

Домашня робота з курсу “Теоретична механіка”

Студента 3 курсу групи МП-31 Захарова Дмитра

7 грудня 2023 р.

Завдання 12.32

Умова. Див. рис. 1.

2. д.з. (39.19) На важкий круглий циліндр маси m посередині намотана нитка, кінець B якої нерухомо закріплений. Циліндр падає з нульовою початковою швидкістю, розмотуючи нитку. Його вісь A залишається при цьому горизонтальною. Визначте залежність швидкості v_A осі циліндра від висоти h , на яку вона опустилася. Знайдіть також силу T натягу нитки.

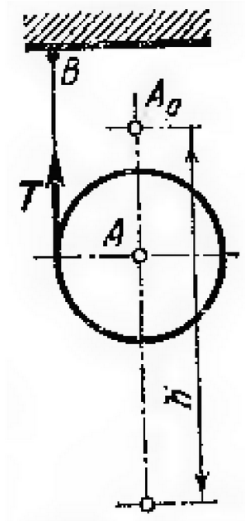


Рис. 1: Умова до завдання

Розв'язок. Нехай в деякий момент вісь циліндра має швидкість v . В такому разі кутова швидкість $\omega = \frac{v}{R}$. Отже повна кінетична енергія:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2}{4} \cdot \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{3mv^2}{4}$$

Розглянемо дуже малий проміжок часу. Тожі, зміна кінетичної енергії набувається за рахунок зміни потенціальної енергії за малий проміжок часу:

$$\frac{3mv\Delta v}{2} = mg\Delta h \implies \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = g \implies a = \frac{2g}{3}$$

З іншого боку, за другим законом Ньютона:

$$ma = mg - T \implies T = \frac{mg}{3}$$

Знайдемо швидкість як функцію від висоти. Швидкість через час t дорівнює $v(t) = at = \frac{2gt}{3}$. З іншого боку, функція висоти від часу $h = \frac{at^2}{2} = \frac{gt^2}{3} \implies t = \sqrt{\frac{3h}{g}}$. Тому

$$v(h) = \frac{2g}{3} \sqrt{\frac{3h}{g}} = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$$

Відповідь. $v = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}$, $T = \frac{mg}{3}$.