Лабораторная работа 1.3
Изучение колебаний на примере физического маятника

Зотов Алексей 496 гр.

21 марта 2016 г.

Цель работы: исследовать физический и математический маятники как колебательные системы, измерить зависимость периода колебаний физического маятника от его момента инерции.

В работе используются: физический маятник (однородный стальной стержень), опорная призма, математический маятник, счётчик числа колебаний, линейка, секундомер.

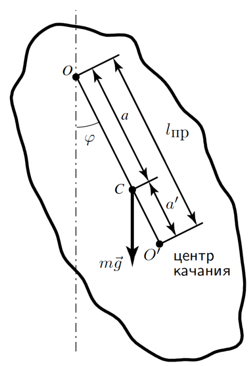

Рис. 1: физический маятник.

Экспериментальная установка. В данной работе в качестве физического маятника используется однородный стальной стержень длиной l На стержне закрепляется опорная призма, острое ребро которой является осью качания маятника. Призму можно перемещать вдоль стержня, меняя расстояние a от точки опоры (точки подвеса) маятника до его центра масс. Используя теорему Гюйгенса–Штейнера и считая стержень тонким (его радиус много меньше длины), вычислим его момент инерции:

$$I = \frac{ml^2}{12} + ma^2 \tag{1}$$

Ход работы

1. Проведем $n = 6$ экспериментов, в каждом измерим время $N_T = 20$ полных колебаний маятников.

   (a) Физический маятник.
   Среднее значение $t_{avg} = 31.56$. Среднее значение периода $T_{avg} = t_{avg}/20 = 1.5779$[c].
   Среднеквадратичное отклонение измерения: $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(t_i - t_{avg})^2}{n-1}} \approx 0.10187$

Таблица 1: Время 20 полных колебаний

i	1	2	3	4	5	6
$t_{20}, (c)$	31.43	31.72	31.56	31.62	31.49	31.53

Относительная погрешность периода: $\varepsilon = \frac{\sigma}{N * T_{avg}} \approx 0.0032 < 0.005$

(b) Математический маятник.

Таблица 2: Время 20 полных колебаний

i	1	2	3	4	5	6
$t_{20}, (c)$	31.56	31.34	31.6	31.62	31.63	31.54

Среднее значение $t_{avg} = 31.548$. Среднее значение периода $T_{avg} = t_{avg}/20 = 1.5774$[с].
Среднеквадратичное отклонение измерения: $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(t_i - t_{avg})^2}{n-1}} \approx 0.10780$
Относительная погрешность периода: $\varepsilon = \frac{\sigma}{N * T_{avg}} \approx 0.0034 < 0.005$

2. Возбудим малые колебания физического маятника, отклонив на угол $A_0 = 10.0^o$. Измерим время t затухания в ≈ 1.3 раза по достижении маятником значения амплитуды $A_1 \approx 7.5^o$. $t \approx 5$ мин 30 с $= 330$ (с).
Количество колебаний $N = 209$.
Добротность $Q = \frac{\pi}{\gamma_e T}$, где $\gamma_e = 1/\tau_e$ - величина обратная времени убавыния амплитуды A в e раз. Ее вычислим из закона убывания амплитуды: $\gamma_e = \gamma_{1.3} \ln 1.3$, тогда :

$$Q = \frac{\pi \tau_{1.3}}{T \ln(1.3)} \approx 2504.23 \quad (2)$$

3. Найдем зависимость периода колебаний T от расстояния a между точкой опоры и центром масс.

Таблица 3: Время 20 полных колебаний

$a, [cm]$	4.0	8.0	12.0	16.0	20.0	24.0	28.0	32.0	36.0	40.0	44.0	48.0
$t_{20}, [c]$	53.87	43.19	36.68	33.28	31.69	30.9	30.57	30.68	31.13	31.31	31.85	32.69
$T, [c]$	2.693	2.159	1.834	1.664	1.585	1.545	1.528	1.534	1.556	1.565	1.593	1.634

Таблица 4: Зависимость $[T^2a](a^2)$

$a^2, [m^2]$	0.002	0.006	0.014	0.026	0.04	0.058	0.078	0.102	0.13	0.16	0.194	0.23
$T^2a, [c^2m]$	0.29	0.373	0.404	0.443	0.502	0.573	0.654	0.753	0.872	0.98	1.116	1.282

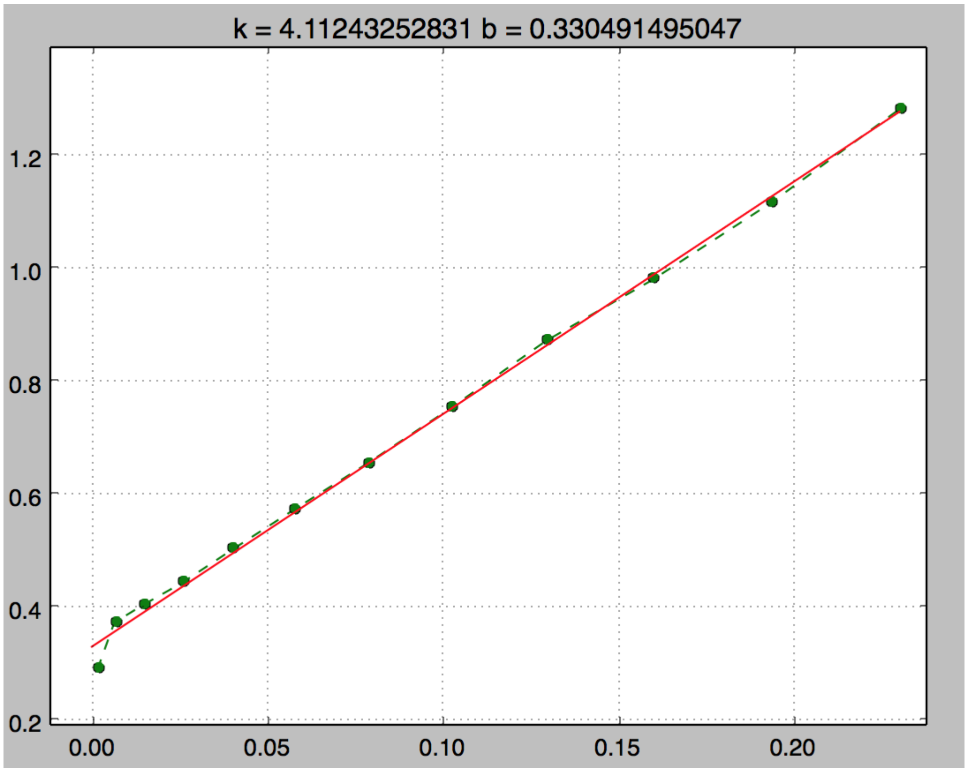

Рис. 2: график $[T^2a](a^2)$.

Аппроксимирующая по методу наименьших квадратов прямая $y = kx + b$, где $k = 4.1124$, $b = 0.3305$.

Используя формулу для рассчета момента инерции тонкого стержня:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + \frac{l^2}{12}}{ag}} \tag{3}$$

получим:

$$T^2a = \frac{4\pi^2}{g}a^2 + \frac{\pi^2 l^2}{3g} \tag{4}$$

$\implies \frac{g}{4\pi^2} = \frac{1}{k} \approx 0.243 \implies g \approx 9.59[\frac{m}{c^2}]$

$l = \sqrt{\frac{12b}{k}} \approx 0.982[m]$