

ゆゆ掛ける三乗式



ゆゆ掛ける三乗式

目次

cymph

pp.2

ひもの

pp.13

ゆずこ 電車、久しぶりに乗るね～
唯 あー、そうかもなー
ゆずこ いつぶりくらいかな
縁 去年の海？
唯 いやいや、さすがにもっと乗ってるだろ
ゆずこ 電車、あんまり乗らんよね～
縁 あんまりね～

ゆずこ いろんな人がいるね
縁 うん
ゆずこ なんか、さ
縁 うん？
ゆずこ いろんな人がいるんだなーって。思うよね？
縁 あー、わかるー
唯 …。
唯 あんまじろじろ見るなよ
縁 えー？
唯 ゆずこ、他の人のことじろじろ見てただろ？
ゆずこ なにそれ？
縁 ？
ゆずこ わたしだけを見てるってこと？
唯 いやそうじゃなくて…
縁 あ、席空いたよー
ゆずこ 座る？
唯 …。

縁 かわいかったねー
ゆずこ かわいかった！
唯 そうだな
縁 でもすごいぐずってたねー
ゆずこ ぐずってた！
唯 （なんか、ゆずこみたいだった…）
ゆずこ …？

唯 なんだよ？
 縁 なんかねー
 ゆずこ ん？
 縁 今の赤ちゃん、ゆずちゃんみたいだった
 ゆずこ ほへ？
 唯 あー、うん...
 ゆずこ えー？ なにそれー？ それ喜んでいいの？
 縁 なんかー、しゃべり方とか？
 唯 喋ってたか？
 縁 だーだーって
 ゆずこ それ、バカにされてる気がするんですが...

ゆずこ 喃語。乳児の発する言葉。言語を獲得する前段階
 唯 さっきの赤ちゃんだ
 縁 わんわんとか？
 ゆずこ んーと。幼児語。乳幼児の会話に用いられる言葉
 縁 ふーん？
 ゆずこ わんわんとかは幼児語っていうんだって
 ゆずこ 言語の獲得...
 唯 あ、これテレビで見たことある
 唯 ブーバ・キキ効果
 唯 2つの図形を見せて、
 唯 どっちがブーバで、どっちがキキかを答えさせるという心理実験
 縁 ブーバー？
 唯 うーんと、言葉に意味はなくて、音の響きとかから判断するんだって
 ゆずこ ぶ～ば～
 縁 なんかー、キキの方が痛そうな感じがする
 ゆずこ 黒板みたいな？
 縁 あー、確かに
 唯 ん？ どっちが黒板？

ゆずこ E. Mark Gold さん^[1]
 縁 誰？
 ゆずこ 幼児の言語獲得の定式化を試みた人、だってー
 ゆずこ 幼児は親が話す言葉だけから言語を学習する...

- 唯 そうだな？
- ゆずこ 正しい言葉だけから正しい言語を学習できる
- ゆずこ これを Learning from positive data 、と言うそうです
- 唯 それっ当たり前じゃない？ 何が難しいんだ？
- 縁 うーん、よくわからない
- ゆずこ 子供は学んだ言葉を使って新しく作文するかもしれない
- ゆずこ それが正しい言葉であるかどうかを、親の反応から学習する
- ゆずこ この場合は、「正しくない言葉」も学習できるチャンスがある
- 縁 ふーん？
- ゆずこ あ、こんな例があるよ¹

Q. 次の A は自然数 $(1, 2, 3, \dots)$ からなる集合です. A はどんな集合ですか？

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

- 唯 ふーん？
- 唯 いやいやいや、偶数だろ？
- 縁 うんうん

A. A は偶数全体.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$$

- ゆずこ ざんね～ん
- ゆずこ とは限りません

A. A は偶数または 13 の倍数からなる集合.

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \mathbf{13}, 14, \dots\}$$

- 縁 えー、インチキだよー

¹参考文献 [3] の例を改変

ゆずこ 最後まで聞かないほうが悪いのです
 唯 お？ 急になんだ？
 ゆずこ そうじゃなくってー
 縁 あー、「...」ね
 ゆずこ そう！「...」なのです
 唯 ふーん？「聞く」ってなんだ？
 ゆずこ ゆかりちゃん、やってみて
 縁 ええっと
 縁 「12 は A ですか？」
 ゆずこ はい。そーです。
 縁 「14 は A ですか？」
 ゆずこ はいっ。そーですっ
 唯 それだとやっぱり偶数じゃないか。2 の倍数以外も聞かないと
 唯 13 は？ って聞いて、、、
 ゆずこ 13 も A だ、って答えるよ
 唯 でもそれでも、有限の質問だけから決めるのは無理じゃないか??
 唯 全部の数について聞かないと、、、
 ゆずこ 「これは A に含まれる」っていうのを “informant” っていうらしいよ
 縁 「含まれない」ってのは？
 ゆずこ うーん。「含まれる」を positive data とも呼ぶ、とも書いてある...

- (有限とは限らない) 集合で、学習したい対象のことを Concept という。例えば一つの言語 (日本語とか英語とか) は Concept の一例。例えば自然数の部分集合は Concept の一例。
- ある要素が学習したい Concept に属するという情報を informant (正データ, positive data とも) と呼ぶ。例えば親が話す言葉は informant. 例えば自然数の部分集合 A について $x \in A$ は一つの informant.

唯 ってことは、さっきの自然数の集合が言語にあたるのか...?
 縁 自然数が言葉ー？

ゆずこ そこで、「極限同定」という発想が生まれるわけです

唯 うん？

次のような Concept (言語) の学習の枠組みを「極限同定」と呼びます。

- ある Concept をこれから学ぼうとする学習者がいます。
- 学習者は一つの informant を得ます。「これは学習すべき Concept に含まれる」という情報であって、「含まれない」という情報は得られないことに注意してください。
- 学習者はそれまでに得た informant を用いて、1 つ Concept を推論します。それが学習者の学習結果です。
- 以上を 1 つのステップとして、これを何度も繰り返します。^a

更に次のようなとき、極限同定が「成功した」と言います。

- あるステップで真の Concept を推論し、かつ、
- 以降のステップでは、常にその Concept を推論する。

^aこの情報の得方を正提示 (positive presentation) と言いますが、厳密にはもっと強い制約があります。それは Concept の任意の要素はいつかは必ず informant として提示される、というものです。

縁 じゃあさっきの例で言うと、

縁 2, 4, 6, 8, 10, ... ってのが正提示でー

唯 うんうん

縁 数字一つを受け取るごとに、自然数の部分集合を一つ答える

唯 推論な

ゆずこ ちなみに、推論した Concept の列を「推論列 (guessing sequence)」っていうよ

正提示 2, 4, 6, 8, 10, ... に対して、推論列 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots$

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| 2, | 4, | 6, | 8, | 10, | ... |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | |
| $A_1,$ | $A_2,$ | $A_3,$ | $A_4,$ | $A_5,$ | ... |

ゆずこ あ、ちなみにこの正提示は、小さい順に並べてるけど、
 ゆずこ 別にそれに意味はなくて、順序はどうでもいいし、それに重複してもいい
 んだって

縁 2, 10, 2, 10, 8, ... みたいに？

ゆずこ そうっす

唯 時刻 t の推論を A_t って書いたんだな

唯 じゃあさっきの「極限同定の成功」の条件は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A_t = A$$

唯 って書いていいのか？

ゆずこ うーん、いいんじゃないかな

ゆずこ 文字通り形式化すると $\exists T, \forall t > T, A_t = A$ だけど

ゆずこ 極限同定が成功したとき、Concept を学習したって見做すらしいよ

縁 それで？

ゆずこ うん？

縁 これで、人間の言葉が学習できるの？

ゆずこ うーん、、、どうなんだろう？

縁 えー

唯 どうなんすか？ ゆずこさーん

ゆずこ むーん。。。.

ゆずこ あ！

唯 なになに

ゆずこ ”文脈自由文法の学習は不可能である”^[1]²

縁 えーなんでー？

唯 推論の具体的な方法も決めてないのに

ゆずこ TABLE 1 に書いてるのだとー...

唯 なになに？

ゆずこ 文脈自由文法も文脈依存文法も正規言語も、正提示からの極限同定は不可能

縁 だからなんでー？

ゆずこ うーん、詳しい記述はどこにあるんだろう

²英語は文脈自由文法であると言われる。いや、少なくとも反証はされていない。

ゆずこ あ、あったあった

ゆずこ ”super-finite class of languages”

縁 クラス？

ゆずこ うん、言語族、のことかな？

唯 そんなの今まで話に出てこなかったぞ

ゆずこ ごめんごめん。説明がめんどそうだったから...

ゆずこ 「自然数の部分集合」とか「自然言語」みたいに、推論する Concept を中から選べるための枠組みみたい

縁 え？ じゃあ、推論って、選択のこと？

唯 なんか急に問題が簡単に見えてきたなあ

列挙による推論

Concept のクラスが添字つき集合^aの場合、列挙による推論がありえる。
この方法ではまず Concept を列に並べる。

$$\mathcal{C} = \{C_1, C_2, C_3, \dots\}$$

次のような方法で推論を行う。

- 添字 $i = 1$ を持っておく。
- 一つの informant を受け取る。
- 過去に受け取った informant のどれかと C_i とが矛盾するか調べる。
- どれかと矛盾するなら、 C_i は正しい Concept ではないので、添字 i を 1 増やす。矛盾しないなら何もしない。
- 推論として C_i を答える。

^a集合の要素をもれなく列として並べられるということ

縁 さっきの自然数ののは？ これで解ける？

唯 いやいや、無理だろ

縁 どうして？

唯 自然数の部分集合全体は可算じゃないから

縁 そっかー

唯 この方法で推論するには「あり得る言語が多すぎる」ってわけだな

ゆずこ もっと単純なやつじゃないと、これはダメみたいだね

縁 なにならいいんだろう
 唯 「ある数の倍数」とかどうだ？
 縁 それなら可算だね

倍数全体という Concept クラス

自然数 n の倍数全体を \mathbb{Z}_n と書く. $\mathcal{C} = \{\mathbb{Z}_n : n \in \mathbb{N}\}$ は列挙による方法で
 正提示から極限同定可能?

ゆずこ うーん...
 唯 いや、無理だな
 縁 えー、なんでー？
 唯 だってほら、答えを「4の倍数」だとするだろ
 唯 正提示としては 4, 8, 16 って感じで、4の倍数だけに来るけど、
 唯 4の倍数って2の倍数でもあるだろ？
 縁 つまり？
 ゆずこ ほら、2の倍数の可能性を捨てきれないわけじゃん
 唯 単純に、 $\mathcal{C} = \{\mathbb{Z}_1, \mathbb{Z}_2, \dots\}$ って並べてたら、 $i = 2$ で停まっちゃう
 ゆずこ 添字の順序を工夫すれば... うーん...
 唯 \mathbb{Z}_4 を \mathbb{Z}_2 の前に持ってくればいいんだけど、そしたらキリがないし
 縁 あーでも、ちょっとズルをしたら上手くいくかも
 唯 どんな？
 縁 あのねー、正提示の一番最初だけ先に見ちゃうの
 縁 で、それが m だったら、

$$\mathbb{Z}_m, \mathbb{Z}_{m-1}, \dots, \mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_1$$

縁 って並べるの
 唯 あー、それなら上手くいくなー
 唯 上限を見つけて、そこから降りてくわけだな
 ゆずこ あ、ていうか！
 ゆずこ これって、提示される数の最小値を取ればいいだけだね
 縁 あー、確かに
 唯 提示される数は整数だから、絶対値は取らないとだけだな

自然数 n の倍数全体を \mathbb{Z}_n と書く. Concept class, $\mathcal{C} = \{\mathbb{Z}_n : n \in \mathbb{N}\}$ は次のような方法によって正提示から極限同定可能.^a

- 数 $m = \infty$ を持つ
- informant m_t を受け取る
- m より $|m_t|$ の方が小さい時、 m を $|m_t|$ で上書きする
- Z_m を推論

^aこれは正しく、極小言語 (minimal language; MINL) 戦略の自然数バージョン

縁 んー。それはいいんだけどー

縁 赤ちゃんは？ 言語はー？

唯 あ、ていうか、文脈自由文法は？ ”super-finite” は？

ゆずこ あ、そうだったそうだった。忘れてました

唯 正提示から学習できる言語。パターン言語^[2]

ゆずこ お？

唯 んんん?? $\Sigma A \dots$?

ゆずこ どれどれ

唯 んー。パターン言語の定義らしいんだけど...

ゆずこ ああ、たぶんこれ、Kleene 閉包だよ

唯 こんなヘンな記法が...

非形式的に「パターン」を説明します。日常会話で用いるいわゆる「パターン」とは違う意味で使うので注意して下さい。ここで言うパターンとは、要は、「空欄のある文」です。

- 例. “世界が でありますように”

また空欄には「名前」をつけることができます。

- 例. “ (x) が (x) を (y) でした”

非形式的に「パターン言語」を説明します。パターン言語とはある1つのパターンによって「説明される」言語です。

先ほど例に挙げたパターン“ (x) が (x) を (y) でした”を再び用います。このパターンが「説明する」言語とは、空欄を自由に埋めて出来る文からなる集合のことです。ただし、同じ名前の空欄には同じもので埋めなければいけません。

- “ 私 が 私 を 見つめ ました”
- “ 深淵 が 深淵 を 覗いて ました”

縁 急に日本語だー
 唯 同じ名前の空欄があるって、同じものが何度も出現するってことだろ？
 唯 あんまり自然言語にそういうのって出てこないような
 縁 同じ名前の空欄が出てこないものは「正則パターン言語」
 ゆずこ あ、これってもしかして、深さが1しかない文脈自由文法？
 唯 あー、なるほど
 唯 ん？
 ゆずこ あ！ほら見て！鎌倉！
 縁 大仏はー？
 ゆずこ うーんどこだろう

唯 こっからじゃ見えないんじゃないか？
縁 でもじゃあ、もうすぐ！ だね
ゆずこ うん！

参考文献

本物語は次の参考文献をヒントに創作しました.

- [1] E. Mark Gold: “Language Identification in the Limit”, in *Information and Control* 10 (1967)
- [2] Angluin: “Positive Inference of Formal Languages from Positive Data”, in *Information and Control* 45 (1980)
- [3] Hiroki Arimura, Takeshi Shinohara and Setsuko Otsuki: “Finding Minimal Generalizations for Unions of Pattern Languages and Its Application to Inductive Inference from Positive Data”, in *In Proc. the 11th STACS, LNCS* 775 (1994)
- [4] @cympfh: “言語の極限同定みたいな話”,
<http://cympfh.cc/study/language-identification/history/it.pdf>

「ねむ……」

「おっ、唯ちゃん。眠いん？」

「唯ちゃん、ラムシュタイン？」

「ネタが分からん……」

今日も今日とて不思議な会話を教室で繰り広げる三人。唯にゆずこ、それと縁。いつも仲が良く、仲が良すぎる。それ故、たまに変な誤解を招く。それでも、この三人の繋がりが消えてなくなることは最後の審判が訪れようときっとないだろう。

「ぷよぷよかなー？」

「ぷよぷよは4つだろ。コラムスとか」

「パズル玉とか？」

「唯ちゃんはマネーアイドルエクステンジャーだよな！」

「落ちゲーとはちょっと違うだろ……。それにもう消える数が関係ない」

そんな三人を遠くの席から窺い見る者たちがいる。いや、それも同じく三人組だ。今回のメインキャストである。

「櫛井さんたちってホントに仲良いよね～」

「何話してんのかワケワかんないけどな」

「桂もそうだけどね」

「あ」？

この三人組は千穂に桂、それとふみである。先の三人組と同じように仲が良い。この三人もまた、ラグナロクが起ころうとも繋がりが消えてなくなることはないだろう。恐らく。多分。

「私たちって櫛井さんたちに例えるなら誰なのかな」

「あー。どうだろ」

「千穂は日向さんって感じがする」

「じゃあ、ふみおちゃんは野々原さんかな」

「(残る櫛井があたしか……)」

しばし考えに耽る三人。

「よく分からないね～」

「よく分からないね」

「よく分からんな」

先の三人とこの三人。似ているとは言われれば似ている。しかし、他人は他人であるからにしてそっくりそのままということはない。親と子でさえ違うのだ。

「私、お嬢様じゃないし……」

「私も野々原さんみたいに頭良くないよ」

「(櫛井よりあたしのほうが相川のことが好きだ)」

「おかちー？」

「……なんでもないっ」

なぜか赤面する桂を千穂は不思議がる。ふみはなぜかニヤニヤとしている。この三人も傍から見れば変な関係なのかもしれない。

「んー、じゃあ私たちが櫟井さんたちの真似してみる？」

その千穂からの提案にふみは首を傾げながら答える。

「……なぜに？」

「ふえっ!? えと、そのー、……ね！ 真似してみると櫟井さんたちのこと分かるかなーって」

「分かる分からないってそういう話なのか……？」

といいつつも千穂の提案なので桂が断ることはない。ふみも紙パックのマミーをストローでズゾゾと飲み干し「仕方ねえな」と言った感じである。

「まずはあの三人の特徴を挙げるか」

「ん～、櫟井さんはおさげ、とか？」

「櫟井さんは意外とおっぱいデッカイ、とか？」

「違うわボケ！ 変なところの特徴挙げんな！ それに……」

「それに？」

「相川のほうが……」

「やぁー、妬けますなぁー。千穂のほうがなんだった？」

「うっせ！ 死ね！ パーカ！」

激昂する桂を見てふみがケラケラと笑う。こんな風に桂はいつもふみのおもちゃである。それを横から申し訳無さそうに笑って見ている千穂という図がこの三人のテンプレだ。

「そーいう特徴じゃなくて、性格とか癖だよ」

「櫟井さんたちの癖……」

「桂のほうが櫟井さんより性格悪いってこと？」

「お前、そろそろドツキ回すぞ……？」

フシャー、と猫のように怒る桂にふみはまた腹を抱えて笑う。

「ま、まあ。落ち着こ、おかちー？ 櫟井さんたちのことでしょ？」

「ん。ああ、そうだった。長谷川、なんかある？」

「何かって言われると、あー、まあこれ三人の特徴なんだけど。よく擬音で会話してるよね」

「あ、なんかそれ分かる気がするー」

「なんかさ、ドーン！ とかギュオーン！ とかぴょーん！ とか」

「ぴょーん！ ってなんだ……」

「オノマトペ的な感じ？」

「そうそう、そなんん」

そして、三人はまた考えに耽る。

「難しいねー」

「難しい」

「ムズいな」

確かに先の三人組はオノマトペでよく会話しているように思う。しかし、実際真似をしようと思うとなかなかどうして難しい。

「ザギンでシースーの後ギロッパンって感じじゃない？」

「そのどこがオノマトペなんだよ……」

「アハハハ。でも、ちょっとそれっぽく聞こえるよね」

「イーケーはホーチーのことキースーって感じだよ」

「麻雀用語にみたいになっとる！ しかもさり気なく変なこというな！」

「アハハハ……また脱線しちゃった」

千穂は困り顔で笑う。その顔を見ると「まあ、いいか」と思えるのが桂であり、そんな桂に漬け込んでいじわる出来ると思っているのがふみなのである。でもどれも愛情表現だ。だからこそ仲が良い。これだけは先の三人組と変わらないことだろう。

「櫛井さんだけの特徴としたら何があるだろうね」

「櫛井さんの特徴……ツッコミ役とか」

「だからそれ特徴か……？」

「じゃあ、そこはやっぱりおかちーと一緒にだね！」

「ん？ そうなん？ うーん。そう、なんかなあ」

「桂は、どちらかと言うと突っ込むよりかはネコのほうだよ」

「ネコ？」

「長谷川！ 相川の前で変なこと言うなー！」

「……ネコ？」

「相川なんでもない！ なんでもないぞ！ ほら、にゃー。にゃー、って！」

「にゃ、にゃー……」

「桂かわいい～」

「後で絶対ぶっ殺す」

「私もおかちー可愛いと思うよ？」

「うっ……そ、そうか……」

桂の顔がみるみると紅く染まっていく。その姿を見ながらふみも「可愛いやっちゃんー」思うのだった。

「野々原さんの特徴はなんだろ」

「野々原はー、うーん。頭がいい馬鹿？」

「桂、ストレートに表現するね」

「しょうがねーだろ!? 特徴なんだからさ！」

「千穂だったもっと上手く表現するよ。ね、千穂」

「ええっ!? えっと。野々原さんは場を盛り上げてくれるムードメーカーだよね。いつもニコニコしてて太陽みたい。だから、こっちまで暖くなるんだよね、野々原さんといると。それに、頭も良いし」

「ほら、千穂のほうがよっぽど野々原さんのこと上手く表現してるよ」

「んなもん知るか! だいたい、相川だって頭が良いってのオマケ程度に付け加えてるじゃねーか!」

「(と言うよりかは.....)」

ふみは思う。視線をゆずこの方へ向けて。

「唯ちゃん、学校来る途中で目ん玉落としちゃった。1個貸して?」

「貸すか! っていうか貸し借り出来んわ!」

(あんなやり取り見てたら誰だって頭が良いこと疑うよなあ.....)

「おい、長谷川。今、とんでもなく失礼なこと考えてただろ」

「別に。乳酸菌のNEWって何のことなんだろって考えてた」

「嘘つけ!」

「アハハハ.....」

「しかし、そう考えると。長谷川と野々原ってあんま似てくないか?」

「うーん、どうだろ。でも野々原さんとふみおちゃんってよく気が合うよね」

「うん、合う。生まれた国が一緒なのかも」

「一緒だよ.....ていうかあたしたち皆一緒だよ.....」

「まあ、なんか野々原さんと私は同じ生き物って感じはするよ」

「私たちも同じ生き物だからな.....?」

「桂、人間だったの!?」

「ほーう?」

グリグリグリ。桂がふみの頭の端と端をげんこつでこねくり回す。ふみが「ふああ〜〜〜」と効いてるの効いてないのかよく分からない脱力とした叫びをあげた。

「あー、えーと。そ、そうだ! おかちー。日向さんは?」

「日向? 日向は.....おっとり?」

「そのへんは千穂と似てるよね」

「そ、そうかなあ〜」

えへへ、と千穂が恥ずかしそうに微笑む。別に褒められたわけじゃないぞと桂は思ったが、見ていて可愛いから良しと茶々を入れることは無かった。

「あとは、なんだろ。若干、天然? が入ってるよな」

「千穂も入ってるね」

「ええ!? そ、そんなことないと思うよ!?」

気づいてないのか……と桂とふみは思った。だが、そこが可愛い。桂は無言で頷く。

「でも、千穂と日向さんは違うところあるよ」

「ん？」

「おっばい」

「あ ” ?」

「ぼいん」

「いや、言い方の問題じゃねーって……」

「ぼとん」

「落ちてる! それ落ちる音!」

「アハハハ!!」

千穂はどうやらツボにハマったようで腹を抱えて笑っている。ふみに持って行かれたと思ったが、まあ、千穂が笑えばなんでもいいと桂は思った。

「ま、やっぱり根本的には似てねーって」

「繋がる部分はあるけどね」

「十人十色って言うし、そんなものなのかもね」

「その、なんつーか。この三人はこの三人でいいんだと思う」

「ほほう? 桂、聞こえなかったからもっかい」

「うっせー! 鼻の穴に鉛筆ぶっ刺すぞ!」

「桂、鼻の穴じゃ鉛筆は削れないよ……」

「アハハハ!! もう、おかちーもふみおちゃんも!! ふふ、アハハハハ!」

こうして、他愛のない女子高生たちの時間は過ぎていく。似ているようで、似ていない2つの三人組。

それでも。

「わー、あいちゃんめっちゃ笑ってる!」

「相川さん何かあったの?」

「私も気になるうー!」

「長谷川のせいだよ……」

「え、私と桂の愛でこの子はこんなにも幸せそうに笑っているんだよ?」

「あ ” !?」

「アハハハハ!!」

みんな違うのに、みんな仲が良いのだ。

表題 ゆゆ掛ける三乗式

発行 Alice.lips

初版 2016/08/15

Alice.lips

<http://alice.fail/>