UNIVESIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

CF-034
27.08.2020

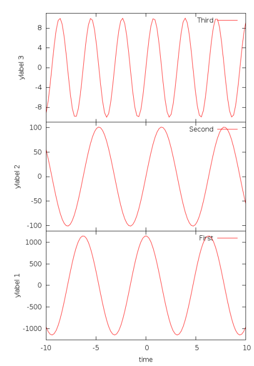
Métodos Numéricos
Práctica 3

1. Considerar las ecuaciones de Edward Lorenz para modelar la dinámica del fluido atmosférico.

$$
\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= -\sigma x + \sigma y \\
\frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\
\frac{dz}{dt} &= -bz + xy
\end{aligned}
$$

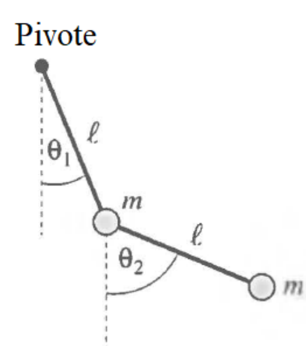
   (a) (3 puntos) Utilizando un método RK4 resuelva el sistema de ecuaciones para $t \in [0:30]$ y para los parámetros $\sigma = 10$, $b = 2{,}6667$ y $r = 28$. Utilize las condiciones inicilaes $x(0) = y(0) = z(0) = 5$.

   (b) (1 punto) Grafique las soluciones x, y y z en función de t en una misma hoja (ver figura adjunta).



   (c) (1 punto) Grafique la proyección de la solución $(x(t), y(t), z(t))$ en el plano xy y el plano zx

2. Un péndulo simple esta formado por una barra de longitud fija y masa despreciable unida con una esfera de masa m. Un péndulo doble consiste de un péndulo simple junto con otro unido en la parte inferior como lo muestra la figura.



   Desprecie los efectos de fricción, asuma que las esferas tiene la misma masa y las barras la misma longitud. En esas condiciones:

(a) (3 puntos) Construya el Lagrangeano del sistema y utilice las ecuaciones de Euluer-Lagrange para mostrar que las ecuaciones de movimiento del sistema son:

$$\dot{\omega}_1 = -\frac{\omega_1^2 \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) + 2\omega_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (g/\ell)\left[\sin(\theta_1 - 2\theta_2) + 3\sin\theta_1\right]}{3 - \cos(2\theta_1 - 2\theta_2)},$$
$$\dot{\omega}_2 = \frac{4\omega_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \omega_2^2 \sin(2\theta_1 - 2\theta_2) + 2(g/\ell)\left[\sin(2\theta_1 - \theta_2) - \sin\theta_2\right]}{3 - \cos(2\theta_1 - 2\theta_2)}.$$

donde $\omega_1 = \dot{\theta}_1$, $\omega_2 = \dot{\theta}_2$

(b) (3 puntos) Las ecuaciones del item anterior junto con $\omega_1 = \dot{\theta}_1$, $\omega_2 = \dot{\theta}_2$ corresponden a un sistema de 4 EDO's de primer orden. Resuelva el sistema con un método RK4 considerando $l = 0{,}4m$ y las condiciones iniciales $\theta_1(0) = \theta_2(0) = 90°$ y $\omega_1(0) = \omega_2(0) = 0rad/s$. Integre el sistema para el intervalo $t \in [0s, 100s]$

(c) (2 puntos) En un mismo gráfico presente la evolución temporal de la energía cinética T, la energía potencial V y la energía total del sistema E. Determine si E se conserva, explique sus resultados (no más de tres líneas).

3. La teoría de Debye para sólidos permite encontrar una expresión para la capacidad calorífica a volumen constante C_V de un sólido a una temperatura T

$$C_v(T) = 9V\rho k_B \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx.$$

Para una muestra de aluminio sólido de $100cm^3$ de volumen, densidad $\rho = 6{,}22 \times 10^{28} m^{-3}$ y una temperatura de Debye $\theta_D = 428K$, calcule:

(a) (2 puntos) La capacidad calorífica $C_V(T = 30K)$ utilizando el método del trapecio y Simpson 3/8, ambos compuestos. Utilice con 100 intervalos en cada caso.

(b) (1 punto) Muestre la gráfica $C_v vs T$ para un rango de temperaturas comprendido entre $[5K; 500K]$. Utilice 100 puntos.

(c) (1 punto) A partir de los datos obtenidos para C_v en el rango de temperaturas $[5K; 500K]$, estime el valor de C_V cuando $T = 0K$.

Total: 17 puntos.