων. Περισσότερες πληροφορίες στο [24], απ' όπου μπορεί κανείς και να το κατεβάσει χωρίς χρέωση, για Mac Os, Windows και Linux. Στην συνέχεια ο οδηγός αναφέρεται σε συστήματα Linux και συγκεκριμένα στα Ubuntu 18.04.5 LTS, αλλά πολύ εύκολα μπορεί να γίνει σε όλες τις πλατφόρμες. Έτσι, αφού κατεβάσουμε και αποσυμπιέσουμε το Panoply, ανοίγουμε ένα τερματικό (Ctrl + Alt + T).

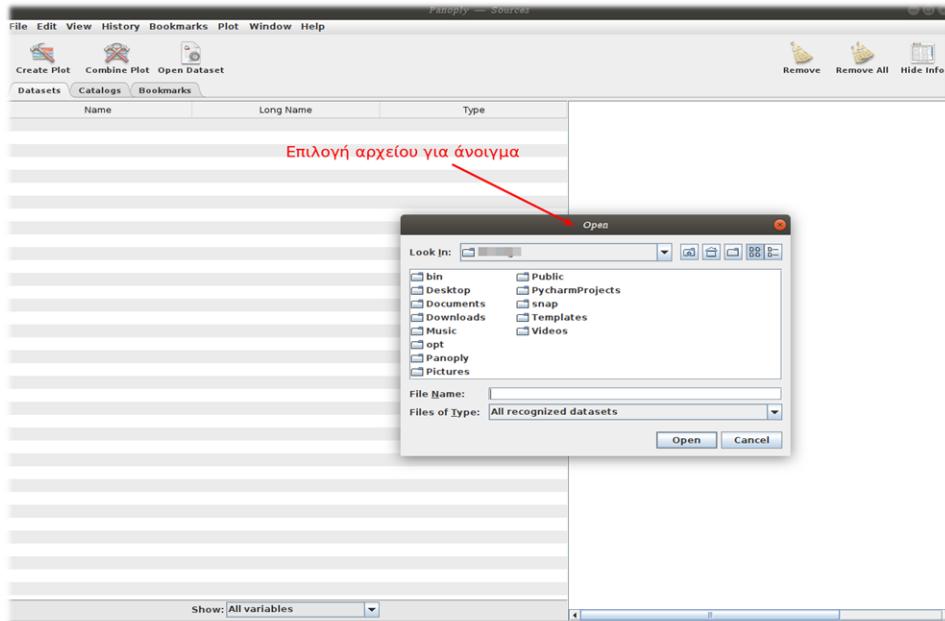


Eikόνα 3.6 Εκτέλεση του Panoply μέσα από το τερματικό

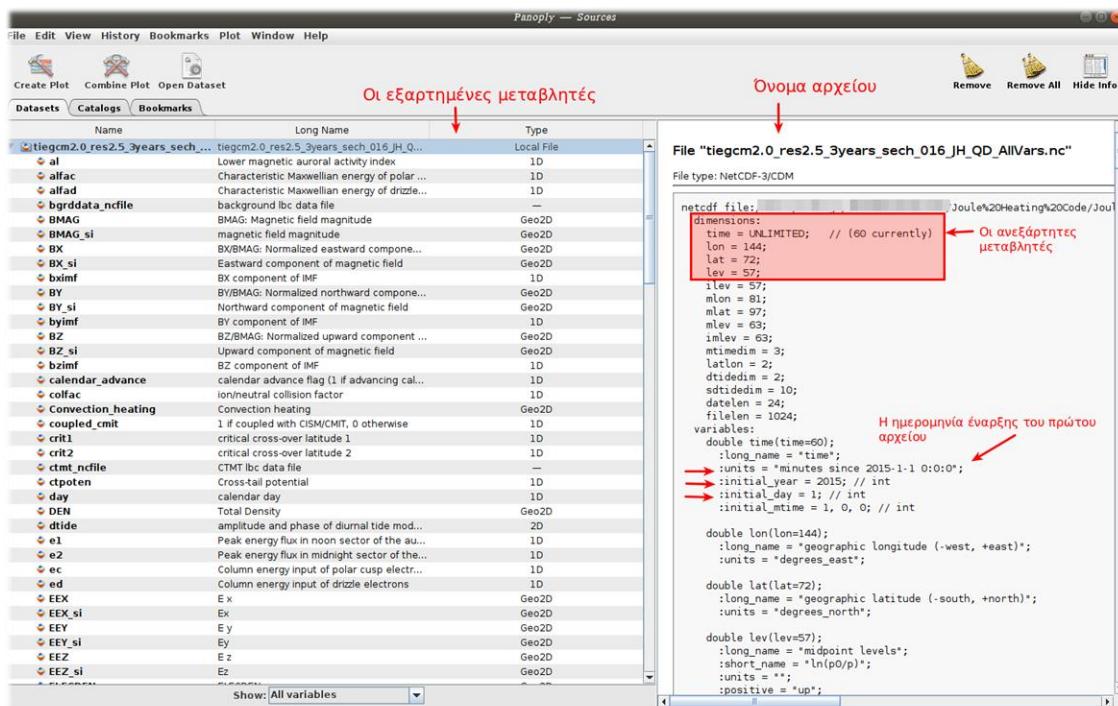
Με την εντολή `ls` εμφανίζεται στην οθόνη του τερματικού μας η λίστα των υποφακέλων, μέσα στον φάκελο όπου βρισκόμαστε. Σκοπός είναι να εντοπίσουμε τον φάκελο όπου αποσυμπιέσαμε το Panoply. Έτσι, για την αλλαγή φακέλου, όπως απεικονίζεται στο παραπάνω στιγμιότυπο, κάνουμε χρήση της εντολής `cd` ακολουθούμενη από το όνομα του φακέλου στον οποίο θέλουμε να μεταβούμε. Όπως δείχνεται εν τέλει καταλήγουμε στην εύρεση του αρχείου `panoply.sh`. Για την εκτέλεση, λοιπόν, του προγράμματος αρκεί η χρήση του `./` ακολουθούμενη από το όνομα του αρχείου.⁵ Έχοντας πλέον ανοίξει το πρόγραμμα, αυτό που μένει είναι η εύρεση και το άνοιγμα ενός αρχείου `netCDF`, όπου όπως είπαμε παραπάνω μπορεί κανείς να βρει και χωρίς να τρέξει τον πηγαίο κώδικα, κάνοντας ένα αίτημα στο CCMC.

⁵ Σε περίπτωση αδυναμίας ανοίγματος του αρχείου με την εντολή ./, το πιο πιθανό είναι να υπάρχει πρόβλημα σχετικά με τα δικαιώματα πάνω στο αρχείο. Για την επύλυση του προβλήματος αρκεί να αλλάξουμε τα δικαιώματα στο αρχείο *panoply.sh*. Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα με την εντολή: chmod 777 /panoply.sh. Έπειτα ξανακάνουμε ./panoply.sh και το πρόγραμμα θα εκτελεστεί.

Δημοκράτειο Πανεπιστήμιο Θράκης



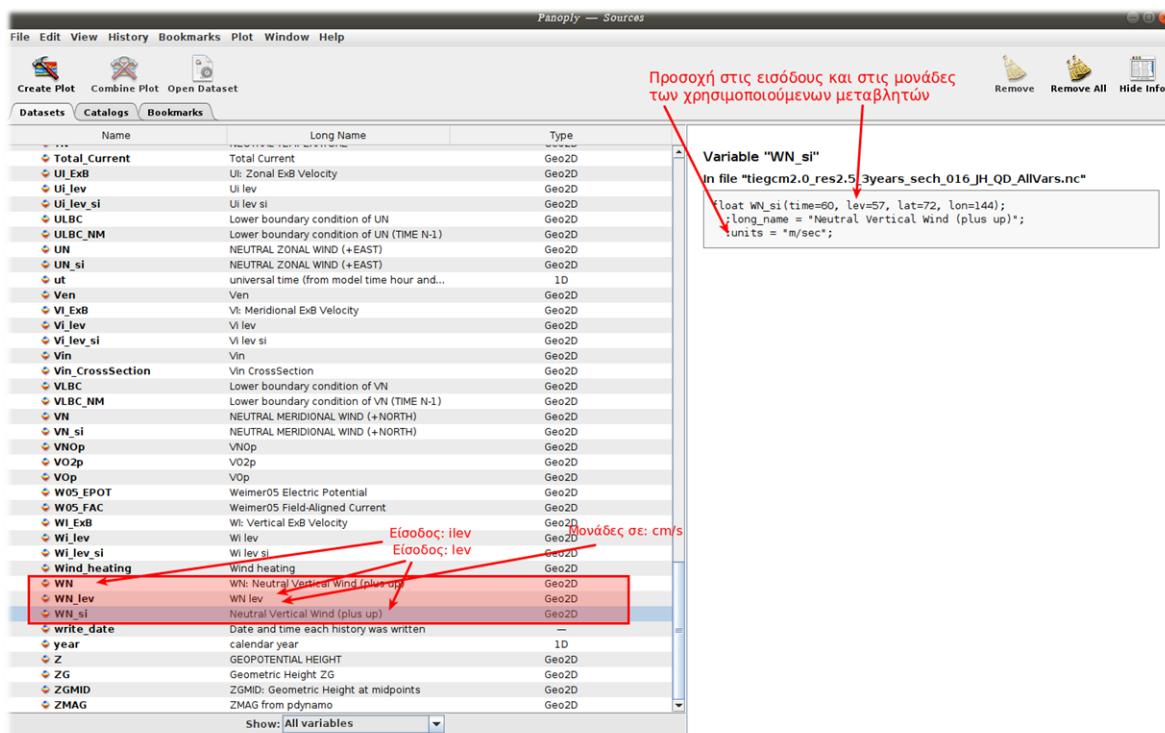
Εικόνα 3.7 Άνοιγμα του Panoply και επιλογή αρχείου netCDF για προσπέλαση



Εικόνα 3.8 Ένα αρχείο netCDF

Όπως απεικονίζει το παραπάνω στιγμιότυπο, στην αριστερή πλευρά παρατηρούμε τη λίστα των εξαρτημένων μεταβλητών που προέκυψαν από το «τρέξιμο» του TIEGCM. Στην δεξιά μεριά, αναγράφεται το όνομα του αρχείου και όπως παρατηρείτε, εμφανίζονται και οι σχετικές με το αρχείο πληροφορίες, όπως το μέγεθος των ανεξάρτητων μεταβλητών (lat, lon, lev και time), αλλά και η ημερομηνία έναρξης του μοντέλου για το συγκεκριμένο run (θα εξηγήσουμε σε επόμενη

παράγραφο γιατί επιλέξαμε να αρχίσουμε από 1/1/2015). Είναι απαραίτητο πρώτα να εξετάσουμε τα δεδομένα μας ανοίγοντάς τα με το Panoply, προκειμένου να ελέγξουμε ότι έχουμε όλα τα απαραίτητα στοιχεία, αλλά και για να επιλέξουμε τα κατάλληλα. Πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη σημασία σε αυτό το σημείο, της κατάλληλης επιλογής μεταβλητών. Όπως μπορεί κανείς να διαπιστώσει στο παρακάτω στιγμιότυπο της εικόνας 3.9. η ίδια μεταβλητή, στην προκειμένη περίπτωση η προς τα πάνω συνιστώσα του ουδέτερου ανέμου, παρουσιάζει τρεις παραλλαγές. Με την ονομασία **WN** εμφανίζεται η μεταβλητή του ουδέτερου ανέμου που δέχεται είσοδο τα interface levels, *ilev*, και έχει μονάδες μέτρησης τις προεπιλεγμένες, δηλαδή, *cm/s*. Στην περίπτωση, λοιπόν, που εκτός των προεπιλογών έχουμε ζητήσει και περισσότερα στοιχεία, όπως στην συγκεκριμένη περίπτωση του ανέμου, τις μονάδες σε SI, πρέπει να εντοπίσουμε τις κατάλληλες μεταβλητές (**WN_si**). Αν και οι διαφορές μεταξύ *lev* και *ilev* δεν θα δώσουν σημαντικές διαφορές στα δεδομένα, αν επιλέξουμε να εισάγουμε από το αρχείο τους πίνακες με τα στοιχεία *lev*, τότε καλό θα ήταν να φροντίσουμε και οι χρησιμοποιούμενες μεταβλητές να δέχονται ως είσοδο τα midpoint levels, δηλαδή τα *lev*. Κάνοντας κλικ σε κάποια μεταβλητή της λίστας, όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα, δεξιά εμφανίζονται οι ανεξάρτητες μεταβλητές της όπως και οι μονάδες μέτρησης της.

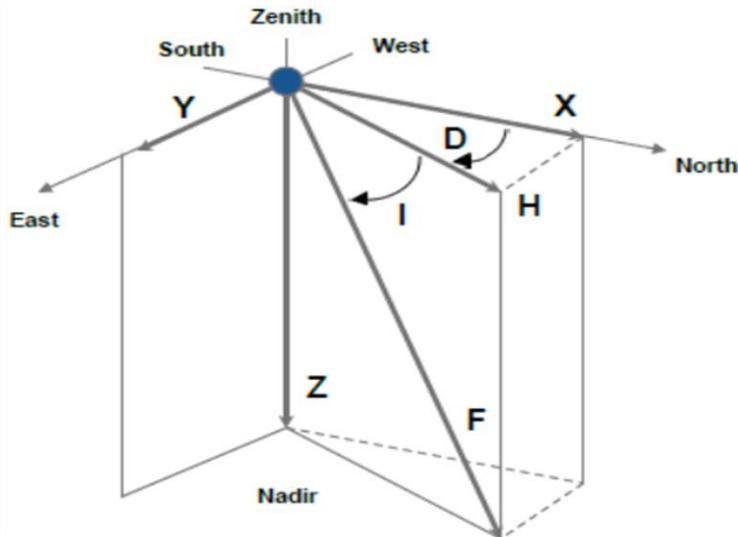


Εικόνα 3.9 Έλεγχος μεταβλητών

IGRF

Με τη βοήθεια του TIEGCM θα έχουμε πρόσβαση σε μία σειρά παραμέτρων, τις οποίες θα αναφέρουμε σε επόμενη ενότητα αυτού του κεφαλαίου, προκειμένου σε αυτό το πρωταρχικό στάδιο της έρευνας να μελετήσουμε τα φαινόμενα της ανώτερης ατμόσφαιρας. Όπως προείπαμε, το TIEGCM στερείται αξιοπιστίας ως προς μία σημαντική για την έρευνα παράμετρο, αυτή του γεωμαγνητικού πεδίου. Έτσι, απαιτείται η χρήση ενός ακόμη μοντέλου που είναι ευρέως χρησιμοποιούμενο και δοκιμασμένο, του IGRF, όχι όμως όπως το ενσωματώνει το TIEGCM. Το International Geomagnetic Reference Field, όπως γράφεται πλήρως, αποτελεί μία μοντελοποίηση του μαγνητικού πεδίου προερχόμενου από τον εσωτερικό πυρήνα της Γης. Πρόκειται για ένα μοντέλο που στηρίζεται σε μαθηματικές μεθόδους για την περιγραφή του γεωμαγνητικού πεδίου, προσφέροντας μία εύκολη προσέγγιση του πεδίου πάνω από την επιφάνεια της Γης. Πρέπει να τονίσουμε, εντούτοις, πως το μοντέλο παρέχει δεδομένα σχετικά με το πεδίο που δημιουργείται στο εσωτερικό, λόγω των ηλεκτρικών ρευμάτων που αναπτύσσονται στον πυρήνα της Γης, ενώ αδυνατεί να συμπεριλάβει και τα ταχείας διακύμανσης πεδία που αναπτύσσονται στην Μαγνητόσφαιρα – Ιονόσφαιρα, εξαιτίας των ρευμάτων στις περιοχές αυτές. Το IGRF αναπτύχθηκε και συντηρείται από μία διεθνή ομάδα επιστημόνων, υπό την αιγίδα του International Association of Geomagnetism and Aeronomy (IAGA), παρέχοντας δεδομένα από το 1900 έως σήμερα. Η αρχή για την ανάπτυξή του έγινε τη δεκαετία του 60 και έχει διορθωθεί και αναβαθμιστεί δέκα φορές από το 1969. Πρόκειται για μία συνεργατική προσπάθεια των μοντελιστών και των ινστιτούτων, οι οποίοι προσπαθούν να παρέχουν ολοένα και πιο αξιόπιστα δεδομένα, αξιοποιώντας δεδομένα πραγματικών μετρήσεων από παρατηρήσεις εδάφους αλλά και δορυφόρων. Μεταξύ των δορυφόρων είναι οι POGO, Magsat, POGS, Ørsted, SAC-C και CHAMP. Μάλιστα, έπειτα από τα δεδομένα που παραχώρησε η ESA, της αποστολής Swarm, η πρόσφατη έκδοση του μοντέλου κατάφερε να γίνει πιο αξιόπιστη. Το μοντέλο IGRF θα πρέπει συχνά να επαναξιολογείται προκειμένου να ακολουθεί τις συνεχείς χρονικές μεταβολές του γεωμαγνητικού πεδίου. Με αυτόν τον τρόπο φτάσαμε στην 12^η γενιά του (IGRF-12), η οποία εκδόθηκε τον Δεκέμβριο του 2014 από το Working Group V-MOD, που ορίστηκε από την IAGA. Η έκδοση αυτή αναβαθμίζει την προηγούμενη παρέχοντας δεδομένα για την περίοδο 2015-2020. Μάλιστα, ο αριθμός των συμμετεχόντων ιδρυμάτων στην έκκληση που έγινε τον Μάιο του 2014, ήταν μεγαλύτερος από κάθε άλλη φορά. Στην παρούσα εργασία αυτή είναι και έκδοση του μοντέλου στην οποία θα βασιστούμε. Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τους μαθηματικούς υπολογισμούς, μπορεί κανείς να βρει στις εξής αναφορές: [9] και [4].

Για να περιγράψουμε πλήρως το διάνυσμα του γεωμαγνητικού πεδίου χρειαζόμαστε ένα σετ τριών παραμέτρων, από ένα σύνολο επτά διαθέσιμων. Οι επτά αυτές παράμετροι είναι η οριζόντια ένταση H , η συνολική ένταση F , η γωνία κλίσης I , η γωνία απόκλισης D και το σετ των τριών παραμέτρων που θα χρησιμοποιήσουμε, δηλαδή η ένταση του πεδίου με κατεύθυνση τον βορρά X , η ένταση με κατεύθυνση την ανατολή Y και η ένταση του πεδίου προς τα κάτω Z , όπως απεικονίζονται στην παρακάτω εικόνα. Συμβατικά οι μονάδες του πεδίου δίνονται σε nT .



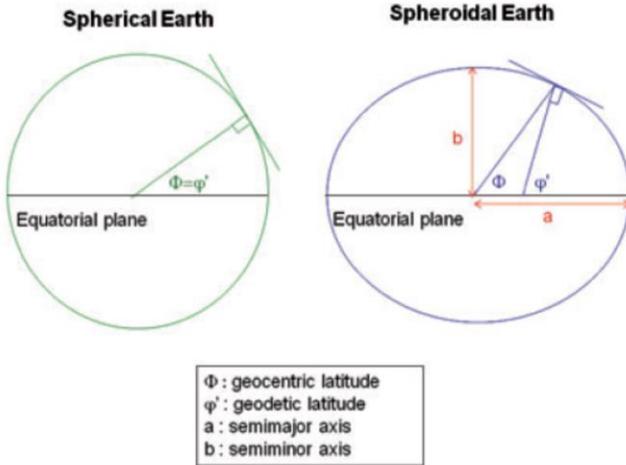
Εικόνα 3.10 Τα επτά στοιχεία του μαγνητικού πεδίου [19]

Στην περίπτωση των δεδομένων από το IGRF δεν θα ακολουθήσουμε την ίδια πρακτική, όπως με το TIEGCM, δηλαδή το τρέξιμο του πηγαίου κώδικα. Εν αντιθέσει, θα κάνουμε χρήση της βιβλιοθήκης της Python, που ονομάζεται *pyglow*. Παρ' όλα αυτά, υπάρχει η δυνατότητα της απόκτησης των δεδομένων και μέσω διαδικτύου, όπως με την περίπτωση του TIEGCM, όπου μπορούσαμε στη σελίδα της CCMC να ζητήσουμε τα δεδομένα (Request A Run). Αυτό μπορεί να γίνει στην προκειμένη περίπτωση στη σελίδα της British Geological Survey, στην ακόλουθη αναφορά, [31]. Η βιβλιοθήκη αυτή της Python, περιλαμβάνει μία σειρά ατμοσφαιρικών, κλιματολογικών μοντέλων τα οποία είναι γραμμένα στην FORTRAN. Μεταξύ αυτών των μοντέλων είναι το Horizontal Wind Model (HWM 1993, 2007, 20014), το International Reference Ionosphere (IRI 2012, 2016), το Mass Spectrometer and Incoherent Scatter Radar (MSIS 2000) και φυσικά το IGRF (11 και 12). Ακόμη, η βιβλιοθήκη αυτή παρέχει και μία σειρά γεωφυσικών δεικτών όπως AP, Kp, F10.7, DST και AE. Η *pyglow* μπορεί να βρεθεί στο GitHub, στην ακόλουθη αναφορά, [25]. Εκεί μπορεί κανείς να βρει περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τον κώδικα όλων των μοντέλων, όπως επίσης και τις απαιτήσεις για την βιβλιοθήκη και οδηγίες για την εγκατάστασή της. Αυτό το οποίο μας ενδιαφέρει σε αυτό το σημείο είναι πως οι έξοδοι της είναι οι τρεις συνιστώσες του πεδίου στο σύστημα ENU, το οποίο αναφέρουμε στην επόμενη ενότητα, μαζί με το μέτρο του πεδίου. Το πιο σημαντικό απ' όλα είναι ότι οι μονάδες μέτρησης είναι σε T και όχι nT , όπως του συμβατικού IGRF. Τέλος, η βιβλιοθήκη είναι σε θέση να μας παρέχει τα απαιτούμενα δεδομένα χωρίς την απαίτηση για διαδίκτυο, καθ' ότι περιέχει μία βάση δεδομένων, κάτι το οποίο σε συνδυασμό με την απευθείας χρήση της στον κώδικα και τη μη χρήση περαιτέρω αρχείων, μας ευκολύνει σημαντικά.

3.3 Συστήματα συντεταγμένων

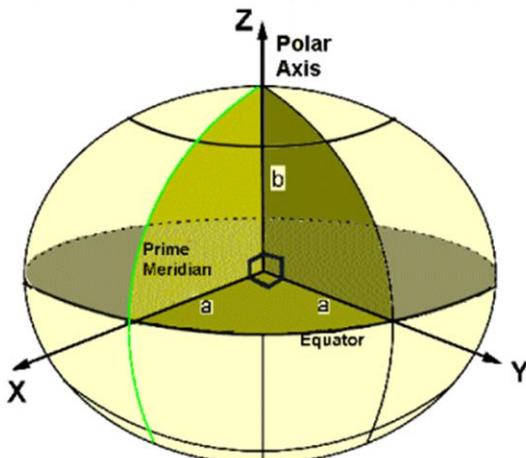
Προκειμένου να μπορέσουμε να καθορίσουμε τη θέση σε ένα σημείο είτε στην επιφάνεια της Γης, είτε πάνω από αυτή, κρίνεται αναγκαία η χρήση ενός συστήματος συντεταγμένων, ενός δηλαδή κοινού σημείου αναφοράς. Υπάρχουν, γενικά, δύο συστήματα συντεταγμένων το καρτεσιανό και το καμπυλόγραμμο ή αλλιώς γεωγραφικό σύστημα συντεταγμένων. Το καρτεσιανό είναι το πλέον γνωστό σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιείται στην άλγεβρα και το οποίο μας είναι περισσότερο οικείο. Οι συνταγμένες αυτού του συστήματος δίνονται με τη χρήση τριών αξόνων, των x-y-z. Αντίθετα, το γεωγραφικό σύστημα συνταγμένων, που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό σημείων στην επιφάνεια της Γης, χρησιμοποιεί δύο συνταγμένες το γεωγραφικό πλάτος ή Latitude και το γεωγραφικό μήκος ή Longitude. Για την επέκτασή του σε σημεία πάνω από την επιφάνεια της Γης χρησιμοποιείται και μία τρίτη συνταγμένη, το ύψος.

Το γεωγραφικό πλάτος ενός σημείου της επιφάνειας της Γης, ορίζεται ως η γωνία μεταξύ του επιπέδου του Ισημερινού και της ευθείας γραμμής που διέρχεται από το σημείο αυτό και από το κέντρο ή κοντά στο κέντρο της Γης. Ορίζεται σε μοίρες και συμβολίζεται συνήθως με το γράμμα φ. Ο Ισημερινός αποτελεί το σημείο αναφοράς, έχοντας 0° γεωγραφικού πλάτους, ενώ ο βόρειος πόλος 90° βόρεια και ο νότιος πόλος 90° νότια. Ο Ισημερινός χωρίζει έτσι τη Γη στο βόρειο και νότιο ημισφαίριο. Το γεωγραφικό μήκος ενός σημείου ορίζεται ως η γωνία, δυτικά ή ανατολικά, μεταξύ του μεσημβρινού που διέρχεται από το σημείο αυτό και ενός μεσημβρινού αναφοράς. Ως αναφορά ή αλλιώς ως πρώτο μεσημβρινό, θεωρούμε εκείνον που διέρχεται από το Greenwich της Αγγλίας. Αυτός ο μεσημβρινός έχει 0° γεωγραφικό μήκος, ενώ ο αντιδιαμετρικός του έχει 180° , είτε προς ανατολή είτε προς δύση και χωρίζει τη Γη στο ανατολικό και δυτικό ημισφαίριο. Θα πρέπει, ωστόσο, σε αυτό το σημείο να γίνουν κάποιες επισημάνσεις. Το σχήμα της Γης δεν είναι αυτό της τέλειας σφαίρας, καθώς εμφανίζει μια πλάτυνση, όμως δεν είναι ούτε αυτό της τέλειας έλλειψης. Το σχήμα της παρουσιάζει διάφορες εξοχές και βυθίσεις και είναι παραμορφωμένο. Έτσι, λοιπόν, μπορούμε, είτε σαν μία χοντρική προσέγγιση να θεωρήσουμε σφαιρικό σχήμα, είτε αναλόγως την περιοχή ενδιαφέροντος, να την μοντελοποιήσουμε σαν ένα ελλειψοειδές που ταιριάζει καλύτερα στην περιοχή αυτή. Τότε, το γεωγραφικό πλάτος, όπως και το ύψος διαφοροποιούνται, μεταξύ σφαίρας και έλλειψης. Για την περίπτωση του ύψους, αυτό θα ταυτίζεται με την ακτίνα της Γης σε ένα σφαιρικό σχήμα, όχι όμως σε ένα ελλειψοειδές. Το ύψος ενός σημείου για την περίπτωση μίας έλλειψης μπορεί να οριστεί με δύο τρόπους. Αν πάρουμε τη γραμμή που ενώνει το σημείο αυτό με το κέντρο της έλλειψης, τότε ονομάζεται γεωκεντρικό ύψος, ενώ αν θεωρήσουμε την κάθετη στο εφαπτόμενο στο σημείο επίπεδο, τότε λέγεται γεωδαιτικό. Ομοίως, ορίζεται και το γεωκεντρικό και γεωδαιτικό γεωγραφικό πλάτος. Το γεωγραφικό μήκος δεν μεταβάλλεται. Η διαφορά τους είναι μικρή, κάποια λεπτά της μοίρας. Το TIEGCM θεωρεί την Γη σαν τέλεια σφαίρα, οπότε στην προκειμένη περίπτωση τα δύο ταυτίζονται και δεν χρειάζεται να τα διαχωρίσουμε. Το IGRF, δέχεται σαν είσοδο τόσο γεωκεντρικό όσο και γεωδαιτικό γεωγραφικό πλάτος.



Εικόνα 3.11 Γεωκεντρικό και γεωδαιτικό γεωγραφικό πλάτος [3]

Για τον προσδιορισμό σημείων στην Γη, από το γεωγραφικό πλάτος και μήκος μπορούμε να πάμε σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, το ECEF. Το Earth Centered Earth Fixed, που συχνά αποκαλείται και ως το συμβατικό επίγειο σύστημα, χρησιμοποιεί ένα δεξιόστροφο ορθογώνιο σύστημα τριών αξόνων. Είναι προσκολλημένο στη Γη και περιστρέφεται μαζί της, επομένως οι συντεταγμένες ενός σημείου δεν αλλάζουν. Η αρχή των αξόνων τοποθετείται στο κέντρο μάζας της Γης. Ο άξονας z εκτείνεται προς τον βόρειο πόλο, ενώ το επίπεδο που σχηματίζουν οι άξονες x - y είναι αυτό του Ισημερινού. Ο άξονας x έχει κατεύθυνση προς τον πρώτο μεσημβρινό και ο άξονας y συμπληρώνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού και με αυτόν τον τρόπο εκτείνεται προς τον Ινδικό ωκεανό, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

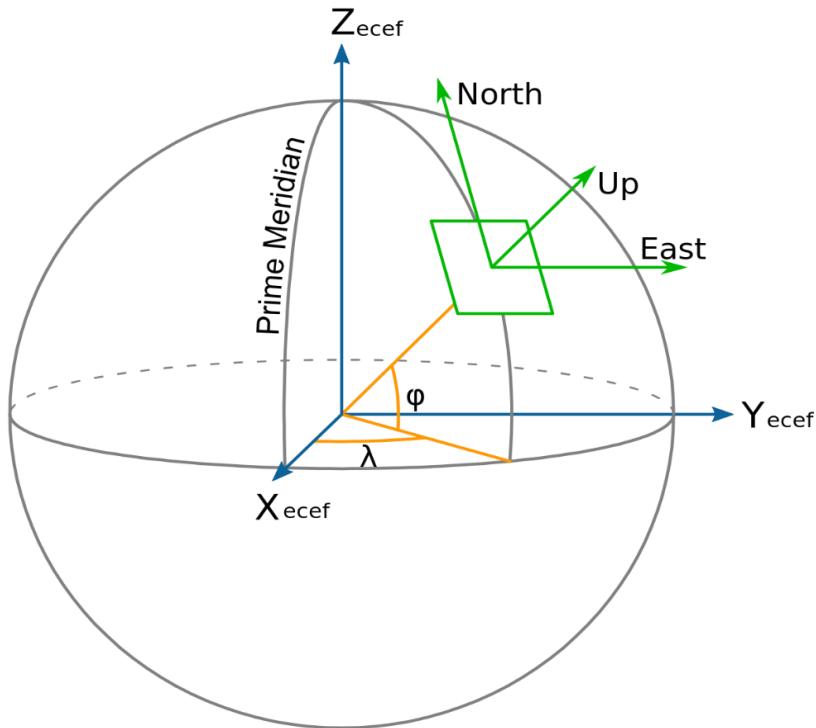


Earth Fixed Cartesian Coordinates

- X-Y Plane is Equatorial Plane
- X On Prime Meridian
- Z Polar Axis

Εικόνα 3.12 To ECEF σύστημα συντεταγμένων [5]

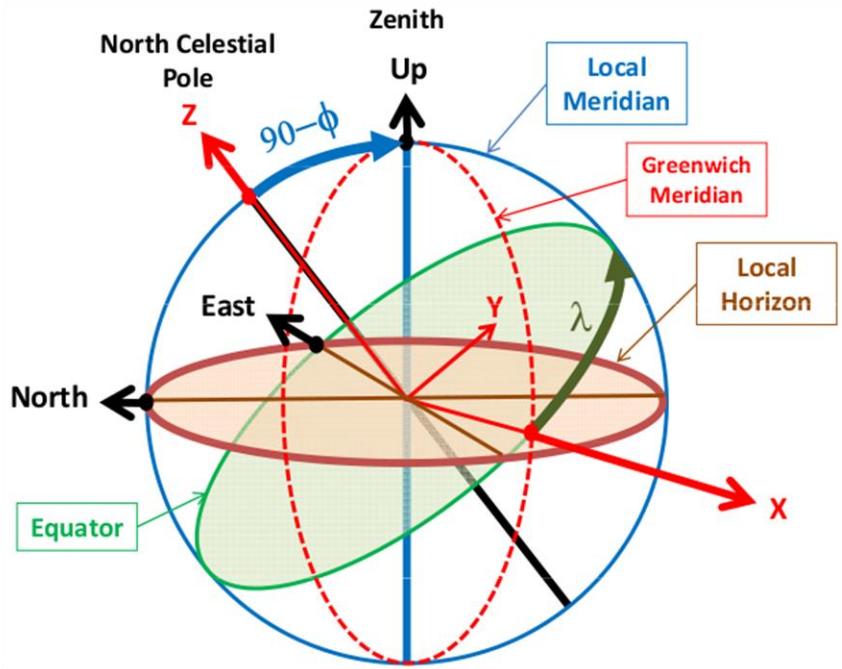
Αυτό το σύστημα συντεταγμένων χρησιμοποιείται συχνά από δορυφόρους για τον προσδιορισμό σημείων στη Γη. Η επιλογή αυτή βασίζεται στο γεγονός ότι δίνει ακριβής τιμές, χωρίς την ανάγκη προσδιορισμού ενός συγκεκριμένου ελλειψοειδούς. Το μόνο που απαιτείται είναι το κέντρο της Γης και η κατεύθυνση των αξόνων. Ωστόσο, τόσο η έξοδος του IGRF, όσο και του TIEGCM προσδιορίζουν τα δεδομένα σε ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων, το ENU (East North Up). Είναι ένα σύστημα συντεταγμένων που βασίζεται σε ένα τοπικό, εφαπτόμενο στο σημείο ενδιαφέροντος, επίπεδο και εξαρτάται από την τοπική κάθετη διεύθυνση⁶ και τον άξονα περιστροφής της Γης.



Εικόνα 3.13 Το σύστημα ENU ([\[20\]](#))

Αποτελείται από τρεις άξονες, ενός που αναπαριστά τη θέση κατά μήκος του βόρειου άξονα (North), ενός κατά μήκος του τοπικού ανατολικού άξονα (East) και ενός κατά μήκος της κάθετης διεύθυνσης (Up). Με βάση τη σύμβαση ο east άξονας αναπαρίσταται με x, ο north με y και ο up με z. Για να μπορέσουμε να δουλέψουμε στο ECEF σύστημα, θα πρέπει να κάνουμε κάποιες μετατροπές στα δεδομένα των μοντέλων. Στην συνέχεια δείχνουμε την διαδικασία, αναπαριστώντας με x, y και z τις ECEF συντεταγμένες, με E, N και U τις ENU συντεταγμένες, με φ το γεωγραφικό πλάτος και λ το γεωγραφικό μήκος με τη βοήθεια των οποίων κάνουμε την μετατροπή.

⁶ Είναι η διεύθυνση που στο συγκεκριμένο σημείο συμπίπτει με την διεύθυνση της βαρύτητας.



Εικόνα 3.14 Η μετατροπή από ECEF σε ENU συντεταγμένες ([26])

Από την παραπάνω εικόνα, η μετατροπή μπορεί να γίνει με δύο περιστροφές:

1. Μία ωρολογιακή περιστροφή γύρω από τον άξονα East κατά μία γωνία $90^\circ - \varphi$, ώστε να συμπέσουν οι άξονες Up και z. Η όπως γράφεται, $R_1[-(\pi/2 - \varphi)]$
 2. Μία ωρολογιακή περιστροφή γύρω από τον άξονα z κατά μία γωνία $90^\circ + \lambda$, ώστε να συμπέσουν οι άξονες East και x. Η όπως γράφεται, $R_2[-(\pi/2 + \lambda)]$,
- όπου R_1 και R_2 είναι οι εξής πίνακες:

$$R_1[\theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R_2[\theta] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Τώρα η μετατροπή γράφεται:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_2[-(\pi/2 + \lambda)] R_1[-(\pi/2 - \varphi)] \begin{bmatrix} E \\ N \\ U \end{bmatrix},$$

$$\text{όπου } R_2[-(\pi/2 + \lambda)] R_1[-(\pi/2 - \varphi)] = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda \sin \varphi & \cos \lambda \cos \varphi \\ \cos \lambda & -\sin \lambda \sin \varphi & \sin \lambda \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix},$$

και τα μοναδιαία διανύσματα East, North, Up ως προς το ECEF, δίνονται ως:

$$\hat{e} = (-\sin \lambda, \cos \lambda, 0)$$

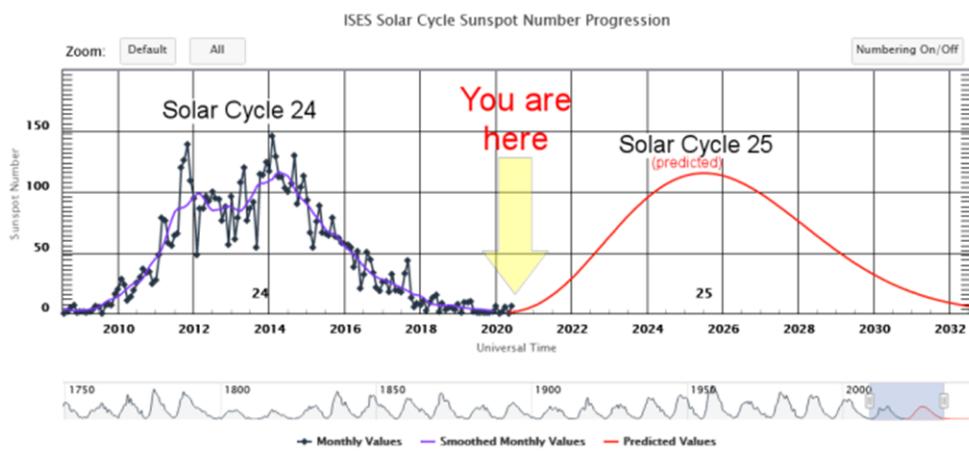
$$\hat{n} = (-\cos \lambda \sin \varphi, -\sin \lambda \sin \varphi, \cos \varphi)$$

$$\hat{u} = (\cos \lambda \cos \varphi, \sin \lambda \cos \varphi, \sin \varphi)$$

Ο παραπάνω μετασχηματισμός υλοποιείται σε μία συνάρτηση του προγράμματος, όπως θα δούμε στο σχετικό με τον κώδικα κεφάλαιο.

3.4 Τα παράγωγα μεγέθη

Σε αυτή την ενότητα εξετάζουμε τα παραγόμενα «προϊόντα» που θα προκύψουν κάνοντας χρήση των μετρούμενων – μοντελοποιημένων παραμέτρων. Συνοψίζουμε τις εξισώσεις από τις οποίες προκύπτουν και στις οποίες θα κάνουμε την ανάλυση – διάδοση σφάλματος. Ακόμη, παρουσιάζουμε τις γραφικές τους απεικονίσεις ως προφίλ καθ' ύψος, δηλαδή τις τιμές των μεγεθών σε συνάρτηση με το υψόμετρο, ως συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους και μήκους, αλλά και σε συνάρτηση με το ύψος και το γεωγραφικό πλάτος. Διευκρινίζεται ότι στα διαγράμματα που θα ακολουθήσουν χρησιμοποιούμε συγκεκριμένες τιμές των ανεξάρτητων μεταβλητών lat, lon και time, και αυτό καθώς έπειτα από αναζήτηση στα παραγόμενα αρχεία, σε αυτές τις τιμές προκύπτει η μεγιστοποίηση του βασικού φαινομένου, του Joule heating. Οι τιμές αυτές των μεταβλητών είναι οι εξής: $lat = 63.75^\circ$, $lon = -57.5^\circ$ και $timer = 9$ ή αλλιώς 18:00:00 (Universal Time) 2015 – 17 – 03. Αξίζει, ακόμη, να επισημάνουμε πως τα αρχεία, για την τριετή προβλεπόμενη αποστολή, γίνονται για το χρονικό διάστημα 2015 – 2018. Όπως είναι εύλογο, κάποιος θα αναρωτιόταν γιατί δεν χρησιμοποιούμε τα μοντέλα, προκειμένου να μας δώσουν τιμές για την τρέχουσα περίοδο της μελέτης, αλλά χρησιμοποιούμε περασμένης χρονολογίας. Ο λόγος έγκειται στον ηλιακό κύκλο και στην προβλεπόμενη ημερομηνία εκτόξευσης της αποστολής. Αν και η αποστολή δεν πέρασε στην τελική φάση, η μελέτη έγινε για την προγραμματισμένη, σύμφωνα με την ESA, ημερομηνία εκτόξευσης, κάπου στο 2027-2028. Στην παρακάτω εικόνα, φαίνεται η πρόβλεψη για τον ηλιακό κύκλο μέχρι το 2032.



Εικόνα 3.15 Η πρόβλεψη του ηλιακού κύκλου (<https://spaceweatherarchive.com>)

Έτσι, όπως κανείς μπορεί να διακρίνει, κατά την διάρκεια της αποστολής η ηλιακή δραστηριότητα της περιόδου είναι παρόμοια με αυτή της περιόδου 2015 – 2018. Έπειτα και από αυτή την διευκρίνηση, είμαστε σε θέση να αναφέρουμε τις παραμέτρους εισόδου, από το TIEGCM, που παραλείψαμε έως τώρα. Αν και για την αποστολή περισσότερες παράμετροι θα χρειαστούν, στα πλαίσια αυτής της εργασίας οι απαραίτητες μεταβλητές συνοψίζονται στις εξής:

- “ZGMID”, το γεωμετρικό ύψος (σε cm) στα ενδιάμεσα σημεία, δηλαδή το υψόμετρο συναρτήσει των μεταβλητών lat, lon, timer και lev (pressure level at midpoints),
- “lat”, ο πίνακας με τα σημεία γεωγραφικού πλάτους (σε μοίρες)
- “lon”, ο πίνακας με τα σημεία γεωγραφικού μήκους (σε μοίρες)
- “lev”, ο πίνακας με τα σημεία πίεσης στα ενδιάμεσα σημεία (midpoints)
- “time”, ο χρόνος που πέρασε από την έναρξη του πρώτου αρχείου, δηλαδή από 2015 – 01 – 01 (σε λεπτά)
- “O_CM3”, η πυκνότητα του ουδέτερου ατομικού οξυγόνου (σε cm^{-3})
- “O2_CM3”, η πυκνότητα του ουδέτερου μοριακού οξυγόνου (σε cm^{-3})
- “N2_CM3”, η πυκνότητα του ουδέτερου μοριακού αζώτου (σε cm^{-3})
- “OP”, η πυκνότητα του ιόντος ατομικού οξυγόνου (σε cm^{-3})
- “O2P”, η πυκνότητα του ιόντος μοριακού οξυγόνου (σε cm^{-3})
- “NOP_LAM”, η πυκνότητα του ιόντος οξειδίου του αζώτου (σε cm^{-3})
- “TE”, η θερμοκρασία των ηλεκτρονίων (σε K)
- “TN”, η θερμοκρασία των ουδετέρων (σε K)
- “TI”, η θερμοκρασία των ιόντων (σε K)
- “VN_si”, η συνιστώσα του ουδέτερου ανέμου north (σε m/sec)
- “UN_si”, η συνιστώσα του ουδέτερου ανέμου east (σε m/sec)
- “WN_si”, η συνιστώσα του ουδέτερου ανέμου up (σε m/sec)
- “EEX_si”, η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου east (σε V/m)
- “EEY_si”, η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου north (σε V/m)
- “EEZ_si”, η συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου up (σε V/m)
- “Be”, η συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου east από το IGRF (σε T)
- “Bn”, η συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου north από το IGRF (σε T)
- “Bu”, η συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου up από το IGRF (σε T)

Εκτός από τις παραπάνω μεταβλητές, πρέπει να σημειωθεί ότι θα απαιτηθεί και η ταχύτητα των ιόντων, η οποία αν και δίνεται από το TIEGCM, θα την πάρουμε από την σχέση (2.27), όπως προέκυψε από την λύση της εξίσωσης ορμής των ιόντων. Ο λόγος για τον οποίο επιλέγουμε αυτή την εξίσωση, είναι ότι το μοντέλο δίνει την ταχύτητα ως εξής: $\vec{V}_{i,\perp} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2}$. Ωστόσο, η ταχύτητα αυτή ισχύει μόνο για υψόμετρα όπου ο λόγος $r = v/\Omega \gg 1$.

Έτσι, για κάθε ιόν και αντιστρέφοντας το εξωτερικό γινόμενο, παίρνουμε:

$$\vec{V}_{O^+ \perp}^* = \frac{\nu_{O^+ n} \Omega_{O^+} \vec{E}_\perp^* + \Omega_{O^+}^2 \vec{E}_\perp^* \times \hat{b}}{B(\nu_{O^+ n}^2 + \Omega_{O^+}^2)} \quad (3.1)$$

$$\vec{V}_{O_2^+ \perp}^* = \frac{\nu_{O_2^+ n} \Omega_{O_2^+} \vec{E}_\perp^* + \Omega_{O_2^+}^2 \vec{E}_\perp^* \times \hat{b}}{B(\nu_{O_2^+ n}^2 + \Omega_{O_2^+}^2)} \quad (3.2)$$

$$\vec{V}_{NO^+ \perp}^* = \frac{\nu_{NO^+ n} \Omega_{NO^+} \vec{E}_\perp^* + \Omega_{NO^+}^2 \vec{E}_\perp^* \times \hat{b}}{B(\nu_{NO^+ n}^2 + \Omega_{NO^+}^2)} \quad (3.3)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις, όπως υποδηλώνει το $*$, βρίσκονται στο πλαίσιο αναφοράς των ουδετέρων. Για να τις μεταφέρουμε στο ECEF, αρκεί να προσθέσουμε σε αυτές τον ουδέτερο άνεμο. Τονίζεται, ότι και αυτός θα πρέπει να είναι στο ECEF, κάτι το οποίο υλοποιείται με την συνάρτηση του κώδικα και δεν θα το γράψουμε εδώ αναλυτικά. Ακόμη, τονίζεται ότι προσθέτουμε την κάθετη συνιστώσα του ουδέτερου ανέμου και όχι απλά την είσοδό του από το TIEGCM απλά μεταφερμένη στο ECEF. Για να πάρουμε την κάθετη συνιστώσα του, αφού τον μετατρέψουμε στο ECEF από το ENU που μας δίνει το μοντέλο, αρκεί να εφαρμόσουμε το εξωτερικό γινόμενο $\vec{U}_n \times \hat{b}$. Οι πράξεις φαίνονται αναλυτικά στον κώδικα. Οι εξισώσεις (3.1), (3.2) και (3.3), στο ECEF, γράφονται:

$$\vec{V}_{O^+ \perp} = \frac{\nu_{O^+ n} \Omega_{O^+} \vec{E}_\perp^* + \Omega_{O^+}^2 \vec{E}_\perp^* \times \hat{b}}{B(\nu_{O^+ n}^2 + \Omega_{O^+}^2)} + \vec{U}_{n \perp} \quad (3.4)$$

$$\vec{V}_{O_2^+ \perp} = \frac{\nu_{O_2^+ n} \Omega_{O_2^+} \vec{E}_\perp^* + \Omega_{O_2^+}^2 \vec{E}_\perp^* \times \hat{b}}{B(\nu_{O_2^+ n}^2 + \Omega_{O_2^+}^2)} + \vec{U}_{n \perp} \quad (3.5)$$

$$\vec{V}_{NO^+ \perp} = \frac{\nu_{NO^+ n} \Omega_{NO^+} \vec{E}_\perp^* + \Omega_{NO^+}^2 \vec{E}_\perp^* \times \hat{b}}{B(\nu_{NO^+ n}^2 + \Omega_{NO^+}^2)} + \vec{U}_{n \perp} \quad (3.6)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις έχουν τρεις συνιστώσες η κάθε μία τους και επειδή δεν ξέρουμε αν ο δορυφόρος θα είναι σε θέση να μετρήσει κάθε διαφορετική ταχύτητα ιόντος, παίρνουμε τη μέση τιμή τους ως εξής:

$$V_{i,x} = \frac{V_{O^+,x} + V_{O_2^+,x} + V_{NO^+,x}}{3} \quad (3.7)$$

$$V_{i,y} = \frac{V_{O^+,y} + V_{O_2^+,y} + V_{NO^+,y}}{3} \quad (3.8)$$

$$V_{i,z} = \frac{V_{O^+,z} + V_{O_2^+,z} + V_{NO^+,z}}{3} \quad (3.9)$$

Οι παραπάνω ταχύτητες είναι σε m/sec και με αυτές κλείνουμε το σύνολο των απαραίτητων παραμέτρων. Με την χρήση των θερμοκρασιών και των πυκνοτήτων θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε τις συχνότητες συγκρούσεων, οι οποίες με τη σειρά τους θα βοηθήσουν στον υπολογισμό των αγωγιμοτήτων. Έπειτα, από τις τελευταίες θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε τα ωμικά ρεύματα και τα heating rates (Joule, Ohmic και Frictional). Σαν έξτρα μέγεθος υπολογίζουμε και τις διατομές συγκρούσεων (cross-sections).

Για αρχή ξεκινάμε με τις συχνότητες συγκρούσεων ιόντων – ουδετέρων και ηλεκτρονίων – ουδετέρων, οι οποίες είναι η κύρια πηγή ανταλλαγής ενέργειας και ορμής, παραλείποντας εκείνες μεταξύ ιόντων και ιόντων – ηλεκτρονίων. Όσον αφορά τις συχνότητες συγκρούσεων ιόντων – ουδετέρων, όπως αναφέρεται στο [2] Schunk and Nagy (2009), αυτές είναι δύο ειδών. Εκείνες που αφορούν την σύγκρουση όμοιων, όπως για παράδειγμα $O^+ - O$, ονομάζονται *resonant*, ενώ μεταξύ ανόμοιων *non-resonant*. Οι non-resonant, αντιστοιχούν σε μακριάς εμβέλειας έλξη λόγω πολωσιμότητας μαζί με μιας μικρής εμβέλειας απώθηση. Οι resonant, για θερμοκρασίες πάνω από $300\ K$, αντιστοιχούν σε μία ανταλλαγή φορτίου, καθώς τα δύο πλησιάζουν. Έτσι, ένα ηλεκτρόνιο ανταλλάσσεται μεταξύ τους και το ουδέτερο γίνεται ίον και το ίον ουδέτερο, λαμβάνοντας χώρα μία μεγάλη ανταλλαγή ενέργειας και ορμής. Για όλες τις περιπτώσεις, όπως και για τις συγκρούσεις των ηλεκτρονίων, οι παρακάτω τύποι που ακολουθούν προέρχονται από εργαστηριακά πειράματα. Παρακάτω ακολουθούν οι τύποι υπολογισμού τους.

$$\nu_{O^+ - O} = 3.67 \times f_b \times 10^{-11} \times N_O \times T_r^{1/2} \times (1 - 0.064 \times \log_{10} T_r)^2 \quad (3.10)$$

$$\nu_{O^+ - O_2} = 6.64 \times 10^{-10} \times N_{O_2} \quad (3.11)$$

$$\nu_{O^+ - N_2} = 6.82 \times 10^{-10} \times N_{N_2} \quad (3.12)$$

$$\nu_{O_2^+ - O_2} = 2.59 \times 10^{-11} \times N_{O_2} \times T_r^{1/2} \times (1 - 0.073 \times \log_{10} T_r)^2 \quad (3.13)$$

$$\nu_{O_2^+ - O} = 2.31 \times 10^{-10} \times N_O \quad (3.14)$$

$$\nu_{O_2^+ - N_2} = 4.13 \times 10^{-10} \times N_{N_2} \quad (3.15)$$

$$\nu_{NO^+ - O} = 2.44 \times 10^{-10} \times N_O \quad (3.16)$$

$$\nu_{NO^+ - O_2} = 4.27 \times 10^{-10} \times N_{O_2} \quad (3.17)$$

$$\nu_{NO^+ - N_2} = 4.34 \times 10^{-10} \times N_{N_2} \quad (3.18)$$

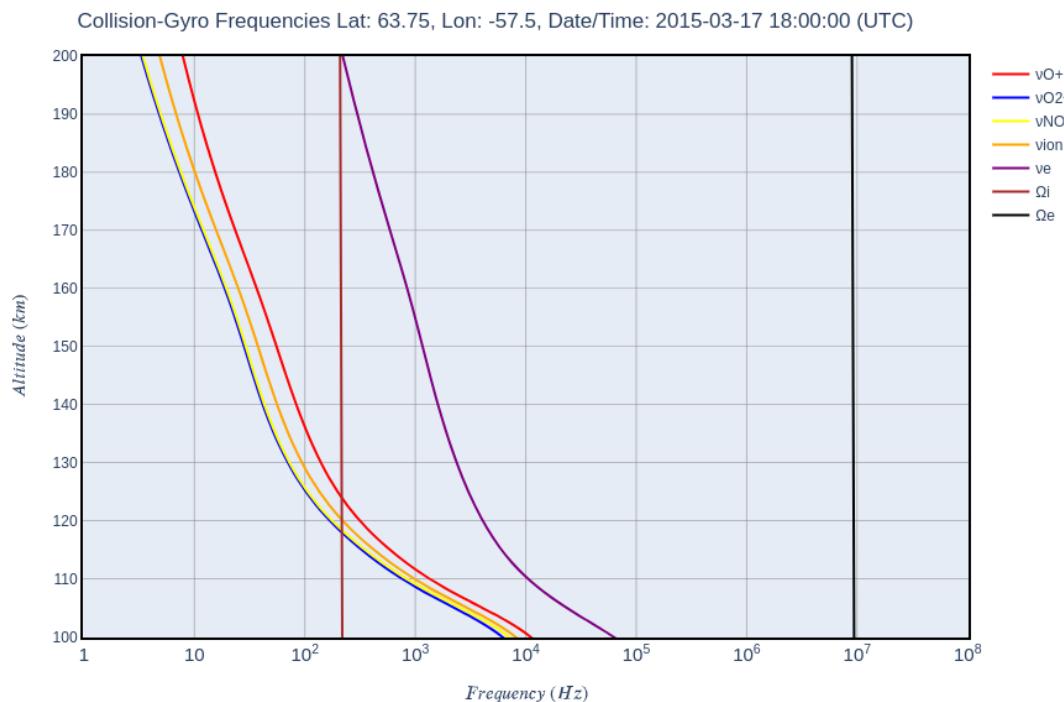
$$\nu_{e - O} = 8.9 \times 10^{-11} \times N_O \times (1 + 5.7 \times 10^{-4} \times T_e) \times T_e^{1/2} \quad (3.19)$$

$$\nu_{e - O_2} = 1.82 \times 10^{-10} \times N_{O_2} \times \left(1 + 3.6 \times 10^{-2} \times T_e^{1/2}\right) \times T_e^{1/2} \quad (3.20)$$

$$\nu_{e - N_2} = 2.33 \times 10^{-11} \times N_{N_2} \times (1 - 1.21 \times 10^{-4} \times T_e) \times T_e \quad (3.21)$$

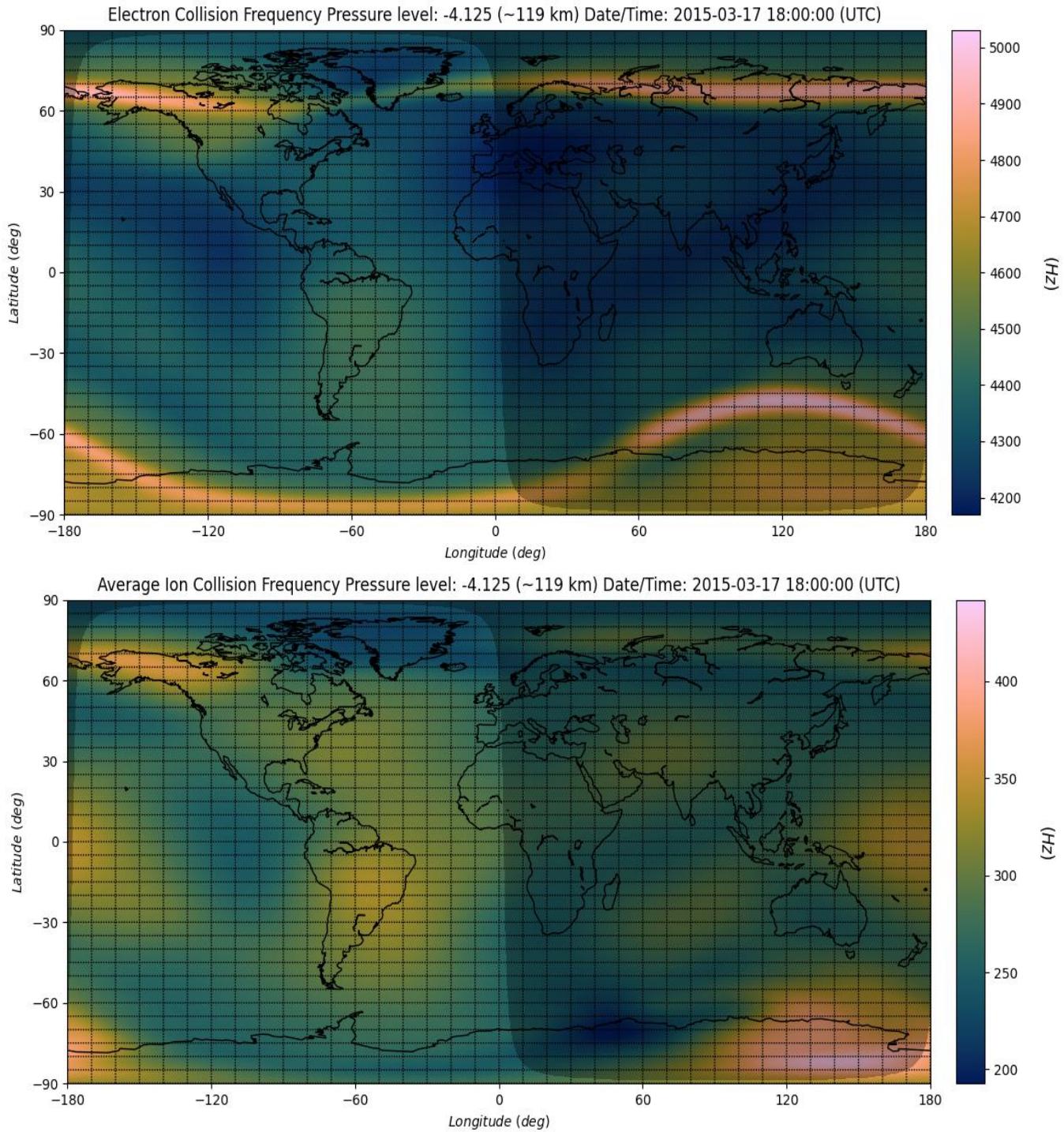
Οι μονάδες μέτρησης των πυκνοτήτων N_N είναι σε cm^{-3} και των θερμοκρασιών T_r σε K , όπου:

$T_r = \frac{T_i + T_n}{2}$. Έτσι οι συχνότητες συγκρούσεων προκύπτουν σε Hz , παρά τις μονάδες πυκνοτήτων και θερμοκρασιών, αφού οι παραπάνω τύποι είναι εμπειρικοί. Ακόμη, ο παράγοντας f_b , που εμφανίζεται στην σχέση (3.10), ονομάζεται burning factor και ορίζεται ως ο λόγος του εμπειρικού προς το θεωρητικό. Η απόκλισή του από τη μονάδα φανερώνει την ανεπάρκεια μεταξύ θεωρητικού και παρατήρησης. Με βάση την πρόσφατη έρευνα Joski et al., 2018, είναι $f_b \approx 1.27$, ωστόσο σύμφωνα με το TIEGCM ορίζεται στο 1.5, αναφέροντας ότι ίσως είναι και 1.3. Εμείς θα θεωρήσουμε ότι $f_b = 1.5$. Τέλος, επισημαίνεται ότι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων, από τη στιγμή που θεωρήσαμε μόνο τα πιο σημαντικά ιόντα, δηλαδή O^+ , O_2^+ και NO^+ θα δίνεται επιβάλλοντας την ουδετερότητα, από την σχέση (2.20).



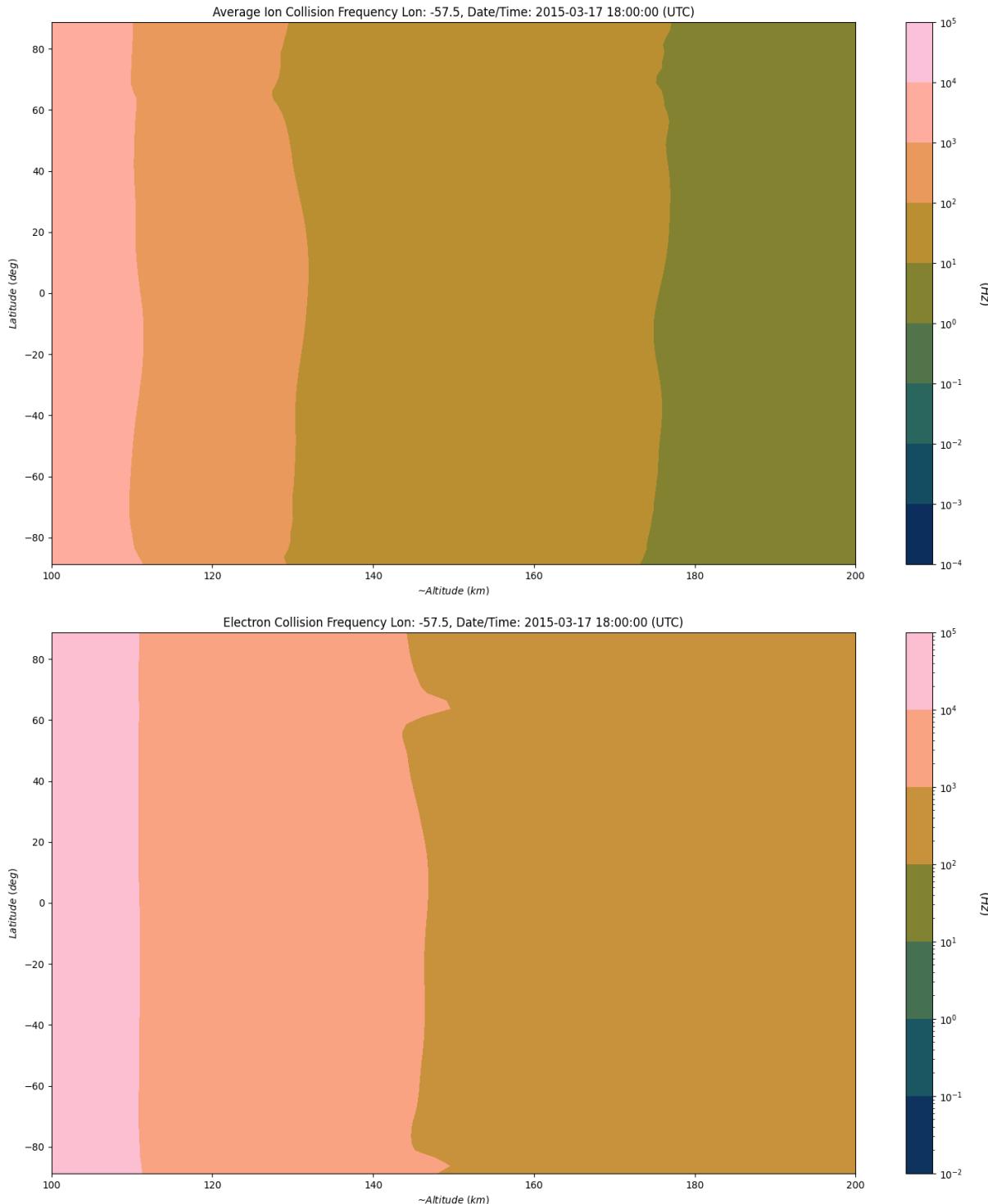
Εικόνα 3.16 Οι συχνότητες συγκρούσεων ιόντων και ηλεκτρονίων

Στο παραπάνω γράφημα απεικονίζονται οι συχνότητες συγκρούσεων, όπου $\nu_{O^+} = \nu_{O^+-O} + \nu_{O^+-O_2} + \nu_{O^+-N_2}$ και ομοίως για τα υπόλοιπα ιόντα. Όπου $\nu_{ion} = \frac{\nu_{O^++\nu_{O_2^+}+\nu_{NO^+}}}{3}$ και $\nu_e = \nu_{e-O} + \nu_{e-O_2} + \nu_{e-N_2}$. Στην συνέχεια ακολουθούν τα γραφήματα συναρτήσει του γεωγραφικού πλάτους και μήκους, όπως και συναρτήσει του γεωγραφικού πλάτους και του ύψους.



Εικόνα 3.17 Οι συχνότητες συγκρούσεων ηλεκτρονίων (πάνω) και ιόντων (κάτω) (Lat-Long map)⁷

⁷ Επειδή το TIEGCM δίνει διαφορετικά υψόμετρα για κάθε lat, lon και pressure level, υπολογίζουμε μία μέση τιμή, εξού και το «~» km.



Εικόνα 3.18 Οι συχνότητες συγκρούσεων ιόντων (πάνω) και ηλεκτρονίων (κάτω) (Lat-Alt map)

Στην συνέχεια ασχολούμαστε με τις αγωγιμότητες όπως περιγράφονται από τις σχέσεις (2.30), (2.31) και (2.32), του δεύτερου κεφαλαίου. Θα τις γράψουμε με την αναλυτική τους μορφή, δηλαδή για κάθε ιόν, αλλά και θα εισάγουμε έναν παράγοντα δίνοντάς τους μία διαφορετική

μορφή, ενώ δείχνουμε και πως προκύπτουν οι μονάδες μέτρησής τους. Η σχέση (2.30), που περιγράφει την παράλληλη αγωγιμότητα, παραλείποντας την συχνότητα συγκρούσεων ηλεκτρονίων και ιόντων που δεν είναι σημαντική σε σχέση με τη συχνότητα σύγκρουσης ηλεκτρονίων ουδετέρων, απλοποιείται στην εξής μορφή:

$$\sigma_{\parallel} = \frac{N_e e^2}{m_e v_{en}} \quad (3.22),$$

όπου $v_{en} = v_{e-O} + v_{e-O_2} + v_{e-N_2}$.

Στην περίπτωση των αγωγιμοτήτων οι πυκνότητες θα πρέπει να είναι σε m^{-3} , σε αντίθεση με την περίπτωση των συχνοτήτων σύγκρουσης που ήταν σε cm^{-3} . Έτσι, οι μονάδες μέτρησης για την παράλληλη αγωγιμότητα βρίσκονται ως εξής:

$$\sigma_{\parallel} \sim \frac{m^{-3} C^2}{kg \ 1/s} = \frac{C^2 s}{m^3 kg} = \frac{C^2 s^3}{m^2 m kg s^2} = \frac{A^2 s^3}{m^2 m \ kg} = S/m.$$

Βάζοντας το φορτίο του ηλεκτρονίου σε *coulomb* και την μάζα του σε *kilograms*, παίρνουμε την αγωγιμότητα σε *siemens/meter*. Η σχέση (2.31) μας δίνει την αγωγιμότητα Pedersen, στην οποία διαιρώντας τα κλάσματα με Ω^2 , ορίζουμε τον λόγο $r = \frac{\nu}{\Omega}$. Το ωμέγα, όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο 2, ονομάζεται γυρο-συχνότητα και για τα ηλεκτρόνια και ιόντα δίνεται από τους παρακάτω τύπους:

$$\Omega_e = \frac{eB}{m_e} \quad (3.23)$$

$$\Omega_{O^+} = \frac{eB}{m_{O^+}} \quad (3.24)$$

$$\Omega_{O_2^+} = \frac{eB}{m_{O_2^+}} \quad (3.25)$$

$$\Omega_{NO^+} = \frac{eB}{m_{NO^+}} \quad (3.26).$$

Στις παραπάνω σχέσεις βάζοντας το μέτρο του μαγνητικού πεδίου σε *tesla*, το φορτίο του ηλεκτρονίου σε *coulomb* και τις μάζες σε *kilograms*, παίρνουμε:

$$\Omega \sim \frac{C T}{kg} = \frac{C kg}{C s kg} = \frac{1}{s} = Hz.$$

Επομένως, αφού και οι συχνότητες συγκρούσεων είναι σε *hertz*, ο λόγος r είναι αδιάστατος. Οπότε, η αγωγιμότητα Pedersen, γράφεται:

$$\sigma_P = \frac{e}{B} \left(\frac{N_e r_e}{1 + r_e^2} + \frac{N_{O^+} r_{O^+}}{1 + r_{O^+}^2} + \frac{N_{O_2^+} r_{O_2^+}}{1 + r_{O_2^+}^2} + \frac{N_{NO^+} r_{NO^+}}{1 + r_{NO^+}^2} \right) \quad (3.27)$$

Ομοίως, για πυκνότητες σε m^{-3} , φορτίο ηλεκτρονίου σε *coulomb* και μαγνητικό πεδίο σε *tesla*, η αγωγιμότητα θα δίνεται σε:

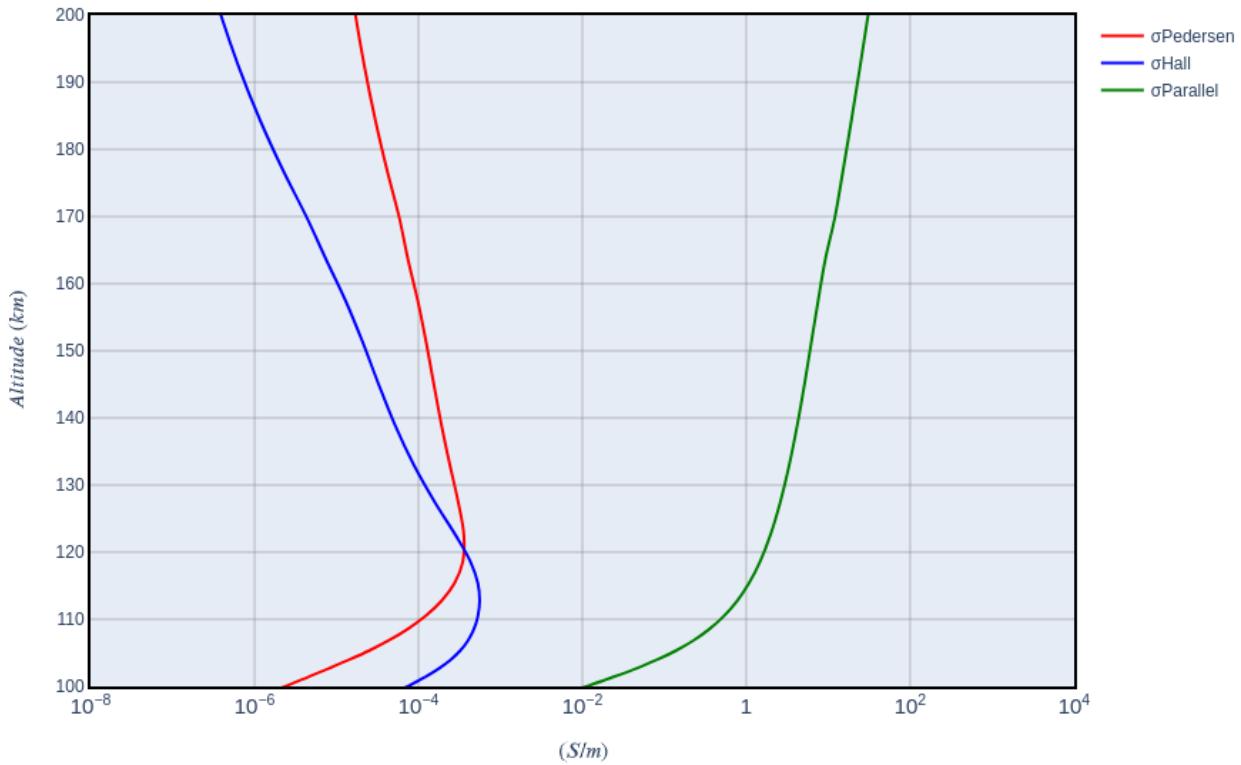
$$\sigma_P \sim \frac{C m^{-3}}{T} = \frac{C m^{-3} C s}{kg} = \frac{C^2 s}{kg m^3} \times \frac{s^2}{s^2} = \frac{C^2 s^3}{kg m^3 s^2} = \frac{A^2 s^3}{kg m^3} = S/m.$$

Τέλος, γράφοντας και την σχέση (2.32), που δίνει την αγωγιμότητα Hall, με τη χρήση του λόγου r , έχουμε:

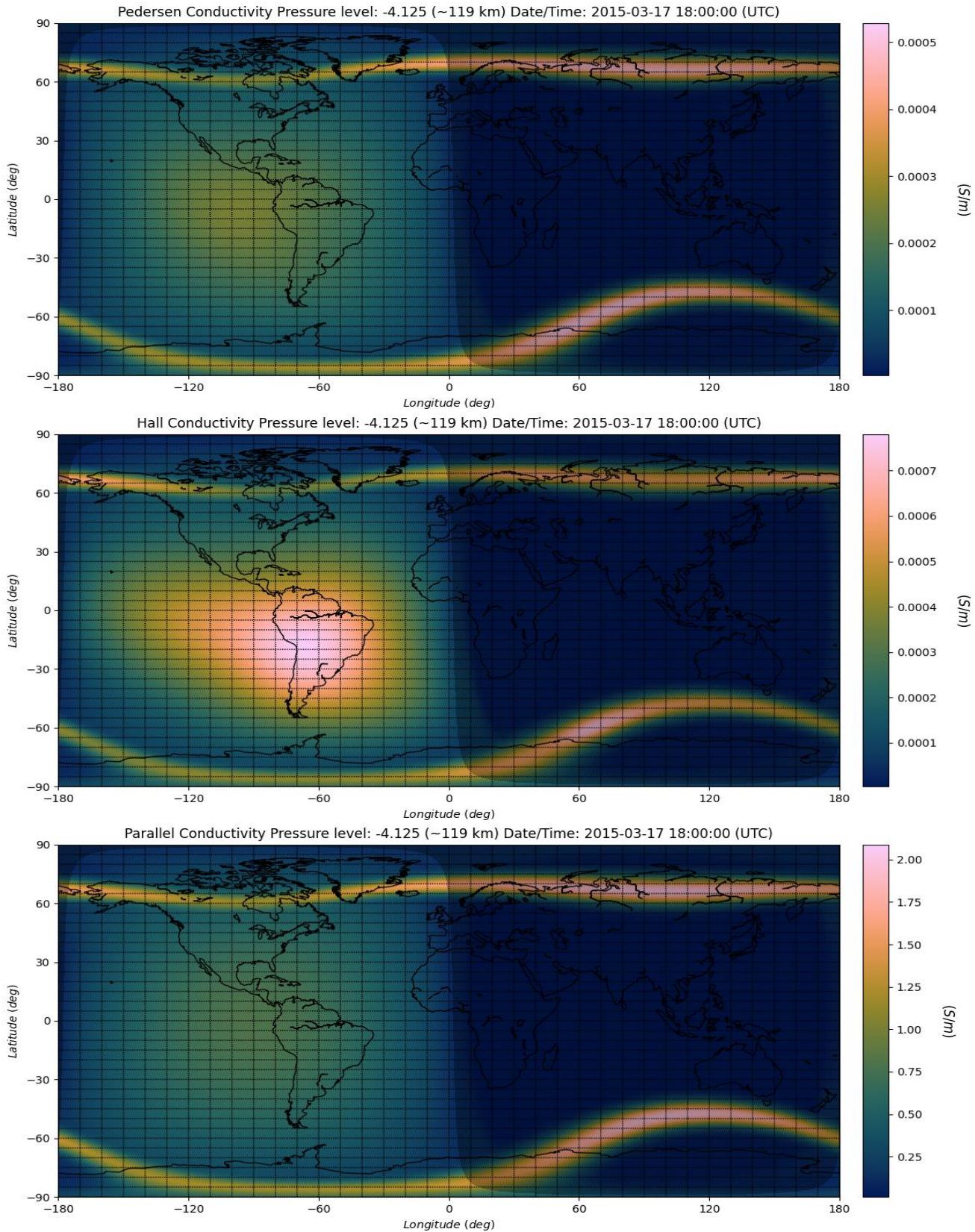
$$\sigma_H = \frac{e}{B} \left(\frac{N_e}{1 + r_e^2} - \frac{N_{O^+}}{1 + r_{O^+}^2} - \frac{N_{O_2^+}}{1 + r_{O_2^+}^2} - \frac{N_{NO^+}}{1 + r_{NO^+}^2} \right) \quad (3.28),$$

η οποία επίσης δίνεται σε *siemens/meter*.

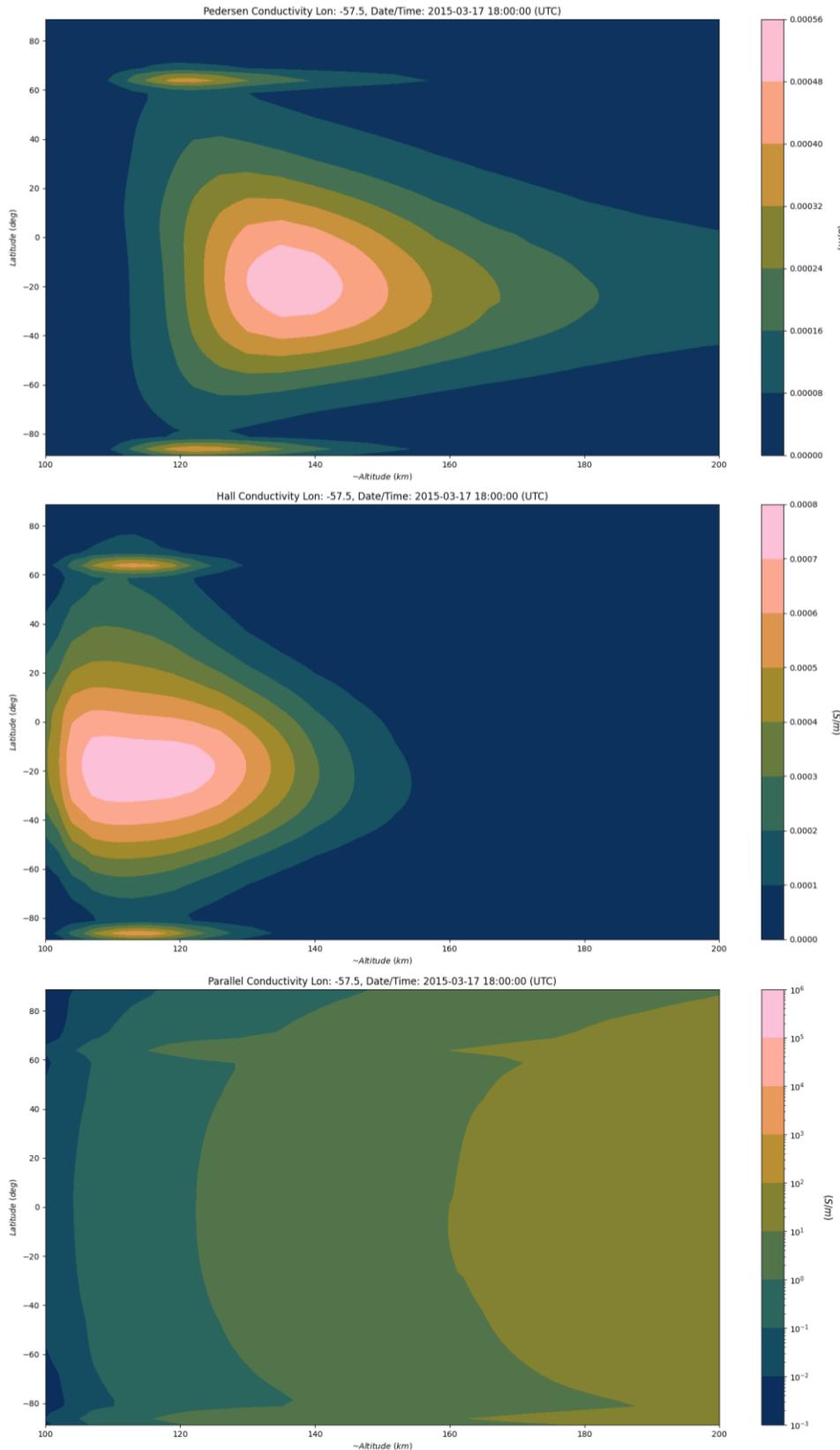
Conductivities Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 3.19 Οι αγωγιμότητες Pedersen, Hall και Parallel



Εικόνα 3.20 Οι αγωγιμότητες Pedersen (πάνω), Hall (μέση) και Parallel (κάτω) (Lat-Long map)



Εικόνα 3.21 Οι αγωγμότητες Pedersen (πάνω), Hall (μέση) και Parallel (κάτω) (Lat-Alt map)

Τα ρεύματα μπορούν να υπολογιστούν με δύο μεθοδολογίες, αυτές είναι ο κλασσικός ορισμός:

$$\vec{J}_D = eN_e \left(\vec{V}_{i\perp}^* - \vec{V}_{e\perp}^* \right) = eN_e (\vec{V}_{i\perp} - \vec{V}_{e\perp}) = eN_e \left(\vec{V}_{i\perp} - \left(\frac{\vec{E}_\perp^* \times \vec{B}}{B^2} + \vec{U}_{n\perp} \right) \right) \quad (3.29),$$

όπου οι συνιστώσες του διανύσματος $\vec{V}_{i\perp}$ δίνονται από τις σχέσεις (3.7), (3.8) και (3.9), αλλά και ο νόμος του Ohm:

$$\vec{J}_O = \vec{J}_P + \vec{J}_H = \sigma_P \vec{E}_\perp^* + \sigma_H \left(\hat{b} \times \vec{E}_\perp^* \right) \quad (3.30).$$

Έτσι, προτού συνεχίσουμε με τα ρεύματα και τα heating rates, αναλύουμε κάποιες ποσότητες που συμμετέχουν στις εξισώσεις τους.

Το μοναδιαίο διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου ορίζεται ως εξής, με βάση τις εισόδους του IGRF:

$$\hat{b} = \left(\frac{B_x}{B} \hat{x}, \quad \frac{B_y}{B} \hat{y}, \quad \frac{B_z}{B} \hat{z} \right),$$

όπου οι συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου έχουν μετατραπεί στο ECEF και το μέτρο του μαγνητικού πεδίου δίνεται από την σχέση:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}.$$

Έτσι, μπορούμε να ορίσουμε στη συνέχεια το κάθετο ηλεκτρικό πεδίο:

$$\vec{E}_\perp = \vec{E} \times \hat{b} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ E_x & E_y & E_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix} = \hat{x}(E_y b_z - E_z b_y) + \hat{y}(E_z b_x - E_x b_z) + \hat{z}(E_x b_y - E_y b_x) \quad (3.31),$$

όπου το ηλεκτρικό πεδίο έχει πρώτα και αυτό μετατραπεί σε ECEF. Με τον ίδιο τρόπο ορίζουμε και τον ουδέτερο άνεμο κάθετο στο μαγνητικό πεδίο:

$$\vec{U}_{n\perp} = \vec{U}_n \times \hat{b} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ U_{nx} & U_{ny} & U_{nz} \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix} = \hat{x}(U_{ny} b_z - U_{nz} b_y) + \hat{y}(U_{nz} b_x - U_{nx} b_z) + \hat{z}(U_{nx} b_y - U_{ny} b_x) \quad (3.32),$$

όπου πάλι ο ουδέτερος άνεμος έχει μετατραπεί πρώτα σε ECEF. Ακόμη, ορίζουμε το εξής εξωτερικό γινόμενο:

$$\vec{U}_{n\perp} \times \vec{B} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ U_{n\perp x} & U_{n\perp y} & U_{n\perp z} \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = \hat{x}(U_{n\perp y} B_z - U_{n\perp z} B_y) + \hat{y}(U_{n\perp z} B_x - U_{n\perp x} B_z) + \hat{z}(U_{n\perp x} B_y - U_{n\perp y} B_x) \quad (3.33),$$

όπου οι συνιστώσες του $\vec{U}_{n\perp}$ δίνονται από την παραπάνω σχέση (3.32).

Κάνοντας χρήση των σχέσεων (3.31) και (3.33), ορίζουμε το κάθετο ηλεκτρικό πεδίο με αναφορά των ουδέτερο άνεμο ως εξής:

$$\vec{E}_{\perp}^* = \vec{E}_{\perp} + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B} \quad (3.34)$$

Επίσης, ορίζουμε το εξωτερικό γινόμενο που βρίσκεται στην σχέση (3.30), ως εξής:

$$\hat{b} \times \vec{E}_{\perp}^* = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ b_x & b_y & b_z \\ \vec{E}_{\perp x}^* & \vec{E}_{\perp y}^* & \vec{E}_{\perp z}^* \end{bmatrix} = \hat{x} (b_y \vec{E}_{\perp z}^* - b_z \vec{E}_{\perp y}^*) + \hat{y} (b_z \vec{E}_{\perp x}^* - b_x \vec{E}_{\perp z}^*) + \hat{z} (b_x \vec{E}_{\perp y}^* - b_y \vec{E}_{\perp x}^*) \quad (3.35).$$

Τέλος, ορίζουμε και το εξωτερικό γινόμενο που απαιτείται για τον υπολογισμό της κάθετης ταχύτητας των ηλεκτρονίων η οποία χρησιμοποιείται στην σχέση (3.29):

$$\vec{E}_{\perp}^* \times \vec{B} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \vec{E}_{\perp x}^* & \vec{E}_{\perp y}^* & \vec{E}_{\perp z}^* \\ B_x & B_y & B_z \end{bmatrix} = \hat{x} (\vec{E}_{\perp y}^* B_z - \vec{E}_{\perp z}^* B_y) + \hat{y} (\vec{E}_{\perp z}^* B_x - \vec{E}_{\perp x}^* B_z) + \hat{z} (\vec{E}_{\perp x}^* B_y - \vec{E}_{\perp y}^* B_x) \quad (3.36).$$

Η ανάλυση των παραπάνω σχέσεων περαιτέρω στις εκάστοτε συνιστώσες, όπως αυτές προκύπτουν από τα εξωτερικά γινόμενα δεν θα ήταν πρακτικό. Οι ίδιες σχέσεις μπορούν να βρεθούν και στον κώδικα, όπου υλοποιούνται εύκολα προγραμματιστικά. Έπειτα και από τα παραπάνω το ρεύμα, όπως δίνεται από την σχέση (3.29), έχει οριστεί. Για το μέτρο του ισχύει:

$$|\vec{J}_D| = e N_e \sqrt{J_{Dx}^2 + J_{Dy}^2 + J_{Dz}^2} \quad (3.37),$$

όπου οι συνιστώσες του δίνονται από τις πράξεις της σχέσης (3.29) για κάθε συνιστώσα του $\vec{V}_{i\perp}$, του $\vec{U}_{n\perp}$ (σχέση (3.32)) και του $\vec{E}_{\perp}^* \times \vec{B}$ (σχέση (3.36)). Με τον ίδιο τρόπο προκύπτει και το μέτρο του \vec{J}_O :

$$|\vec{J}_O| = \sqrt{(J_{Px} + J_{Hx})^2 + (J_{Py} + J_{Hy})^2 + (J_{Pz} + J_{Hz})^2} \quad (3.38),$$

όπου οι επιμέρους συνιστώσες για το ρεύμα Pedersen δίνονται από την σχέση (3.34), η οποία βρίσκεται από τις σχέσεις (3.31), (3.32) και (3.33), πολλαπλασιαζόμενη με την σταθερή αγωγιμότητα της σχέσης (3.27), ενώ του ρεύματος Hall από την σχέση (3.35) πολλαπλασιαζόμενη με την σταθερή αγωγιμότητα της σχέσης (3.28). Οι μονάδες μέτρησης για το ρεύμα της σχέσης (3.29), προκύπτουν:

$$J_D \sim C m^{-3} \left(\frac{m}{s} + \frac{V}{m} \times \frac{1}{T} \right) = C m^{-3} \left(\frac{m}{s} + \frac{V m^2}{m V s} \right) = C m^{-3} \left(\frac{m}{s} + \frac{m}{s} \right) = A/m^2,$$

όπου η πυκνότητα των ηλεκτρονίων σε m^{-3} και το φορτίο σε coulomb, οι ταχύτητες σε meter/second, το ηλεκτρικό πεδίο σε Volt/meter και το μαγνητικό πεδίο σε tesla.

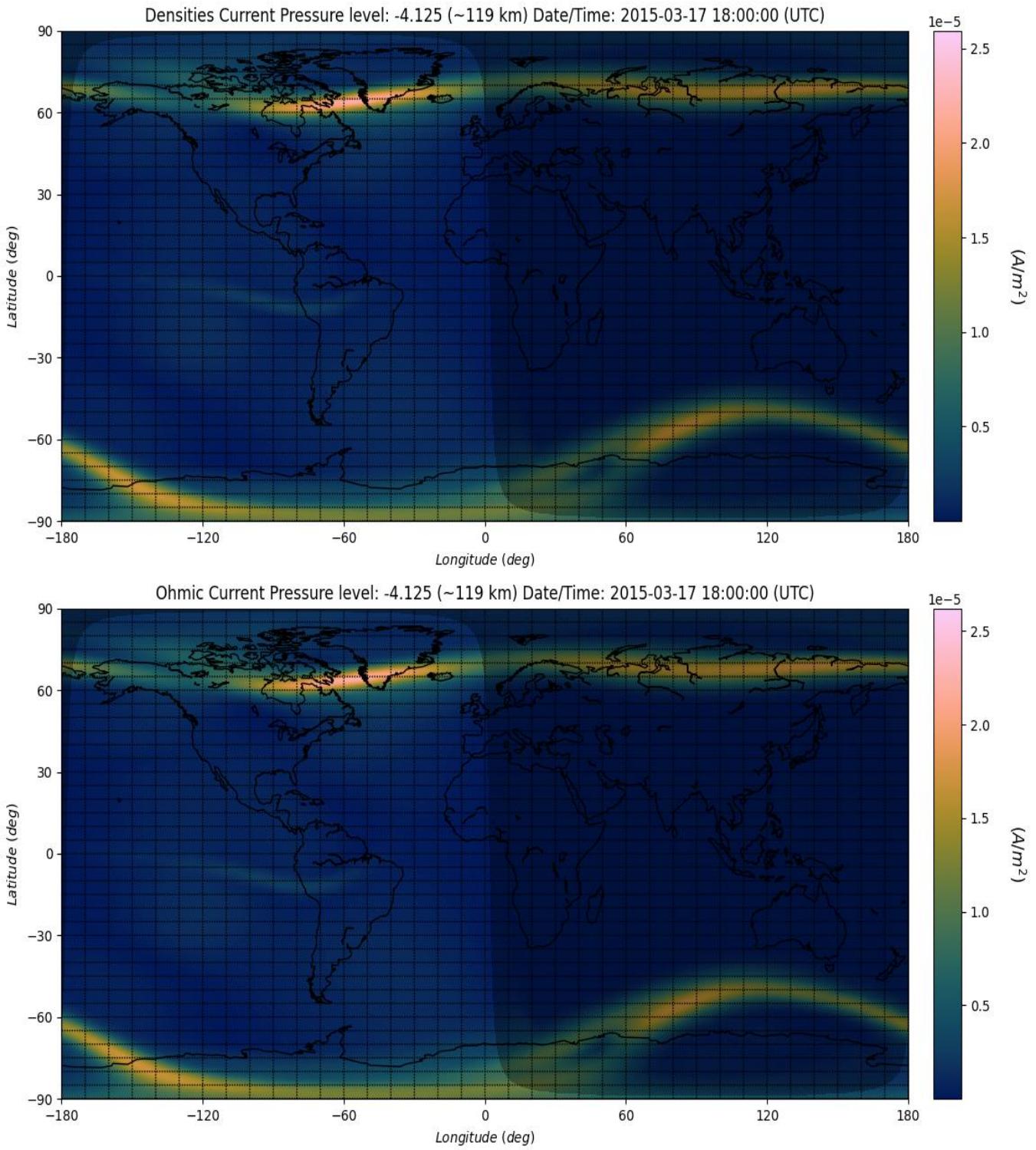
Τιδες οι μονάδες μέτρησης και για το ωμικό ρεύμα ως εξής:

$$J_P \sim \frac{S}{m} \left(\frac{V}{m} + \frac{m T}{s} \right) = \frac{A}{V m} \left(\frac{V}{m} + \frac{V s m}{m^2 s} \right) = \frac{A}{V m} \times \frac{V}{m} = A/m^2,$$

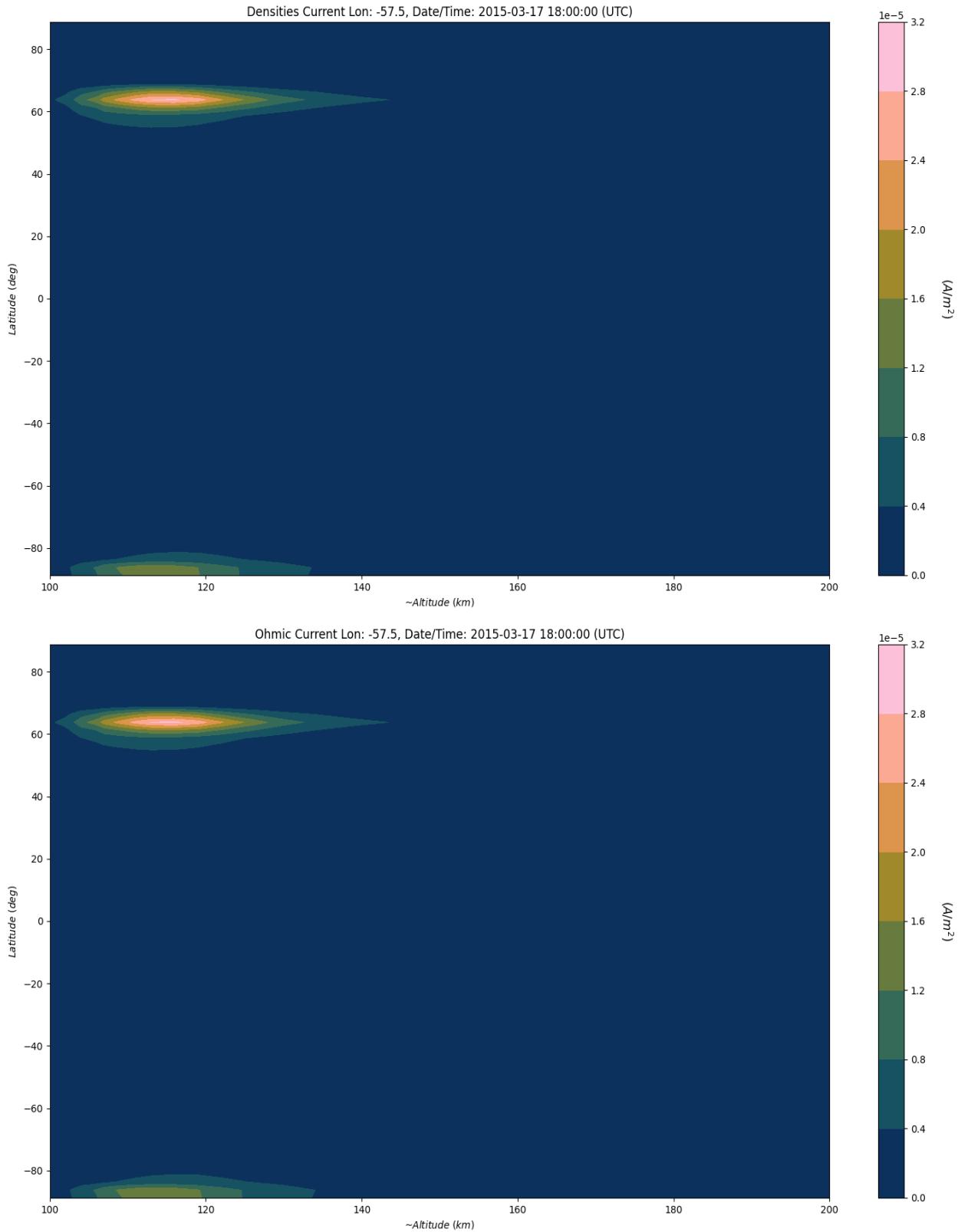
$$J_H \sim \frac{S}{m} \times \frac{V}{m} = \frac{A V}{V m^2} = A/m^2$$



Εικόνα 3.22 Τα μέτρα των ρευμάτων Hall, Pedersen, του ωμικού ρεύματος και του ρεύματος με βάση τον κλασσικό ορισμό



Εικόνα 3.23 Τα μέτρα των ρευμάτων με βάση τον κλασσικό ορισμό και τον νόμο του Ohm (Lat-Long map)



Εικόνα 3.24 Τα μέτρα των ρευμάτων με βάση τον κλασσικό ορισμό και τον νόμο του Ohm (Lat-Alt map)

Αφού έχουμε ορίσει τα ρεύματα με τους δύο αυτούς τρόπους, είμαστε πλέον σε θέση να ορίσουμε και τα heating rates, όπως εμφανίζονται στις σχέσεις (2.34), (2.35) και (2.36). Γενικά το φαινόμενο της ωμικής θέρμανσης δίνεται από την σχέση:

$$Q = \vec{J} \cdot \vec{E}.$$

Αν τώρα στην παραπάνω σχέση χρησιμοποιήσουμε το ηλεκτρικό πεδίο με αναφορά τον ουδέτερο άνεμο και το ρεύμα με βάση είτε την σχέση (3.29), είτε την (3.30), τότε έχουμε τον υπολογισμό της ωμικής θέρμανσης με βάση δύο εναλλακτικούς τρόπους, τους οποίους συμβατικά ονομάζουμε Joule heating και Ohmic heating, αντίστοιχα. Γενικά, ως Joule heating αναφέρεται η παραπάνω σχέση, ωστόσο για να μπορέσουμε να διακρίνουμε τους διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού του έχει επιλεχθεί αυτή ονοματολογία, η οποία κλείνει με τον όρο Frictional heating, της σχέσης (2.36). Επομένως, για το Joule heating, έχουμε:

$$Q_J = eN_e \left(\vec{V}_{i\perp} - \left(\vec{U}_{n\perp} + \frac{(\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}) \times \vec{B}}{B^2} \right) \right) \cdot (\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}),$$

όμως από την ιδιότητα $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{a} = 0$, όπου: $\vec{a} = \vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}$ και $\vec{c} = \frac{\vec{B}}{B^2}$, προκύπτει:

$$Q_J = eN_e (\vec{V}_{i\perp} - \vec{U}_{n\perp}) \cdot (\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}) \quad (3.39).$$

Σε πιο απλοποιημένη μορφή γράφεται και ως εξής:

$$Q_J = eN_e (\vec{V}_{i\perp} \cdot \vec{E}_\perp^* - \vec{U}_{n\perp} \cdot \vec{E}_\perp),$$

αφού το εσωτερικό γινόμενο $\vec{U}_{n\perp} \cdot \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B} = 0$, μιας και τα διανύσματα είναι κάθετα μεταξύ τους. Οι μονάδες μέτρησης για την (3.39), προκύπτουν ως εξής:

$$Q_J \sim C \text{ } m^{-3} \left(\frac{m}{s} \right) \left(\frac{V}{m} + \frac{m \text{ } T}{s} \right) = C \text{ } m^{-3} \left(\frac{m}{s} \right) \left(\frac{V}{m} + \frac{m \text{ } V \text{ } s}{s \text{ } m^2} \right) = \frac{C \text{ } m^{-3} \text{ } m \text{ } V}{s \text{ } m} = \frac{A \text{ } V}{m^3} = W/m^3.$$

Εφαρμόζοντας τον ωμικό ορισμό του ρεύματος, για το Ohmic Heating, έχουμε:

$$Q_O = \sigma_P \vec{E}_\perp^* \cdot \vec{E}_\perp^* = \sigma_P |\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}|^2 \quad (3.40).$$

Οι μονάδες μέτρησής του δίνονται ως εξής:

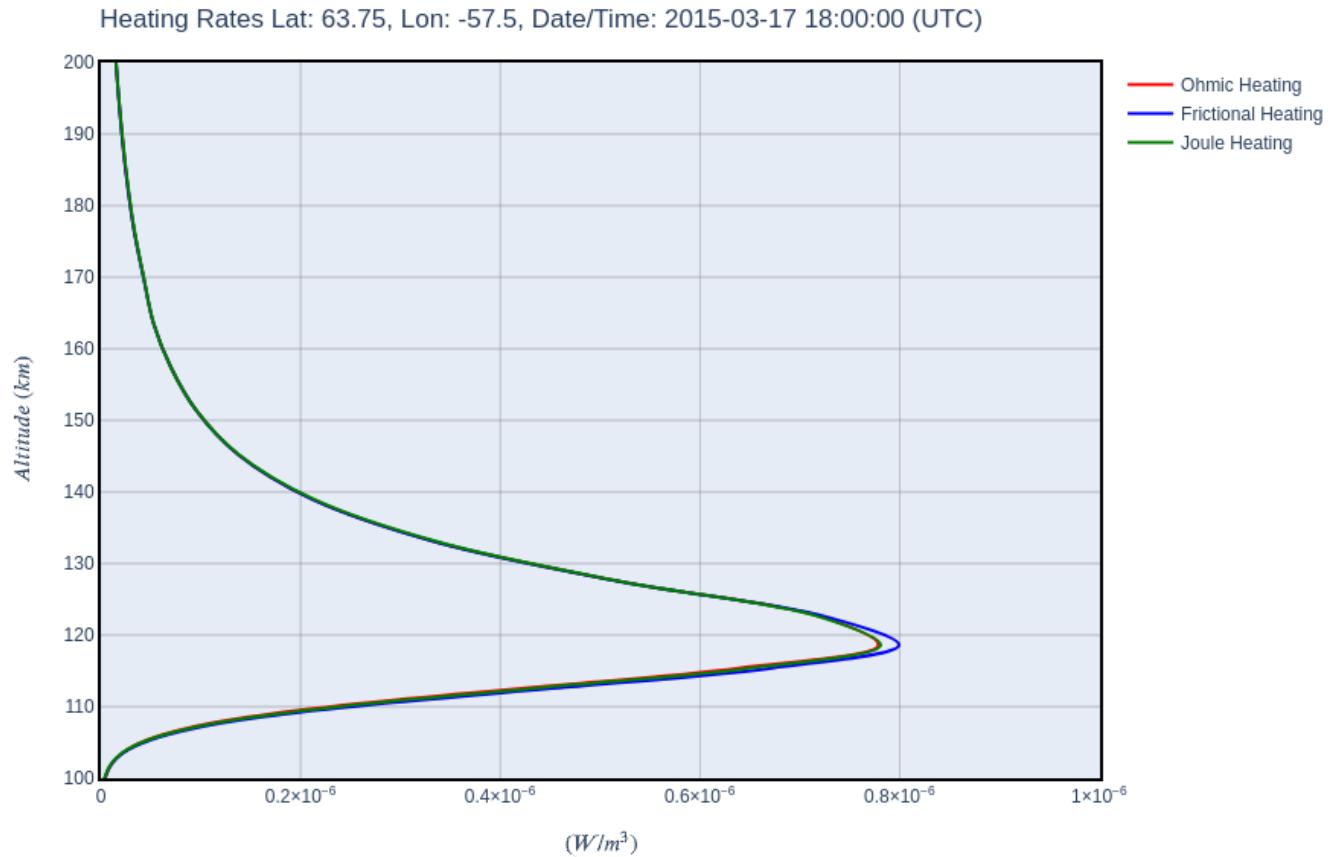
$$Q_O = \frac{S}{m} \left(\frac{V}{m} + \frac{m \text{ } T}{s} \right)^2 = \frac{A}{V \text{ } m} \left(\frac{V}{m} \right)^2 = W/m^3.$$

Τέλος, έχουμε την τελευταία μορφή της ωμικής θέρμανσης, το Frictional heating:

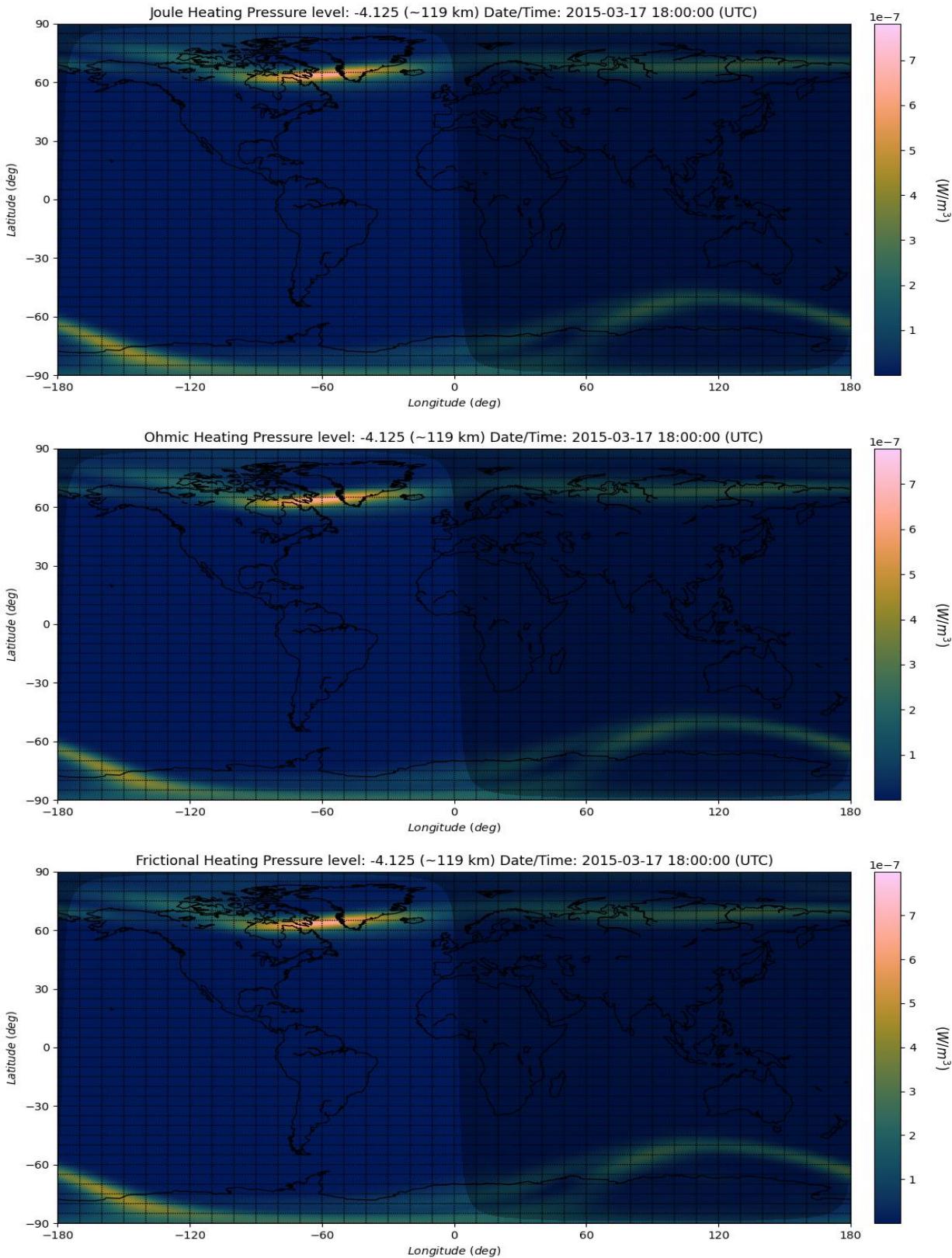
$$Q_F = (m_{O^+} \nu_{O^+ n} N_{O^+} + m_{O_2^+} \nu_{O_2^+ n} N_{O_2^+} + m_{NO^+} \nu_{NO^+ n} N_{NO^+}) |\vec{V}_{i\perp} - \vec{U}_{n\perp}|^2 \quad (3.41).$$

Για τις μονάδες μέτρησής του, έχουμε:

$$Q_F \sim kg \text{ Hz} m^{-3} \left(\frac{m}{s} \right)^2 = \frac{kg}{m s^3} = \frac{kg m}{m s^3 m} = \frac{N}{m^2 s} = \frac{V s A m}{m^2 s m^2} = \frac{V A}{m^3} = W/m^3.$$

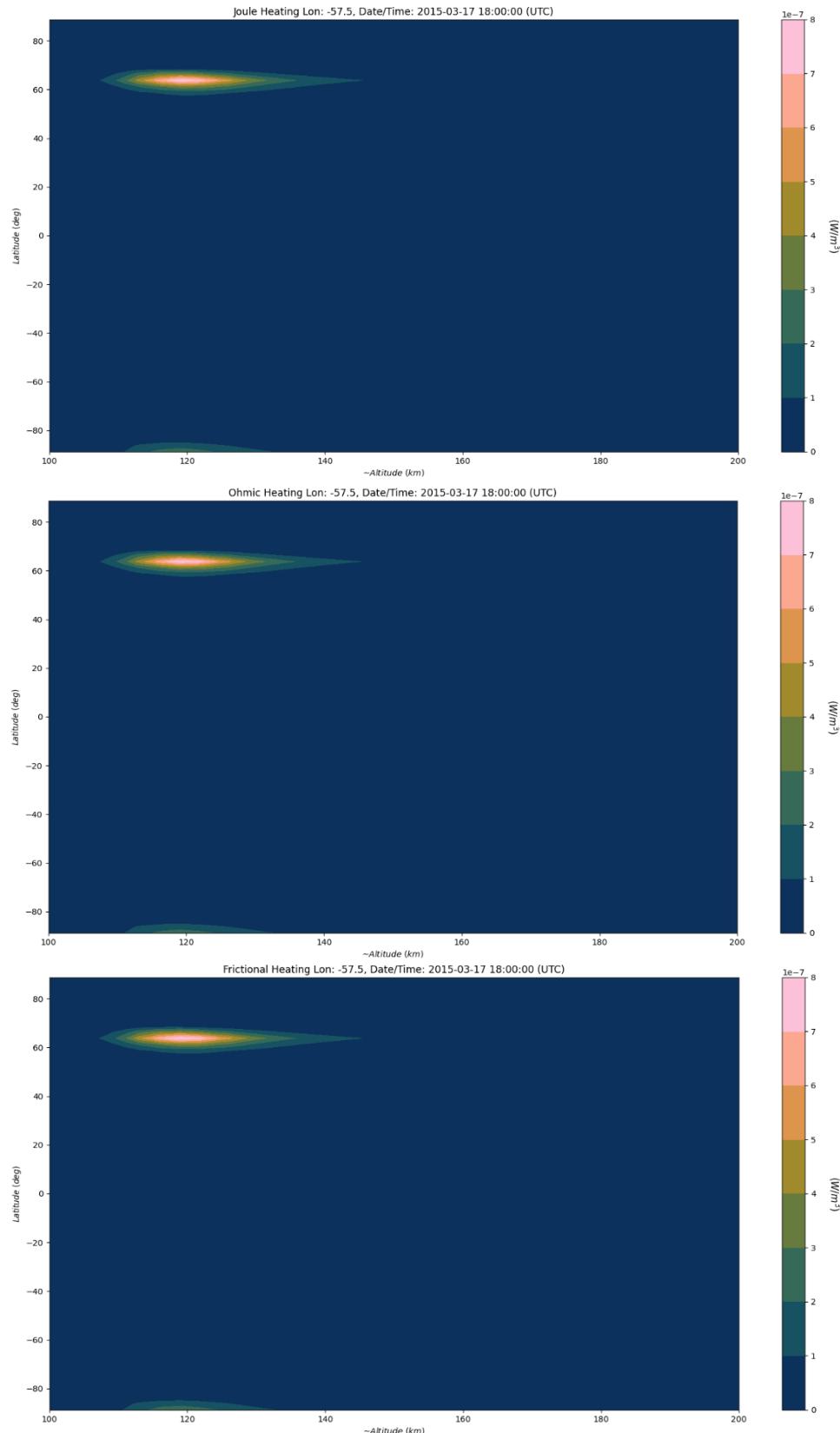


Εικόνα 3.25 Joule, Ohmic και Frictional heating rates



Εικόνα 3.26 Τα Joule (πάνω), Ohmic (μέση) και Frictional (κάτω) heating rates (Lat-Long map)

Διπλωματική εργασία – Ψυχάλας Χρήστος



Εικόνα 3.27 Τα Joule (πάνω), Ohmic (μέση) και Frictional (κάτω) heating rates (Lat-Alt map)

Κλείνουμε το κεφάλαιο με ένα περαιτέρω παράγωγο μέγεθος, αυτό της διατομής σύγκρουσης ιόντων – ουδετέρων, που αποτελεί σημαντικό παράγοντα στην εναλλαγή ορμής και ενέργειας. Θεωρητικά, από [1] Banks, Kockarts Aeronomy Part A (1973), θεωρώντας την προσέγγιση:

$$v_{in} \sim N_n \langle V_{in} \rangle \sigma_{in},$$

όπου v_{in} η συχνότητα σύγκρουσης, N_n η πυκνότητα των ουδετέρων, $\langle V_{in} \rangle$ η θερμική ταχύτητα και σ_{in} η διατομή σύγκρουσης. Η συχνότητα σύγκρουσης, λοιπόν, είναι ανάλογη του πλήθους των ουδετέρων, δηλαδή όσα περισσότερα άτομα τόσες περισσότερες συγκρούσεις. Είναι ανάλογη της ταχύτητας, καθώς μεγαλύτερες ταχύτητες συνεπάγονται πιο συχνές συγκρούσεις. Εδώ χρησιμοποιούμε σαν μέση ταχύτητα την θερμική, αφού είναι αδύνατο να γνωρίζουμε την ταχύτητα κάθε ιόντος. Τέλος, είναι ανάλογη και της διατομής σύγκρουσης, όσο μεγαλύτερη τόσο πιο συχνά θα προκύπτουν συγκρούσεις. Αντικαθιστώντας την ταχύτητα και λύνοντας ως προς σ_{in} , έχουμε:

$$\sigma_{in} = \frac{v_{in}}{N_n \sqrt{\frac{2kT_i}{m_i}}} \quad (3.42),$$

όπου k η σταθερά Boltzmann, $k = 1.38064852 \times 10^{-23} m^2 kg s^{-2} K^{-1}$. Η πυκνότητα προκύπτει ως:

$$N_n = N_O + N_{O_2} + N_{N_2}.$$

Για κάθε ιόν έχουμε τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \sigma_{O^+} &= \frac{v_{O^+ n}}{N_n \sqrt{\frac{2kT_i}{m_{O^+}}}}, \\ \sigma_{O_2^+} &= \frac{v_{O_2^+ n}}{N_n \sqrt{\frac{2kT_i}{m_{O_2^+}}}}, \\ \sigma_{NO^+} &= \frac{v_{NO^+ n}}{N_n \sqrt{\frac{2kT_i}{m_{NO^+}}}}. \end{aligned}$$

Εντούτοις, όπως και στην περίπτωση των θερμοκρασιών και των ταχυτήτων υπάρχει δυσκολία στην μέτρησή τους για το κάθε ιόν, έτσι και σε αυτή την περίπτωση παίρνουμε την μέση διατομή θεωρώντας μία μέση μάζα ιόντων και μία μέση συχνότητα συγκρούσεων:

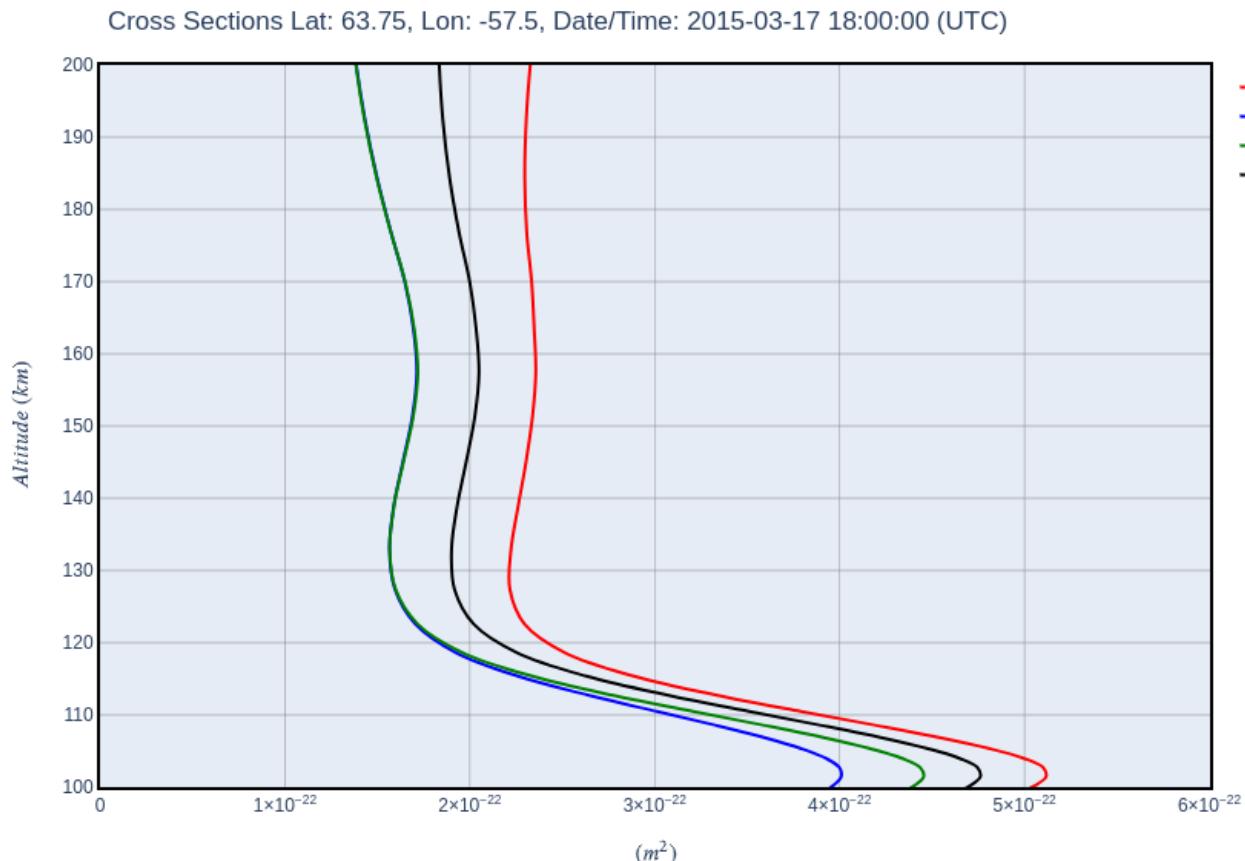
$$m_i = \frac{m_{O^+} + m_{O_2^+} + m_{NO^+}}{3}$$

και

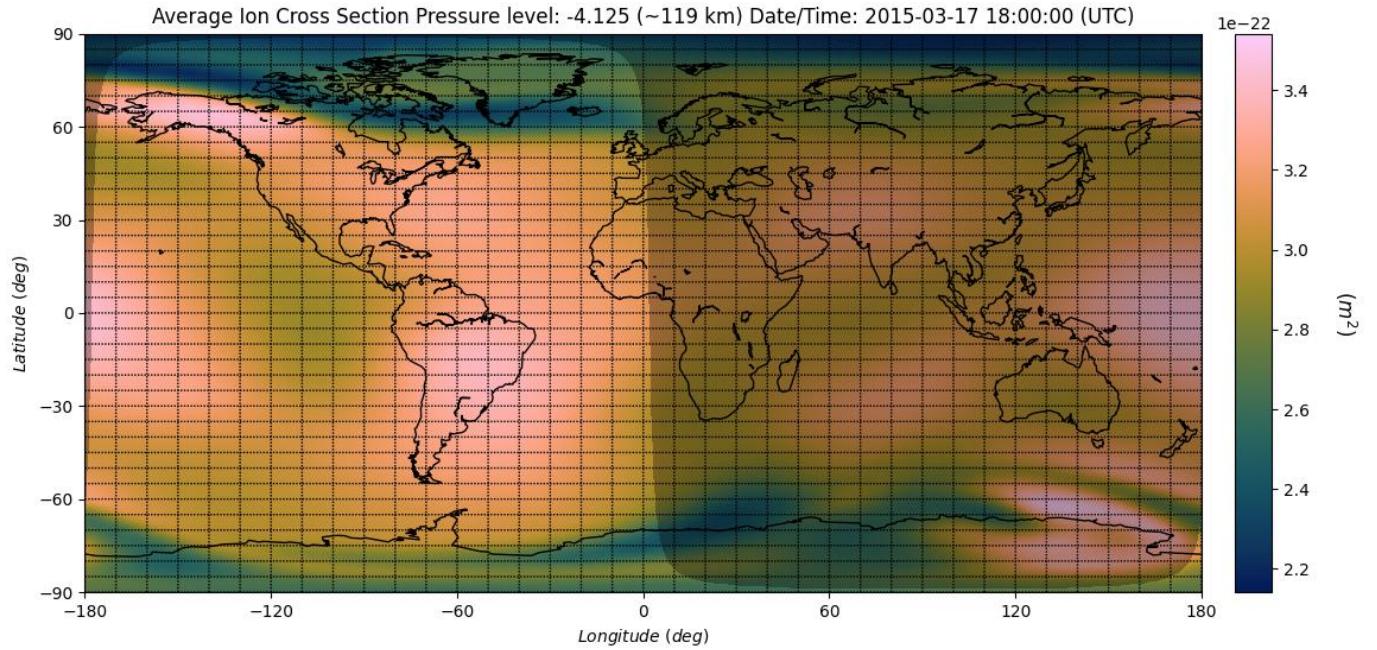
$$\nu_{in} = \frac{\nu_{O^+n} + \nu_{O_2^+n} + \nu_{NO^+n}}{3}.$$

Έτσι, παίρνουμε την σχέση (3.42). Όσον αφορά τις μονάδες μέτρησης, αυτές βρίσκονται ως εξής:

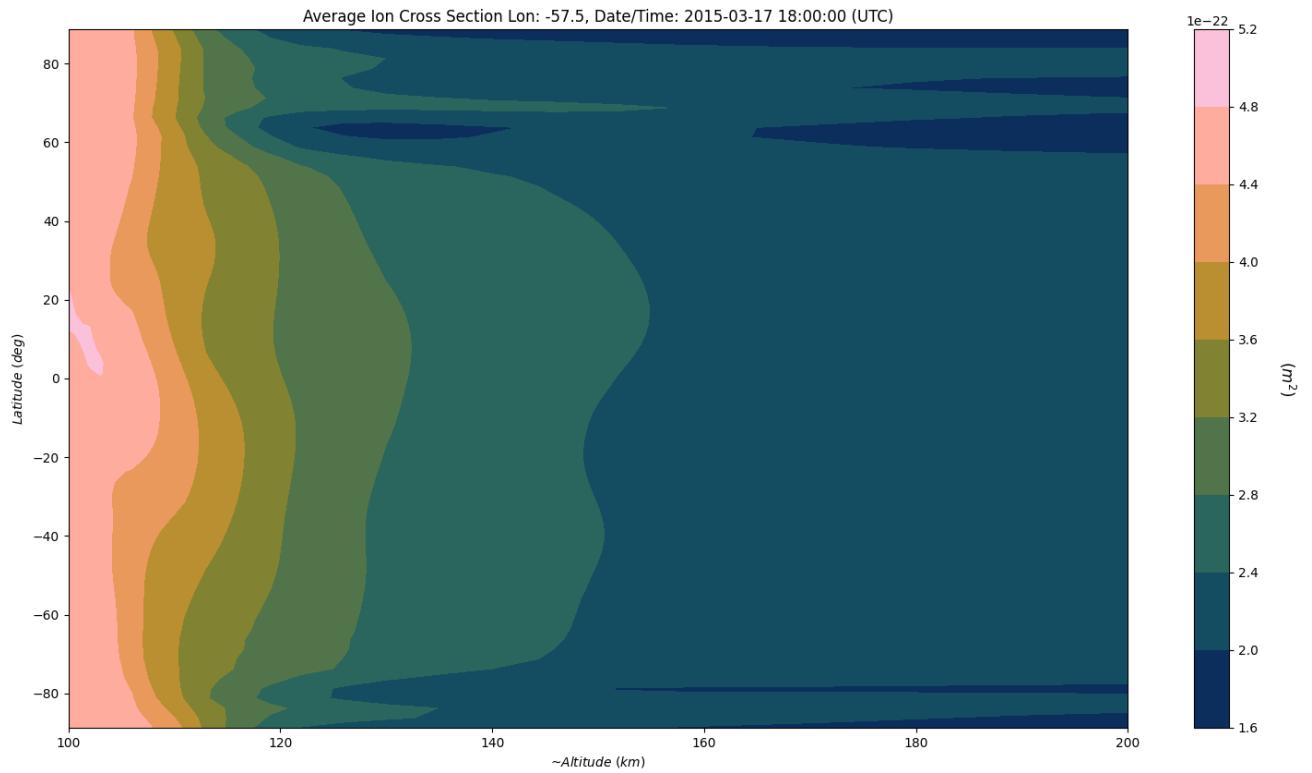
$$\sigma_{in} \sim \frac{\frac{1}{s \cdot m^{-3}}}{\sqrt{\frac{m^2 \cdot kg \cdot K}{s^2 \cdot kg \cdot K}}} = \frac{\frac{m^3}{s}}{\sqrt{\frac{m^2}{s^2}}} = m^2.$$



Εικόνα 3.28 Οι διατομές σύγκρουσης των ιόντων



Εικόνα 3.29 Η μέση διατομή σύγκρουσης των ιόντων (Lat-Long map)



Εικόνα 3.30 Η μέση διατομή σύγκρουσης των ιόντων (Lat-Alt map)

Aναφορές

Bιβλία

- [1] P. M. Banks and G. Kockarts, “Aeronomy, Part A”, Academic Press, 1973
- [2] Robert Schunk and Andrew Nagy, “Ionospheres, Physics, Plasma Physics, and Chemistry”, second edition, 2009

Εργασίες

- [3] Cèdric H. David, David R. Maidment, David N. Yates, David J. Gochis, Wei Yu, Zond-Liang Yang, “Using NHDPLUS as the Land Base for the Noah-distributed Model”, Transactions in GIS, 2009
- [4] Erwan Thébault et al., “International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation”, Earth, Planets and Space, 2015
- [5] James R. Lynch, “Coordinates”, Naval Postgraduate School, 2002
- [6] Liying Qian, Alan G. Burns, Barbara A. Emery, Benjamin Foster, Gang Lu, Astrid Maute, Arthur D. Richmond, Raymond G. Roble, Stanley C. Solomon, Wenbin Wang, “The NCAR TIE-GCM: A Community Model of the Coupled Thermosphere/Ionosphere System”, Modeling the Ionosphere-Thermosphere System Geophysical Monograph Series 201, 2013
- [7] L. Sangalli, D. J. Knudsen, M. F. Larsen, T. Zhan, R. F. Pfaff, D. Rowland, “Rocket-based measurements of ion velocity, neutral wind, and electric field in the collisional transition region of the auroral ionosphere”, Journal of Geophysical Research Vol. 114, 2009
- [8] P. P. Joshi, L. S. Waldrop, C. G. M. Brum, “Ionospheric O^+ Momentum Balance Through Charge Exchange With Thermospheric O Atoms”, Journal of Geophysical Research: Space Physics, 2018
- [9] Susan Macmillan, Christopher Finlay, “The International Geomagnetic Reference Field”
- [10] Theodore E. Sarris, “Understanding the ionosphere thermosphere response to solar and magnetospheric drivers: status, challenges and open issues”, Philosophical Transactions, 2019
- [11] Theodoros E. Sarris, Elsayed R. Talaat, Minna Palmroth, Iannis Dandouras, Errico Armandillo, Guram Kervalishvili, Stephan Buchert, Stylianos Tourgaidis, David M. Malaspina, Allison N. Jaynes, Nikolaos Paschalidis, John Sample, Jasper Halekas, Eelco Doornbos, Vaios Lappas, Therese Moretto Jørgenen, Claudia Stolle, Mark Clilverd, Qian Wu, Ingmar Sandberg, Panagiotis Pirnaris, Anita Aikio, “Daedalus: a low-flying spacecraft for in situ exploration of the

lower thermosphere-ionosphere”, Geoscientific Instrumentation Methods and Data Systems, 2020

Iστοσελίδες

- [12] <https://ccmc.gsfc.nasa.gov/models/modelinfo.php?model=IGRF>, Community Coordinated Modeling Center, International Geomagnetic Reference Field
- [13] https://ccmc.gsfc.nasa.gov/requests/IT/TIE-GCM/tiegcm_user_registration.php, Community Coordinated Modeling Center, Request a TIE-GCM Model Run
- [14] <https://daedalus.earth/mission/the-mission/>, Daedalus: “Where Neutral Atmosphere Meets Electromagnetic Forcing”, the mission
- [15] <https://en.wikipedia.org/wiki/ECEF>, Wikipedia the free encyclopedia, ECEF
- [16] https://en.wikipedia.org/wiki/Geodetic_datum, Wikipedia the free encyclopedia,
- [17] https://en.wikipedia.org/wiki/Geographic_coordinate_system, Geographic coordinate system
- [18] https://en.wikipedia.org/wiki/IBM_AIX, Wikipedia the free encyclopedia, IBM AIX
- [19] <https://en.wikipedia.org/wiki/Latitude>, Wikipedia the free encyclopedia, Latitude
- [20] https://en.wikipedia.org/wiki/Local_tangent_plane_coordinates, Wikipedia the free encyclopedia, Local tangent plane coordinates
- [21] <https://en.wikipedia.org/wiki/NetCDF>, Wikipedia the free encyclopedia, NetCDF
- [22] https://en.wikipedia.org/wiki/Orbital_inclination, Wikipedia the free encyclopedia, Orbital inclination
- [23] https://esamultimedia.esa.int/docs/EarthObservation/EE10_Daedalus_Report-for-Assessment-v1.0_13Nov2020.pdf, Earth Explorer 10 Candidate Mission Daedalus Report for Assessment
- [24] <https://www.giss.nasa.gov/tools/panoply/>, NASA Goddard Institute for Space Studies, Panoply
- [25] <https://github.com/timduley4/pyglow>, GitHub, pyglow library
- [26] https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Transformations_between_ECEF_and_ENU_coordinates, ESA, esa navipedia, Transformations between ECEF and ENU coordinates
- [27] <http://help.arcgis.com/en/geodatabase/10.0/sdk/arcsde/concepts/geometry/coordref.coordsys/geographic/geographic.htm>, ArcGIS Resource Center, Geographic Coordinate Systems

- [28] <https://www.aspexit.com/en/coordinate-reference-systems/>, aspexit Precision Agriculture, Coordinate reference systems
- [29] https://www.e-education.psu.edu/natureofgeoinfo/c2_p10.html, PennState College of Earth and Mineral Sciences, 9. Coordinate Systems
- [30] https://www.esa.int/Applications/Observing_the_Earth/The_Living_Planet_Programme/ESA_s_Living_Planet_Programme, ESA, ESA's Living Planet Programme
- [31] http://www.geomag.bgs.ac.uk/data_service/models_compass/igrf_calc.html, British Geological Survey, International Geomagnetic Reference Field (IGRF), 13th Generation Calculator
- [32] http://www.hao.ucar.edu/modeling/tgcm/doc/description/model_description.pdf, TIEGCM V1.94 Model Description
- [33] <http://www.hao.ucar.edu/modeling/tgcm/tiegcm2.0/userguide/userguide.pdf>, TIEGCM Documentation Release 2.0
- [34] <http://www.hao.ucar.edu/modeling/tgcm/tie.php>, NCAR-UCAR HAO, Thermosphere Ionosphere Electrodynamics General Circulation Model
- [35] <https://www.spar3d.com/blogs/from-scratch/vol13no15-earth-centered-earth-fixed/>, SPAR3D, Earth-Centered, Earth-Fixed
- [36] <https://www.unidata.ucar.edu/software/netcdf/>, UCAR Community Programs, Unidata Data Services and Tools for Geoscience, Network Common Data Form (NetCDF)

4. Ανάλυση Σφάλματος

Έχοντας πλέον δει τις σχέσεις που μας δίνουν τα παράγωγα μεγέθη, συναρτήσει των μετρούμενων ποσοτήτων, μπορούμε να προχωρήσουμε στην ανάλυση του σφάλματος των εξισώσεων αυτών. Σε αυτό, λοιπόν, το κεφάλαιο ασχολούμαστε με τα σφάλματα των μετρούμενων ποσοτήτων, καθώς και με τον τρόπο με τον οποίο τα σφάλματά τους υπεισέρχονται στον υπολογισμό των παράγωγων μεγεθών. Αρχικά, δίνουμε κάποιους βασικούς ορισμούς και την ορολογία που χρησιμοποιείται στην ανάλυση σφάλματος. Έπειτα, εξετάζουμε την βασική θεωρία της διάδοσης σφάλματος και στη συνέχεια την εφαρμόζουμε στις σχέσεις που αναπτύξαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ακόμη, δίνονται δύο μεθοδολογίες για τον υπολογισμό των τυχαίων σφαλμάτων κατά τις μετρήσεις, γνωστών ως θόρυβος.

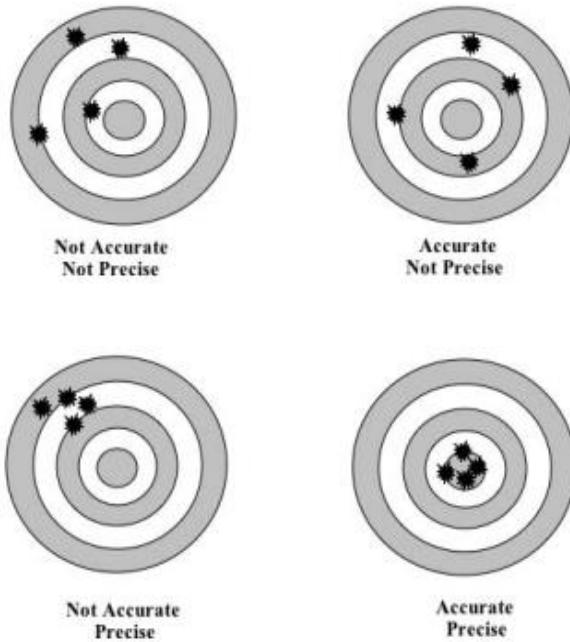
4.1 Βασικές Έννοιες

Όταν συζητάμε για μετρήσεις, συχνά αναφέρονται όροι όπως ακρίβεια, σφάλμα και αβεβαιότητα. Στην συνέχεια δίνουμε τους ορισμούς των όρων αυτών, που αποτελούν την βασική ορολογία στην ανάλυση σφάλματος. Ξεκινώντας με τον όρο ακρίβεια, θα πρέπει να τονίσουμε την αδυναμία της ελληνικής γλώσσας να περιγράψει τον όρο, όπως αυτός αναφέρεται στην ξένη ορολογία και βιβλιογραφία. Στην αγγλική γλώσσα υπάρχουν οι λέξεις *accuracy* και *precision*, οι οποίες δυστυχώς στα ελληνικά μεταφράζονται ως ακρίβεια, ενώ στην πραγματικότητα ο ορισμός τους διαφέρει. Οι ορισμοί, λοιπόν, είναι οι εξής:

- **accuracy:** το πόσο συμφωνούν η μέτρηση και η πραγματική τιμή της μετρούμενης ποσότητας
- **precision:** είναι ένα μέτρο του πόσο καλά μπορεί να προσδιοριστεί ένα αποτέλεσμα, χωρίς την αναφορά σε κάποια πραγματική τιμή. Είναι ο βαθμός συμφωνίας μεταξύ των επαναλαμβανόμενων, ανεξάρτητων μετρήσεων της ίδιας ποσότητας.

Κατά τη μέτρηση κάποιος μπορεί να είναι *accurate*, δηλαδή να πετυχαίνει κοντινή τιμή στην πραγματική, αλλά να μην είναι *precise*, οπότε οι μετρήσεις αν και κοντά με την πραγματική απέχουν μεταξύ τους. Κατά τον ίδιο τρόπο, κάποιος μπορεί να είναι *precise* και όχι *accurate*, είτε ούτε *precise* ούτε *accurate*. Φυσικά, το ιδανικό και επιθυμητό είναι να είμαστε και *accurate* και *precise* κατά τις μετρήσεις μας. Αξίζει να σημειωθεί, πως για να μπορέσει κανείς να υπολογίσει την *accuracy* του, θα πρέπει να γνωρίζει την πραγματική ή θεωρητική τιμή της μετρούμενης ποσότητας. Στην δική μας περίπτωση, όπως αναφέραμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, οι διάφορες μετρούμενες ποσότητες είτε προκύπτουν από θεωρητικά μοντέλα, είτε από κάποιες ελλιπείς επιτόπιες μετρήσεις. Έτσι, λοιπόν, στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε την *accuracy*, αλλά σκοπός της αποστολής είναι να θέσει τα θεμέλια, κάνοντας σωστή

επιλογή οργάνων και συνθηκών μέτρησης, στην απόκτηση κάποιων πραγματικών τιμών, που θα αποτελέσουν τη βάση για θεωρητικές και άλλες μελέτες, ώστε να μπορεί να υπολογιστεί η accuracy.



Εικόνα 4.1 Οι έννοιες accuracy και precision ([3])

Η ανάλυση σφάλματος (Error Analysis), είναι η μελέτη και ο υπολογισμός της αβεβαιότητας στις μετρήσεις και γενικότερα στους υπολογισμούς. Είναι γενικά αποδεκτό, πως όσο προσεκτικοί και ακριβής προσπαθήσουμε να γίνουμε κατά τις μετρήσεις, δεν μπορούμε εν τέλει να αποφύγουμε τα σφάλματα. Στην συνέχεια εξετάζουμε δύο όρους, αυτούς της αβεβαιότητας και του σφάλματος, που δυστυχώς συχνά συγχέονται. Ο όρος σφάλμα δεν έχει να κάνει, κατά την επιστημονική μελέτη, με την απροσεξία ή το λάθος. Στις μετρήσεις, σφάλμα εννοούμε την αβεβαιότητα που διέπει όλες τις μετρήσεις και που όσο προσεκτικός και αν είσαι δεν μπορείς να το εξαλείψεις, παρά μόνο να φροντίσεις να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο. Εδώ, λοιπόν, βλέπουμε πως ο όρος σφάλμα εννοεί την αβεβαιότητα, εντούτοις ορίζονται διαφορετικά.

- **σφάλμα (error):** το σφάλμα ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της μετρούμενης ποσότητας και της πραγματικής τιμής, είναι δηλαδή η inaccuracy της μέτρησης.
- **αβεβαιότητα (uncertainty):** η αβεβαιότητα μιας μετρούμενης ποσότητας, ορίζεται ως το διάστημα γύρω από την τιμή της μέτρησης, ώστε με κάθε επανάληψη της μέτρησης το νέο αποτέλεσμα θα προκύπτει εντός αυτού του διαστήματος.

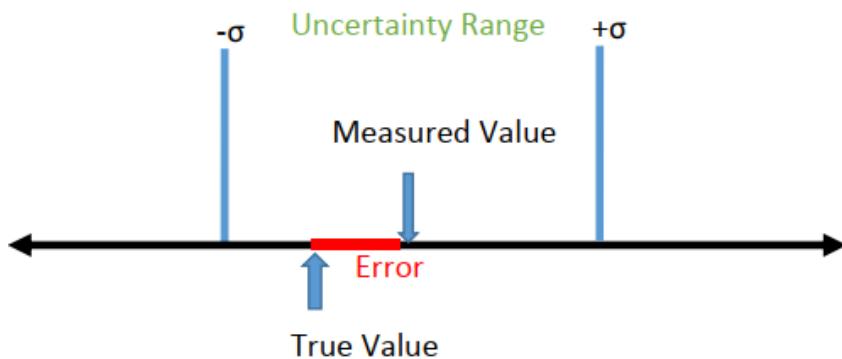
Ενώ ο όρος σφάλμα σχετίζεται με την accuracy, ο όρος αβεβαιότητα σχετίζεται με την precision. Οπως συχνά συμβαίνει στις επιστήμες, αλλά και στην συγκεκριμένη περίπτωση, η γνώση μίας

πραγματικής τιμής για κάποια ποσότητα δεν είναι διαθέσιμη, παρά προσπαθούμε να την προσδιορίσουμε. Όταν κάτι είναι νέο, δυστυχώς δεν μπορούμε εκ των προτέρων να γνωρίζουμε την πραγματική του τιμή. Εδώ, λοιπόν, ίσως θα ήταν καλύτερα να χρησιμοποιούμε τον όρο αβεβαιότητα (uncertainty) και για τα δύο είδη σφαλμάτων (συστηματικά και τυχαία), ο οποίος μας δείχνει πώς μπορούμε να εισάγουμε κάποια περιθώρια λάθους στις μετρήσεις νέων μεγεθών, τα οποία θα αποτελούν στο εξής και τις πραγματικές τιμές, με βάση τις οποίες, νέες μετρήσεις θα μπορούν να τις επιβεβαιώσουν ή να τις απορρίψουν. Επομένως, αν και ο τίτλος της εργασίας είναι η ανάλυση σφάλματος, όπως προκύπτει από τα παραπάνω, μάλλον, πιο ακριβές θα ήταν να πούμε ότι προσπαθούμε να ορίσουμε κάποια πλαίσια για το σφάλμα και όχι το ίδιο το σφάλμα. Το διάστημα αυτό αβεβαιότητας μπορεί να προκύψει μέσα από την χρήση μαθηματικών εργαλείων, και με αυτόν τον τρόπο η αβεβαιότητα μας επιτρέπει να κάνουμε βέβαιες δηλώσεις. Έχοντας ορίσει το σφάλμα και την αβεβαιότητα, μπορούμε να ορίσουμε και ποσοτικά την accuracy και precision. Ποσοτικά η accuracy εκφράζεται χρησιμοποιώντας το σχετικό σφάλμα (relative error), ενώ η precision την σχετική αβεβαιότητα (fractional uncertainty):

$$\text{Σχετικό σφάλμα} = \frac{\text{μετρούμενη τιμή} - \text{προσδοκώμενη τιμή}}{\text{προσδοκώμενη τιμή}},$$

$$\text{Σχετική αβεβαιότητα} = \left| \frac{\text{αβεβαιότητα}}{\text{μετρούμενη τιμή}} \right|.$$

Κατά την ανάλυση πειραματικών δεδομένων, ο όρος precision υποδεικνύει την ποιότητα της μέτρησης, χωρίς ωστόσο να εγγυάται ότι η μέτρηση είναι σωστή. Από την άλλη, ο όρος accuracy δεδομένου ότι υπάρχει κάποια πραγματική τιμή, σου λέει πόσο κοντά σε αυτή είσαι. Αυτοί οι ορισμοί συνδέονται άμεσα με τα τυχαία και συστηματικά σφάλματα των μετρήσεων, όπως θα δούμε στη συνέχεια.



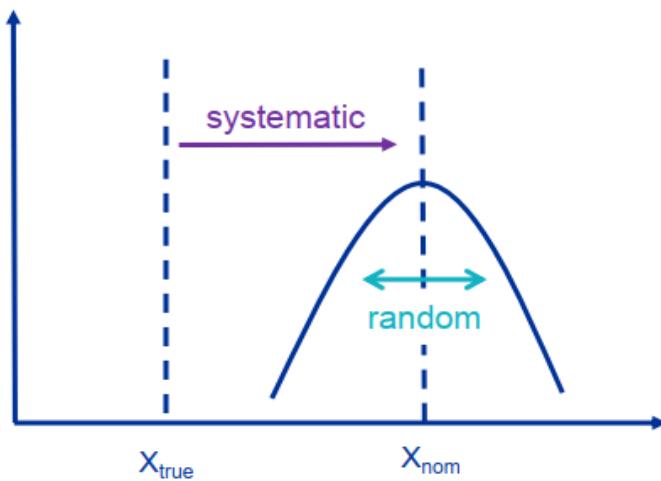
Εικόνα 4.2 Οι όροι σφάλμα (error) και αβεβαιότητα (uncertainty) [3]

Τα σφάλματα, μπορούμε γενικά να τα ταξινομήσουμε σε τρεις κατηγορίες: α) ανθρώπινα, β) συστηματικά και γ) τυχαία σφάλματα. Στα ανθρώπινα, συγκαταλέγονται τα κατά λάθος, τα ανόητα και τα σκόπιμα σφάλματα. Τα πρώτα μπορεί κανείς να τα αποφύγει όντας πιο προσεκτικός κατά την μέτρηση ή ελέγχοντας τα αποτελέσματά του ξανά. Τα ανόητα σφάλματα είναι τα κατά λάθος που απλά αγνοήθηκαν. Όσον αφορά τα σκόπιμα, τα οποία θα μπορούσε κανείς να

χαρακτηρίσει και ως επιστημονικά «εγκλήματα», γίνονται όταν κανείς επιλέγει αποσπασματικά ή λανθασμένα, εν γνώσει του, δεδομένα προκειμένου να υποστηρίξει την έρευνά του, παραπλανώντας τον αναγνώστη.

Τα τυχαία σφάλματα είναι απρόβλεπτης φύσης. Έχουν να κάνουν με την precision του οργάνου μέτρησης, αλλά όσο και να την βελτιώσουμε δεν μπορούμε να απαλλαγούμε από αυτά. Πρόκειται για σφάλματα που έχουν να κάνουν με τις τυχαίες διακυμάνσεις λόγω της θερμικής κίνησης ή λόγω συγχρονισμού με κάποιο μεμονωμένο γεγονός. Οι τιμές τους ποικίλουν και επίσης μπορούν να λάβουν θετικές και αρνητικές τιμές, δεν είναι δηλαδή σταθερά. Ένας τρόπος για τον καλύτερο καθορισμό τους είναι να εκτελέσουμε όσο το δυνατόν περισσότερες μετρήσεις, κάτω από τις ίδιες συνθήκες, προκείμενου να έχουμε μία αντιπροσωπευτική μέση τιμή και απόκλιση. Τα τυχαία σφάλματα, συχνά, αποκαλούνται και ως στατιστικά σφάλματα ή θόρυβος. Σε επόμενη ενότητα θα εξετάσουμε καλύτερα τα χαρακτηριστικά τους.

Τα συστηματικά σφάλματα δεν έχουν τυχαίο χαρακτήρα, αλλά και αυτά παραμορφώνουν τις μετρήσεις, με διαφορετικό τρόπο από τα τυχαία. Όπως τα τυχαία σχετίζονται με την precision, τα συστηματικά έχουν να κάνουν με την accuracy. Όσο δηλαδή μεγαλύτερα είναι τα συστηματικά σφάλματά μας, τόσο περισσότερο θα μας απομακρύνουν από την πραγματική τιμή της μετρούμενης ποσότητας. Αυτά τα σφάλματα μπορούν να εμφανιστούν από λάθος βαθμονόμηση των οργάνων (calibration), από χρονική καθυστέρηση του οργάνου να μετρήσει, από ατέλειες των υλικών του οργάνου, αλλά και από άγνωστες πηγές που δεν μπορεί κανείς να τις αναγνωρίσει ή παράγοντες που αμέλησε να συμπεριλάβει. Δυστυχώς, εν αντιθέσει με τα τυχαία, τα συστηματικά σφάλματα δεν μπορούμε να τα αναγνωρίσουμε και να τα διορθώσουμε κάνοντας περισσότερες μετρήσεις. Εκείνο που μπορεί να γίνει είναι να εφαρμόσουμε έναν διορθωτικό παράγοντα, αν καταφέρουμε να τα αναγνωρίσουμε κατά την βαθμονόμηση με βάση κάποιο πρότυπο όργανο. Άλλως, κανείς μπορεί να τα αναγνωρίσει συγκρίνοντας τις μετρήσεις του με άλλες ανεξάρτητες.



Εικόνα 4.3 Συστηματικά και τυχαία σφάλματα ([3])

4.2 Διάδοση Σφάλματος

Στην ανάλυση σφάλματος υπάρχουν δύο μεθοδολογίες που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, προκειμένου να εκτιμήσουμε τις μετρήσεις μας. Αυτές είναι η στατιστική ανάλυση (statistical analysis) και η διάδοση σφάλματος (error propagation). Αν και οι δύο αυτές μέθοδοι σχετίζονται, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ξεχωριστά. Σε μερικά πειράματα και μετρήσεις, η χρήση των δύο είναι απαραίτητη για μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα, εντούτοις, σε κάποιες περιπτώσεις είναι απλά συμπληρωματικές. Συνοψίζουμε μερικά βασικά τους χαρακτηριστικά.

Στατιστική ανάλυση

- Είναι μία μέθοδος ποιοτικού ελέγχου που χρησιμοποιεί τεχνικές στατιστικής, για να ρυθμίσει, χαρακτηρίσει και βελτιστοποιήσει μία διαδικασία
- Περιλαμβάνει τον χαρακτηρισμό της λειτουργίας και τον έλεγχο των προδιαγραφών
- Είναι απαραίτητη για την διατήρηση της ποιότητας σε βάθος χρόνου
- Καλή μέθοδος για τον χαρακτηρισμό των επαναλαμβανόμενων μετρήσεων
- Αγνοεί κάποια συστηματικά σφάλματα
- Δυσκολία στον διαχωρισμό των επιμέρους πηγών αβεβαιότητας
- Πιο «αισιόδοξα» αποτελέσματα

Διάδοση σφάλματος

- Αναλύει διαθέσιμα δεδομένα και φυλλάδια προδιαγραφών, για να καθορίσει βασικές αβεβαιότητες και στη συνέχεια να τις διαδώσει μέσα από τις απαιτούμενες εξισώσεις
- Είναι ένα ισχυρό εργαλείο τόσο για τον υπολογισμό της συνολικής αβεβαιότητας, όσο και για τον υπολογισμό των επιμέρους συνεισφορών
- Είναι χρήσιμη στην διενέργεια υποθετικών σεναρίων, βοηθώντας σε πιθανές βελτιώσεις
- Η ποιότητα των εξαγόμενων αποτελεσμάτων εξαρτάται από την ποιότητα των εισαγόμενων αβεβαιοτήτων
- Απλή διαδικασία για την προσθήκη νέων δεδομένων, όταν αυτά γίνουν διαθέσιμα
- Συντηρητικά αποτελέσματα

Στην πρωταρχική αυτή φάση, θα επικεντρωθούμε στην διάδοση σφάλματος (Error propagation or Ground-up analysis). Με αυτή τη μέθοδο, όπως αναφέρεται και πάνω μπορούμε εύκολα να προσθέσουμε νέα δεδομένα σχετικά με τις αβεβαιότητες, σε επόμενη φάση της αποστολής. Για καλύτερα αποτελέσματα, αλλά και σύγκριση, όταν η αποστολή υλοποιηθεί, η στατιστική ανάλυση θα αποτελέσει ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο. Με αυτόν τον τρόπο θα μας βοηθήσει να αποκτήσουμε μία καλύτερη εικόνα για τον θόρυβο, ώστε να μπορέσουμε να τον εξαλείψουμε. Επισημαίνεται ότι το Error propagation αφορά τα systematic errors και η υλοποίησή του θα μας δείξει το εύρος

τιμών (ποιοτικά), ίσως με κάπως αυστηρό τρόπο, εντός του οποίου αναμένουμε να βρεθούν οι υπό μελέτη ποσότητες. Στη συνέχεια ακολουθεί η βασική θεωρία γύρω από την διάδοση σφάλματος.

Μία μετρούμενη ποσότητα μπορεί να γραφεί ως η πραγματική της τιμή συν – πλην την αβεβαιότητα της. Έστω η μετρούμενη ποσότητα x και d_x η αβεβαιότητά της. Τότε γράφουμε:

$$x = x_{best} \pm d_x.$$

Για μεγέθη, εντούτοις, τα οποία δεν μπορούν να μετρηθούν απευθείας, αλλά είναι παράγωγα κάποιων ποσοτήτων, θα πρέπει να υπολογίσουμε την συνεισφορά όλων αυτών των ποσοτήτων στο ολικό σφάλμα του μεγέθους. Έστω τώρα μία συνάρτηση f , η οποία εξαρτάται από k παράγοντες, $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$, δηλαδή $f = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$. Για να υπολογίσουμε το σφάλμα της, εξαιτίας των σφαλμάτων $d_{x_1}, d_{x_2}, d_{x_3}, \dots, d_{x_k}$, εφαρμόζουμε τον κανόνα της αλυσίδας ως εξής:

$$d_f = \frac{\partial f}{\partial x_1} d_{x_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2} d_{x_2} + \frac{\partial f}{\partial x_3} d_{x_3} + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_k} d_{x_k} = \sum_{i=1}^k \frac{\partial f}{\partial x_i} d_{x_i}.$$

Από την παραπάνω σχέση είναι φανερό ότι τα επιμέρους σφάλματα μπορούν να έχουν είτε θετικό είτε αρνητικό πρόσημο και μερικά από αυτά να αναιρούνται. Προκειμένου να θεωρήσουμε το χειρότερο σενάριο, η παραπάνω σχέση παίρνει την μορφή:

$$d_f = \sum_{i=1}^k \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} d_{x_i} \right|,$$

που είναι ο ορισμός της μέγιστης αβεβαιότητας (maximum uncertainty). Στην πραγματικότητα, είναι σχεδόν απίθανο όλες οι μετρούμενες ποσότητες να εμφανίσουν την μέγιστη αβεβαιότητά τους συγχρόνως και ιδίως όταν σε ένα μέγεθος συμμετέχουν αρκετές ποσότητες. Οι επιμέρους ποσότητες έχουν την τάση να ισοσταθμίζουν η μία την άλλη, οπότε δύσκολα μπορεί να προκύψει η μέγιστη αβεβαιότητα. Εκείνο που κάνουμε είναι να τετραγωνίσουμε τα μέλη της βασικής εξίσωσης. Αυτή η αβεβαιότητα που προκύπτει καλείται και προσδοκώμενη αβεβαιότητα (expected uncertainty) και γράφεται:

$$d_f^2 = \left(\sum_{i=1}^k \frac{\partial f}{\partial x_i} d_{x_i} \right)^2.$$

Στην παραπάνω σχέση εκτός από τους όρους $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} d_{x_i} \right)^2$, συναντούμε και τους ενδιάμεσους όρους (cross terms), $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} d_{x_i} \right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_{i-1}} d_{x_{i-1}} \right)$, ..., οι οποίοι είναι αρκετά μικροί όταν οι αβεβαιότητες είναι και αυτές μικρές κι έτσι μπορούμε να τους παραλείψουμε. Αν δεν είναι, τότε είναι λάθος να τους αγνοήσουμε. Στην δική μας περίπτωση οι μετρούμενες ποσότητες είναι ανεξάρτητες, δηλαδή η μέτρηση της μιας δεν επηρεάζει την άλλη. Τότε και οι αβεβαιότητες θα είναι ανεξάρτητες και

τυχαίες, οπότε στην συγκεκριμένη περίπτωση αυτό που συμβαίνει είναι ότι αναμένουμε, σύμφωνα με τη θεωρία, οι μισές να είναι θετικές και οι άλλες μισές αρνητικές, αναιρώντας η μία την άλλη, ιδιαίτερα και στην περίπτωση που οι ποσότητες είναι αρκετές σε πλήθος. Με αυτόν τον τρόπο φτάνουμε στην τελική μορφή της γενικής εξίσωσης διάδοσης της αβεβαιότητας, η οποία είναι το άθροισμα των τετραγώνων (add in quadrature) και χρησιμοποιείται συχνά από τους μηχανικούς. Η εξίσωση που προκύπτει είναι:

$$d_f = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} d_{x_i} \right)^2} \quad (4.1)$$

Επομένως, το μέγεθος f , γράφεται: $f = f_{best} \pm d_f$. Η ποσότητα d_f , της παραπάνω σχέσης καλείται απόλυτο σφάλμα (absolute error) και έχει ίδιες μονάδες μέτρησης με την f . Η σημασία των μονάδων είναι καθοριστική. Στην σχέση (4.1), για κάθε ποσότητα οι μονάδες θα πρέπει να ταιριάζουν, ώστε να έχουμε ομοιογένεια. Για παράδειγμα, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι πυκνότητες για τον υπολογισμό των συχνοτήτων σύγκρουσης μετρούνταν σε cm^{-3} , ενώ για τον υπολογισμό των αγωγιμοτήτων σε m^{-3} . Όταν, λοιπόν, υπολογίζουμε το σφάλμα στις συχνότητες σύγκρουσης ως προς το σφάλμα των μετρούμενων πυκνοτήτων, τότε $d_N \sim cm^{-3}$, ενώ για τις αγωγιμότητες το σφάλμα των πυκνοτήτων θα πρέπει να είναι $d_N \sim m^{-3}$. Εκτός από το απόλυτο σφάλμα, χρησιμοποιούμε συχνά και το σχετικό σφάλμα (relative error), $d_{f_{relative}} = \frac{d_f}{f}$, το οποίο είναι αδιάστατο και πολλαπλασιαζόμενο με 100% μας δίνει το ποσοστιαίο σφάλμα.

Έχοντας προσδιορίσει την μεθοδολογία, προτού προχωρήσουμε στην εφαρμογή της στις εξισώσεις του προηγούμενου κεφαλαίου, θα πρέπει να προσδιορίσουμε και τις επιμέρους αβεβαιότητες των μετρούμενων μεγεθών. Οι απαιτήσεις για την αποστολή του Δαιδαλού προέρχονται κυρίως από δεδομένα μοντέλων και άλλων αποστολών, όπως των SWARM και Dynamics-Explorer 2. Αυτές οι απαιτήσεις για την αβεβαιότητα στις μετρήσεις επαρκούν σε αυτό το στάδιο, προκειμένου να μας δώσουν μία εικόνα ως προς τί να περιμένουμε και τί χρήζει βελτίωσης. Αυτές οι αβεβαιότητες είναι accuracies που αντιστοιχούν στα μεγέθη τα οποία η αποστολή πρέπει να μετρήσει. Για αυτό το στάδιο θεωρήθηκαν κάποιες τιμές κάπως πιο αυστηρά, και έτσι το αποτέλεσμα αναμένουμε, σε κάποιες περιπτώσεις, να είναι η ύπαρξη αρκετού σφάλματος, εξετάζοντας έτσι την χειρότερη δυνατή περίπτωση.

Παράμετρος	Ακρίβεια (accuracy)
Horizontal wind (Un)	20 m/s
Vertical wind (Un)	10 m/s
Tn (neutral temperature)	20%
Nn (neutral density)	20%
Horizontal ion drift (Vi)	100 m/s
Vertical ion drift (Vi)	100 m/s
Ti (ion temperature)	10%
Ni (ion density)	10%
Te (electron temperature)	10%
Ne (electron density)	10%
 B (magnetic field)	5 nT (nano tesla)
 E (electric field)	2 mV/m (milli Volt per meter)

Πίνακας 4.1 Οι αβεβαιότητες των μετρούμενων μεγεθών ([\[5\]](#))

Από τα παραπάνω θα πρέπει να σταθούμε στον άνεμο (Un) και στην ταχύτητα ολίσθησης των ιόντων (Vi). Τα όργανα μέτρησής τους θα είναι τοποθετημένα σε τρεις διευθύνσεις: μία κατά μήκος της τροχιάς του δορυφόρου (ram direction) και δύο κάθετες σε αυτή (cross-track direction). Για ευκολία υπολογισμού των σφαλμάτων θα πρέπει να κάνουμε κάποιες προσεγγίσεις. Αρχικά, στα μεγάλα γεωγραφικά πλάτη μπορούμε να θεωρήσουμε, προσεγγιστικά, ότι το μαγνητικό πεδίο είναι κατακόρυφο και κάθετο στην επιφάνεια της Γης, κατά μήκος δηλαδή του άξονα z, όπως υποδεικνύει το ECEF που εξετάσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Τώρα, για ευκολία θεωρούμε ότι οι άλλες δύο διευθύνσεις των οργάνων ταυτίζονται με τους άξονες του ECEF. Η οριζόντια διεύθυνση των παραπάνω ταχυτήτων (Horizontal wind, ion drift) θα θεωρείται κατά μήκος του μαγνητικού πεδίου και έτσι θα ταυτίζεται με τον άξονα z. Επομένως, οι κάθετες συνιστώσες (Vertical wind, ion drift) θα ταυτίζονται με τους άξονες x και y. Περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τις απαιτήσεις της αποστολής μπορείτε να βρείτε στο [\[5\] report for assessment](#).

4.3 Η διάδοση σφάλματος στα παράγωγα μεγέθη

Σε αυτή την ενότητα εφαρμόζουμε την σχέση (4.1) σε όλες τις σχέσεις για τα παράγωγα μεγέθη, όπως αυτές εμφανίζονται στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζονται όλα τα μεγέθη στα οποία θα εξετάσουμε την διάδοση σφάλματος.

Ξεκινάμε, λοιπόν, με τις σχέσεις για τους λόγους $r = \nu / \Omega$, που εμφανίζονται στις σχέσεις των αγωγιμοτήτων. Για το O^+ , έχουμε:

$$(dr_{O^+})^2 = \left(\frac{\partial r_{O^+}}{\partial \nu_{O^+}} \right)^2 (d\nu_{O^+})^2 + \left(\frac{\partial r_{O^+}}{\partial \Omega_{O^+}} \right)^2 (d\Omega_{O^+})^2 \quad (4.2)$$

Σύμβολο	Μέγεθος	Σχέση	Μονάδες	Μεταβλητές
ν_{in} ν_{en}	Συχνότητες σύγκρουσης	(3.10) – (3.18) (3.19) – (3.21)	(Hz)	N_n, T_i, T_n N_n, T_e
Ω_e Ω_i	Γυρο-συχνότητες	(3.23) (3.24) – (3.26)	(Hz)	e, B, m_e e, B, m_i
σ_P σ_H σ_{\parallel}	Αγωγιμότητες	(3.27) (3.28) (3.22)	(S/m)	$e, N_e, B, \nu_{in}, \Omega_{in}$ $e, N_e, B, \nu_{in}, \Omega_{in}$ e, N_e, m_e, ν_{en}
J_D J_o	Ρεύματα	(3.37) (3.38)	(A/m^2)	$e, N_e, V_{i\perp}, U_{n\perp}, E_{\perp}^*, B$ $\sigma_P, \sigma_H, E_{\perp}^*, \hat{b}$
Q_J Q_o Q_F	Heating Rates	(3.39) (3.40) (3.41)	(W/m^3)	$e, N_e, V_{i\perp}, U_{n\perp}, E_{\perp}, B$ $\sigma_P, U_{n\perp}, E_{\perp}, B$ $m_i, \nu_{in}, N_i, V_{i\perp}, U_{n\perp}$
σ_{in}	Διατομή	(3.42)	(m^2)	$\nu_{in}, N_n, T_i, m_i, k$

Πίνακας 4.2 Το σύνολο των μεγεθών στα οποία εφαρμόζεται η διάδοση σφάλματος

Για την εύρεση του $d\nu_{O^+}$ ακολουθεί το σφάλμα εξαιτίας όλων των συγκρούσεων του O^+ , όπου dN , dT και dB είναι τα σφάλματα στα μετρούμενα μεγέθη όπως αυτά δίνονται από Πίνακας 4.1.

$$(d\nu_{O^+-O})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial N_O} \right)^2 (dN_O \text{ (in } cm^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial T_i} \right)^2 (dT_i)^2 + \left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial T_n} \right)^2 (dT_n)^2 \quad (4.3)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial N_O} \right)^2 = \left[3.67 \times 10^{-11} \times \left(\frac{T_i + T_n}{2} \right)^{1/2} \times f_b \times \left(1 - 0.064 \log_{10} \left(\frac{T_i + T_n}{2} \right) \right)^2 \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial T_i} \right)^2 = \left[\frac{9.175 \times 10^{-12} \times N_O \times f_b \times \left(1 - 0.064 \frac{\ln \left(\frac{T_i + T_n}{2} \right)}{\ln 10} \right)^2}{\left(\frac{T_i + T_n}{2} \right)^{1/2}} - \frac{2.3488 \times 10^{-12} \times N_O \times f_b \times \left(1 - 0.064 \frac{\ln \left(\frac{T_i + T_n}{2} \right)}{\ln 10} \right)}{\left(\frac{T_i + T_n}{2} \right)^{1/2} \times \ln 10} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial T_n} \right)^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O^+-O}}{\partial T_i} \right)^2$

$$(d\nu_{O^+-O_2})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O^+-O_2}}{\partial N_{O_2}} \right)^2 (dN_{O_2} \text{ (in } cm^{-3}))^2 \quad (4.4)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{O^+-O_2}}{\partial N_{O_2}} \right)^2 = (6.64 \times 10^{-10})^2$

$$(d\nu_{O^+-N_2})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O^+-N_2}}{\partial N_{N_2}} \right)^2 (dN_{N_2} \text{ (in } cm^{-3}))^2 \quad (4.5)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{O^+-N_2}}{\partial N_{N_2}} \right)^2 = (6.82 \times 10^{-10})^2$

$$(d\nu_{O^+})^2 = (d\nu_{O^+-O})^2 + (d\nu_{O^+-O_2})^2 + (d\nu_{O^+-N_2})^2 \quad (4.6)$$

Έτσι, από τις σχέσεις (4.3) – (4.5), υπολογίζεται η σχέση (4.6).

$$\left(\frac{\partial r_{O^+}}{\partial \nu_{O^+}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\Omega_{O^+}}\right)^2 \quad (4.7)$$

$$(d\Omega_{O^+})^2 = \left(\frac{\partial \Omega_{O^+}}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 \quad (4.8)$$

- $\left(\frac{\partial \Omega_{O^+}}{\partial B}\right)^2 = \left(\frac{e}{m_{O^+}}\right)^2$

$$\left(\frac{\partial r_{O^+}}{\partial \Omega_{O^+}}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{O^+}}{\Omega_{O^+}^2}\right)^2 \quad (4.9)$$

Τέλος, από τις σχέσεις (4.6) – (4.9) προκύπτει η σχέση (4.2). Με το ίδιο σκεπτικό ακολουθούν οι υπολογισμοί για τους λόγους των O^+ και NO^+ καθώς και των ηλεκτρονίων:

$$(dr_{O_2^+})^2 = \left(\frac{\partial r_{O_2^+}}{\partial \nu_{O_2^+}}\right)^2 (d\nu_{O_2^+})^2 + \left(\frac{\partial r_{O_2^+}}{\partial \Omega_{O_2^+}}\right)^2 (d\Omega_{O_2^+})^2 \quad (4.10)$$

$$(d\nu_{O_2^+-O_2})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial N_{O_2}}\right)^2 \left(dN_{O_2} (\text{in } cm^{-3})\right)^2 + \left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial T_i}\right)^2 (dT_i)^2 + \left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial T_n}\right)^2 (dT_n)^2 \quad (4.11)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial N_{O_2}}\right)^2 = \left[2.59 \times 10^{-11} \times \left(\frac{T_i + T_n}{2}\right)^{1/2} \times \left(1 - 0.073 \log_{10} \left(\frac{T_i + T_n}{2}\right)\right)^2 \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial T_i}\right)^2 = \left[\frac{6.475 \times 10^{-12} \times N_{O_2} \times \left(1 - 0.073 \frac{\ln \left(\frac{T_i + T_n}{2}\right)}{\ln 10}\right)^2}{\left(\frac{T_i + T_n}{2}\right)^{1/2}} - \frac{1.8907 \times 10^{-12} \times N_{O_2} \times \left(1 - 0.073 \frac{\ln \left(\frac{T_i + T_n}{2}\right)}{\ln 10}\right)}{\left(\frac{T_i + T_n}{2}\right)^{1/2} \times \ln 10} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial T_n}\right)^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O_2}}{\partial T_i}\right)^2$

$$(d\nu_{O_2^+-O})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O}}{\partial N_O}\right)^2 \left(dN_O (\text{in } cm^{-3})\right)^2 \quad (4.12)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-O}}{\partial N_O}\right)^2 = (2.31 \times 10^{-10})^2$

$$(d\nu_{O_2^+-N_2})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{O_2^+-N_2}}{\partial N_{N_2}}\right)^2 \left(dN_{N_2} (\text{in } cm^{-3})\right)^2 \quad (4.13)$$

- $\left(\frac{\partial v_{O_2^+ - N_2}}{\partial N_{N_2}}\right)^2 = (4.13 \times 10^{-10})^2$

$$(dv_{O_2^+})^2 = (dv_{O_2^+ - O_2})^2 + (dv_{O_2^+ - O})^2 + (dv_{O_2^+ - N_2})^2 \quad (4.14)$$

$$\left(\frac{\partial r_{O_2^+}}{\partial v_{O_2^+}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\Omega_{O_2^+}}\right)^2 \quad (4.15)$$

$$(d\Omega_{O_2^+})^2 = \left(\frac{\partial \Omega_{O_2^+}}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 \quad (4.16)$$

- $\left(\frac{\partial \Omega_{O_2^+}}{\partial B}\right)^2 = \left(\frac{e}{m_{O_2^+}}\right)^2$

$$\left(\frac{\partial r_{O_2^+}}{\partial \Omega_{O_2^+}}\right)^2 = \left(\frac{v_{O_2^+}}{\Omega_{O_2^+}^2}\right)^2 \quad (4.17)$$

$$(dr_{NO^+})^2 = \left(\frac{\partial r_{NO^+}}{\partial v_{NO^+}}\right)^2 (dv_{NO^+})^2 + \left(\frac{\partial r_{NO^+}}{\partial \Omega_{NO^+}}\right)^2 (d\Omega_{NO^+})^2 \quad (4.18)$$

$$(dv_{NO^+ - O})^2 = \left(\frac{\partial v_{NO^+ - O}}{\partial N_O}\right)^2 (dN_O \text{ (in } cm^{-3}))^2 \quad (4.19)$$

- $\left(\frac{\partial v_{NO^+ - O}}{\partial N_O}\right)^2 = (2.44 \times 10^{-10})^2$

$$(dv_{NO^+ - O_2})^2 = \left(\frac{\partial v_{NO^+ - O_2}}{\partial N_{O_2}}\right)^2 (dN_{O_2} \text{ (in } cm^{-3}))^2 \quad (4.20)$$

- $\left(\frac{\partial v_{NO^+ - O_2}}{\partial N_{O_2}}\right)^2 = (4.27 \times 10^{-10})^2$

$$(dv_{NO^+ - N_2})^2 = \left(\frac{\partial v_{NO^+ - N_2}}{\partial N_{N_2}}\right)^2 (dN_{N_2} \text{ (in } cm^{-3}))^2 \quad (4.21)$$

- $\left(\frac{\partial v_{NO^+ - N_2}}{\partial N_{N_2}}\right)^2 = (4.34 \times 10^{-10})^2$

$$(dv_{NO^+})^2 = (dv_{NO^+ - O})^2 + (dv_{NO^+ - O_2})^2 + (dv_{NO^+ - N_2})^2 \quad (4.22)$$

$$\left(\frac{\partial r_{NO^+}}{\partial \nu_{NO^+}}\right)^2 = \left(\frac{1}{\Omega_{NO^+}}\right)^2 \quad (4.23)$$

$$(d\Omega_{NO^+})^2 = \left(\frac{\partial \Omega_{NO^+}}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 \quad (4.24)$$

- $\left(\frac{\partial \Omega_{NO^+}}{\partial B}\right)^2 = \left(\frac{e}{m_{NO^+}}\right)^2$

$$\left(\frac{\partial r_{NO^+}}{\partial \Omega_{NO^+}}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{NO^+}}{\Omega_{NO^+}^2}\right)^2 \quad (4.25)$$

$$(dr_e)^2 = \left(\frac{\partial r_e}{\partial \nu_e}\right)^2 (d\nu_e)^2 + \left(\frac{\partial r_e}{\partial \Omega_e}\right)^2 (d\Omega_e)^2 \quad (4.26)$$

$$(d\nu_{e-O})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{e-O}}{\partial N_O}\right)^2 (dN_O \text{ (in } cm^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \nu_{e-O}}{\partial T_e}\right)^2 (dT_e)^2 \quad (4.27)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{e-O}}{\partial N_O}\right)^2 = \left[8.9 \times 10^{-11} \times (1 + 5.7 \times 10^{-4} \times T_e) \times T_e^{1/2}\right]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{e-O}}{\partial T_e}\right)^2 = \left(\frac{4.45 \times 10^{-11} \times N_O}{T_e^{1/2}} + 7.6095 \times 10^{-14} \times N_O \times T_e^{1/2}\right)^2$

$$(d\nu_{e-O_2})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{e-O_2}}{\partial N_{O_2}}\right)^2 (dN_{O_2} \text{ (in } cm^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \nu_{e-O_2}}{\partial T_e}\right)^2 (dT_e)^2 \quad (4.28)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{e-O_2}}{\partial N_{O_2}}\right)^2 = \left[1.82 \times 10^{-10} \times (1 + 3.6 \times 10^{-2} \times T_e^{1/2}) \times T_e^{1/2}\right]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{e-O_2}}{\partial T_e}\right)^2 = \left(\frac{9.1 \times 10^{-11} \times N_{O_2}}{T_e^{1/2}} + 6.552 \times 10^{-12} \times N_{O_2}\right)^2$

$$(d\nu_{e-N_2})^2 = \left(\frac{\partial \nu_{e-N_2}}{\partial N_{N_2}}\right)^2 (dN_{N_2} \text{ (in } cm^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \nu_{e-N_2}}{\partial T_e}\right)^2 (dT_e)^2 \quad (4.29)$$

- $\left(\frac{\partial \nu_{e-N_2}}{\partial N_{N_2}}\right)^2 = [2.33 \times 10^{-11} \times (1 - 1.21 \times 10^{-4} \times T_e) \times T_e]^2$
- $\left(\frac{\partial \nu_{e-N_2}}{\partial T_e}\right)^2 = (2.33 \times 10^{-11} \times N_{N_2} - 5.6386 \times 10^{-15} \times N_{N_2} \times T_e)^2$

$$(d\nu_e)^2 = (d\nu_{e-O})^2 + (d\nu_{e-O_2})^2 + (d\nu_{e-N_2})^2 \quad (4.30)$$

$$\left(\frac{\partial r_e}{\partial \nu_e}\right)^2 = \left(\frac{1}{\Omega_e}\right)^2 \quad (4.31)$$

$$(d\Omega_e)^2 = \left(\frac{\partial \Omega_e}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 \quad (4.32)$$

- $\left(\frac{\partial \Omega_e}{\partial B}\right)^2 = \left(\frac{e}{m_e}\right)^2$

$$\left(\frac{\partial r_e}{\partial \Omega_e}\right)^2 = \left(\frac{\nu_e}{\Omega_e^2}\right)^2 \quad (4.33)$$

Έχοντας υπολογίσει το σφάλμα στους λόγους r , συνεχίζουμε με την διάδοση σφάλματος στην αγωγιμότητα Pedersen, όπως αυτή δίνεται από την σχέση (3.27):

$$(d\sigma_P)^2 = \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_e}\right)^2 (dN_e (\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_e}\right)^2 (dr_e)^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_{O^+}}\right)^2 (dN_{O^+} (\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_{O^+}}\right)^2 (dr_{O^+})^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_{O_2^+}}\right)^2 (dN_{O_2^+} (\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_{O_2^+}}\right)^2 (dr_{O_2^+})^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_{NO^+}}\right)^2 (dN_{NO^+} (\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_{NO^+}}\right)^2 (dr_{NO^+})^2 \quad (4.34)$$

- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial B}\right)^2 = \left[\frac{e}{B^2} \left(N_e \frac{r_e}{1+r_e^2} + N_{O^+} \frac{r_{O^+}}{1+r_{O^+}^2} + N_{O_2^+} \frac{r_{O_2^+}}{1+r_{O_2^+}^2} + N_{NO^+} \frac{r_{NO^+}}{1+r_{NO^+}^2} \right) \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_e}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{r_e}{(1+r_e^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_e}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{N_e (1-r_e^2)}{(1+r_e^2)^2} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_{O^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{r_{O^+}}{(1+r_{O^+}^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_{O^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{N_{O^+} (1-r_{O^+}^2)}{(1+r_{O^+}^2)^2} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_{O_2^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{r_{O_2^+}}{(1+r_{O_2^+}^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_{O_2^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{N_{O_2^+} (1-r_{O_2^+}^2)}{(1+r_{O_2^+}^2)^2} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial N_{NO^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{r_{NO^+}}{(1+r_{NO^+}^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial \sigma_P}{\partial r_{NO^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{N_{NO^+} (1-r_{NO^+}^2)}{(1+r_{NO^+}^2)^2} \right]^2$

Με τις παραπάνω σχέσεις και τις (4.2), (4.10), (4.18), (4.26), όπως επίσης και με τα σφάλματα για τις πυκνότητες και το μέτρο του μαγνητικού πεδίου από τον Πίνακας 4.1, προκύπτει το σφάλμα για την αγωγιμότητα Pedersen από την σχέση (4.34). Ομοίως, συνεχίζουμε με την αγωγιμότητα Hall, όπως δείχνει η εξίσωση:

$$(d\sigma_H)^2 = \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 + \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial N_e}\right)^2 (dN_e(\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial r_e}\right)^2 (dr_e)^2 + \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial N_{O_2^+}}\right)^2 (dN_{O_2^+}(\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial r_{O_2^+}}\right)^2 (dr_{O_2^+})^2 + \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial N_{NO^+}}\right)^2 (dN_{NO^+}(\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial r_{NO^+}}\right)^2 (dr_{NO^+})^2 \quad (4.35)$$

- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial B}\right)^2 = \left[\frac{e}{B^2} \left(\frac{N_e}{1+r_e^2} - \frac{N_{O_2^+}}{1+r_{O_2^+}^2} - \frac{N_{NO^+}}{1+r_{NO^+}^2} \right) \right]^2$
- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial N_e}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{1}{(1+r_e^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial r_e}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{2N_e r_e}{(1+r_e^2)^2} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial N_{O_2^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{1}{(1+r_{O_2^+}^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial r_{O_2^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{2N_{O_2^+} r_{O_2^+}}{(1+r_{O_2^+}^2)^2} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial N_{NO^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{1}{(1+r_{NO^+}^2)} \right]^2$
- $\left(\frac{\partial\sigma_H}{\partial r_{NO^+}}\right)^2 = \left[\frac{e}{B} \frac{2N_{NO^+} r_{NO^+}}{(1+r_{NO^+}^2)^2} \right]^2$

Με τις παραπάνω σχέσεις ολοκληρώνεται ο υπολογισμός του σφάλματος της αγωγιμότητας Hall της σχέσης (4.35) και ακολουθεί της παράλληλης αγωγιμότητας, όπως δίνεται από την σχέση (3.22):

$$(d\sigma_{||})^2 = \left(\frac{\partial\sigma_{||}}{\partial N_e}\right)^2 (dN_e(\text{in } m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial\sigma_{||}}{\partial v_e}\right)^2 (dv_e)^2 \quad (4.36)$$

- $\left(\frac{\partial\sigma_{||}}{\partial N_e}\right)^2 = \left(\frac{e^2}{m_e v_e}\right)^2$

- $\left(\frac{\partial \sigma_{\parallel}}{\partial v_e}\right)^2 = \left(\frac{N_e e^2}{m_e v_e^2}\right)^2$

Προτού συνεχίσουμε με τα υπόλοιπα παράγωγα μεγέθη, είναι χρήσιμο να δείξουμε πως προκύπτουν οι αβεβαιότητες στην περίπτωση των συνιστώσων του μαγνητικού και ηλεκτρικού πεδίου που θα χρησιμοποιηθούν στην συνέχεια. Ο πίνακας με τις αβεβαιότητες πιο πάνω ([Πίνακας 4.1](#)) δίνει τιμές για τα μέτρα των πεδίων, έτσι σε αυτό το σημείο, προκειμένου να υπολογίσουμε τις επιμέρους συνιστώσες, θεωρούμε ότι αυτές θα έχουν ίδιο μέγεθος, έστω dB_i . Οπότε βρίσκουμε:

$$(dB)^2 = \left(\frac{\partial B}{\partial B_x}\right)^2 (dB_x)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial B_y}\right)^2 (dB_y)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial B_z}\right)^2 (dB_z)^2 \xrightarrow{dB_x=dB_y=dB_z=dB_i}$$

$$(dB)^2 = (dB_i)^2 \left(\left(\frac{\partial B}{\partial B_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial B_y}\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial B_z}\right)^2 \right) \Rightarrow (dB_i)^2 = \frac{(dB)^2}{\left(\frac{\partial B}{\partial B_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial B_y}\right)^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial B_z}\right)^2}$$

και επειδή $\left(\frac{\partial B}{\partial B_i}\right)^2 = \left(\frac{B_i}{B}\right)^2$, τότε:

$$(dB_i)^2 = (dB)^2 \quad (4.37)$$

Ομοίως, για το ηλεκτρικό πεδίο:

$$(dE_i)^2 = (dE)^2 \quad (4.38)$$

Συνεχίζουμε και με την εύρεση του σφάλματος στις υπόλοιπες ενδιάμεσες ποσότητες που αποτελούν μέρος των παράγωγων μεγεθών. Για το μοναδιαίο του μαγνητικού πεδίου, βρίσκουμε:

$$(db_i)^2 = \left(\frac{\partial b_i}{\partial B_i}\right)^2 (dB_i)^2 + \left(\frac{\partial b_i}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 \quad (4.39)$$

- $\left(\frac{\partial b_i}{\partial B_i}\right)^2 = \left(\frac{1}{B}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial b_i}{\partial B}\right)^2 = \left(\frac{B_i}{B^2}\right)^2$

Για τις συνιστώσες του ανέμου κάθετα στο μαγνητικό πεδίο της σχέσης [\(3.32\)](#), έχουμε:

$$(dU_{n\perp x})^2 = \left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial U_{ny}}\right)^2 (dU_{ny})^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial U_{nz}}\right)^2 (dU_{nz})^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial b_z}\right)^2 (db_z)^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial b_y}\right)^2 (db_y)^2 \quad (4.40)$$

- $\left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial U_{ny}}\right)^2 = (b_z)^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial U_{nz}}\right)^2 = (b_y)^2$

- $\left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial b_z}\right)^2 = (U_{ny})^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp x}}{\partial b_y}\right)^2 = (U_{nz})^2$

$$(dU_{n\perp y})^2 = \left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial U_{nz}}\right)^2 (dU_{nz})^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial U_{nx}}\right)^2 (dU_{nx})^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial b_x}\right)^2 (db_x)^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial b_z}\right)^2 (db_z)^2 \quad (4.41)$$

- $\left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial U_{nz}}\right)^2 = (b_x)^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial U_{nx}}\right)^2 = (b_z)^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial b_x}\right)^2 = (U_{nz})^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp y}}{\partial b_z}\right)^2 = (U_{nx})^2$

$$(dU_{n\perp z})^2 = \left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial U_{nx}}\right)^2 (dU_{nx})^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial U_{ny}}\right)^2 (dU_{ny})^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial b_y}\right)^2 (db_y)^2 + \left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial b_x}\right)^2 (db_x)^2 \quad (4.42)$$

- $\left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial U_{nx}}\right)^2 = (b_y)^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial U_{ny}}\right)^2 = (b_x)^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial b_y}\right)^2 = (U_{nx})^2$
- $\left(\frac{\partial U_{n\perp z}}{\partial b_x}\right)^2 = (U_{ny})^2$

Για το κάθετο ηλεκτρικό πεδίο της σχέσης (3.31), το σφάλμα προκύπτει:

$$(dE_{\perp x})^2 = \left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial E_y}\right)^2 (dE_y)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial E_z}\right)^2 (dE_z)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial b_z}\right)^2 (db_z)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial b_y}\right)^2 (db_y)^2 \quad (4.43)$$

- $\left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial E_y}\right)^2 = (b_z)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial E_z}\right)^2 = (b_y)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial b_z}\right)^2 = (E_y)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp x}}{\partial b_y}\right)^2 = (E_z)^2$

$$(dE_{\perp y})^2 = \left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial E_z}\right)^2 (dE_z)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial E_x}\right)^2 (dE_x)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial b_x}\right)^2 (db_x)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial b_z}\right)^2 (db_z)^2 \quad (4.44)$$

- $\left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial E_z}\right)^2 = (b_x)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial E_x}\right)^2 = (b_z)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial b_x}\right)^2 = (E_z)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp y}}{\partial b_z}\right)^2 = (E_x)^2$

$$(dE_{\perp z})^2 = \left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial E_x}\right)^2 (dE_x)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial E_y}\right)^2 (dE_y)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial b_y}\right)^2 (db_y)^2 + \left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial b_x}\right)^2 (db_x)^2 \quad (4.45)$$

- $\left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial E_x}\right)^2 = (b_y)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial E_y}\right)^2 = (b_x)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial b_y}\right)^2 = (E_x)^2$
- $\left(\frac{\partial E_{\perp z}}{\partial b_x}\right)^2 = (E_y)^2$

Αφού τελειώσαμε με τα ενδιάμεσα μεγέθη, στη συνέχεια προχωράμε με τα ρεύματα και τις διατομές, αφήνοντας για το τέλος τα πιο σημαντικά heating rates. Τα ρεύματα όπως είδαμε μπορούν να οριστούν με δύο διαφορετικούς τρόπους, μέσα από τις σχέσεις (3.29) και (3.30). Ξεκινώντας με αυτό της τελευταίας και εισάγοντας ενδιάμεσα κάποιες βιοθητικές μεταβλητές, ώστε να απλουστευτούν οι εξισώσεις, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} (dJ_o)^2 &= \left(\frac{\partial J_o}{\partial \sigma_p}\right)^2 (d\sigma_p)^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial \sigma_H}\right)^2 (d\sigma_H)^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 (dE_{\perp x})^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 (dE_{\perp y})^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 (dE_{\perp z})^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial J_o}{\partial U_{n\perp x}}\right)^2 (dU_{n\perp x})^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial U_{n\perp y}}\right)^2 (dU_{n\perp y})^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial U_{n\perp z}}\right)^2 (dU_{n\perp z})^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial B_x}\right)^2 (dB_x)^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial B_y}\right)^2 (dB_y)^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial J_o}{\partial B_z}\right)^2 (dB_z)^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial b_x}\right)^2 (db_x)^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial b_y}\right)^2 (db_y)^2 + \left(\frac{\partial J_o}{\partial b_z}\right)^2 (db_z)^2 \end{aligned} \quad (4.46)$$

Θέτοντας:

- $X_1 = \sigma_p E_{\perp x}^* + \sigma_H (b_y E_{\perp z}^* - b_z E_{\perp y}^*)$
- $Y_1 = \sigma_p E_{\perp y}^* + \sigma_H (b_z E_{\perp x}^* - b_x E_{\perp z}^*)$
- $Z_1 = \sigma_p E_{\perp z}^* + \sigma_H (b_x E_{\perp y}^* - b_y E_{\perp x}^*)$,

έχουμε:

- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial \sigma_P}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1 E_{\perp x}^* + Y_1 E_{\perp y}^* + Z_1 E_{\perp z}^*)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial \sigma_H}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1(b_y E_{\perp z}^* - b_z E_{\perp y}^*) + Y_1(b_z E_{\perp x}^* - b_x E_{\perp z}^*) + Z_1(b_x E_{\perp y}^* - b_y E_{\perp x}^*))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1 \sigma_P + Y_1 \sigma_H b_z - Z_1 \sigma_H b_y)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(-X_1 \sigma_H b_z + Y_1 \sigma_P + Z_1 \sigma_H b_x)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1 \sigma_H b_y - Y_1 \sigma_H b_x + Z_1 \sigma_P)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial U_{n \perp x}}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1 \sigma_H(B_y b_y + B_z b_z) - Y_1(\sigma_P B_z + \sigma_H B_y b_x) + Z_1(\sigma_P B_y - \sigma_H B_z b_x))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial U_{n \perp y}}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1(\sigma_P B_z - \sigma_H B_x b_y) + Y_1(\sigma_H B_z + B_x b_x) - Z_1(\sigma_P B_x + \sigma_H B_z b_y))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial U_{n \perp z}}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(-X_1(\sigma_P B_y + \sigma_H B_x b_z) + Y_1(\sigma_P B_x - \sigma_H B_y b_z) + Z_1 \sigma_H(B_x b_x + B_y b_y))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial B_x}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(-X_1 \sigma_H(U_{n \perp y} b_y + U_{n \perp z} b_z) + Y_1(\sigma_P U_{n \perp z} + \sigma_H U_{n \perp y} b_x) + Z_1(-\sigma_P U_{n \perp y} + \sigma_H U_{n \perp z} b_x))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial B_y}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1(-\sigma_P U_{n \perp z} + \sigma_H U_{n \perp x} b_y) - Y_1 \sigma_H(U_{n \perp z} b_z + U_{n \perp x} b_x) + Z_1(\sigma_P U_{n \perp x} + \sigma_H U_{n \perp z} b_y))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial B_z}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1(\sigma_P U_{n \perp y} + \sigma_H U_{n \perp x} b_z) + Y_1(-\sigma_P U_{n \perp x} + \sigma_H U_{n \perp y} b_z) - Z_1 \sigma_H(U_{n \perp x} b_x + U_{n \perp y} b_y))\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial b_x}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(Z_1 \sigma_H E_{\perp y}^* - Y_1 \sigma_H E_{\perp z}^*)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial b_y}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(X_1 \sigma_H E_{\perp z}^* - Z_1 \sigma_H E_{\perp x}^*)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_O}{\partial b_z}\right)^2 = \left[J_O^{-1/2}(Y_1 \sigma_H E_{\perp x}^* - X_1 \sigma_H E_{\perp y}^*)\right]^2,$

όπου στις παραπάνω σχέσεις το J_O είναι το μέτρο που ορίζεται από την σχέση (3.38), ενώ οι συνιστώσες του E_{\perp}^* δίνονται από την σχέση (3.34). Έχοντας τις παραπάνω σχέσεις, καθώς και τις αβεβαιότητες από τις σχέσεις (4.34), (4.35), (4.43), (4.44), (4.45), (4.40), (4.41), (4.42), (4.37) και (4.39), μπορούμε να υπολογίσουμε την παραπάνω σχέση (4.46). Για τον ορισμό του ρεύματος της σχέσης (3.29), υπολογίζουμε την αβεβαιότητα ως εξής:

$$\begin{aligned}
 (dJ_D)^2 &= \left(\frac{\partial J_D}{\partial V_{i \perp x}}\right)^2 (dV_{i \perp x})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial V_{i \perp y}}\right)^2 (dV_{i \perp y})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial V_{i \perp z}}\right)^2 (dV_{i \perp z})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial U_{n \perp x}}\right)^2 (dU_{n \perp x})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial U_{n \perp y}}\right)^2 (dU_{n \perp y})^2 + \\
 &+ \left(\frac{\partial J_D}{\partial U_{n \perp z}}\right)^2 (dU_{n \perp z})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 (dE_{\perp x})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 (dE_{\perp y})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 (dE_{\perp z})^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial B_x}\right)^2 (dB_x)^2 + \\
 &+ \left(\frac{\partial J_D}{\partial B_y}\right)^2 (dB_y)^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial B_z}\right)^2 (dB_z)^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial B}\right)^2 (dB)^2 + \left(\frac{\partial J_D}{\partial N_e}\right)^2 (dN_e (\text{in } m^{-3}))^2
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Ορίζοντας τις παρακάτω ποσότητες:

- $D = J_D / eN_e$

- $X_2 = V_{i\perp x} - U_{n\perp x} - \frac{E_{\perp y}^* B_z}{B^2} + \frac{E_{\perp z}^* B_y}{B^2}$
- $Y_2 = V_{i\perp y} - U_{n\perp y} - \frac{E_{\perp z}^* B_x}{B^2} + \frac{E_{\perp x}^* B_z}{B^2}$
- $Z_2 = V_{i\perp z} - U_{n\perp z} - \frac{E_{\perp x}^* B_y}{B^2} + \frac{E_{\perp y}^* B_x}{B^2}$,

όπου το J_D δίνεται από την σχέση (3.37), έχουμε τους εξής υπολογισμούς:

- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial V_{i\perp x}}\right)^2 = \left(e N_e D^{-1/2} X_2\right)^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial V_{i\perp y}}\right)^2 = \left(e N_e D^{-1/2} Y_2\right)^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial V_{i\perp z}}\right)^2 = \left(e N_e D^{-1/2} Z_2\right)^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial U_{n\perp x}}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(X_2 \left(\frac{B_z^2 + B_y^2}{B^2} - 1\right) - Y_2 \frac{B_x B_y}{B^2} - Z_2 \frac{B_x B_z}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial U_{n\perp y}}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(-X_2 \frac{B_x B_y}{B^2} + Y_2 \left(\frac{B_x^2 + B_z^2}{B^2} - 1\right) - Z_2 \frac{B_y B_z}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial U_{n\perp z}}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(-X_2 \frac{B_x B_z}{B^2} - Y_2 \frac{B_y B_z}{B^2} + Z_2 \left(\frac{B_x^2 + B_y^2}{B^2} - 1\right)\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(Y_2 \frac{B_z}{B^2} - Z_2 \frac{B_y}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(Z_2 \frac{B_x}{B^2} - X_2 \frac{B_z}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(X_2 \frac{B_y}{B^2} - Y_2 \frac{B_x}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial B_x}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(-X_2 \frac{U_{n\perp z} B_z + U_{n\perp y} B_y}{B^2} + Y_2 \frac{U_{n\perp y} B_x - E_{\perp z}^*}{B^2} + Z_2 \frac{U_{n\perp z} B_x + E_{\perp y}^*}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial B_y}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(X_2 \frac{U_{n\perp x} B_y + E_{\perp z}^*}{B^2} - Y_2 \frac{U_{n\perp x} B_x + U_{n\perp z} B_z}{B^2} + Z_2 \frac{U_{n\perp z} B_y - E_{\perp x}^*}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial B_z}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(X_2 \frac{U_{n\perp x} B_y - E_{\perp y}^*}{B^2} + Y_2 \frac{U_{n\perp y} B_z + E_{\perp x}^*}{B^2} - Z_2 \frac{U_{n\perp y} B_y + U_{n\perp x} B_x}{B^2}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial B}\right)^2 = \left[e N_e D^{-1/2} \left(2X_2 \frac{E_{\perp y}^* B_z - E_{\perp z}^* B_y}{B^3} + 2Y_2 \frac{E_{\perp z}^* B_x - E_{\perp x}^* B_z}{B^3} + 2Z_2 \frac{E_{\perp x}^* B_y - E_{\perp y}^* B_x}{B^3}\right)\right]^2$
- $\left(\frac{\partial J_D}{\partial N_e}\right)^2 = \left(e \frac{J_D}{N_e}\right)^2$

Για τις επιμέρους διατομές των ιόντων, αλλά και για την μέση διατομή, οι υπολογισμοί είναι:

$$(dC_{O^+})^2 = \left(\frac{\partial C_{O^+}}{\partial v_{O^+}}\right)^2 (dv_{O^+})^2 + \left(\frac{\partial C_{O^+}}{\partial N_n}\right)^2 (dN_n)^2 + \left(\frac{\partial C_{O^+}}{\partial T_i}\right)^2 (dT_i)^2 \quad (4.48)$$

Αν $(dN_n)^2 = (dN_{N_2})^2 + (dN_O)^2 + (dN_{O_2})^2$, τότε έχουμε:

- $\left(\frac{\partial C_{O^+}}{\partial \nu_{O^+}}\right)^2 = \left(\frac{m_{O^+}^{1/2}}{N_n(2k_B T_i)^{1/2}}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_{O^+}}{\partial N_n}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{O^+} m_{O^+}^{1/2}}{(2k_B T_i)^{1/2} N_n^2}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_{O^+}}{\partial T_i}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{O^+} m_{O^+}^{1/2}}{2k_B^{1/2} N_n T_i^{3/2}}\right)^2$

$$(dC_{O_2^+})^2 = \left(\frac{\partial C_{O_2^+}}{\partial \nu_{O_2^+}}\right)^2 (d\nu_{O_2^+})^2 + \left(\frac{\partial C_{O_2^+}}{\partial N_n}\right)^2 (dN_n)^2 + \left(\frac{\partial C_{O_2^+}}{\partial T_i}\right)^2 (dT_i)^2 \quad (4.49)$$

- $\left(\frac{\partial C_{O_2^+}}{\partial \nu_{O_2^+}}\right)^2 = \left(\frac{m_{O_2^+}^{1/2}}{N_n(2k_B T_i)^{1/2}}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_{O_2^+}}{\partial N_n}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{O_2^+} m_{O_2^+}^{1/2}}{(2k_B T_i)^{1/2} N_n^2}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_{O_2^+}}{\partial T_i}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{O_2^+} m_{O_2^+}^{1/2}}{2k_B^{1/2} N_n T_i^{3/2}}\right)^2$

$$(dC_{NO^+})^2 = \left(\frac{\partial C_{NO^+}}{\partial \nu_{NO^+}}\right)^2 (d\nu_{NO^+})^2 + \left(\frac{\partial C_{NO^+}}{\partial N_n}\right)^2 (dN_n)^2 + \left(\frac{\partial C_{NO^+}}{\partial T_i}\right)^2 (dT_i)^2 \quad (4.50)$$

- $\left(\frac{\partial C_{NO^+}}{\partial \nu_{NO^+}}\right)^2 = \left(\frac{m_{NO^+}^{1/2}}{N_n(2k_B T_i)^{1/2}}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_{NO^+}}{\partial N_n}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{NO^+} m_{NO^+}^{1/2}}{(2k_B T_i)^{1/2} N_n^2}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_{NO^+}}{\partial T_i}\right)^2 = \left(\frac{\nu_{NO^+} m_{NO^+}^{1/2}}{2k_B^{1/2} N_n T_i^{3/2}}\right)^2$

$$(dC_i)^2 = \left(\frac{\partial C_i}{\partial \nu_i}\right)^2 (d\nu_i)^2 + \left(\frac{\partial C_i}{\partial N_n}\right)^2 (dN_n)^2 + \left(\frac{\partial C_i}{\partial T_i}\right)^2 (dT_i)^2 \quad (4.51)$$

- $\left(\frac{\partial C_i}{\partial \nu_i}\right)^2 = \left(\frac{m_i^{1/2}}{N_n(2k_B T_i)^{1/2}}\right)^2$

- $\left(\frac{\partial C_i}{\partial N_n}\right)^2 = \left(\frac{v_i m_i^{1/2}}{(2k_B T_i)^{1/2} N_n^2}\right)^2$
- $\left(\frac{\partial C_i}{\partial T_i}\right)^2 = \left(\frac{v_i m_i^{1/2}}{2k_B^{1/2} N_n T_i^{3/2}}\right)^2,$

όπου $(d\nu_i)^2 = \frac{(d\nu_{O^+})^2}{9} + \frac{(d\nu_{O_2^+})^2}{9} + \frac{(d\nu_{NO^+})^2}{9}$.

Με την ολοκλήρωση υπολογισμού της αβεβαιότητας στις διατομές, ολοκληρώνουμε την διάδοση σφάλματος με τα πιο σημαντικά μεγέθη, τα heating rate, όπως προκύπτουν από τις σχέσεις (3.39), (3.40) και (3.41). Για το Joule heating έχουμε:

$$(dQ_J)^2 = \left(\frac{\partial Q_J}{\partial N_e}\right)^2 (dN_e(in m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial V_{i\perp x}}\right)^2 (dV_{i\perp x})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial V_{i\perp y}}\right)^2 (dV_{i\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial V_{i\perp z}}\right)^2 (dV_{i\perp z})^2 + \\ + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial U_{n\perp x}}\right)^2 (dU_{n\perp x})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial U_{n\perp y}}\right)^2 (dU_{n\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial U_{n\perp z}}\right)^2 (dU_{n\perp z})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 (dE_{\perp x})^2 + \\ + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 (dE_{\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 (dE_{\perp z})^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial B_x}\right)^2 (dB_x)^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial B_y}\right)^2 (dB_y)^2 + \left(\frac{\partial Q_J}{\partial B_z}\right)^2 (dB_z)^2 \quad (4.52)$$

- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial N_e}\right)^2 = [e(V_{i\perp x}E_{\perp x}^* - U_{n\perp x}E_{\perp x} + V_{i\perp y}E_{\perp y}^* - U_{n\perp y}E_{\perp y} + V_{i\perp z}E_{\perp z}^* - U_{n\perp z}E_{\perp z})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial V_{i\perp x}}\right)^2 = (eN_e E_{\perp x}^*)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial V_{i\perp y}}\right)^2 = (eN_e E_{\perp y}^*)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial V_{i\perp z}}\right)^2 = (eN_e E_{\perp z}^*)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial U_{n\perp x}}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp z}B_y - V_{i\perp y}B_z - E_{\perp x})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial U_{n\perp y}}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp x}B_z - V_{i\perp z}B_x - E_{\perp y})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial U_{n\perp z}}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp y}B_x - V_{i\perp x}B_y - E_{\perp z})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp x} - U_{n\perp x})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp y} - U_{n\perp y})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp z} - U_{n\perp z})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_J}{\partial B_x}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp y}U_{n\perp z} - V_{i\perp z}U_{n\perp y})]^2$

- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_y}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp z}U_{n\perp x} - V_{i\perp x}U_{n\perp z})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_z}\right)^2 = [eN_e(V_{i\perp x}U_{n\perp y} - V_{i\perp y}U_{n\perp x})]^2$

Για το Ohmic έχουμε:

$$(dQ_O)^2 = \left(\frac{\partial Q_O}{\partial \sigma_P}\right)^2 (d\sigma_P)^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 (dE_{\perp x})^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 (dE_{\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 (dE_{\perp z})^2 + \\ + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial U_{n\perp x}}\right)^2 (dU_{n\perp x})^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial U_{n\perp y}}\right)^2 (dU_{n\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial U_{n\perp z}}\right)^2 (dU_{n\perp z})^2 + \\ + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_x}\right)^2 (dB_x)^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_y}\right)^2 (dB_y)^2 + \left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_z}\right)^2 (dB_z)^2 \quad (4.53)$$

- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial \sigma_P}\right)^2 = [(E_{\perp x}^*)^2 + (E_{\perp y}^*)^2 + (E_{\perp z}^*)^2]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial E_{\perp x}}\right)^2 = (2\sigma_P E_{\perp x}^*)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial E_{\perp y}}\right)^2 = (2\sigma_P E_{\perp y}^*)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial E_{\perp z}}\right)^2 = (2\sigma_P E_{\perp z}^*)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial U_{n\perp x}}\right)^2 = [2\sigma_p(B_y E_{\perp z}^* - B_z E_{\perp y}^*)]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial U_{n\perp y}}\right)^2 = [2\sigma_p(B_z E_{\perp x}^* - B_x E_{\perp z}^*)]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial U_{n\perp z}}\right)^2 = [2\sigma_p(B_x E_{\perp y}^* - B_y E_{\perp x}^*)]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_x}\right)^2 = [2\sigma_p(U_{n\perp z} E_{\perp y}^* - U_{n\perp y} E_{\perp z}^*)]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_y}\right)^2 = [2\sigma_p(U_{n\perp x} E_{\perp z}^* - U_{n\perp z} E_{\perp x}^*)]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_O}{\partial B_z}\right)^2 = [2\sigma_p(U_{n\perp y} E_{\perp x}^* - U_{n\perp x} E_{\perp y}^*)]^2$

Ολοκληρώνουμε τις εξισώσεις για την διάδοση σφάλματος με το Frictional heating:

$$\begin{aligned}
 (dQ_F)^2 = & \left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp x}} \right)^2 (dV_{i\perp x})^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp y}} \right)^2 (dV_{i\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp z}} \right)^2 (dV_{i\perp z})^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial U_{n\perp x}} \right)^2 (dU_{n\perp x})^2 + \\
 & + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial U_{n\perp y}} \right)^2 (dU_{n\perp y})^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial U_{n\perp z}} \right)^2 (dU_{n\perp z})^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial N_{O^+}} \right)^2 (dN_{O^+} (in m^{-3}))^2 + \\
 & + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial N_{O_2^+}} \right)^2 (dN_{O_2^+} (in m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial N_{NO^+}} \right)^2 (dN_{NO^+} (in m^{-3}))^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial v_{O^+}} \right)^2 (dv_{O^+})^2 + \\
 & + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial v_{O_2^+}} \right)^2 (dv_{O_2^+})^2 + \left(\frac{\partial Q_F}{\partial v_{NO^+}} \right)^2 (dv_{NO^+})^2
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

Θέτοντας για απλοποίηση τα:

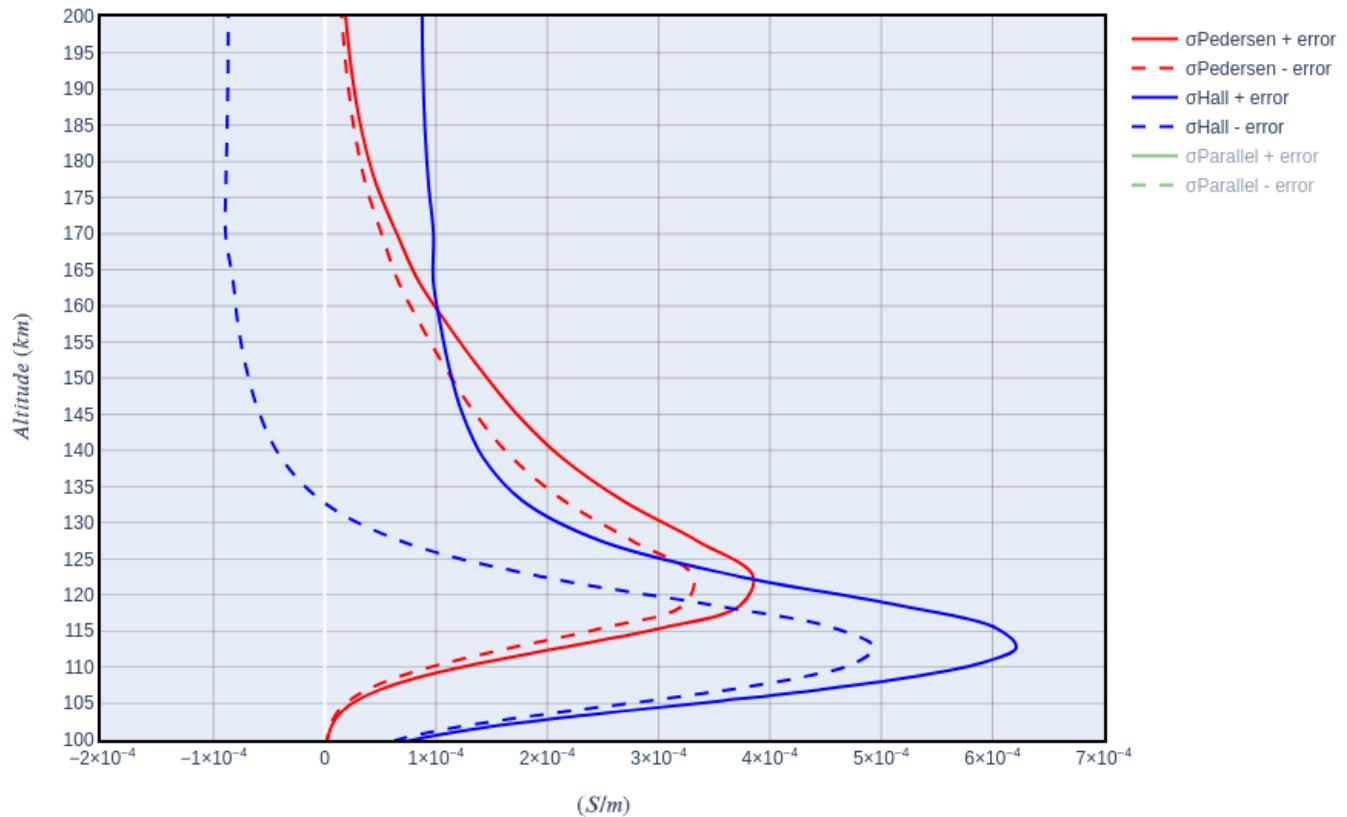
- $A = m_{O^+} v_{O^+} N_{O^+} + m_{O_2^+} v_{O_2^+} N_{O_2^+} + m_{NO^+} v_{NO^+} N_{NO^+}$
- $B = (V_{i\perp x} - U_{n\perp x})^2 + (V_{i\perp y} - U_{n\perp y})^2 + (V_{i\perp z} - U_{n\perp z})^2$

παίρνουμε:

- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp x}} \right)^2 = [2A(V_{i\perp x} - U_{n\perp x})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp y}} \right)^2 = [2A(V_{i\perp y} - U_{n\perp y})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp z}} \right)^2 = [2A(V_{i\perp z} - U_{n\perp z})]^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial U_{n\perp x}} \right)^2 = \left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp x}} \right)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial U_{n\perp y}} \right)^2 = \left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp y}} \right)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial U_{n\perp z}} \right)^2 = \left(\frac{\partial Q_F}{\partial V_{i\perp z}} \right)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial N_{O^+}} \right)^2 = (m_{O^+} v_{O^+} B)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial N_{O_2^+}} \right)^2 = (m_{O_2^+} v_{O_2^+} B)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial N_{NO^+}} \right)^2 = (m_{NO^+} v_{NO^+} B)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial v_{O^+}} \right)^2 = (m_{O^+} N_{O^+} B)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial v_{O_2^+}} \right)^2 = (m_{O_2^+} N_{O_2^+} B)^2$
- $\left(\frac{\partial Q_F}{\partial v_{NO^+}} \right)^2 = (m_{NO^+} N_{NO^+} B)^2$

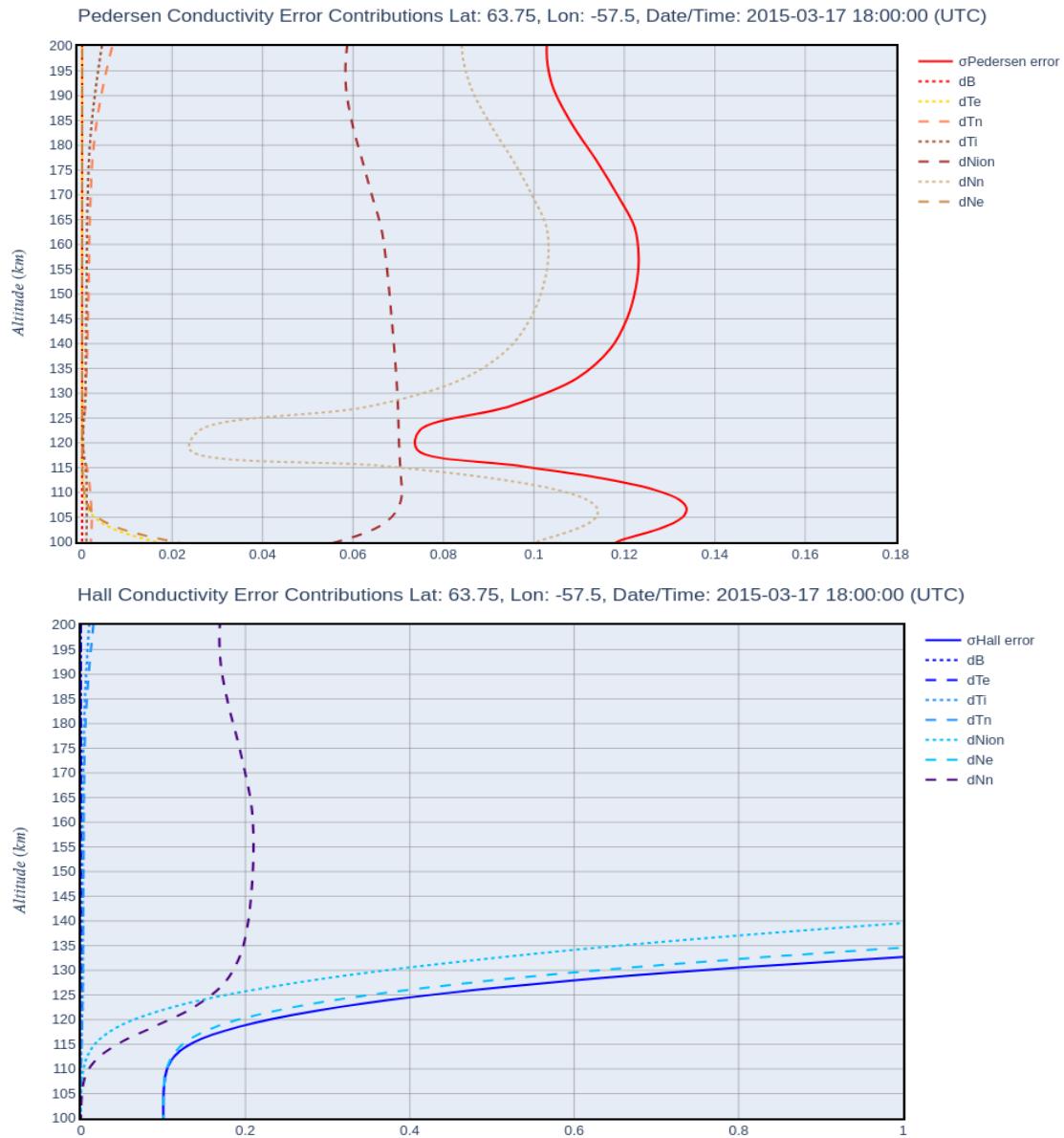
Έχοντας υπολογίσει τα σφάλματα – αβεβαιότητες, μπορούμε να δούμε πώς αυτά επηρεάζουν τις διάφορες ποσότητες με κάποια γραφήματα. Ξεκινάμε με τις δύο σημαντικές αγωγιμότητες Pedersen και Hall, όπου στο παρακάτω γράφημα απεικονίζουμε τα όρια εντός των οποίων αναμένουμε να βρεθούν οι αγωγιμότητες, αφού χρησιμοποιήσουμε τα μετρούμενα μεγέθη, τα οποία περιέχουν και κάποια αβεβαιότητα, όπως υπολογίστηκε πιο πάνω. Προσθέτοντας και αφαιρώντας από τις τιμές των αγωγιμοτήτων αυτές των σχέσεων (4.34) και (4.35), προκύπτει:

Conductivities With Error Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.4 Τα όρια των αγωγιμοτήτων μετά τον υπολογισμό της αβεβαιότητάς τους

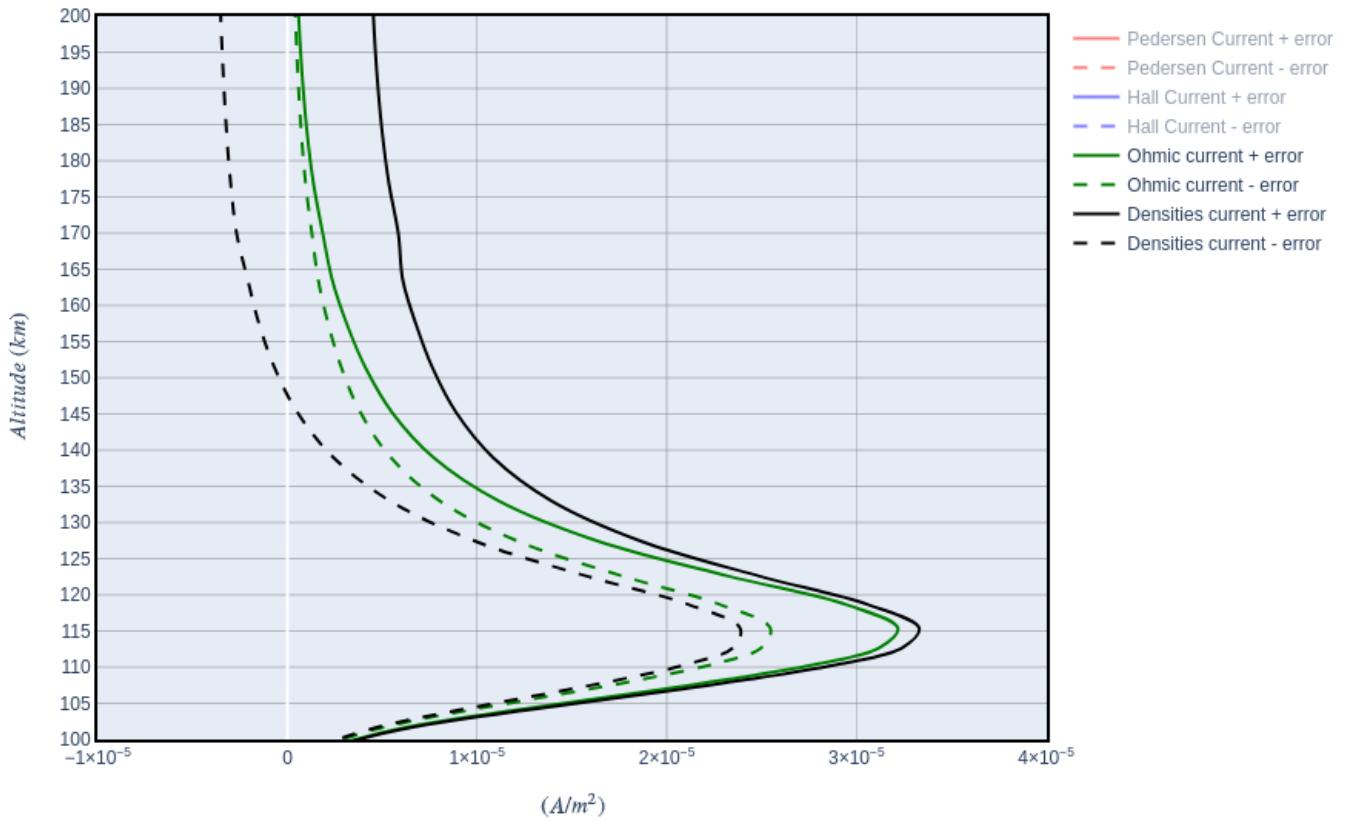
Από το παραπάνω γράφημα βλέπουμε ότι τα όρια για την αγωγιμότητα Pedersen είναι κοντά, άρα δεν θα πρέπει να αναμένουμε να έχει μεγάλο σφάλμα ο υπολογισμός της. Αντιθέτως, παρατηρούμε ότι κάτι τέτοιο δεν ισχύει για την αγωγιμότητα Hall, όπου τα όριά της είναι πιο διευρυμένα και μάλιστα πάνω από τα 130 km αποκτά αρνητικές τιμές κάτι που υποδηλώνει πως το σφάλμα της ξεπερνά την ίδια την τιμή της αγωγιμότητας, είναι δηλαδή πάνω από το 100%. Μία καλύτερη εικόνα θα μας δείξουν τα γραφήματα για τα σχετικά σφάλματα και τις συνεισφορές τους. Όπως φαίνεται παρακάτω, η αγωγιμότητα Pedersen έχει μικρό σφάλμα, λιγότερο μάλιστα και από 14%. Σε αυτό συνεισφέρουν κυρίως τα σφάλματα στις πυκνότητες των ουδετέρων και των ιόντων, ωστόσο και αυτά είναι αρκετά μικρά και δεν μας προβληματίζουν. Στην αγωγιμότητα, όμως, Hall τα σφάλματα στις πυκνότητες ηλεκτρονίων και ιόντων φαίνονται τεράστια.



Εικόνα 4.5 Οι συνεισφορές των αβεβαιοτήτων στις αγωγιμότητες

Υλοποιώντας διαφορετικά σενάρια για αυτά τα δύο (μειώνοντας δηλαδή το σφάλματα τους), παρατηρούμε ότι η κατάσταση βελτιώνεται όταν εκείνα φτάσουν στο $dN_e = dN_i = 0.1\%$, κάτι το οποίο είναι ανέφικτο. Εκείνο που επηρεάζει επομένως την κατάσταση είναι ο υπολογισμός της αγωγιμότητας, δηλαδή οι μεταβολές $\frac{\partial \sigma_H}{\partial N_e}$ και $\frac{\partial \sigma_H}{\partial N_i}$ είναι πολύ μεγάλες (εδώ εμφανίζονται τα συντηρητικά αποτελέσματα του error propagation). Επομένως, σίγουρα η βελτίωση αυτών των δύο ποσοτήτων (dN_i και dN_e) θα δώσει καλύτερα αποτελέσματα, παρ' όλα αυτά και πάλι το σφάλμα θα είναι μεγάλο. Την κατάσταση θα διευκρινίσει στην επόμενη φάση η στατιστική ανάλυση. Συνεχίζουμε με τα ρεύματα και τις αβεβαιότητές τους, όπως υπολογίστηκαν από τις σχέσεις (4.46) και (4.47), με τα όριά τους να δείχνονται στο παρακάτω γράφημα.

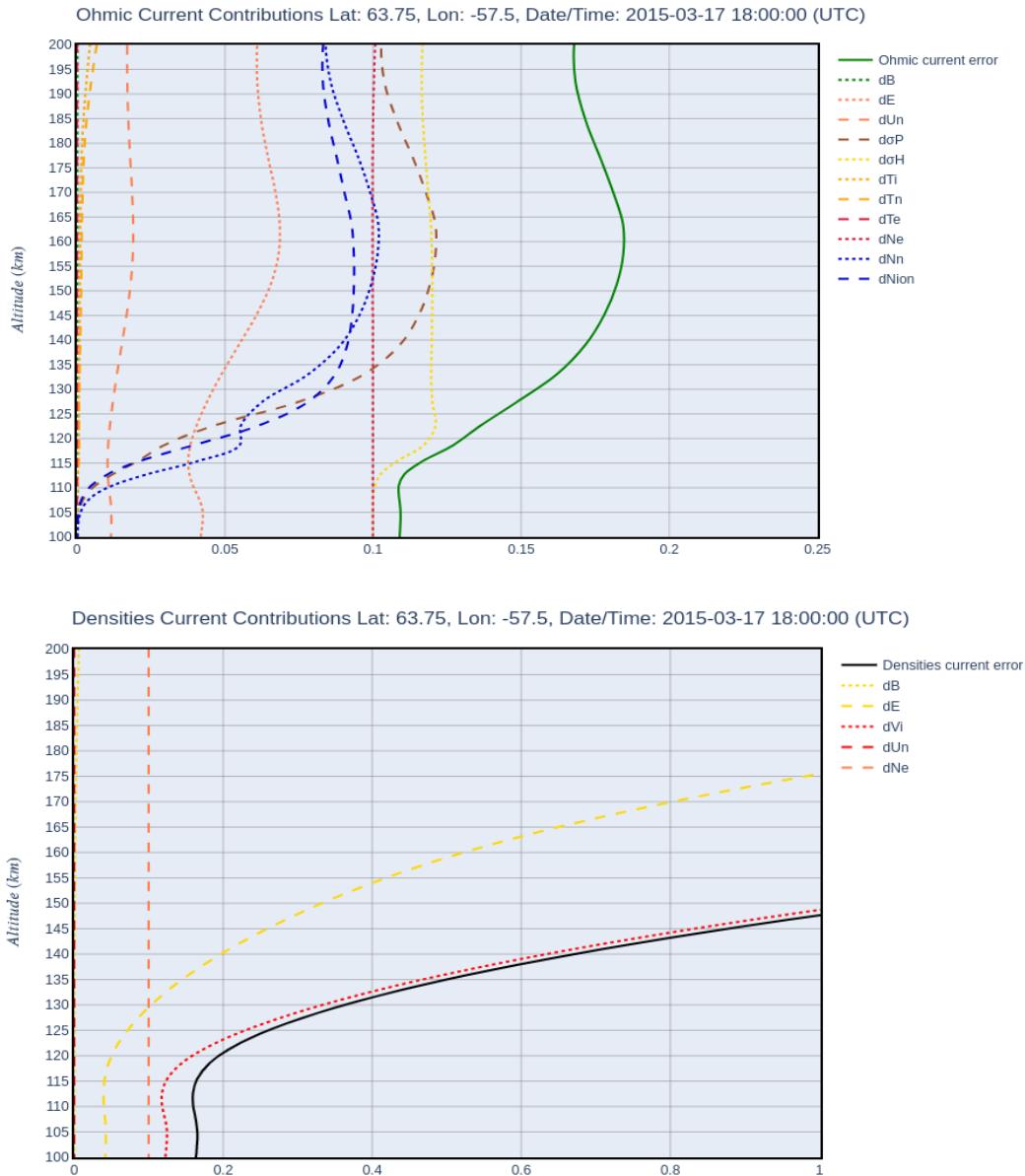
Perpendicular Currents With Error Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.6 Τα όρια των ρευμάτων μετά τον υπολογισμό της αβεβαιότητάς τους

Από το παραπάνω γράφημα βλέπουμε ότι το ωμικό ρεύμα, όπως υπολογίζεται από την σχέση (3.30), δεν παρουσιάζει μεγάλες διαφορές και αναμένουμε το σφάλμα του να είναι μικρό ποσοστό. Από την άλλη μεριά, το ρεύμα όπως υπολογίζεται από την σχέση (3.29) και που αποτελεί τον κλασσικό ορισμό του ρεύματος, παρουσιάζει πλατιά όρια, αλλά και αρνητικές τιμές, πράγμα που σημαίνει ότι πάνω από τα 145 km αρχίζει να αποκτά τιμές μεγαλύτερες από το ίδιο το ρεύμα. Όπως με τις αγωγιμότητες, έτσι και σε αυτή την περίπτωση πρέπει να δούμε τί συμβαίνει με το σχετικό σφάλμα, καθώς και ποιοι παράγοντες το επηρεάζουν. Στο παρακάτω γράφημα, παρατηρούμε ότι για το ωμικό ρεύμα το σφάλμα του δεν ξεπερνάει το 20%, ενώ οι κυριότεροι παράγοντες είναι οι δύο αγωγιμότητες, των οποίων τις επιρροές είδαμε πιο πάνω. Όσον αφορά το ρεύμα του κλασσικού ορισμού, τα πράγματα διαφέρουν. Παρατηρούμε ότι το σφάλμα του εκτοξεύεται φτάνοντας το 100% στα 145 km, όπως αναμέναμε, και μάλιστα το ξεπερνά. Οι δύο παράγοντες που φαίνεται να το επηρεάζουν τόσο πολύ και να το οδηγούν σε τόσο μεγάλες τιμές, είναι το ηλεκτρικό πεδίο και η ταχύτητα των ιόντων. Υλοποιώντας ξανά διαφορετικά σενάρια για τα σφάλματα αυτά, παρατηρούμε ότι ακόμα και αν μειώσουμε το σφάλμα των δύο μεγεθών αυτών στο $dE = dV_i = 2\%$, εξακολουθεί το σφάλμα να είναι μεγάλο. Φαίνεται, λοιπόν, πως το ρεύμα είναι ευεπηρέαστο, αφού οι μεταβολές $\frac{\partial J_D}{\partial E}$ και $\frac{\partial J_D}{\partial V_i}$ είναι μεγάλες κι έτσι δεν μπορούμε να κάνουμε πολλά σχετικά με το σφάλμα. Σίγουρα η βελτίωσή τους θα έδινε καλύτερα αποτελέσματα, αλλά και πάλι όχι αρκετά καλά (με βάση το error propagation). Μπορούμε να συγκρίνουμε τις τιμές των

ρευμάτων για καλύτερα αποτελέσματα, θεωρώντας αποδεκτό ένα ποσοστό $\sim 40\%$, μέχρι τα 130 km .

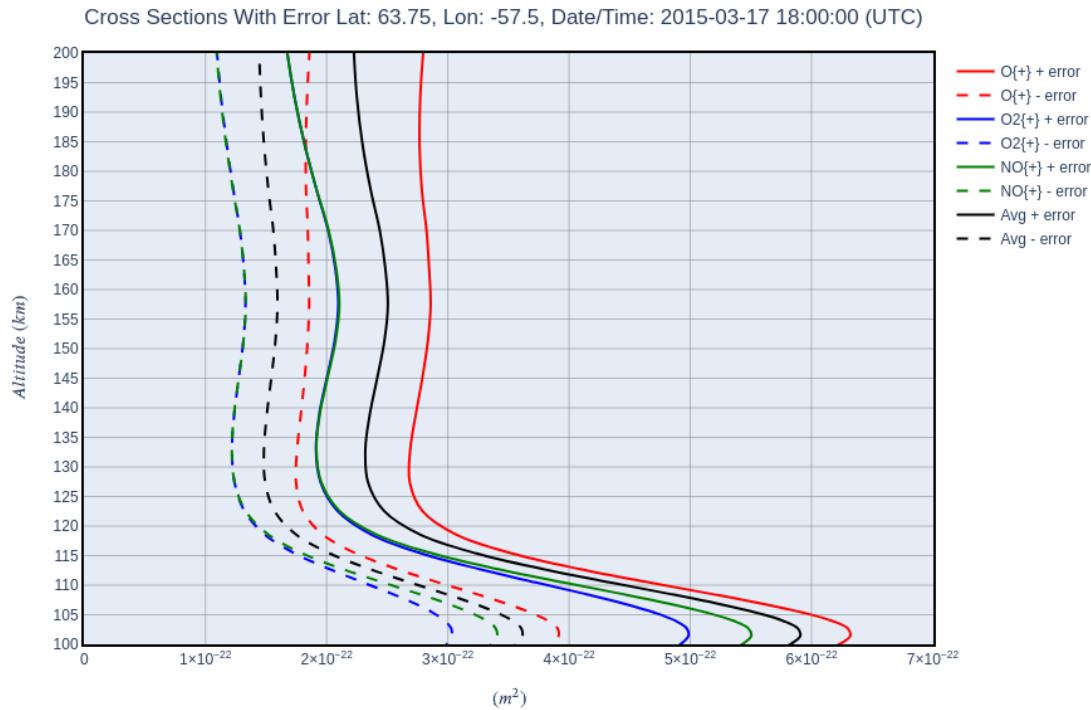


Εικόνα 4.7 Οι συνεισφορές των αβεβαιοτήτων στα ρεύματα

Συνεχίζουμε την μελέτη των αποτελεσμάτων της διάδοσης σφάλματος με τις διατομές των ιόντων. Στην παρακάτω εικόνα, 4.8, παρατηρούμε ότι το σφάλμα στις διατομές δεν είναι μεγάλο. Ακόμη, καμία τιμή δεν είναι μικρότερη του μηδενός, κάτι που σημαίνει ότι το σφάλμα υπολογισμού των διατομών δεν ξεπερνά σε καμία περίπτωση το 100%, όπως είδαμε να συμβαίνει στις προηγούμενες ποσότητες. Στην αμέσως επόμενη εικόνα, 4.9, έχουμε τις συνεισφορές των αβεβαιοτήτων και το σχετικό σφάλμα για τις διατομές. Όπως αναμέναμε από το γράφημα της εικόνας 4.8, το σφάλμα για τις διατομές δεν ξεπερνά ούτε το 25%, το οποίο είναι αρκετά αποδεκτό και στο οποίο, όπως φαίνεται, κυριότεροι παράγοντες είναι η θερμοκρασία και η πυκνότητα των

Διπλωματική εργασία – Ψυχάλας Χρήστος

ουδετέρων. Καμία, ωστόσο, από τις δύο ποσότητες δεν παράγει μεγάλο σφάλμα και έτσι ο υπολογισμός των διατομών με τις τρέχουσες προδιαγραφές είναι αποδεκτός.

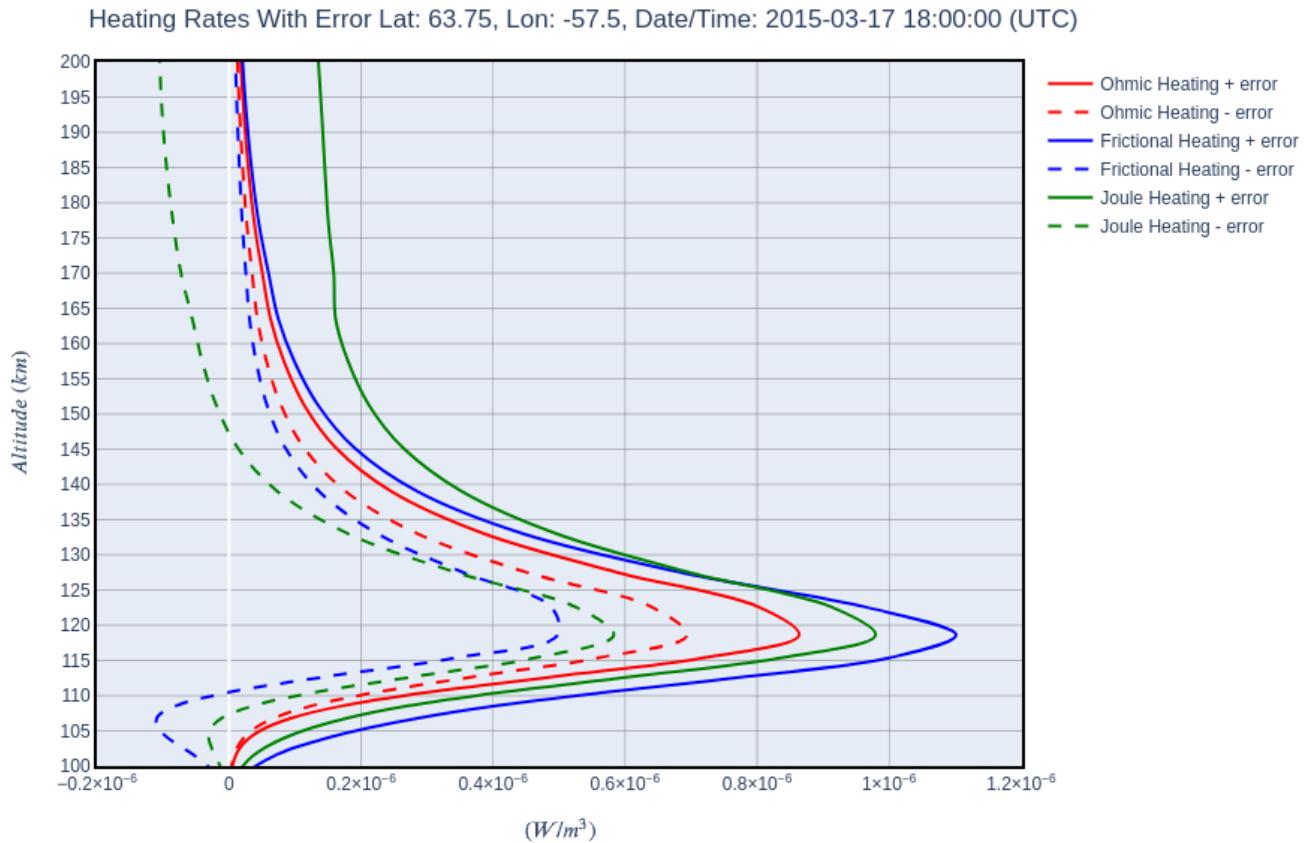


Εικόνα 4.8 Τα όρια των ενεργών διατομών μετά τον υπολογισμό της αβεβαιότητάς τους



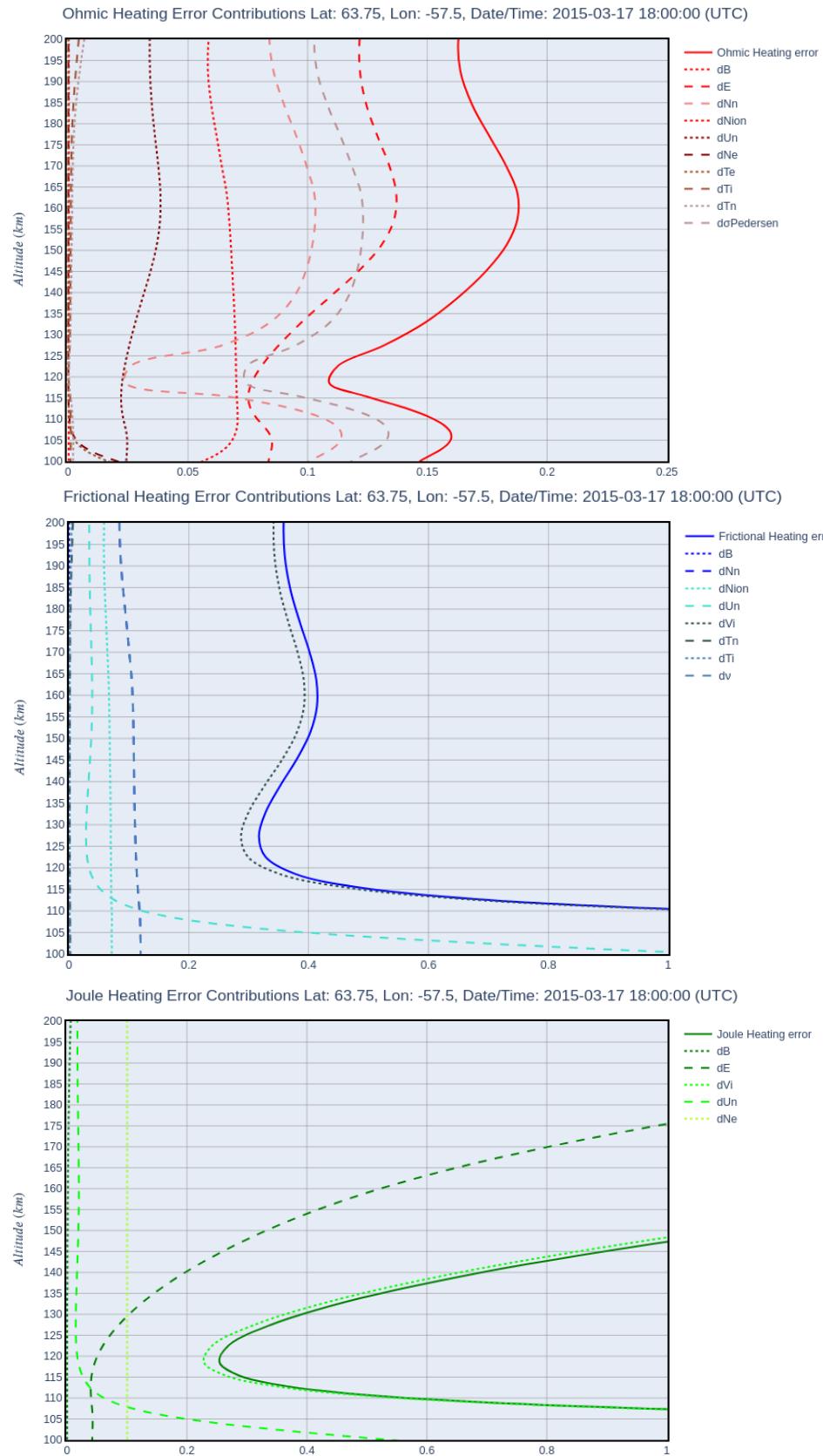
Εικόνα 4.9 Οι συνεισφορές των αβεβαιοτήτων στην ενεργό διατομή

Τέλος, διερευνούμε τις πιο σημαντικές ποσότητες, το Joule, Ohmic και Frictional heating.



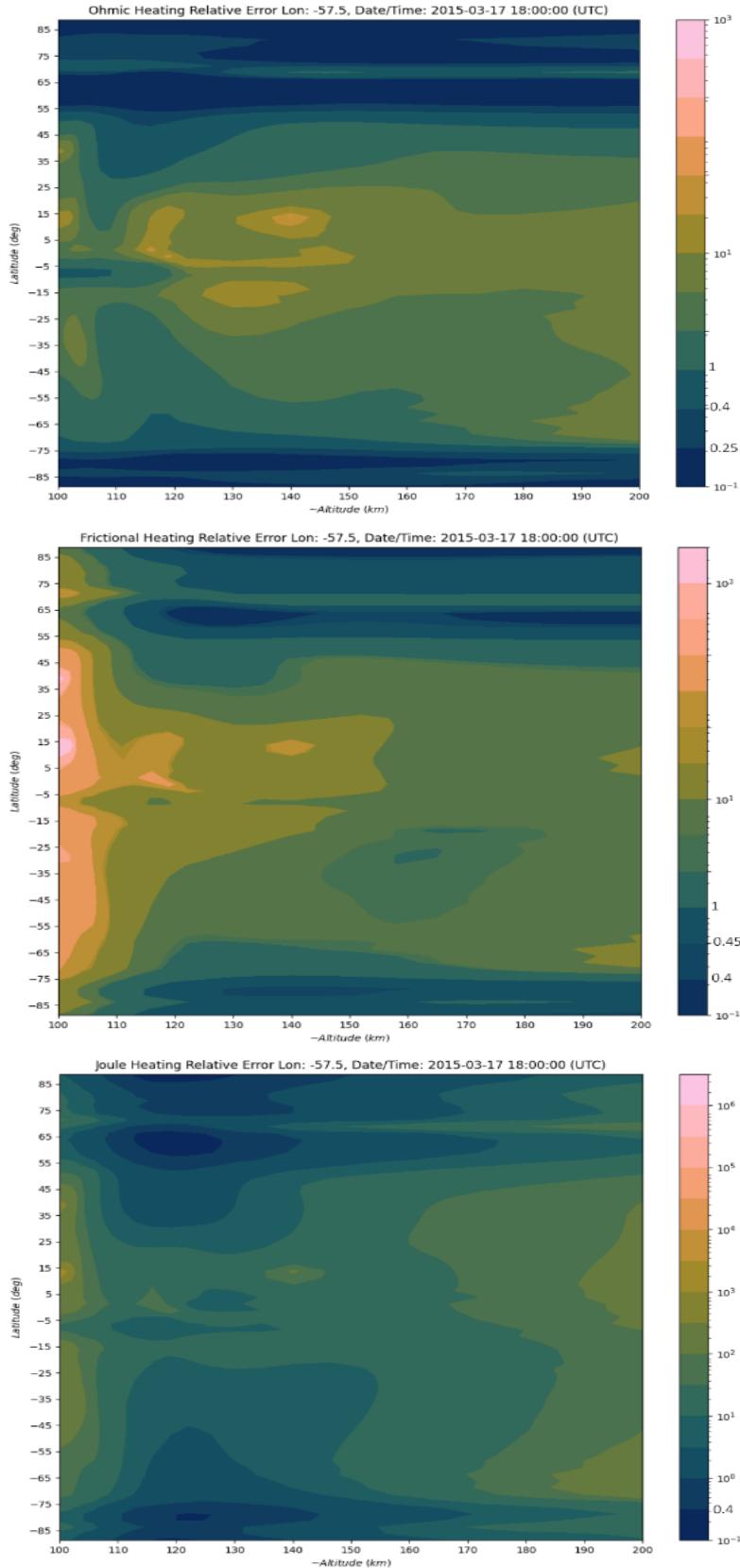
Εικόνα 4.10 Τα όρια των heating rates μετά τον υπολογισμό της αβεβαιότητάς τους

Από την παραπάνω εικόνα διαπιστώνουμε ότι το αναμενόμενο εύρος τιμών για το Ohmic heating είναι πολύ καλύτερο από τις δύο άλλες ποσότητες, όπως υποδεικνύει το περιθώριο ανάμεσα στην ελάχιστη και μέγιστη τιμή του. Για το Frictional heating παρατηρούμε ότι το περιθώριο ελαττώνεται κάπου μετά τα 160 km, ενώ για το Joule παραμένει μεγάλο σε όλο το υψομετρικό εύρος και μάλιστα αυξάνεται όσο ανεβαίνουμε. Και οι δύο ποσότητες Joule και Frictional παρατηρούμε να εμφανίζουν αρνητικές ελάχιστες τιμές, γεγονός που υποδεικνύει ότι στις περιοχές αυτές το σφάλμα ξεπερνά το 100%. Καλύτερα συμπεράσματα θα μας βοηθήσουν να βγάλουμε τα γραφήματα με τα σχετικά σφάλματα και τις συνεισφορές τους. Στην παρακάτω εικόνα, πράγματι το σφάλμα του Ohmic heating δεν ξεπερνά το 20% και είναι αρκετά μικρό, όπως και η συνεισφορά του ηλεκτρικού πεδίου και της πυκνότητας των ουδετέρων. Το Frictional heating, όπως προβλέψαμε παρουσιάζει σφάλμα περισσότερο από 100%, στην περιοχή όπου πιο πάνω είδαμε να λαμβάνει αρνητική τιμή. Γενικά, μπορούμε να θεωρήσουμε αποδεκτό το σφάλμα του μέχρι ~40%, δηλαδή για την περιοχή πάνω από τα 115 km. Κυριότερη συνεισφορά στο σφάλμα του έχουν η ταχύτητα των ιόντων και του ουδέτερου ανέμου, με τον τελευταίο να είναι σημαντικός κάτω από τα 105 km και να χρήζει βελτίωσης. Η ταχύτητα των ιόντων, όπως μας δείχνουν κάποια άλλα σενάρια ($dV_i = 20\%$ και 5%) πρέπει να βελτιωθεί, αφού για την περίπτωση του Frictional δεν φταίει η ευμεταβλητότητά του, αλλά το ίδιο το dV_i . Επομένως, αν και με το ρεύμα πιο πάνω είδαμε ότι δεν μπορούμε να το καλυτερέυσουμε σημαντικά, εδώ γίνεται.



Εικόνα 4.11 Οι συνεισφορές των αβεβαιοτήτων στα heating rates

Τέλος, για το Joule heating παρατηρούμε την χειρότερη περίπτωση, με το σφάλμα να εκτινάσσεται πάνω από τα 130 km και κάτω από τα 110 km . Σε αυτό, κυριότεροι παράγοντες είναι, όπως δείχνει η εικόνα 4.11, η ταχύτητα των ιόντων και το ηλεκτρικό πεδίο. Εδώ, εν αντιθέσει με το Frictional, η ταχύτητα των ιόντων όσο και να βελτιωθεί το πρόβλημα εμμένει. Μόνο αν καταφέρουμε να ρίξουμε το σφάλμα στο $dV_i \approx 0.1\%$, τα πράγματα γίνονται εξαιρετικά (ομοίως και για το dE). Παρ' όλα αυτά, τέτοιου είδους σφάλματα είναι ανέφικτα. Εκείνο που κρατάμε είναι ότι το σφάλμα του ηλεκτρικού πεδίου είναι επαρκές, αφού το Ohmic δεν παρουσιάζει μεγάλο σφάλμα εξαιτίας του, ενώ το Joule είναι από την φύση του ευεπηρέαστο σε αυτό και οι προσπάθειες βελτίωσης δεν θα έχουν ραγδαία καλυτέρευση. Όσον αφορά την ταχύτητα ιόντων, εκείνη μπορεί και πρέπει να βελτιωθεί, όπως μας δείχνει το Frictional και όχι τα J_D και Joule, που είναι ευμετάβλητα. Για το Joule, αν θεωρήσουμε αποδεκτό ένα σφάλμα περίπου 40% , μπορούμε με τις τρέχουσες προδιαγραφές να το υπολογίσουμε και να το συγκρίνουμε με τα υπόλοιπα, ανάμεσα στην περιοχή των $110 - 130 \text{ km}$. Εκτός από την διερεύνηση των καθ' ύψος προφίλ ας εξετάσουμε και τα σχετικά σφάλματα των ποσοτήτων αυτών συναρτήσει του ύψους και γεωγραφικού πλάτους. Όπως είπαμε η περιοχή που μας ενδιαφέρει είναι τα $100 - 200 \text{ km}$, αλλά και τα γεωγραφικά πλάτη γύρω από τις 60° . Στην παρακάτω εικόνα, 4.12, φαίνεται το σχετικό σφάλμα για όλα τα γεωγραφικά πλάτη. Για το Ohmic διακρίνουμε πως κοντά στην περιοχή των $\sim 55^\circ - 65^\circ$ και για όλο το υψομετρικό εύρος το σφάλμα του δεν ξεπερνά το 25% . Ψηλότερα, δηλαδή πάνω από τις 65° και έως τις 75° , παρατηρούμε ότι για όλα τα ύψη το σφάλμα ξεπερνά το 100% , ενώ για πάνω από 75° το σφάλμα επανέρχεται σε αποδεκτά όρια για ύψη από τα $\sim 135 - 170 \text{ km}$. Το Frictional από την άλλη, όπως και παραπάνω, έχει μεγαλύτερο σφάλμα και είναι αποδεκτό στην περιοχή $\sim 60 - 65^\circ$, πάνω από τα $\sim 115 \text{ km}$. Πάνω από τις 65° το σφάλμα του είναι μη αποδεκτό. Το Joule και αυτό παρουσιάζει πολύ στενά όρια ως προς το γεωγραφικό πλάτος και το υψόμετρο, στα οποία το σφάλμα του είναι αποδεκτό (δηλαδή όπως το θέσαμε πιο πάνω, $\leq 40\%$). Όπως μπορεί κανείς να διακρίνει στην παρακάτω εικόνα, στην περιοχή των $60^\circ - 65^\circ$, το σφάλμα είναι εντός του ορίου για τα ύψη από $\sim 110 - 130 \text{ km}$. Από τα παραπάνω θα πρέπει να κρατήσουμε το γεγονός πως το Ohmic heating είναι, ίσως, η καλύτερη μέθοδος με βάση τις τωρινές μας προδιαγραφές, αλλά όχι για όλα τα πλάτη παρά μόνο για τις περιοχές $60^\circ - 65^\circ$ (εξάλλου εκεί μεγιστοποιείται το φαινόμενο). Για την σύγκριση και των τριών ποσοτήτων, περιοριστικός παράγοντας είναι το Joule, κατά κύριο λόγο, όπως μας κατέδειξαν και τα καθ' ύψος προφίλ. Η περιοχή λοιπόν, όπου μπορεί να γίνει η σύγκριση είναι για γεωγραφικά πλάτη $\sim 60^\circ - 65^\circ$ και για ύψη $\sim 115 - 130 \text{ km}$. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε προσδιορίσει τα μεγέθη που αποτελούν παράγοντες προς βελτίωση, ενώ έχουμε θέσει τα όρια των περιοχών στα οποία οι τρέχουσες συνθήκες μας επιτρέπουν την μελέτη των μεγεθών. Κάναμε, λοιπόν, ένα βήμα προς τον προσδιορισμό των απαραίτητων ορίων της accuracy, για τον υπολογισμό της ωμικής θέρμανσης. Διευκρινίζεται ότι στα διαγράμματα κάτω, οι τιμές για τα υψόμετρα δεν είναι ακριβής, αλλά μια μέση τιμή για όλα τα latitudes σε κάθε pressure level. Όπως, ήδη, αναφέρθηκε σε υποσημείωση του προηγούμενου κεφαλαίου, το TIEGCM για κάθε συνδυασμό latitude και pressure level, αντιστοιχεί διαφορετικό υψόμετρο. Επομένως και τα συμπεράσματά μας, αναφορικά με τα υψομετρικά εύρη στα παρακάτω γραφήματα, είναι ενδεικτικά.

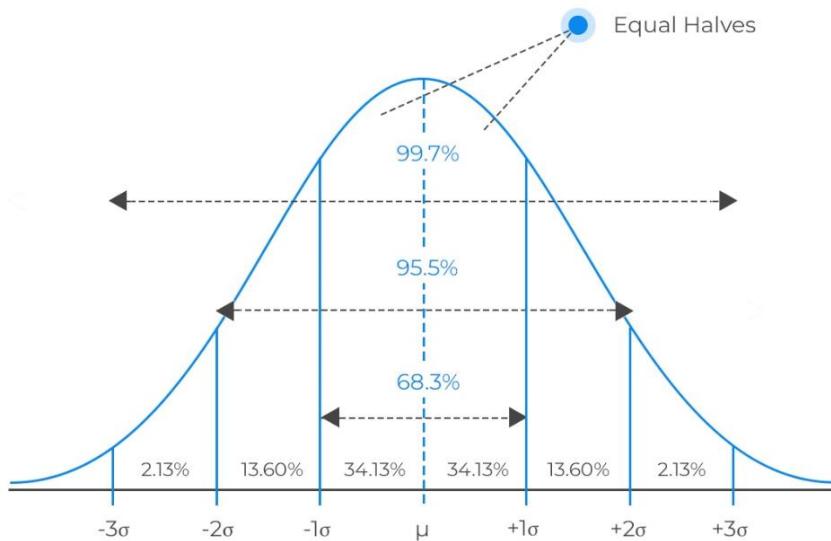


Εικόνα 4.12 Τα σχετικά σφάλματα των heating rates συναρτήσει του ύψους και του γεωγραφικού πλάτους

4.4 Τυχαία σφάλματα ή θόρυβος

Με το error propagation στην προηγούμενη ενότητα, ασχοληθήκαμε με τα συστηματικά σφάλματα, εκείνα δηλαδή που μας απομακρύνουν από την πραγματική τιμή και όσες φορές και να μετρήσουμε, η απόκλιση θα είναι η ίδια. Εκτός όμως από αυτά, στις μετρήσεις όπως αναφέραμε συναντούμε και τα τυχαία σφάλματα, τα οποία συχνά και αποκαλούμε θόρυβο ή στατιστικά σφάλματα. Αυτό συμβαίνει γιατί αυτού του είδους τα σφάλματα μεταβάλλονται κατά τυχαίο τρόπο σε κάθε μέτρηση και όσες φορές και να μετρήσουμε το αποτέλεσμα θα είναι διαφορετικό. Παρ' όλα αυτά, αυτού του είδους τα σφάλματα έχουν την ιδιότητα να κινούνται γύρω από την μετρούμενη τιμή, σε αντίθεση με τα συστηματικά, ενώ ακόμη τις περισσότερες φορές μπορούν να μοντελοποιηθούν με γκαουσσιανή κανονική κατανομή, εξού και ο όρος στατιστικά. Η κανονική κατανομή είναι ένας τύπος κατανομής που περιγράφει συνεχείς πιθανότητες και περιλαμβάνει την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση ενός μεγέθους. Η μέση τιμή αποτελεί έναν εκτιμητή της πραγματικής τιμής ενός μεγέθους και η κατανομή μας δείχνει τις πιθανότητες να βρεθούμε σε ένα διάστημα τιμών μακριά από την μέση, σε διαστήματα πολλαπλάσια της τυπικής απόκλισης. Στην παρακάτω εικόνα μπορεί να φανεί καλύτερα.

Shape of the normal distribution



No. of standard deviations from the mean

Εικόνα 4.13 Η κανονική κατανομή (<https://analystprep.com/cfa-level-1-exam/quantitative-methods/key-properties-normal-distribution>)

Στην δική μας περίπτωση μη έχοντας τις μετρήσεις, προκείμενου να βρούμε μία μέση τιμή και μία τυπική απόκλιση θέτουμε ως μέση τιμή το μηδέν, ενώ για τυπική απόκλιση θεωρούμε τις τιμές

της ακρίβειας, αυτή τη φορά precision, όπως αυτές προσδιορίστηκαν στις προδιαγραφές της αποστολής από τα μέλη της ομάδας. Στον παρακάτω πίνακα συνοψίζουμε τις τιμές.

Παράμετρος	Ακρίβεια (precision)
Horizontal wind (Un)	5 m/s
Vertical wind (Un)	5 m/s
Tn (neutral temperature)	10%
Nn (neutral density)	10%
Horizontal ion drift (Vi)	20 m/s
Vertical ion drift (Vi)	20 m/s
Ti (ion temperature)	5%
Ni (ion density)	5%
Te (electron temperature)	5%
Ne (electron density)	5%
 B (magnetic field)	1 nT (nano tesla)
 E (electric field)	0.2 mV/m (milli Volt per meter)

Πίνακας 4.3 Οι τιμές της precision για την μοντελοποίηση του θορύβου ([5])

Τα γραφήματα των μεγεθών όπως παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2 είναι εξιδανικευμένα, καθώς τα μοντέλα δεν παρέχουν τον θόρυβο. Έτσι, κατασκευάζοντας τον θόρυβο και προσθέτοντάς τον σε κάθε μία μεταβλητή στη συνέχεια υπολογίζονται τα παράγωγα μεγέθη. Ασχολούμενοι για την περίπτωση του θορύβου μόνο με τα heating rates, στο παρακάτω γράφημα απεικονίζεται μία πιο ρεαλιστική αναπαράσταση των μεγεθών.



Εικόνα 4.14 Τα heating rates παρονσία θορύβου

Όπως φαίνεται στην εικόνα τα μεγέθη δεν διαφοροποιούνται πολύ από τα ιδανικά, όπως παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2, αλλά όπως περιμέναμε παρουσιάζουν τις διακυμάνσεις γύρω από την ιδανική τιμή. Από το παραπάνω διαπιστώνουμε επίσης ότι από τα τρία μεγέθη, εκείνο που παρουσιάζει τους μεγαλύτερους κυματισμούς, είναι το Joule heating, είναι δηλαδή πιο ευμετάβλητο στο θόρυβο. Με βάση τον ορισμό για το σχετικό σφάλμα, για την περίπτωση της precision, όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, έχουμε:



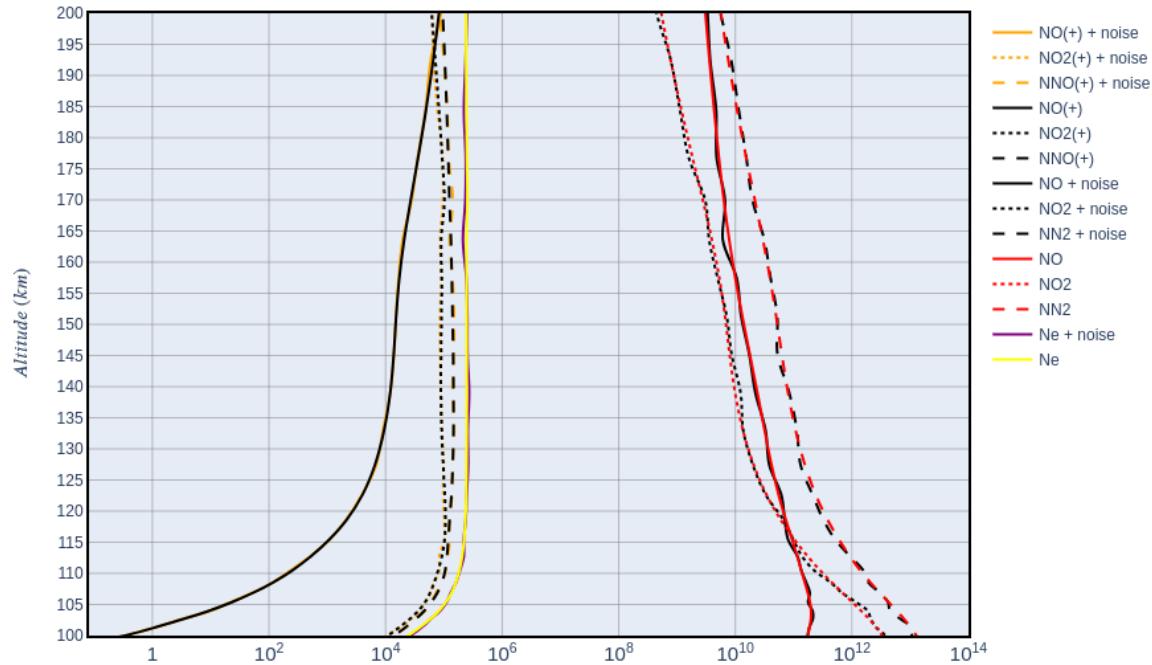
Εικόνα 4.15 Το σχετικό σφάλμα για την περίπτωση του θορύβου

Σε αυτή την περίπτωση δεν έχουμε το ποσοστό του σφάλματος ως προς την πραγματική τιμή, όπως στο error propagation, αλλά ως προς το μετρούμενο μέγεθος, δηλαδή εκείνο που περιέχει και τον θόρυβο. Φαίνεται ότι στην περίπτωση του Joule (και του Frictional) ο θόρυβος είναι μεγάλο ποσοστό σε κάποιες περιπτώσεις, εντούτοις δεν είμαστε σε θέση να θεωρήσουμε, όπως και στην περίπτωση του error propagation, εκείνες τις περιοχές όπου το σφάλμα είναι εντός κάποιων ορίων, προκειμένου να κάνουμε μία σύγκριση. Πρόκειται για τυχαίες διεργασίες και με κάθε προσομοίωση τα αποτελέσματα θα είναι διαφορετικά. Την μελέτη του τυχαίου σφάλματος την αναλαμβάνει η στατιστική ανάλυση σε επόμενο στάδιο. Με την παρούσα έρευνα, σε αυτό το στάδιο, μπορούμε αρχικά να έχουμε μία εικόνα ως προς τα ευμετάβλητα μεγέθη. Στη συνέχεια, μετά από κάποια «τρεξίματα» του κώδικα παρατηρούμε ότι κάποιες ποσότητες από τις μετρούμενες δεν παρουσιάζουν μεγάλες διακυμάνσεις, αλλά κυμαίνονται σε αποδεκτά όρια, παρά την τυχαιότητα των διεργασιών. Άλλες πάλι, βλέπουμε να παρουσιάζουν μεγαλύτερες ή μικρότερες διακυμάνσεις, άλλοτε πιο ψηλά, άλλοτε πιο χαμηλά ή εν γένει σε διαφορετικά σημεία. Από αυτά μπορούμε άμεσα να συμπεράνουμε για ποιες ποσότητες οι προδιαγραφές που έχουμε θέσει (Πίνακας 4.3) είναι ικανοποιητικές ή όχι. Ενδεικτικά παρουσιάζουμε κάποια γραφήματα, ξεκινώντας από τις λιγότερο ευμετάβλητες ποσότητες. Οι πυκνότητες είναι από τις ποσότητες που παρουσιάζουν σχεδόν σταθερή συμπεριφορά, δηλαδή η τυπική απόκλισή τους είναι μικρή.

Διπλωματική εργασία – Ψυχάλας Χρήστος

Ομοίως συμπεριφέρονται και το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, φανερώνοντάς μας ότι η precision είναι καλή.

Data With Noise Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



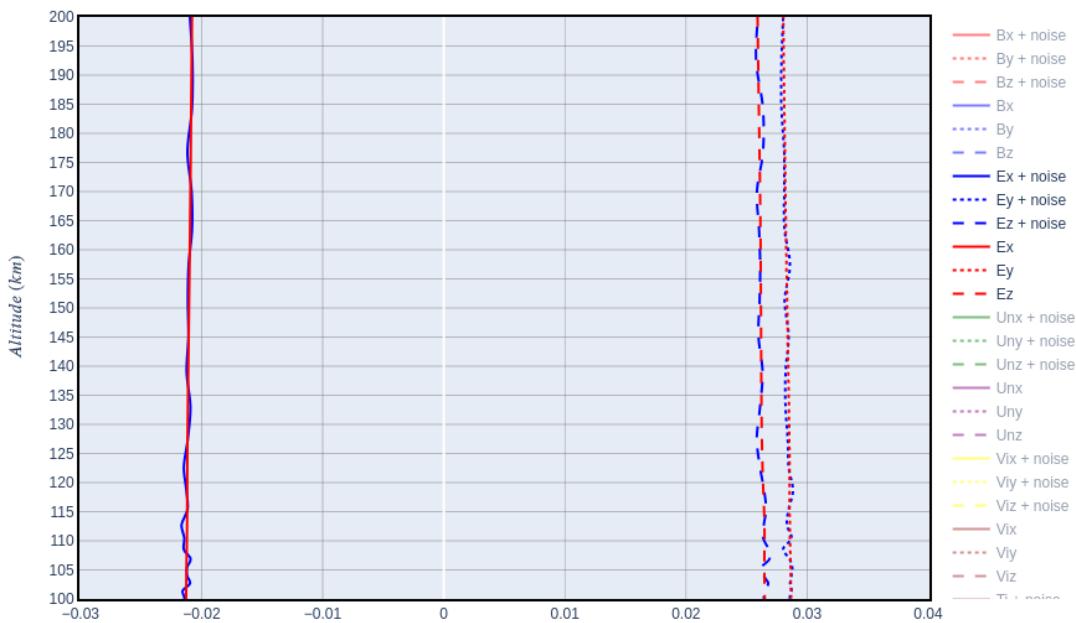
Εικόνα 4.16 Οι πυκνότητες ουδετέρων, ιόντων και ηλεκτρονίων με και χωρίς θόρυβο

Data With Noise Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.17 Οι συνιστώσες του μαγνητικού πεδίου με και χωρίς την παρουσία θορύβου

Data With Noise Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.18 Οι συνιστώσες του ηλεκτρικού πεδίου με και χωρίς την παρουσία θορύβου

Ποσότητες όπως οι ταχύτητες ουδετέρων και ιόντων παρουσιάζουν μία πιο ευμετάβλητη συμπεριφορά, με τις τελευταίες να χρήζουν βελτίωσης. Ενδεικτικά παρουσιάζουμε κάποια γραφήματά τους.

Data With Noise Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.19 Οι συνιστώσες των ουδέτερων ανέμων με και χωρίς την παρουσία θορύβου

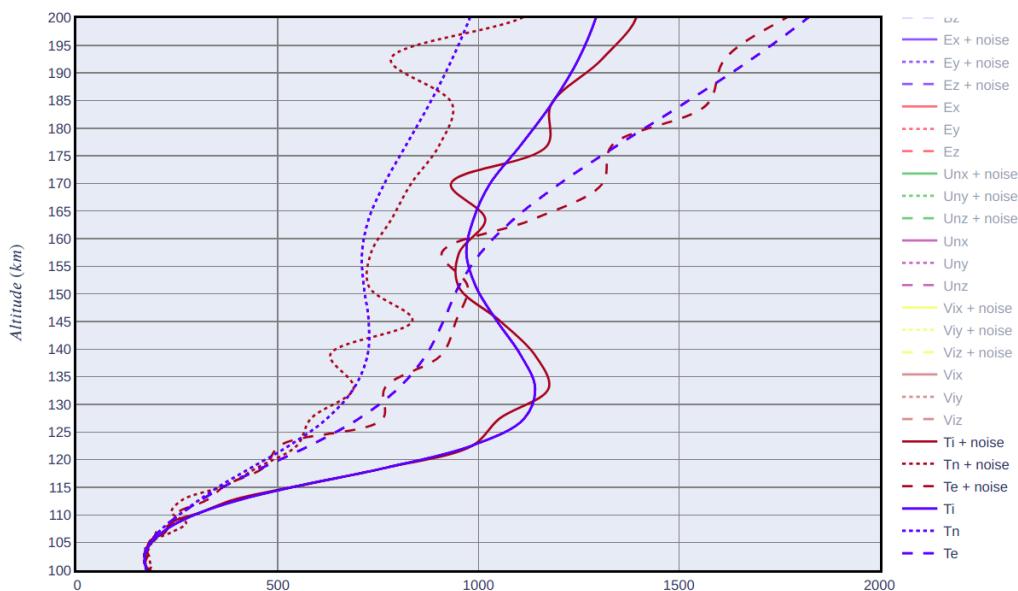
Data With Noise Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.20 Οι συνιστώσες της ταχύτητας των ιόντων με και χωρίς την παρουσία θορύβου

Ακόμη, χειρότερη συμπεριφορά παρουσιάζουν οι θερμοκρασίες, όπως φαίνεται παρακάτω.

Data With Noise Lat: 63.75, Lon: -57.5, Date/Time: 2015-03-17 18:00:00 (UTC)



Εικόνα 4.21 Οι θερμοκρασίες ιόντων, ηλεκτρονίων και ουδετέρων με και χωρίς την παρουσία θορύβου

Αυτός, λοιπόν, είναι και ο λόγος που το Joule και Frictional είναι τα πιο ευεπηρέαστα, αφού το πρώτο εξαρτάται από τις ταχύτητες, ενώ το δεύτερο και από τις θερμοκρασίες.

Ο θόρυβος όσο και να προσπαθήσουμε δεν απαλείφεται πλήρως. Μπορεί να περιοριστεί από όργανα που είναι περισσότερο θωρακισμένα σε αυτόν, όπως στην δική μας περίπτωση για τα όργανα μέτρησης θερμοκρασιών και ταχυτήτων, ή από όσο το δυνατόν περισσότερες μετρήσεις,

που είναι και ο στόχος της αποστολής, δηλαδή αρκετή παραμονή σε τροχιά. Συχνά, όσον αφορά τα όργανα μέτρησης και τον θόρυβο, χρησιμοποιείται ο λόγος σήματος προς θόρυβο ή SNR. Πρόκειται για μία παράμετρο που συγκρίνει το επίπεδο της επιθυμητής πληροφορίας ή την ισχύ ενός σήματος ως προς το ανεπιθύμητο σήμα ή θόρυβο. Εκφράζεται συνήθως σε decibels (dB), με το μέτρο του να θεωρείται καλό ή κακό αναλόγως την εφαρμογή. Εναλλακτικά, παρουσιάζουμε και μία μεθοδολογία προσθήκης θορύβου, βασισμένη στον SNR. Τονίζεται εξαρχής, πως επειδή η μεθοδολογία χρησιμοποιεί την μέση τιμή των δεδομένων, για τις περιπτώσεις των πυκνοτήτων και ιδιαίτερα πάνω από τα $\sim 150 \text{ km}$, είναι ανεπαρκής. Αυτό οφείλεται στο μεγάλο εύρος τιμών που παρουσιάζουν οι πυκνότητες με αποτέλεσμα η μέση τιμή τους κάθε φορά να τραβιέται προς τις υψηλές τιμές και έτσι να έχουμε μεγάλες διακυμάνσεις. Γι' αυτό, χρησιμοποιούμε προσεγγιστικά την παρακάτω μέθοδο και κυρίως για το Joule heating, το οποίο δεν βασίζεται σε πυκνότητες. Ο SNR ορίζεται ως εξής:

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{RMS_{signal}^2}{RMS_{noise}^2} \right).^8$$

Λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς το RMS_{noise} , βρίσκουμε:

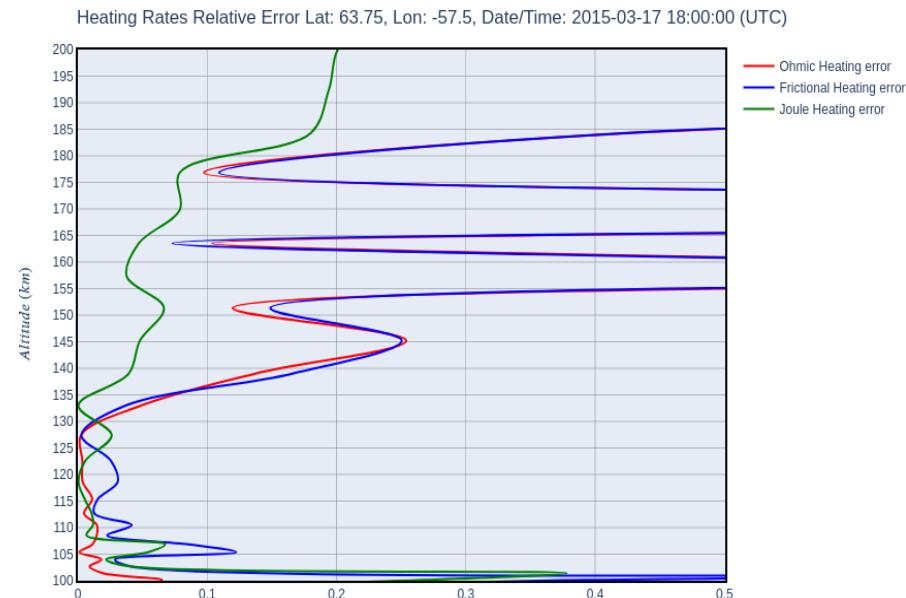
$$RMS_{noise} = \sqrt{\frac{RMS_{signal}^2}{10^{SNR/10}}}.$$

Όμως, ισχύει: $RMS_{noise} = \sqrt{\frac{\sum n_i^2}{n}}$ και ότι η τυπική απόκλιση του θορύβου, την οποία και ψάχνουμε, ισούται με: $STD_{noise} = \sqrt{\frac{\sum (n_i - \mu_{noise})^2}{n}}$. Στην περίπτωσή μας θα προσθέσουμε λευκό γκαουσσιανό θόρυβο (Additive White Gaussian Noise), δηλαδή ένα μοντέλο θορύβου που χρησιμοποιείται για να περιγράψει ακριβώς τέτοιου είδους τυχαίες διεργασίες. Σε αυτό το μοντέλο, όπως και προηγουμένως, έχουμε κανονική γκαουσσιανή κατανομή με μέση τιμή μηδέν ($\mu_{noise} = 0$). Έτσι, οι δύο προηγούμενες σχέσεις ταυτίζονται: $RMS_{noise} = STD_{noise}$. Έχοντας βρει την τυπική απόκλιση, η οποία εξαρτάται τώρα από τον SNR και η οποία μικραίνει για μεγαλύτερες τιμές του, όπως υποδηλώνει η παραπάνω σχέση, μπορούμε να δοκιμάσουμε τα αποτελέσματά της. Η παρακάτω εικόνα, 4.22, δείχνει τα αποτελέσματα για $SNR = 45 \text{ dB}$, που αποτελεί μία πολύ καλή τιμή και σχετικά επιτεύξιμη. Το Joule παρουσιάζει εξαιρετική συμπεριφορά, ενώ το Frictional και το Ohmic (που ταυτίζονται) πάνω από τα 150 km , έχουν μεγάλες διακυμάνσεις. Αυτό ήταν αναμενόμενο, αφού η μέθοδος παρουσιάζει πρόβλημα με τα μεγέθη των πυκνοτήτων, κύρια συστατικά των δύο μεγεθών, Το ίδιο αποτέλεσμα μας δείχνει και το σχετικό σφάλμα της εικόνας 4.23.

⁸ RMS = Root Mean Square, δηλαδή η ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων

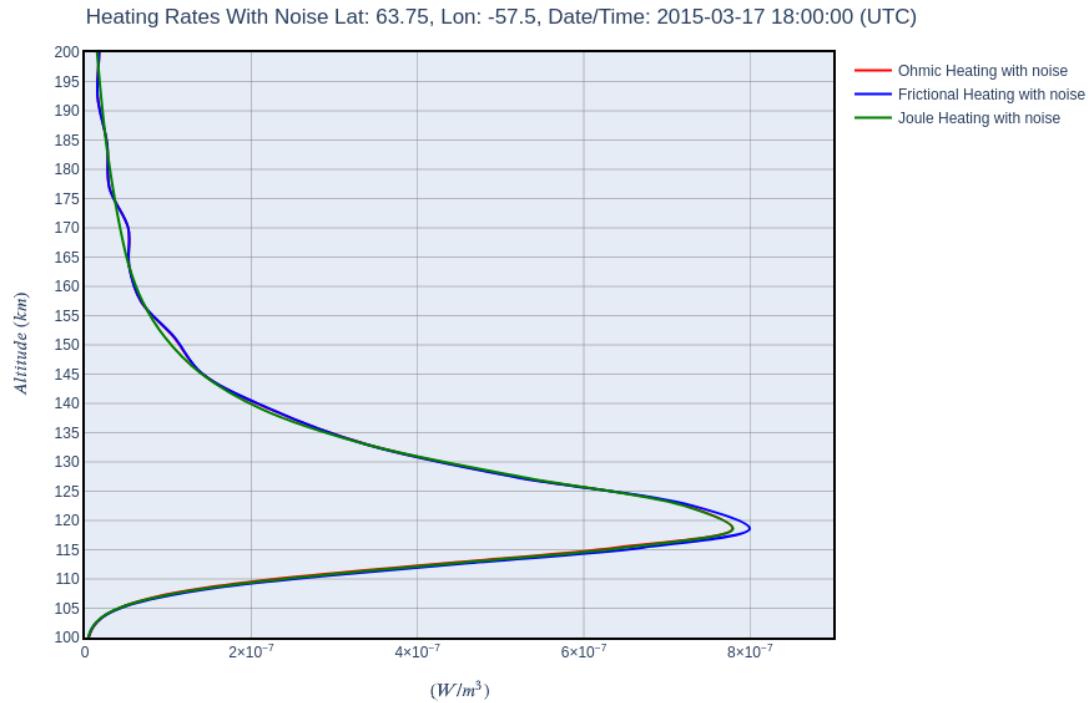


Εικόνα 4.22 Οι τιμές των heating rates για SNR = 45 dB



Εικόνα 4.23 Το σχετικό σφάλμα των θορύβου για SNR = 45 dB

Διαπιστώνουμε ότι μία τιμή των 45 dB είναι εξαιρετική για την περίπτωση του Joule και έτσι έχουμε πλέον κατά νου και μία προδιαγραφή με βάση τον λόγο σήματος προς θόρυβο. Ας δούμε από περιέργεια την συμπεριφορά των μεγεθών για την περίπτωση των 60 dB, η οποία αποτελεί μία, μάλλον, δύσκολα προσεγγίσιμη τιμή. Η παρακάτω εικόνα, 4.24, δείχνει πόσο ραγδαία βελτιώνεται ο θόρυβος για αυτή την τιμή του SNR. Βλέπουμε ότι τα μεγέθη είναι σχεδόν ίδια με τα ιδανικά. Στην εικόνα 4.25, δείχνεται και το σχετικό σφάλμα τους.



Εικόνα 4.24 Οι τιμές των heating rates για SNR = 60 dB



Εικόνα 4.25 Το σχετικό σφάλμα των θορύβου για SNR = 60 dB

Η τιμή των 60 dB, για το διάστημα των 100 – 200 km, ξεπερνάει το εμπόδιο των πυκνοτήτων και δίνει το όριο των προδιαγραφών προς το οποίο θα πρέπει να κινηθούμε, προκείμενου τα δεδομένα να είναι αξιόπιστα χωρίς την παρουσία υπερβολικού θορύβου. Κλείνουμε έτσι αυτό το κεφάλαιο έχοντας τα απαραίτητα δεδομένα (περιοχές υψών και γεωγραφικού πλάτους όπου τα τρία μεγέθη είναι συγκρίσιμα, με βάση το error propagation, αλλά και τα μεγέθη που είναι ευεπηρέαστα στο θόρυβο, όπως επίσης και μία τιμή για τον λόγο σήματος προς θόρυβο που τίθεται ως στόχος) για την αποστολή σε αυτό το πρωταρχικό στάδιο.

Αναφορές

Βιβλία

- [1] Herman J. C. Berendsen, “A Student’s Guide to Data and Error Analysis”, Cambridge, 2011
- [2] John R. Taylor, “An Introduction to Error Analysis, The Study of Uncertainties in Physical Measurements”, University Science Books, Second Edition

Εργασίες

- [3] Erin Hubbard and Julia Stephens, “Facility Measurement Uncertainty Analysis at NASA GRC”, NASA, 2016
- [4] John M. Cimbala, “Experimental Uncertainty Analysis”, 2013
- [5] https://esamultimedia.esa.int/docs/EarthObservation/EE10_Daedalus_Report-for-Assessment-v1.0_13Nov2020.pdf, Report for Assessment
- [6] <http://physics.ucsc.edu/~drip/133/ch2.pdf>, “Uncertainty in Measurement: Noise and how to deal with it”, UC Santa Cruz, Physics Department
- [7] <https://www.nhn.ou.edu/~johnson/Education/Juniorlab/Error-SigFig/SigFiginError-043.pdf>, The University of Oklahoma, Homer L. Dodge, Dept. of Physics and Astronomy, “Error and Uncertainty”

Ιστοσελίδες

- [8] <https://circuitglobe.com/difference-between-random-and-systematic-error.html>, Circuit Globe, Difference Between Random & Systematic Error
- [9] https://courses.cit.cornell.edu/virtual_lab/LabZero/Minimizing_Random_Error.shtml, Cornell, Minimizing Random Error
- [10] https://courses.cit.cornell.edu/virtual_lab/LabZero/Minimizing_Systematic_Error.shtml, Cornell, Minimizing Systematic Error
- [11] <https://courses.lumenlearning.com/introchem/chapter/accuracy-precision-and-error>, lumen, Introduction to Chemistry, Accuracy, Precision, and Error

- [12] [https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Supplemental_Modules_\(Analytical_Chemistry\)/Quantifying_Nature/Significant_Digits/Propagation_of_Error](https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Supplemental_Modules_(Analytical_Chemistry)/Quantifying_Nature/Significant_Digits/Propagation_of_Error), Chemistry LibreTexts, Propagation of Error
- [13] https://en.wikipedia.org/wiki/Additive_white_Gaussian_noise, Wikipedia, Additive white Gaussian noise
- [14] https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution, Wikipedia, Normal distribution
- [15] <https://medium.com/analytics-vidhya/adding-noise-to-audio-clips-5d8cee24ccb8>, Analytics Vidhya, Adding noise to audio clips
- [16] <http://www.differencebetween.net/science/difference-between-systematic-error-and-random-error>, DifferenceBetween.net, Difference Between Systematic Error and Random Error
- [17] <https://www.lockhaven.edu/~dsimanek/scenario/errorman/calculus.htm>, Error calculations using calculus, LockHaven University
- [18] <https://www.physics.umd.edu/courses/Phys276/Hill/Information/Notes/ErrorAnalysis.html>, Random vs Systematic Error, University of Maryland, Department of Physics
- [19] <https://www.thoughtco.com/random-vs-systematic-error-4175358>, ThoughtCo., Random Error vs Systematic Error, Two types of experimental error
- [20] https://www.webassign.net/question_assets/unccolphysmech11/measurements/manual.html, College Physics Labs, The University of North Carolina at Chapel Hill, Measurements and Error Analysis, The Uncertainty of Measurements

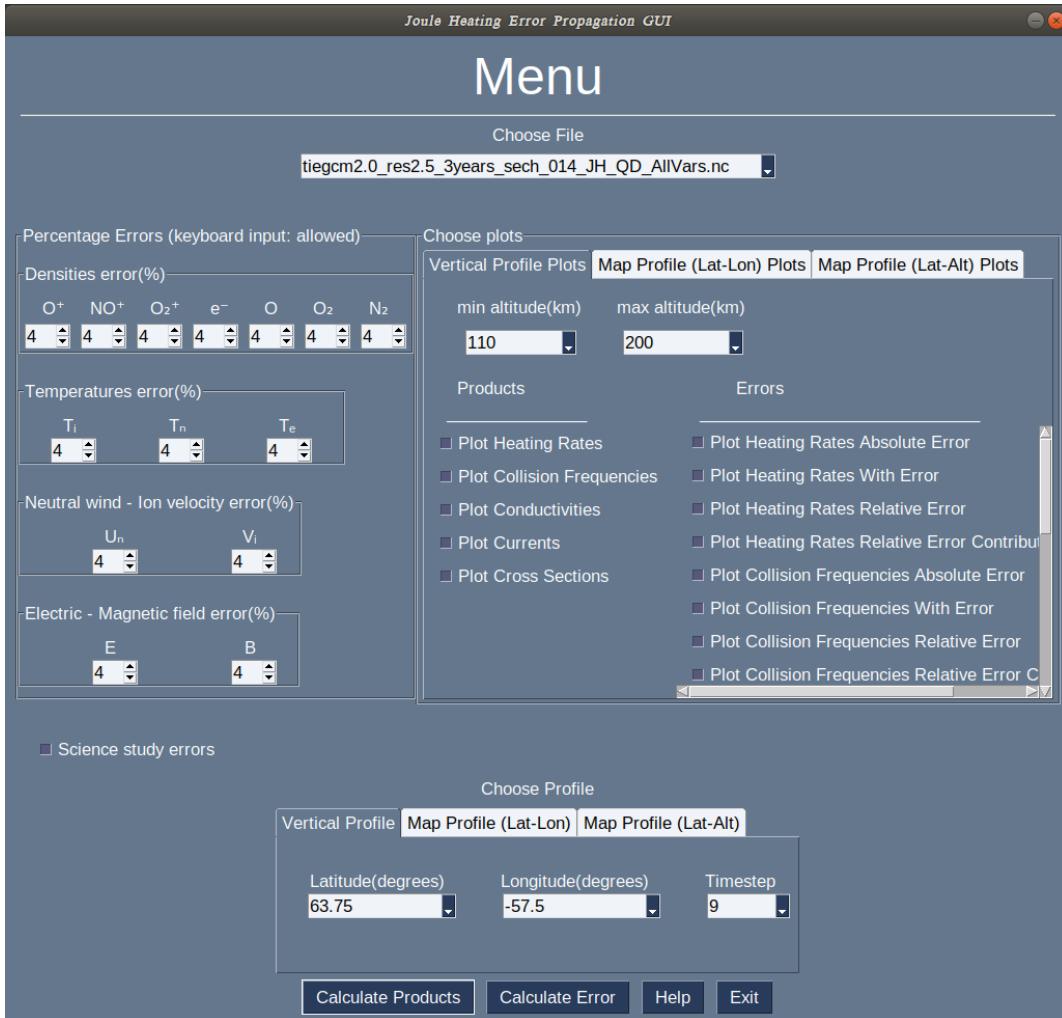
5. Ο κώδικας

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούμε στον κώδικα πάνω στον οποίο στηρίζεται η εργασία και με τον οποίο παρήχθησαν τα γραφήματα των κεφαλαίων για την αναπαράσταση των μεγεθών και των σφαλμάτων τους. Ο κώδικας είναι δοκιμασμένος στο λειτουργικό Ubuntu 18.04.5 LTS. Η χρήση Linux συνίσταται καθότι είναι εύκολη η εγκατάσταση και λειτουργία της βιβλιοθήκης pyglow ([\[25\]](#)), την οποία είδαμε στο κεφάλαιο 3. Έχει γραφτεί στην γλώσσα Python και συγκεκριμένα στην version 3.6.9. Ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιήθηκε η Python είναι η σύσταση της ESA, καθώς πρόκειται για μία γλώσσα ευρέως διαδεδομένη και με μεγάλο εύρος υποστήριξης, κατάλληλη για την επεξεργασία και αναπαράσταση δεδομένων, εύκολη στην χρήση και την ανάγνωση, αλλά το πιο σημαντικό είναι πως διατίθεται δωρεάν. Σύντομα λοιπόν, σε αυτό το κεφάλαιο θα δείξουμε την λειτουργία του κώδικα μέσα από την γραφική διεπαφή χρήστη (GUI) καθώς και τις εξόδους των προγραμμάτων. Τέλος, θα περιγράψουμε την λειτουργία και σκοπιμότητα των συναρτήσεων των δύο προγραμμάτων. Η μεγάλη έκταση του κώδικα καθιστά δύσκολη την παρουσία του στην εργασία, γι' αυτό το σκοπό ο κώδικας της εργασίας μπορεί να βρεθεί στο GitHub, στο repository της αποστολής του Δαιδαλού, στον εξής σύνδεσμο: https://github.com/DaedalusGIT/DaedalusMAZE/tree/master/mod_ErrorAnalysis

5.1 Οι λειτουργίες του κώδικα

Ο κώδικας αποτελείται από δύο προγράμματα τα οποία ονομάζονται [Error_propagation.py](#) και [Statistical_error.py](#), τα οποία υλοποιούν το error propagation και το statistical error, αντίστοιχα. Το κάθε έχει το δικό του GUI και προσφέρει σαν έξοδο μία σειρά γραφημάτων. Ας δούμε στις παρακάτω εικόνες πως λειτουργεί ο κώδικας μέσα από την διεπαφή με τον χρήστη. Ξεκινάμε «τρέχοντας» τον κώδικα του error propagation. Τότε στην οθόνη μας εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα, 5.1. Σε αυτή την εικόνα βλέπουμε πως ο χρήστης έχει την δυνατότητα να επιλέξει αρχείο (Choose file) από το dropdown menu, ενώ στη συνέχεια εμφανίζονται δύο καρτέλες: Percentage Errors και Choose Plots. Η πρώτη αφορά τα σφάλματα και παρέχει στον χρήστη τη δυνατότητα να τρέξει τον κώδικα για διάφορες περιπτώσεις και να δει πως μεταβάλλεται το σφάλμα των μεγεθών καθώς οι τιμές των σφαλμάτων μεταβάλλονται ως ποσοστό του κάθε μετρούμενου μεγέθους (ο χρήστης μπορεί να βάλει και τιμές από το πληκτρολόγιο, πέρα των δεδομένων). Εναλλακτικά, κάτω από την καρτέλα, μπορούν να επιλεγούν τα σφάλματα, όπως τα περιγράψαμε στον [Πίνακας 4.1](#). Η δεξιά καρτέλα δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να επιλέξει ανάμεσα σε τρεις κατηγορίες γραφημάτων: καθ' ύψος (Vertical Profile), για όλα τα γεωγραφικά μήκη και πλάτη (Map Profile (Lat-Lon)) και για όλα τα γεωγραφικά πλάτη και υψόμετρα (Map Profile (Lat-Alt)). Κάτω από τις δύο αυτές καρτέλες διακρίνεται μία τρίτη, Choose Profile, η οποία καθορίζει για ποια από τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις θα τρέξει ο κώδικας και θα υπολογίσει τα μεγέθη.

Τέλος, στο κατώτερο σημείο φαίνονται τα κουμπιά: Calculate Products, Calculate Error, Help και Exit.



Εικόνα 5.1 Το κυρίως μενού του κώδικα για το error propagation

Το πρώτο κουμπί πατώντας το ξεκινάει τον κώδικα και τους υπολογισμούς, με την προϋπόθεση ότι οι καρτέλες Choose Profile και Choose Plots ταυτίζονται, δηλαδή είναι όπως φαίνεται παραπάνω (πχ Vertical Profile και οι δύο). Το δεύτερο κουμπί ξεκινάει την διαδικασία υπολογισμού του σφάλματος, εφόσον έχει προηγηθεί ο υπολογισμός των δεδομένων (Calculate Products). Για τα δύο αυτά κουμπιά ισχύει πως μετά το πέρας των υπολογισμών, στην οθόνη του χρήστη θα εμφανιστούν τα γραφήματα που έχει επιλέξει, κάτω από το Products και Errors, αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα για την περίπτωση του Vertical Profile ο χρήστης μπορεί να επιλέξει το γεωγραφικό πλάτος και μήκος (σε μοίρες) και τον χρόνο μέσω του δείκτη Timestep. Για τα γραφήματα παρέχεται και η δυνατότητα περιορισμού του ελάχιστου και μέγιστου υψομέτρου. Στην εικόνα 5.2 βλέπουμε την περίπτωση για το Lat-Lon Profile. Σε αυτή την περίπτωση ο χρήστης καλείται να επιλέξει τον χρόνο μέσω του δείκτη Timestep, αλλά και το Pressure Level, το οποίο, όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο 3, δεν αποτελεί κάποιο συγκεκριμένο

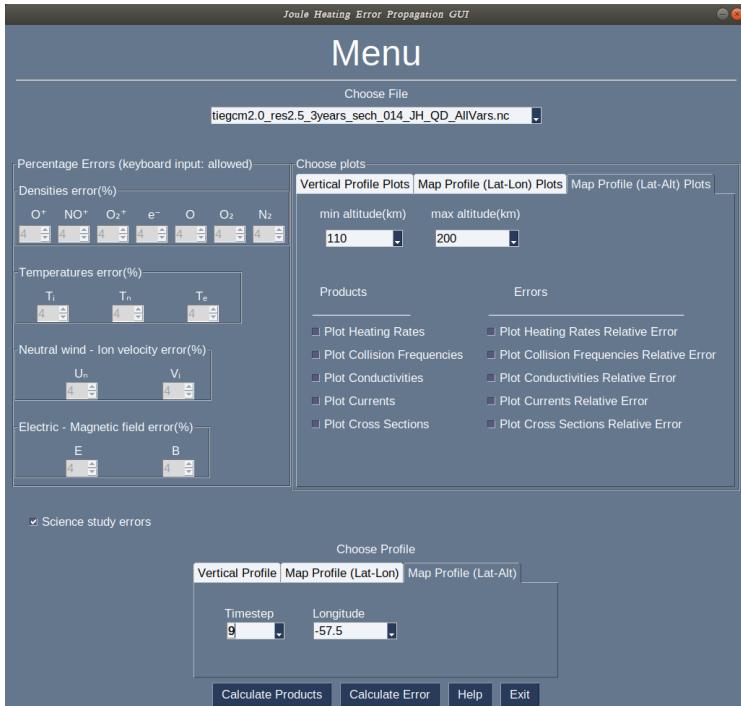
Διπλωματική εργασία – Ψυχάλας Χρήστος

ύψος. Επίσης, στην εικόνα διακρίνουμε ότι έχουν επιλεγεί ως σφάλματα εκείνα της έρευνας του Δαιδαλού, οπότε τα ποσοστιαία απενεργοποιούνται αυτόματα.



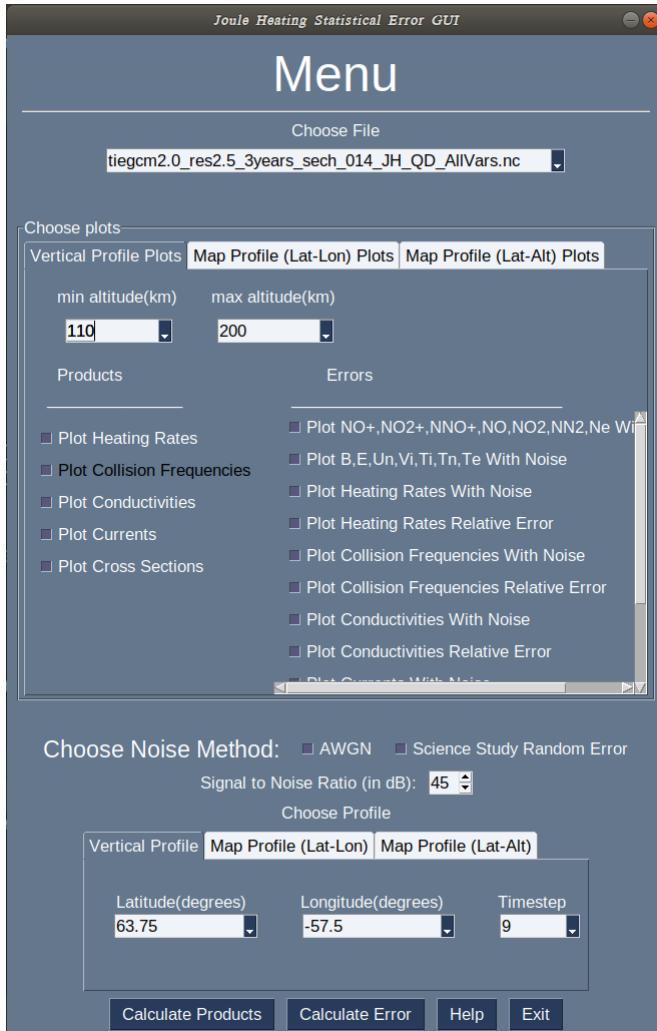
Εικόνα 5.2 Οι καρτέλες Lat-Lon

Τέλος, δείχνεται παρακάτω η τρίτη περίπτωση προφίλ, Lat-Alt.



Εικόνα 5.3 Οι καρτέλες Lat-Alt

Τα γραφήματα για τα τρία είδη περιπτώσεων έχουν ήδη εμφανιστεί στις εικόνες του κεφαλαίου 3. Για την περίπτωση του statistical error, έχουμε το εξής GUI:



Εικόνα 5.4 Το κυρίως μενού για τον κάθικα του statistical error

Είναι ακριβώς ίδιο με την προηγούμενη περίπτωση, μόνο που τώρα τα σφάλματα έχουν αντικατασταθεί από την επιλογή της μεθόδου για τον υπολογισμό του θορύβου. Επιλέγοντας το AWGN, ο χρήστης θα πρέπει να καθορίσει και την επιθυμητή τιμή του λόγου σήματος προς θόρυβο (SNR). Εναλλακτικά, επιλέγεται η μεθοδολογία που βασίζεται στα σφάλματα της έρευνας του Δαιδαλου, όπως εμφανίζονται στον Πίνακας 4.3. Με το κουμπί Help, και στις δύο περιπτώσεις των προγραμμάτων, εμφανίζεται ένα παράθυρο που περιγράφει συνοπτικά την λειτουργία του GUI. Για τον τερματισμό του προγράμματος πατάμε το κουμπί Exit ή αντ' αυτού το (x).

5.2 Οι συναρτήσεις του κώδικα

Ξεκινώντας με τον κώδικα του error propagation η πρώτη συνάρτηση που εμφανίζεται στη σειρά είναι η:

- `enu_ecef(lat_phi, lon_lmd, Fe, Fn, Fup)`,

η οποία χρησιμοποιείται και στον κώδικα για το statistical error. Η συνάρτηση αυτή μετατρέπει τις συντεταγμένες από ENU σε ECEF, όπως περιγράφηκε η μετατροπή τους μέσα από τις σχέσεις της ενότητας 3.3. Οι είσοδοι της είναι το γεωγραφικό πλάτος (`lat_phi`) και μήκος (`lon_lmd`), καθώς και οι τιμές του διανύσματος στις διευθύνσεις East (`Fe`), North (`Fn`) και Up (`Fup`). Η έξοδος της συνάρτησης είναι οι τιμές του διανύσματος στις διευθύνσεις x (`Fx`), y (`Fy`) και z (`Fz`).

Η επόμενη συνάρτηση είναι η εξής:

- `models_input(file_name, timer, lat_value=-1, lon_value=-1, pressure_level=-1)`.

Ομοίως, και αυτή εμφανίζεται και στις δύο εκδοχές του κώδικα με την μόνη διαφορά να είναι ο υπολογισμός των ταχυτήτων των ιόντων στην περίπτωση του statistical error. Οι είσοδοι της συνάρτησης είναι αρχικά το όνομα του αρχείου το οποίο, σύμφωνα με τον κώδικα, θα πρέπει να βρίσκεται στον φάκελο "[TIEGCM_FILES_LIFETIME_2015/](#)", εντός του φακέλου που περιέχει και τον ίδιο τον κώδικα. Στη συνέχεια ακολουθεί ο δείκτης `timer`, ο οποίος όπως είπαμε στο κεφάλαιο 3 σχετικά με το TIEGCM, αποτελεί μία εκ των τεσσάρων μεταβλητών για κάθε ποσότητα. Έπειτα, έχουμε τις άλλες τρεις μεταβλητές τον δείκτη για το γεωγραφικό πλάτος (`lat_value`), το γεωγραφικό μήκος (`lon_value`) και το επίπεδο πίεσης, όπως ορίζεται από το TIEGCM (midpoint `pressure_level`). Οι τρεις τελευταίες μεταβλητές έχουν default τιμή το -1. Όποτε δηλαδή ο χρήστης τρέχει τον κώδικα για κάποιο από τα τρία προφίλ, που περιγράφαμε πάνω, κάποιες μεταβλητές δεν τις εισάγει ο χρήστης και έτσι η τιμή τους ορίζεται ίση με -1. Αυτό είναι χρήσιμο ώστε να μπορούμε να ξεχωρίσουμε για ποιο από τα τρία προφίλ κάθε φορά θα πρέπει να τρέξει ο κώδικας και κατ' αυτόν τον τρόπο μπορούμε να τα συνοψίσουμε όλα σε μία τριπλή loop (επανάληψη), όπως εμφανίζεται και σε αυτή την συνάρτηση. Με αυτές τις εισόδους η συνάρτηση αρχικά εισάγει τα δεδομένα από το αρχείο TIEGCM, έπειτα υπολογίζει τον χρόνο στον οποίο αναφέρεται το κάθε αρχείο (datetime και `timedelta` συναρτήσεις) και που θα αποτελέσει και είσοδο για το κάλεσμα της συνάρτησης του IGRF. Μέσα στην τριπλή loop, γίνονται τα εξής:

- καλείται η συνάρτηση που έχει το IGRF, η `pyglow`, για την οποία σε κάθε επανάληψη δημιουργούμε ένα σημείο στον χώρο και χρόνο, δίνοντας σαν είσοδο το γεωγραφικό μήκος – πλάτος, το ύψος και τον χρόνο (`pyglow.Point(real_time, glat_in[lat], glon_in[lon], heights[lat, lon, lev], user_ind=False)`). Η είσοδος `user_ind` καθορίζει αν ο χρήστης θέλει να βάλει

δικούς του δείκτες, Kp... . Η έξοδος μας δίνει το μαγνητικό πεδίο (σε Tesla και στο ENU)

- έπειτα αφού μιλάμε πλέον για μία χρονική στιγμή (μία timer value) τότε όλες οι ποσότητες μεταφέρονται σε τρισδιάστατους πίνακες
- τέλος καλείται για κάθε ποσότητα η πρώτη συνάρτηση enu_ecef, ώστε να μετατραπούν όλες οι ποσότητες.

Ακολουθεί η συνάρτηση:

- `products(lat_value=-1, lon_value=-1, pressure_level=-1),`

η οποία υπολογίζει, αναλόγως το επιλεγμένο προφίλ, τα προϊόντα, όπως περιγράφηκαν από τις σχέσεις του κεφαλαίου 3, της ενότητας [3.4](#).

Επόμενη είναι η συνάρτηση υπολογισμού του σφάλματος:

- `error(error_flag, B_error, E_error, NO_error, N02_error, NN2_error, NOp_error, N02p_error, NNOp_error, Ne_error, Te_error, Ti_error, Tn_error, Un_error, Vi_error, lat_value=-1, lon_value=-1, pressure_level=-1).`

Η είσοδος `error_flag` καθορίζει αν ο χρήστης έχει επιλέξει τα σφάλματα ως ποσοστά ή με βάση τις τιμές που ορίζονται από την αποστολή. Οι υπόλοιπες είσοδοι είναι για την περίπτωση των ποσοστιαίων σφαλμάτων, ως είσοδοι του χρήστη, ενώ έχουμε και τις κλασσικές τιμές για το γεωγραφικό πλάτος – μήκος και το επίπεδο πίεσης. Η συνάρτηση αυτή, αφού καταχωρίσει τα κατάλληλα σφάλματα, στη συνέχεια εφαρμόζει τους υπολογισμούς με βάση τις σχέσεις του error propagation, όπως αυτές δίνονται στην ενότητα [4.3](#).

Μετά την συνάρτηση `error`, ακολουθούν οι συναρτήσεις που δίνουν τα γραφήματα καθ' ύψος, συναρτήσει του γεωγραφικού μήκους και πλάτους, αλλά και συναρτήσει του γεωγραφικού πλάτους και ύψους, όπως αυτά φαίνονται στο GUI. Οι συναρτήσεις είναι πολλές σε μέγεθος και δεν τις παραθέτουμε εδώ. Για τα καθ' ύψος προφίλ χρησιμοποιείται η βιβλιοθήκη `plotly.graph_objects`, η οποία έχει το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό ότι εμφανίζει τα γραφήματα στον browser όλα μαζί συγκεντρωμένα, κάτι που είναι πολύ χρήσιμο. Για τα γραφήματα Lat-Lon maps, χρησιμοποιούμε τις `mpl_toolkits.basemap.axes_grid1`, ενώ για τα Lat-Alt την `contourf` της `pyplot`. Και στις δύο παραπάνω, για τα χρώματα των χαρτών, χρησιμοποιούμε μια βιβλιοθήκη η οποία είναι κατάλληλη για τέτοιου είδους επιστημονικές απεικονίσεις τόσο από πλευράς καλύτερης απεικόνισης τιμής – χρώματος και επομένως ελαχιστοποίησης των λαθών, αλλά και από πλευράς προσβασιμότητας σε χρήστες με προβλήματα όρασης. Η βιβλιοθήκη αυτή είναι η `cmcrameri`, από την οποία ως χρώματα επιλέγουμε αυτά της `batlow`. Περισσότερα σχετικά με την αιτιολόγηση της χρήσης αυτής της βιβλιοθήκης, μπορεί κανείς να βρει στο άρθρο [\[3\]](#).

Τέλος, ο κώδικας κλείνει με την συνάρτηση:

- `gui()`,

η οποία χρησιμοποιείται για την κατασκευή της γραφικής διεπαφής χρήστη και η οποία βασίζεται στην βιβλιοθήκη PySimpleGUI.

Για την περίπτωση του κώδικα για το statistical error οι συναρτήσεις είναι σε κάποιες περιπτώσεις ακριβώς ίδιες ή πανομοιότυπες. Σε αυτό το κομμάτι του κώδικα, την εμφάνισή τους κάνουν και δύο ακόμη συναρτήσεις:

- `calculate_noise_awgn(SNR, lat_value=-1, lon_value=-1, pressure_level=-1)`
- `calculate_noise(lat_value=-1, lon_value=-1, pressure_level=-1)`.

Πρόκειται για τις συναρτήσεις που υλοποιούν τον υπολογισμό του θορύβου, με βάση τις δύο εναλλακτικές, όπως περιγράφηκαν στην ενότητα 4.4. Η πρώτη, εκτός από τις γνωστές έως τώρα εισόδους, χρησιμοποιεί και την SNR, που δεν είναι τίποτα άλλο από την είσοδο για τον λόγο σήματος προς θόρυβο, που ορίζει ο χρήστης. Και οι δύο δεν παρουσιάζουν κάποιο ιδιαίτερο χαρακτηριστικό και απλά υπολογίζουν το θόρυβο, όπως τον ορίσαμε στην ενότητα 4.4.

Κλείνοντας την ενότητα και το κεφάλαιο με τον κώδικα, απλά αναφέρουμε την διαφορά στην συνάρτηση `calculate_products()`, όπως ορίστηκε για την περίπτωση του error propagation, με αυτή για το statistical error. Η συνάρτηση στην δεύτερη περίπτωση γίνεται:

- `calculate_products(Bx_in, By_in, Bz_in, Ex_in, Ey_in, Ez_in, Unx_in, Uny_in, Unz_in, Vix_in, Viy_in, Viz_in, NO_in, NO2_in, NN2_in, NOp_in, NO2p_in, NNOp_in, Ne_in, Ti_in, Te_in, Tn_in, lat_value=-1, lon_value=-1, pressure_level=-1)`.

Τώρα, εκτός από τις κλασσικές εισόδους, περιλαμβάνει και όλα τα μετρούμενα μεγέθη. Με αυτόν τον τρόπο, η συνάρτηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό των παράγωγων μεγεθών με διπλό τρόπο. Στην μία περίπτωση σαν είσοδοι της θα δίνονται τα μεγέθη όπως υπολογίζονται από τα μοντέλα, ενώ στην άλλη σαν είσοδο θα δίνονται τα μεγέθη στα οποία έχει προστεθεί ο θόρυβος.

5.3 Συμβολική παραγώγιση

Στον κώδικα έως τώρα χρησιμοποιήσαμε τις σχέσεις του κεφαλαίου 4, προκειμένου να κάνουμε την διάδοση σφάλματος. Οι σχέσεις αυτές προκύπτουν έπειτα από την παραγώγιση των σχέσεων του κεφαλαίου 3, με το χέρι. Προκειμένου, λοιπόν, να αποφύγουμε τυχόν σφάλματα που ενέχει ο χειρωνακτικός υπολογισμός, καταφεύγουμε σε μία λύση που παρέχει η Python, αυτή της συμβολικής παραγώγισης. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε εύκολα να επιβεβαιώσουμε όλα τα

προηγούμενα αποτελέσματα. Αν και η χρήση αυτής της μεθόδου δεν υλοποιείται στον κώδικα, είναι σκόπιμο να περιγράψουμε την λειτουργία της.

Η συμβολική παραγώγιση είναι μία μέθοδος που παρέχει η γλώσσα Python, ώστε κανείς να μπορεί να υπολογίζει παραγώγους, όπως ακριβώς θα έκανε και στο χαρτί, δηλαδή έχοντας μπροστά του ολόκληρες τις σχέσεις και όχι, όπως συνήθως συμβαίνει με τους υπολογιστές, τα αριθμητικά αποτελέσματα. Την δυνατότητα αυτή μας την παρέχει η βιβλιοθήκη SymPy. Πρόκειται για μια βιβλιοθήκη που ασχολείται με τα συμβολικά μαθηματικά, είναι απλή και κατανοητή και είναι γραμμένη εξ' ολοκλήρου σε Python. Σημαντικά της προτερήματα είναι η δωρεάν παροχή της, η «ελαφρότητά» της και η εύκολη χρήση της.

Ας δούμε ένα παράδειγμα χρήσης της βιβλιοθήκης. Έστω ότι θέλουμε να παραγωγίσουμε την συνάρτηση $f(x, y) = ax^2 + by^3 - c$, ως προς τις δύο μεταβλητές x, y . Αρχικά εγκαθιστούμε και εισάγουμε (Import sympy) την βιβλιοθήκη. Στη συνέχεια αναθέτουμε σύμβολα για κάθε μία ποσότητα της συνάρτησης, ως εξής:

```
X = sympy.symbols("x")
Y = sympy.symbols("y")
A = sympy.symbols("a")
B = sympy.symbols("b")
C = sympy.symbols("c").
```

Έτσι, έχοντας ένα σύμβολο για κάθε ποσότητα της συνάρτησης, μπορούμε να την ξαναγράψουμε στον κώδικα συμβολικά ως εξής:

```
f = A * X ** 2 + B * Y ** 3 - C.
```

Εφόσον έχουμε δύο ποσότητες (x, y) θα χρειαστούμε και δύο μεταβλητές για να αποθηκεύσουμε τις δύο μερικές παραγώγους. Για την παραγώγιση ως προς x , έχουμε:

```
Dx = sympy.Derivative(f, X).doit()
```

και ομοίως ως προς y :

```
Dy = sympy.Derivative(f, Y).doit().
```

Η κλάση Derivative, χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της παραγώγου χωρίς την απαίτηση για τον υπολογισμό της σε κάποια συγκεκριμένη τιμή.

Εκτυπώνοντας τα αποτελέσματα, `print("Dx = ", Dx, " and Dy = ", Dy)`, παίρνουμε:

$$Dx = 2*a*x \quad \text{and} \quad Dy = 3*b*y^{**2}.$$

Για την περίπτωση, όπως σε αυτή την εργασία, όπου είχαμε ποσότητες εξαρτημένες από πολλές μεταβλητές, μπορούμε να συγκεντρώσουμε όλες τις εξισώσεις σε ένα αρχείο CSV εύκολα. Έτσι, έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση f , εξαρτημένη από k μεταβλητές. Αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε k εξισώσεις, τις οποίες για να τις αποθηκεύσουμε χρησιμοποιούμε μία λίστα. Εκτός όμως από τις εξισώσεις, για να μπορούμε να τις βρίσκουμε εύκολα μπορούμε να κάνουμε άλλες δύο λίστες αποθηκεύοντας κάθε φορά το όνομα και τον αριθμό κάθε εξίσωσης. Ας ονομάσουμε την λίστα με τις εξισώσεις, `derivatives_eq = []`, την λίστα με τον αριθμό κάθε εξίσωσης, `derivative_nu = []` και τέλος την λίστα για το όνομα, `derivative_name = []`. Έτσι, θα έχουμε τα εξής:

```
derivative_nu.append("1")
derivative_name.append("Dx1")
Dx1 = sympy.Derivative(f, x1).doit()
derivatives_eq.append(str(Dx1))

...
derivative_nu.append("k")
derivative_name.append("Dxk")
Dxk = sympy.Derivative(f, xk).doit()
derivatives_eq.append(str(Dxk))
```

Με το `append` εισάγουμε κάθε φορά ένα νέο στοιχείο στη λίστα, ενώ με το `str` μετατρέπουμε σε χαρακτήρες την εξίσωση. Για να φτιάξουμε ένα αρχείο CSV θα χρειαστούμε την βιβλιοθήκη Pandas. Τώρα για να τα τοποθετήσουμε όλα σε ένα αρχείο:

```
data = {"Derivative Number": derivative_nu, "Derivative Name": derivative_name, "Derivative Equation": derivatives_eq}
export = pandas.DataFrame(data)
export.to_csv("Derivatives file.csv")
```

Αρχικά ομαδοποιήσαμε τα δεδομένα και στη συνέχεια με την κλάση DataFrame τα δομήσαμε σε μια δισδιάστατη μορφή (σειρές και στήλες). Τέλος, τα εξαγάγαμε σε CSV, με την κλάση `to_csv`.

Αναφορές

Βιβλία

- [1] Robert Johansson, “Numerical Python”, APRESS, 2015
- [2] Zed Shaw, “Learn Python 3 the HARD WAY”, Addison – Wesley, 2017

Εργασίες

- [3] Fabio Crameri, Grace E. Shephard and Phillip J. Heron, “The misuse of colour in science communication”, Nature Communications, 2020

Ιστοσελίδες

- [4] <https://matplotlib.org/basemap>, Basemap Matplotlib Toolkit
- [5] <https://pysimplegui.readthedocs.io/en/latest>, PySimpleGUI
- [6] <https://www.geeksforgeeks.org/python-pandas-dataframe/>, GEEKS FOR GEEKS, Python | Pandas DataFrame
- [7] <https://www.stxnext.com/what-is-python-used-for>, What is Python Used for, STX NEXT python powerhouse
- [8] <https://www.sympy.org/en/index.html>, SymPy, Main Page
- [9] https://www.tutorialspoint.com/sympy/sympy_derivative.htm, tutorials point, SymPy - Derivative
- [10] <https://www.youtube.com/playlist?list=PLl8dD0doyrvFfzzniWS7FXrZefWWExJ2e>, YouTube, “PySimpleGUI 2020”, PySimpleGUI

6. Σύνοψη και Συμπεράσματα

Η ανώτερη ατμόσφαιρα, δηλαδή η ατμόσφαιρα της Γης πάνω από τα 100 km, είναι μία περιοχή στην οποία λαμβάνουν χώρα ποικίλες διεργασίες ως αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης ουδετέρων και ιονισμένων στοιχείων της. Η Ιονόσφαιρα της Γης, δηλαδή περιοχές στην ατμόσφαιρά της που βρίσκονται σε κατάσταση ιονισμού, αποτελεί δίοδο για τα ρεύματα που αναπτύσσονται ψηλά στην Μαγνητόσφαιρα και που κλείνουν κύκλωμα μέσω αυτής. Έτσι, τα ρεύματα αυτά, όπως επίσης και το πλάσμα του ηλιακού ανέμου προκαλούν την θέρμανση της ανώτερης ατμόσφαιρας, οδηγώντας τις διεργασίες που λαμβάνουν χώρα εκεί.

Έως τώρα, οι προσπάθειες που έγιναν για την ακριβή μέτρηση και ποσοτικοποίηση των διεργασιών αυτών, ήταν ανεπαρκείς. Από τη μία, οι αποστολές δορυφόρων που είχαν ως σκοπό να κάνουν τις απαραίτητες μετρήσεις, άλλοτε παρουσίαζαν έλλειψη των αναγκαίων οργάνων για την μέτρηση παραμέτρων «κλειδιών», όπως του ουδέτερου ανέμου, ενώ άλλες φορές αδυνατούσαν, λόγω της ατμοσφαιρικής τριβής, να προσεγγίσουν τις πιο χαμηλές περιοχές. Από την άλλη, οι προσπάθειες της τηλεμετρίας δεν ήταν επαρκείς, όσον αφορά την χωρική κλίμακα, αλλά και την διακριτικότητα των μετρήσεων. Εξαίρεση αποτελούν επιτόπιες μετρήσεις ατμοσφαιρικών ρουκετών, οι οποίες, αν και μπορούσαν να προσεγγίσουν τις χαμηλότερες περιοχές της ατμόσφαιρας, δεν είναι σε θέση να παρέχουν επαρκή δεδομένα, μιας και οι μετρήσεις τους περιορίζονται χωρικά και χρονικά από την φύση τους. Αν και όλες αυτές οι προσπάθειες δεν κατάφεραν να προσδιορίσουν ακριβώς τα σύνθετα φαινόμενα της ανώτερης ατμόσφαιρας, αποτελούν μία πολύ καλή βάση πάνω στην οποία η επιστημονική έρευνα έχει βασιστεί και αποδώσει εξαιρετικά αποτελέσματα. Ένα εξ’ αυτών είναι και ο συνδυασμός των έως τώρα δεδομένων με αριθμητικά μοντέλα, προκειμένου να μοντελοποιηθεί η ατμόσφαιρα της Γης.

Γιατί όμως είναι τόσο σημαντικό να γνωρίζει κανείς τί συμβαίνει στην ανώτερη ατμόσφαιρα της Γης; Αρχικά, στον τομέα της αεροδιαστημικής, η γνώση της συμπεριφοράς της ατμόσφαιρας στις διάφορες μεταβολές, θα μας βοηθήσει στο να μπορούμε να προσδιορίζουμε καλύτερα τις τροχιές των δορυφόρων και την διάρκεια ζωής τους, καθώς και να ελέγχουμε καλύτερα την επανείσοδο των διαστημικών σκουπιδιών. Ακόμη, τα ρεύματα που κλείνουν μέσω της Ιονόσφαιρας, παρουσιάζοντας απότομες αυξομειώσεις, αποτελούν κίνδυνο για τα συστήματα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας, με την εμφάνιση γεωμαγνητικά επαγόμενων ρευμάτων. Τέλος, αρκετά είναι και τα αναπάντητα επιστημονικά ερωτήματα, αναφορικά με το σύστημα Μαγνητόσφαιρα – Θερμόσφαιρα – Ιονόσφαιρα. Μερικά από αυτά είναι: Πώς γίνεται η μεταφορά ενέργειας και ορμής μεταξύ Μαγνητόσφαιρας – Ιονόσφαιρας; Πώς κατανέμεται η ενέργεια από την Μαγνητόσφαιρα και τον Ήλιο στην Θερμόσφαιρα καθ’ ύψος, αλλά και κατά γεωγραφικό πλάτος; Πώς μεταβάλλεται η δομή της σύνθεσης, της πυκνότητας και της θερμοκρασίας μέσω των ποικίλων αλληλεπιδράσεων; Ποια είναι η χωρική και χρονική κλίμακα στην οποία λαμβάνουν χώρα οι διεργασίες;

Μία διαστημική αποστολή επιτόπιων (in-situ) παρατηρήσεων όλων των απαραίτητων παραμέτρων στα κρίσιμα ύψη από 100 έως 200 km, όπως είναι η αποστολή του Δαιδαλού πάνω στην οποία στηρίζεται και η παρούσα εργασία, θα μπορούσε να καλύψει τα έως τώρα κενά και να παρέχει τα απαιτούμενα δεδομένα προς μελέτη, προκειμένου να μπορέσουμε απαντήσουμε στα παραπάνω ερωτήματα. Η περιοχή αυτή από 100 έως 200 km είναι η λιγότερο εξερευνημένη έως τώρα, αφού η ατμοσφαιρική τριβή είναι απαγορευτική για την συνεχή τροχιά των δορυφόρων εκεί. Εκτός αυτού, είναι και μία περιοχή με μεγάλη σημασία, μιας και εκεί έχουμε τις μεγαλύτερες μεταβολές σε θερμοκρασίες και πυκνότητες, παράμετροι «κλειδιά» για την μελέτη της ατμόσφαιρας, καθώς και τη μεγιστοποίηση της Ωμικής θέρμανσης (Joule heating) και της αγωγιμότητας Pedersen. Στο πλαίσιο αυτό αναπτύσσεται και η διπλωματική αυτή εργασία και συγκεκριμένα πάνω στην ανάλυση σφάλματος κατά τον υπολογισμό της Ωμικής θέρμανσης (του Joule heating), Σκοπός της εργασίας είναι ο προσδιορισμός του σφάλματος που εισάγεται στον τελικό υπολογισμό της Ωμικής θέρμανσης λόγω των σφαλμάτων των επί μέρους μετρήσεων κάθε μίας από τις παραμέτρους που υπεισέρχονται στον τελικό υπολογισμό. Επισημαίνεται ότι στην εργασία δεν περιορίζομαστε μόνο στον υπολογισμό του σφάλματος του Joule heating, αλλά και άλλων μεγεθών που είναι σημαντικά στην κατανόηση των μηχανισμών της ανώτερης ατμόσφαιρας, όπως συχνότητες συγκρούσεων, αγωγιμότητες, ρεύματα και διατομές σύγκρουσης.

Το φαινόμενο της ωμικής θέρμανσης ή αλλιώς Joule heating, είναι ένας από τους σημαντικότερους μηχανισμούς θέρμανσης της ανώτερης ατμόσφαιρας, παρ' όλα αυτά δεν είναι ακριβώς ποσοτικοποιημένος στα σύγχρονα μοντέλα. Για παράδειγμα, μιας είναι άγνωστο πώς ακριβώς το Joule heating εξαρτάται από την γεωμαγνητική δραστηριότητα, πώς επηρεάζεται από την σύνθεση, την πυκνότητα και την θερμοκρασία των ουδετέρων και του ανέμου τους, όπως και πώς επηρεάζει την ανακατανομή ενέργειας και ορμής.

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας τρεις τύποι υπολογισμού της Ωμικής θέρμανσης – Joule heating μελετήθηκαν. Πρόκειται για τις παρακάτω σχέσεις:

- $Q_J = eN_e(\vec{V}_{i\perp} - \vec{U}_{n\perp}) \cdot (\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B})$
- $Q_O = \sigma_P |\vec{E}_\perp + \vec{U}_{n\perp} \times \vec{B}|^2$
- $Q_F = \sum m_i v_{in} N_i |\vec{V}_{i\perp} - \vec{U}_{n\perp}|^2$

Παρατηρείται ότι αυτές προκύπτουν από συνδυασμούς διαφορετικών φυσικών παραμέτρων, και άρα ότι προκύπτουν από μετρήσεις διαφορετικών οργάνων, με διαφορετική ακρίβεια μέτρησης (τυχαία και συστηματικά σφάλματα), επομένως ο προσδιορισμός της ζητούμενης ποσότητας δίνει τρόπους επαλήθευσης των αποτελεσμάτων. Στην παρούσα εργασία τα δεδομένα για τον υπολογισμό των μεγεθών της ωμικής θέρμανσης, των συχνοτήτων σύγκρουσης, των αγωγιμοτήτων, των ρευμάτων και των διατομών όπως θα προέκυπταν από τις μετρήσεις ενός δορυφόρου προσομοιώθηκαν με χρήση του μοντέλου TIEGCM ή Thermosphere – Ionosphere Electrodynamics General Circulation Model και του IGRF ή International Geomagnetic Reference Field. Για τον υπολογισμό των συχνοτήτων σύγκρουσης, οι οποίες προκύπτουν από εργαστηριακά

πειράματα, απαιτείται η γνώση των θερμοκρασιών και πυκνοτήτων των ιόντων, ηλεκτρονίων και ουδετέρων. Συνοπτικά, τα δεδομένα που απαιτούνται και που προσομοιώθηκαν στην εργασία, είναι:

- Θερμοκρασία ιόντων, T_i
- Θερμοκρασία ουδετέρων, T_n
- Θερμοκρασία ηλεκτρονίων, T_e
- Πυκνότητες ιόντων – ουδετέρων, N_{O^+} , $N_{O_2^+}$, N_{NO^+} , N_O , N_{O_2} , N_{N_2}
- Πυκνότητες ηλεκτρονίων, N_e (εμμέσως)
- Ηλεκτρικό πεδίο, E
- Μαγνητικό πεδίο, B
- Ταχύτητα ουδέτερου ανέμου, U_n
- Ταχύτητα ιόντων, V_i (εμμέσως)

Έχοντας αποκτήσει τα δεδομένα για τον υπολογισμό των ποσοτήτων που μελετάμε, μπορούμε να προχωρήσουμε στην ανάλυση σφάλματος. Τα τελικά σφάλματα προκύπτουν μέσω διάδοσης σφάλματος, μιας τεχνικής ανάλυσης σφάλματος για τα συστηματικά σφάλματα, ενώ για την περίπτωση του θορύβου, τον προσδιορίζουμε με κάποιες προδιαγραφές και μέσα από τη χρήση ψευδοτυχαίων συναρτήσεων τον εισάγουμε στα δεδομένα με τα οποία στη συνέχεια υπολογίζουμε τα μεγέθη, όπως το Joule heating και διακρίνουμε πως επηρεάζονται.

Οι προδιαγραφές σφαλμάτων περιγράφονται στον πίνακα 4.1, ενώ στο τέλος της παραγράφου 4.3 περιγράφονται αναλυτικά τα συμπεράσματα αναφορικά με τα συστηματικά σφάλματα και τις προδιαγραφές τους. Τα συμπεράσματα αφορούν στους κύριους παράγοντες ή στις κύριες μετρήσεις που επηρεάζουν τα τελικά σφάλματα, καθώς και στις περιοχές ή στα ύψη μέγιστης επίδρασης των σφαλμάτων για τα διάφορα παράγωγα μεγέθη. Ειδικά για την διάδοση σφάλματος στα heating rates, από τα τρία μεγέθη, εκείνο με το μικρότερο σφάλμα παρατηρήθηκε ότι ήταν το Ohmic heating, περιοριζόμενο κάτω από 20%. Ακολούθησε το Frictional heating, το οποίο περιορίστηκε γύρω από το ~40% για πάνω από τα 115 km. Κύριοι παράγοντες συνεισφοράς στο σφάλμα του ήταν ο ουδέτερος άνεμος για την περιοχή κάτω από τα ~105 km και η ταχύτητα των ιόντων για όλο το υψομετρικό εύρος. Τη χειρότερη περίπτωση είχαμε για το Joule heating, όπου το σφάλμα ξεπέρασε το 100%, επηρεαζόμενο από το σφάλμα στο ηλεκτρικό πεδίο και στην ταχύτητα των ιόντων. Διενεργώντας ξανά υποθετικά σενάρια, διαπιστώσαμε ότι για το Joule, όσο και εάν ελαττώσαμε το σφάλμα δεν είδαμε μεγάλη διαφορά, εντούτοις, για το Frictional παρατηρήσαμε ότι μια μικρή βελτίωση του σφαλμάτου της ταχύτητας των ιόντων βελτίωνε το μέγεθος αισθητά. Σχετικά με την σύγκριση των μεγεθών, αυτή θα μπορούσε να γίνει στην περιοχή των 110 – 130 km, θεωρώντας αποδεκτό ένα σφάλμα ~40%. Όσον αφορά τις προδιαγραφές, από τα παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι σε πρώτη φάση θα μπορούσαν να βελτιωθούν τα σφάλματα dV_i και dU_n . Όλα τα μετρούμενα μεγέθη αν είναι δυνατόν να συνεισφέρουν λιγότερο σφάλμα θα βελτιώσουν τους υπολογισμούς, ακόμα και στις ποσότητες που μέσω της διάδοσης σφαλμάτος φαίνονται να είναι εξαιρετικά ευμετάβλητες, όπως η

αγωγιμότητα Hall, παρ' όλα αυτά λόγω κόστους αρκεί να επικεντρωθούμε στις προδιαγραφές των V_i και U_n . Συμπληρωματικά με τα καθ' ύψος προφίλ, εξετάσαμε και την περίπτωση των μεγεθών Joule, Ohmic και Frictional συναρτήσει ύψους – γεωγραφικού πλάτους. Από αυτή την εξέταση προέκυψε το συμπέρασμα ότι το Ohmic αποτελεί τον καλύτερο τρόπο υπολογισμού, αφού και σε αυτή την περίπτωση εμφάνισε την καλύτερη συμπεριφορά. Το σφάλμα του περιορίστηκε κάτω από το 25% για όλο το υψομετρικό εύρος ενδιαφέροντος ($100 - 200 \text{ km}$) και για γεωγραφικά πλάτη $\sim 55 - 65^\circ$. Το Frictional περιορίζεται ως προς το γεωγραφικό, αλλά και υψομετρικό εύρος, καθότι το σφάλμα του είναι αποδεκτό $\sim 60 - 65^\circ$ και για ύψος $> 115 \text{ km}$. Το Joule ξανά, δείχνει την χειρότερη εικόνα, με το αποδεκτό σφάλμα να είναι $\sim 60 - 65^\circ$ και για $\sim 115 - 130 \text{ km}$, όπου είναι και η περιοχή σύγκρισης και των τριών.

Το κεφάλαιο 4 έκλεισε με την τοποθέτηση θορύβου στα δεδομένα των μοντέλων, προσομοιάζοντας τις πραγματικές μετρήσεις ενός δορυφόρου. Για την δημιουργία του θορύβου βασιστήκαμε στο γεγονός ότι αυτός έχει την ιδιότητα να ακολουθεί την κανονική κατανομή και με χρήση ψευδοτυχαίων αριθμών κατασκευάσαμε τιμές για τον θόρυβο εντός των διαστημάτων της κατανομής. Για τον προσδιορισμό αυτών των διαστημάτων, θεωρήσαμε μέση τιμή μηδέν, ενώ για την τυπική απόκλιση ακολουθήσαμε δύο μεθοδολογίες. Η πρώτη έκανε χρήση προδιαγραφών για την ακρίβεια (precision), όπως προτάθηκαν από την ομάδα του Δαιδαλού (πίνακας 4.3), χρησιμοποιώντας αυτές ως τυπική απόκλιση. Με τη δεύτερη μέθοδο υπολογίσαμε την τυπική απόκλιση χρησιμοποιώντας τα ίδια τα δεδομένα (Root Mean Square) και προσδιορίζοντας κάθε φορά έναν λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR). Με την πρώτη μέθοδο έγινε φανερό ότι πιο ευεπηρέαστο στον θόρυβο ήταν το Joule heating. Σε αυτή την περίπτωση, εν αντιθέσει με την διάδοση σφάλματος που είχε το θετικό να προσδιορίζει τις ποσότητες που επηρέαζαν κάθε φορά, εξετάσαμε κάθε μία ποσότητα χωριστά. Διαπιστώσαμε ότι πιο «θορυβώδεις» ήταν οι ταχύτητες των ιόντων και οι θερμοκρασίες ιόντων – ηλεκτρονίων – ουδετέρων. Έτσι, λοιπόν, καταλήξαμε ότι θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην επιλογή ή την κατασκευή οργάνων για την μέτρηση αυτών των ποσοτήτων, θωρακίζοντάς τα από το θόρυβο όσο το δυνατόν περισσότερο. Ωστόσο, από την άλλη, ο θόρυβος, όπως είπαμε, μπορεί να περιοριστεί κάνοντας πολλές μετρήσεις και χρησιμοποιώντας τεχνικές στατιστικής ανάλυσης. Αναφορικά με την δεύτερη μέθοδο, εκείνη χρησιμοποιήθηκε συμπληρωματικά, δίνοντάς μας μια εικόνα για τον απαιτούμενο SNR. Το μειονέκτημά της έγκειται στο ότι χρησιμοποιεί τα ίδια τα δεδομένα και υπολογίζει τη ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων, κάτι που δίνει μια τυπική απόκλιση μεγάλη για την περίπτωση των πυκνοτήτων που έχουν μεγάλο εύρος τιμών. Αυτό συμπαρασύρει τα Ohmic και Frictional που εξαρτώνται από τις πυκνότητες. Από την άλλη για το Joule heating είδαμε πως ένας $SNR = 45 \text{ dB}$ είναι αρκετός για την ελάττωση του θορύβου, ενώ για τα υπόλοιπα η κατάσταση βελτιωνόταν για $SNR > 60 \text{ dB}$. Όπως είπαμε κάτι τέτοιο δεν είναι αντιπροσωπευτικό, αφού η συγκεκριμένη μεθοδολογία δεν είναι κατάλληλη για την περίπτωση των Ohmic και Frictional, μόνο ίσως προσεγγιστικά.

Με αυτόν τον τρόπο έχοντας αναλύσει τα συστηματικά σφάλματα με την μέθοδο της διάδοσης σφάλματος (error propagation) και έχοντας και μια εικόνα για τον θόρυβο στις μετρήσεις, αλλά

και ενδεχόμενες τιμές για τον SNR, ολοκληρώνεται η εργασία. Σε αυτό το πρωταρχικό στάδιο της αποστολής, αλλά και στα πλαίσια μιας προπτυχιακής εργασίας, η παρούσα διπλωματική ασχολείται με βασικές έννοιες της φυσικής της ατμόσφαιρας και της ανάλυσης σφάλματος, δίνοντας μια γενική ιδέα για αυτές, καθώς επίσης παρέχει τις απαραίτητες πληροφορίες για να φέρει κάποιον σε επαφή με την μοντελοποίηση της φυσικής της ατμόσφαιρας.

Ως προς τα συμπεράσματα, κάνοντας χρήση κάποιων προδιαγραφών για τα συστηματικά και τυχαία σφάλματα διαπιστώσαμε πως σε πρώτη φάση υπάρχουν κάποιες ποσότητες οι οποίες θα πρέπει να προσεχθούν, κάνοντας καλύτερη επιλογή οργάνων ή ακόμη και κατασκευής νέων, προκειμένου να εξυπηρετηθεί ο σκοπός της αποστολής. Σε δεύτερη φάση, απαιτείται να γίνει χρήση στατιστικής ανάλυσης, μέσω προσομοιώσεων Monte Carlo, αφενός για να έχουμε μία καλύτερη εικόνα για τον θόρυβο, αφετέρου για να μπορέσουμε συνολικά να έχουμε μια καλύτερη εικόνα για τα σφάλματα, ως συμπλήρωμα της μεθόδου διάδοσης σφάλματος.

Ο κώδικας που συνοδεύει την εργασία, αν και μεγάλος σε έκταση, πιστεύουμε ότι είναι στη βάση του εύκολα αντιληπτός, χωρίς ιδιαίτερες απαιτήσεις σε προγραμματιστική εμπειρία. Υπενθυμίζεται ότι ο κώδικας βρίσκεται στο GitHub, στο repository του Δαίδαλου, https://github.com/DaedalusGIT/DaedalusMAZE/tree/master/mod_ErrorAnalysis, όπου είναι ελεύθερα διαθέσιμος.