# Домашня робота #1 з курсу "Моделювання на *Python*"

Студента 3 курсу групи МП-31 Захарова Дмитра

13 лютого 2024 р.

## Умова

Розглядається спрощена задача *перколяції*. На полі $n \times n$ кожна клітинка з ймовірністю $p$ стає "перешкодою". Далі у найвищий рядок (товщина 1 клітинка) ставиться рідина, котра кожен хід заповнює пусті клітинки. Питання – з якою ймовірністю знайдеться шлях між найвищим і найнижчим рядком? Цей процес проілюстровано на рис. 1.

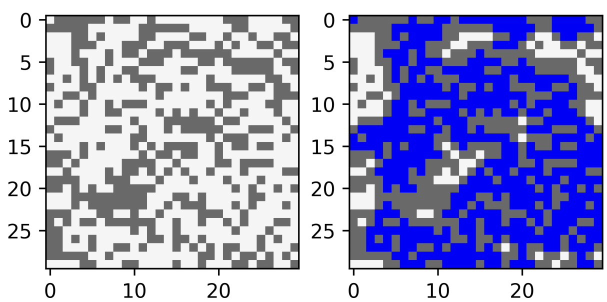


Рис. 1: Процес перколяції. На рис. ліворуч показано початкову конфігурацію до додавання рідини. Праворуч – після того, як рідина "розтікалась" по місцевості.

# 1 Програма

**Умова.** Спробуйте провести свої експерименти, написавши свою програму та/або змінюючи параметри задачі.

**Відповідь.** Код програми наведений за цим *GitHub* посиланням. Головна відмінність від наведеного у завданні – це невеличка реорганізація коду. Тепер, у класі `TileType` можна вказувати колір клітинок, у класі `Grid` відбувається основна логіка перколяцій, а у файлі `cli.py` можна зручно викликати одну з трьох команд:

- `python3 cli.py instant-fill` – показується картинка "до" і "після" руху "рідини";
- `python3 cli.py animation-fill` – те саме, але з анімацією;
- `python3 cli.py analyze-depth` – проводиться багато експериментів при різних параметрах $p \in [p_{\min}, p_{\max}]$ і рахується статистика для кожного $p$ (детально про це в секції 2).

# 2 Аналіз

**Умова.** Допишіть фрагмент програми, який дозволяє дізнатися, чи відбулася перколяція. Спробуйте експериментально знайти величину $p$, для якої перколяція скоріш за все виникне. Запишіть результати своїх експериментів і зробіть висновки.

**Розв'язання.** Для аналізу ми додали функцію `_instant_fill`, котра робить дві речі:

1. Ставить рідину у перший рядок і рахує її кінцевий стан після усіх рухів.
2. Повертає максимальну глибину занурення – тобто максимальний номер рядка, на якому ще є рідина.

Назвемо цю функцію скорочено $\texttt{Fill}(p)$. Далі, ми застосували експеримент, що описаний у Алгоритмі 1 і отримали набір середніх максимальних глибин та часток експериментів, де виникала перколяція. Результат залежності цих величин від параметру $p$ зображено на рис. 2. Як бачимо, перколяції перестають майже повністю відбуватися приблизно з $p \approx 0.5$, при цьому середня глибина занурення – приблизно 10. Причому, при $p \approx 0.4$ перколяції все ще відбуваються у половині випадків – отже функція доволі швидко спадає.

---

**Algorithm 1** Експеримент для визначення залежності середньої глибини занурення від параметру $p$.

---

**Вхід:**
1. Розмір поля $n$.
2. Відрізок $[p_{\min}, p_{\max}]$, на якому перебираємо значення $p$.
3. $m$ – к-ть відрізків, на які ми рівномірно розбиваємо $[p_{\min}, p_{\max}]$.
4. $k$ – к-ть експериментів на кожен з обраних $p$.

**Алгоритм:**

$\boldsymbol{D} \leftarrow \mathbb{O}_{m\times k}$ – матриця, де $D_{ij}$ елемент позначає максимальну глибину для $i^{\text{ого}}$ відрізку на $j^{\text{ому}}$ експерименті.

**for** $i \in \{1, \dots, m\}$ **do**
  $p \leftarrow p_{\min} + \frac{p_{\max} - p_{\min}}{n} \times i$.
  **for** $j \in \{1, \dots, k\}$ **do**
    $D_{ij} \leftarrow \texttt{Fill}(p)$
  **end for**
**end for**

$\mathbf{d}^{\text{avg}} \leftarrow \mathbb{O}_m$ – вектор, де $d_i^{\text{avg}}$ позначає середню максимальну глибину для $i^{\text{ого}}$ відрізку.

$d_i^{\text{avg}} \leftarrow \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} D_{ij},\ i \in \{1, \dots, m\}$.

$\boldsymbol{\pi} \leftarrow \mathbb{O}_m$ – вектор, де $\pi_i$ позначає частку експериментів, де виникла перколяція для $i^{\text{ого}}$ відрізку.

$\pi_i \leftarrow \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} \mathbb{1}\left[D_{ij} = n\right],\ i \in \{1, \dots, m\}$.

**Видати на вихід** $\langle \boldsymbol{d}^{\text{avg}}, \boldsymbol{\pi} \rangle$.

---

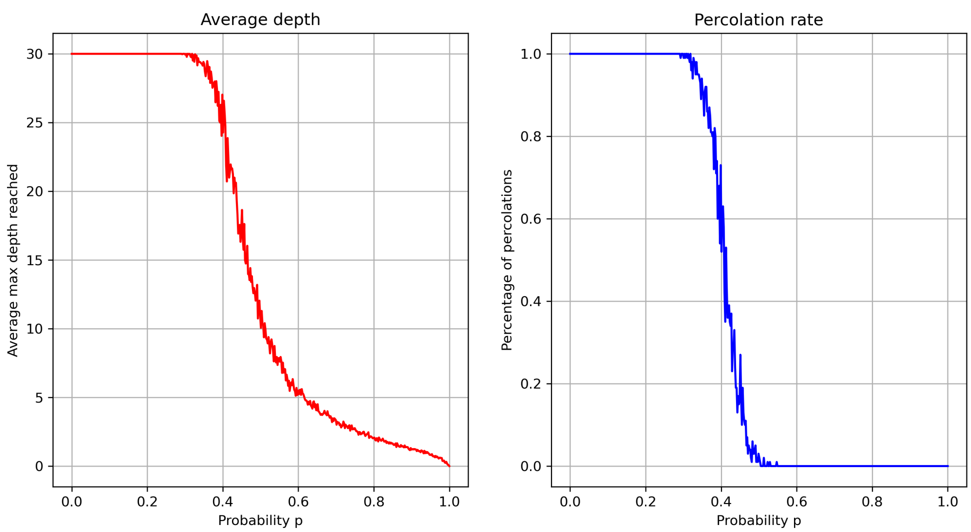


Рис. 2: Ліворуч – залежність середньої максимальної глибини $d^{\mathrm{avg}}(p)$ від $p$, праворуч – залежність частки експериментів з перколяцією $\pi(p)$ від $p$.