

# Лабораторна Робота: Дослідження Кінематики Верхньої Кінцівки Людини

Захаров Дмитро

1 грудня, 2024

## 1 Умова

**Умова.** Провести вимірювання і заповнити таблиці.

**Замітка.**

- $AB$  — довжина сегмента верхньої кінцівки від плечового суглоба (найточніша точка кульового суглоба плеча) до ліктьового (виступає кісточки збоку від ліктьового суглоба) при зігнутій в лікті руці.
- $BC$  — довжина сегмента верхньої кінцівки від ліктьового суглоба до променево-зап'ясткового (складки між передпліччям і долонею).
- $CD_1, \dots, CD_5$  — довжини сегментів пальців рук від зап'ястя до кінчиків пальців.

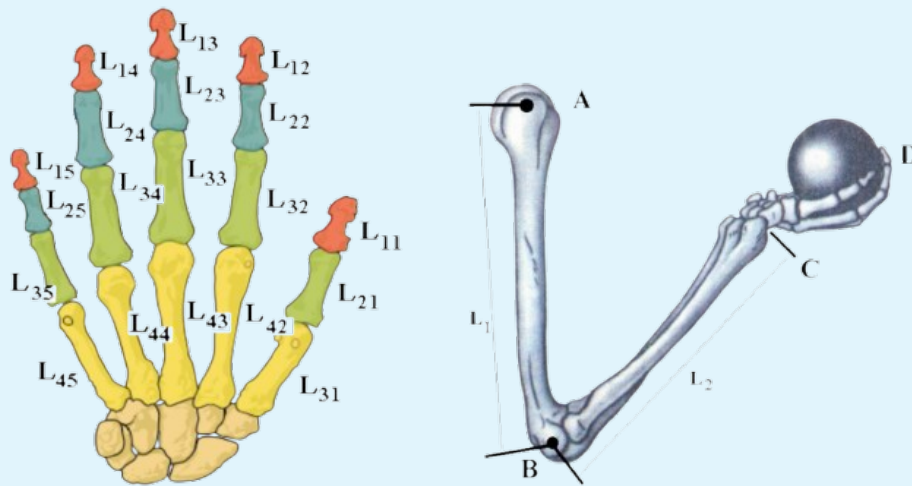


Рис. Позначення з таблиці.

Дивись таблиці на наступних сторінках.

→

## 2 Параметри верхньої кінцівки

Міряємо довжини стандартною лінійкою, що вимірює з точністю до 1 mm (0.1 cm). Хоч в такому випадку прийнято в якості абсолютної похибки брати половину цієї величини, через незручність вимірювання довжин на руці, які можуть бути не прямими/десь згорнутими, візьмемо абсолютну похибку  $\Delta_\ell := 0.1 \text{ cm}$ .

Рука	AB, cm	BC, cm	CD <sub>1</sub> , cm	CD <sub>2</sub> , cm	CD <sub>3</sub> , cm	CD <sub>4</sub> , cm	CD <sub>5</sub> , cm
Ліва	32.8 ± 0.1	25.4 ± 0.1	16.1 ± 0.1	20.4 ± 0.1	20.6 ± 0.1	19.0 ± 0.1	17.1 ± 0.1
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	0.3%	0.4%	0.6%	0.5%	0.5%	0.5%	0.6%
Права	32.7 ± 0.1	25.0 ± 0.1	16.3 ± 0.1	20.2 ± 0.1	20.3 ± 0.1	18.5 ± 0.1	16.9 ± 0.1
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	0.3%	0.4%	0.6%	0.5%	0.5%	0.6%	0.6%

Табл. 1: Довжини сегментів верхньої кінцівки. Кожна довжина вказана у форматі  $x \pm \Delta x$ , де  $\Delta x$  — абсолютна похибка. Під кожним значенням вказана відносна похибка  $\varepsilon_x$ .

Рука	$\frac{AB}{DC+CD_3}$	$\frac{CD_3}{DC}$	W <sub>1</sub> , cm	W <sub>2</sub> , cm	W <sub>3</sub> , cm	W <sub>4</sub> , cm	W <sub>5</sub> , cm
Ліва	0.90 ± 0.01	1.29 ± 0.01	1.28 ± 0.02	1.34 ± 0.02	1.34 ± 0.02	1.33 ± 0.02	1.29 ± 0.02
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	0.80%	1.13%	1.62%	1.56%	1.56%	1.58%	1.61%
Права	0.90 ± 0.01	1.27 ± 0.01	1.29 ± 0.02	1.34 ± 0.02	1.34 ± 0.02	1.32 ± 0.02	1.30 ± 0.02
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	0.80%	1.13%	1.64%	1.57%	1.57%	1.60%	1.63%

Табл. 2: Відношення сегментів верхньої кінцівки. Кожна величина вказана у форматі  $x \pm \Delta x$ , де  $\Delta x$  — абсолютна похибка. Під кожним значенням вказана відносна похибка  $\varepsilon_x$ .

Тут, згідно умові, величини  $\{W_j\}_{j=1,\dots,5}$  рахувались за формулою:

$$W_j = \frac{(AB + BC) \times (BC + CD_j)}{BC \times (AB + BC + CD_j)}.$$

Для цієї величини дещо складно рахувати похибку, тому давайте розберемо як це робиться на прикладі  $AB = (32.8 \pm 0.1) \text{ cm}$ ,  $BC = (25.4 \pm 0.1) \text{ cm}$ ,  $CD_1 = (16.1 \pm 0.1) \text{ cm}$ :

- Вираз  $AB + BC$  має абсолютну похибку  $2\Delta_\ell = 0.2 \text{ cm}$  і відносну похибку  $\frac{0.2 \text{ cm}}{58.2 \text{ cm}} \approx 0.34\%$ . Аналогічно,  $BC + CD_1$  має абс. похибку 0.2 cm і відн. похибку  $\frac{0.2 \text{ cm}}{41.5 \text{ cm}} \approx 0.48\%$ .
- Вираз  $(AB + BC) \times (BC + CD_j)$  має відносну похибку  $\varepsilon_{AB+BC} + \varepsilon_{BC+CD_j} \approx 0.82\%$ .
- Вираз  $AB + BC + CD_j$  має абсолютну похибку  $3\Delta_\ell = 0.3 \text{ cm}$  і відносну похибку  $\frac{0.3 \text{ cm}}{74.3 \text{ cm}} \approx 0.40\%$ . Відносна похибка  $\varepsilon_{BC}$ , у свою чергу, 0.4% з таблиці.
- Відносна похибка знаменника  $\varepsilon_{BC} + \varepsilon_{AB+BC+CD_j} \approx 0.40\% + 0.40\% \approx 0.80\%$ .
- Отже, загальна відносна похибка  $\varepsilon_{W_j} \approx 0.82\% + 0.80\% = 1.62\%$ , а абсолютна похибка, в свою чергу,  $\Delta_{W_1} = \varepsilon_{W_1} W_1 \approx 0.02$ .

### 3 Параметри кисті руки

Спочатку обмальовуємо руку на папері, як це показано на рисунках нижче. Потім відмічаємо ключові точки на руці, відмічаємо відрізки між ними та вимірюємо їх довжини. Заносимо результат у таблицю.

У більшості вимірювань точність вимірювання (абсолютна похибка) дорівнює 0.1 см, проте для тих відстаней, що потребують вимірювання п'ясткових кісток, ми задаємо абсолютну похибку 0.5 см, оскільки вимірювання цих відстаней є найбільш неточними.

Рука	$l_{11}$ , см	$l_{21}$ , см	$l_{31}$ , см	$l_{12}$ , см	$l_{22}$ , см	$l_{32}$ , см	$l_{42}$ , см
<b>Ліва, р</b>	$3.0 \pm 0.1$	$3.1 \pm 0.1$	$4.7 \pm 0.5$	$2.3 \pm 0.1$	$2.4 \pm 0.1$	$4.4 \pm 0.5$	$7.8 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	3.3%	3.2%	10.6%	4.3%	4.2%	11.4%	6.4%
<b>Ліва, н</b>	$3.2 \pm 0.1$	$2.6 \pm 0.1$	$6.4 \pm 0.5$	$2.4 \pm 0.1$	$2.3 \pm 0.1$	$5.2 \pm 0.5$	$8.2 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	3.1%	3.8%	7.8%	4.2%	4.3%	9.6%	6.1%
<b>Права, р</b>	$3.2 \pm 0.1$	$3.5 \pm 0.1$	$4.7 \pm 0.5$	$2.3 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$4.0 \pm 0.5$	$8.8 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	3.1%	2.9%	10.6%	4.3%	4.3%	12.5%	5.7%
<b>Права, н</b>	$3.0 \pm 0.1$	$3.4 \pm 0.1$	$5.5 \pm 0.5$	$2.3 \pm 0.1$	$2.4 \pm 0.1$	$4.1 \pm 0.5$	$9.0 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	3.3%	2.9%	9.1%	4.3%	4.2%	12.2%	5.6%

Табл. 3: Довжини фаланг великого та вказівного пальців (з похибками).

Рука	$l_{13}$ , см	$l_{23}$ , см	$l_{33}$ , см	$l_{43}$ , см	$l_{14}$ , см	$l_{24}$ , см	$l_{34}$ , см	$l_{44}$ , см
<b>Ліва, р</b>	$2.6 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$4.3 \pm 0.5$	$8.1 \pm 0.5$	$2.5 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$3.1 \pm 0.5$	$7.8 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	3.8%	4.0%	11.6%	6.1%	4.0%	4.0%	16.1%	6.4%
<b>Ліва, н</b>	$2.3 \pm 0.1$	$2.9 \pm 0.1$	$4.8 \pm 0.5$	$7.9 \pm 0.5$	$2.4 \pm 0.1$	$2.3 \pm 0.1$	$3.9 \pm 0.5$	$7.6 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	4.3%	3.4%	10.4%	6.3%	4.2%	4.3%	12.8%	6.6%
<b>Права, р</b>	$2.2 \pm 0.1$	$2.8 \pm 0.1$	$4.3 \pm 0.5$	$8.5 \pm 0.5$	$2.3 \pm 0.1$	$2.3 \pm 0.1$	$3.7 \pm 0.5$	$8.2 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	4.5%	3.6%	11.6%	5.9%	4.3%	4.3%	13.5%	6.1%
<b>Права, н</b>	$2.5 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.1$	$4.5 \pm 0.5$	$9.8 \pm 0.5$	$2.2 \pm 0.1$	$2.4 \pm 0.1$	$4.1 \pm 0.5$	$8.9 \pm 0.5$
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	4.0%	4.0%	11.1%	5.1%	4.5%	4.2%	12.2%	5.6%

Табл. 4: Довжини фаланг середнього та безіменного пальців рук (з похибками).

Рука	$l_{15}$ , см	$l_{25}$ , см	$l_{35}$ , см	$l_{45}$ , см	$\alpha_1, ^\circ$	$\alpha_2, ^\circ$	$\alpha_3, ^\circ$	$\alpha_4, ^\circ$
<b>Ліва, р</b>	$2.0 \pm 0.1$	$1.8 \pm 0.1$	$2.5 \pm 0.5$	$6.7 \pm 0.5$	12.2	7.9	0.7	11.6
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	5.0%	5.6%	20.0%	7.5%	—	—	—	—
<b>Ліва, н</b>	$2.3 \pm 0.1$	$2.0 \pm 0.1$	$3.2 \pm 0.5$	$6.5 \pm 0.5$	11.5	6.1	5.7	12.8
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	4.3%	5.0%	15.6%	7.7%	—	—	—	—
<b>Права, р</b>	$2.0 \pm 0.1$	$1.9 \pm 0.1$	$3.2 \pm 0.5$	$7.1 \pm 0.5$	10.6	13.4	6.0	9.2
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	5.0%	5.3%	15.6%	7.0%	—	—	—	—
<b>Права, н</b>	$2.3 \pm 0.1$	$1.8 \pm 0.1$	$3.4 \pm 0.5$	$8.2 \pm 0.5$	11.7	10.2	6.8	13.3
$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x}$	4.3%	5.6%	14.7%	6.1%	—	—	—	—

Табл. 5: Довжини фаланг мізинця та кути між пальцями. Похибка не вказана для кутів, оскільки вони вимірювалися візуально в пакеті *GeoGebra* на основі зображень.

## 4 Фотографії руки

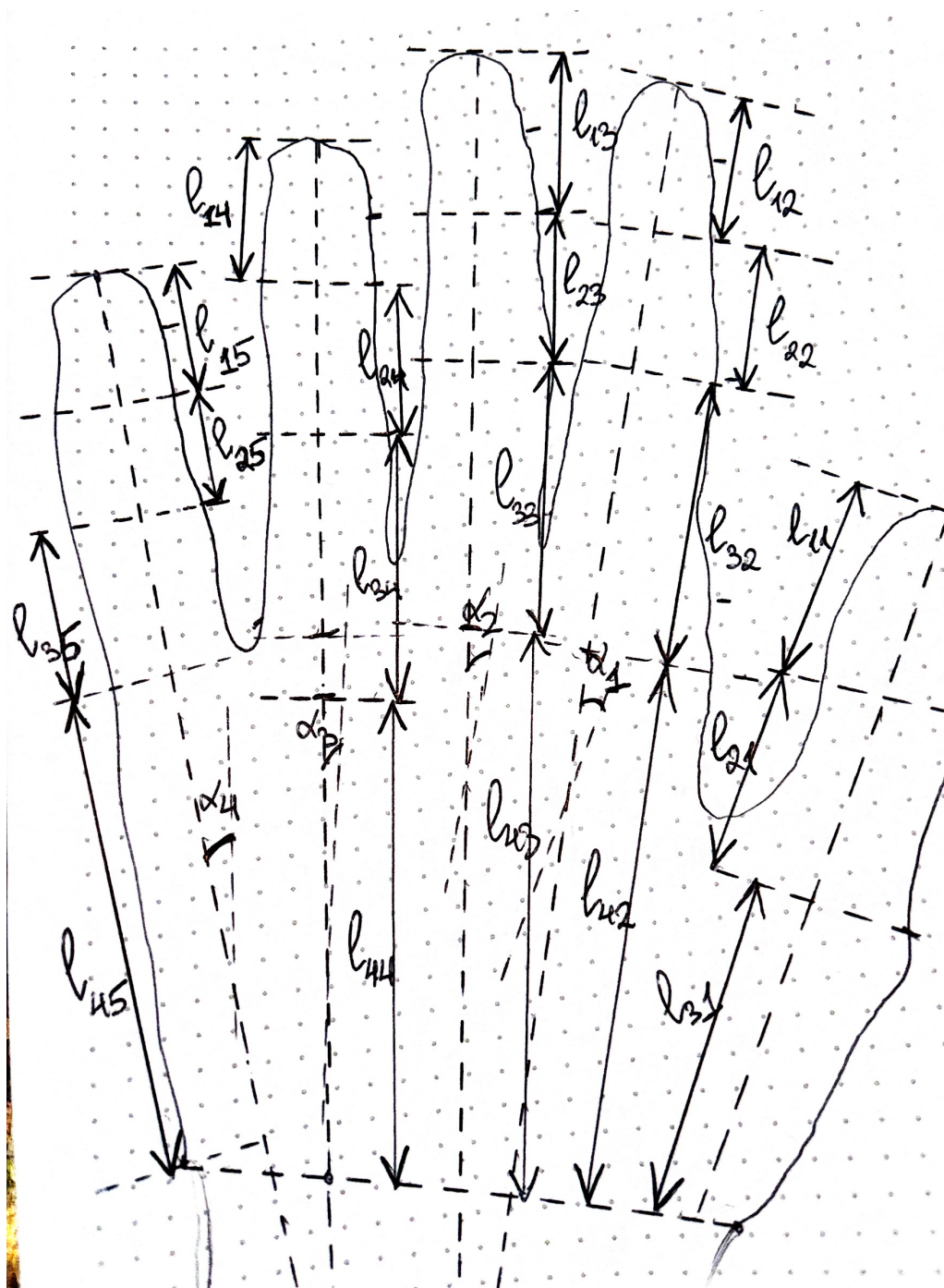


Рис. 1: Ліва рука в спокійному стані.

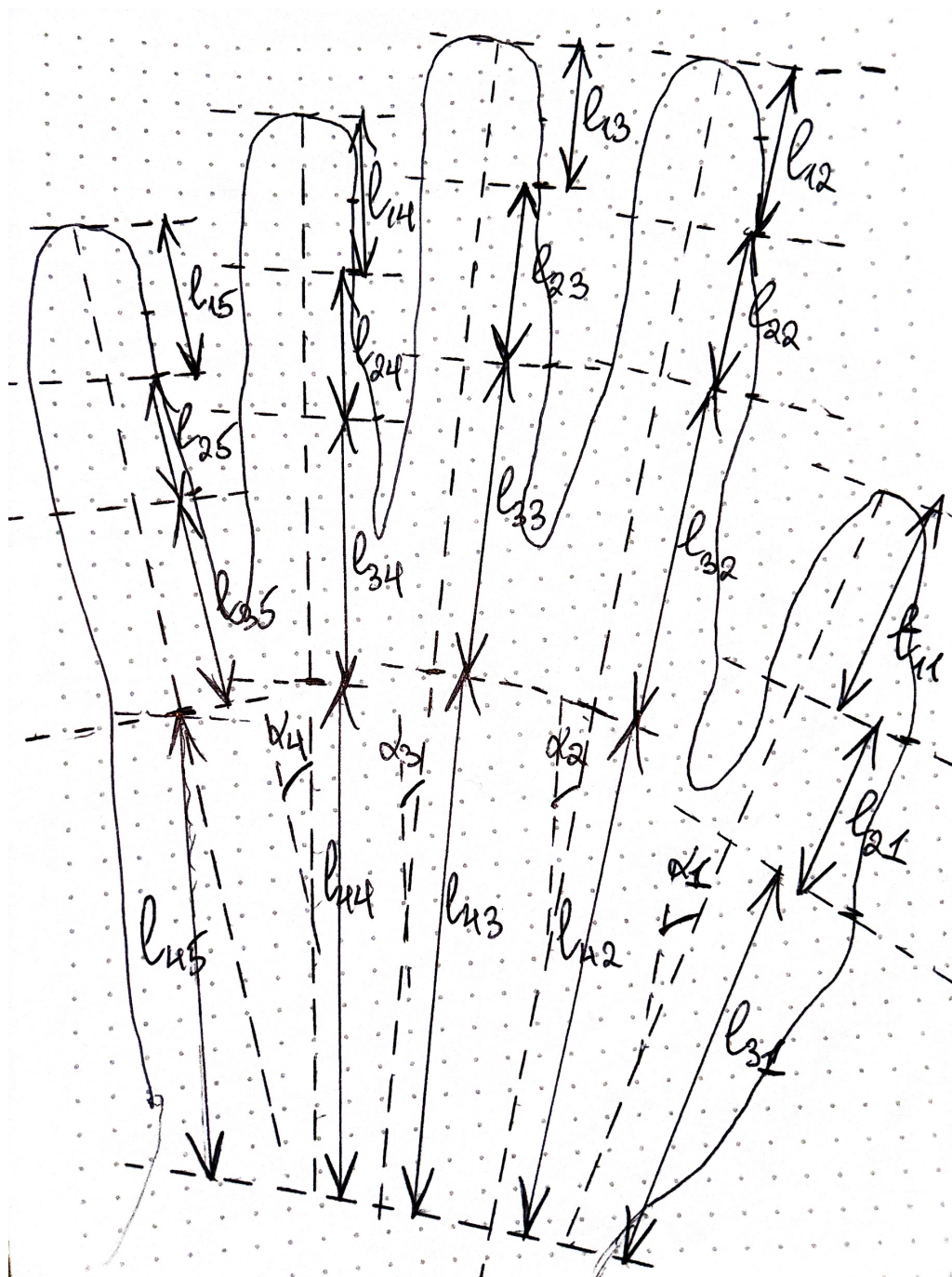


Рис. 2: Ліва рука в напруженому стані.



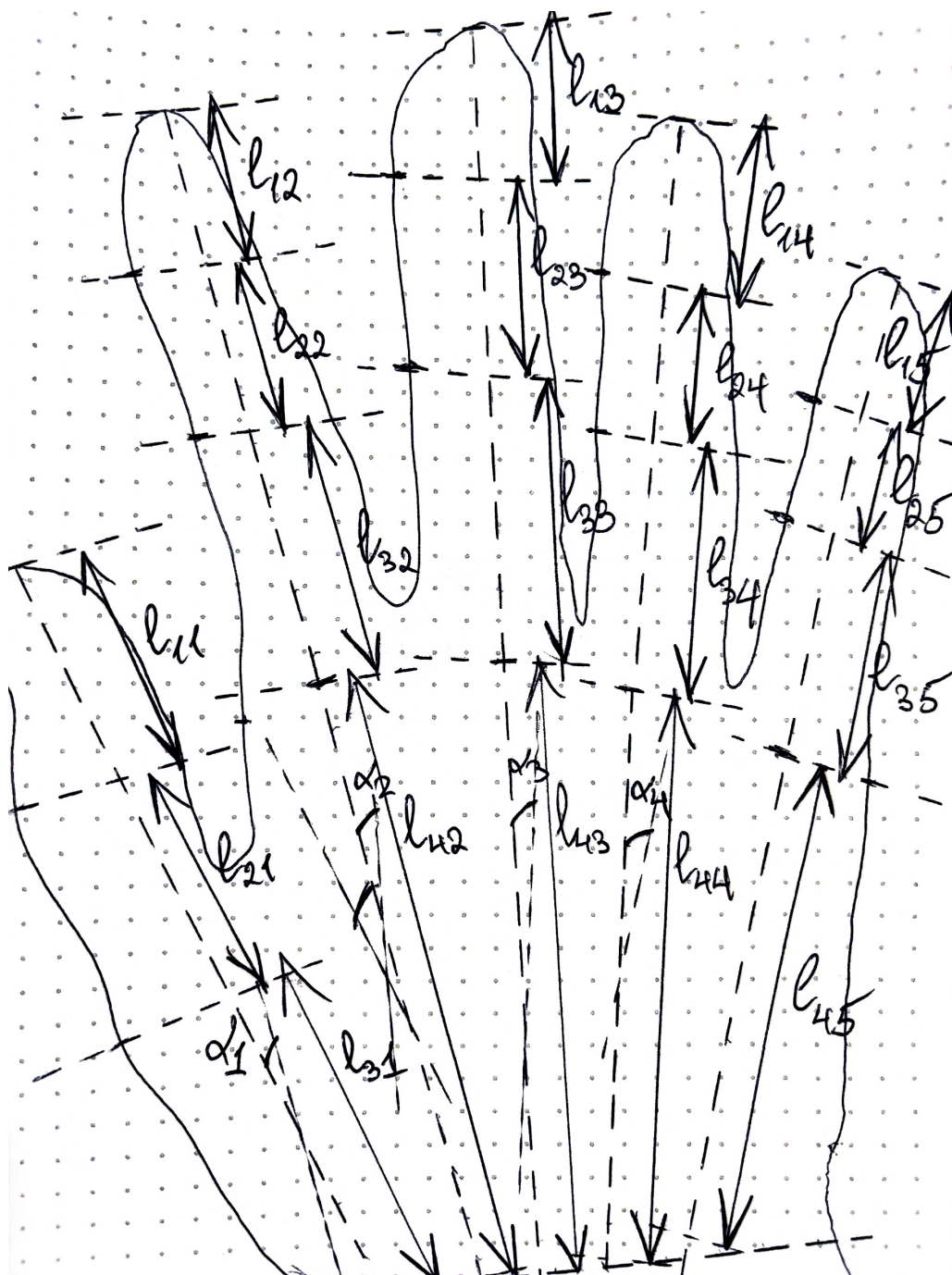


Рис. 3: Права рука в спокійному стані.

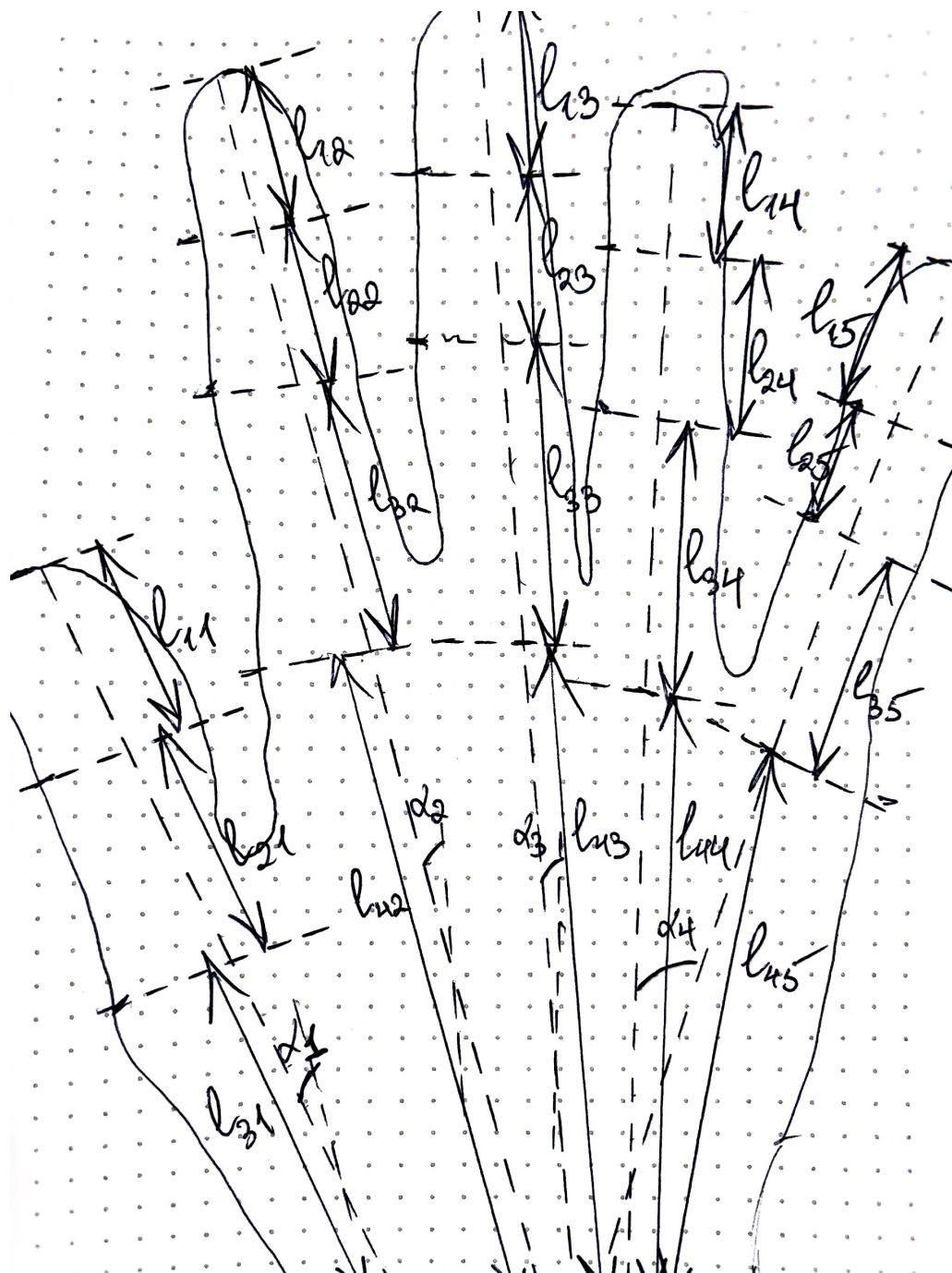


Рис. 4: Права рука в напруженому стані.