

# Лабораторная работа 1.5

## Изучение колебаний струны

Зотов Алексей 496 гр.

23 мая 2016 г.

**Цель работы:** изучение поперечных стоячих волн в струне: определение собственных частот колебания струны в зависимости от натяжения струны и определение скорости распространения поперечных волн в струне.

Ограниченная, закрепленная на концах струна, может совершать собственные колебания, представляющие собой стоячие волны вида:

$$y(x, t) = A \sin(2\pi ft) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \quad (1)$$

где  $A$  — амплитуда колебаний в пучностях,  $f$  — частота,  $\lambda$  — длина волны,  $x$  — координата вдоль струны. В конечных точках должны располагаться узлы стоячей волны (амплитуда колебаний равна нулю), откуда следует, что на струне длиной  $L$  должно укладываться целое число полуволин:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

Скорость распространения поперечных волн  $u$  зависит от силы натяжения струны  $F$  и массы струны на единицу длины  $\rho_l$  погонной плотности струны  $\rho_l = \rho S$ ):

$$u = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} \quad (3)$$

Возможные частоты собственных колебаний струны (обертоны):

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} \quad (4)$$

Если частота внешней поперечной синусоидальной силы совпадает с какой либо собственной частотой колебания струны, то возникает явление резонанса и образуется синусоидальная стоячая волна.

**В работе используются:** звуковой генератор, двухканальный осциллограф, частотомер, набор грузов, станина, с закрепленной на ней струной ( $L = 50$  cm) (Рис.1).

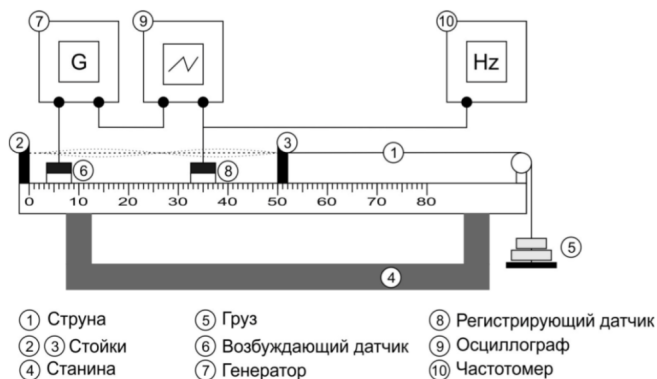


Рис. 1: Экспериментальная установка.

**Ход работы:**

1. Будем нагружать струну различными массами, и измерять частоты нескольких гармоник стоячих волн. Так как ожидаемая зависимость частоты  $f(n)$  линейная, то построим аппроксимирующие по методу наименьших квадратов прямые вида  $f = kn + b$  для каждой из нагрузок струны. Произведем оценку ошибки:

$$\sigma_k \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2} \quad (5)$$

$$\sigma_b = \sigma_k \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (6)$$

После этого найдем  $u$  - скорость распространения поперечных волн,  $f_n = \frac{u}{2L}n \implies u = 2Lk$ , где  $k$  - коэффициент наклона прямой  $f(n)$ , тогда погрешность определяется как :

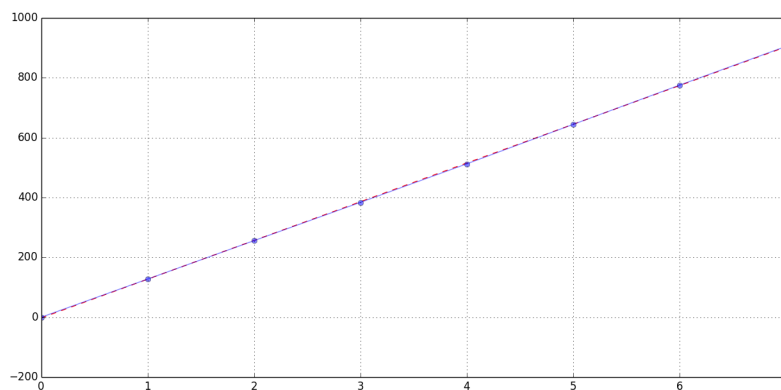
$$\left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 \quad (7)$$

Так как  $L$  измерена достаточно точно, то считаем  $\sigma_L \approx 0$ , тогда  $\sigma_k = \sigma_u$

- $m = 1042.3\text{g}$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$f_n$ [Гц]	0	127.3	255.7	383.7	512.3	644.2	775.3	904.7

$$k \approx 129.4, b \approx -2.3, \sigma_k \approx 0.3, \sigma_b \approx 0.6, u \approx 129.4(\text{м/с})$$

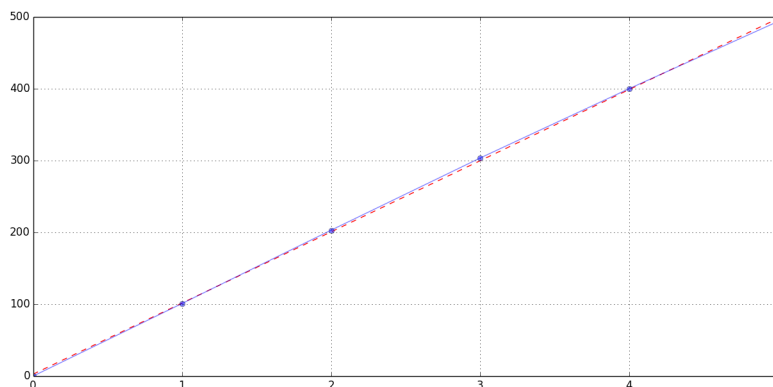


$m = 1042.3$

- $m = 548.0\text{g}$

$n$	0	1	2	3	4	5
$f_n$ [Гц]	0	101.1	203.1	303.5	400.0	493.6

$$k \approx 99.0, b \approx 2.7, \sigma_k \approx 0.7, \sigma_b \approx 1.1, u \approx 99.0(\text{м/с})$$

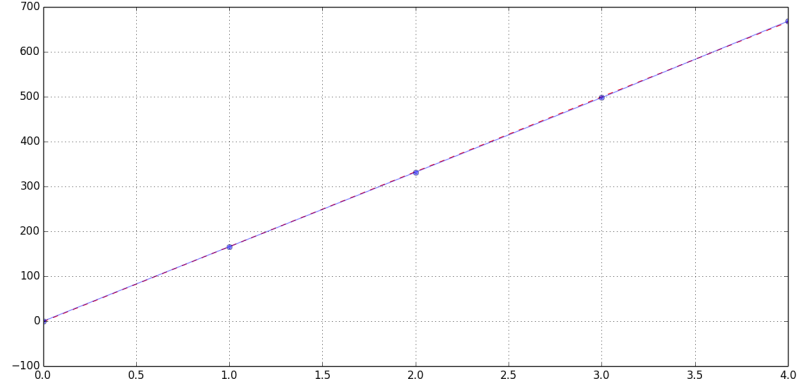


$$m = 548.0$$

- $m = 1544.1\text{g}$

$n$	0	1	2	3	4
$f_n [\Gamma_{\Pi}]$	0	166.0	331.9	498.0	668.1

$$k \approx 166.8, b \approx -0.8, \sigma_k \approx 0.4, \sigma_b \approx 0.5, u \approx 166.8(\text{M/c})$$

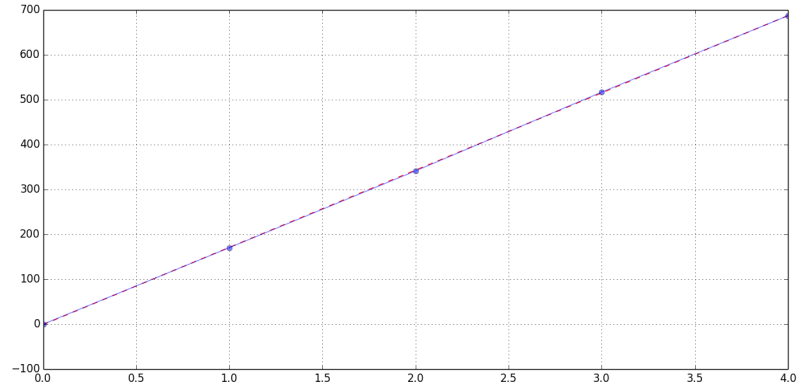


$$m = 1544.1$$

- $m = 2009.0\text{g}$

$n$	0	1	2	3	4
$f_n [\Gamma_{\Pi}]$	0	170.5	341.4	516.9	687.0

$$k \approx 172.0, b \approx -0.9, \sigma_k \approx 0.4, \sigma_b \approx 0.5, u \approx 172.0(\text{M/c})$$

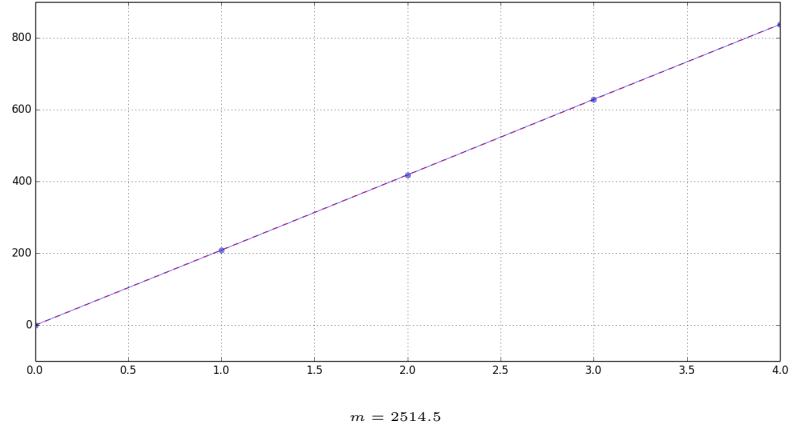


$$m = 2009.0$$

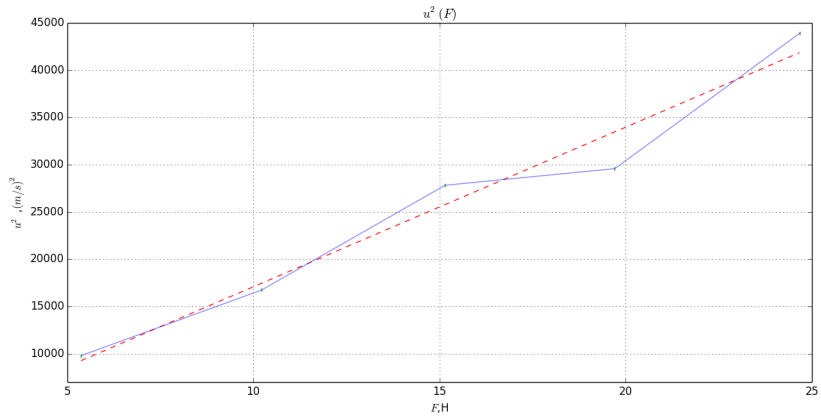
- $m = 2514.5\text{g}$

$n$	0	1	2	3	4
$f_n [\Gamma_{\Pi}]$	0	208.7	418.3	629.0	837.1

$$k \approx 209.5, b \approx -0.3, \sigma_k \approx 0.2, \sigma_b \approx 0.2, u \approx 209.5(\text{M/c})$$



2. Найдем зависимость  $u^2(F)$ ,  $F = mg$ ,  $g \approx 9.81$ ,  $\sigma_u \approx 0.5$ , тогда  $\sigma_u^2 = 2u\sigma_u \approx 129.4$



$$y \approx 1688.9x + 193.3, \sigma_k \approx 145.0, \sigma_b \approx 985.8$$

3. Найдем погонную плотность струны

$$\rho_l = \frac{F}{u^2} = 1/k \quad (8)$$

$$\rho_l \approx 0.59 \text{ [g/m]}, \sigma_{\rho_l} = \frac{1}{k^2} \sigma_k \approx 0.05$$

4. Указанная погонная плотность  $\rho_{l_0} = 0.5684$ , значит разность ожидаемого и полученного значений укладывается в пределы погрешности.