

第三次作业

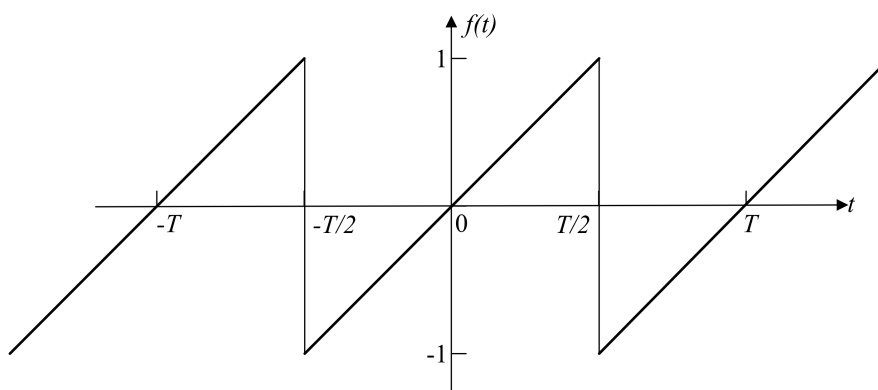
U08M11002 Fall 2023

2023 年 10 月 25 日

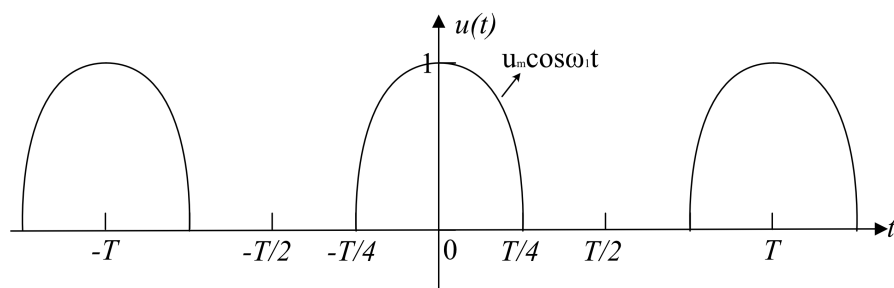
题目 1. 已知函数集 $\cos t, \cos 2t, \cos 3t, \dots, \cos nt, \sin t, \sin 2t, \sin 3t, \dots, \sin nt$ ($n \in \mathbb{Z}$)

- (1) 试证明它是在时间区域 $[0, 2\pi]$ 内的正交函数集.
- (2) 它是在时间区间 $[0, 2\pi]$ 内的完备正交函数集吗?
- (3) 在时间区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 内, 它是正交函数集吗?

题目 2. 求下列两图中所示周期信号的傅里叶级数:

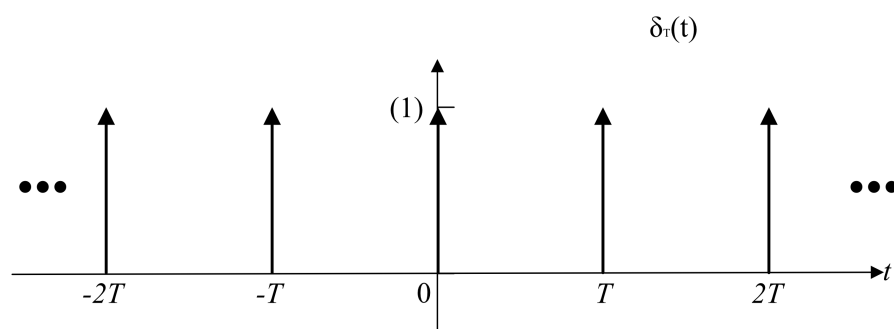


(a)



(b)

题目 3. 已知单位冲激序列 $\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - KT)$ 如下图所示. 求其傅里叶级数与频谱。

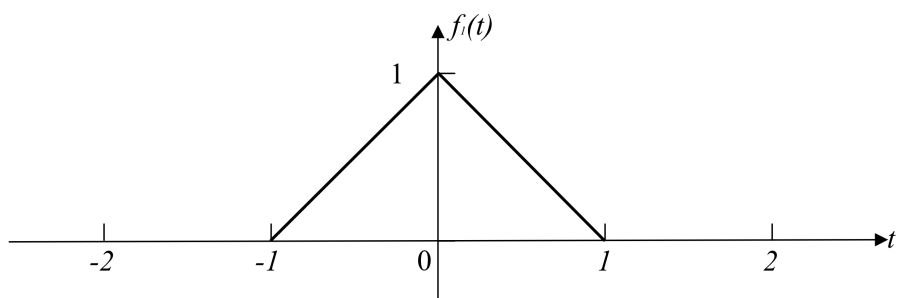


题目 4. 试画出下列周期信号 $f(t)$ 的振幅频谱图和相位频谱图：

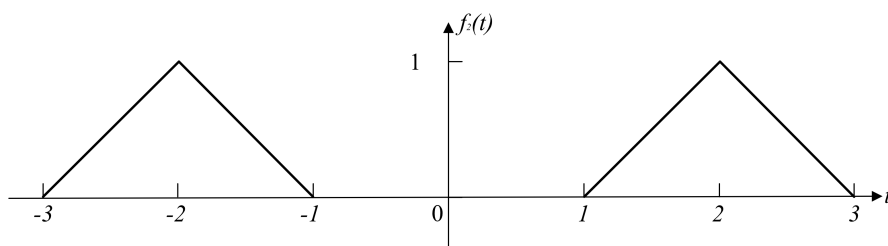
$$(1) f(t) = \frac{4}{\pi} [\cos(w_1 t) - \frac{1}{3} \cos(3w_1 t) + \frac{1}{5} \cos(5w_1 t) - \frac{1}{7} \cos(7w_1 t) + \dots]$$

$$(2) f(t) = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} [\sin(2\pi t) + \frac{1}{2} \sin(4\pi t) + \frac{1}{3} \sin(6\pi t) + \dots]$$

题目 5. 求下图所示两个信号的频谱函数。



(a)



(b)

题目 6. 求函数 $f(t) = e^{-at}\epsilon(t)$ ($a > 0$) 的自相关函数。

题目 7. 求下列周期信号的基波角频率 Ω 和周期 T :

(1) e^{j100t}

(2) $\cos\left[\frac{\pi}{2}(t-3)\right]$

(3) $\cos(2t) + \sin(4t)$

(4) $\cos(2\pi t) + \cos(3\pi t) + \cos(5\pi t)$

(5) $\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

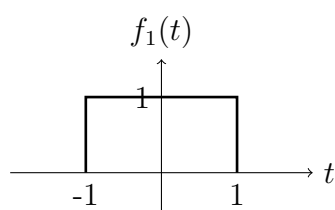
(6) $\cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right)$

题目 8. 求下列信号的卷积:

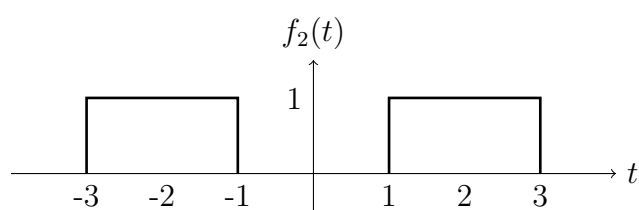
(1) 求图中 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积;

(2) $f_1(k) = \{2, 2, 1, -1\}$, $f_2(k) = \{0, 1, 4, -2\}$;
 \uparrow \uparrow

(3) $f_1(k) = (0.5)^k U(k)$, $f_2(k) = U(-k)$;



(a)



(b)

题目 9. $f_1[k] = 3e^{-2t}U[k]$, $f_2[k] = 2U[k]$, $f_3[k] = 2U[k - 2]$, 求

(1) $f_1[k] * f_2[k]$

(2) $f_1[k] * f_3[k]$

(3) $f_2[k] * f_3[k]$