

# Лабораторная работа 1.4

## Исследование вынужденной прецессии гироскопа

Зотов Алексей 496 гр.

24 мая 2016 г.

**Цель работы:** исследовать вынужденную прецессию уравновешенного симметричного гироскопа; установить зависимость угловой скорости вынужденной прецессии от величины момента сил, действующих на ось гироскопа; по угловой скорости прецессии определить угловую скорость вращения ротора гироскопа.

**В работе используются:** гироскоп в кардановом подвесе, секундомер, набор грузов, отдельный ротор гироскопа, цилиндр известной массы, крутильный маятник, штангенциркуль, линейка.

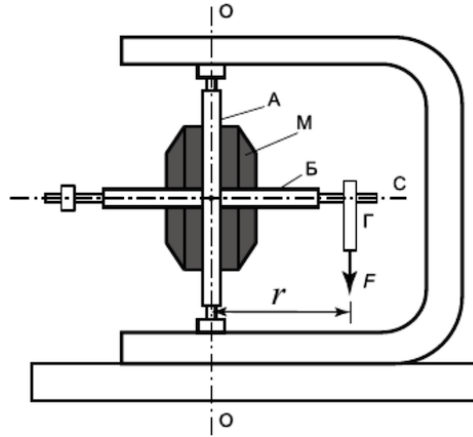


Рис 1: Гироскоп

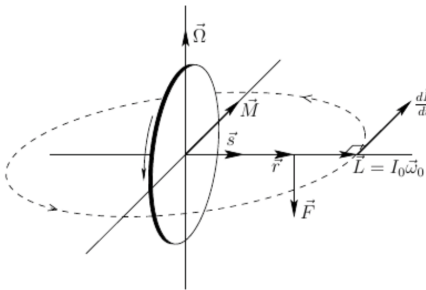


Рис 2: Вынужденная прецессия гироскопа

Движение осесимметричного тела удобно разбить на две составляющие выделить из вектора полной угловой скорости  $\vec{\omega}$  угловую скорость вращения оси симметрии  $\vec{\Omega}$  (угловая скорость прецессии), которую обычно называют угловой скоростью прецессии, и  $\vec{\omega}_0$  угловую скорость собственного вращения:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\Omega} \quad (1)$$

В зависимости от того, приложены или нет к гироскопу какие-либо внешние силы, различают два типа его движения:

1. Если момент внешних сил равен нулю ( $\vec{M} = 0$ ), то сохраняется момент импульса системы:  $\vec{L} = const$ .

Если раскрутить гироскоп исходно только вокруг своей оси (т. е.  $\vec{\Omega} = 0$ ), то вектор угловой скорости  $\vec{\omega}_0$  также должен оставаться неизменным по модулю и направлению, а следовательно, и ось гироскопа ( $\vec{s}$ ) должна сохранять свою ориентацию в пространстве при любом перемещении центра масс системы.

2. Если же приложить к исходно уравновешенному гироскопу внешнюю силу с ненулевым моментом, то гироскоп придёт в движение, определяемое уравнением:

$$\vec{\Omega} \times \vec{L} = \vec{M} \quad (2)$$

#### Ход работы:

3. По реакции гироскопа определим, в какую сторону вращается ротор. Совпадает с направлением гироскопа, изображенного на Рис. 2.
4. Определим момент инерции ротора гироскопа по формуле

$$I_0 = I_{\text{ц}} \frac{T_0^2}{T_{\text{ц}}^2},$$

где  $I_{\text{ц}} = \frac{mr^2}{2}$ ,  $T_{\text{ц}}$  и  $T_0$  - периоды колебаний на проволочном подвесе цилиндра и ротора гироскопа соответственно.

Проведем необходимые измерения:  $t_6 = [28.20, 28.28, 28.37, 28.50, 28.40, 28.59]$  с - 6 измерений времени 6-ти полных колебаний ротора.

$T_0 = 4.73$ ,  $\sigma_0 = 0.02$ ,  $\varepsilon_0 \approx 0.005 = 0.5\%$  - относительная погрешность.

#### Параметры цилиндра:

$m_{\text{ц}} = 1617.7$  g - масса

$d_{\text{ц}} = 7.8$  см - диаметр

$t_{\text{ц}} = [35.97, 36.06, 36.25, 36.03, 36.25, 36.10]$  с - время 6-ти полных колебаний цилиндра.

$T_{\text{ц}} = 6.02$  с

$\sigma_{\text{ц}} = 0.02$ ,  $\varepsilon_{\text{ц}} \approx 0.003 = 0.3\%$

Получим  $I_{\text{ц}} = 12.30 \cdot 10^{-4} \rightarrow I_0 \approx 7.6 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^2$

$$\left(\frac{\sigma_{I_0}}{I_0}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_{T_{\text{ц}}}}{T_{\text{ц}}}\right)^2$$

$$\sigma_{I_0} = 0.2 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

5. Параметры установки:

$R = 18.6$  см - радиус для измерения вертикального угла отклонения

$r = 12.3$  см - плечо силы

Результаты измерения количества полных оборотов и вертикального отклонения в зависимости от веса грузов:

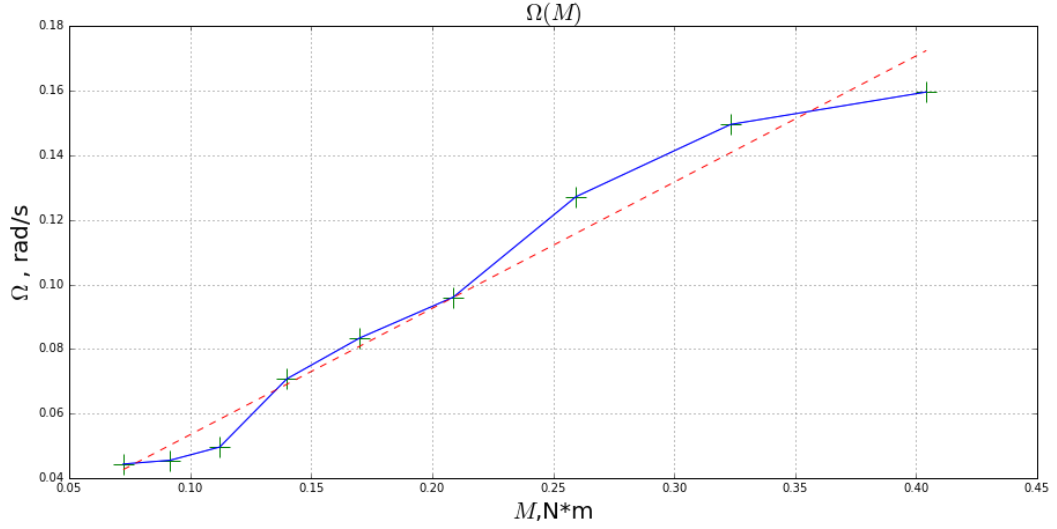
$t_{\text{т}} r$ , min	2.30	2.36	2.11	1.48	2.51	2.18	2.47	2.10	3.28
$n_{\text{оборотов}}$	1	1	1	1	2	2	3	3	4
$m$ , g	60	76	93	116	141	173	215	268	335
$\Delta h$ , cm	3.9	2.6	2.0	1.7	3.1	2.2	2.5	2.1	1.3

6. Найдем угловую скорость прецессии как :

$$\Omega = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

Ошибка  $\Omega$ :

$$\sigma_{\Omega} = 2\pi\Omega \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)$$



$$y = kx + b, \quad k \approx 0.39, \quad b \approx 0.014, \quad \sigma_k \approx 0.023, \quad \sigma_b \approx 0.002$$

Из (2) получим :

$$\omega_0 = \frac{M}{I_0 \Omega} = \frac{1}{k I_0} \approx 3.4 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

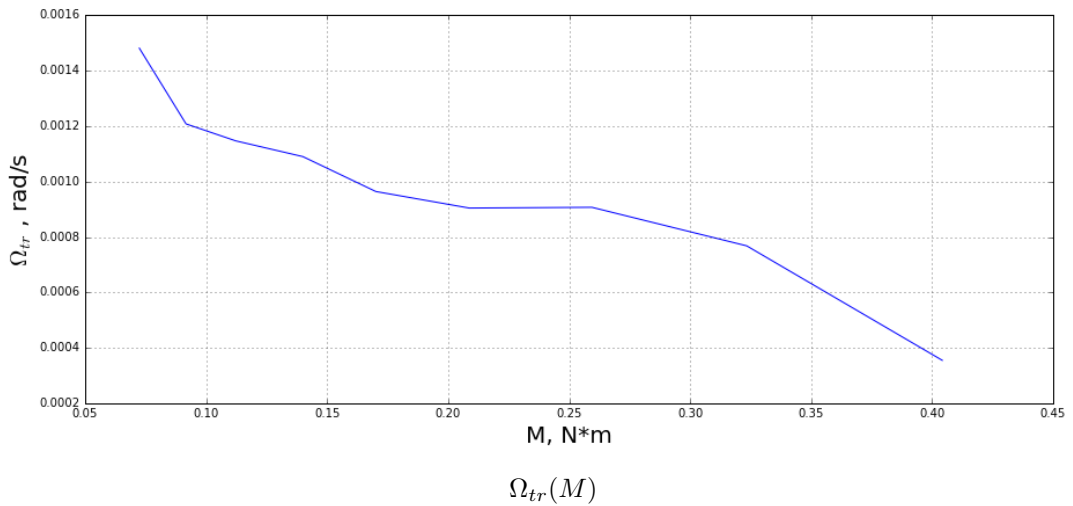
$$\sigma_{\omega_0} = \omega_0 \sqrt{\left( \frac{\sigma_{\text{tg } \alpha}}{\text{tg } \alpha} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{I_0}}{I_0} \right)^2} \approx 0.2 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

7. Частота, полученная с помощью звукового генератора :  $\nu_s = 480 \text{ Гц} \Rightarrow \omega_s = 2\pi\nu \approx 3015.9 \text{ рад/с}$   
 Что достаточно близко к полученному значению, с учетом погрешности.

8. Определим момент сил трения :

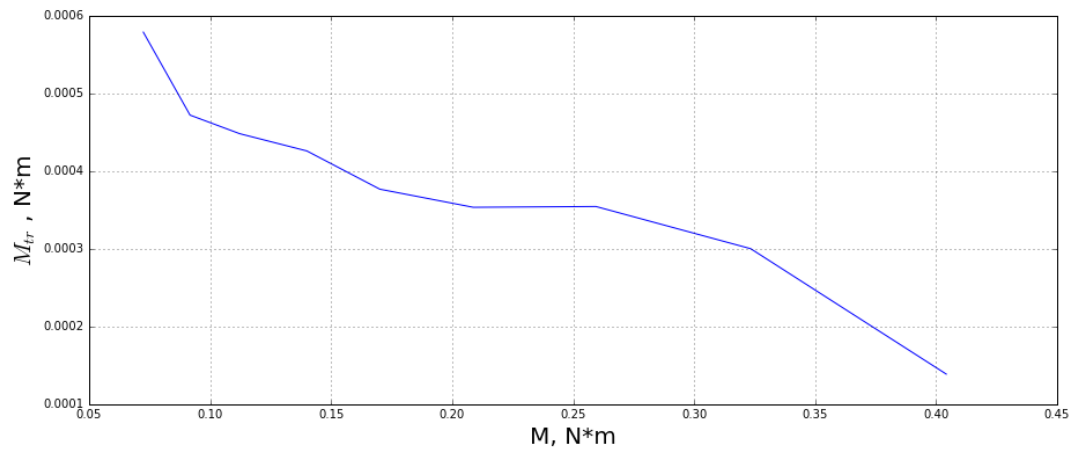
$$\Omega = \Omega_{\text{hor}} + \Omega_{\text{ver}} \Rightarrow \vec{\Omega}_{\text{hor}} \times \vec{L} = \vec{M}_{\text{тр}} \quad (3)$$

$$\Omega_{\text{hor}} = \frac{d}{dt}\varphi, \text{ где } \varphi - \text{ угол вертикального отклонения оси гироскопа } \vec{s}$$



$$M_{tr} = \Omega_{tr} L$$

$$L = 1/k \implies M_{tr} = k \Omega_{tr}$$



$$\Omega_{tr}(M)$$

Так как  $\Omega_{tr} \ll \Omega \ll \omega_0$ , то приближение о том, что весь момент импульса создается  $\omega_0$  и направлен параллельно оси гироскопа, можно принять.