

Домашня робота з чисельних метод лінійної алгебри #3

Студента 2 курсу групи МП-21 Захарова Дмитра

5 березня 2023 р.

Завдання 1

Умова. Знайти LU розклад матриці

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

Розв'язок. Отже, маємо такий добуток:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ell_{1,1} & 0 & 0 \\ \ell_{2,1} & \ell_{2,2} & 0 \\ \ell_{3,1} & \ell_{3,2} & \ell_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{1,2} & u_{1,3} \\ 0 & 1 & u_{2,3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Проходимося по першому стовпцю. Маємо:

$$\ell_{1,1} = 1, \ell_{2,1} = 4, \ell_{3,1} = 7$$

Проходимося по першому рядку. Маємо:

$$\ell_{1,1}u_{1,2} = 2 \rightarrow u_{1,2} = 2$$

$$\ell_{1,1}u_{1,3} = 3 \rightarrow u_{1,3} = 3$$

Тепер пройдемося по 2 стовпцю:

$$\ell_{2,1}u_{1,2} + \ell_{2,2} = 5 \rightarrow \ell_{2,2} = 5 - 4 \cdot 2 = 5 - 8 = -3$$

$$\ell_{3,1}u_{1,2} + \ell_{3,2} = 8 \rightarrow \ell_{3,2} = 8 - 7 \cdot 2 = -6$$

Нарешті по тому, що залишилось в 3 стовпці:

$$\ell_{2,1}u_{1,3} + \ell_{2,2}u_{2,3} = 6 \rightarrow u_{2,3} = \frac{6 - 3 \cdot 4}{-3} = 2$$

$$\ell_{3,1}u_{1,3} + \ell_{3,2}u_{2,3} + \ell_{3,3} = 9 \rightarrow \ell_{3,3} = 0$$

Отже, остаточно маємо:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 7 & -6 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$