

模式识别作业1

张蔚桐 2015011493 自55

2017 年 3 月 6 日

1

根据线性回归方程可以得到

$$\begin{aligned}\hat{y} &= \hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 x \\ \hat{\theta}_0 &= \bar{y} - \hat{\theta}_1 \bar{x} \\ \hat{\theta}_1 &= \frac{E((y - E(y))(x - E(x)))}{D(x)}\end{aligned}$$

其中 $D(x)$, $E(x)$ 分别为样本的方差和期望, 因此可以得到

$$\begin{aligned}R^2 &= \frac{E((\bar{y} - \hat{y})^2)}{D(y)} \\ r^2 &= \frac{E((y - E(y))(x - E(x)))}{D(x)D(y)}\end{aligned}$$

欲证 $R^2 = r^2$ 即证明

$$E((\bar{y} - \hat{y})^2) = \frac{E((y - E(y))(x - E(x)))}{D(x)}$$

左侧

$$\begin{aligned}&= E^2(y) - 2E(y)E(\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 x) - E((\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 x)^2) \\ &= E^2(y) - 2E(y)E(\bar{y} + \hat{\theta}_1(x - \bar{x})) + E((\bar{y} + \hat{\theta}_1(x - \bar{x}))^2)\end{aligned}$$