

第二次作业

U08M11002 Fall 2023

2023 年 10 月 20 日

题目 1. $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, 证明:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(at - b)dt = \frac{1}{|a|}f\left(\frac{b}{a}\right)$$

题目 2. 证明 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t - t_0)dt = f(t_0)$.

题目 3. 证明 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)dt = -f'(0)$.

题目 4. 证明: 微分、积分 (变上限积分) 和延时器 ($y(t) = f(t - t_0)$) 都是线性系统。

题目 5. 证明以下系统不是时不变系统 (LTI):

- (1) (变系数) $y = tf(t)$
- (2) (反转) $y = f(-t)$
- (3) (伸缩) $y = f(\alpha t)$

题目 6. 判断下列系统的因果性:

- (1) $y(t) = f(t - 2)$
- (2) $y(t) = f(t + 2)$

题目 7. 判断下列系统是否为线性的、时不变的、因果的。假设系统均为零状态系统。

$$(1) y(t) = \frac{d^2}{dt^2} f(t)$$

$$(2) y(t) = f(t)U(t)$$

$$(3) y(t) = \sin[f(t)]U(t)$$

$$(4) y(t) = f(1-t)$$

$$(5) y(t) = f(2t)$$

$$(6) y(t) = f^2(t)$$

$$(7) y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$$

$$(8) y(t) = \int_{-\infty}^{5t} f(\tau) d\tau$$

题目 8. 线性时不变系统, 当激励 $f_1(t) = U(t)$ 时, 响应 $y_1(t) = e^{-at}U(t)$ 。试求当激励 $f_2(t) = \delta(t)$ 时, 响应 $y_2(t)$ 的表达式。(假定起始时刻系统无储能。)

题目 9. $f_1(t) = 3e^{-2t}U(t)$, $f_2(t) = 2U(t)$, $f_3(t) = 2U(t-2)$, 求

$$(1) f_1(t) * f_2(t)$$

$$(2) f_1(t) * f_3(t)$$

题目 10. 求下图中 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积。

