Punto ①

La ecuación de una cónica está dada por la ec: $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$

Esta ec puede ser representada de la sgte forma

$$(\vec{x}^2 \;\; \vec{xy} \;\; \vec{y}^2 \;\; \vec{x} \;\; \vec{y} \;\; \vec{f})\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \phi$$

Haciendo $f=1$ para homogenizar, se tiene

$$\begin{pmatrix} x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 \\ & & \vdots & & \\ x_5^2 & x_5y_5 & y_5^2 & x_5 & y_5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix}$$

Para determinar las 5 incógnitas que representan los parámetros de la cónica y asumiendo q' se está hablando de una cónica no degradada, es decir, donde los parámetros son linealmente independientes, y la inversa existe se requieren 5 puntos para resolver el sistema y determinarlos. (no más de 3 colineales).

PUNTO 3

- Sol. de sistema de 2do orden en 2 variables puede ser visto como las coordenadas de la intersección de 2 secciones cónicas.
- 2 cónicas pueden poseer ninguno, 2 o 4 puntos coincidentes

P1) • Dada C_1 y C_2 determinar sus combinaciones lineales $\lambda C_1 + \mu C_2$

P2) • Identificar los parámetros homogéneos (λ, μ) que corresponden a la cónica degenerada del conjunto

$$\det(\lambda C_1 + \mu C_2) = 0$$

y resolver para λ y μ [soluciones de una eq. de 3er grado]

P3 • Dada la cónica degenerada C_0, identificar las 2 líneas q1 lo constituyen

P4 • Intersectar cada línea identificada con alguna de las cónicas originales [usar representación dual de C_0]

P5 • Los puntos de intersección representan la solución del sistema inicial

Continuación Punto ③:

Q: Para calcular la intersección entre las cónicas:

$$x^2 - y^2 - 2 = 0$$
$$.5x^2 - y^2 - 1 = 0$$

P0: $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $C_2 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

P1) ⊛ $\det(\lambda C_1 + \mu C_2) = 0 \rightarrow (\lambda + \frac{\mu}{2})(-\lambda - \mu)(-2\lambda - \mu) = 0$

P2: • Se obtienen: $\mu = -2\lambda$ $\mu = -\lambda$ $\mu = -2\lambda$

como soluciones

• Tomando una de las soluciones $(\mu = -\lambda)$ se genera la representación de la cónica degenerada C_0 a partir de ⊛

$\lambda C_1 - \lambda C_2$

Haciendo $\lambda = 1$ se tiene

$$C_0 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

P3: Las 2 líneas que la constituyen están dad por $x^T C_0 x = 0$ obteniéndose:

$\frac{1}{2}x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ [2 líneas vert

P4: Se intersectan las 2 líneas verticales con C_1: $x^2 - y^2 - 2 = 0$ se tiene:

① $(\sqrt{2})^2 - y^2 - 2 = 0 \rightarrow y = 0$

② $(-\sqrt{2})^2 - y^2 - 2 = 0 \rightarrow y = 0$

P5: Puntos de intersección:

$(\sqrt{2}, 0)$ y $(-\sqrt{2}, 0)$