



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
ПРЕДМЕТ «ЧАСТОТНЫЕ МЕТОДЫ»
ТЕМА «ЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ»

Лектор: Перегудин А. А.
Практик: Пашенко А. В.
Студент: Румянцев А. А.
Поток: ЧАСТ.МЕТ. 1.3

Факультет: СУиР
Группа: R3241

Санкт-Петербург
2024

Содержание

1	Задание 1. Спектральное дифференцирование.	2
---	--	---

1 Задание 1. Спектральное дифференцирование.

Зададим в python список t от -100 до 100 включительно с шагом dt и рассмотрим зашумленный сигнал вида

$$y = \sin(t) + a \cdot (\text{rand}(\text{len}(t)) - 0.5).$$

Построим соответствующий график при переменных $a = 0.2$, $dt = 0.25$. На всех графиках в названии указываются значения используемых параметров для удобства рассматривания различных результатов и последующего сравнения.

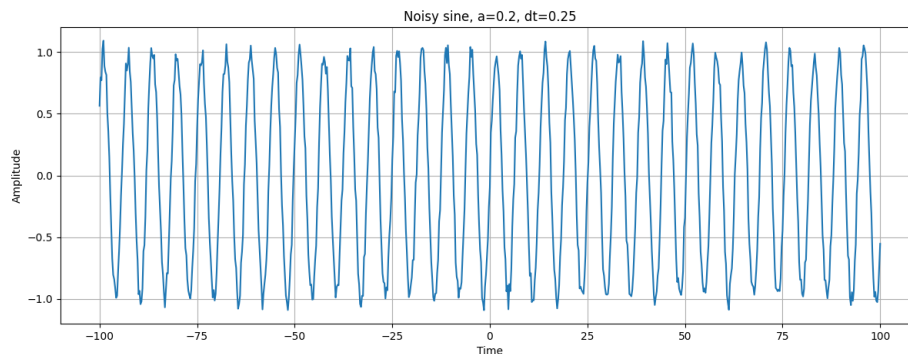


Рис. 1: График зашумленного сигнала.

Найдем численную производную от данного сигнала, используя формулу поэлементного дифференцирования

$$\frac{y(k+1) - y(k)}{dt},$$

после чего построим график.

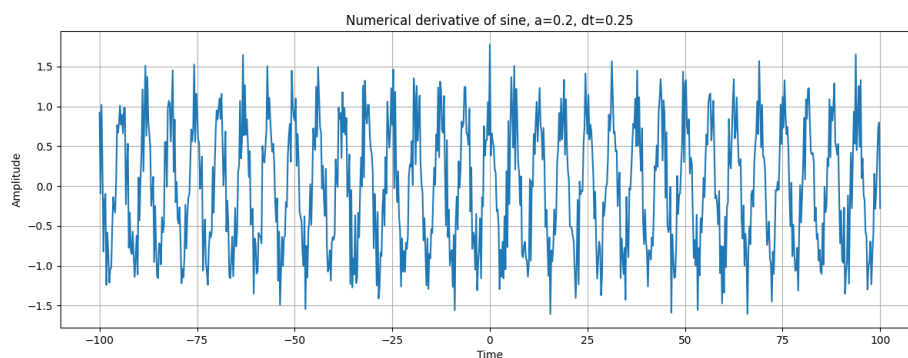


Рис. 2: Численная производная зашумленного сигнала.

Найдем спектральную производную от зашумленного сигнала. Для прямого и обратного преобразования Фурье будем использовать численное интегрирование (`trapz`). Чтобы превратить Фурье-образ сигнала в Фурье-образ производной, необходимо домножить результат преобразования Фурье на $2\pi i\nu$, где ν – частота (Гц), таким образом получим формулу

$$\mathcal{F}\left\{\frac{d}{dt}f\right\} = 2\pi i\nu \mathcal{F}\{f\}.$$

Теперь остается только выполнить обратное преобразование Фурье, чтобы получить спектральную производную сигнала. Далее приведены графики вещественной и мнимой компонент спектральной производной и Фурье-образа сигнала.

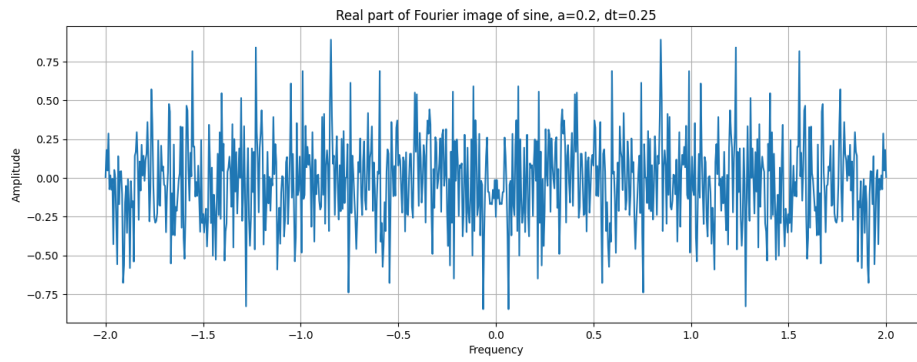


Рис. 3: Вещественная часть Фурье-образа зашумленного сигнала.

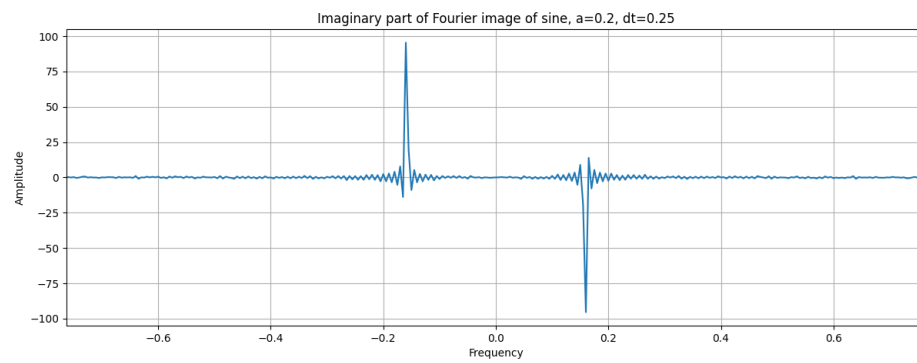


Рис. 4: Мнимая часть Фурье-образа зашумленного сигнала.

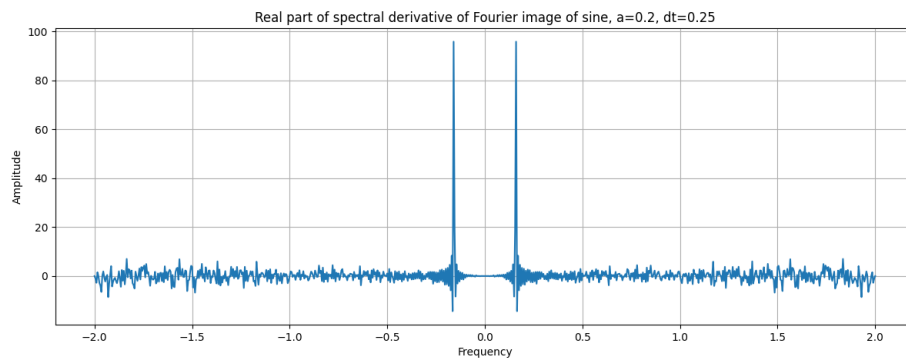


Рис. 5: Вещественная часть спектральной производной Фурье-образа зашумленного сигнала.

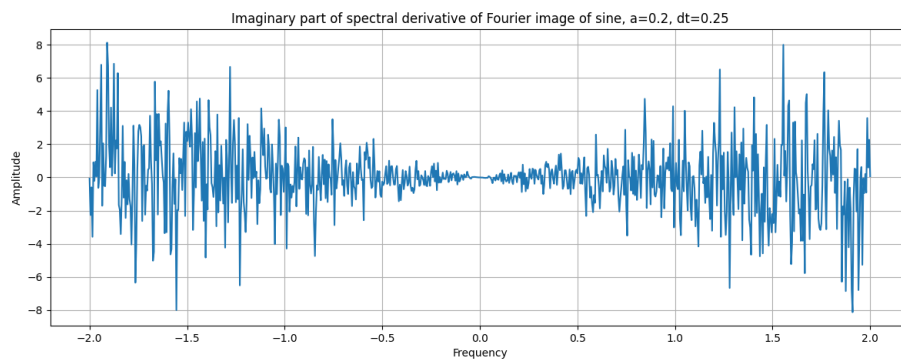


Рис. 6: Мнимая часть спектральной производной Фурье-образа зашумленного сигнала.

Наличие мнимой части указывает на фазовый сдвиг сигнала. Попробуем определить этот сдвиг по формуле

$$\phi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right),$$

где a , b – вещественная и мнимая компоненты некоторого $\mathcal{F}_n\left\{\frac{d}{dt}f\right\} = a + bi$. Мы можем взять любую n , так как угол комплексного числа не меняется. Рассмотрим при $n = 0$.

$$\mathcal{F}_0\left\{\frac{d}{dt}f\right\} = 7.17 \cdot 10^{-12} - 1.42i \Rightarrow \phi = -\frac{1.42}{7.17 \cdot 10^{-12}} \approx -1.57 \approx -\frac{\pi}{2}.$$

Выходит, что спектральная производная сдвинула сигнал примерно на 90° . Позже мы проверим нашу теорию.

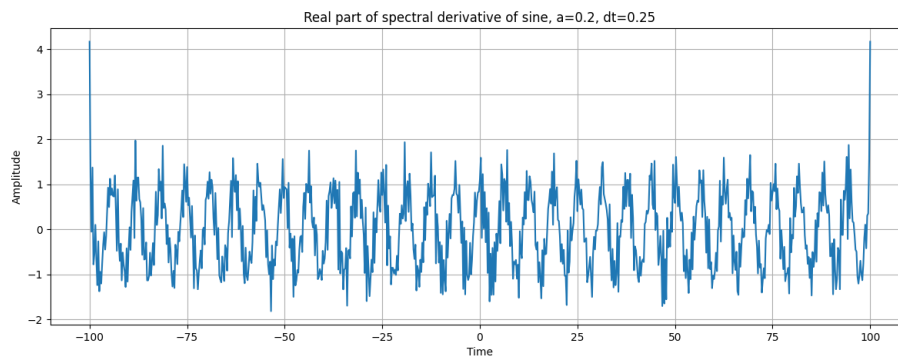


Рис. 7: Вещественная часть спектральной производной зашумленного сигнала.

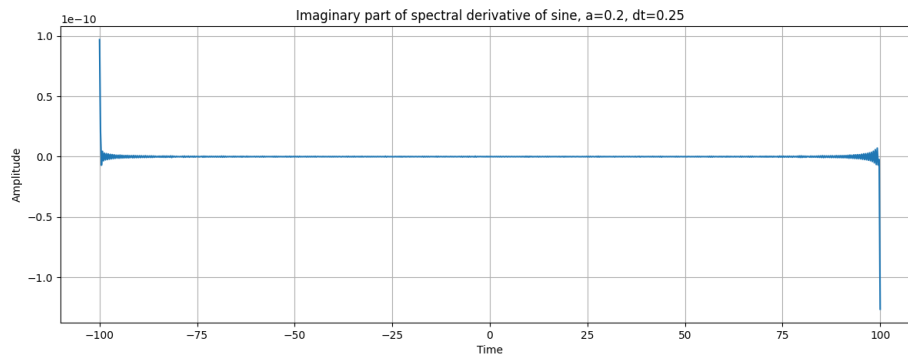


Рис. 8: Мнимая часть спектральной производной зашумленного сигнала.