Introducción a los vectores

Un vector representa una posición en el espacio, o un punto: $\vec{v} = (x, y, z) \in \mathbb{E}^3$

- Un vector contiene información geométrica relevante:
  - Módulo o magnitud (tamaño): $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
  - Vector unitario (dirección): $\hat{v} = \frac{\vec{v}}{\|v\|}$
- Un vector se dice que está **normalizado** cuando su módulo es 1 (cuando es unitario).
- Un vector se puede representar de dos formas:
  - Forma de base: $\vec{v} = (x, y, z)$
  - Forma de columna: $\vec{v} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [x, y, z]^T$
- Todas las operaciones son extensibles a n-dimensiones:
  - $\vec{v_{4D}} = (x, y, z, w)$
  - $\|\vec{v_{4D}}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + w^2}$

Operaciones básicas con vectores (I)

- SUMA:
  - Si a una dirección le sumamos un punto, tenemos un desplazamiento del punto en esa dirección:
    - $\vec{p_0} = (x_0, y_0, z_0)$
    - $\vec{v} = (x_1, y_1, z_1)$
    - La nueva posición es: $\vec{p_1} = v + p_0 = p_0 + v$
- RESTA:
  - Si un vector representa un punto, dos puntos pueden dar una dirección:
    - $\vec{p_0} = (x_0, y_0, z_0)$
    - $\vec{p_1} = (x_1, y_1, z_1)$
    - La dirección que va de p_0 a p_1 es: $\vec{p_{01}} = \vec{p_1} - \vec{p_0}$
    - La dirección que va de p_1 a p_0 es: $\vec{p_{10}} = \vec{p_0} - \vec{p_1}$
  - Normalmente hay que normalizar el vector para que sea unitario:
    - $\hat{p_{01}} = \frac{\vec{p_1} - \vec{p_0}}{||\vec{p_1} - \vec{p_0}||}$
    - $\hat{p_{10}} = \frac{\vec{p_0} - \vec{p_1}}{||\vec{p_0} - \vec{p_1}||}$
  - Recuerda que la magnitud nos da el tamaño del vector.

Operaciones básicas con vectores (II)

- MULTIPLICACIÓN:
    - NÚMERO $\times$ VECTOR:
        - Si a una dirección le multiplicamos un número escalar tendremos una dirección de mayor tamaño:
        - $\vec{v} \cdot m = (m \cdot x, m \cdot y)$
    - ESCALAR:
        - $\vec{v_0} \cdot \vec{v_1} = x_0 \cdot x_1 + y_0 \cdot y_1 + z_0 \cdot z_1$
        - La multiplicación escalar sirve para saber si dos vectores apuntan hacia el mismo sentido o en sentido contrario.
        - $\vec{v_0} \cdot \vec{v_1} = \|\vec{v_0}\| \cdot \|\vec{v_1}\| \cdot \cos\theta$ **(¿y si $\vec{v_0}$ y $\vec{v_1}$ son unitarios?)**
    - VECTORIAL:
        - $\vec{v_0} \times \vec{v_1} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix}$
        - La multiplicación vectorial nos da el vector perpendicular en el plano que definen ambos vectores.
        - $\vec{v_0} \times \vec{v_1} = \|\vec{v_0}\| \cdot \|\vec{v_1}\| \sin\theta \cdot \vec{n}$ **(¿y si $\vec{v_0}$ y $\vec{v_1}$ son unitarios?)**
        - $\vec{n}$ sería el vector unitario perpendicular a ambos vectores.

Operaciones básicas con vectores (III)

Dados tres vectores:

- $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$
- $\vec{v_0} = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$
- $\vec{v_1} = (v_{1x}, v_{1y}, v_{1z})$

MULTIPLICACIÓN VECTORIAL:

- $\vec{v} = \vec{v_0} \times \vec{v_1}$
    - $v_x = (v_{0y} \cdot v_{1z}) - (v_{0z} \cdot v_{1y})$
    - $v_y = (v_{0z} \cdot v_{1x}) - (v_{0x} \cdot v_{1z})$
    - $v_z = (v_{0x} \cdot v_{1y}) - (v_{0y} \cdot v_{1x})$

Bibliografía

- Matemáticas: vectoriales, documentación de Godot.
    - https://docs.godotengine.org/es/stable/tutorials/math/vector_math.html