✏️

Homework #7 (0.5/1)

Завдання 757(a)

$$P(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} x_j^2$$

Старший член x_1^2, отже маємо наступну таблицю

x_1	x_2	$\dots$	x_{n-1}	x_n	σ_1	σ_2	$\dots$	σ_{n-1}	σ_n	Product
2	0	$\dots$	0	0	2	0	$\dots$	0	0	σ_1^2
1	1	$\dots$	0	0	0	1	$\dots$	0	0	σ_2

Таким чином маємо

$$P = \sigma_1^2 + \lambda \sigma_2$$

Підставимо $(1, -1, 0, \dots, 0)$. Отримаємо $\sigma_1 = \sum_{j=1}^{n} x_j = 1 - 1 = 0$, а $\sigma_2 = -1$. Звідси маємо, що $P = 2 = -\lambda_{n-1} \implies \lambda_{n-1} = -2$. Отже $P = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Відповідь: $P = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$

Завдання 757(d)

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i<j}^{n} x_i^2 x_j^2$$

Старший член $x_1^2 x_2^2$, отже маємо наступну таблицю

x_1	x_2	x_3	x_4	$\dots$	x_n	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	$\dots$	σ_n	Product
2	2	0	0	$\dots$	0	0	2	0	0	$\dots$	0	σ_2^2
2	1	1	0	$\dots$	0	1	0	1	0	$\dots$	0	$\sigma_1 \sigma_3$
1	1	1	1	$\dots$	0	0	0	0	1	$\dots$	0	σ_4

Отже маємо $P = \sigma_2^2 + \alpha \sigma_1 \sigma_3 + \beta \sigma_4$.

Нехай $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (1, 1, 1, 0, \ldots, 0)$. Тоді $\sigma_1 = 3,\ \sigma_2 = 3,\ \sigma_3 = 1,\ \sigma_4 = 0$. Окрім того, $P = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_3^2 + x_2^2 x_3^2 \Big|_{x_1 = x_2 = x_3 = 1} = 3$, тому маємо

$$P = 3 = 9 + 3\alpha \implies \alpha = -2$$

Тепер підставимо $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (1, 1, 1, 1, 0, \ldots, 0)$. Тоді $\sigma_1 = 4, \sigma_2 = 6, \sigma_3 = 4, \sigma_4 = 1$. В свою чергу $P = \sigma_2 = 6$. Таким чином

$$P = 6 = 36 + 16 \cdot (-2) + \beta \to \beta = 2$$

Тому остаточно $P = \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_4$.

Відповідь. $P = \sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_4$.