



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный Исследовательский Университет ИТМО»

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4**  
**ПРЕДМЕТ «ЧАСТОТНЫЕ МЕТОДЫ»**  
**ТЕМА «ЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ»**

Лектор: Перегудин А. А.  
Практик: Пашенко А. В.  
Студент: Румянцев А. А.  
Поток: ЧАСТ.МЕТ. 1.3

Факультет: СУиР  
Группа: R3241

Санкт-Петербург  
2024

## Содержание

<b>1</b>	<b>Задание 1. Спектральное дифференцирование.</b>	<b>2</b>
----------	---	----------

# 1 Задание 1. Спектральное дифференцирование.

Зададим в python список  $t$  от  $-100$  до  $100$  включительно с шагом  $dt$  и рассмотрим зашумленный сигнал вида

$$y = \sin(t) + a \cdot (\text{rand}(\text{len}(t)) - 0.5).$$

Построим соответствующий график при переменных  $a = 0.2$ ,  $dt = 0.25$ . На всех графиках в названии указываются значения используемых параметров для удобства рассматривания различных результатов и последующего сравнения.

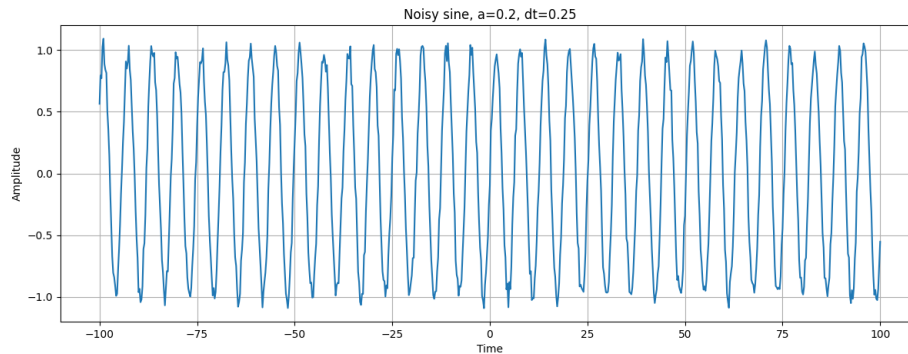


Рис. 1: График зашумленного сигнала.

Найдем численную производную от данного сигнала, используя формулу поэлементного дифференцирования

$$\frac{y(k+1) - y(k)}{dt},$$

после чего построим график.

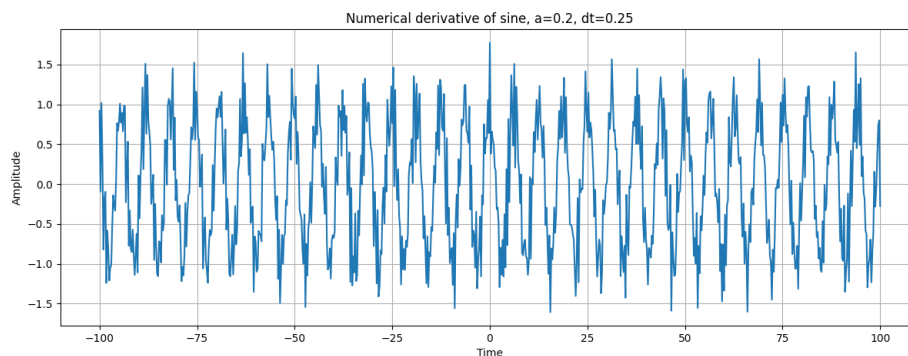


Рис. 2: Численная производная зашумленного сигнала.

Найдем спектральную производную от зашумленного сигнала. Для прямого и обратного преобразования Фурье будем использовать численное интегрирование (`trapz`). Чтобы превратить Фурье-образ сигнала в Фурье-образ производной, необходимо домножить результат преобразования Фурье на  $2\pi i\nu$ , где  $\nu$  – частота (Гц), таким образом получим формулу

$$\mathcal{F}\left\{\frac{d}{dt}f\right\} = 2\pi i\nu \mathcal{F}\{f\}.$$

Теперь остается только выполнить обратное преобразование Фурье, чтобы получить спектральную производную сигнала. Далее приведены графики вещественной и мнимой компонент спектральной производной и Фурье-образа сигнала.

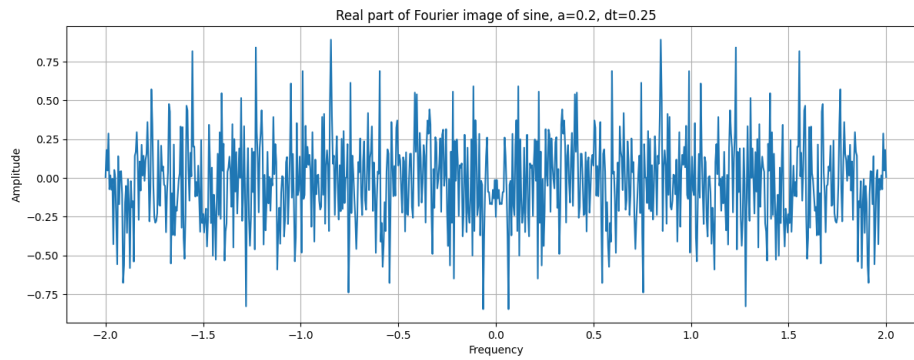


Рис. 3: Вещественная часть Фурье-образа зашумленного сигнала.

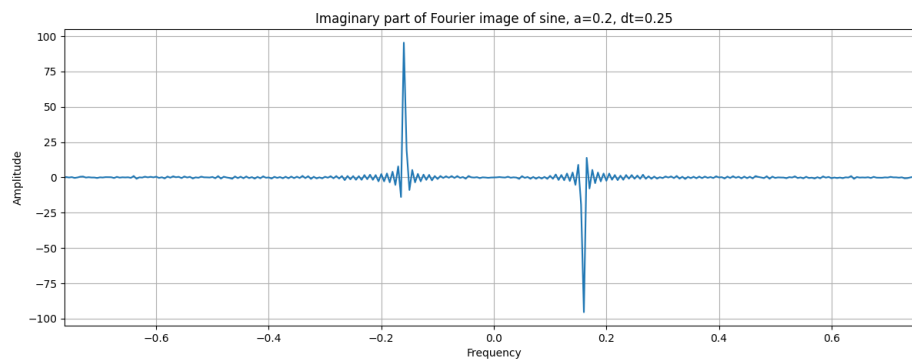


Рис. 4: Мнимая часть Фурье-образа зашумленного сигнала.

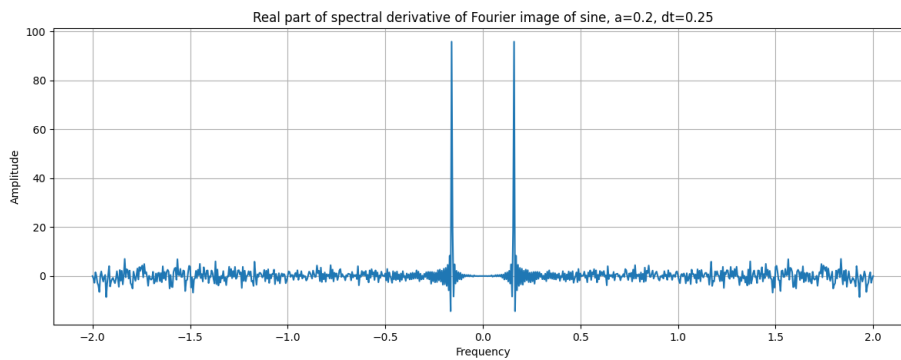


Рис. 5: Вещественная часть спектральной производной Фурье-образа зашумленного сигнала.

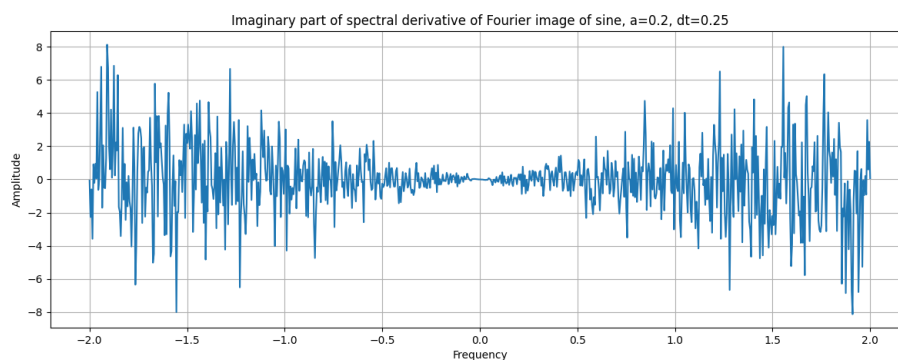


Рис. 6: Мнимая часть спектральной производной Фурье-образа зашумленного сигнала.

Наличие мнимой части указывает на фазовый сдвиг сигнала. Попробуем определить этот сдвиг по формуле

$$\phi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right),$$

где  $a, b$  – вещественная и мнимая компоненты некоторого  $\mathcal{F}_n\left\{\frac{d}{dt}f\right\} = a + bi$ . Мы можем взять любую  $n$ , так как угол комплексного числа не меняется. Рассмотрим при  $n = 0$ .

$$\mathcal{F}_0\left\{\frac{d}{dt}f\right\} = 7.17 \cdot 10^{-12} - 1.42i \Rightarrow \phi = -\frac{1.42}{7.17 \cdot 10^{-12}} \approx -1.57 \approx -\frac{\pi}{2}.$$

Выходит, что спектральная производная сдвинула сигнал примерно на  $90^\circ$ . Позже мы проверим нашу теорию.

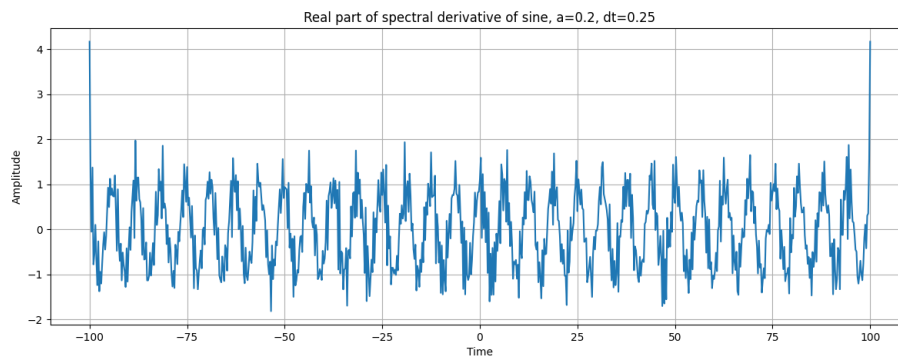


Рис. 7: Вещественная часть спектральной производной зашумленного сигнала.

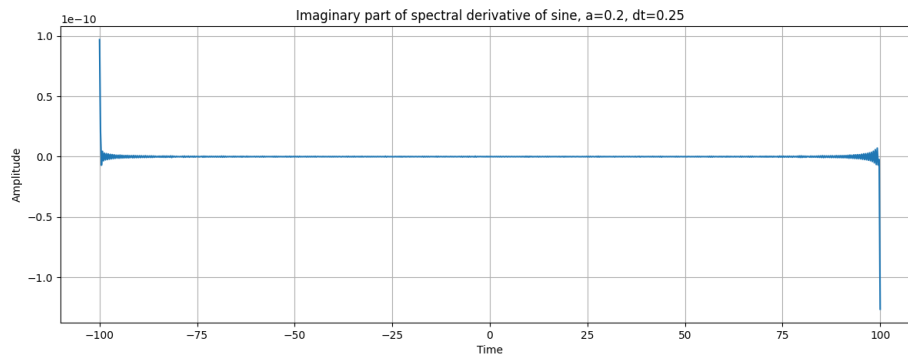


Рис. 8: Мнимая часть спектральной производной зашумленного сигнала.