



Контрольна робота.

Продовження (10/10)

Контрольна робота з курсу “Методи оптимізації” (Транспортна задача)

студента 2 курсу групи МП-21

Захарова Д.О.

Варіант 6

Умова. Розв'язати транспортну задачу (знайти мінімальну кількість перевезень.
У таблиці вказано вартість перевезень).

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2	3	4	5	6	1123
A_2	5	2	1	3	4	1049
A_3	2	4	3	8	5	1026
A_4	3	1	7	2	6	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Розв'язок. Спочатку знайдемо базовий (не обов'язково оптимальний) розв'язок.
У ступені числа будемо позначити кількість перевезенної продукції. Отже поки в
усіх місцях поставимо 0:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[0]	3 ^[0]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[0]	1 ^[0]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[0]	8 ^[0]	5 ^[0]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0]	7 ^[0]	2 ^[0]	6 ^[0]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Далі будемо знаходити базовий розв'язок методом північно-західного кута. У
верхній лівий кут ставимо 1042:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[0]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[0]	1 ^[0]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[0]	8 ^[0]	5 ^[0]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0]	7 ^[0]	2 ^[0]	6 ^[0]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Отже споживача B_1 ми вже задовільнили. Рухаємось праворуч: нам потрібно використати увесь запас відправника A_1 , тому в клітинці $A_1 B_2$ ставимо $1123 - 1042 = 81$:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[81]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[0]	1 ^[0]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[0]	8 ^[0]	5 ^[0]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0]	7 ^[0]	2 ^[0]	6 ^[0]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Продовжуємо заповнювати таблицю таким чином:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[81]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[697]	1 ^[352]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[634]	8 ^[392]	5 ^[0]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0]	7 ^[0]	2 ^[123]	6 ^[1015]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Звісно такий розв'язок не є оптимальним, проте на всяк випадок порахуємо втрати:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 c_{i,j} n_{i,j} = 15447$$

Доволі багатовато... Будемо зменшувати. Рахуємо цикли:

$$\begin{aligned}
t_{1,3} &= 4 - 1 + 2 - 3 = 2, \quad t_{1,4} = 5 - 8 + 3 - 1 + 2 - 3 = -2, \\
t_{1,5} &= 6 - 6 + 2 - 8 + 3 - 1 + 2 - 3 = -5, \quad t_{2,1} = 5 - 2 + 3 - 2 = 4, \\
t_{2,4} &= 3 - 1 + 3 - 8 = -3, \quad t_{2,5} = 4 - 6 + 2 - 8 + 3 - 1 = -6, \\
t_{3,1} &= 2 - 3 + 1 - 2 + 3 - 2 = -1, \quad t_{3,2} = 4 - 3 + 1 - 2 = 0, \\
t_{3,5} &= 5 - 6 + 2 - 8 = -7, \quad t_{4,1} = 3 - 2 + 8 - 3 + 1 - 2 + 3 - 2 = 6, \\
t_{4,2} &= 1 - 2 + 8 - 3 + 1 - 2 = 3, \quad t_{4,3} = 7 - 2 + 8 - 3 = 10
\end{aligned}$$

Знаходимо мінімальний — це $t_{3,5} = -7$, тобто обираємо цикл:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[81]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[697]	1 ^[352]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[634]	8 ^[392] ₋	5 ^[0] ₊	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0]	7 ^[0]	2 ^[123] ₊	6 ^[1015] ₋	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Мінімальне з набору $\{392, 1015\}$ — це 392, тому отримаємо нові значення:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[81]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[697]	1 ^[352]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[634]	8 ^[0]	5 ^[392]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0]	7 ^[0]	2 ^[515]	6 ^[623]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Знову рахуємо функцію втрат $\mathcal{L} = 12703$. Втрати дійсно стали менші. Знову рахуємо цикли:

$$\begin{aligned}
t_{1,3} &= 2, \quad t_{1,4} = 5, \quad t_{1,5} = 2, \quad t_{2,1} = 4, \quad t_{2,4} = 4, \quad t_{2,5} = 1, \\
t_{3,1} &= -1, \quad t_{3,2} = 0, \quad t_{3,4} = 7, \quad t_{4,1} = -1, \quad t_{4,2} = -4, \quad t_{4,3} = 3
\end{aligned}$$

Мінімальне число — це $t_{4,2} = -4$. Тому маємо цикл:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[81]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[697] ₋	1 ^[352] ₊	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[634] ₋	8 ^[0]	5 ^[392] ₊	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[0] ₊	7 ^[0]	2 ^[515]	6 ^[623] ₋	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

З набору $\{623, 634, 697\}$ мінімальним є 623, отже маємо нову таблицю:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042]	3 ^[81]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[74]	1 ^[975]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0]	4 ^[0]	3 ^[11]	8 ^[0]	5 ^[1015]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[623]	7 ^[0]	2 ^[515]	6 ^[0]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Нове значення втрат $\mathcal{L} = 10211$. Рахуємо нові значення циклів:

$$t_{1,3} = 2, t_{1,4} = 1, t_{1,5} = 2, t_{2,1} = 4, t_{2,4} = 0, t_{2,5} = 1 \\ t_{3,1} = -1, t_{3,2} = 0, t_{3,4} = 3, t_{4,1} = 3, t_{4,3} = 7, t_{4,5} = 4$$

Мінімальним є $t_{3,1} = -1$, отже маємо цикл:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1042] ₋	3 ^[81] ₊	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[74] ₋	1 ^[975] ₊	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[0] ₊	4 ^[0]	3 ^[11] ₋	8 ^[0]	5 ^[1015]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[623]	7 ^[0]	2 ^[515]	6 ^[0]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Мінімальний з набору $\{11, 74, 1042\}$ є 11, отже змінюємо таблицю на наступну:

—	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Storage
A_1	2 ^[1031]	3 ^[92]	4 ^[0]	5 ^[0]	6 ^[0]	1123
A_2	5 ^[0]	2 ^[63]	1 ^[986]	3 ^[0]	4 ^[0]	1049
A_3	2 ^[11]	4 ^[0]	3 ^[0]	8 ^[0]	5 ^[1015]	1026
A_4	3 ^[0]	1 ^[623]	7 ^[0]	2 ^[515]	6 ^[0]	1138
Demand	1042	778	986	515	1015	—

Втрати цього разу: $\mathcal{L} = 10200$. Рахуємо нові значення циклів:

$$t_{1,3} = 2, t_{1,4} = 1, t_{1,5} = 1, t_{2,1} = 4, t_{2,4} = 0, t_{2,5} = 0 \\ t_{3,2} = 1, t_{3,3} = 1, t_{3,4} = 4, t_{4,1} = 3, t_{4,3} = 7, t_{4,5} = 3$$

Отже це і є наш результат.