题目 1

解:由 $f(t)$波形可知

$$T=2\pi,\quad \omega_1=\frac{2\pi}{T}=1$$

将 $f(t)$展开为傅里叶级数三角函数形式。先求

$$\dot{A}_k=\frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\omega t}\,\mathrm{d}t=\frac{2}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kt}\,\mathrm{d}t$$
$$=\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kt}}{-\mathrm{j}k}\bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{T}{2}}=\frac{2}{k\pi}\sin\frac{k\pi}{2},\qquad k=0,1,2,\cdots$$

将 $k=0,1,2,\cdots$代入上式,得

$$\frac{A_0}{2}=\frac{1}{2},\dot{A}_1=\frac{2}{\pi},\cdots$$

所以

$$f(t)=\frac{A_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos(k\omega_1t+\varphi_k)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos\omega_1t+\cdots$$

观察$|H(\mathrm{j}\omega)|$图形可知,当 $\omega\geqslant2\omega_1=2$ 时$|H(\mathrm{j}\omega)|=0$,所以系统输出 $y(t)$中仅含有直流分量与基波分量。设输出 $y(t)$中直流分量为$\frac{B_0}{2}$,谐波复振幅用 $\dot{B}_k$ 表示。显然

$$\frac{B_0}{2}=\frac{A_0}{2}\cdot H(0)=\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}$$

$$\dot{B}_1=\dot{A}_1|H(\mathrm{j}\omega_1)|=\frac{1}{2}\times\frac{2}{\pi}\angle-\frac{\pi}{2}=\frac{1}{\pi}\angle-\frac{\pi}{2}$$

所以

$$y(t)=\frac{B_0}{2}+B_1\cos\left(\omega_1t-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\cos\left(t-\frac{\pi}{2}\right)$$

题目 2

解:本问题若在时域里求解,将输入信号 $f(t)$ 与冲激响应 $h(t)$ 进行卷积积分就可得到零状态响应 $y_f(t)$。

若在频域求解,按常规思路应是 $\mathscr{F}[h(t)]=H(\mathrm{j}\omega)$;$\mathscr{F}[f(t)]=F(\mathrm{j}\omega)$,根据时域卷积定理求得 $Y_f(\mathrm{j}\omega)=H(\mathrm{j}\omega)\cdot F(\mathrm{j}\omega)$,再进行傅里叶逆变换求得 $y_f(t)$。但这样的频域求解过程对本问题是很麻烦的,主要的难点在对 $Y_f(\mathrm{j}\omega)$ 求傅里叶逆变换上。下面我们采

用另一种频域法思路并结合系统的线性、时不变特点求解。

输入为单位阶跃函数 $U(t)$ 时系统的零状态响应即是系统的单位阶跃响应 $g(t)$。考虑到

$$\mathscr{F}[U(t)]=\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}$$

$$\mathscr{F}[h(t)]=\mathscr{F}[\mathrm{e}^{-2t}U(t)]=\frac{1}{\mathrm{j}\omega+2}$$

$$\begin{aligned}G(\mathrm{j}\omega)&=H(\mathrm{j}\omega)\times\left[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}\right]\\&=\frac{1}{\mathrm{j}\omega+2}\pi\delta(\omega)+\frac{1}{(\mathrm{j}\omega+2)\mathrm{j}\omega}=\frac{1}{2}\pi\delta(\omega)+\frac{1}{(\mathrm{j}\omega+2)\mathrm{j}\omega}\end{aligned}$$

对 $G(\mathrm{j}\omega)$ 中第二项部分按分式展开并改写 $G(\mathrm{j}\omega)$ 表达式,得

$$G(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{2}\pi\delta(\omega)+\frac{1/2}{\mathrm{j}\omega}-\frac{1/2}{\mathrm{j}\omega+2}=\frac{1}{2}\left[\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}\right]-\frac{1}{2}\times\frac{1}{\mathrm{j}\omega+2}$$

对照单位阶跃函数、单边指数衰减函数傅里叶变换对,即可得

$$g(t)=\frac{1}{2}U(t)-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2t}U(t)$$

输入信号 $\qquad f(t)=2U(t-1)-2U(t-2)$

由时不变性、线性概念,可得系统的零状态响应

$$\begin{aligned}y_f(t)&=2g(t-1)-2g(t-2)\\&=U(t-1)-\mathrm{e}^{-2(t-1)}U(t-1)-U(t-2)+\mathrm{e}^{-2(t-2)}U(t-2)\end{aligned}$$

题目 3

解：(1)考虑零状态条件，对方程两端取傅里叶变换，得

$$(\mathrm{j}\omega)^2 Y_f(\mathrm{j}\omega)+7\mathrm{j}\omega Y_f(\mathrm{j}\omega)+12Y_f(\mathrm{j}\omega)=\mathrm{j}\omega F(\mathrm{j}\omega)+2F(\mathrm{j}\omega)$$

$$[(\mathrm{j}\omega)^2+7\mathrm{j}\omega+12]Y_f(\mathrm{j}\omega)=(\mathrm{j}\omega+2)F(\mathrm{j}\omega)$$

由上式解得

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{Y_f(\mathrm{j}\omega)}{F(\mathrm{j}\omega)}=\frac{\mathrm{j}\omega+2}{(\mathrm{j}\omega+3)(\mathrm{j}\omega+4)}=\frac{-1}{\mathrm{j}\omega+3}+\frac{2}{\mathrm{j}\omega+4}$$

所以

$$h(t)=\mathscr{F}^{-1}[\mathscr{F}(\mathrm{j}\omega)]=[2\mathrm{e}^{-4t}-\mathrm{e}^{-3t}]U(t)$$

(2)

$$F(\mathrm{j}\omega)=\mathscr{F}[f(t)]=\mathscr{F}[6\mathrm{e}^{-t}U(t)]=\frac{6}{\mathrm{j}\omega+1}$$

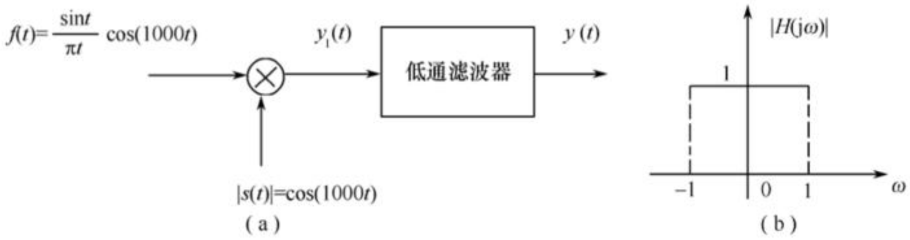
$$Y_f(\mathrm{j}\omega)=H(\mathrm{j}\omega)\cdot F(\mathrm{j}\omega)=\frac{6}{\mathrm{j}\omega+1}\cdot\frac{\mathrm{j}\omega+2}{(\mathrm{j}\omega+3)(\mathrm{j}\omega+4)}$$

$$=\frac{1}{\mathrm{j}\omega+1}+\frac{3}{\mathrm{j}\omega+3}+\frac{-4}{\mathrm{j}\omega+4}$$

故得

$$y_f(t)=\mathscr{F}^{-1}[Y_f(\mathrm{j}\omega)]=[\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-3t}-4\mathrm{e}^{-4t}]U(t)$$

题目 4



图例 4.5

解:由常用函数傅里叶变换对 $G_\tau(t)\Leftrightarrow \tau Sa\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$,再由对称性质,得

$$\frac{\sin t}{\pi t}\Leftrightarrow G_2(\omega)$$

又 $$\cos 1000t\Leftrightarrow \pi[\delta(\omega+1000)+\delta(\omega-1000)]$$

由调制定理得

$$F(j\omega)=\frac{1}{2\pi}G_2(\omega)*\pi[\delta(\omega+1000)+\delta(\omega-1000)]$$
$$=\frac{1}{2}G_2(\omega+1000)+\frac{1}{2}G_2(\omega-1000)$$

设乘法器输出为 $y_1(t)$,如图例 4.5(a)所示,$y_1(t)=f(t)s(t)=f(t)\cos(1000t)$,其频谱为

$$Y_1(j\omega)=\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*\pi[\delta(\omega+1000)+\delta(\omega-1000)]$$
$$=\frac{1}{2\pi}\left\{\frac{1}{2}G_2(\omega+1000)+\frac{1}{2}G_2(\omega-1000)*\pi[\delta(\omega+1000)+\delta(\omega-1000)\right\}$$
$$=\frac{1}{4}G_2(\omega+2000)+\frac{1}{4}G_2(\omega)+\frac{1}{4}G_2(\omega)\frac{1}{4}G_2(\omega-2000)$$
$$=\frac{1}{4}G_2(\omega+2000)+\frac{1}{2}G_2(\omega)+\frac{1}{4}G_2(\omega-2000)$$

考虑低通滤波器特性

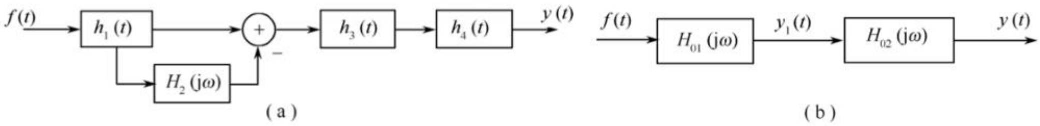
$$H(j\omega)=g_2(\omega)$$

所以 $$Y(j\omega)=Y_1(j\omega)H(j\omega)=\frac{1}{2}G_2(\omega)$$

再由对称性质,可得输出

$$y(t)=\mathscr{F}^{-1}[Y(j\omega)]=\frac{\sin t}{2\pi t}=\frac{1}{2\pi}Sa(t)$$

题目 5



图例 4.7

解:由于该系统和其子系统均为 LTI 系统,所以其频率响应为

$$H(j\omega)=H_1(j\omega)\cdot[1-H_2(j\omega)]\ H_3(j\omega)\ H_4(j\omega)$$

且系统的频率响应 $H(j\omega)$与 4 个子系统及联的次序无关。因此,我们可以根据系统的特点交换子系统的特点交换子系统及联的次序,从而使系统分析得到简化。由

$$H_1(j\omega)=\mathscr{F}[h_1(t)]=\frac{1}{2}j\omega G_{2\omega_c}(\omega)$$

可知 $H_1(j\omega)$是一个低通微分器。又由 $h_4(t)=U(t)$,可知 $h_4(t)$是一个积分器。所以我们有

$$H_1(j\omega)H_4(j\omega)=\frac{1}{2}j\omega G_{2\omega_c}(\omega)\left[\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)\right]=\frac{1}{2}G_{2\omega_c}(\omega)$$

因此 $H_1(j\omega)H_4(j\omega)$等效为一个低通滤波器,截止频率 ω_c,又由于 $H_3(j\omega)=\mathscr{F}[h_3(t)]=G_{6\omega_c}(\omega)$,可知 $H_3(j\omega)$是一个低通滤波器,其截止频率为 $3\omega_c$,高于 $H_1(j\omega)H_4(j\omega)$的截止频率。因此有

$$H_1(j\omega)H_4(j\omega)H_3(j\omega)=H_1(j\omega)H_4(j\omega)=\frac{1}{2}G_{2\omega_c}(\omega)$$

又由于 $H_2(j\omega)=e^{-j2\pi\omega/\omega_c}$,相当于对信号在时域上时延 $2\pi/\omega_c$ 个单位,因此对该子系统在时域上讨论比较方便。

实际上相当于把系统 $H(j\omega)$变成了两个子系统的及联,如图 4.7(b)所示。其中

$$H_{01}(j\omega)=H_1(j\omega)H_3(j\omega)H_4(j\omega)=\frac{1}{2}G_{2\omega_c}(\omega)$$

$$H_{02}(j\omega)=1-H_2(j\omega)=1-e^{-j2\pi\omega/\omega_c}$$

由于 $$f(t)=\sin 2\omega_c t+\cos(\omega_c t/2)$$

经过系统 $H_{01}(j\omega)$之后,$\sin 2\omega_c t$ 被滤掉,$\cos(\omega_c t/2)$通过并乘以 $\frac{1}{2}$ 的增益。$H_{01}(j\omega)$的输出 $y_1(t)$为

$$y_1(t)=\frac{1}{2}\cos(\omega_c t/2)$$

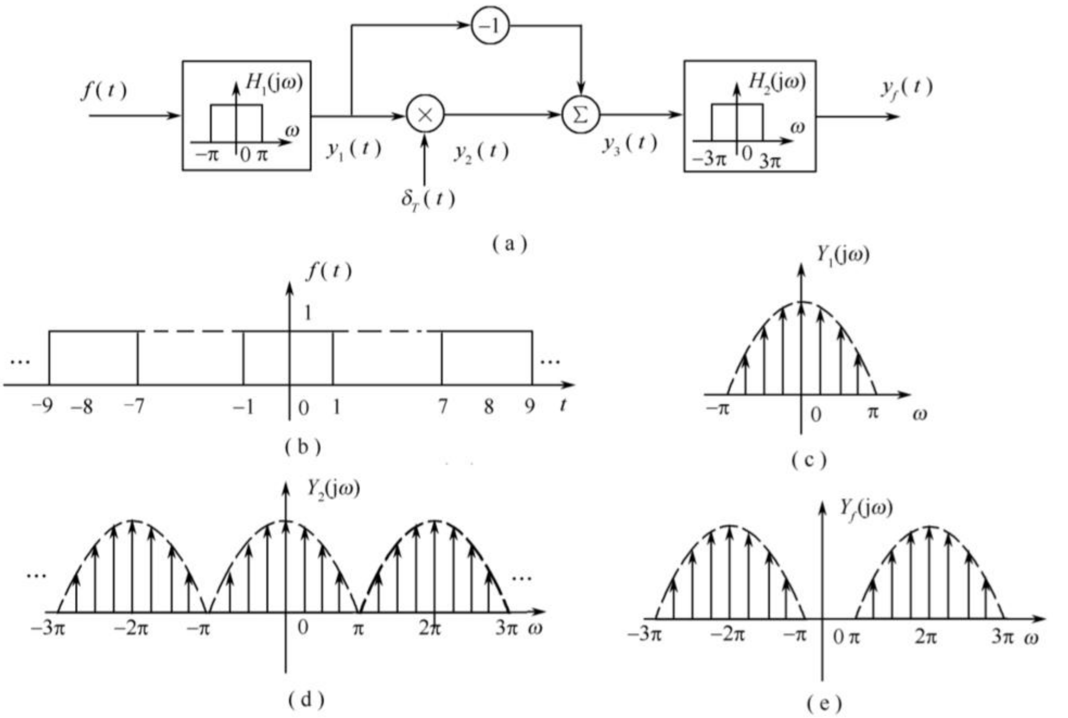
又由

$$h_{02}(t)=\mathscr{F}^{-1}[H_{02}(j\omega)]=\delta(t)-\delta\left(t-\frac{2\pi}{\omega_c}\right)$$

因而系统的输出为

$$\begin{aligned}y(t)&=y_1(t)*\left[\delta(t)-\delta\left(t-\frac{2\pi}{\omega_c}\right)\right]\\&=\frac{1}{2}\cos(\omega_c t/2)-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{\omega_c}{2}\left(t-\frac{2\pi}{\omega_c}\right)\right)=\cos(\omega_c t/2)\end{aligned}$$

题目 6



图例 4.8

解：由 $f(t)$ 的波形可知 $f(t)$ 是周期方波信号，且周期 $T=8$。因此 $f(t)$ 的频谱为

$$F(\mathrm{j}\omega)=2\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F_n\cdot\delta\left(\omega-\frac{n\pi}{4}\right)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{n}\cdot\delta\left(\omega-\frac{n\pi}{4}\right)$$

$f(t)$ 经过低通滤波器 $H_1(\mathrm{j}\omega)$ 之后，高于 π 的频率分量均被滤掉。若经过 $H_1(\mathrm{j}\omega)$ 之后的信号为 $y_1(t)$，则其频谱为

$$Y_1(\mathrm{j}\omega)=\sum_{n=-4}^{4}\frac{2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{n}\cdot\delta\left(\omega-\frac{n\pi}{4}\right)$$

$Y_1(\mathrm{j}\omega)$ 是一个低频带限信号，频率上限为 $\omega_m=\pi$，如图例 4.8(c) 所示。

设 $y_1(t)$ 经过 $\delta_T(t)$ 抽样后得到的信号为 $y_2(t)$，则其频谱为

$$Y_2(\mathrm{j}\omega)=F[y_1(t)\cdot\delta_T(t)]=\frac{1}{2\pi}Y_1(\mathrm{j}\omega)*2\pi\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2n\pi)$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}Y_1[\mathrm{j}(\omega-2n\pi)]$$

由 $\delta_T(t)$ 的抽样角频率 $\omega_0=\frac{2\pi}{T}=2\pi=2\omega_m$ 及 $Y_1(\mathrm{j}\omega)$ 的频率分布可知，该抽样满足抽样定理，抽样后的信号 $y_2(t)$ 不会发生频率混叠。$y_2(t)$ 的频谱如图例 4.8(d) 所示。

设 $y_2(t)$与$-y_1(t)$叠加后的信号为 $y_3(t)$。则 $y_3(t)$的频谱为

$$Y_3(j\omega) = Y_2(j\omega) - Y_1(j\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y_1[j(\omega - 2n\pi)] - Y_1(j\omega)$$

实际上 $Y_3(j\omega)$相当于 $Y_2(j\omega)$去掉了频率小于 π 的低频分量之后得到的高频信号。

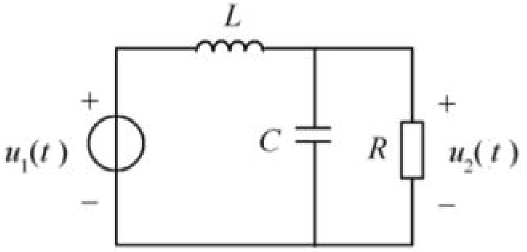
$Y_3(j\omega)$经过低通滤波器 $H_2(j\omega)$之后，高于 3π 的频率分量均被滤掉，得到 $Y_f(j\omega)$为

$$\begin{aligned} Y_f(j\omega) &= \sum_{n=-1}^{+1} Y_1[j(\omega - 2n\pi)] - Y_1(j\omega) \\ &= Y_1[j(\omega - 2\pi)] + Y_1[j(\omega + 2\pi)] \end{aligned}$$

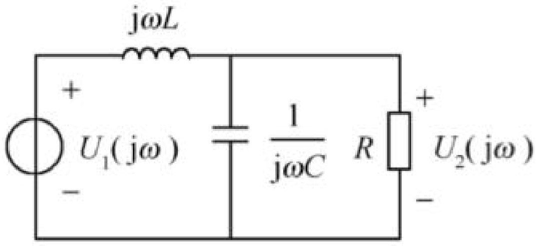
$y_f(t)$的频谱 $Y_f(j\omega)$如图例 4.8(e)所示。

因此 $y_f(t)$实际上是频率分布在 $\pi\sim 3\pi$ 之间的带限信号。

题目 7



(a)



(b)

$$U_2(\mathrm{j}\omega)=\frac{U_1(\mathrm{j}\omega)}{\mathrm{j}\omega L+\dfrac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}R}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+R}}\cdot\frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}R}{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+R}$$

故

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{U_2(\mathrm{j}\omega)}{U_1(\mathrm{j}\omega)}=\frac{1}{(\mathrm{j}\omega)^2LC+\mathrm{j}\omega\dfrac{L}{R}+1}$$

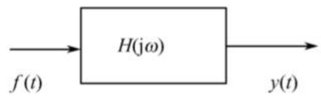
题目 8

解：(1) 方法一

$$W=\int_{-\infty}^{\infty}[f(t)]^2\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}[10\mathrm{e}^{-t}]^2\mathrm{d}t=100\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t=50(\mathrm{J})$$

方法二
$$F(\mathrm{j}\omega)=\frac{10}{\mathrm{j}\omega+1}=\frac{10}{\sqrt{1+\omega^2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\arctan\omega}$$

$$|F(\mathrm{j}\omega)|=\frac{10}{\sqrt{1+\omega^2}}$$



图例 3.27

故

$$W=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(\mathrm{j}\omega)|^2\mathrm{d}\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{100}{1+\omega^2}\mathrm{d}\omega$$

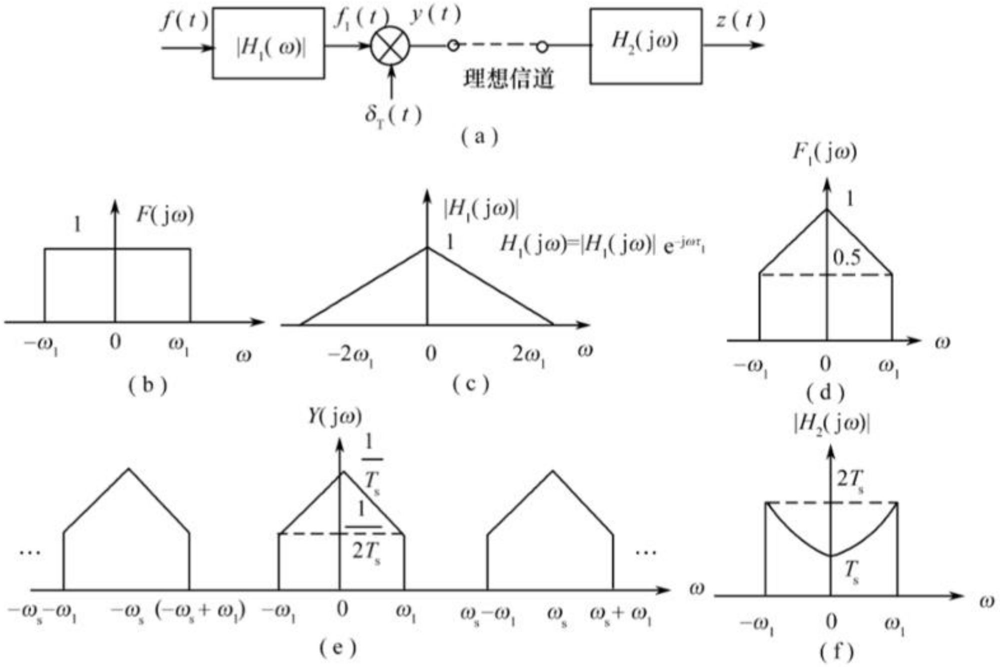
$$=\frac{50}{\pi}[\arctan\omega]_{-\infty}^{\infty}=\frac{50}{\pi}\left[\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]=50(\mathrm{J})$$

(2) 因 $Y(\mathrm{j}\omega)=F(\mathrm{j}\omega)\cdot H(\mathrm{j}\omega)$，则有

$$|Y(\mathrm{j}\omega)|=|F(\mathrm{j}\omega)||H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{5\times10}{\sqrt{1+\omega^2}},\ |\omega|<1$$

故得
$$G(\omega)=\frac{1}{2\pi}|Y(\mathrm{j}\omega)|^2=\frac{1}{2\pi}\frac{2500}{1+\omega^2}=\frac{1250}{\pi(1+\omega^2)}(\mathrm{J/rad})$$

题目 9



图题 4-32

解:(1)$f_1(t)$的频谱 $F_1(j\omega)$[如图题 4-32(d 所示)]为

$$F_1(j\omega)=F(j\omega)H(j\omega)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{2\omega_1}|\omega|e^{-j\omega\tau_1} & |\omega|<\omega_1\\ 0 & |\omega|>\omega_1\end{cases}$$

由此可知,$f_1(t)$的最高工作频率为

$$f_m=\frac{\omega_1}{2\pi}$$

故由抽样定理知,不发生频谱混叠的抽样频率为

$$f_s\geqslant 2f_m=\frac{\omega_1}{\pi}$$

(2)抽样后信号 $y(t)$的频谱 $Y(j\omega)$[如图题 4-32(e)所示]为

$$Y(j\omega)=\frac{1}{2\pi}[F_1(j\omega)*\delta_T(\omega)]$$

$$=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_1[j(\omega-n\omega_s)]$$

(3)要恢复图题 4-32(b)所示的 $F(j\omega)$,$H_2(j\omega)$应满足

$$Y(j\omega)H_2(j\omega)=F(j\omega)$$

$H_2(j\omega)$的幅频特性如图题 4-32(f)所示。

题目 10

证明：设 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的傅里叶变换分别为 $F_1(\mathrm{j}\omega)$ 和 $F_2(\mathrm{j}\omega)$。

又

$$\cos\omega_c t \Leftrightarrow \pi[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]$$

$$\sin\omega_c t \Leftrightarrow \mathrm{j}\pi[\delta(\omega+\omega_c)-\delta(\omega-\omega_c)]$$

设 $r_1(t)$、$r_2(t)$ 和 $r(t)$ 的傅里叶变换分别为 $R_1(\mathrm{j}\omega)$、$R_2(\mathrm{j}\omega)$ 和 $R(\mathrm{j}\omega)$，则

$$\begin{aligned}R_1(\mathrm{j}\omega)&=\frac{1}{2\pi}F_1(\mathrm{j}\omega)*\pi[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]\\&=\frac{1}{2}\{F_1[\mathrm{j}(\omega-\omega_c)]+F_1[\mathrm{j}(\omega+\omega_c)]\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R_2(\mathrm{j}\omega)&=\frac{1}{2\pi}F_2(\mathrm{j}\omega)*\mathrm{j}\pi[\delta(\omega+\omega_c)-\delta(\omega-\omega_c)]\\&=\frac{1}{2\mathrm{j}}\{F_2[\mathrm{j}(\omega-\omega_c)]-F_2[\mathrm{j}(\omega+\omega_c)]\}\end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned}R(\mathrm{j}\omega)&=R_1(\mathrm{j}\omega)+R_2(\mathrm{j}\omega)\\&=\frac{1}{2}\{F_1[\mathrm{j}(\omega-\omega_c)]+F_2[\mathrm{j}(\omega+\omega_c)]\}+\\&\quad\frac{1}{2\mathrm{j}}\{F_2[\mathrm{j}(\omega-\omega_c)]-F_2[\mathrm{j}(\omega+\omega_c)]\}\end{aligned}$$

解复用的上支路解调器输出为

$$\frac{1}{2\pi}R(\mathrm{j}\omega)*\pi[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]=\frac{1}{4}\Big\{F_1[\mathrm{j}(\omega-2\omega_c)]+2F_1(\mathrm{j}\omega)+F_1[\mathrm{j}(\omega+2\omega_c)]+\frac{1}{\mathrm{j}}F_2[\mathrm{j}(\omega-2\omega_c)]-\frac{1}{\mathrm{j}}F_2[\mathrm{j}(\omega+2\omega_c)]\Big\}$$

经幅度为 2 的低通滤波器 $H(\mathrm{j}\omega)$（$\omega_M<\omega_c$）后有

$$\begin{aligned}Y_1(\mathrm{j}\omega)&=\frac{1}{2\pi}R(\mathrm{j}\omega)*\pi[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]H(\mathrm{j}\omega)\\&=F_1(\mathrm{j}\omega)\end{aligned}$$

即

$$y_1(t)=f_1(t)$$

同理从解复用的下支路解调器可得

$$y_2(t)=f_2(t)$$

题目 11

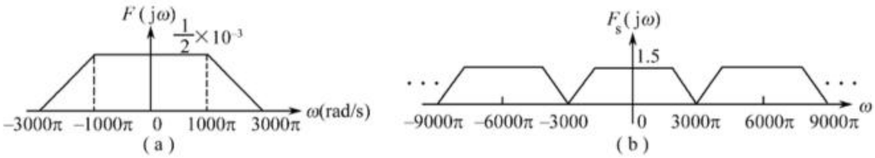
解：(1)

$$Sa(1000\pi t)\Leftrightarrow\frac{1}{1000}G_{2000\pi}(\omega),\quad Sa(2000\pi t)\Leftrightarrow\frac{1}{2000}G_{4000\pi}(\omega)$$

由此可得

$$F(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{2\pi}\times\frac{1}{1000}\times\frac{1}{2000}G_{2000\pi}(\omega)*G_{4000\pi}(\omega)$$

$F(\mathrm{j}\omega)$的图形如题图 4-26(a)所示。



图题 4-26

由此可得奈奎斯特频率为

$$f_{\mathrm{N}}=3000(\mathrm{Hz})$$

故乃奎斯特间隔为

$$T_{\mathrm{N}}=\frac{1}{3000}(\mathrm{s})$$

(2)

$$F_{\mathrm{s}}(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{T_{\mathrm{N}}}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F[\mathrm{j}(\omega-n\Omega)]\qquad \Omega=\frac{2\pi}{T_{\mathrm{N}}}=6000\pi(\mathrm{rad/s})$$

$F_{\mathrm{s}}(\mathrm{j}\omega)$的图形如图题 4-26(b)所示。

题目 12

解:(1)求零输入响应 $y_x(t)$。因 $H(j\omega)=\frac{j\omega}{(j\omega+2)(j\omega+3)}$,故知系统的特征方程有两个单根:$-2$ 和 -3。故 $y_x(t)=A_1e^{-2t}+A_2e^{-3t}$,将 $y(0)=2,y'(0)=1$ 代入上式可得 $A_1=7,A_2=-5$。故得

$$y_x(t)=(7e^{-2t}-5e^{-3t})$$

(2)求零状态响应 $y_f(t)$

$$F(j\omega)=\mathscr{F}[f(t)]=\frac{1}{j\omega+1}$$

$$Y(j\omega)=F(j\omega)H(j\omega)=\frac{j\omega}{(j\omega+1)(j\omega+2)(j\omega+3)}$$

$$=-\frac{1}{2}\frac{1}{j\omega+1}+\frac{2}{j\omega+2}-\frac{3}{2}\frac{1}{j\omega+3}$$

故得

$$y_f(t)=\left(-\frac{1}{2}e^{-t}+2e^{-2t}-\frac{3}{2}e^{-3t}\right)U(t)$$

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t)=\underbrace{(7e^{-2t}-5e^{-3t})}_{\text{零输入响应}}+\underbrace{\left[-\frac{1}{2}e^{-t}+2e^{-2t}-\frac{3}{2}e^{-3t}\right]}_{\text{零状态响应}}$$

$$=\underbrace{\underbrace{-\frac{1}{2}e^{-t}}_{\text{强迫响应}}+\underbrace{\left(9e^{-2t}-\frac{13}{2}e^{-3t}\right)}_{\text{自由响应}}}_{\text{瞬态响应}}$$