The National School of Artificial Intelligence ENSIA



Statistical inference Semester 4 2023/2024

Worksheet n°2 ter

Exercise 16. At the end of a tasting test, 8 notes were collected measuring the acidity felt for each of 4 orange juices. These scores are shown in the table below:

À l'issue d'un test de dégustation, on a recueilli 8 notes mesurant l'acidité ressentie pour chacun de 4 jus d'orange. Ces notes sont rassemblées dans le tableau suivant :

N°	Jus 1	Jus 2	Jus 3	Jus 4		
1	5	0	5	0		
2	5	1	6	0		
3	5	2	6	1		
4	6	2	7	1		
5	7	3	8	2		
6	7	4	9	3		
7	8	6	10	4		
8	10	6	10	4		

Note that each note is evaluated on a scale from 0 to 10. For example, the first grade given to Jus 4 (grade of 0) reflects a total absence of acidity for this juice. The eighth grade of Jus 1 (grade of 10), on the other hand, reflects extreme acidity. Of course, each Juice is assessed by a jury independent of the other juries.

- 1. Make whisker boxes to illustrate the link between acidity and Juice.
- 2. Which method seems suitable for finding out whether Juices differ in acidity?
- 3. Draw up the corresponding analysis of variance table.
- 4. Propose a test to compare these Juices globally (null hypothesis, alternative hypothesis, test statistic, distribution of the statistic under H0). Make a decision at risk threshold =1%.
- 5. What percentage of grade variability is explained by the Juice factor?

On pourra remarquer que chaque note est évaluée sur une échelle allant de 0 à 10. Par exemple, la première note accordée à la Jus 4 (note de 0) traduit une absence totale d'acidité pour cette Jus La huitième note de la Jus 1 (note de 10) traduit au contraire une acidité extrême. Bien entendu, chaque Jus est évalué par un jury indépendant des autres jurys.

- 1. Faites des boîtes à moustaches pour illustrer le lien entre l'acidité et la Jus.
- 2. Quelle méthode semble adaptée pour savoir si les Jus diffèrent par leur acidité?
- 3. Dressez le tableau d'analyse de la variance correspondant.
- 4. Proposez un test pour comparer globalement ces Jus (hypothèse nulle, hypothèse alternative, statistique de test, loi de la statistique sous H_0). Prenez une décision au seuil de risque =1%.
- 5. Quel pourcentage de variabilité de la note est expliqué par le facteur Jus?

Exercise 17. Suppose a person can get home in the evening by three different roads. She tries each of them 5 times, noting the time taken each time. Here are the results, in minutes:

Road 1: 22, 26, 25, 25, 31

Road 2: 25, 27, 28, 26, 29

Road 3: 26, 29, 33, 30, 33.

Test at 5% the hypothesis that the three roads are comparable.

Supposons qu'une personne peut se rendre chez elle le soir par trois routes différentes. Elle essaye chacune d'elles 5 fois en prenant note du temps à chaque fois. Voici les résultats, en minutes :

Route 1: 22, 26, 25, 25, 31

Route 2: 25, 27, 28, 26, 29

Route 3: 26, 29, 33, 30, 33.

Testez à 5% l'hypothèse que les trois routes sont comparables.

Exercise 18. Compare the means of the following samples, without knowing anything about the law at the populations' level:

Comparez les moyennes des échantillons qui suivent, sans rien savoir de la loi au niveau des populations

$$E_1 = \{1; 2; 2; 3; 5; 7; 10; 15\}$$
 and $E_2 = \{2; 4; 6; 7; 8; 9\}$

Exercise 19. Medical treatment is tested on a number of people of the same age suffering from severe heart disease. The length of time these people have lived is recorded, as are the lifetimes of other untreated patients of the same age. The following results were obtained:

On tente un traitement médical sur certaines personnes du même âge atteintes d'une grave maladie cardiaque. On note les durées pendant lesquelles ces personnes ont encore vécu ainsi que les durées de vie d'autres malades du même âge non traités. On a relevé les résultats suivants:

Treated: 1,2 6,3 6,5 7,8 11,2 15,6

Untreated: 0,4 3,5 4,8 6,7

We want to know whether or not treatment extends a patient's life. Perform the test with a risk of α =0.05.

- 1. In the case where populations can be assumed to be Gaussian.
- 2. In the case where nothing is known about the populations.

On souhaite savoir si le traitement prolonge, ou non, la vie d'un malade. Effectuez le test avec un risque $\alpha = 0.05$.

- 1. Dans le cas où l'on peut supposer les populations gaussiennes.
- 2. Dans le cas où l'on ne sait rien des populations.

Exercise 20. Sur 10 rosiers, on a noté le nombre de boutons de rose une année, puis, après traitement, l'année suivante:

We recorded the number of rose buds on 10 roses one year, then, after treatment, the following year:

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Number of buds before treatment		72	91	88	70	65	83	74	81	68
Number of buds after treatment		78	96	80	82	73	89	85	86	72

We would like to know whether the results of this experiment allow us to conclude that the treatment has an effect on the annual number of rose buds.

- 1. In this question, we assume that the annual number of rose buds is a Gaussian variable. Perform the test at 5% risk.
- 2. In this question, nothing is known about the populations. What can you say about the treatment effect at 5% risk?

On souhaite savoir si les résultats de cette expérimentation permettent de conclure à un effet du traitement sur le nombre annuel de boutons de rose.

- 1. Dans cette question, on suppose que le nombre annuel de boutons de rose est une variable gaussienne. Effectuez le test au risque 5%.
- 2. Dans cette question, on ne sait rien des populations. Que pouvez-vous dire de l'effet du traitement au risque 5%.