

# Домашня робота з курсу “Теоретична механіка”

Студента 3 курсу групи МП-31 Захарова Дмитра

7 грудня 2023 р.

## Завдання 12.34

**Умова.** Шків, який обертається з кутовою швидкістю  $\omega_0$ , гальмується за допомогою ручного гальма. З якою силою  $P$  треба натиснути на рукоятку, щоб шків зупинився через  $\tau$  секунд, якщо коефіцієнт тертя  $\mu$ , довжина рукоятки  $a$ ,  $OK = b$ , момент інерції шківа  $I$ , його радіус  $r$ . Визначити число обертів  $N$ , яке здійснює шків до його зупинки.

**Розв’язок.** Щоб рукоятка була у рівновазі, має виконуватись рівність моментів:

$$Pa = Nb \implies N = \frac{a}{b}P,$$

де  $N$  – сила нормальної реакції на шків. Оскільки вона направлена радіально, то вона безпосередньо не спричиняє зупинки. А ось хто спричиняє – це сила тертя  $F_f = \mu N = \frac{\mu a}{b}P$ .

Далі записуємо закон обертального руху:

$$I\varepsilon = -F_f r \implies \varepsilon = -\frac{\mu a r P}{bI}$$

Бачимо, що це константна величина, а отже рух рівносповільнений. Тому, закон зміни швидкості:

$$\omega(t) = \omega_0 - |\varepsilon|t = \omega_0 - \frac{\mu a r}{b} \cdot \frac{P}{I}t$$

Зупинка станеться тоді, коли  $\omega(\tau) = 0$ , тобто

$$P = \frac{Ib\omega_0}{\mu a r \tau}$$

Зміну кута до зупинки можна знайти за формулою:

$$\varphi = \omega_0 \tau - \frac{|\varepsilon| \tau^2}{2} = \omega_0 \tau - \frac{\omega_0 \cdot \tau^2}{2\tau} = \frac{\omega_0 \tau}{2}$$

Кількість обертів це  $\frac{\varphi}{2\pi}$ , тому

$$N = \frac{\omega_0 \tau}{4\pi}$$

**Відповідь.**  $P = \frac{Ib\omega_0}{\mu a r \tau}$ ,  $N = \frac{\omega_0 \tau}{4\pi}$ .

## Завдання 12.36

**Умова.** Порожньому кільцю радіуса  $R$  надана деяка кутова швидкість навколо вертикального діаметра. В кільці з найвищої точки під дією сили ваги рухається кулька масою  $m$ . Знайти відношення найбільшої кутової швидкості кільця до найменшої, якщо момент інерції кільця відносно вісі обертання дорівнює  $I$ .

**Розв'язок.** Момент імпульсу  $I\omega$  залишається константним, де  $I$  – момент інерції системи. Мінімальний момент імпульсу досягається тоді, коли кулька знаходиться у крайньому нижніх/верхніх положеннях, і дорівнює  $I$ . Найбільший – коли вона знаходиться на відстані радіусу від вісі, тоді момент інерції стає  $I + mR^2$ .

Тоді, користуючись законом збереження моменту імпульсу:

$$(I + mR^2)\omega_{\min} = I\omega_0, \quad I\omega_{\max} = I\omega_0$$

Отже:

$$\omega_{\min} = \frac{\omega_0}{1 + \frac{mR^2}{I}} \implies \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = 1 + \frac{mR^2}{I}$$

**Відповідь.**  $1 + \frac{mR^2}{I}$ .