Statistique inférentielle

Prof. REMITA Mohamed Riad

National School of Artificial Intelligence.

2023-2024

Introduction

L'inférence statistique consiste à induire les caractéristiques inconnues d'une population à partir d'un échantillon issu de cette population. Les caractéristiques de l'échantillon, une fois connues, reflètent avec une certaine marge d'erreur possible celles de la population.

Statistique inférentielle

1. Echantillonnage
2. Estimation
   a. Ponctuelle
   b. Par intervalle de confiance
3. Tests d'hypothèses
   a. Paramètriques
   b. Non paramètriques

1. Echantillonnage (Sampling)

Introduction

La notion d échantillonnage est associée à un sous-ensemble (de taille n) d'individus tiré d'une population. A chaque individu tiré on associe une valeur et on note par $(x_1, \cdots, x_n)$ l'ensemble des valeurs obtenues. Nous avons deux problèmes qui se posent à nous :

- Connaissant la valeur d'un paramàtre (moyenne, variance, ...), on cherche des informations sur la valeur qui peut être prise par ce paramètre. C'est le problème d'échantillonnage.
- On connaît la valeur d'un paramètre dans un échantillon et on cherche des informations sur ce paramètre dans la population. C'est un problème d'estimation.

Alors, prendre un échantillon aléatoire de taille n consiste à considérer n réalisations d'une v.a. X ou encore considérer n variables aléatoires $X_1, \cdots, X_n$ indépendantes de même loi que X.

Définitions

Definition

Soit X une v.a. sur un espace Ω. Un échantillon de X de taille n est un $n-$uplet $(X_1, \cdots, X_n)$ de v.a. indépendantes de même loi que X qui sera appelée loi mère. Une réalisation de cet échantillon est un $n-$uplet $(x_1, \cdots, x_n)$ ou $X_i(\omega) = x_i$.

Definition

On appelle statistique sur un $n-$échantillon une fonction de $(X_1, \cdots, X_n)$.

Moyenne empirique

Definition

La moyenne de l'échantillon ou moyenne empirique est la statistique notée $\overline{X}$ définie par

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Remarque

Pour une réalisation $(X_1, \cdots, X_n)$, *la statistique* $\overline{X}$ *prendra la valeur* $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} x_i$ *(c'est la moyenne arithmétique telle que nous connaissons). Pour une autre réalisation, dans les mêmes conditions, un deuxième échantillon donnera pour réalisation* $(x'_1, \cdots, x'_n)$ *et* $\overline{X}$ *prendra la valeur* $\overline{x'} = \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n} x'_i$.

Moyenne empirique

Proposition

Soit X une v.a. de moyenne μ et d'écart-type σ. On a

$$\mathbb{E}\left[\overline{X}\right] = \mu, Var\left(\overline{X}\right) = \frac{\sigma^2}{n}.$$

De plus, par le théorème central limite, $\overline{X}$ converge en loi vers $\mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ lorsque n tend vers l'infini.

Remarque

La variance de $\overline{X}$ est calculée pour le cas d'un échantillon de v.a. i.i.d. (échantillon tiré avec remise d'une population finie ou échantillon tiré avec ou sans remise d'une population infinie).
Si l'échantillon est tiré sans remise d'une population finie (tirage exhaustif), les v.a. ne sont plus indépendantes. Dans ce cas on aura $Var\left(\overline{X}\right) = \frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N-1}$, et $\frac{N-n}{N-1}$ s'appelle facteur d'exhaustivité.

Variance empirique

Definition

On appelle Variance empirique, la statistique notée $\widetilde{S}^2$ définie par

$$\widetilde{S}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2.$$

Proposition

Soit X une v.a. d'écart-type σ et de moment centré d'ordre $4, \mu_4$. On a

$$\mathbb{E}\left[\widetilde{S}^2\right] = \frac{n-1}{n}\sigma^2, Var\left(\widetilde{S}^2\right) = \frac{n-1}{n^3}\left(\left(n-1\right)\mu_4 - \left(n-3\right)\sigma^4\right).$$

Distribution des fréquences

Soit $(X_i)_{i=1,\cdots,n}$ un échantillon aléatoire de taille n ayant une loi de Bernoulli de paramètre p comme loi mère. Alors,

$$F = \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}$$

est la fréquence de la valeur 1 dans l échantillon et nF suit une loi binomiale de paramètres n et p. Ainsi

$$\mathbb{E}[F] = p, Var(F) = \frac{pq}{n}.$$

Proposition

Si le tirage est effectué sans remise on aura

$$Var(F) = \frac{pq}{n}\frac{N-n}{N-1}.$$

Méthodes d'échantillonnage

L'échantillonnage est utilisé pour plusieurs raisons ;

- On ne peut observer qu'une partie de la population quand elle est infinie.
- L'échantillon est moins couteux qu'un recensement.
- On ne peut pas faire autrement.

On distingue plusieurs méthodes pour choisir un échantillon.

Echantillons aléatoires

1. **Méthode élémentaire**
   Dans une population de taille N ou chaque individu a un probabilité $\frac{1}{N}$ d'être choisi, on procède au tirage au hasard de n individu. Les tirages sont effectués en générant n nombre au hasard.

   Avantages : Simple et l'échantillon représente bien la population.

   Inconvénients : Il faut posséder une bonne base de sondage (une liste complète et à jour de tous les individus de la population, sans répétition), peut être long à effectuer quand on génère un grand échantillon.

Echantillons aléatoires

2. **Tirage systématique**
   Il consiste à tirer un individu tous les $k = \frac{N}{n}$ individus rencontrés. Seul le premier individu est selectionné en générant un nombre entre 1 et N au hasard

   Avantages : Sélection d'un seul nombre aléatoire, rapide, bonne répartition de l'échantillon dans la base de sondage.

   Inconvénients : Il faut posséder une bonne base de sondage.

Echantillons aléatoires

3. **Echantillon stratifié**
   On tire les individus dans des groupes homogènes de la population que nous appelons strates.

   Avantages : L'échantillon représente bien chacune des caractéristiques de la population.

   Inconvénients : Il faut connaître chacune des caractéristiquues de la population, peut être difficile à rejoindre des individus faisant partie d'une petite strate de la population, souvent couteux.

Echantillons aléatoires

4. **Echantillonnage par grappes**
   On subdivise la population en grappes hétérogènes de tailles semblables. On décide de la taille n de l'échatillon puis on détermine le nombre de grappes qu'il faudra. Enfin, on choisi le nombre de grappes voulues par échantillonnage aléatoire simple.

   Avantages : Réduit les déplacements et les coûts lorsque la population est répartie sur un grand territoire.

   Inconvénients : Si les grappes sont ho;ogènes, l'échantillon produit ne représentera pas bien la population.

Echantillonnage empirique

Il est caractérisé par une ressemblance la plus possible de la population qui est due à la connaissance préalable de la constitution de la population.
Nous avons par exemple :

Echantillonnage empirique

Il est caractérisé par une ressemblance la plus possible de la population qui est due à la connaissance préalable de la constitution de la population.
Nous avons par exemple :
Echantillonnage à l'aveuglette : la sélection des individus se fait de façon tout à fait arbitraire (non aléatoire).

Echantillonnage empirique

Il est caractérisé par une ressemblance la plus possible de la population qui est due à la connaissance préalable de la constitution de la population.
Nous avons par exemple :
Echantillonnage à l'aveuglette : la sélection des individus se fait de façon tout à fait arbitraire (non aléatoire).
Echantillon volontaire : la sélection des individus se fait en appelant des volontaires.

Echantillonnage empirique

Il est caractérisé par une ressemblance la plus possible de la population qui est due à la connaissance préalable de la constitution de la population.
Nous avons par exemple :
Echantillonnage à l'aveuglette : la sélection des individus se fait de façon tout à fait arbitraire (non aléatoire).
Echantillon volontaire : la sélection des individus se fait en appelant des volontaires.
Echantillonnage par quotas : elle se base sur la constitution d'un échantillon de taille n dans lequel les proportions des individus sont égales à celles de la population. Le choix des individus de l'échantillon n'est pas fait au hasard.

Echantillonnage empirique

Il est caractérisé par une ressemblance la plus possible de la population qui est due à la connaissance préalable de la constitution de la population. Nous avons par exemple :

Echantillonnage à l'aveuglette : la sélection des individus se fait de façon tout à fait arbitraire (non aléatoire).

Echantillon volontaire : la sélection des individus se fait en appelant des volontaires.

Echantillonnage par quotas : elle se base sur la constitution d'un échantillon de taille n dans lequel les proportions des individus sont égales à celles de la population. Le choix des individus de l'échantillon n'est pas fait au hasard.

Echantillonnage boule de neige : On choisi d'abords arbitrairement un petit groupe d'individus ayant les caractéristiques recherchées pour l'étude. Par la suite, on leur demande de sélectionner d'autres personnes de leur entourage qui présentent les mêmes caractéristiques. Ces personnes devront elles aussi en sélectionner d'autres de la même manière et ainsi de suite jusqu'à ce que l'échantillon compte le nombre d'individus voulu.

Estimation

Cette fois il s'agit d'estimer certaines caractéristiques statistiques de la loi (moyenne, variance, fonction de répartition) au travers d'une série d'observations $x_1, x_2 \cdots, x_n$. C'est la problématique inverse de l'échantillonnage.

Estimation

Cette fois il s'agit d'estimer certaines caractéristiques statistiques de la loi (moyenne, variance, fonction de répartition) au travers d'une série d'observations $x_1, x_2 \cdots, x_n$. C'est la problématique inverse de l'échantillonnage.

À partir des caractéristiques d'un échantillon, que peut-on déduire des caractéristiques de la population dont il est issu ?

Estimation

Cette fois il s'agit d'estimer certaines caractéristiques statistiques de la loi (moyenne, variance, fonction de répartition) au travers d'une série d'observations $x_1, x_2 \cdots , x_n$. C'est la problématique inverse de l'échantillonnage.

À partir des caractéristiques d'un échantillon, que peut-on déduire des caractéristiques de la population dont il est issu ?

L'estimation consiste à donner des valeurs approximatives aux paramètres d'une population à l'aide d'un échantillon de n observations issues de cette population. On peut se tromper sur la valeur exacte, mais on donne la "meilleure valeur" possible que l'on peut supposer.

Estimation

Cette fois il s'agit d'estimer certaines caractéristiques statistiques de la loi (moyenne, variance, fonction de répartition) au travers d'une série d'observations $x_1, x_2 \cdots, x_n$. C'est la problématique inverse de l'échantillonnage.

À partir des caractéristiques d'un échantillon, que peut-on déduire des caractéristiques de la population dont il est issu ?

L'estimation consiste à donner des valeurs approximatives aux paramètres d'une population à l'aide d'un échantillon de n observations issues de cette population. On peut se tromper sur la valeur exacte, mais on donne la "meilleure valeur" possible que l'on peut supposer.

Les problèmes d'estimation se divisent en deux catégories :

Estimation

Cette fois il s'agit d'estimer certaines caractéristiques statistiques de la loi (moyenne, variance, fonction de répartition) au travers d'une série d'observations $x_1, x_2 \cdots, x_n$. C'est la problématique inverse de l'échantillonnage.

À partir des caractéristiques d'un échantillon, que peut-on déduire des caractéristiques de la population dont il est issu ?

L'estimation consiste à donner des valeurs approximatives aux paramètres d'une population à l'aide d'un échantillon de n observations issues de cette population. On peut se tromper sur la valeur exacte, mais on donne la "meilleure valeur" possible que l'on peut supposer.

Les problèmes d'estimation se divisent en deux catégories :

- L'estimation ponctuelle : à partir de l'information fournie par l'échantillon, donne une valeur unique du paramètre.

Estimation

Cette fois il s'agit d'estimer certaines caractéristiques statistiques de la loi (moyenne, variance, fonction de répartition) au travers d'une série d'observations $x_1, x_2 \cdots, x_n$. C'est la problématique inverse de l'échantillonnage.

À partir des caractéristiques d'un échantillon, que peut-on déduire des caractéristiques de la population dont il est issu ?

L'estimation consiste à donner des valeurs approximatives aux paramètres d'une population à l'aide d'un échantillon de n observations issues de cette population. On peut se tromper sur la valeur exacte, mais on donne la "meilleure valeur" possible que l'on peut supposer.

Les problèmes d'estimation se divisent en deux catégories :

- L'estimation ponctuelle : à partir de l'information fournie par l'échantillon, donne une valeur unique du paramètre.
- L'estimation par intervalle de confiance : consiste à construire un intervalle à l'intérieur duquel le paramètre se trouve avec une probabilité donnée.

Estimation ponctuelle

On souhaite estimer un paramètre θ d'une population (cela peut être sa moyenne, son écart-type, une proportion p).

Estimation ponctuelle

On souhaite estimer un paramètre θ d'une population (cela peut être sa moyenne, son écart-type, une proportion p). Un estimateur de θ est une statistique T dont la réalisation est envisagée comme une valeur du paramètre θ.

Estimation ponctuelle

On souhaite estimer un paramètre θ d'une population (cela peut être sa moyenne, son écart-type, une proportion p). Un estimateur de θ est une statistique T dont la réalisation est envisagée comme une valeur du paramètre θ. On parle d'estimation de θ associée à cet estimateur la valeur observée lors de l'expérience, c'est-à-dire la valeur prise par la fonction au point observé $(x_1, x_2 \cdots, x_n)$.

Estimation ponctuelle

Qualité d'un estimateur

Definition

On appelle **biais** de T pour θ la valeur

$$b_\theta\left(T\right) = \mathbb{E}\left[T\right] - \theta.$$

Estimation ponctuelle

Qualité d'un estimateur

Definition

On appelle **biais** de T pour θ la valeur

$$b_\theta\left(T\right) = \mathbb{E}\left[T\right] - \theta.$$

Un estimateur T est dit **sans biais** si $\mathbb{E}\left[T\right] = \theta$.

Estimation ponctuelle

Qualité d'un estimateur

Definition

On appelle **biais** de T pour θ la valeur

$$b_\theta(T) = \mathbb{E}[T] - \theta.$$

Un estimateur T est dit **sans biais** si $\mathbb{E}[T] = \theta$.

Definition

Un estimateur T est dit **convergent** si $\mathbb{E}[T]$ tend vers θ lorsque n tend vers l'infini. Il sera dit **consistant** si T converge en probabilité vers θ lorsque n tend vers l'infini.

Estimation ponctuelle

Qualité d'un estimateur

Definition

On appelle **biais** de T pour θ la valeur

$$b_\theta\left(T\right) = \mathbb{E}\left[T\right] - \theta.$$

Un estimateur T est dit **sans biais** si $\mathbb{E}\left[T\right] = \theta$.

Definition

Un estimateur T est dit **convergent** si $\mathbb{E}\left[T\right]$ tend vers θ lorsque n tend vers l'infini. Il sera dit **consistant** si T converge en probabilité vers θ lorsque n tend vers l'infini.

Theorem

Si T est convergent et de variance tendant vers 0 lorsque n tend vers l'infini alors T est ***efficace****.*

La qualité d'un estimateur se mesure également par l'**erreur quadratique moyenne** (ou risque quadratique) définie par $\mathbb{E}\left[(T-\theta)^2\right]$.

Theorem

Soit T un estimateur du paramètre θ à étudier. On a :

$$\mathbb{E}\left[(T-\theta)^2\right] = Var\,(T) + (\mathbb{E}\,[T]-\theta)^2\,.$$

Remarque

Entre deux estimateurs sans biais, le meilleur sera celui dont la variance est minimale. On dira que celui qui a la variance minimale est plus efficace.

- $\overline{X}$ est un estimateur sans biais de la moyenne μ. Son estimation $\overline{x}$ est la moyenne observée dans une réalisation de l échantillon.
- $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$ est un estimateur consistant de σ^2 (mais biaisé).
- $\widetilde{S}^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ est un estimateur sans biais et consistant de σ^2. Son estimation est $s^2 = \frac{n}{n-1}s_e^2$ où s_e^2 est la variance observée dans une réalisation de l'échantillon.
  Si la moyenne μ de X est connue, $T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \mu\right)^2$ est un meilleur estimateur de σ^2 que S^2.
- Si p est la fréquence d'un caractère, F constitue un estimateur sans biais et consistant de p. Son estimation est notée f.

Estimation ponctuelle

Méthode du maximum de vraisemblance

On appelle vraisemblance de l'échantillon, notée $L(x_1, \cdots, x_n)$, la distribution du vecteur aléatoire $(X_1, \cdots, X_n)$. La méthode du maximum de vraisemblance a pour but de choisir pour estimation de θ la valeur le plus vraisemblable. La fonction de vraisemblance sera désignée par $L(x_1, \cdots, x_n; \theta)$.

On appelle vraisemblance de l'échantillon, notée $L(x_1, \cdots, x_n)$, la distribution du vecteur aléatoire $(X_1, \cdots, X_n)$. La méthode du maximum de vraisemblance a pour but de choisir pour estimation de θ la valeur le plus vraisemblable. La fonction de vraisemblance sera désignée par $L(x_1, \cdots, x_n; \theta)$.
L'estimateur par la méthode du maximum de vraisemblance est donné par le maximum de la fonction de vraisemblance

$$L(x_1, \cdots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta)$$

où $f(x, \theta)$ représente la distribution de la population.

On appelle vraisemblance de l'échantillon, notée $L\left(x_1, \cdots, x_n\right)$, la distribution du vecteur aléatoire $\left(X_1, \cdots, X_n\right)$. La méthode du maximum de vraisemblance a pour but de choisir pour estimation de θ la valeur le plus vraisemblable. La fonction de vraisemblance sera désignée par $L\left(x_1, \cdots, x_n; \theta\right)$.

L'estimateur par la méthode du maximum de vraisemblance est donné par le maximum de la fonction de vraisemblance

$$L\left(x_1, \cdots, x_n; \theta\right) = \prod_{i=1}^{n} f\left(x_i; \theta\right)$$

où $f\left(x, \theta\right)$ représente la distribution de la population.

Estimation ponctuelle

Méthode du maximum de vraisemblance

Le maximum est recherché en annulant la dérivée de cette fonction

$$\frac{dL\left(x_1, \cdots, x_n; \theta\right)}{d\theta} = 0$$

Estimation ponctuelle

Méthode du maximum de vraisemblance

Le maximum est recherché en annulant la dérivée de cette fonction

$$\frac{dL\left(x_1,\cdots,x_n;\theta\right)}{d\theta}=0$$

ou en annulant la dérivée de son logarithme

$$\frac{d\left[\ln L\left(x_1,\cdots,x_n;\theta\right)\right]}{d\theta}=0.$$

Estimation ponctuelle

Méthode du maximum de vraisemblance

Example

Dans une population, on considère une v.a. $X \rightsquigarrow \mathcal{P}(\lambda)$. on veut estimer λ.
Pour cela on tire un échantillon de taille n. Supposons $n = 6$ et la réalisation est $(0, 2, 2, 3, 1, 2)$, trouver l'estimation de λ par cette méthode.

Estimation ponctuelle

Méthode du maximum de vraisemblance

Example

Dans une population, on considère une v.a. $X \rightsquigarrow \mathcal{P}(\lambda)$. on veut estimer λ.
Pour cela on tire un échantillon de taille n. Supposons $n = 6$ et la réalisation est $(0, 2, 2, 3, 1, 2)$, trouver l'estimation de λ par cette méthode.

Solution

On a $\mathbb{P}(X = x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}; x \in \mathbb{N}$. *La fonction de vraisemblance s'écrit*

$$\begin{aligned} L(x_1, \cdots, x_n; \theta) &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta) = e^{-\theta}\frac{\theta^{x_1}}{x_1!} \cdots e^{-\theta}\frac{\theta^{x_n}}{x_n!} \\ &= e^{-n\theta}\frac{\theta^{x_1+\cdots+x_n}}{x_1! \cdots x_n!}. \end{aligned}$$

Solution

Comme

$$\ln L\left(x_1,\cdots,x_n;\theta\right)=-n\theta+\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\ln\theta-\ln\left(\prod_{i=1}^{n}x_i!\right)$$

on a

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\theta}\ln L\left(x_1,\cdots,x_n;\theta\right) &= -n+\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{\theta}=0\\ &\Longrightarrow \widetilde{\theta}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i.\end{aligned}$$

Solution

On peut vérifier que $\widetilde{\theta}$ *représente bien le maximum. Alors, pour la réalisation* $(0, 2, 2, 3, 1, 2)$ *on a*

$$\widetilde{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{10}{6} = 1,67.$$

Estimation ponctuelle

Méthode du maximum de vraisemblance

Example

On souhaite estimer les paramètres et d'une loi normale à partir d'un n-échantillon.

Example

On souhaite estimer les paramètres et d'une loi normale à partir d'un n-échantillon.

Solution

On a $f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. *La fonction de vraisemblance s'écrit*

$$L(x_1, \cdots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \mu, \sigma) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)^n \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

Estimation par intervalle

Définition

L'estimation ponctuelle donne à un paramètre θ à estimer une valeur unique qui donne une estimation légèrement différente du paramètre à estimer, même s'il est sans biais.

Estimation par intervalle

Définition

L'estimation ponctuelle donne à un paramêtre θ à estimer une valeur unique qui donne une estimation légèrement différente du paramètre à estimer, même s'il est sans biais. Il serait interressant de construire un intervalle $[a, b]$ dans lequel se trouve le parakètre θ se trouve avec une probabilité donnée.

Estimation par intervalle

Définition

L'estimation ponctuelle donne à un paramêtre θ à estimer une valeur unique qui donne une estimation légèrement différente du paramètre à estimer, même s'il est sans biais. Il serait interressant de construire un intervalle $[a, b]$ dans lequel se trouve le parakètre θ se trouve avec une probabilité donnée.
Pour déterminer cet intervalle, on se donne une niveau de confiance noté $1 - \alpha$.

Estimation par intervalle

Définition

L'estimation ponctuelle donne à un paramêtre θ à estimer une valeur unique qui donne une estimation légèrement différente du paramètre à estimer, même s'il est sans biais. Il serait interressant de construire un intervalle $[a, b]$ dans lequel se trouve le parakètre θ se trouve avec une probabilité donnée.
Pour déterminer cet intervalle, on se donne une niveau de confiance noté $1 - \alpha$. La valeur α mesure la probabilité que la valeur de θ ne se trouve pas dans l intervalle $[a, b]$.

L'estimation ponctuelle donne à un paramêtre θ à estimer une valeur unique qui donne une estimation légèrement différente du paramètre à estimer, même s'il est sans biais. Il serait interressant de construire un intervalle $[a, b]$ dans lequel se trouve le parakètre θ se trouve avec une probabilité donnée.

Pour déterminer cet intervalle, on se donne une niveau de confiance noté $1 - \alpha$. La valeur α mesure la probabilité que la valeur de θ ne se trouve pas dans l intervalle $[a, b]$. Nous calculerons les bornes de l'intervalle appelées limites de confiance de telle façon que $\mathbb{P}(a \leq \theta \leq b) = 1 - \alpha$.

Estimation par intervalle

Définition

L'estimation ponctuelle donne à un paramètre θ à estimer une valeur unique qui donne une estimation légèrement différente du paramètre à estimer, même s'il est sans biais. Il serait interressant de construire un intervalle $[a, b]$ dans lequel se trouve le parakètre θ se trouve avec une probabilité donnée.

Pour déterminer cet intervalle, on se donne une niveau de confiance noté $1 - \alpha$. La valeur α mesure la probabilité que la valeur de θ ne se trouve pas dans l intervalle $[a, b]$. Nous calculerons les bornes de l'intervalle appelées limites de confiance de telle façon que $\mathbb{P}(a \leq \theta \leq b) = 1 - \alpha$.

L'intervalle $[a, b]$ s'appelle intervalle de confiance.

Intervalle de confiance d'une proportion

On suppose que le tirage se fait avec remise et que la taille de l'échantillon n est grande $(n \geq 30)$.

Intervalle de confiance d'une proportion

On suppose que le tirage se fait avec remise et que la taille de l'échantillon n est grande $(n \geq 30)$. Dans la population une proportion p d'individus possède un certain caractère.

Intervalle de confiance d'une proportion

On suppose que le tirage se fait avec remise et que la taille de l'échantillon n est grande $(n \geq 30)$. Dans la population une proportion p d'individus possède un certain caractère. On cherche un intervalle de confiance pour p à partir de la valeur f_n : fréquence d'individus possédant le caratère dans l'échantillon.

Intervalle de confiance d'une proportion

On suppose que le tirage se fait avec remise et que la taille de l'échantillon n est grande $(n \geq 30)$. Dans la population une proportion p d'individus possède un certain caractère. On cherche un intervalle de confiance pour p à partir de la valeur f_n : fréquence d'individus possédant le caratère dans l'échantillon. On sait que la variable $X = nF_n$ suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ et comme n est grand on a $\frac{F-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$.

Intervalle de confiance d'une proportion

On suppose que le tirage se fait avec remise et que la taille de l'échantillon n est grande $(n \geq 30)$. Dans la population une proportion p d'individus possède un certain caractère. On cherche un intervalle de confiance pour p à partir de la valeur f_n : fréquence d'individus possédant le caratère dans l'échantillon. On sait que la variable $X = nF_n$ suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ et comme n est grand on a $\frac{F-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$. On a

$$\mathbb{P}\left(-u_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{F-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \leq u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha,$$

Intervalle de confiance d'une proportion

d'où

$$f_n - u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}} \leq p \leq f_n + u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}}$$

Intervalle de confiance d'une proportion

d'où

$$f_n - u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p\left(1-p\right)}{n}} \leq p \leq f_n + u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p\left(1-p\right)}{n}}$$

nous remarquons que les bornes contiennent p qui est à estimer, il suffit pour cela de remplacer p par f_n et donc l'intervalle de confiance s'écrit alors

$$f_n - u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f_n\left(1-f_n\right)}{n}} \leq p \leq f_n + u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{f_n\left(1-f_n\right)}{n}}.$$

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ connu

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ connu

Si la distribution de la v.a. X est normale ou si X suit une distribution quelconque avec n grand $(n \geq 30)$, on peut affirmer que $\overline{X}$ suit une $\mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. L'intervalle de confiance est donné par

$$\mathbb{P}\left(-u_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) - \Phi\left(-u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 2\Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) - 1,$$

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ connu

Si la distribution de la v.a. X est normale ou si X suit une distribution quelconque avec n grand $(n \geq 30)$, on peut affirmer que $\overline{X}$ suit une $\mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$. L'intervalle de confiance est donné par

$$\mathbb{P}\left(-u_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) - \Phi\left(-u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 2\Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) - 1,$$

c'est à dire $\Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{1+(1-\alpha)}{2}$, où Φ est la fonction de répartition de la loi $\mathcal{N}(0,1)$.

Alors l'intervalle de confiance est $\left[\overline{X} - u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \overline{X} + u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$.

Intervalle de confiance d'une moyenne

Si on prend $\alpha = 0,05$ on a $\Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{1+(1-0,005)}{2} = 0,975$.

Intervalle de confiance d'une moyenne

Si on prend $\alpha = 0,05$ on a $\Phi\left(u_{\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{1+(1-0,005)}{2} = 0,975$. La table donne $u_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$. On obtient alors

$$\mathbb{P}\left(\overline{X} - 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X} + 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,95$$

d'où l'intervalle de confiance

$$\overline{x} - 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{x} + 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ **inconnu** (population quelconque avec n grand ou population normale)

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ **inconnu** (population quelconque avec n grand ou population normale)
Dans la majorité des cas, lorsque dans une population μ est inconnu, σ l'est aussi.

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ **inconnu** (population quelconque avec n grand ou population normale)
Dans la majorité des cas, lorsque dans une population μ est inconnu, σ l'est aussi. Pour estimer le paramètre $\theta = \mu$ la relation précédente n'est plus valable.

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ **inconnu** (population quelconque avec n grand ou population normale)
Dans la majorité des cas, lorsque dans une population μ est inconnu, σ l'est aussi. Pour estimer le paramètre $\theta = \mu$ la relation précédente n'est plus valable. On utilise la v.a. $T = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$ (Student à $n-1$ degrés de liberté).

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ **inconnu** (population quelconque avec n grand ou population normale)
Dans la majorité des cas, lorsque dans une population μ est inconnu, σ l'est aussi. Pour estimer le paramètre $\theta = \mu$ la relation précédente n'est plus valable. On utilise la v.a. $T = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$ (Student à $n-1$ degrés de liberté). On obtient alors

$$\mathbb{P}\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \leq t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha,$$

Intervalle de confiance d'une moyenne

σ **inconnu** (population quelconque avec n grand ou population normale) Dans la majorité des cas, lorsque dans une population μ est inconnu, σ l'est aussi. Pour estimer le paramètre $\theta = \mu$ la relation précédente n'est plus valable. On utilise la v.a. $T = \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$ (Student à $n-1$ degrés de liberté). On obtient alors

$$\mathbb{P}\left(-t_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n-1}}} \leq t_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha,$$

où $t_{\frac{\alpha}{2}}$ est lue dans la table de Student à $n-1$ degrés de liberté.

Intervalle de confiance d'une moyenne

On a alors l'intervalle de confiance

$$\overline{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}.$$

Intervalle de confiance d'une moyenne

On a alors l'intervalle de confiance

$$\overline{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}.$$

Si n est grand $(n \geq 30)$ on peut remplacer $t_{\frac{\alpha}{2}}$ par $u_{\frac{\alpha}{2}}$.

Intervalle de confiance d'une moyenne

On a alors l'intervalle de confiance

$$\overline{x} - t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \overline{x} + t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}.$$

Si n est grand $(n \geq 30)$ on peut remplacer $t_{\frac{\alpha}{2}}$ par $u_{\frac{\alpha}{2}}$.
Si on considère la cas d'un tirage sans remise, l'écart-type de $\overline{X}$ est $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ et on remplace $\frac{s}{\sqrt{n-1}}$ par $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ dans l'intervalle de confiance.

Intervalle de confiance d'une moyenne

Example

La taille moyenne d'un échantillon aléatoire de 40 personnes extrait d'une population de 780 individus est de $1,70m$. L'écart-type pour toute la population vaut $24cm$. Trouver l'intervalle de confiance pour la taille moyenne de la population à 95%.

Intervalle de confiance d'une moyenne

Example

La taille moyenne d'un échantillon aléatoire de 40 personnes extrait d'une population de 780 individus est de $1,70m$. L'écart-type pour toute la population vaut $24cm$. Trouver l'intervalle de confiance pour la taille moyenne de la population à 95%.

Example

500 étudiants se présentent à un examen. Un échantillon aléatoire de 38 notes donne une moyenne égale à $8,65$ et un écart-type égal à $2,82$. Trouver l'intervalle de confiance pour la moyenne des notes de la population à $90\%, 95\%$ et 99%.

Intervalle de confiance d'une variance

On suppose que la distribution de la population est normale.

Intervalle de confiance d'une variance

On suppose que la distribution de la population est normale. On a $\frac{nS^2}{\sigma^2}$ suit une loi de χ^2_{n-1}. Déterminons L'intervalle de confiance à partir de $\mathbb{P}\left(s_1^2 \leq \sigma^2 \leq s_2^2\right) = 1 - \alpha$.

Intervalle de confiance d'une variance

On suppose que la distribution de la population est normale. On a $\frac{nS^2}{\sigma^2}$ suit une loi de χ^2_{n-1}. Déterminons L'intervalle de confiance à partir de $\mathbb{P}\left(s_1^2 \leq \sigma^2 \leq s_2^2\right) = 1 - \alpha$.

Considérons a et b les bornes de l'intervalle tel que $\mathbb{P}\left(a \leq \frac{nS^2}{\sigma^2} \leq b\right) = 1 - \alpha$, on en déduit que $s_1^2 = \frac{nS^2}{b} \leq \sigma^2 \leq \frac{nS^2}{a} = s_2^2$.

Intervalle de confiance d'une variance

On suppose que la distribution de la population est normale. On a $\frac{nS^2}{\sigma^2}$ suit une loi de χ^2_{n-1}. Déterminons L'intervalle de confiance à partir de $\mathbb{P}\left(s_1^2 \leq \sigma^2 \leq s_2^2\right) = 1 - \alpha$.

Considérons a et b les bornes de l'intervalle tel que $\mathbb{P}\left(a \leq \frac{nS^2}{\sigma^2} \leq b\right) = 1 - \alpha$, on en déduit que $s_1^2 = \frac{nS^2}{b} \leq \sigma^2 \leq \frac{nS^2}{a} = s_2^2$.

Nous cherchons alors s_1^2 et s_2^2 tels que

$$\mathbb{P}\left(\sigma^2 \leq s_1^2\right) = \mathbb{P}\left(\sigma^2 \leq \frac{nS^2}{b}\right) = \mathbb{P}\left(b \leq \frac{nS^2}{\sigma^2}\right) = \frac{\alpha}{2}$$

et

Intervalle de confiance d'une variance

On suppose que la distribution de la population est normale. On a $\frac{nS^2}{\sigma^2}$ suit une loi de χ^2_{n-1}. Déterminons L'intervalle de confiance à partir de $\mathbb{P}\left(s_1^2 \leq \sigma^2 \leq s_2^2\right) = 1 - \alpha$.

Considérons a et b les bornes de l'intervalle tel que $\mathbb{P}\left(a \leq \frac{nS^2}{\sigma^2} \leq b\right) = 1 - \alpha$, on en déduit que $s_1^2 = \frac{nS^2}{b} \leq \sigma^2 \leq \frac{nS^2}{a} = s_2^2$.

Nous cherchons alors s_1^2 et s_2^2 tels que

$$\mathbb{P}\left(\sigma^2 \leq s_1^2\right) = \mathbb{P}\left(\sigma^2 \leq \frac{nS^2}{b}\right) = \mathbb{P}\left(b \leq \frac{nS^2}{\sigma^2}\right) = \frac{\alpha}{2}$$

et

$$\mathbb{P}\left(\sigma^2 \geq s_1^2\right) = \mathbb{P}\left(\sigma^2 \geq \frac{nS^2}{a}\right) = \mathbb{P}\left(a \geq \frac{nS^2}{\sigma^2}\right) = \frac{\alpha}{2},$$

les valeurs a et b seront déterminées par la lecture de la table du χ^2.

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon.

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon. Ces deux hypothèses sont notées H_0 appelée **hypothèse nulle** et H_1 appelée **hypothèse alternative**, dont une seulement est vraie.

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon. Ces deux hypothèses sont notées H_0 appelée **hypothèse nulle** et H_1 appelée **hypothèse alternative**, dont une seulement est vraie. La décision aboutira à choisir H_0 ou H_1.

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon. Ces deux hypothèses sont notées H_0 appelée **hypothèse nulle** et H_1 appelée **hypothèse alternative**, dont une seulement est vraie. La décision aboutira à choisir H_0 ou H_1. Nous avons alors 4 cas possibles

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon. Ces deux hypothèses sont notées H_0 appelée **hypothèse nulle** et H_1 appelée **hypothèse alternative**, dont une seulement est vraie. La décision aboutira à choisir H_0 ou H_1. Nous avons alors 4 cas possibles

Réalité Décision	H_0 est vraie	H_0 est fausse
Accepter H_0	**Vrai positif (VP)**	Faux positif (FP)
Rejeter H_0	Faux négatif (FN)	**Vrai négatif (VN)**

Les cas VN et VP sont des "bonnes décisions".

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon. Ces deux hypothèses sont notées H_0 appelée **hypothèse nulle** et H_1 appelée **hypothèse alternative**, dont une seulement est vraie. La décision aboutira à choisir H_0 ou H_1. Nous avons alors 4 cas possibles

Réalité / Décision	H_0 est vraie	H_0 est fausse
Accepter H_0	**Vrai positif (VP)**	Faux positif (FP)
Rejeter H_0	Faux négatif (FN)	**Vrai négatif (VN)**

Les cas VN et VP sont des "bonnes décisions". Par contre le cas FN est nommé **erreur de première espèce** pour lequel on associe un risque lié à la probabilité de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie noté α,

Tests d'hypothèses

Un test est un mécanisme qui permet de prendre une décision entre généralement deux hypothèses au vu des résultats obtenus à partir d'un échantillon. Ces deux hypothèses sont notées H_0 appelée **hypothèse nulle** et H_1 appelée **hypothèse alternative**, dont une seulement est vraie. La décision aboutira à choisir H_0 ou H_1. Nous avons alors 4 cas possibles

Réalité Décision	H_0 est vraie	H_0 est fausse
Accepter H_0	**Vrai positif (VP)**	Faux positif (FP)
Rejeter H_0	Faux négatif (FN)	**Vrai négatif (VN)**

Les cas VN et VP sont des "bonnes décisions". Par contre le cas FN est nommé **erreur de première espèce** pour lequel on associe un risque lié à la probabilité de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie noté α, et le cas FP est nommé **erreur de deuxième espèce** pour lequel on associe un risque lié à la probabilité d'accepter H_0 alors qu'elle est fausse noté β.

Tests d'hypothèses

Les probabilités correspondantes sont résumées dans le tableau suivant

Tests d'hypothèses

Les probabilités correspondantes sont résumées dans le tableau suivant

Réalité / Décision	H_0 est vraie	H_0 est fausse
Accepter H_0	$1-\alpha$	β
Rejeter H_0	α	$1-\beta$

Souvent on prend $\alpha = 5\%$ (ou si on veut être plus strict on prend 1%) et il est habituel de prendre 20% pour β.

Tests d'hypothèses

Les probabilités correspondantes sont résumées dans le tableau suivant

Réalité / Décision	H_0 est vraie	H_0 est fausse
Accepter H_0	$1-\alpha$	β
Rejeter H_0	α	$1-\beta$

Souvent on prend $\alpha = 5\%$ (ou si on veut être plus strict on prend 1%) et il est habituel de prendre 20% pour β.
La probabilité α est appelée **niveau ou seuil** du test, alors que $1-\beta$ est appelée **puissance** du test.

Tests d'hypothèses

Démarches des tests d'hypothèses.

α étant fixé, il importe de choisir une variable de décision : variable qui doit apporter le maximum d'informations sur le problème posé et dont la loi sera différente selon que H_0 ou H_1 est vraie. Il faut que sa loi loi soit entièrement connue au moins si H_0 est vraie.

Tests d'hypothèses

Démarches des tests d'hypothèses.

α étant fixé, il importe de choisir une variable de décision : variable qui doit apporter le maximum d'informations sur le problème posé et dont la loi sera différente selon que H_0 ou H_1 est vraie. Il faut que sa loi loi soit entièrement connue au moins si H_0 est vraie.

On appelle **région critique** W **l'ensemble des valeurs de la variable de décision qui conduisent à écarter** H_0 **au profit de** H_1.

α étant fixé, il importe de choisir une variable de décision : variable qui doit apporter le maximum d'informations sur le problème posé et dont la loi sera différente selon que H_0 ou H_1 est vraie. Il faut que sa loi loi soit entièrement connue au moins si H_0 est vraie.
On appelle **région critique W l'ensemble des valeurs de la variable de décision qui conduisent à écarter H_0 au profit de H_1**. La forme de la région critique est déterminée par la nature de H_1, sa détermination exacte est donnée par

α étant fixé, il importe de choisir une variable de décision : variable qui doit apporter le maximum d'informations sur le problème posé et dont la loi sera différente selon que H_0 ou H_1 est vraie. Il faut que sa loi loi soit entièrement connue au moins si H_0 est vraie.

On appelle **région critique W l'ensemble des valeurs de la variable de décision qui conduisent à écarter H_0 au profit de H_1**. La forme de la région critique est déterminée par la nature de H_1, sa détermination exacte est donnée par

$$\mathbb{P}\left(W / \, H_0 \right) = \alpha.$$

La région d'acceptation est alors sont complémentaire $\overline{W}$ et l'on a donc

α étant fixé, il importe de choisir une variable de décision : variable qui doit apporter le maximum d'informations sur le problème posé et dont la loi sera différente selon que H_0 ou H_1 est vraie. Il faut que sa loi loi soit entièrement connue au moins si H_0 est vraie.
On appelle **région critique W l'ensemble des valeurs de la variable de décision qui conduisent à écarter H_0 au profit de H_1**. La forme de la région critique est déterminée par la nature de H_1, sa détermination exacte est donnée par

$$\mathbb{P}\left(W/\, H_0\right) = \alpha.$$

La région d'acceptation est alors sont complémentaire $\overline{W}$ et l'on a donc

$$\mathbb{P}\left(\overline{W}/\, H_0\right) = 1 - \alpha \text{ et } \mathbb{P}\left(W/\, H_1\right) = 1 - \beta.$$

La construction d'un test n'est rien d'autre que la détermination de la région critique.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

Tests d'hypothèses

Démarches des tests d'hypothèses.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.
2. Détermination de la variable de décision.

Tests d'hypothèses

Démarches des tests d'hypothèses.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.
2. Détermination de la variable de décision.
3. Allure de la région critique en fonction de H_1.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.
2. Détermination de la variable de décision.
3. Allure de la région critique en fonction de H_1.
4. Calcul de la région critique en fonction de α.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.
2. Détermination de la variable de décision.
3. Allure de la région critique en fonction de H_1.
4. Calcul de la région critique en fonction de α.
5. Calcul éventuelle de la puissance du test $1 - \beta$.

Tests d'hypothèses

Démarches des tests d'hypothèses.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.
2. Détermination de la variable de décision.
3. Allure de la région critique en fonction de H_1.
4. Calcul de la région critique en fonction de α.
5. Calcul éventuelle de la puissance du test $1 - \beta$.
6. Calcul de valeur expérimentale de la variable de décision.

Pour résumer la démarche d'un test est comme suit

1. Choix de H_0 et H_1.
2. Détermination de la variable de décision.
3. Allure de la région critique en fonction de H_1.
4. Calcul de la région critique en fonction de α.
5. Calcul éventuelle de la puissance du test $1 - \beta$.
6. Calcul de valeur expérimentale de la variable de décision.
7. Conclusion : rejet ou acceptation de H_0.

Tests d'hypothèses

Les grandes catégories de tests

Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, ajustement,

Tests d'hypothèses

Les grandes catégories de tests

Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, ajustement, conformité et homogénéité,...)

Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, ajustement, conformité et homogénéité,...) et aussi selon leurs propriétés mathématiques (paramétriques ou non, tests robustes ou test libres).

Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, ajustement, conformité et homogénéité,...) et aussi selon leurs propriétés mathématiques (paramétriques ou non, tests robustes ou test libres).

Un test est dit **paramétrique** si son objet est de tester certaine hypothèse relative à un ou plusieurs paramètres d'une v.a. de loi spécifique ou non.

Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, ajustement, conformité et homogénéité,...) et aussi selon leurs propriétés mathématiques (paramétriques ou non, tests robustes ou test libres).
Un test est dit **paramétrique** si son objet est de tester certaine hypothèse relative à un ou plusieurs paramètres d'une v.a. de loi spécifique ou non. Ils se basent généralement sur l'existence d'une v.a. de référence X suivant une loi normale.

Nous classons les tests selon les objectifs recherchés (Indépendance, ajustement, conformité et homogénéité,...) et aussi selon leurs propriétés mathématiques (paramétriques ou non, tests robustes ou test libres).
Un test est dit **paramétrique** si son objet est de tester certaine hypothèse relative à un ou plusieurs paramètres d'une v.a. de loi spécifique ou non. Ils se basent généralement sur l'existence d'une v.a. de référence X suivant une loi normale. Si les résultats restent valables lorsque X n'est pas normale on dit que le test est **robuste**.

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique).

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**

Tests d'hypothèses

Les grandes catégories de tests

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**
Pour les tests paramétriques on distigue généralement des hypothèses simples et des hypothèses composites:

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**
Pour les tests paramétriques on distigue généralement des hypothèses simples et des hypothèses composites:

- Une hypothèse simple est du type $H : \theta = \theta_0$ ou θ_0 est une valeur isolée du paramètre;

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**
Pour les tests paramétriques on distigue généralement des hypothèses simples et des hypothèses composites:

- Une hypothèse simple est du type $H : \theta = \theta_0$ ou θ_0 est une valeur isolée du paramètre;
- Une hypothèse composite est du type $H : \theta \in A$ ou A est un intervalle de $\mathbb{R}$.

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**
Pour les tests paramétriques on distigue généralement des hypothèses simples et des hypothèses composites:

- Une hypothèse simple est du type $H : \theta = \theta_0$ ou θ_0 est une valeur isolée du paramètre;
- Une hypothèse composite est du type $H : \theta \in A$ ou A est un intervalle de $\mathbb{R}$.

La plus part des hypothèses composites se ramènent aux cas $\theta \neq \theta_0$ (test bilatéral)

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**
Pour les tests paramétriques on distigue généralement des hypothèses simples et des hypothèses composites:

- Une hypothèse simple est du type $H : \theta = \theta_0$ ou θ_0 est une valeur isolée du paramètre;
- Une hypothèse composite est du type $H : \theta \in A$ ou A est un intervalle de $\mathbb{R}$.

La plus part des hypothèses composites se ramènent aux cas $\theta \neq \theta_0$ (test bilatéral) ou $\theta > \theta_0$ (test unilatéral 1) ou

Tests d'hypothèses

Les grandes catégories de tests

Une catégorie particulièrement intéressante de tests robustes est la classe des **tests libres (Distribution free)**, ce sont des tests valables quelle que soit la loi de la variable aléatoire étudiée, valables en particulier lorsque l'on ignore tout de cette loi (cas très fréquent en pratique). Ces tests sont bien souvent appelés **tests non paramétriques.**
Pour les tests paramétriques on distigue généralement des hypothèses simples et des hypothèses composites:

- Une hypothèse simple est du type $H : \theta = \theta_0$ ou θ_0 est une valeur isolée du paramètre;
- Une hypothèse composite est du type $H : \theta \in A$ ou A est un intervalle de $\mathbb{R}$.

La plus part des hypothèses composites se ramènent aux cas $\theta \neq \theta_0$ (test bilatéral) ou $\theta > \theta_0$ (test unilatéral 1) ou $\theta < \theta_0$ (test unilatéral 2) .

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables qualitatives

Ce test permet de contrôler l'indépendance de deux caractères dans une population donnée.

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables qualitatives

Ce test permet de contrôler l'indépendance de deux caractères dans une population donnée.
On dispose de deux v.a. X et Y, les valeurs possibles de X sont réparties en l modalités ou classes $(X_1, \cdots, X_l)$, celles de Y sont réparties en k modalités $(Y_1, \cdots, Y_k)$. On désire tester l'hypothèse H_0:"Les variables X et Y sont indépendantes".

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables qualitatives

Ce test permet de contrôler l'indépendance de deux caractères dans une population donnée.
On dispose de deux v.a. X et Y, les valeurs possibles de X sont réparties en l modalités ou classes $(X_1, \cdots, X_l)$, celles de Y sont réparties en k modalités $(Y_1, \cdots, Y_k)$. On désire tester l'hypothèse H_0:"Les variables X et Y sont indépendantes".
Pour cela on contruit le tableau de contingence correspondant, puis on calcule les effectifs théoriques

$$C_{ij} = \frac{n_{i\bullet} n_{\bullet j}}{n}. \text{ Il faut que } C_{ij} \geq 5 \text{ pour tout } i, j.$$

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables qualitatives

Sous l'hypothèse H_0, on a $C_{ij} = n_{ij}$.

Sous l'hypothèse H_0, on a $C_{ij} = n_{ij}$. On calcule la valeur de la variable

$$\sum_{i,j} \frac{\left(n_{ij} - C_{ij}\right)^2}{C_{ij}} = \chi_c^2 \rightsquigarrow \chi^2\left(\nu\right) \text{ où } \nu = \left(l-1\right) \times \left(k-1\right).$$

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables qualitatives

Sous l'hypothèse H_0, on a $C_{ij} = n_{ij}$. On calcule la valeur de la variable

$$\sum_{i,j} \frac{\left(n_{ij} - C_{ij}\right)^2}{C_{ij}} = \chi_c^2 \rightsquigarrow \chi^2\left(\nu\right) \text{ où } \nu = \left(l-1\right) \times \left(k-1\right).$$

On cherche la valeur critique χ_α^2 dans la table de la loi du $Khi2$ à ν degrés de liberté.

Sous l'hypothèse H_0, on a $C_{ij} = n_{ij}$. On calcule la valeur de la variable

$$\sum_{i,j} \frac{\left(n_{ij} - C_{ij}\right)^2}{C_{ij}} = \chi_c^2 \rightsquigarrow \chi^2\left(\nu\right) \text{ où } \nu = \left(l-1\right) \times \left(k-1\right).$$

On cherche la valeur critique χ_α^2 dans la table de la loi du $Khi2$ à ν degrés de liberté.

Décision : si $\chi_c^2 < \chi_\alpha^2$, on accepte l'hypothèse H_0, sinon on la rejette.

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables qualitatives

Example

On désire comparer l'efficacité de deux médicaments ayant des prix différents, pour cela la sécurité sociale a effectué une enquête sur les guérisons obtenues. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

	Médicament	Générique
Guéris	48	158
Non guéris	6	44

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de corrélation nulle

Soit r le coefficient de corrélation linéaire d'un échantillon composé de n couples d'observations extrait de population gaussienne. On désire tester

$$H_0 : \rho = 0 \text{ (corrélation nulle entre les populations)}$$

au risque α.

Soit r le coefficient de corrélation linéaire d'un échantillon composé de n couples d'observations extrait de population gaussienne. On désire tester

$$H_0 : \rho = 0 \text{ (corrélation nulle entre les populations)}$$

au risque α.
Sous H_0 la v.a.

$$T = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}} \rightsquigarrow \mathcal{T}\left(\nu = n-2\right).$$

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de corrélation nulle

On calculera

$$t_c = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de corrélation nulle

On calculera

$$t_c = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

puis on déterminera t_α ou $t_{\frac{\alpha}{2}}$ de la table de la loi de students à $\nu = n-2$ degrés de liberté et on adoptera la règle de décision suivante :

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de corrélation nulle

On calculera

$$t_c = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

puis on déterminera t_α ou $t_{\frac{\alpha}{2}}$ de la table de la loi de students à $\nu = n-2$ degrés de liberté et on adoptera la règle de décision suivante :

- Si $H_1 : \rho \neq 0$ (cas bilatéral) : rejet de H_0 au risque α si $t_c \notin \left]-t_{\frac{\alpha}{2}} ; t_{\frac{\alpha}{2}}\right[$;

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de corrélation nulle

On calculera

$$t_c = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

puis on déterminera t_α ou $t_{\frac{\alpha}{2}}$ de la table de la loi de students à $\nu = n-2$ degrés de liberté et on adoptera la règle de décision suivante :

- Si $H_1 : \rho \neq 0$ (cas bilatéral) : rejet de H_0 au risque α si $t_c \notin \left]-t_{\frac{\alpha}{2}} ; t_{\frac{\alpha}{2}}\right[$;
- Si $H_1 : \rho > 0$ (cas unilatéral 1) : rejet de H_0 au risque α si $t_c > t_\alpha$;

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de corrélation nulle

On calculera

$$t_c = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

puis on déterminera t_α ou $t_{\frac{\alpha}{2}}$ de la table de la loi de students à $\nu = n-2$ degrés de liberté et on adoptera la règle de décision suivante :

- Si $H_1 : \rho \neq 0$ (cas bilatéral) : rejet de H_0 au risque α si $t_c \notin \left]-t_{\frac{\alpha}{2}} ; t_{\frac{\alpha}{2}}\right[$;
- Si $H_1 : \rho > 0$ (cas unilatéral 1) : rejet de H_0 au risque α si $t_c > t_\alpha$;
- Si $H_1 : \rho < 0$ (cas unilatéral 2) : rejet de H_0 au risque α si $t_c < -t_\alpha$.

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de Spearman

On utilise le test pour des variables X et Y dont les lois sont quelconques.

On utilise le test pour des variables X et Y dont les lois sont quelconques.

Procédure:

On utilise le test pour des variables X et Y dont les lois sont quelconques.

Procédure:

- On range par ordre croissant, séparément, les valeurs $\{x_1, \cdots, x_n\}$ et $\{y_1, \cdots, y_n\}$.

On utilise le test pour des variables X et Y dont les lois sont quelconques.
Procédure:

- On range par ordre croissant, séparément, les valeurs $\{x_1, \cdots, x_n\}$ et $\{y_1, \cdots, y_n\}$.
- On remplace chaque valeur x_i par son rang x_i' et chaque valeur y_i par son rang y_i'. S'il y'a des valeurs ex-aequo on attribue à chacun un rang égal à la moyenne des rangs qu'ils occupent.

On utilise le test pour des variables X et Y dont les lois sont quelconques.
Procédure:

- On range par ordre croissant, séparément, les valeurs $\{x_1, \cdots, x_n\}$ et $\{y_1, \cdots, y_n\}$.
- On remplace chaque valeur x_i par son rang x_i' et chaque valeur y_i par son rang y_i'. S'il y'a des valeurs ex-aequo on attribue à chacun un rang égal à la moyenne des rangs qu'ils occupent.
- On calcule le nombre $r_S = 1 - \frac{6\sum(x_i'-y_i')^2}{n(n^2-1)}$ à partir des couples des rangs.

Décision:

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de Spearman

Décision:

1. Si $n \leq 13$.

Décision:

1. Si $n \leq 13$.
   Pour un risque α on détermine la valeur de r_α telle $P\left(|R_S| > r_\alpha\right) = \alpha$ lue dans la table de Spearman.

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives : test de Spearman

Décision:

1. Si $n \leq 13$.
   Pour un risque α on détermine la valeur de r_α telle $P\left(|R_S| > r_\alpha\right) = \alpha$ lue dans la table de Spearman.
   - Si $|r_S| > r_\alpha$ on rejette H_0 avec un risque α de se tromper.

Décision:

1. Si $n \leq 13$.
   Pour un risque α on détermine la valeur de r_α telle $P\left(|R_S| > r_\alpha\right) = \alpha$ lue dans la table de Spearman.
   - Si $|r_S| > r_\alpha$ on rejette H_0 avec un risque α de se tromper.
2. Si $n > 13$.

Décision:

1. Si $n \leq 13$.
   Pour un risque α on détermine la valeur de r_α telle $P\left(|R_S| > r_\alpha\right) = \alpha$ lue dans la table de Spearman.

   - Si $|r_S| > r_\alpha$ on rejette H_0 avec un risque α de se tromper.

2. Si $n > 13$.
   Dans ce cas si H_0 est vraie, la statistique $T = \frac{R_S\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R_s^2}}$ suit approximativement la loi de Student à $n-2$ ddl. La décision se fera à l'aide la table du coefficient de corrélation linéaire qui donne la valeur de r_α telle que $P\left(|R_S| > r_\alpha\right) = \alpha$.

Test d'indépendance

Test d'indépendance de deux variables quantitatives :

Example

Un traitement prolongé par un médicament (durée X en jours) peut provoquer une diminution Y du nombre de plaquettes sanguines (dans 10^{-4} ml). On dispose des observations suivantes :

X	2	4	10	10	10	14	14	18	18	20
Y	25	20	10	25	25	10	15	5	15	5

La baisse du nombre de plaquettes est-il lié à la durée du traitement :

1. En supposant les populations gaussiennes ?
2. Sans rien connaître des populations ?

Il s'agit de comparer une loi théorique à une distribution expérimentale.

Il s'agit de comparer une loi théorique à une distribution expérimentale.
On considère une v.a. X et on désire tester l'ajustement de sa loi notée $\mathcal{L}$ à une loi connue $\mathcal{L}_0$.

Il s'agit de comparer une loi théorique à une distribution expérimentale. On considère une v.a. X et on désire tester l'ajustement de sa loi notée $\mathcal{L}$ à une loi connue $\mathcal{L}_0$. On va alors tester

$$H_0 : \mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \text{ contre } H_1 : \mathcal{L} \neq \mathcal{L}_0.$$

Il s'agit de comparer une loi théorique à une distribution expérimentale. On considère une v.a. X et on désire tester l'ajustement de sa loi notée $\mathcal{L}$ à une loi connue $\mathcal{L}_0$. On va alors tester

$$H_0 : \mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \text{ contre } H_1 : \mathcal{L} \neq \mathcal{L}_0.$$

Pour cela on se donne dans la population n observations de la variable X partagées en k classes. On désigne par O_i l'effectif observé de la classe i.

Test de conformité à une loi théorique

Test de conformité (d'adéquation) du Khi2

Il s'agit de comparer une loi théorique à une distribution expérimentale. On considère une v.a. X et on désire tester l'ajustement de sa loi notée $\mathcal{L}$ à une loi connue $\mathcal{L}_0$. On va alors tester

$$H_0 : \mathcal{L} = \mathcal{L}_0 \text{ contre } H_1 : \mathcal{L} \neq \mathcal{L}_0.$$

Pour cela on se donne dans la population n observations de la variable X partagées en k classes. On désigne par O_i l'effectif observé de la classe i. Pour chaque classe l'effectif théorique est défini par

$$C_i = n \cdot \mathbb{P}\left(X \in classe_i / X \rightsquigarrow \mathcal{L}_0\right).$$

Test de conformité à une loi théorique

Test de conformité (d'adéquation) du Khi2

On établit alors le tableau suivant en imposant que $C_i \geq 5$

Test de conformité à une loi théorique

Test de conformité (d'adéquation) du Khi2

On établit alors le tableau suivant en imposant que $C_i \geq 5$

Classe	1	2		i		k
Effectif observé	O_1	O_2		O_i		O_k
Effectif théorique	C_1	C_2		C_i		C_k

On établit alors le tableau suivant en imposant que $C_i \geq 5$

Classe	1	2		i		k
Effectif observé	O_1	O_2		O_i		O_k
Effectif théorique	C_1	C_2		C_i		C_k

Sous l'hypothèse H_0 la statistique K qui prend sur tout l'échantillon de taille n la valeur

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

suit la loi du χ^2 à $\nu = k - 1 - r$ ddl. r est le nombre de paramètres de la loi $\mathcal{L}_0$ qu'on a du estimer.

Test de conformité à une loi théorique

Test de conformité (d'adéquation) du Khi2

On établit alors le tableau suivant en imposant que $C_i \geq 5$

Classe	1	2		i		k
Effectif observé	O_1	O_2		O_i		O_k
Effectif théorique	C_1	C_2		C_i		C_k

Sous l'hypothèse H_0 la statistique K qui prend sur tout l'échantillon de taille n la valeur

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - C_i)^2}{C_i}$$

suit la loi du χ^2 à $\nu = k - 1 - r$ ddl. r est le nombre de paramètres de la loi $\mathcal{L}_0$ qu'on a du estimer.

Décision : On compare la valeur χ_c^2 à la valeur thérique $\chi_\alpha^2(\nu)$.

On rejette H_0 si $\chi_c^2 > \chi_\alpha^2$.

Test de conformité à une loi théorique

Test de Kolmogorov-Smirnov

C'est un test non-paramétrique, car aucune contrainte n'est posée sur la distribution de référence ni qu'elle soit connue sous forme analytique.

Test de conformité à une loi théorique

Test de Kolmogorov-Smirnov

C'est un test non-paramétrique, car aucune contrainte n'est posée sur la distribution de référence ni qu'elle soit connue sous forme analytique.
On considère un échantillon de taille n d observations d'une variable et un fonction de répartition de référence $F(x)$.

Test de conformité à une loi théorique

Test de Kolmogorov-Smirnov

C'est un test non-paramétrique, car aucune contrainte n'est posée sur la distribution de référence ni qu'elle soit connue sous forme analytique.
On considère un échantillon de taille n d observations d'une variable et un fonction de répartition de référence $F(x)$.
Le test de Kolmogorov consiste à tester l'hypothèse H_0 selon laquelle l'échantillon a été prélevé dans une population de fonction de répartition $F(x)$.

Test de conformité à une loi théorique

Test de Kolmogorov-Smirnov

C'est un test non-paramétrique, car aucune contrainte n'est posée sur la distribution de référence ni qu'elle soit connue sous forme analytique.
On considère un échantillon de taille n d observations d'une variable et un fonction de répartition de référence $F(x)$.
Le test de Kolmogorov consiste à tester l'hypothèse H_0 selon laquelle l'échantillon a été prélevé dans une population de fonction de répartition $F(x)$.
On calcule la statistique de Kolmogorov D dont la distribution est connue sous H_0.

Test de conformité à une loi théorique

Test de Kolmogorov-Smirnov

C'est un test non-paramétrique, car aucune contrainte n'est posée sur la distribution de référence ni qu'elle soit connue sous forme analytique.

On considère un échantillon de taille n d observations d'une variable et un fonction de répartition de référence $F(x)$.

Le test de Kolmogorov consiste à tester l'hypothèse H_0 selon laquelle l'échantillon a été prélevé dans une population de fonction de répartition $F(x)$.

On calcule la statistique de Kolmogorov D dont la distribution est connue sous H_0.

La statistique de Kolmogorov-Smirnov est

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} \left| F_n(x) - F(x) \right|,$$

Test de conformité à une loi théorique

Test de Kolmogorov-Smirnov

C'est un test non-paramétrique, car aucune contrainte n'est posée sur la distribution de référence ni qu'elle soit connue sous forme analytique.
On considère un échantillon de taille n d observations d'une variable et un fonction de répartition de référence $F(x)$.
Le test de Kolmogorov consiste à tester l'hypothèse H_0 selon laquelle l'échantillon a été prélevé dans une population de fonction de répartition $F(x)$.
On calcule la statistique de Kolmogorov D dont la distribution est connue sous H_0.
La statistique de Kolmogorov-Smirnov est

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} \left| F_n(x) - F(x) \right|,$$

Décision : Si $D_n > \frac{c}{\sqrt{n}}$, on rejette H_0, c étant une valeur tabulée dépendant de n et de α.

Test de conformité à une loi théorique

Example

En lançant 60 fois un dé, un joueur obtient les résultats suivants :

Faces	1	2	3	4	5	6
Effectifs	15	7	4	11	6	17

Le dé est-il truqué ?

Test de conformité à une loi théorique

Example

En lançant 60 fois un dé, un joueur obtient les résultats suivants :

Faces	1	2	3	4	5	6
Effectifs	15	7	4	11	6	17

Le dé est-il truqué ?

Example

On réalise des essais de greffage sur 3000 échantillon comportant chacun 6 arbustes identiques sur lesquels on implante un greffon. On note X la v.a. qui prend pour valeurs le nombre x de réussite dans chaque échantillon.

Nombre de réussites	0	1	2	3	4	5	6
Nombre d'échantillons	702	977	710	402	153	48	8

Est-ce que l'hypothèse que la v.a. X suit une loi de Poisson de paramètre λ inconnu est acceptable au risque $\alpha = 0,05$?

Test de conformité à une loi théorique

Test de normalité

C'est une méthode pour visualiser les chances qu'a une distribution d'être gaussienne. Elle permet la lecture rapide de sa moyenne et de écart-type.

Test de conformité à une loi théorique

Test de normalité

C'est une méthode pour visualiser les chances qu'a une distribution d'être gaussienne. Elle permet la lecture rapide de sa moyenne et de écart-type. On commence par déterminer la moyenne $\overline{x}$ et la variance σ^2 de la variable X,

Test de conformité à une loi théorique

Test de normalité

C'est une méthode pour visualiser les chances qu'a une distribution d'être gaussienne. Elle permet la lecture rapide de sa moyenne et de écart-type. On commence par déterminer la moyenne $\overline{x}$ et la variance σ^2 de la variable X, et en considérant Z
une v.a. de loi normale centrée réduite, on a

$$\mathbb{P}\left(X \leq x_i\right) = \mathbb{P}\left(\frac{X - \overline{x}}{\sigma} \leq \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}\right) = \mathbb{P}\left(Z \leq y_i\right) = \Phi\left(y_i\right)$$

où $y_i = \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}$.

Test de conformité à une loi théorique

Test de normalité

C'est une méthode pour visualiser les chances qu'a une distribution d'être gaussienne. Elle permet la lecture rapide de sa moyenne et de écart-type. On commence par déterminer la moyenne $\overline{x}$ et la variance σ^2 de la variable X, et en considérant Z
une v.a. de loi normale centrée réduite, on a

$$\mathbb{P}\left(X \leq x_i\right) = \mathbb{P}\left(\frac{X-\overline{x}}{\sigma} \leq \frac{x_i-\overline{x}}{\sigma}\right) = \mathbb{P}\left(Z \leq y_i\right) = \Phi\left(y_i\right)$$

où $y_i = \frac{x_i-\overline{x}}{\sigma}$.
Pour chaque valeur de x_i de la v.a. X, on peut calculer $\mathbb{P}\left(X \leq x_i\right)$ puis en déduire y_i tel que $\Phi\left(y_i\right) = \mathbb{P}\left(X \leq x_i\right)$.

Test de conformité à une loi théorique

Test de normalité

C'est une méthode pour visualiser les chances qu'a une distribution d'être gaussienne. Elle permet la lecture rapide de sa moyenne et de écart-type. On commence par déterminer la moyenne $\overline{x}$ et la variance σ^2 de la variable X, et en considérant Z
une v.a. de loi normale centrée réduite, on a

$$\mathbb{P}\left(X \leq x_i\right) = \mathbb{P}\left(\frac{X - \overline{x}}{\sigma} \leq \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}\right) = \mathbb{P}\left(Z \leq y_i\right) = \Phi\left(y_i\right)$$

où $y_i = \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma}$.
Pour chaque valeur de x_i de la v.a. X, on peut calculer $\mathbb{P}\left(X \leq x_i\right)$ puis en déduire y_i tel que $\Phi\left(y_i\right) = \mathbb{P}\left(X \leq x_i\right)$.
Si la variable est gaussienne, les points de coordonnées $\left(x_i, y_i\right)$ sont alignés sur la droite d'équation $y = \frac{x - \overline{x}}{\sigma}$.

Test de conformité à une loi théorique

Test de normalité

Example

On relève la taille de 300 individus et on obtient le tableau suivant :

Classes	$]155, 160]$	$]160, 165]$	$]165, 170]$	$]170, 175]$
Effectifs	3	6	33	105
Classes	$]175, 180]$	$]180, 185]$	$]185, 190]$	
Effectifs	99	48	6	

Tester la normalité de la distribution de la taille des individus.

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \leq p_0$ contre $H_1 : p > p_0$)

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \leq p_0$ contre $H_1 : p > p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \leq p_0$ contre $H_1 : p > p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \leq p_0$ contre $H_1 : p > p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p > p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \leq p_0$ contre $H_1 : p > p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha =]-\infty, z_{1-\alpha}]$

$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{Z \leq z_{1-\alpha}\}$, avec $\widehat{p}$ la valeur estimée de la proportion.

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p < p_0$

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p < p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \geq p_0$ contre $H_1 : p < p_0$)

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p < p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \geq p_0$ contre $H_1 : p < p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p < p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \geq p_0$ contre $H_1 : p < p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p < p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \geq p_0$ contre $H_1 : p < p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une proportion

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p < p_0$
(même procédure pour tester $H_0 : p \geq p_0$ contre $H_1 : p < p_0$)

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{Z \geq -z_{1-\alpha}\}$, avec $\widehat{p}$ la valeur estimée de la proportion.

Test de conformité d'une proportion

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p \neq p_0$

Test de conformité d'une proportion

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p \neq p_0$

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$

Test de conformité d'une proportion

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p \neq p_0$

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de conformité d'une proportion

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p \neq p_0$

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p}-p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une proportion

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p = p_0$ contre $H_1 : p \neq p_0$

Statistique	$Z = \frac{\sqrt{n}(\widehat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$

$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}$, avec $\widehat{p}$ la valeur estimée de la proportion.

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$

Test de comparaison de deux proportions
Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \leq p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$)

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \leq p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \leq p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \leq p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \leq p_2$ contre $H_1 : p_1 > p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \leq z_{1-\alpha}\right\}$, avec $\widehat{p} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$.

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \geq p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$)

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \geq p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \geq p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \geq p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux proportions

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$
(même procédure pour tester $H_0 : p_1 \geq p_2$ contre $H_1 : p_1 < p_2$)

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\alpha}, +\infty\right[$

$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \geq -z_{1-\alpha}\right\}$, avec $\widehat{p} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}$.

Test de comparaison de deux proportions

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 \neq p_2$

Test de comparaison de deux proportions

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 \neq p_2$

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$

Test de comparaison de deux proportions

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 \neq p_2$

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de comparaison de deux proportions

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 \neq p_2$

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux proportions

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : p_1 = p_2$ contre $H_1 : p_1 \neq p_2$

Statistique	$Z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$

$$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}, \text{ avec } \widehat{p} = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2}.$$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \{Z \leq z_{1-\alpha}\}$$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \leq z_{1-\alpha}\right\}$$

- • σ inconnue

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \leq z_{1-\alpha}\right\}$$

- • σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n-1}}$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \leq z_{1-\alpha}\right\}$$

- • σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{Z \leq z_{1-\alpha}\}$$

- • σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \leq \mu_0$ contre $H_1 : \mu > \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

$$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \leq z_{1-\alpha}\right\}$$

- • σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, t_{1-\alpha}\right]$

$$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{T \leq t_{1-\alpha}\right\}$$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \{Z \geq -z_{1-\alpha}\}$$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{Z \geq -z_{1-\alpha}\}$$

- σ inconnue

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \{Z \geq -z_{1-\alpha}\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}}$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{Z \geq -z_{1-\alpha}\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1-\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{Z \geq -z_{1-\alpha}\right\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une moyenne

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu \geq \mu_0$ contre $H_1 : \mu < \mu_0$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{Z \geq -z_{1-\alpha}\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-t_{1-\alpha}, +\infty[$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{T \geq -t_{1-\alpha}\}$$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

- σ inconnue

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}}$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une moyenne

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu = \mu_0$ contre $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2}}, +t_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ -t_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq T \leq t_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

- σ inconnue

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left]-\infty, z_{1-\alpha}\right]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha =]-\infty, z_{1-\alpha}]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 > \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha =]-\infty, z_{1-\alpha}]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha =]-\infty, t_{1-\alpha}]$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

- σ inconnue

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux moyennes

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$
(même procédure pour tester $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 < \mu_2$)

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-z_{1-\alpha}, +\infty[$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [-t_{1-\alpha}, +\infty[$

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

- σ inconnue

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0, 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux moyennes

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ contre $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

- σ connue

Statistique	$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-z_{1-\frac{\alpha}{2}}, +z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

- σ inconnue

Statistique	$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\left(\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}} \rightsquigarrow \mathcal{T}_{n_1+n_2-2}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2}}, +t_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2}$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [0, k_{1-\alpha}]$

$\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\left\{K > k_{1-\alpha}\right\}$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2}$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une variance

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = [k_{1-\alpha}, +\infty[$

$\alpha = \mathbb{P}_{H_0}\{K < k_{1-\alpha}\}$

Test de conformité d'une variance

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Test de conformité d'une variance

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2}$

Test de conformité d'une variance

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$

Test de conformité d'une variance

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	

Test de conformité d'une variance

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$K = \frac{nS^2}{\sigma_0^2} \rightsquigarrow \chi^2_{n-1}$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[k_{\frac{\alpha}{2}} , k_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$$\alpha/2 = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ K \leq k_{\frac{\alpha}{2}} \right\} \text{ et } \alpha/2 = \mathbb{P}_{H_0} \left\{ K \geq k_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}}$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 1

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \leq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma > \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[0, f_{1-\alpha}\right]$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}}$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$F = \dfrac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux variances

Test unilatéral 2

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$
(même procédure pour tester $H_0 : \sigma \geq \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma < \sigma_0$)

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[f_{1-\alpha}, +\infty\right[$

Test de comparaison de deux variances

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Test de comparaison de deux variances

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}}$

Test de comparaison de deux variances

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}(n_1 - 1, n_2 - 1)$

Test de comparaison de deux variances

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(n_1 - 1, n_2 - 1\right)$
Intervalle d'acceptation	

Test de comparaison de deux variances

Test bilatéral

On désire tester $H_0 : \sigma = \sigma_0$ contre $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$

Statistique	$F = \frac{\frac{n_1 S_1^2}{n_1 - 1}}{\frac{n_2 S_2^2}{n_2 - 1}} \rightsquigarrow \mathcal{F}(n_1 - 1, n_2 - 1)$
Intervalle d'acceptation	$I_\alpha = \left[f_{\frac{\alpha}{2}}, f_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

$\alpha/2 = \mathbb{P}_{H_0}\left\{ Z \leq f_{\frac{\alpha}{2}} \right\}$ et $\alpha/2 = \mathbb{P}_{H_0}\left\{ Z \geq f_{1-\frac{\alpha}{2}} \right\}$.

Examples

Example

Une machine a produit dans le passé des rondelles ayant une épaisseur de $0,05$ cm. Pour déterminer si la machine est encore en état de marche, on choisit un échantillon de 10 rondelles dont les épaisseurs ont une moyenne de $0,053$ cm et un écart-type de $0,003$ cm.
Tester l'hypothèse qui affirme que la machine est en état de marche au seuil de signification $\alpha = 0,05$ et $\alpha = 0,01$.

Examples

Example

Deux groupes A et B, se composent chacun de 100 personnes atteintes d'une même maladie. On administre du sérum au groupe A mais pas au groupe B (que l'on appelle le groupe de contrôle); mais les deux groupes sont traités de la même manière. On a remarqué que 75 malades du groupe A et 65 du groupe B ont guéri.

1. Tester l'hypothèse que le sérum est une aide efficace dans la guérison de la maladie, en considérant un niveau de signification α de $0,01$; $0,05$ et $0,1$.
2. Refaire le même test en considérant des groupes de 300 personnes, sachant qu'il y a eu 225 personnes guéris dans le groupe A et 195 personnes dans le groupe B.

Examples

Example

Dans deux départements (A et B) de mathématiques, les notes de statistique des étudiants suivent des lois normales dont les écart-type sont σ_A et σ_B. Un échantillon de $n_A = 9$ notes d'étudiants de département A a donné un écart-type $S_A = 5$. Un échantillon de $n_B = 25$ notes d'étudiants de département B a donné un écart-type $S_B = 3$.
Tester l'hypothèse $H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ contre l'hypothèse $H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$ au risque α de $0,01$; $0,05$ et $0,1$.

Analyse de la variance (ANOVA)

On considère k échantillon issus de lois normales et de tailles respectives $n_1, \cdots, n_k$. On suppose qu'un facteur A de niveaux $A_1, \cdots, A_k$, influe sur les moyennes mais pas sur les variances.

Analyse de la variance (ANOVA)

On considère k échantillon issus de lois normales et de tailles respectives $n_1, \cdots, n_k$. On suppose qu'un facteur A de niveaux $A_1, \cdots, A_k$, influe sur les moyennes mais pas sur les variances.
En supposant que pour tout $i = 1, \cdots, k$, on a $\sigma_i^2 = \sigma^2$, on désire tester
$H_0 : \mu = \mu_1 = \cdots = \mu_k$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\mu_i \neq \mu_j$

Analyse de la variance (ANOVA)

On considère k échantillon issus de lois normales et de tailles respectives $n_1, \cdots, n_k$. On suppose qu'un facteur A de niveaux $A_1, \cdots, A_k$, influe sur les moyennes mais pas sur les variances.
En supposant que pour tout $i = 1, \cdots, k$, on a $\sigma_i^2 = \sigma^2$, on désire tester $H_0 : \mu = \mu_1 = \cdots = \mu_k$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\mu_i \neq \mu_j$
Pour cela, on construit le tableau

A_1	A_2	$\cdots$	A_i	$\cdots$	A_k
x_{11}	x_{21}	$\cdots$	x_{i1}	$\cdots$	x_{k1}
x_{12}	x_{22}	$\cdots$	x_{i2}	$\cdots$	x_{k2}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
x_{1n_1}	x_{2n_2}	$\cdots$	x_{in_i}	$\cdots$	x_{kn_k}
$\overline{x}_1$	$\overline{x}_2$	$\cdots$	$\overline{x}_i$	$\cdots$	$\overline{x}_k$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que $\overline{X_i} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_j} x_{ij}$ et que $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ et en posant $X_{ij} - \overline{X} = \left(X_{ij} - \overline{X_i}\right) + \left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)$ on obtient l'équation de l'analyse de la variance

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)^2.$$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que $\overline{X_i} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_j} x_{ij}$ et que $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ et en posant $X_{ij} - \overline{X} = \left(X_{ij} - \overline{X_i}\right) + \left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)$ on obtient l'équation de l'analyse de la variance

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)^2.$$

Alors, la variance totale est égale à

$$S^2 = S_R^2 + S_A^2, \text{formule d'analyse de variance}$$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que $\overline{X_i} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_j} x_{ij}$ et que $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ et en posant $X_{ij} - \overline{X} = \left(X_{ij} - \overline{X_i}\right) + \left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)$ on obtient l'équation de l'analyse de la variance

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)^2.$$

Alors, la variance totale est égale à

$$S^2 = S_R^2 + S_A^2, \text{formule d'analyse de variance}$$

$S_R^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i S_i^2$ est la moyenne des variances à l'intérieur de chaque échantillon appelée variance résiduelle.

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que $\overline{X_i} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_j} x_{ij}$ et que $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ et en posant $X_{ij} - \overline{X} = \left(X_{ij} - \overline{X_i}\right) + \left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)$ on obtient l'équation de l'analyse de la variance

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)^2.$$

Alors, la variance totale est égale à

$$S^2 = S_R^2 + S_A^2, \text{formule d'analyse de variance}$$

$S_R^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_i}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i S_i^2$ est la moyenne des variances à l'intérieur de chaque échantillon appelée variance résiduelle.

$S_A^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(\overline{X_i} - \overline{X}\right)^2$ est la variance des moyennes (variance due au facteur).

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que

$$\frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n_i - 1\right) \text{ et } \frac{nS_R^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(\sum_{i=1}^{k}\left(n_i - 1\right) = n - k\right).$$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que

$$\frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n_i - 1\right) \text{ et } \frac{nS_R^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(\sum_{i=1}^{k}\left(n_i - 1\right) = n - k\right).$$

Sous H_0

$$\frac{nS^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n - 1\right) \text{ et } \frac{nS_A^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(k - 1\right),$$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que

$$\frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n_i - 1\right) \text{ et } \frac{nS_R^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(\sum_{i=1}^{k}\left(n_i - 1\right) = n - k\right).$$

Sous H_0

$$\frac{nS^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n - 1\right) \text{ et } \frac{nS_A^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(k - 1\right),$$

alors

$$\frac{\frac{S_A^2}{k-1}}{\frac{S_R^2}{n-k}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(k - 1, n - k\right)$$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que

$$\frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n_i - 1\right) \text{ et } \frac{nS_R^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(\sum_{i=1}^{k}\left(n_i - 1\right) = n - k\right).$$

Sous H_0

$$\frac{nS^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n - 1\right) \text{ et } \frac{nS_A^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(k - 1\right),$$

alors

$$\frac{\frac{S_A^2}{k-1}}{\frac{S_R^2}{n-k}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(k - 1, n - k\right)$$

au seuil α on rejette H_0 si $F_c = \frac{s_A^2}{k-1}\frac{n-k}{s^2} \geq F_{k-1,n-k}\left(\alpha\right),$

Analyse de la variance (ANOVA)

Sachant que

$$\frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n_i - 1\right) \text{ et } \frac{nS_R^2}{\sigma^2} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i S_i^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(\sum_{i=1}^{k}\left(n_i - 1\right) = n - k\right).$$

Sous H_0

$$\frac{nS^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(n - 1\right) \text{ et } \frac{nS_A^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \chi^2\left(k - 1\right),$$

alors

$$\frac{\frac{S_A^2}{k-1}}{\frac{S_R^2}{n-k}} \rightsquigarrow \mathcal{F}\left(k - 1, n - k\right)$$

au seuil α on rejette H_0 si $F_c = \frac{s_A^2}{k-1}\frac{n-k}{s^2} \geq F_{k-1,n-k}\left(\alpha\right)$, et dans ce cas le carré moyen résiduel $\frac{nS_R^2}{n-k}$ est un estimateur sans biais de σ^2.

Test de Bartlett

Dans l'analyse de la variance les populations sont supposées de même variance. Il faut normalement tester cette hypothèse i.e. Tester $H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_k^2$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$.

Test de Bartlett

Dans l'analyse de la variance les populations sont supposées de même variance. Il faut normalement tester cette hypothèse i.e. Tester $H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_k^2$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$.
Avec les mêmes notations que précedemment on a sous H_0 la v.a.

$$B = \frac{1}{\lambda}\left[(n-k)\ln S_R^2 - \sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)\ln S_i^2\right] \rightsquigarrow \chi^2(k-1)$$

Test de Bartlett

Dans l'analyse de la variance les populations sont supposées de même variance. Il faut normalement tester cette hypothèse i.e. Tester $H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_k^2$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$.
Avec les mêmes notations que précedemment on a sous H_0 la v.a.

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\lambda}\left[(n-k)\ln S_R^2 - \sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\ln S_i^2\right] \rightsquigarrow \chi^2(k-1) \\ \text{avec } \lambda &= 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left[\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i-1}\right) - \frac{1}{n-k}\right]. \end{aligned}$$

Test de Bartlett

Dans l'analyse de la variance les populations sont supposées de même variance. Il faut normalement tester cette hypothèse i.e. Tester $H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_k^2$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$.
Avec les mêmes notations que précedemment on a sous H_0 la v.a.

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\lambda}\left[(n-k)\ln S_R^2 - \sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\ln S_i^2\right] \rightsquigarrow \chi^2(k-1) \\ \text{avec } \lambda &= 1+\frac{1}{3(k-1)}\left[\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i-1}\right)-\frac{1}{n-k}\right]. \end{aligned}$$

On calcule la valeur b prise par la v.a. B.

Test de Bartlett

Dans l'analyse de la variance les populations sont supposées de même variance. Il faut normalement tester cette hypothèse i.e. Tester
$H_0 : \sigma_1^2 = \cdots = \sigma_k^2$ contre $H_1 : \exists i, j = 1, \cdots, k$ tel que $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$.
Avec les mêmes notations que précedemment on a sous H_0 la v.a.

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\lambda}\left[(n-k)\ln S_R^2 - \sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\ln S_i^2\right] \rightsquigarrow \chi^2(k-1) \\ \text{avec } \lambda &= 1 + \frac{1}{3(k-1)}\left[\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i-1}\right) - \frac{1}{n-k}\right]. \end{aligned}$$

On calcule la valeur b prise par la v.a. B.
Si $b \geq \chi_\alpha^2(k-1)$ on rejette l'hypothèse H_0.

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Procédure : On classe la totalité des valeurs des k échantillons par ordre croissant, en reppérant de quel échantillon provient chacune des mesures. Ensuite on détermine le rang et en cas d'ex-aequo, on fait comme pour le test de spearman.

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Procédure : On classe la totalité des valeurs des k échantillons par ordre croissant, en reppérant de quel échantillon provient chacune des mesures. Ensuite on détermine le rang et en cas d'ex-aequo, on fait comme pour le test de spearman. Pour chaque échantillon E_i, on note r_i, la somme des rangs des valeurs de cet échantillon, puis on calcule le nombre

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Procédure : On classe la totalité des valeurs des k échantillons par ordre croissant, en reppérant de quel échantillon provient chacune des mesures. Ensuite on détermine le rang et en cas d'ex-aequo, on fait comme pour le test de spearman. Pour chaque échantillon E_i, on note r_i, la somme des rangs des valeurs de cet échantillon, puis on calcule le nombre

$$h = \frac{12}{n\left(n+1\right)}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i^2}{n_i}\right) - 3\left(n+1\right).$$

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Procédure : On classe la totalité des valeurs des k échantillons par ordre croissant, en reppérant de quel échantillon provient chacune des mesures. Ensuite on détermine le rang et en cas d'ex-aequo, on fait comme pour le test de spearman. Pour chaque échantillon E_i, on note r_i, la somme des rangs des valeurs de cet échantillon, puis on calcule le nombre

$$h = \frac{12}{n\left(n+1\right)}\left(\sum_{i=1}^{k}\frac{r_i^2}{n_i}\right) - 3\left(n+1\right).$$

Décision : Soit H la v.a. qui prend la valeur h.

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Procédure : On classe la totalité des valeurs des k échantillons par ordre croissant, en reppérant de quel échantillon provient chacune des mesures. Ensuite on détermine le rang et en cas d'ex-aequo, on fait comme pour le test de spearman. Pour chaque échantillon E_i, on note r_i, la somme des rangs des valeurs de cet échantillon, puis on calcule le nombre

$$h = \frac{12}{n\,(n+1)} \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{r_i^2}{n_i} \right) - 3\,(n+1)\,.$$

Décision : Soit H la v.a. qui prend la valeur h.

- Si $\forall i, n_i > 5$, alors sous H_0, $H \rightsquigarrow \chi^2\,(k-1)$. Dans la table de Khi2, on lit la valeur χ^2_α et on rejette H_0 si $h \geq \chi^2_\alpha$.

Test de Kruskal et Wallis

C'est l'équivalent non-paramétrique de l'analyse de la variance à un facteur, quand on a des échantillons de petites tailles de populations de lois inconnues.

Procédure : On classe la totalité des valeurs des k échantillons par ordre croissant, en reppérant de quel échantillon provient chacune des mesures. Ensuite on détermine le rang et en cas d'ex-aequo, on fait comme pour le test de spearman. Pour chaque échantillon E_i, on note r_i, la somme des rangs des valeurs de cet échantillon, puis on calcule le nombre

$$h = \frac{12}{n\,(n+1)} \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{r_i^2}{n_i} \right) - 3\,(n+1)\,.$$

Décision : Soit H la v.a. qui prend la valeur h.

- Si $\forall i, n_i > 5$, alors sous H_0, $H \rightsquigarrow \chi^2\,(k-1)$. Dans la table de Khi2, on lit la valeur χ^2_α et on rejette H_0 si $h \geq \chi^2_\alpha$.
- Si les $n_i \leq 5$, on a des tables de Kruskal-Wallis qui donnent la valeur h_α telle que $\mathbb{P}\,(h \geq h_\alpha)$. On rejette H_0 si $h \geq h_\alpha$.

Examples

Example

A la mi-mai, 32 ruches élevées dans des conditions identiques et donc de force très comparables, sont réparties en 4 lots de 8 ruches chacun sur les pâturages d'un même versant de montagne mais à des altitudes différentes. La production de miel récoltée à la fin juillet, exprimée en kg, se distribue comme suit :

Rucher 1 (1480 m)	12	17	13	15	10	15	11	14
Rucher 2 (1700 m)	11	15	14	19	16	12	10	8
Rucher 3 (1850 m)	12	7	13	14	11	10	14	9
Rucher 4 (1960 m)	8	12	14	9	11	11	6	11

Commentez l'effet global de l'altitude sur la production de miel

1. Dans le cas où les populations sont supposées gaussiennes, et en prenant le temps de valider par un test préalable une autre hypothèse nécessaire.
2. Dans le cas où les populations sont inconnues.

Test de Mann et Whitney

On dispose des mesures des valeurs de X dans deux échantillons indépendants E_1 et E_2, de tailles respectives n_1 et n_2. On souhaite comparer les deux moyennes expérimentales, c'est-à-dire tester l'hypothèse nulle $H_0 : \mu_1 = \mu_2$.
On commence par trier les valeurs obtenues dans la réunion des deux échantillons par ordre croissant. Pour chaque valeur x_i issue de E_1, on compte le nombre de valeurs issues de E_2 situées après lui dans la liste ordonnée (celles qui sont égales à x_i ne comptent que pour $\frac{1}{2}$). On note u_1 la somme des nombres ainsi associés aux différentes valeurs issues de E_1. On fait de même en échangeant les rôles des deux échantillons, ce qui donne la somme u_2.

Test de Mann et Whitney

Soit u la plus petite des deux sommes obtenues : $u = \min\{u_1, u_2\}$.
On note U la variable aléatoire associée.

- Pour n_1 et n_2 quelconques, on lit dans les tables du test de Mann et Whitney le nombre m_α tel que, sous H_0, $\mathbb{P}(U \leq m_\alpha) = \alpha$. On rejette H_0 au risque d'erreur α si $u \leq m_\alpha$.
- Si n_1 et n_2 sont assez grands (20 en général), sous H_0, U suit approximativement la loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ avec

$$\mu = \frac{n_1 n_2}{2} \text{ et } \sigma = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

  On lit u_α dans la table de l'écart réduit de la loi normale tel que $\mathbb{P}(|U| \geq u_\alpha) = \alpha$, on calcule $z = \frac{u-\mu}{\sigma}$ et on rejette H_0 au risque d'erreur α si $z \notin]-z_\alpha, z_\alpha[$.

Test de Wilcoxon

On dispose de deux échantillons appariés E_1 et E_2, c'est-à-dire que chaque valeur de E_1 est associée à une valeur de E_2. On teste l'hypothèse nulle $H_0 : \mu_1 = \mu_2$.
On calcule les différences entre les valeurs appariées, puis on les classe par ordre croissant des valeurs absolues, en omettant les différences nulles. On affecte à chaque différence non nulle son rang dans le classement (ou la moyenne de ses rangs en cas d'ex-æquo). On note w_+ la somme des rangs des différences strictement positives, w_- la somme des rangs des différences strictement négatives; on vérifie que

$$w_+ + w_- = \frac{N(N+1)}{2}, \text{ où } N \text{ désigne le nombre de différences non nulles.}$$

On note $w = \min\{w_+, w_-\}$ et soit W la variable aléatoire associée.

Test de Wilcoxon

On note $w = \min\{w_+, w_-\}$ et soit W la variable aléatoire associée.

- Si $N \leq 25$, on lit dans les tables du test de Wilcoxon le nombre w_α tel que, sous H_0, $\mathbb{P}(U \geq w_\alpha) = \alpha$. On rejette H_0 au risque d'erreur α si $w \geq w_\alpha$.
- Si $N > 25$, sous H_0, W suit approximativement la $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ avec

$$\mu = \frac{N(N+1)}{2} \text{ et } \sigma = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}},$$

on calcule $z = \frac{w-\mu}{\sigma}$ et on la compare à z_α lu dans la table de la loi normale centrée réduite. On conclut comme à l'habitude.

Examples

Example

Comparer les moyennes des échantillons :

E1	30	98	20	52	36	59	85	94		
E2	93	125	113	76	32	86	72	142	96	38

On ne dispose d'aucune hypothèse sur la loi suivie par la variable aléatoire étudiée au niveau des populations.

Examples

Example

Un chimiste a mis au point une méthode de dosage du principe actif contenu dans des comprimés pharmaceutiques. Il décide de la comparer à une méthode de référence. Pour cela il dose 12 comprimés par les deux méthodes, avec les résultats suivants (quantité de principe actif en mg, pour chaque comprimé) :

n° comprimé	Référence	Test	n° comprimé	Référence	Test
1	9,2	9,5	7	10,0	10,1
2	10,0	9,0	8	10,3	9,3
3	9,0	8,8	9	10,2	9,0
4	9,4	9,5	10	10,2	9,7
5	10,1	9,1	11	9,8	9,1
6	9,5	10,0	12	10,1	9,3

Y a-t-il une différence significative entre les résultats des deux méthodes?