

**University of Applied Sciences** 

# Modellierung, Simulation und Regelung einer drehzahlvariablen Windturbine

**Automation in regenerativen Energiesystemen (VA3)** 

Name: Matrikelnummer:

Christopher Berg 579665 Sebastian Richter 572906 Aaron Zielstorff 567183

Fachbereich: FB1

**Studiengang:** M. Elektrotechnik

Fachsemester: 3. FS

Fach: VA3 Automation in regenerativen Energiesystemen

**Dozent:** Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte

**Abgabe am:** 10. Februar 2022

Inhaltsverzeichnis htm.

# Inhaltsverzeichnis

1	Einf	ührung in die Windenergieanlage	9
2	The	eoretische Grundlagen	11
	2.1	Stromröhrentheorie	11
	2.2	Tragflügeltheorie	16
	2.3	Zusammenführung von Stromröhren- und Tragflügeltheorie	23
	2.4	WEA-Kennfelder	26
	2.5	Lookup Tables	26
3	Mod	dell des Antriebsstranges	27
	3.1	Modellierung des Antriebsstranges	27
	3.2	Simulative Modellverifikation des Antriebsstranges	30
4	Moi	mentenregelung des Antriebstranges	33
	4.1	Regelungsziele und Regelkreis	33
	4.2	Unterer Teillastbereich	34
	4.3	Linearisierung der Streckenübertragungsfunktion	36
	4.4	Oberer Teillastbereich	
	4.5	Volllastbereich	38
5	Mod	dellierung von Rotorblatt und Turm	39
	5.1	Vorbetrachtung	39
	5.2	Feder-Masse-Dämpfer-System	40
	5.3	Modellierung	41
	5.4	Simulationsergebnisse	42
6	Aus	blick	45
Lit	teratı	urverzeichnis	46

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Aufbau NREL Windturbine	ç
2.1	Ungestörte Luftröhre	11
2.2	Gestörte Luftröhre	13
2.3	Anströmverhältnisse eines Tragflügels	16
2.4	Saug- und Druckseite	16
2.5	Auftriebs- und Widerstandskraft	17
2.6	Beispielverlauf der Beiwerte	17
2.7	Antrömverhältnisse eines Rotorblattes	18
2.8	Anstell- und Anströmwinkel	19
2.9	Bauwinkel	20
2.10	Wirkung der Auftriebs- und Widerstandskraft	21
2.11	Pitchwinkel	23
3.1	Übersicht Antriebsstrangteilmodell	27
3.2	Modelldarstellung des Antriebsstranges	28
3.3	Antriebsstrang Simulink	30
3.4	Winkelgeschwindigkeiten Antriebsstrang	31
3.5	Wellentorsion Antriebsstrang	32
4.1	Standardregelkreis	34
4.2	Übersicht Steuerung unterer Teillastbereich	36
5.1	Schematische Darstellung der Auslenkung der kollektiven Blätter (links) und	
	des Turms (rechts)	36
5.2	Feder-Masse-Dämpfer-System	40
5.3	Modell des Turms und der Blätter	41
5.4	Übersicht Blatt- und Turmmodell	43
5.5	Turm- und Blattauslenkung	44
Tabel	lenverzeichnis	
1.1 4.1	Modellparameter	10 33

# Symbolverzeichnis

- A Querschnittsfläche
- $A_{\rm i}$  Querschnittfläche an Stelle i

 $A_1$ Eintritts- (kontroll-) Fläche einer Strömungsröhre Rotorfläche  $A_2$  $A_3$ Austritts- (kontroll-) Fläche einer Strömungsröhre Anströmgeschwindigkeit cAutriebsbeiwert  $c_{\rm A}$ Widerstandbeiwert  $c_{\mathrm{W}}$ Momentenbeiwert  $c_{\mathrm{M}}$ optimaler Momentenbeiwert  $c_{\mathrm{M,opt}}$ Leistungsbeiwert  $c_{\mathrm{P}}$ optimaler Leistungsbeiwert  $c_{\mathrm{P,opt}}$ max. Leistungsbeiwert  $c_{\mathrm{P,max}}$ Schubbeiwert  $c_{\rm s}$  $E_{\mathbf{W}}$ Kinetische Energie des Windes  $F_{\rm A}$ Auftriebskraft (am Flügel-/Blattprofil) resultierende Kraft  $F_{\rm res}$  $\Delta F_{\mathrm{U}}$ anteilige Umfangskraft  $\Delta F_{
m S}$ anteilige Schubkraft  $F_{\rm S}$ Schubkraft auf den Rotor  $F_{S,A}$ Schubkraftanteil der Auftriebskraft Schubkraftanteil der Widerstandskraft  $F_{S.W}$  $F_{\rm ST}$ Staukraft am Rotor

Umfangskraftanteil der Auftriebskraft

Umfangskraftanteil der Widerstandskraft

 $F_{\rm U,A}$ 

 $F_{\rm U.W}$ 

 $F_{\rm W}$  Widerstandskraft (am Flügel-/Blattprofil)

 $J_{\rm B}$  Massenträgheitsmoment eines Rotorblattes

 $J_{\rm G}$  Massenträgheitsmoment des Generators

 $J_{\rm LW}$  Massenträgheitsmoment der Langsamen (Haupt-) Welle

 $J_{
m N}$  Massenträgheitsmoment der Nabe

 $J_{\rm R}$  Massenträgheitsmoment des Rotors (= Nabe + Blätter)

 $J_{\rm SW}$  Massenträgheitsmoment der schnellen (Zwischen-) Welle

 $M_{\rm G}$  Generatordrehmoment

 $M_{\rm G.nenn}$  Generatordrehnennmoment

 $P_{\rm G,nenn}$  Generatornennleistung

 $n_{\mathrm{G,nenn}}$  Generatornenndrehzahl

 $M_{\rm R}$  Rotordrehmoment

 $M_{\rm W}$  "Wind"-drehmoment

 $M_{\rm B}$  Blattdrehmoment

 $m_{
m Nac}$  Gondelmasse

 $m_{\rm Rot}$  Rotormasse (= Nabe + Blätter)

 $m_{\mathrm{Tow}}$  Turmmasse

 $m_{\mathrm{T}}$  Ersatzmasse der gesamten Windkraftanlage

 $m_{\rm Bla}$  Masse eines Rotorblattes

 $m_{\rm B}$  Effektiv schwingende Blattmasse

 $k_{
m s}$  Triebsstrangsteifigkeit bezogen auf die schnelle Welle

 $k_{\rm T}$  Ersatzsteifigkeit des Turmes

 $k_{\mathrm{B}}$  Ersatzsteifigkeit eines Blattes

$d_{\rm s}$	Dämpfungsfaktor des Triebsstranges bezogen auf die schnelle Welle
$d_{ m T}$	Dämpfungsfaktor des Turmes
$d_{ m B}$	Dämpfungsfaktor eines Blattes
$y_{ m T}$	Turmverbiegung
$y_{ m B}$	Blattverbiegung
m	Luftmasse
$m_{ m i}$	Luftmasse an Stelle i
$\dot{m}$	Luftmassenstrom
$\dot{m}_{ m i}$	Luftmassenstrom an Stelle i
$\dot{m}_1$	Luftmassenstrom an Stelle 1
$\dot{m}_2$	Luftmassenstrom an Stelle 2
$\dot{m}_3$	Luftmassenstrom an Stelle 3
$n_{ m g}$	Getriebeübersetzung
$n_{\mathrm{R}}$	Rotordrehzahl
$P_{\mathrm{R}}$	Mechanische Leistung des Rotors
$P_{\mathrm{W}}$	Mechanische Leistung des Windes
r	Effektive Blattlänge
$r_{ m i}$	Radius an Stelle i
R	Rotoraußenradius
u	Bewegungsgeschwindigkeit
$u^{'}$	relative Bewegungsgeschwindigkeit
v	Hauptwindgeschwindigkeitsrichtung des Windvektors $\underline{v}$
$v_{ m i}$	Windgeschwindigkeit an Stelle i

$\dot{v}_{ m i}$	Windgeschwindigkeitsänderung an Stelle i
$v_1$	Windgeschwindigkeit vor Rotorebene
$v_2$	Windgeschwindigkeit in der Rotorebene
$v_3$	Windgeschwindigkeit hinter der Rotorebene
z	Anzahl der Rotorblätter eines Rotors
$\Theta_{\mathrm{P}}$	Pitchwinkel
$\lambda$	Schnelllaufzahl
$\lambda_{ m opt}$	optimale Schnelllaufzahl
$\rho$	Luftdichte
$ ho_{ m i}$	Luftdichte an Volumenstelle i
$\rho_1$	Luftdichte an Volumenstelle 1
$ ho_2$	Luftdichte an Volumenstelle 2
$\rho_3$	Luftdichte an Volumenstelle 3
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit
$\omega_{ m G}$	Generatorwinkelgeschwindigkeit
$\omega_{ m R}$	Rotorwinkelgeschwindigkeit
$\dot{\omega}$	Winkelbeschleunigung
$arphi_{ m G}$	Generator Winkel
$\dot{arphi}_{ m G}$	Generator Winkelgeschwindigkeit
$arphi_{ m R}$	Rotor Winkel
$\dot{arphi}_{ m R}$	Rotor Winkelgeschwindigkeit
$ ilde{arphi}_{ m R}$	Rotor Winkel bezogen auf die Generatorseite des Getriebes
$\pi$	Kreiszahl

 $p_{\mathrm{ST}}$  Staudruck

 $c_{
m T}$  Schubkraftbeiwert

 $\alpha$  Anstellwinkel

 $lpha_{\mathrm{opt}}$  optimaler Anstellwinkel

 $t_{\mathrm{Flug}}$  Tiefe eines Tragflügels

 $t_{\mathrm{Flug}}$  Breite eines Tragflügels

 $\epsilon$  Gleitzahl

 $\epsilon_{\mathrm{opt}}$  optimale Gleitzahl

 $\gamma$  Anströmwinkel

 $\beta$  Bauwinkel

k<sub>I</sub> Faktor für die Steuerung im unteren Teillastbereich, konstant

 $k_{\omega \mathrm{R}}$  Linearisierungkoeffizient

 $k_{\theta}$  Linearisierungkoeffizient

 $k_{
m v}$  Linearisierungkoeffizient

# 1 Einführung in die Windenergieanlage

Ziel dieser Arbeit soll es sein, eine drehzahlvariable 5 MW Windturbine zu Modellieren, Simulieren und die Regelung umzusetzen. Konkret handelt es sich um eine *NREL*-Turbine, die für den Offshore-Einsatz konzipiert ist.

Dafür sollen folgende Anforderungen umgesetzt werden:

- 1. Erstellung des mathematischen Modells der Windturbine
- 2. Implementierung des Modells in Matlab/Simulink
- 3. Untergliederung des Modells in die Teilmodelle Antriebsstrang, Aerodynamik, Turm- und Blattdynamik
- 4. Umsetzung eines reduzierten Windturbinen-Modells für den Teil- und Volllastbereich
- 5. Reglerentwurf für alle Arbeitspunkte (über kennfeldbasierte, arbeitspunktabhängige Nachführung der Reglerkoeffizienten)

Der modellhafte Aufbau einer Windturbine ist nachfolgend (in Abbildung 1.1) dargestellt.

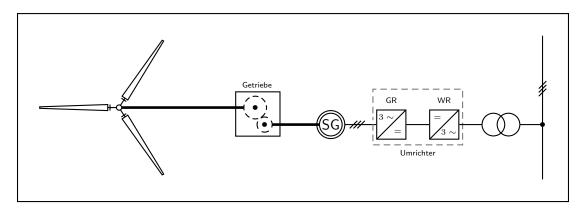


Abb. 1.1: Modellhafte Darstellung einer NREL Windturbine

Wie bereits aus den Anforderungen hervorgeht, soll das umzusetzende Modell unterteilt werden. Dabei besitzt jedes Teilmodell eigene Parameter/Konstanten, die in Tabelle 1.1 aufgezeigt sind.

Symbol	Parameter	Wert				
	Antriebsstrang					
$n_{ m g}$	Getriebeübersetzungsverhältnis	97.0				
$J_{ m R}$	Rotor Trägheitsmoment	$38759\cdot 10^3\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$				
$J_{ m G}$	Generator Trägheitsmoment	$534.1\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$				
$k_{\rm s}$	Triebsstrangsteifigkeit bez. auf schnelle Welle	$867637000/n_{\rm g}^2$				
$d_{ m s}$	Dämpfungsfaktor d. Triebsstranges	$6215000/n_{\rm g}^2$				
	Turm					
$m_{ m Nac}$	Gondelmasse	$240000\mathrm{kg}$				
$m_{ m Rot}$	Rotormasse (Blätter und Narbe)	$11000\mathrm{kg}$				
$m_{\mathrm{Tow}}$	Turmmasse	$347460\mathrm{kg}$				
$m_{ m T}$	Ersatzmasse der Windkraftanlage	$m_{\mathrm{Nac}} + m_{\mathrm{Rot}} + 0.25 \cdot m_{\mathrm{Tow}}$				
$k_{\mathrm{T}}$	Ersatzsteifigkeit des Turmes	$1981900\mathrm{N/m}$				
$d_{ m T}$	Dämpfungsfaktor des Turmes	$7 \cdot 10^4$				
	Rotorblatt					
R	Rotoraußenradius	63 m				
$m_{ m Bla}$	Masse eines Rotorblattes	$17740\mathrm{kg}$				
r	Effektive Blattlänge	$21.975\mathrm{m}$				
$m_{ m B}$	Effektiv schwingende Blattmasse	$0.25 \cdot m_{ m Bla}$				
$k_{\mathrm{B}}$	Ersatzsteifigkeit eines Blattes	$40000\mathrm{N/m}$				
$d_{ m B}$	Dämpfungsfaktor eines Blattes	$2 \cdot 10^4$				
	Weitere Parameter					
ρ	Luftdichte	$1.225\mathrm{kg/m^3}$				

Tab. 1.1: Modellparameter der NREL Windturbine

Ziel soll es sein eine Regelung für den Teillast- und Volllastbetrieb umzusetzen, die auf die in Simulink implementierten (Teil-)Modelle angewendet wird. Als Stellgröße gelten das Generatormoment und der kollektive Pitchwinkel. Dabei sind folgende Systemgrenzen zu berücksichtigen:

- 1. Stellgrößenbegrenzung des Pitchantriebes von maximal  $8^{\circ}$
- 2. Maximale Narbenauslenkung bei Böen sei 1.5 m
- 3. Maximale Blattauslenkung an der Spitze sei 7 m
- 4. Die Rotordrehzahl darf maximal 1.2-fach so groß sein wie die Nenndrehzahl

# 2 Theoretische Grundlagen

#### 2.1 Stromröhrentheorie

Mithilfe der Stromröhrentheorie wird eine Energie- bzw. Leistungsbilanz des Luftmassenstromes  $\dot{m}$  in einer Stromröhre aufgestellt. Eine Stromröhre beschreibt einen Bilanzraum, welcher den Einfluss eines WEA-Rotors auf die Umgebung beinhaltet. Der Bilanzraum beginnt vor der WEA und endet hinter dieser. Die Ausbreitungsrichtung wird durch die Windrichtung vor dem Rotor bestimmt.

Durch eine erste vereinfachte Annahme, dass der Luftmassenstrom ungestört ist, wird eine mathematische Formel zur Berechnung der Windleistung  $P_{\rm W}$  bestimmt. Anschließend erfolgt die Adaptierung durch die Annahme eines gestörten Luftmassenstromes. Dies führt zur Herleitung der entnommenen Rotorleistung  $P_{\rm R}$  und des Leistungsbeiwertes  $c_{\rm P}$ .

## 2.1.1 Ungestörter Luftmassenstrom

#### 2.1.1.1 Stromröhrenmodell

Zur Modellierung der Stromröhre werden drei Querschnittsflächen  $(A_1, A_2 \text{ und } A_3)$  mit dem gleichen Flächeninhalt definiert. Die Ein- und Austrittsflächen  $(A_1 \text{ und } A_3)$  sind raumfest, d.h. diese ändern weder die Größe noch die Lage. Durch die Verbindung beider Flächen mithilfe von Stromlinien wird eine richtungsstationäre Mantelfläche aufgespannt (Abbildung 2.1).

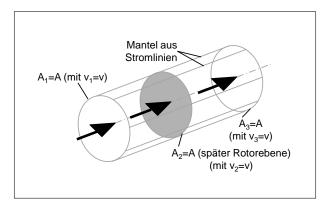


Abb. 2.1: Ungestörte Luftröhre

Folgende weitere Annahmen werden getroffen:

- konstante Querschnittsflächen:  $A_i = const.$
- stationäre gleichförmige Strömung:  $v_i(t_1) = v_i(t_2) = v_i = const.$

- geringe Druckunterschiede:  $\rho_i = const.$
- Index i = 1; 2; 3

Der ungestörte Luftmassenstrom folgt zu:

$$\boxed{\dot{m}_{\rm i} = \rho_{\rm i} \cdot v_{\rm i} \cdot A_{\rm i} = const.} \tag{2.1}$$

#### **2.1.1.2** Windleistung $P_{\rm W}$

Zur Berechnung der Windleistung  $P_{\rm W}$  wird der ungestörten Luftmassenstroms (Gleichung 2.1) mit der Annahme, dass die Querschnittsflächen aus dem Rotoraußenradius R berechnet werden (Gleichung 2.2) verwendet.

$$A_{\rm i} = \pi \cdot R^2 \tag{2.2}$$

Die Windleistung folgt aus der zeitlichen Differentiation der kinetischen Windenergie  $E_{\rm W}$  nach der Luftmasse m und der Windgeschwindigkeit v.

$$E_{W} = \frac{1}{2} \cdot m_{i} \cdot v_{i}^{2}$$

$$P_{W} = \frac{d}{dt}(E_{W})$$
(2.3)

$$P_{W} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m}_{i} \cdot v_{i}^{2} + \frac{1}{2} \cdot m_{i} \cdot 2 \cdot \dot{v}_{i}^{2}$$
(2.4)

Da eine stationäre Strömung vorliegt, ist die Änderung der Windgeschwindigkeit gleich Null  $(\dot{v}_i = 0)$ . Folglich wird die Gleichung 2.4 vereinfacht.

$$P_{\rm W} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m}_{\rm i} \cdot v_{\rm i}^2 \tag{2.5}$$

Durch das Einsetzen des ungestörten Luftmassenstromes aus Gleichung 2.1 in die Gleichung 2.5 resultiert die mathematische Formel zur Berechnung der zugefügten Windleistung  $P_{\rm W}$ . Die Windgeschwindigkeit  $v_1$  und die Zwischenfläche  $A_2$  sind entscheidend. Die Luftdichte  $\rho$  wird wie o.g. als konstant angenommen.

$$P_{W} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1 \cdot A_2 \cdot v_1^2$$

$$P_{W} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_2 \cdot v_1^3$$
(2.6)

## **2.1.1.3 Staukraft** $F_{\rm ST}$

Zur Vorbereitung auf die Tragflügeltheorie wird die Formel zur Berechnung der Windleistung zu einem Produkt aus Staukraft  $F_{\rm ST}$  und ungestörter Windgeschwindigkeit  $v_1$  vereinfacht. Die Staukraft resultiert aus dem Produkt von Staudruck  $p_{\rm ST}$  und der Querschnittsfläche  $A_2$ .

$$p_{\text{ST}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2$$

$$F_{\text{ST}} = p_{\text{ST}} \cdot A_2$$

$$P_{\text{W}} = F_{\text{ST}} \cdot v_1$$
(2.7)

#### 2.1.2 Gestörter Luftmassenstrom

#### 2.1.2.1 Adaptierung des ungestörten Stromröhrenmodells

In der Realität liegt zwischen der Ein- und Austrittsfläche der Stromröhre ein Objekt (z.B. ein WEA-Rotor), welcher ein Strömungshindernis darstellt und den Luftmassenstrom verzögert (Abbildung 2.2). Die Verzögerung hat einen Abfall der Windgeschwindigkeiten  $v_2$  und  $v_3$  zur Folge.

$$v_1 > v_2 > v_3$$

Wird der ungestörte Luftmassenstrom mit gleichbleibender Windgeschwindigkeit  $v_2$  und Querschnittfläche  $A_2$  vorausgesetzt, muss die Querschnittsfläche  $A_1$  verjüngt und die Fläche  $A_3$  vergrößert werden, sodass weiterhin Gleichung 2.1 gilt.

$$A_1 < A_2 < A_3$$

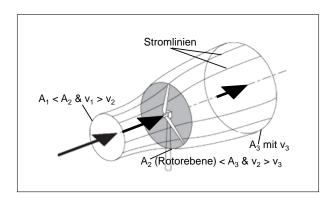


Abb. 2.2: Gestörte Luftröhre

## 2.1.2.2 Drehzahlunabhängige Rotorleistung $P_{\rm R}$

Die direkte Messung der Windgeschwindigkeit  $v_2$  am Rotorblatt ist kaum möglich. Somit wird im ersten Ansatz die Rotorleistung  $P_{\rm R}$  mithilfe der Gleichung 2.5 aus der Differenz der Windleistung vor dem Rotor und nach dem Rotor berechnet.

$$P_{\mathrm{R}} = P_{\mathrm{W}}(v_1) - P_{\mathrm{W}}(v_3)$$

$$P_{\rm R} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m}_{\rm i} \cdot (v_1^2 - v_3^2)$$
 (2.8)

#### 2.1.2.3 Einfluss der Rotordrehzahl $n_{ m R}$

Die entnommene Rotorleistung ist abhängig von der Windgeschwindigkeit  $v_2$ , der Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  und aerodynamischen Effekten. Um die maximal mögliche Leistung für unterschiedliche Arbeitspunkte zu bestimmen, werden WEA-Kennfelder aufgenommen, welche im späteren Verlauf weiter definiert werden. Für eine erste Betrachtung über die Lage des Maximums werden zwei extreme Betriebspunkte festgelegt:

- Rotorstillstand:  $n_{\rm R}=0 
  ightarrow {\sf kaum\ Verz\"{o}gerung}$
- Verblockung:  $n_{\rm R}$  » 0  $\rightarrow$  nahezu Verstopfung

In beiden Fällen ist die entnommene Rotorleistung annähernd Null. Aus den Grenzfällen wird geschlussfolgert, dass das Maximum der Rotorleistung zwischen diesen Punkten liegen muss. Aus dem Froude-Rankineschen Theorem geht hervor, dass die Windgeschwindigkeit des Rotors  $v_2$  den Mittelwert der ungestörten Windgeschwindigkeit  $v_1$  und der reduzierten Windgeschwindigkeit  $v_3$  darstellt. Somit gilt:

$$v_2 = \frac{v_1 + v_3}{2} \tag{2.9}$$

Der resultierende Luftmassenstrom gemäß Gleichung 2.5 folgt zu:

$$\dot{m} = \rho \cdot v_2 \cdot A_2$$

$$\dot{m} = \rho \cdot \frac{v_1 + v_3}{2} \cdot A_2 \tag{2.10}$$

Durch das Einsetzen der Zusammenhänge aus Gleichung 2.8 in Gleichung 2.10 folgt die

Gleichung zur Berechnung der Rotorleistung  $P_{\rm R}$  in Abhängigkeit der Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$ .

$$P_{R} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{v_{1} + v_{3}}{2} \cdot A_{2} \cdot (v_{1}^{2} - v_{3}^{2})$$

$$P_{R} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot v_{1} \cdot (1 + \frac{v_{3}}{v_{1}}) \cdot v_{1}^{2} \cdot (1 - \frac{v_{3}^{2}}{v_{1}^{2}})$$

Wird nun der Term  $(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1 \cdot A_2 \cdot v_1^2)$  durch  $P_W$  aus Gleichung 2.6 ersetzt, resultiert:

$$P_{\rm R} = P_{\rm W} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{v_3}{v_1}) \cdot (1 - \frac{v_3^2}{v_1^2})$$
 (2.11)

#### 2.1.2.4 Leistungsbeiwert $c_{\rm P}$

Die Gleichung 2.11 wird weiter zu einem Produkt aus der Windleistung  $P_{\rm W}$  und einem dimensionslosen Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  zusammengefasst. Der Leistungsbeiwert nimmt nur Werte zwischen Null und Eins an und beschreibt das Verhältnis von entnommener Rotorleistung  $P_{\rm R}$  zu zugefügter Windleistung  $P_{\rm W}$ .

$$c_{\rm P} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{v_3}{v_1}) \cdot (1 - \frac{{v_3}^2}{v_1^2})$$

$$P_{\rm R} = P_{\rm W} \cdot c_{\rm P}$$
(2.12)

$$c_{\rm P} = \frac{P_{\rm R}}{P_{\rm W}} \tag{2.13}$$

Ist der Leistungsbeiwert gleich Eins, entnimmt die WEA 100% der Windleistung. Dies ist in der Realität u.a. aufgrund von aerodynamischen Effekten nicht möglich. Bei einer optimalen Verzögerung wird ein Wert von ca. 59%  $(\frac{16}{27})$  erreicht, welcher als Betzscher Leistungsbeiwert  $(c_{\rm P,max})$  bezeichnet wird. Dieser Wert wird ausschließlich bei folgender Konstellation ausgehend von der Windgeschwindigkeit  $v_1$  erreicht. Diese Annahme ist jedoch hypothetisch, d.h. in Realität liegt der maximale Leistungsbeiwert bei ca. 45 bis 48%.

- $v_2 = \frac{2}{3} \cdot v_1$
- $v_3 = \frac{1}{3} \cdot v_1$

Weichen die Windgeschwindigkeiten am Rotor und hinter der WEA von den o.g. Faktoren ab, ist das Verhältnis von entnommener zu zugefügter Leistung geringer als der Betzsche Leistungsbeiwert.

# 2.2 Tragflügeltheorie

## 2.2.1 Auftrieb und Widerstand eines Tragflügels

Wird ein Tragflügel von einem Wind der Geschwindigkeit v erfasst, entsteht eine resultierende Geschwindigkeit c (Anströmgeschwindigkeit) (Abbildung 2.3), welche über die Wurzel der quadratischen Summe aus Windgeschwindigkeit v und der relativen Bewegungsgeschwindigkeit v berechnet wird (Gleichung 2.14). Die relative Bewegungsgeschwindigkeit v folgt aus der Negation der quer zur Windgeschwindigkeit stehenden Bewegungsgeschwindigkeit v

$$c = \sqrt{v^2 + (u')^2} \tag{2.14}$$

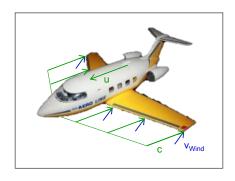


Abb. 2.3: Anströmverhältnisse eines Tragflügels

Die Anströmgeschwindigkeit ist über die Tragflügellänge konstant. Durch die Luftanströmung werden Luftpartikel an der oberen Tragflügelseite beschleunigt und an der unteren Tragflügelseite abgebremst. Dadurch entstehen eine Saugseite (beschleunigte Luftpartikel) und eine Druckseite (gebremste Luftpartikel). Die unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten führen zu einem Druckunterschied zwischen der oberen und unteren Tragflügelseite. Der Überdruck unter dem Tragflügel führt zu einer Auftriebskraft  $F_{\rm A}$ , wohingegen der Unterdruck auf der Oberseite eine Widerstandkraft  $F_{\rm W}$  hervorruft (Abbildung 2.4).

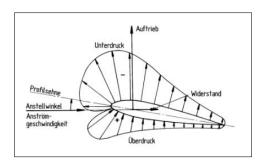


Abb. 2.4: Saug- und Druckseite

#### 2.2.1.1 Kräfte

Durch die Abgrenzung von Saug- und Druckseite durch eine Profilsehne entsteht ein Anstellwinkel  $\alpha$  zwischen der Profilsehne und des Vektors der Anströmgeschwindigkeit c. Die Widerstandkraft verläuft in Richtung der Anströmgeschwindigkeit, wohingegen die Auftriebskraft senkrecht zu dieser steht (Abbildung 2.5). Aus den Kenntnissen über die Tiefe  $t_{\rm Flug}$  und Breite  $t_{\rm Flug}$  eines Tragflügels werden die Auftriebs- und Widerstandkraft nach Gleichung 2.15 und Gleichung 2.16 berechnet.

$$F_{\rm A} = c_{\rm A}(\alpha) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (t_{\rm Flug} \cdot t_{\rm Flug})$$
 (2.15)

$$F_{\rm W} = c_{\rm W}(\alpha) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (t_{\rm Flug} \cdot t_{\rm Flug})$$
 (2.16)

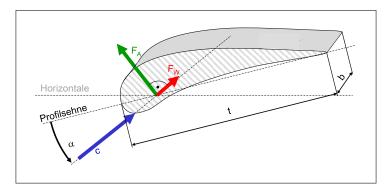


Abb. 2.5: Auftriebs- und Widerstandskraft

#### 2.2.1.2 Beiwerte

Die Faktoren  $c_{\rm A}$  und  $c_{\rm W}$  stellen den Auftriebs- und Widerstandsbeiwert dar und hängen vom Anstellwinkel  $\alpha$  ab. Die jeweiligen Werte werden messtechnisch ermitteln und sind für jede Tragflügelkontur unterschiedlich (Abbildung 2.6).

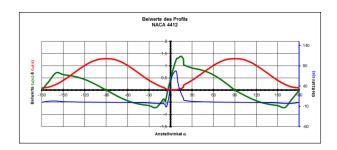


Abb. 2.6: Beispielverlauf der Beiwerte

Wird der Quotient aus Antriebskraft  $F_{\rm A}$  und Widerstandskraft  $F_{\rm W}$  gebildet, folgt die Gleitzahl  $\epsilon$ . Diese Verhältnis wird optimal, wenn im Verhältnis zum Widerstand ein maximaler Auftrieb erzeugt wird. Daraus resultiert ein optimaler Anstellwinkel  $\alpha_{\rm opt}$ .

$$\frac{F_{\rm A}}{F_{\rm W}} = \frac{c_{\rm A}(\alpha) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (t_{\rm Flug} \cdot t_{\rm Flug})}{c_{\rm W}(\alpha) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 \cdot (t_{\rm Flug} \cdot t_{\rm Flug})}$$

$$\frac{F_{\rm A}}{F_{\rm W}} = \frac{c_{\rm A}(\alpha)}{c_{\rm W}(\alpha)} \tag{2.17}$$

$$\epsilon(\alpha) = \frac{F_{\rm A}}{F_{\rm W}}$$
 (2.18)

Wird ein blattprofilspezifischer Wert des Anstellwinkels überschritten, folgt ein Strömungsabriss, d.h. die Luftpartikel folgen nicht länger der Tragflügelkontur.

#### 2.2.2 Anströmverhältnisse am Rotorblatt

## 2.2.2.1 Anströmungs- und Umfangsgeschwindigkeit

Basierend auf Gleichung 2.14 wird die Anströmungsgeschwindigkeit  $c\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  aus der Wurzel der quadratischen Summe von der Windgeschwindigkeit  $v_{2}$  in der Rotorebene und der Umfangsgeschwindigkeit  $u\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  infolge der Rotordrehung berechnet (Gleichung 2.19) (Abbildung 2.7).

$$c(R, n_{\rm R}) = \sqrt{v_2^2 + u(R, n_{\rm R})^2}$$
 (2.19)

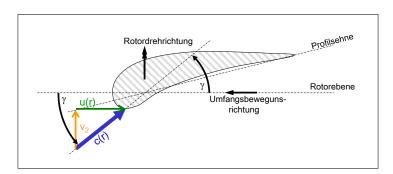


Abb. 2.7: Anströmverhältnisse eines Rotorblattes

Die Umfangsgeschwindigkeit u des Rotors ist abhängig von der Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  und dem Rotoraußenradius R (Gleichung 2.20). Mit steigendem Radius zur Blattspitze nimmt die Umfangsgeschwindigkeit und somit auch die Anströmgeschwindigkeit zu.

$$u(R, n_{\rm R}) = \omega_{\rm R} \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot n_{\rm R} \cdot R$$
(2.20)

#### 2.2.2.2 Schnelllaufzahl

Zur aerodynamischen Auslegung der Rotorblätter ist die Kenntnis über das Verhältnis von Blattspitzengeschwindigkeit  $u\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  zur ungestörten Windgeschwindigkeit  $v_{1}$  wichtig. Dieses Verhältnis wird als Schnelllaufzahl  $\lambda$  deklariert.

$$\lambda\left(R, n_{\mathrm{R}}\right) = \frac{u\left(R, n_{\mathrm{R}}\right)}{v_{1}} = \frac{\omega_{\mathrm{R}}\left(n_{\mathrm{R}}\right) \cdot R}{v_{1}} \tag{2.21}$$

#### 2.2.2.3 Anstell- und Anströmwinkel

Der Anstellwinkel  $\alpha\left(R\right)$  hängt vom Tragflügelprofil ab und repräsentiert den Winkel zwischen der Anströmgeschwindigkeit  $c\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  und der Profilsehne, welche die Trennlinie zwischen der Druck- und Saugseite darstellt (Abbildung 2.8).

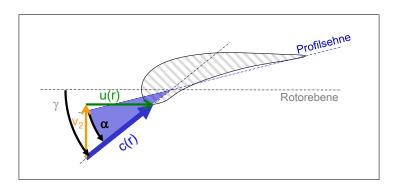


Abb. 2.8: Anstell- und Anströmwinkel

Der Anströmwinkel  $\gamma\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  hängt von der Windgeschwindigkeit  $v_{2}$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  ab. Sind beide Größen bekannt, resultiert der Anströmwinkel aus folgender Gleichung 2.22.

$$\gamma(R, n_{\rm R}) = \arctan\left(\frac{v_2}{u(R, n_{\rm R})}\right)$$
(2.22)

Die eben aufgeführte Gleichung hängt ebenso wie die Anströmgeschwindigkeit c nur von der Windgeschwindigkeit  $v_2$  in der Rotorebene und der Umfangsgeschwindigkeit  $u\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  ab. Somit hängt die Anströmgeschwindigkeit  $\gamma$  direkt vom Anströmwinkel  $\alpha$  ab. Es gilt:

$$c(R, n_{\rm R}) = c(\gamma(R, n_{\rm R}))$$
(2.23)

#### 2.2.2.4 Bauwinkel

Der Bauwinkel  $\beta\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  wird beim Entwurf eines neuen Rotorblattes festgelegt und liegt zwischen der Rotorebene und der Profilsehne (Abbildung 2.9). Auf Grundlage dessen resultiert ein optimales Anströmverhältnis aus Antriebskraft  $F_{\mathrm{A}}\left(\alpha\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)\right)$  zu Widerstandskraft  $F_{\mathrm{W}}\left(\alpha\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)\right)$ . Der Anstellwinkel  $\alpha\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  liegt genau im Optimum  $\alpha_{\mathrm{opt}}\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$ . Durch den Einbauwinkel kann der Anströmwinkel  $\gamma\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  aus der Summe von Anstellwinkel  $\alpha\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  und Bauwinkel  $\beta\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  berechnet werden (Gleichung 2.24).

$$\gamma(R, n_{\rm R}) = \alpha(R, n_{\rm R}) + \beta(R, n_{\rm R})$$
(2.24)

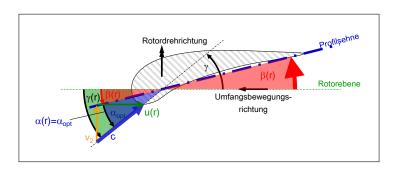


Abb. 2.9: Bauwinkel

Da die Umfangsgeschwindigkeit bei gleichbleibenden Windverhältnissen von der Blattspitze bis zur Blattwurzel linear abnimmt und trotzdem ein optimale Anstellwinkel über die gesamte Blattlänge erreicht werden soll, muss das Rotorblatt verwunden werden. Andernfalls würde das Anströmverhältnis nicht im Optimum liegen. Der Bauwinkel nimmt zur Blattspitze hin ab. Die Blattkontur kann während des Betriebs nicht weiter verändert werden, folglich kann der Anstellwinkel nur noch durch die Anpassung der Rotordrehzahl, als auch durch das Verdrehen des gesamten Rotorblattes (Pitchen) verändert werden.

## 2.2.2.5 Wirkung der Auftriebs- und Widerstandskraft

Die Gleichungen zur Berechnung der Auftriebs- und Widerstandkraft beruhen auf Gleichung 2.15 und Gleichung 2.16. Da die Anströmgeschwindigkeit  $c\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  ebenfalls vom Anströmwinkel  $\gamma\left(R,n_{\mathrm{R}}\right)$  abhängt, folgt:

$$F_{\rm A}\left(\alpha\left(R,n_{\rm R}\right),\gamma\left(R,n_{\rm R}\right)\right) = c_{\rm A}\left(\alpha\left(R,n_{\rm R}\right)\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c\left(\gamma\left(R,n_{\rm R}\right)\right)^{2} \cdot \left(t_{\rm Flug} \cdot t_{\rm Flug}\right) \quad \text{(2.25)}$$

$$F_{W}\left(\alpha\left(R, n_{R}\right), \gamma\left(R, n_{R}\right)\right) = c_{W}\left(\alpha\left(R, n_{R}\right)\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c\left(\gamma\left(R, n_{R}\right)\right)^{2} \cdot \left(t_{Flug} \cdot t_{Flug}\right) \quad (2.26)$$

Aus der Wurzel der quadratischen Addition von Auftriebs- und Widerstandskraft folgt eine resultierende Gesamtkraft  $F_{\rm res}\left(\alpha,\gamma\right)$  (Gleichung 2.27), welche aus einer resultierenden Umfangskraft  $\Delta F_{\rm U}\left(\alpha,\gamma\right)$  und einer Schubkraft  $\Delta F_{\rm S}\left(\alpha,\gamma\right)$  besteht (Abbildung 2.10). Die resultierende Umfangskraft hat Biege- und Schubbelastungen von den Rotorblättern, Gondel, Turm und des Fundaments zur Folge. Hingegen erzeugt die Schubkaft eine Beschleunigung und Verzögerung der Rotordrehung.

$$F_{\text{res}}(\alpha, \gamma) = \sqrt{F_{\text{A}}(\alpha, \gamma)^2 + F_{\text{W}}(\alpha, \gamma)^2}$$
(2.27)

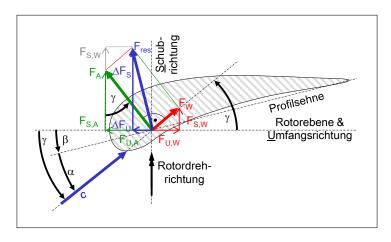


Abb. 2.10: Wirkung der Auftriebs- und Widerstandskraft

Die Kräfte  $\Delta F_{\rm U}\left(\alpha,\gamma\right)$  und  $\Delta F_{\rm S}\left(\alpha,\gamma\right)$  können aus den Längs- und Querkräften der Antriebs- und Widerstandskräften berechnet werden.

$$F_{\text{U,A}}(\alpha, \gamma) = F_{\text{A}}(\alpha, \gamma) \cdot \sin(\gamma(R, n_{\text{R}}))$$

$$F_{\text{U,W}}(\alpha, \gamma) = F_{\text{W}}(\alpha, \gamma) \cdot \cos(\gamma(R, n_{\text{R}}))$$

$$\Delta F_{\text{U}}(\alpha, \gamma) = F_{\text{U,A}}(\alpha, \gamma) - F_{\text{U,W}}(\alpha, \gamma)$$

$$\overline{\Delta F_{\text{U}}(\alpha, \gamma) = F_{\text{A}}(\alpha, \gamma) \cdot \sin(\gamma(R, n_{\text{R}})) - F_{\text{W}}(\alpha, \gamma) \cdot \cos(\gamma(R, n_{\text{R}}))}$$
(2.28)

$$F_{S,A}(\alpha, \gamma) = F_{A}(\alpha, \gamma) \cdot \cos(\gamma (R, n_{R}))$$

$$F_{S,W}(\alpha, \gamma) = F_{W}(\alpha, \gamma) \cdot \sin(\gamma (R, n_{R}))$$

$$\Delta F_{S}(\alpha, \gamma) = F_{S,A}(\alpha, \gamma) + F_{S,W}(\alpha, \gamma)$$

$$\Delta F_{\rm S}(\alpha, \gamma) = F_{\rm A}(\alpha, \gamma) \cdot \cos(\gamma(R, n_{\rm R})) - F_{\rm W}(\alpha, \gamma) \cdot \sin(\gamma(R, n_{\rm R}))$$
(2.29)

Die Gleichung 2.28 und Gleichung 2.29 gelten für ein Blattelement. Ein Rotorblatt besteht aus mehreren Blattelementen.

#### 2.2.3 Drehmomente und Leistungen

#### 2.2.3.1 Rotor- und Blattmoment

Das Rotordrehmoment  $M_{\rm R}$  resultiert aus der Summation aller Teilmomente, welche aus dem Produkt von resultierender Umfangskraft  $\Delta F_{\rm U}$  und zugehöriger Radius resultieren. Da die WEA aus drei Rotorblättern besteht, wird die Summe zusätzlich mit dem Faktor drei multipliziert (Gleichung 2.30).

$$M_{\rm R}(R, n_{\rm R}) = 3 \cdot \sum_{i} \Delta F_{\rm U}(r_{\rm i}) \cdot r_{\rm i}$$
(2.30)

Für das Blattmoment  $M_{\rm B}$  kann die Gleichung 2.30 als Referenz heranzgezogen werden. Die Umfangskraft wird lediglich durch die Schubkraft  $\Delta F_{\rm S}$  ersetzt (Gleichung 2.31).

$$M_{\rm B}(R, n_{\rm R}) = 3 \cdot \sum_{i} \Delta F_{\rm S}(r_{\rm i}) \cdot r_{\rm i}$$
(2.31)

#### 2.2.3.2 Rotorleistung

Durch die gewonnenen Erkenntnisse aus Gleichung 2.30 über das Rotormoment  $M_{\rm R}$  und mithilfe der Rotorwinkelgeschwindigkeit  $\omega_{\rm R}$  kann nun eine Gleichung zur Berechnung der Rotorleistung berechnet werden, welche in direkter Abhängigkeit zur Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  steht.

$$P_{R}(R, n_{R}) = \left(3 \cdot \sum_{i} \Delta F_{S}(r_{i}) \cdot r_{i}\right) \cdot \omega_{R}(R, n_{R})$$
(2.32)

#### 2.2.4 Leistungsanpassung

#### 2.2.4.1 Leistungsbegrenzung durch Pitchen

Beim Pitchen kann der Anstellwinkel  $\alpha$  durch das Drehen des gesamten Blattes um den Pitchwinkel  $\Theta_{\rm P}$  an unterschiedliche Windgeschwindigkeiten v angepasst werden. Der Anströmwinkel  $\gamma$  bleibt dabei unverändert.

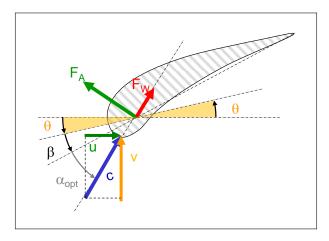


Abb. 2.11: Pitchwinkel

Da die Drehung jedoch eine langsame Stellgröße darstellt und die Windgeschwindigkeiten schnellen Änderungen unterliegen, ist das Pitchen lediglich zur Leistungsbegrenzung sinnvoll. Ein weiterer Nachteil ist, dass der optimale Anstellwinkel  $\alpha_{\rm opt}$  lediglich für ein Blattelement eingestellt wird, nicht aber für die gesamte Blattlänge.

#### 2.2.4.2 Leistungsoptimierung durch Drehzahlanpassung

Als Alternative zum Pitchen, wird die Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  und somit die Umfangsgeschwindigkeit u entsprechend der Windgeschwindigkeiten in der Rotorebene nachgeführt, um ein optimales Anströmverhältnis und ein daraus resutlierenden optimalen Anstellwinkel  $\alpha_{\rm opt}$  zu garantieren. Der optimale Anstellwinkel hängt direkt vom Anströmwinkel ab, d.h. der Anstellwinkel ändert die Größe indirekt zur Rotordrehzahl. Durch die dynamische Drehzahlanpassung kann im Gegensatz zur Pitchwinkelverstellung der optimale Anstellwinkel für alle Blattelemente eingestellt werden.

# 2.3 Zusammenführung von Stromröhren- und Tragflügeltheorie

Die Grundlage der Zusammenführung bildet der Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$ , welcher das Verhältnis von Rotorleistung  $P_{\rm R}$  zu Windleistung  $P_{\rm W}$  widerspiegelt (Gleichung 2.13).

htm

Die Rotorleistung folgt dabei aus den Kenntnissen der Tragflügeltheorie in Abhängigkeit der resultierend Umfangskraft  $\Delta F_{\rm U}\left(\alpha,\gamma\right)$  (Gleichung 2.28). Die Berechnung der zur Verfügung stehenden Windenergie resultiert aus der Stromröhrentheorie (Gleichung 2.6). Durch die Zusammenführung ist ein Zusammenhang zwischen Anstellwinkel  $\alpha$  und dem Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  hergestellt worden.

## 2.3.1 Zusammenhang zwischen Anstellwinkel und Leistungsbeiwert

Der Anstellwinkel  $\alpha$  bestimmt die Größe der Gleitzahl  $\epsilon$  (Gleichung 2.18), welche das Verhältnis von Antriebskraft  $F_{\rm A}\left(\alpha\right)$  zu Widerstandskraft  $F_{\rm W}\left(\alpha\right)$  bzw. der beiden Beiwerte  $c_{\rm A}\left(\alpha\right)$  und  $c_{\rm W}\left(\alpha\right)$  widergibt. Bei einem optimalen Anstellwinkel  $\alpha_{\rm opt}$  wird diese Verhältnis ebenfalls optimal und somit auch die Gleitzahl  $\epsilon_{\rm opt}$ .

$$\alpha \to \alpha_{\rm opt} \Rightarrow \epsilon \to \epsilon_{\rm opt}$$

Die resultierende Umfangskraft  $\Delta F_{\rm U}\left(\alpha,\gamma\right)$  erreicht aufgrund der Abhängigkeit zu den Beiwerten ebenfalls das Optimum, wenn die Gleitzahl im Optimum ist.

$$\epsilon_{\rm opt} \Rightarrow \Delta F_{\rm Uopt}$$

Da die notwendige Rotorleistung von der Umfangskraft abhängt, führt eine Steigerung der Umfangskraft  $\Delta F_{\rm U}$  zu einer einer Steigerung der Rotorleistung  $P_{\rm R}$ .

$$\Delta F_{\rm U} \uparrow \Rightarrow P_{\rm R} \uparrow$$

Durch den Anstieg der Rotorleistung, steigt das Verhältnis von Rotorleistung zu Windleistung und somit der Leistungsbeiwert  $c_P$ .

$$P_{\rm R} \uparrow \Rightarrow c_{\rm P} \uparrow$$

Somit wird geschlussfolgert, dass ein optimaler Anstellwinkel  $\alpha_{\rm opt}$  zu einem optimalen Leistungsbeiwert  $c_{\rm P,opt}$  führt. Da der Zusammenhang über die nicht monotone Funktion der Gleitzahl  $\epsilon$  hergestellt wurde, ist die Änderung des Leistungsbeiwertes  $c_{\rm P}$  nicht proportional zu einer Änderung des Anstellwinkels  $\alpha$ .

#### 2.3.2 Momentenbeiwert

Der Momentenbeiwert  $c_{\rm M}$  wird als Quotient aus Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  und Schnellaufzahl  $\lambda$  definiert (Gleichung 2.33).

$$c_{\rm M} = \frac{c_{\rm P}}{\lambda} \tag{2.33}$$

Aus den Kenntnissen über die Zusammenhänge von Leistungen und Momenten (Gleichung 2.34 und Gleichung 2.35) folgt bei Gleichsetzung der Rotor- und Windleistung, dass der Momentenbeiwert ebenfalls den Quotienten aus Rotormoment  $M_{\rm R}$  zu Windmoment  $M_{\rm W}$  repräsentiert (Gleichung 2.36).

$$P_{\rm W} = M_{\rm W} \cdot \omega_{\rm R} \cdot c_{\rm M} \tag{2.34}$$

$$P_{\rm R} = M_{\rm R} \cdot \omega_{\rm R} \tag{2.35}$$

$$c_{\rm M} = \frac{M_{\rm R}}{M_{\rm W}} \tag{2.36}$$

#### 2.3.3 Zusammenfassung der Leistungen und Drehmomente von Rotor und Wind

Das Winddrehmoment resultiert aus dem Produkt von Schukraft  $F_{\rm ST}$  und Blattradius R. Zur Berechnung der Windleistung gilt Gleichung 2.7.

$$M_{\rm W} = F_{\rm ST} \cdot R$$

$$M_{\rm W} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot A_2 \cdot R \tag{2.37}$$

$$P_{\rm W} = F_{\rm ST} \cdot v_1$$

$$P_{W} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{1}^{3} \cdot A_{2}$$
 (2.38)

Die Gleichungen zur Berechnung des Rotordrehmoments  $M_{\rm R}$  und der Rotorleistung  $P_{\rm R}$  ruhen auf Basis von Gleichung 2.12 und Gleichung 2.36.

$$M_{\rm R} = F_{\rm ST} \cdot R \cdot c_{\rm M}$$

$$M_{\rm R} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot A_2 \cdot R \cdot c_{\rm M}$$
(2.39)

$$P_{\rm R} = F_{\rm ST} \cdot v_1 \cdot c_{\rm P}$$

$$P_{R} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot A_2 \cdot v_1 \cdot c_{P}$$
(2.40)

# 2.4 WEA-Kennfelder

# 2.5 Lookup Tables

# 3 Modell des Antriebsstranges

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Modellierung und Simulation des Antriebsstranges der Windturbine. Das Modell soll anschließend zusammen mit dem Modell des Turmes und des Blattes, sowie der Aerodynamik als Teilmodelle in Simulink zusammengeführt werden. Der Antriebsstrang besteht dabei grundsätzlich aus einem Rotor (Blätter und Nabe), einem Getriebe, einem Synchrongenerator sowie einer Welle, welche alle Komponenten mechanisch verbindet. Abbildung 3.1 zeigt einer Übersichtsgrafik der Modellparameter als Einbzw. Ausgänge des Teilmodells.

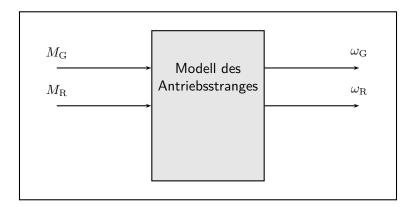


Abb. 3.1: Blockdarstellung des Antriebsstrangteilmodells inklusive der Ein- und Ausgangsparameter

Zu erkennen sind das Generatordrehmoment  $(M_{\rm G})$  und das Rotordrehmoment  $(M_{\rm R})$  als Eingangsgrößen des Modells. Das Rotordrehmoment wird in der Gesamtsimulation später vom Modell der Aerodynamik bereitgestellt. Das Generatordrehmoment geht aus dem Generator-Umrichter-Modell hervor, in welchem auch die Regelung der Windkraftanlage umgesetzt ist.

Als Ausgänge benötigt werden die Generatorwinkelgeschwindigkeit ( $\omega_G$ ) und die Rotorwinkelgeschwindigkeit ( $\omega_R$ ). Erstere ist später ein Eingangsparameter des Generator-Umrichter-Modells und wird insbesondere für die Berechnung des Generatordrehmoment im Momentenregler benötigt. Die Rotorwinkelgeschwindigkeit ist ebenfalls ein Eingang des Generator-Umrichter-Modells sowie des Modells für die Aerodynamik.

# 3.1 Modellierung des Antriebsstranges

Zunächst soll das Modell für den Antriebsstrang entwickelt werden, bevor es anschließend simulativ losgelöst in Simulink getestet und verifiziert werden kann. Abbildung 3.2 zeigt

modellhaft die Struktur des Antriebsstranges mitsamt der wirkenden Momente. Auf Basis der Abbildung erfolgt anschließend die Modellierung des Teilsystems.

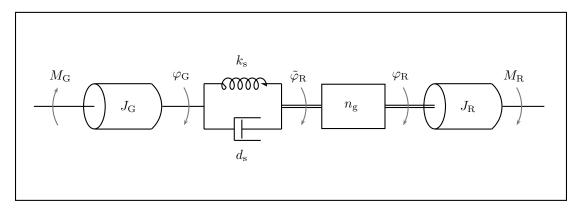


Abb. 3.2: Modellhafte des Antriebsstrangteilmodelles inklusive der wirkenden Momente

Die Modellbildung erfolgt über die Momentenbilanzierung. Diese besagt, dass die Summe aller wirkenden Momente gleich Null ist. Zunächst lässt sich die Summe aller Momente allgemein berechnen zu

$$\sum M = J \cdot \ddot{\varphi}. \tag{3.1}$$

Nachfolgend wird eine Bilanzgleichung für den Generator (high speed shaft) und den Rotor (slow speed shaft) aufgestellt. Erstere ist in Gleichung 3.2 und Letzere in Gleichung 3.3 dargestellt.

$$J_{\mathbf{R}} \cdot \ddot{\varphi}_{\mathbf{R}} + \tilde{M}_{d_s} + \tilde{M}_{k_s} - M_{\mathbf{R}} = 0 \tag{3.2}$$

$$J_{\rm G} \cdot \ddot{\varphi}_{\rm G} - M_{d_s} - M_{k_s} + M_{\rm G} = 0 \tag{3.3}$$

Bei  $\tilde{M}_{d_s}$  handelt es sich um das Moment, welches sich aus dem Dämpfungsfaktor des Triebsstranges bezogen auf die schnelle Welle  $(d_s)$  ergibt. Es wird berechnet zu

$$\tilde{M}_{d_s} = d_{\rm s} \cdot \left(\dot{\varphi}_{\rm G} - \tilde{\varphi}_{\rm R}\right).$$
 (3.4)

Bei  $\tilde{M}_{k_s}$  wiederum handelt es sich um das Moment, welches sich aus dem Triebsstrangsteifigkeit bezogen auf die schnelle Welle  $(k_s)$  ergibt. Dieses wird berechnet zu

$$\tilde{M}_{k_s} = k_s \cdot (\varphi_G - \tilde{\varphi}_R). \tag{3.5}$$

Da es sich bei beiden Momenten um bezogene Größen (bezogen auf die Schnelle Welle) handelt, müssen diese noch umgerechnet werden. Dies geschieht über die Getriebeübersetzung  $(n_{\rm g})$ .  $M_{d_s}$  und  $M_{k_s}$  folgen somit zu

$$M_{d_s} = n_{\rm g} \cdot \tilde{M}_{d_s} \tag{3.6}$$

$$M_{k_s} = n_g \cdot \tilde{M}_{k_s}. \tag{3.7}$$

Auch bei  $ilde{\dot{arphi}}_{\mathrm{R}}$  muss das Getriebeübersetzungsverhältnis wie folgt berücksichtigt werden:

$$\tilde{\dot{\varphi}}_{\rm R} = n_{\rm g} \cdot \varphi_{\rm R} \tag{3.8}$$

Somit kann der Antriebsstrang abschließend modelliert werden zu

$$J_{\rm R} \cdot \ddot{\varphi}_{\rm R} + n_{\rm g} \cdot d_{\rm s} \cdot \left(\dot{\varphi}_{\rm G} - n_{\rm g} \cdot \tilde{\varphi}_{\rm R}\right) + n_{\rm g} \cdot k_{\rm s} \cdot \left(\varphi_{\rm G} - n_{\rm g} \cdot \tilde{\varphi}_{\rm R}\right) - M_{\rm R} = 0$$
(3.9)

$$J_{\rm G} \cdot \ddot{\varphi}_{\rm G} - d_{\rm s} \cdot \left(\dot{\varphi}_{\rm G} - n_{\rm g} \cdot \tilde{\dot{\varphi}}_{\rm R}\right) - k_{\rm s} \cdot \left(\varphi_{\rm G} - n_{\rm g} \cdot \tilde{\varphi}_{\rm G}\right) - M_{\rm G} = 0. \tag{3.10}$$

# 3.2 Simulative Modellverifikation des Antriebsstranges

In diesem Unterkapitel wird das zuvor entwickelte Modell in Simulink implementiert und getestet. Auf eine Vollständige Verifikation wird an dieser Stelle jedoch verzichtet, da diese erst nach der Integration in das Gesamtsystem (mit allen anderen Teilmodellen) erfolgen kann. Geprüft wird jedoch, wie sich die Winkelgeschwindigkeiten des Rotors und des Generators nach einer sprunghaften Anregung verhalten. Ebenfalls verifiziert wird, inwiefern eine Torsion der Antriebswelle auftritt, wenn sich das Generatordrehmoment und das Rotordrehmoment sprunghaft zeitversetzt ändern.

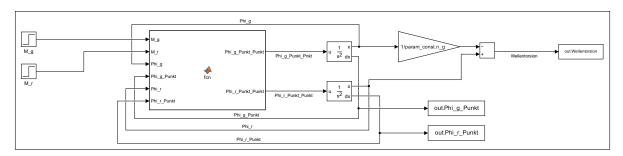


Abb. 3.3: Simulink Blockstruktur des Antriebsstranges der WEA

Abbildung 3.3 zeigt die Blockstruktur, welche in Simulink umgesetzt wurde. Der Funktionsblock in der Mitte der Abbildung enthält die Modellgleichungen, welche zuvor in Gleichung 3.1 und Gleichung 3.1 hergeleitet wurden. Eingangsseitig wird ein Sprung von  $M_{\rm G}$  bzw.  $M_{\rm R}$  eingeprägt. Ersterer setzt nach  $15\,{\rm s}$  ein, Zweiterer bereits nach  $5\,{\rm s}$ . Ausgangsseitig werden durch die Nutzung von Integratoren die Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{\rm R}$  und  $\omega_{\rm G}$  zurückgegeben. Für die Modellverifikation wurde noch ein weiterer Ausgang hinzugefügt, welcher die Differenz des Rotor Winkel  $(\varphi_{\rm R})$  und des Generator Winkel  $(\varphi_{\rm G})$  bereitstellt.

In Abbildung 3.4 ist klar zu erkennen, dass durch die Einprägung des Momentensprunges auf den Rotor die Winkelgeschwindigkeit der Welle annähernd linear ansteigt. Dies zeigt sich sowohl auf Seiten des Rotors als auch auf Seiten des Generators. Der Kurvenverlauf beider Winkelgeschwindigkeiten ist annähernd identisch. Der Unterschied um zwei Zehnerpotenzen ergibt sich aus der Getriebeübersetzung  $(n_{\rm g})$ , welche bei ca. 100 (97) liegt.

Der generatorseitige Momentensprung zeigt sich in Abbildung 3.4 besonders gut in der Betrachtung der Generator Winkelgeschwindigkeit ( $\dot{\varphi}_{\rm G}$ ). Es kommt zu einem Schwingvorgang, der nach etwas über  $5\,\mathrm{s}$  wieder ausgeglichen ist. Durch die Elastizität der Welle ist der Momentensprung am Generator rotorseitig abgedämpft. Die Rotor Winkelgeschwindigkeit ( $\dot{\varphi}_{\rm R}$ ) schwing nur leicht.

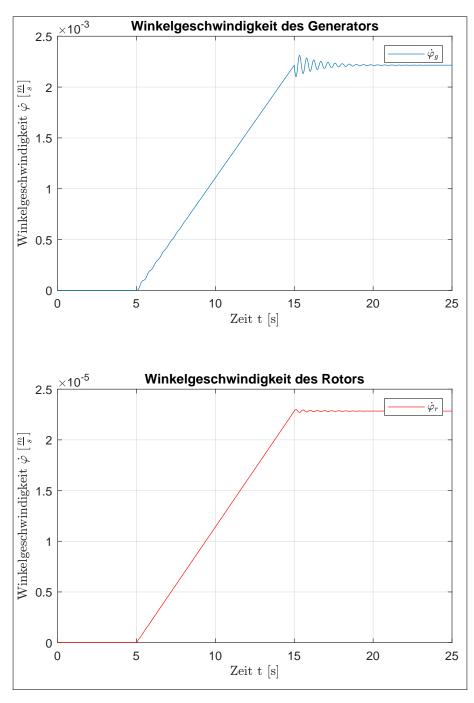


Abb. 3.4: Visualisierung der Winkelgeschwindigkeit des Rotors und des Generators nach zeitversetzter Sprunganregung

Abbildung 3.5 zeigt die Differenz zwischen Rotorwinkel  $(\varphi_R)$  und Generatorwinkel  $(\varphi_G)$ . Diese gibt eine Aussage darüber, inwiefern es zu einer Torsion der Antriebswelle kommt. Zu erkennen ist, dass nach  $5\,\mathrm{s}$  eine erste Torsion auftritt, die sich nach kurzem Schwingen auf einen stationären Wert von rund einem Millionstel eines Grades einpegelt. Nach dem generatorseitigen Momentensprung (bei  $15\,\mathrm{s}$  kommt es erneut zu einem Schwingvorgang in der Wellentorsion. Da das eingeprägte Moment signifikant größer ist, ist die Schwingungsamplitude ebenfalls deutlich größer als zuvor beim rotorseitigen Momentensprung. Nach ca.  $10\,\mathrm{s}$  ist auch dieser Schwingvorgang abgeschlossen und ein stationärer Endwert von rund einem Einhunderttausendstel Grad wird erreicht.

Es kann zusammenfassend argumentiert werden, dass die Simulationsergebnisse plausibel und hinreichend genau sind, um das Antriebsstrangmodell als Teilmodell der Simulation und Regelung der Windenergieanlage einsetzen zu können.

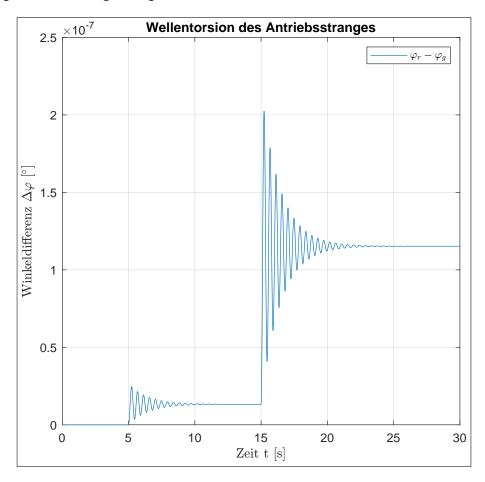


Abb. 3.5: Visualisierung der Wellentorsion des Antriebsstranges nach zeitversetzter Sprunganregung

# 4 Momentenregelung des Antriebstranges

## 4.1 Regelungsziele und Regelkreis

Bevor eine Regelung für die WEA umgesetzt werden kann, müssen zunächst einige Regelungsziele festgelegt werden. Aus der Beschreibung der Regelungsziele ergeben sich die Regelanforderungen der WEA. Des Weiteren wird die Komplexität des Reglers durch ein geeignetes Funktionsmodell, welches das dynamische Verhalten der Regelstrecke bestimmt, beschrieben. Hierfür wird das torsionsstarre Triebstrangmodell verwendet. Die Regelung konzentiert sich auf die Einhaltung und Umsetzung der Hauptziele, wobei das Verhalten der Blätter, des Turms und des Antriebsstranges nicht berücksichtigt wird. Folglich reicht ein sehr vereinfachtes Funktionsmodell aus. Aus der Generatorcharakteristik lassen sich insgesamt drei Arbeitsbereiche ermitteln, nämlich der untere und obere Teillastbereich, sowie der Volllastbereich. Die folgende Tabelle 4.1 fasst die Hauptziele des Reglers zusammen. Auf Grundlage dessen, werden in den folgenden Kapiteln die benötigten Regler für die verschiedenen Arbeitsbereiche entwickelt.

#### **Unterer Teillastbereich (I)**

Leistungspeimierung - Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  stets auf maximalen Leistungsbeiwert  $c_{\rm P,max}$  halten.

Anforderung:  $c_P = c_{P,max}$ 

## Oberer Teillastbereich (II)

Leistungsoptimierung - Leistungsbeiwert  $c_{\mathrm{P}}$  kleiner als maximaler Leistungsbeiwert

 $c_{\mathrm{P,max}}$ 

Anforderung:  $c_P < c_{P,max}$ 

#### Volllastbereich (III)

Leistungsbegrenzung - Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  für eine konstante Entnahme der Nennwindleistung beeinflussen.

Anforderung:  $c_P \ll c_{P,max}$ 

Tab. 4.1: Hauptziele des Reglers für die jeweiligen Arbeitsbereiche

Für die Regelung der WEA wird von einem Standardregelkreis ausgegangen, wie in Abbildung 4.1 dargestellt. Wobei für den unteren Teillastbereich ein anderes Konzept verwendet wird und an sich keinen Standardregelkreis darstellt, was in Kapitel 4.2 noch genauer beschrieben wird.

Als Stellgröße u eignet sich das Generatormoment  $M_{\rm G}$  und der Pitchwinkel  $\Theta_{\rm P}$ . Da die Windgeschwindigkeit nur sehr ungenau messtechnisch erfasst werden kann und ein stochastisches

Verhalten aufweist, eignet sich diese Größe als Störgröße z. Hingegen kann die Rotordrehzahl  $\omega_{\rm R}$  sehr gut messtechnisch erfasst werden, da die Rotorblätter als Anemometer dienen. Daher eignet sich diese Größe gut als Führungs- und Regelgröße w und y. Die Regler- und Streckenübertragungsfunktion werden für den oberen Teillastbereich und Volllastbereich separat mithilfe der Superposition ermittelt.

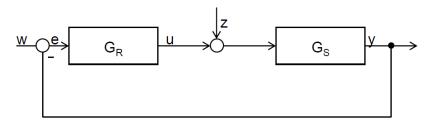


Abb. 4.1: Standardregelkreis

#### 4.2 Unterer Teillastbereich

Laut Tabelle 4.1 ist für den unteren Teillastbereich eine Leistungsoptimierung notwendig, da die Windleistung  $P_{\rm W}$  unterhalb der Generatornennleistung  $P_{\rm G,nenn}$  liegt. Die Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  liegt folglich noch unter der Generatornenndrehzahl  $n_{\rm G,nenn}$ , wodurch diese noch variabel an die Windgeschwindigkeit  $v_1$  angepasst werden kann. Dies wird mithilfe des bremsend wirkenden Generatormomentes  $M_{\rm G}$  erreicht. Aufgrund dessen ergibt sich ein optimales Anströmverhältnis und es resultiert ein maximaler Leistungsbeiwert. Im unteren Teillastbereich kann mit steigender Windgeschwindigkeit also die maximal mögliche Windleistung entnommen werden, das heißt, der Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  wird stets auf den maximalen Leistungsbeiwert  $c_{\rm P,max}$  geregelt.

Für die Herleitung des Regelkreises wird von einer nicht linearen Bewegungs-DGL des torsionsstarren Triebstrangs ausgegangen. Der Vorteil für die Reglerauslegung im unteren Teillastbereich besteht darin, dass von der nicht linearen Bewegungs-DGL aus einer Leistungsbilanz ein Regelgesetz abgeleitet wird, welches einen Zusammenhang zwischen Regel- und Stellgröße darstellt. Durch das Regelgesetz wird mithilfe des berechneten Generatormoments  $M_{\rm G}$  eine stationäre Rotordrehzahl  $\omega_{\rm R}$  eingestellt. Es wird für diese Methode keine Führungsgröße benötigt. Dies vereinfacht die Entwicklung des Regelkreises für den unteren Teillastbereichs deutlich, da keine genaue Kenntnis der Steckenübertragungsfunktion nötig ist. Daher kann der untere Teillastbereich nicht als Standardregelkreis betrachtet werden. Dieses "Steuerungskonzept" zur Regelung des unteren Teillastbereiches hat sich als Standardmethode für diesen Arbeitsbereich durchgesetzt. Das Regelgesetz für die Stellgröße  $M_{\rm G}$  wird mit folgenden Gleichungen beschrieben:

$$M_{\rm G}(\omega_{\rm G}) = k_I \cdot \omega_{\rm R}^2 \ , wobei \ k_{\rm I} = const.$$
 (4.1)

mit:

$$k_{\rm I} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^5 \cdot \frac{1}{\lambda_{\rm opt}^3} \cdot \frac{1}{n_{\rm g}} \cdot c_{\rm P}(\lambda_{\rm opt})$$
(4.2)

Der Vorteil bei diesem Steuerungskonzept besteht nun darin, dass für jede Änderung der Windgeschwindigkeit  $v_1$  ein neuer stationärer Arbeitspunkt mit stationärer Rotordrehlzahl  $\omega_{\rm R}$  entsteht. Dabei ergibt sich ein entsprechendes Generatormoment  $M_{\rm G}$ , welches mithilfe der Gleichung 4.1 und Gleichung 4.2 berechnet werden kann. Das heißt, zu jeder Windgeschwindigkeit wird das zugehörige Generatormoment  $M_{\rm G}$  zugeordnet, wodurch die Notwendigkeit eines PI(D)-Reglers entfällt.

Die Rotordrehzahl  $\omega_{\rm R}$  wird stets optimal an die Windgeschwindigkeit angepasst. Es besteht für stationäre Arbeitspunkte ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Rotordrehzahl  $\omega_{\rm R}$  und der Windgeschwindigkeit  $v_1$ . Die optimale Schnelllaufzahl  $\lambda_{\rm opt}$  kann im voraus berechnet werden und ist für den unteren Teillastbereich konstant. Aufgrund dessen, kann mithilfe der Gleichung 4.3, aus der Rotordrehzahl und konstanten Schnelllaufzahl die zugehörige Windgeschwindigkeit  $v_1$  berechnet werden. Damit ergibt sich für den Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  ein optimaler Leistungsbeiwert  $c_{\rm P,opt}$ , jedoch für den Momentenbeiwert  $c_{\rm M}$  kein optimaler Momentenbeiwert  $c_{\rm M,opt}$ . Aus der Formulierung der Regelziele ergab sich eine Leistungsoptimierung für den unteren Teillastbereich, sodass der Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  auf einen optimalen Wert geregelt werden muss, da erst so die maximale Windleistung  $P_{\rm W}$  entnommen wird. Daher wird das Erreichen eines optimalen Momentenbeiwertes  $c_{\rm M,opt}$  nicht angestrebt, da die Leistungsoptimierung durch Drehzahlanpassung stattfindet.

$$v_1 = \frac{\omega_{\rm R} \cdot R}{\lambda_{\rm opt}} , wobei \ \lambda = \lambda_{\rm opt}$$
 (4.3)

Die Steuerung für den unteren Teillastbereich wird als Funktionsblock in Matlab Simulink implementiert. In diesem Block wird der Faktor  $k_{\rm I}$  berechnet und hinterher mit der Rotordrehzahl  $\omega_{\rm R}$  multipliziert, um als Ergebnis das Generatormoment  $M_{\rm G}$  zu erhalten, welches als Eingangsparameter für den Antriebstrang dient. Die Abbildung 4.2 zeigt die Blockdarstellung der Steuerung inklusive der Ein- und Ausgansparameter.

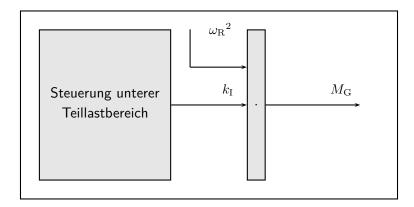


Abb. 4.2: Blockdarstellung der Steuerung des unteren Teillastbereichs inklusive der Ein- und Ausgangsparameter

# 4.3 Linearisierung der Streckenübertragungsfunktion

Für die Reglerauslegung im oberen Teillastbereich und Vollastbereich müssen zunächst die Streckenübertragungsfunktionen ausgehend vom torsionsstarren Antriebstrangmodell und der daraus resultierenden nichtlinearen Bewegungs-DGL linearisiert werden. Aus dem Ergebnis der Linearisierung entstehen sogenannte Linearisierungskoeffizienten, welche für einen bestimmten stationären Arbeitspunkt berechnet werden. Für den oberen Teillastbereich und dem Volllastbereich werden zunächst jeweils drei stationäre Arbeitspunkte mit den entsprechenden Linearisierungskoeffizienten betrachtet. Die Linearisierung erfolgt mittels der Taylorreihenentwicklung. Aus dem Funktionsmodell ergibt sich mit Gleichung 4.4 die nichtlineare Bewegugns-DGL des Antriebstrangs, welche bereits im Kapitel 3 ausführlich diskutiert wurde.

$$\ddot{\varphi}_R = \frac{1}{J} \cdot (M_R - n_g \cdot M_G) \tag{4.4}$$

Mithilfe der Taylorreihenentwicklung um einen stationären Arbeitspunkt  $\omega_{\rm R}$  und lösen der nichtlinearen Bewegungs-DGL mit der Laplacetransformation ergibt sich folgende Gleichung 4.5, wobei sich insgesamt vier Linearisierungskoeffizienten ergeben, bei dem der Koeffizient bezogen auf das Generatormoment  $M_{\rm G}$  nicht benötigt wird und auch nicht weiter aufgeführt wird.

$$\omega_{R} = \frac{1}{J \cdot s - k_{\omega R}} \cdot (k_{v} \cdot v + k_{\theta} \cdot \theta - n_{g} \cdot M_{G}) , wobei$$

$$k_{\omega R} := (\frac{\delta M_{R}}{\delta v})_{c}, \quad k_{v} := (\frac{\delta M_{R}}{\delta \omega R})_{c}, \quad k_{\theta} := (\frac{\delta M_{R}}{\delta \theta})_{c}$$

$$(4.5)$$

Zur Berechnung der Linearisierungskoeffizienten muss nun die Berechnungsvorschrift für das Rotormoment  $M_{\rm R}$  aus Gleichung 2.39 partiell abgeleitet werden, wobei der Momentenbeiwert  $c_{\rm M}$  ebenfalls partiell nach  $\lambda$  und  $\theta$  abgeleitet werden muss. Daraus ergeben sich die folgenden Gleichungen.

$$k_{\omega R, II(I), i} \approx \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(\frac{R}{v_1} \cdot \frac{\delta c_{M, II(I), i}(\lambda(v, \omega_R), \theta)}{\delta \lambda}\right)\right)_c$$

$$k_{v, II(I), i} \approx \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(2 \cdot v_1 \cdot c_{M, II(I), i}(\lambda(v, \omega_R), \theta) - \omega_R \cdot R \cdot \frac{\delta c_{M, II(I), i}(\lambda(v, \omega_R), \theta)}{\delta \lambda}\right)\right)_c$$

$$(4.6)$$

$$k_{v, II(I), i} \approx \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(\frac{\delta c_{M, III, i}(\lambda(v, \omega_R), \theta)}{\delta \lambda}\right)\right)_c$$

$$(4.8)$$

Im Folgenden werden die weiteren nötigen Schritte aufgeführt, um die Berechnung der Linearisierungskoeffizienten zu vervollständigen. Zunächst werden die Schnelllaufzahlen  $\lambda$  für die Arbeitsbereiche und dessen stationäre Arbeitspunkte mit der Gleichung 4.9 berechnet.

$$\lambda_{,II(I),i} = \frac{\omega_{\mathbf{R}} \cdot R}{v_{1,II(I),i}} \tag{4.9}$$

Hinterher werden die partiellen Ableitungen der Momentenbeiwerte  $c_{\rm M}$  mithilfe der Gleichung 4.10 und Unterscheidung der Arbeitsbereiche berehcnet. Für den oberen Teillastbereich muss die partielle Ableitung nach  $\theta$  nicht erfolgen, da der Pitchwinkel hier null beträgt. Der Pitchwinkel wird erst beim Volllastbereich von Bedeutung sein, wenn es darauf ankommt, die Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  mithilfe des Pitchwinkels zu begrenzen.

$$c_{\mathcal{M}}(\lambda)_{,II(I),i,\theta} = c_{1} \cdot (1 + c_{2} \cdot \sqrt{\theta + c_{3}}) + \frac{c_{4}}{\lambda} \cdot (c_{5} \cdot \lambda_{i} - c_{6} \cdot \theta - c_{7} \cdot \theta^{c_{8}} - c_{9}) \cdot e^{-c_{10} \cdot \lambda_{i}}$$

$$, mit$$

$$\lambda_{i} = \frac{1}{\lambda_{,II(I),i} + 0,008 \cdot \theta} - \frac{0,035}{c_{11} + c_{12} \cdot \theta^{3}}$$

$$(4.10)$$

$c_1 = 0.005$	$c_2 = 1,53$	$c_3 = 0.5$	$c_4 = 0.18$
$c_5 = 121$	$c_6 = 27.9$	$c_7 = 198$	$c_8 = 2,36$
$c_9 = 5,74$	$c_{10} = 11,35$	$c_{11} = 16,1$	$c_{12} = 201$

Die Berechnung der Schnelllaufzahlen  $\lambda_{,II(I),i}$  für den jeweiligen Arbeitsbereich und dessen stationären Arbeitspunkte, die Berechnung der partiellen Ableitungen für die Momentenbeiwerte  $c_{\mathrm{M},II(I),i}$ , sowie die Berechnung der Linearisierungskoeffizienten und dessen partielle Ableitungen, finden in einem separaten Matlab-File statt und werden bevor die Simulation gestartet wird vorangehend einmalig für die stationären Arbeitspunkte berechnet und für die Berechnung der Reglerkoeffizienten für den oberen Teillastbereich und Volllastbereich zur Verfügung gestellt, welche ebenfalls vor Simulationsstart einmalig berechnet werden und hinterher als Array der Simulation übergeben und in entsprechende Lookup Tables gespeichert.

## 4.4 Oberer Teillastbereich

Laut Tabelle 4.1 ist für den oberen Teillastbereich ebenfalls eine Leistungsoptimierung notwendig, da die Windleistung  $P_{\rm W}$  noch unterhalb oder gleich der Generatornennleistung  $P_{\rm G,nenn}$  ist. Sofern die Rotordrehzahl  $n_{\rm R}$  gleich der Generatornenndrehzahl  $n_{\rm G,nenn}$  ist, ist es nicht mehr möglich diese an die Windgeschwindigkeit anzupassen. Dadurch ergibt sich ein schlechtes Anströmverhältnis was einen nicht optimalen Leistungsbeiwert  $c_{\rm P}$  zur Folge hat. Es wird zwar nicht mehr das Leistungsmaximum aus der zur Verfügung stehenden Windleistung entnommen, dennoch wird eine Leistungssteigerung mit ansteigender Windgeschwindigkeit  $v_{\rm 1}$  durch eine geeignete Regelung erzielt.

## 4.5 Volllastbereich

Laut Tabelle 4.1 ist für den Volllastbereich eine Leistungsbegrenzung vorzusehen, da nun die Windleistung  $P_{\rm W}$  oberhalb der Generatornennleistung  $P_{\rm G,nenn}$  liegt. Durch das Pitchen der Blätter wird bewusst das Anströmverhältnis verschlechtert, denn die WEA ist nicht in der Lage weit über Nenndrehzahl beschleunigt zu werden. Dies würde zur Beschädigung oder gar Zerstörung der WEA führen. Das Pitchen ermöglicht jedoch bei ansteigender Windleistung  $(P_{\rm W}>P_{\rm G,nenn})$  weiterhin eine konstante Generatornennleistung  $P_{\rm G,nenn}$  zu erzeugen. Der Pitchwinkel  $\Theta_{\rm P}$  spielt nun für die Reglerauslegung eine entscheidene Rolle.

# 5 Modellierung von Rotorblatt und Turm

## 5.1 Vorbetrachtung

Die Modellierung der Rotorblätter (weiter als Blatt bezeichnet) und des Turms erfolgt analog zur Modellierung des Triebstranges. Als Grundlage für die Modellbildung dient das Feder-Masse-Dämpfer-System. Daraus soll die Bewegungs-DGL für die Blätter und des Turms abgeleitet werden. Allerdings wird hier für die Modellierung eine translatorische Bewegung betrachtet. Damit die reale Auslenkung der Blätter und des Turms modelliert wird, müssen hierzu mathematische Modelle formuliert werden, die die Dynamik des Systems in Abhängigkeit von äußeren Belastungen beschreibt. Genauer wird hier die Auslenkung infolge von außen angreifenden Kräften betrachtet. Die Verwendung eines mathematischen Ersatzmodells dient zur Vereinfachung und Überführung komplexer technischer Systeme. Dies macht das System beschreibbar und deterministisch.

Für die reale Auslenkung der Blätter und des Turms wird die Blattverbiegung als kollektiv in Windrichtung und die Turmverbiegung in Windrichtung betrachtet. Ähnlich wie beim Triebstrang haben die Systemgrößen wie Steifigkeit, Dämpfung und Masse ebenfalls eine entscheidende Rolle bei der Modellierung. Die Abbildung 5.1 zeigt schematisch die Auslenkung von Blätter und Turm. Die Schubkraft  $F_{\rm S}$  bewirkt dabei die Blatterverbiegung  $y_{\rm B}$  und die Turmverbiegung  $y_{\rm T}$ . Die Auslenkung hängt maßgeblich von der Steifigkeit und Dämpfung beider Systeme ab. Eine hohe Steifigkeit und Dämpfung führt zur einer geringeren Auslenkung und damit auch zu einem schnelleren Ausschwingen bei Belastung, während eine geringe Steifigkeit und Dämpfung zu einer höheren Auslenkung und langsameres Ausschwingen bei Belastung führt.

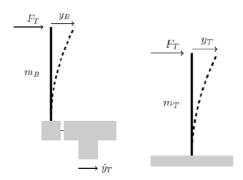


Abb. 5.1: Schematische Darstellung der Auslenkung der kollektiven Blätter (links) und des Turms (rechts)

Mit Hilfe der Bewegungs-DGL soll die reale Auslenkung der WEA beschrieben werden, damit zunächst abgeschätzt wird, ob eine Einhaltung der vorgegebenen Auslenkungsgrenzen vorliegt. Die WEA wird hierfür mit einer Bemessungswindgeschwindigkeit und einer daraus resultierenden Schubkraft  $F_{\rm S}$  mechanisch von außen belastet. Das Modell wird als Funktionsblock in Matlab Simulink implementiert.

# 5.2 Feder-Masse-Dämpfer-System

Als Grundlage für die Modellbildung dient das Feder-Masse-Dämpfer-System. Mithilfe dessen Vorüberlegungen und Ansätze wird das mathematische Modell für die Blätter und dem Turm abgeleitet. Jeder mechanische Körper besitzt eine Steifigkeit k und eine Dämpfung d. Sofern eine Kraft F auf den Körper wirkt, entsteht eine Auslenkung x, welche von der Masse m und den vorher besagten Größen abhängt. Die Abbildung 5.2 zeigt den grundlegenden Aufbau eines solchen Systems. Des Weiteren entsteht an jedem Element eine sogenannte Gegenkraft, welche der einwirkenden Kraft F entgegenwirkt. Die Summe aller Kräfte innerhalb eines Systems ergeben sich zu 0, wodurch sich folgende Kräftebilanz in Gleichung 5.1 wiederfindet. Der Zusammenhang zwischen der Auslenkung x und der Kraft F kann als Differentialgleichung in Gleichung 5.2 beschrieben werden.

$$F(t) - F_m(t) - F_k(t) - F_d(t) = 0 (5.1)$$

$$F(t) = m \cdot \frac{\delta^2 x}{\delta^2 t} + d \cdot \frac{\delta x}{\delta t} + k \cdot x(t)$$
 (5.2)

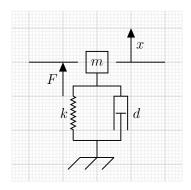


Abb. 5.2: Feder-Masse-Dämpfer-System

## 5.3 Modellierung

Für die Modellierung ist zu berücksichtigen, dass die Blätter und der Turm über die Gondel mechanisch miteinander gekoppelt sind. Ähnlich wie beim Triebstrang, bei dem die low speed shaft mit dem high speed shaft über das Getriebe und dessen Übersetzungsverhältnis gekoppelt ist. Das heißt, in den jeweiligen Bewegungs-DGL haben die Auslenkung der Blätter und des Turms einen gegenseitigen Einfluss aufeinander. Der einzige Unterschied der beiden Modellansätze ist, dass beim Triebstrang aufgrund einer rotatorischen Bewegung die Torsion der Wellen betrachtet wird, wobei sich ein Verschiebungswinkel  $\varphi$  ergibt und bei der Modellierung der Blätter und des Turms sich durch die translatorische Bewegung eine Auslenkung  $y_{\rm B}$  und  $y_{\rm T}$  ergibt, wie in Abbildung 5.3 dargestellt. Die Werte zur jeweiligen Masse, Steifigkeit und Dämpfung sind bereits gegeben. Da für die gesamte Modellierung der WEA eher die Auslenkung von Bedeutung ist, gilt es die Gleichung 5.2 so umzustellen, dass die benötigte Auslenkung der Blätter und des Turms berechnet wird. Eine zu große Auslenkung würde nämlich zur Zerstörung der WEA führen und dies gilt es mit geeigneten Reglern zu begrenzen.

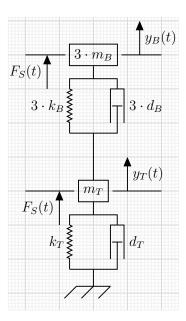


Abb. 5.3: Modell des Turms und der Blätter

Die Auslenkung der kollektiven Blätter wirkt der Auslenkung des Turms entgegen, wodurch die Gegenkräfte der Steifigkeit und Dämpfung der Blätter mit einem positiven Vorzeichen in die Bewegungs-DGL mit einfließen. Die eigentliche Auslenkung ergibt sich aufgrund der mechanischen Kopplung aus der Differenz zwischen Blattverbiegung  $y_{\rm B}$  und Turmverbiegung  $y_{\rm T}$ . Die Steifigkeit und Dämpfung beziehen sich lediglich auf ein Blatt, wodurch diese Faktoren mit 3 multipliziert werden, um insgesamt das Verhalten der drei Blätter abzubilden. Damit ergibt sich für die Bewegungs-DGL des Turms:

$$\vec{y_{\rm T}} = \frac{-k_{\rm T} \cdot y_{\rm T} - d_{\rm T} \cdot \dot{y_{\rm T}} + 3 \cdot k_{\rm B} \cdot (y_{\rm B} - y_{\rm T}) + 3 \cdot d_{\rm B} \cdot (\dot{y_{\rm B}} - \dot{y_{\rm T}}) + F_{\rm S}}{m_{\rm T}}$$
(5.3)

Gleiches gilt für die effektiv schwingende Blattmasse  $m_{\rm B}$ . Aufgrund dessen verringert sich die Schubkraft  $F_{\rm S}$  um Eindrittel. Für die Blätter ergibt sich folgende Bewegungs-DGL:

$$\ddot{y_{\rm B}} = \frac{-3 \cdot k_{\rm B} \cdot (y_{\rm B} - y_{\rm T}) - 3 \cdot d_{\rm B} \cdot (\dot{y_{\rm B}} - \dot{y_{\rm T}}) + F_{\rm S}}{3 \cdot m_{\rm B}}$$
(5.4)

# 5.4 Simulationsergebnisse

Zu Beginn des Kapitels wurde bereits erwähnt, dass das Modell zu Blätter und Turm in einem Funktionsblock in Matlab Simulink implementiert wird. Zur vorläufigen Überprüfung des Modells wird vorerst das System mit einer konstanten Schubkraft  $F_{\rm S}$  im Bemessungsbetrieb belastet. Dies soll zunächst eine Auskunft darüber geben, ob die resultierende Auslenkung den Erwartungen entsprechen. Um eine genaue Aussage über das korrekte Verhalten des Modells zu treffen, muss das gesamte Modell mit Regelung betrachtet und getestet werden. Die Bemessungswindleistung der WEA beträgt:

$$v_1 = 10\frac{m}{s} {(5.5)}$$

Es wird ein Schubkraftbeiwert von  $c_{\rm T}=$  0,8 angenommen. Der Schubkraftbeiwert  $c_{\rm T}$  sowie die daraus resultierende Schubkraft  $F_{\rm S}$  ergibt sich später aus dem Kennfeld der WEA. Mithilfe der Gleichung 5.4 lässt sich nun eine Schubkraft  $F_{\rm S}$  berechnen, die das System belasten soll. Die restlichen benötigten Größen sind Konstanten und bereits gegeben. Das Ergebnis ist der Gleichung 5.7 zu entnehmen. Die Abbildung 5.4 zeigt die Ein- und Ausgangsparameter des Modells in Blockdarstellung für die Simulation.

$$F_{\rm S} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot c_{\rm T} \cdot v_1^2 \tag{5.6}$$

$$F_{\rm S} = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (63m)^2 \cdot 0, 8 \cdot (10\frac{m}{s})^2$$

$$F_{\rm S} = \frac{610980, 1N}{} \tag{5.7}$$

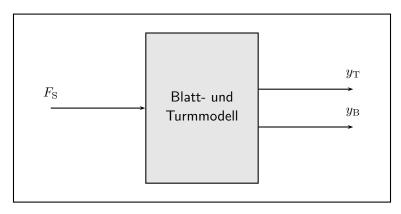


Abb. 5.4: Blockdarstellung des Blatt- und Turmmodells inklusive der Ein- und Ausgangsparameter

Mit dem Ergebnis aus Gleichung 5.7 wird nun das Modell von außen mit einer konstanten Schubkraft  $F_{\rm S}$  belastet. Die Abbildung 5.5 zeigt die Auslenkungen von den kollektiven Blättern und des Turms. Aus der Simulation ist zu erkennen, dass die Auslenkung der Blätter deutlich höher im Vergleich zur Auslenkung des Turms ist. Dies begründet sich dadurch, dass der Turm eine deutlich größere Steifigkeit und Dämpfung aufweist. Zu Beginn der Belastung ist ein deutliches Schwingen beider Systeme zu erkennen. Nach einer gewissen Zeit erreichen Blätter und Turm einen stationären Endwert, wobei der Turm etwas früher einen stationären Endwert erreicht. Das Ausmaß der Auslenkung von Blätter und Turm wird in Bezug auf die vorgegebenen Grenzen so weit eingehalten. Jedoch muss dies im Gesamtmodell erneut verifiziert werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Simulationsergebnis zu den Blättern und dem Turm den Erwartungen entspricht. Für eine genauere Aussage zur Richtigkeit der Modelle ist die Gesamtheit der Modellierung und dessen Ergebnis zu betrachten und neu zu beurteilen. Hier wurde lediglich die WEA mit dessen Bemessungswindleistung belastet. Im Realfall sind deutlich höhere Windgeschwindigkeiten durchaus denkbar. Des Weiteren geht die Windgeschwindigkeit quadratisch in die Gleichung 5.6 mit ein, so dass die Schubkraft  $F_{\rm S}$  ebenfalls quadratisch mit der Windgeschwindigkeit steigt und damit die WEA deutlich mehr

belastet wird, was widerrum eine höhere Auslenkung beider Systeme zur Folge hat. Durch geeignete Pitchverstellung lässt sich jedoch die Belastung der WEA bei steigender Schubkraft  $F_{\rm S}$  verringern, wodurch die erzeugte Energie zwar verringert wird, aber damit wird die WEA nicht durch zu hohe Belastungen zerstört.

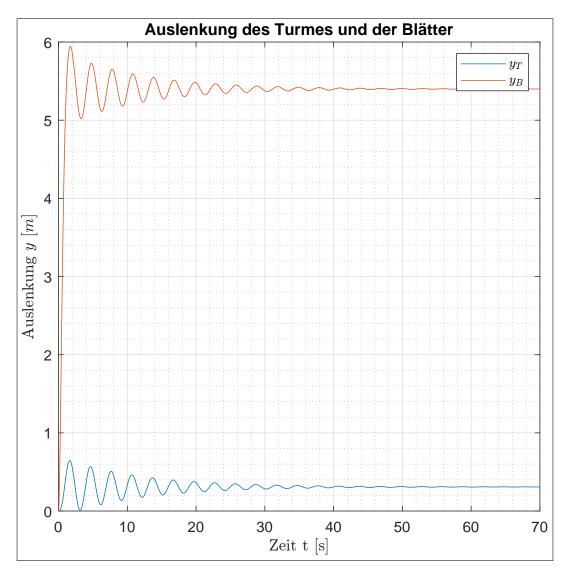


Abb. 5.5: Auslenkung der kollektiven Blätter (orange) und des Turmes (blau)

6 Ausblick

# 6 Ausblick

Literaturverzeichnis

# Literaturverzeichnis

[1] HTW-Logo auf dem Deckblatt

https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Logo\_HTW\_Berlin.svg

Stand: 17.08.2018 um 14:49 Uhr

[2] HTW-Logo in der Kopfzeile

http://tonkollektiv-htw.de/

Stand: 17.08.2018 um 14:53 Uhr

[3] Skript Automation in regenerativen Energiesystemen

Prof. Dr.-Ing. Horst Schulte

[4] Anleitung Linearisierung eines zeitinvarianten,

nichtlinearen Zustandmodells

Prof. Dr.-Ing. Heide Brandstädter

[5] Regelungs- und Steuerungstechnik: Polstellenverteilung

Prof. Dr.-Ing. M. Buss