

Proposta de Exercícios Estruturas de Dados e Algoritmos

Alice Duarte Scarpa
Bruno Lucian Costa

03 de junho de 2015

Algoritmos Gulosos: Exercício 4.5 (Tardos)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Vamos considerar uma rua campestre longa e quieta, com casas espalhadas bem esparsamente ao longo da mesma. (Podemos imaginar a rua como um grande segmento de reta, com um extremo leste e um extremo oeste.) Além disso, vamos assumir que, apesar do ambiente bucólico, os residentes de todas essas casas são ávidos usuários de telefonia celular.

Você quer colocar estações-base de celulares em certos pontos da rodovia, de modo que toda casa esteja a no máximo quatro milhas de uma das estações-base. Dê um algoritmo eficiente para alcançar esta meta, usando o menor número possível de bases.

Exercício 4.5 (Tardos) - Justificativa

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Uma abordagem de algoritmo guloso onde vamos fazer uma comparação com outro método de resolução como o brute-force. Iremos adicionar uma abordagem ao problema, no qual temos bases distintas com raios de cobertura e custo distintos.

PD: Exercício 6.3 (Papadimitriou)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

O Yuckdonald's está considerando abrir uma cadeia de restaurantes em Quaint Valley Highway (QVG). Os n locais possíveis estão em uma linha reta, e as distâncias desses locais até o começo da QVG são, em milhas e em ordem crescente, m_1, m_2, \dots, m_n . As restrições são as seguintes:

- Em cada local, o Yuckdonald's pode abrir no máximo um restaurante. O lucro esperado ao abrir um restaurante no local i é p_i , onde $p_i > 0$ e $i = 1, 2, \dots, n$.
- Quaisquer dois restaurantes devem estar a pelo menos k milhas de distância, onde k é um inteiro positivo.

Dê um algoritmo eficiente para computar o maior lucro total esperado, sujeito às restrições acima.

Exercício 6.3 (Papadimitriou) - Justificativa

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Um exercício de programação dinâmica, no qual vamos comparar e discutir as diferenças com os algoritmos gulosos.

PD: Exercício 6.30 (Papadimitriou)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Reconstruindo árvores filogenéticas pelo método da máxima parcimônia

Uma árvore filogenética é uma árvore em que as folhas são espécies diferentes, cuja raiz é o ancestral comum de tais espécies e cujos galhos representam eventos de especiação.

Queremos achar:

- Uma árvore (binária) evolucionária com as espécies dadas
- Para cada nó interno uma string de comprimento k com a sequência genética daquele ancestral.

Dada uma árvore acompanhada de uma string $s(u) \in \{A, C, G, T\}^k$ para cada nó $u \in V(T)$, podemos atribuir uma nota usando o método da máxima parcimônia, que diz que menos mutações são mais prováveis:

$$\text{nota}(T) = \sum_{(u,v) \in E(T)} (\text{número de posições em que } s(u) \text{ e } s(v) \text{ diferem}).$$

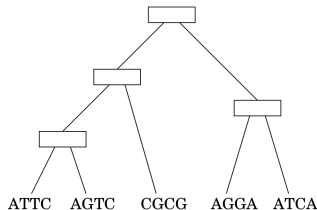
PD: Exercício 6.30 (Papadimitriou)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Achar a árvore com nota mais baixa é um problema difícil. Aqui vamos considerar um problema menor: Dada a estrutura da árvore, achar as sequências genéticas $s(u)$ para os nós internos que dêem a nota mais baixa.

Um exemplo com $k = 4$ e $n = 5$:



- 1 Ache uma reconstrução para o exemplo seguindo o método da máxima parcimônia.
- 2 Dê um algoritmo eficiente para essa tarefa.

Exercício 6.30 (Papadimitriou) - Justificativa

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

É um exercício interessante de PD com aplicações em bioinformática. Uma vez implementado, vamos poder aplicar o algoritmo em uma banco de dados de DNA e talvez até disponibilizá-lo no GitHub. Uma possibilidade interessante de extensão é investigar métodos para construir a árvore de máxima parcimônia, que o exercício já assume como dada.

Fluxo: Exercício 7.28 (Tardos)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Um grupo de estudantes está escrevendo um módulo para preparar cronogramas de monitoria. O protótipo inicial deles funciona do seguinte modo: O cronograma é semanal, de modo que podemos nos focar em uma única semana.

- O administrador do curso escolhe um conjunto de k intervalos disjuntos de uma hora de duração I_1, I_2, \dots, I_k , nos quais seria possível que monitores dessem suas monitorias; o cronograma final consistirá de um subconjunto de alguns (mas geralmente não todos) esses intervalos.
- Cada monitor então entra com seu horário semanal, informando as horas em que ele está disponível para monitorias.
- O administrador então especifica, para parâmetros a , b e c , que cada monitor deve dar entre a e b horas de monitoria por semana, e que um total de c horas de monitoria deve ser dado semanalmente.

Fluxo: Exercício 7.28 (Tardos)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

O problema é escolher um subconjunto dos horários (intervalos) e atribuir um monitor a cada um desses horários, respeitando a disponibilidade dos monitores e as restrições impostas pelo administrador.

- 1 Dê um algoritmo polinomial que ou constrói um cronograma válido de horas de monitoria (especificando que monitor cobre quais horários) ou informa que não há cronograma válido.
- 2 O algoritmo acima tornou-se popular, e surgiu a vontade de controlar também a densidade das monitorias: dado números d_i , com i entre 1 e 5, queremos um cronograma com pelo menos d_i horários de monitoria no dia da semana i . Dê um algoritmo polinomial para resolver o problema com essa restrição adicional.

Exercício 7.28 (Tardos) - Justificativa

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Justificativa: O principal motivo para a escolha desse exercício foi nosso interesse em estudar fluxos. Esse é um exercício para o qual ainda não temos um plano de solução e que irá demandar muito estudo sobre técnicas de fluxo em grafos. Além disso, a história apresentada no enunciado parece ter aplicações no mundo real.

Problemas NP-Completo: Exercício 8.19 (Tardos)

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

Um comboio de navios chega ao porto com um total de n vasilhames contendo tipos diferentes de materiais perigosos. Na doca, estão m caminhões, cada um com capacidade para até k vasilhames. Para cada um dos dois problemas, dê um algoritmo polinomial ou prove NP-completude:

- 1 Cada vasilhame só pode ser carregado com segurança em alguns dos caminhões. Existe como estocar os n vasilhames nos m caminhões de modo que nenhum caminhão esteja sobrecarregado, e todo vasilhame esteja num caminhão que o comporta com segurança?
- 2 Qualquer vasilhame pode ser colocado em qualquer caminhão, mas alguns pares de vasilhames não podem ficar juntos num mesmo caminhão. Existe como estocar os n vasilhames nos m caminhões de modo que nenhum caminhão esteja sobrecarregado e que nenhum dos pares proibidos de vasilhames esteja no mesmo caminhão?

Exercício 8.19 (Tardos) - Justificativa

Proposta
Exercícios EDA

Alice Scarpa
Bruno Lucian

O exercício tem dois itens.

- 1 Como este é um problema de matching, acreditamos que será possível resolvê-lo em tempo polinomial. Sua generalidade nos leva a crer que saber resolver problemas desse tipo eficientemente será útil em várias aplicações.
- 2 Apesar de ainda não termos um esboço de prova, a semelhança deste item com problemas de coloração em grafos nos leva a acreditar que o mesmo é NP-completo. É uma oportunidade de nos familiarizarmos com provas por redução, bem como algoritmos força-bruta para tais problemas.