

Discussion 9

1) Make parentheses explicit in the λ -expressions.

$((a\ b)\ c)$

$(\lambda a. (\lambda b. (a\ b)))$

$(\lambda a. ((a\ b)\ (\lambda a. (a\ b))))$

2) Circle the free variables in the λ -expressions.

$\lambda a. a\ \underline{b}\ a$

$\underline{a}\ (\lambda a. a)\ \underline{a}$

$\lambda a. (\lambda b. a\ b)\ a\ \underline{b}$

3) Do an α -conversion.

$\lambda a. \lambda a. a \rightarrow \lambda a. \lambda b. b$

$(\lambda a. a)\ a\ b \rightarrow (\lambda c. c)\ a\ b$

$(\lambda a. (\lambda a. (\lambda a. a)\ a)\ a)\ a \rightarrow (\lambda b. (\lambda a. (\lambda a. a)\ a)\ b)\ a$

4) Do a β -reduction.

$(\lambda a. a\ b)\ x\ b \rightarrow x\ b\ b$

$(\lambda a. b)\ (\lambda a. \lambda b. \lambda c. a\ b\ c) \rightarrow b$

$(\lambda a. a a) (\lambda a. a a) \rightarrow (\lambda a. a a) (\lambda a. a a)$

5) Reduce the λ -expressions to β normal form.

$(\lambda a. a) (\lambda a. a a) (\lambda a. a x)$
(optional α -conversions ...)
 $(\lambda a. a a) (\lambda a. a x)$
 $(\lambda a. a x) (\lambda a. a x)$
 $(\lambda a. a x) x$
 $x x$

$(\lambda a. \lambda b. a b) (\lambda a. a) x$
(optional α -conversions ...)
 $(\lambda b. (\lambda a. a) b) x$
 $(\lambda a. a) x$
 x

$(\lambda x. y) ((\lambda y. y y y) (\lambda x. x x x))$
(optional α -conversions ...)
 y