

# Домашня робота з чисельних метод лінійної алгебри #4

Студента 2 курсу групи МП-21 Захарова Дмитра

23 березня 2023 р.

## Завдання 1.

**Умова.** Переведіть у двійкову систему числення два цілих числа (на вибір): спочатку вручну, потім перевірте за допомогою *Python*.

**Розв'язок.** Візьмемо, наприклад, 108 та 456. Перше число розкладається як:

$$108 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

Отже:

$$108_{10} = 1101100_2$$

Друге число:

$$456 = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

Отже:

$$456_{10} = 111001000_2$$

Якщо перевірити на *Python* за допомогою функції `bin`, то результат дійсно такий.

## Завдання 2.

**Умова.** Переведіть у двійкову систему числення два дробових числа (на вибір): спочатку вручну, потім перевірте за допомогою *Python*. Хоча б одне з цих чисел має зображатися у вигляді нескінченного періодичного дробу.

**Розв’язок.** Візьмемо, наприклад, 0.8 та 0.9. Перше число:

$$\begin{aligned}2x &= 2 \cdot 0.8 = 1.6 > 1, \quad r_1 = 1, \quad x_1 = 2x - 1 = 0.6 \\2x_1 &= 2 \cdot 0.6 = 1.2 > 1, \quad r_2 = 1, \quad x_2 = 2x_1 - 1 = 0.2 \\2x_2 &= 2 \cdot 0.2 = 0.4 < 1, \quad r_3 = 0, \quad x_3 = 2x_2 = 0.4 \\2x_3 &= 2 \cdot 0.4 = 0.8 < 1, \quad r_4 = 0, \quad x_4 = 2x_3 = 1.6 \\&\dots\end{aligned}$$

Отже бачимо:

$$0.8 = 0.(1100)_2$$

Друге число:

$$2x = 2 \cdot 0.9 = 1.8 > 1, \quad r_1 = 1, \quad x_1 = 2x - 1 = 0.8$$

А далі все йде як у першому, тому:

$$0.9 = 0.1(1100)_2$$

## Завдання 3.

**Умова.** Запишіть подання одного числа (на вибір) у форматі з рухомою комою подвійної точності. Перевірте за допомогою онлайн сервісу.

**Розв’язок.** Візьмемо, наприклад,  $x = -10.9$ . Знак прибираємо, він лише впливає на перший біт. Переводимо 10.9:

$$10.9 = (1010).(1(1100))_2 = 1.0101(1100)_2 \cdot 2^3$$

Отже  $s = 1, e = 3, m = 1.0101(1100)_2$ . Далі переводимо  $e' = e + 1023 = 1026$  у двійкову систему:

$$1026 = 10000000010_2$$

Отже наш запис:

$$1|10000000010|010111001100\dots$$

Якщо перевірити на веб-сайті, поданому у завданні, запис виходить таким.

## Завдання 4.

**Умова.** Різниця  $123456789123456789.1 - 123456789123456788.1$  не дорівнює 1 у *Python*. Чому вона дорівнює? Як Ви можете це пояснити?

**Розв'язок.** Якщо підставити цю різницю у *Python*, то отримаємо 0. Спробуємо перевести два числа у *IEEE* формат:

$$\begin{aligned} 123456789123456789.1 &= \\ 0100001101111011011010011011010010111010110011010000010111110001_2 \\ 123456789123456788.1 &= \\ 0100001101111011011010011011010010111010110011010000010111110001_2 \end{aligned}$$

Ці числа є просто рівними, тому і різниця 0.

## Завдання 5.

**Умова.** Перевірте, чи є рівними в *Python* вирази  $6/2$  та  $0.6/0.2$ . Прокоментуйте результат.

**Розв'язок.** Ні, результати різні. Якщо поділити  $6/2$ , то маємо 3.0, а якщо  $0.6/0.2$ , то:

$$2.9999999999999996$$

Це виникає з того, що числа 6 та 0.6 (і відповідно 2, 0.2) мають кардинально різний двійковий запис. Ось наприклад так записується число 6:

0|100000000001|100

І як бачимо, тут немає ніякої періодичності, бо перед нами ціле число. А ось якщо взяти 0.6:

0|01111111110|001100110011001100110011001100110011001100110011

То тут бачимо, що у мантисі зберігається періодична частинка (0011), яка через обмеження в розмірі мантиси “обрізається” і виникає похибка. Аналогічно для 0.2, там вона теж виникає і обрізається. Таким чином, при діленні ми отримуємо зовсім інший, менш точний результат.