

# Самостійна робота з курсу “Чисельний аналіз”

Студента 3 курсу групи МП-31 Захарова Дмитра

30 жовтня 2023 р.

## Умова.

1. Побудувати таблицю кінцевих різниць і скласти інтерполяційний поліном Ньютона назад на вузлах  $\{(-3, 5), (-2.5, 1), (0, 6), (1, 7)\}$
2. Визначити значення полінома Ньютона для  $\tilde{x}_1 = -1, \tilde{x}_2 = 0.5$ .

**Розв’язок.** Поліном Ньютона назад має вигляд:

$$N_n^-(x) = y_n + \sum_{k=1}^n y_{n,\dots,n-k} \prod_{i=0}^{k-1} (x - x_{n-i}), \quad y_{i,\dots,j} \triangleq \frac{y_{i+1,\dots,j} - y_{i,\dots,j-1}}{x_j - x_i}$$

В нашому випадку:

$$N_n^-(x) = y_3 + y_{3,2}(x - x_3) + y_{3,2,1}(x - x_3)(x - x_2) + y_{3,2,1,0}(x - x_3)(x - x_2)(x - x_1)$$

З умови маємо  $y_3 = 7$ , а роздільні різниці мають значення:

$$y_{3,2} = \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} = \frac{6 - 7}{0 - 1} = 1$$

$$y_{3,2,1} = \frac{y_{2,1} - y_{3,2}}{x_1 - x_3} = \frac{\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} - y_{3,2}}{x_1 - x_3} = \frac{\frac{1-6}{-2.5-0} - 1}{-2.5 - 1} = \frac{2 - 1}{-3.5} = \frac{1}{-7/2} = -\frac{2}{7}$$

Отже, нам залишилося лише знайти  $y_{3,2,1,0}$ :

$$y_{3,2,1,0} = \frac{y_{2,1,0} - y_{3,2,1}}{-3 - 1}$$

$y_{3,2,1}$  ми вже знаємо: він дорівнює  $-\frac{2}{7}$ . Знаходимо  $y_{2,1,0}$ :

$$y_{2,1,0} = \frac{y_{1,0} - y_{2,1}}{x_0 - x_2} = \frac{\frac{5-1}{-3+2.5} - 2}{-3 - 0} = \frac{-8 - 2}{-3} = \frac{10}{3}$$

Отже:

$$y_{3,2,1,0} = \frac{\frac{10}{3} + \frac{2}{7}}{-4} = \frac{76}{-4 \cdot 21} = -\frac{19}{21}$$

Отже остаточно поліном має вигляд:

$$N_n^-(x) = 7 + (x - 1) - \frac{2}{7}(x - 1)x - \frac{19}{21}(x - 1)x(x + 2.5)$$

Або:

$$N_n^-(x) = 6 + x - \frac{2x}{7}(x - 1) - \frac{19x}{21}(x - 1)(x + 2.5)$$

Обрахуємо значення у точках:

$$N_n^-(-1) = \frac{12}{7}, \quad N_n^-(0.5) = \frac{29}{4}$$

**Відповідь.**

*Пункт 1.*  $N_n^-(x) = 6 + x - \frac{2x}{7}(x - 1) - \frac{19x}{21}(x - 1)(x + 2.5)$ .

*Пункт 2.*  $N_n^-(\tilde{x}_1 = -1) = \frac{12}{7}, \quad N_n^-(\tilde{x}_2 = 0.5) = \frac{29}{4}$ .