Домашня робота з курсу “Теоретична механіка”

Студента 3 курсу групи МП-31 Захарова Дмитра

30 жовтня 2023 р.

Завдання 2.

Розв’язок (прискорення точки B) Скористаємося рівнянням Рівальса взявши точку A за полюс:

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + [\boldsymbol{\varepsilon} \times \vec{AB}] - \Omega^2 \cdot \vec{AB}$$

Прискорення $\boldsymbol{a}_A = -\omega^2 \vec{OA}$ – лише доцентрове. Вектор $[\boldsymbol{\varepsilon} \times \vec{AB}] = \varepsilon \cdot AB \cdot \vec{OA}$. Таким чином:

$$\boldsymbol{a}_B = (\varepsilon \cdot AB - \omega^2) \cdot \vec{OA} - \Omega^2 \cdot \vec{AB}$$

Оскільки вектора $\vec{OA}$ та $\vec{AB}$ перпендикулярні, то

$$a_B^2 = (\varepsilon \cdot AB - \omega^2)^2 + \Omega^4$$

Всі ці значення ми знаходили. Підставивши, отримаємо $a_B = 4\sqrt{2}$ м/с^2.

Завдання 4.

Розв’язок.

Швидкість точки A знаходимо як (миттєвий центр швидкості колеса це точка дотику D):

$$v_A = \omega \cdot AD = \omega \cdot R\sqrt{3} = v_0\sqrt{3}$$

Оскільки кут ABD дорівнює 30 градусів, то можемо спроектувати обидві швидкості на стрижень AB. Швидкість точки A цілком лежить на стрижні, а проєкція v_B на стрижень дорівнює $v_B \cdot \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}v_B}{2}$.

Таким чином $\frac{\sqrt{3}v_B}{2} = v_0\sqrt{3} \implies v_B = 2v_0$.

Для визначення кутової швидкості потрібно знайти миттєвий центр швидкості. З геометрії можна отримати, що ця точка знаходиться на відстані $6R$ над точкою B, а отже кутова швидкість $\Omega = \frac{v_B}{6R} = \frac{v_0}{3R}$.

Знайдемо прискорення. У точки A є лише доцентрова компонента, що дорівнює $a_A = \frac{v_0^2}{R}$ і направлена до центру. Обираємо її у якості полюсу, маємо:

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}_{BA}$$

Нехай кутове прискорення стрижня ε. Тоді у вектора $\boldsymbol{a}_{AB}$ є дві компоненти:

$$(\boldsymbol{a}_{AB})_n = \Omega^2 \cdot 3R,\ (\boldsymbol{a}_{AB})_\tau = \varepsilon \cdot 3R$$

Далі проєктуємо рівняння поля прискорень на вісь, що направлена вздовж AB та перпендикулярну їй. Отримаємо:

$$-a_B \sin\frac{\pi}{6} = -a_A \cos\frac{\pi}{6} + 3R\varepsilon,\ a_B \cos\frac{\pi}{6} = a_A \sin\frac{\pi}{6} + \Omega^2 \cdot 3R$$

Розв'язуючи це рівняння відносно a_B та ε, отримуємо:

$$a_B = \frac{5\sqrt{3}v_0^2}{9R},\ \varepsilon = \frac{2\sqrt{3}v_0^2}{27R^2}$$

Завдання 3.

Розв'язок. Спочатку застосовуємо формулу поля прискорень для точок AB, це дасть нам змогу знайти кутову швидкість та прискорення тіла. Нехай A – полюс, тоді:

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}_{BA}$$

Прискорення $\boldsymbol{a}_{BA}$ складається з двох компонент:

$$(\boldsymbol{a}_{BA})_n = \omega^2 \cdot AB,\ (\boldsymbol{a}_{BA})_\tau = \varepsilon \cdot AB$$

Далі проєктуємо наше рівняння поля прискорень на сторону AB та на перпендикулярну вісь до неї. Отримаємо

$$\varepsilon \cdot AB = a_A \sin\frac{\pi}{3},\ a_B = -a_A \cos\frac{\pi}{3} + \omega^2 \cdot AB$$

Враховуючи $a_A = a_B =: a$, $AB = AC = BC := L$ маємо:

$$\varepsilon = \frac{a\sqrt{3}}{2L},\ \omega = \sqrt{\frac{3a}{2L}}$$

Знаючи ці дві величини, можемо так само взяти, наприклад, точки C та A, спроєктувати їх прискорення на AC та перпендикулярну вісь.

Тоді проєкція $\boldsymbol{a}_C$ на сторону CA буде дорівнювати $\frac{a}{2}$, а на перпендикулярну вісь $a\frac{\sqrt{3}}{2}$. Отже модуль $a_C = a$, а якщо знайти векторну суму, то вона буде направлена вздовж CB.