# 题目 1

**解：**

(1)
$$F(s)=s+\frac{2}{s+2}+\frac{-4}{s+4}$$

故
$$f(t)=\delta'(t)+(2e^{-2t}-4e^{-4t})U(t)$$

(2)
$$F(s)=\frac{K_{11}}{(s+1)^3}+\frac{K_{12}}{(s+1)^2}+\frac{K_{13}}{s+1}+\frac{K_{21}}{s^2}+\frac{K_{22}}{s}$$
$$=\frac{1}{(s+1)^3}+\frac{2}{(s+1)^2}+\frac{3}{s+1}+\frac{1}{s^2}+\frac{-3}{s}$$

故
$$f(t)=\left(\frac{1}{2!}t^2e^{-t}+2te^{-t}+3e^{-t}+t-3\right)U(t)$$

(3)
$$F(s)=\frac{2}{(s-1)^2+2^2}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{(s-1)^2+2^2}\times e^{-(s-1)}$$

故
$$f(t)=e^t\sin 2tU(t)+\frac{1}{2}e^{t-1}\sin 2(t-1)U(t-1)$$

(4)
$$F(s)=\frac{1}{s}\times\frac{1}{1-e^{-s}}$$

故
$$f(t)=U(t)*\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-n)=\sum_{n=0}^{\infty}U(t-n)$$

(5)
$$F(s)=\frac{1-e^{-s}}{s}\times\frac{1-e^{-s}}{s}=\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-s}\right]\times\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-s}\right]$$

故
$$f(t)=[U(t)-U(t-1)]*[U(t)-U(t-1)]$$
$$=tU(t)-2(t-1)U(t-1)+(t-2)U(t-2)$$

# 题目 2

**解：**由傅里叶变换及拉普拉斯变换的性质得如下结论：

(1)不正确。若拉普拉斯变换的收敛域不包含 $j\omega$ 轴，则其傅里叶变换就不存在。

(2)不正确。若信号为反因果信号，则其傅里叶变换及双边拉普拉斯变换均可能存在，但单边拉普拉斯变换为零，即不存在。

(3)正确。因为傅里叶变换是双边拉普拉斯变换的特例，傅里叶变换存在说明收敛域包含 $j\omega$ 轴。

# 题目 3

**解**:系统的特征方程为 $p^2+4p+4=0$,得特征根为 $p_1=p_2=p=-2$。故得零输入响应的通解为

$$y_x(t)=(K_1t+K_2)\mathrm{e}^{-2t}U(t)$$

在零状态条件下,对微分方程求单边拉普拉斯变换,且 $F(s)=\dfrac{1}{s+1}$,有

$$Y_f(s)=\frac{s+3}{s^2+4s+4}\times\frac{1}{s+1}=\frac{2}{s+1}+\frac{-1}{(s+2)^2}+\frac{-2}{s+2}$$

故得零状态响应为

$$y_f(t)=(2\mathrm{e}^{-t}-t\mathrm{e}^{-2t}-2\mathrm{e}^{-2t})U(t)$$

又得全响应为

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t)=(K_1t+K_2)\mathrm{e}^{-2t}U(t)+(2\mathrm{e}^{-t}-t\mathrm{e}^{-2t}-2\mathrm{e}^{-t})U(t)$$

将 $y(0^+)=1$,$y'(0^+)=3$ 代入上式,可求得 $K_1=4$,$K_2=1$。故得

$$y_x(t)=(4t+1)\mathrm{e}^{-2t}U(t)$$

$$y(t)=(2\mathrm{e}^{-t}+3t\mathrm{e}^{-2t}-\mathrm{e}^{-2t})U(t)$$

(3) 令 $H_2(s)$ 的分母 $D(s)=(s+2)^2=0$,即得到 $H_2(s)$ 的极点为 $p_1=p_2=-2$(二重极点);$H_2(s)$ 无零点。零极点分布如图例 6.2(c) 所示。

可见,$H_1(s)$ 和 $H_2(s)$ 的极点是完全相同的,但 $H_1(s)$ 和 $H_2(s)$ 的零点在一般情况下是不同的。

# 题目 4

**解:** 由图例 6.3 得

$$H(s)=H_0\frac{s^2}{\left(s+\frac{\sqrt{2}}{2}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(s+\frac{\sqrt{2}}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}=\frac{H_0s^2}{s^2+\sqrt{2}s+1}=H_0+\frac{-\sqrt{2}H_0s-H_0}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

$$h(0^+)=\lim_{s\to\infty}s[H(s)-H_0]=-\sqrt{2}H_0=\sqrt{2}$$

解得

$$H_0=-1$$

故得

$$H(s)=\frac{-s^2}{s^2+\sqrt{2}s+1}=-1+\frac{\sqrt{2}\left(s+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\left(s+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

故得

$$h(t)=-\delta(t)+\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{2}t}\cos\frac{\sqrt{2}}{2}tU(t)$$

# 题目 5

**解:** 由于全部极点均位于 j$\omega$ 轴上,且是单阶的所以这是一个临界稳定系统。可写出

$$H(s)=H_0\frac{(s+\mathrm{j}2)(s-\mathrm{j}2)}{s(s+\mathrm{j}4)(s-\mathrm{j}4)}=H_0\frac{s^2+4}{s(s^2+16)}$$

又

$$h(0^+)=\lim_{s\to\infty}sH(s)=1$$

$$H_0=1$$

$$H(s) = \frac{s^2 + 4}{s(s^2 + 16)}$$

(1) 当 $\omega = 0$ 时，$f(t) = U(t)$，$F(s) = \frac{1}{s}$

$$Y(s) = F(s)H(s) = \frac{s^2 + 4}{s^2(s^2 + 16)} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{s^2} + \frac{3}{16} \times \frac{4}{s^2 + 16}$$

$$y(t) = \left(\frac{1}{4}t + \frac{3}{16}\sin 4t\right)U(t)$$

(2) 当 $\omega = 1\mathrm{rad/s}$ 时，$f(t) = \cos t U(t)$，$F(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$

$$Y(s) = F(s)H(s) = \frac{s^2 + 4}{(s^2 + 1)(s^2 + 16)} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{s^2 + 1} + \frac{1}{5} \times \frac{4}{s^2 + 16}$$

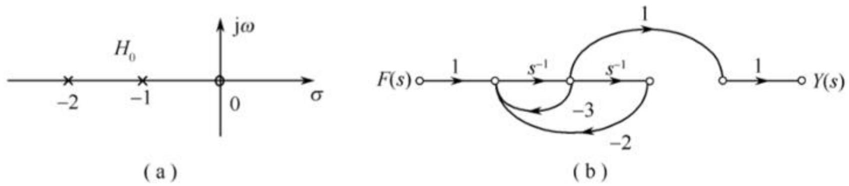
$$y(t) = \frac{1}{5}(\sin t + \sin 4t)U(t)$$

(3) 当 $\omega = 2\mathrm{rad/s}$ 时，$f(t) = \cos 2t U(t)$，$F(s) = \frac{s}{s^2 + 4}$

$$Y(s) = F(s)H(s) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{s^2 + 16}$$

$$y(t) = \frac{1}{4}\sin 4t\, U(t)$$

# 题目 6




图例 6.7

**解**:(1) 因有

$$H(s) = H_0 \frac{s}{(s+1)(s+2)}$$

$$y(t) = h(t) * f(t) = h(t) * e^{3t} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{3(t-\tau)} d\tau$$

$$= e^{3t} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{3\tau} d\tau = e^{3t} H(3) = \frac{3}{20} e^{3t}$$

故得

$$H(3) = \frac{3}{20}$$

即

$$H(3) = \frac{H_0 \times 3}{(3+1)(3+2)} = \frac{3}{20}$$

解得

$$H_0 = 1$$

故

$$H(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)} = \frac{s}{s^2+3s+2} = \frac{-1}{s+1} + \frac{2}{s+2}$$

因为已知系统是稳定的,故 $H(s)$ 的收敛域必须包含 $j\omega$ 轴,$H(s)$ 的收敛域为 $\sigma > -1$,故系统为因果系统。故得

$$h(t) = [-e^{-t} + 2e^{-2t}] U(t)$$

(2) 因有

$$F(s) = \frac{1}{s}$$

故得

$$Y(s) = F(s)H(s) = \frac{1}{s} \times \frac{s}{(s+1)(s+2)} = \frac{-1}{s+1} + \frac{1}{s+2}$$

$$y(t) = (-e^{-t} + e^{-2t}) U(t)$$

(3) 系统的微分方程为

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = f'(t)$$

(4) 系统的信号流图如图例 6.7(b) 所示。

# 题目 7

**解**:由图得如下之解。

(1) 系统函数为

$$H(s)=\frac{s^2+c}{s^2-as-b}$$

从全响应 $y(t)$ 的表示式和激励 $f(t)$ 可知,系统的两个特征根为 $p_1=-1,p_2=-3$,故系统的特征多项式为

$$(s+1)(s+3)=s^2+4s+3=s^2-as-b$$

故得

$$a=-4,b=-3$$

则有

$$H(s)=\frac{s^2+c}{s^2+4s+3}=\frac{s^2+c}{(s+1)(s+3)}$$

$$F(s)=\frac{1}{s}$$

$$Y_f(s)=F(s)H(s)=\frac{s^2+c}{s(s+1)(s+3)}=\frac{\frac{c}{3}}{s}+\frac{K_2}{s+1}+\frac{K_3}{s+3}$$

$$y_f(t)=\left(\frac{c}{3}+K_2\mathrm{e}^{-t}+K_3\mathrm{e}^{-3t}\right)U(t)$$

由于全响应 $y(t)$ 中的稳态响应,应和零状态响应 $y_f(t)$ 中的稳态响应相等,故有

$$1=\frac{c}{3}$$

$$c=3$$

故得

$$H(s)=\frac{s^2+3}{(s+1)(s+3)}$$

(2)
$$Y_f(s)=\frac{s^2+s}{s(s+1)(s+3)}=\frac{1}{s}+\frac{-2}{s+1}+\frac{2}{s+3}$$

$$y_f(t)=(1-2e^{-t}+2e^{-3t})U(t)$$

$$y_x(t)=y(t)-y_f(t)=(e^{-t}-e^{-3t})U(t)$$

(3) 由于 $H(s)$ 的极点均位于 $s$ 平面的左半开平面上，系统为稳定系统，故有

$$H(j\omega)=\frac{(j\omega)^2+3}{(j\omega+1)(j\omega+3)}=\frac{3-\omega^2}{3-\omega^2+j4\omega}$$

由于 $\omega=3$，故

$$H(j3)=\frac{3-3^2}{3-3^2+j12}=\frac{1}{\sqrt{5}}\angle 63.4°$$

故得

$$y(t)=10\sqrt{5}\,\frac{1}{\sqrt{5}}\cos(3t-63.4°+63.4°)=10\cos 3t, t\in R$$

# 题目 8

**解**：由系统微分方程及条件得

(1) $s^2Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)+7sY(s)-7y(0^-)+10Y(s)=(2s+3)F(s)$

$$Y(s)=\frac{sy(0^-)+y'(0^-)+7y(0^-)}{s^2+7s+10}+\frac{2s+3}{s^2+7s+10}F(s)$$

$$Y_x(s)=\frac{s+8}{s^2+7s+10}=\frac{2}{s+2}+\frac{-1}{s+5}$$

$$y_x(t)=(2e^{-2t}-e^{-5t})U(t)$$

$$Y_f(s)=\frac{2s+3}{s^2+7s+10}F(s)=\frac{2s+3}{s^2+7s+10}\times\frac{1}{s+1}=\frac{\frac{1}{3}}{s+2}+\frac{-\frac{12}{7}}{s+5}+\frac{\frac{1}{4}}{s+1}$$

$$y_f(t)=\left(\frac{1}{3}e^{-2t}-\frac{12}{7}e^{-5t}+\frac{1}{4}e^{-t}\right)U(t)$$

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t)=\left(\frac{7}{3}e^{-2t}-\frac{19}{7}e^{-5t}+\frac{1}{4}e^{-t}\right)U(t)$$

(2) 因有

$$H(s)=\frac{Y_f(s)}{F(s)}=\frac{2s+3}{s^2+7s+10}=\frac{-\frac{1}{3}}{s+2}+\frac{\frac{7}{3}}{s+5}$$

故得

$$h(t)=\left(-\frac{1}{3}e^{-2t}+\frac{7}{3}e^{-5t}\right)U(t)$$

令 $H(s)$ 的分母 $s^2+7s+10=0$，得到两个极点 $p_1=-2, p_2=-5$。故系统为稳定系统。

# 题目 9

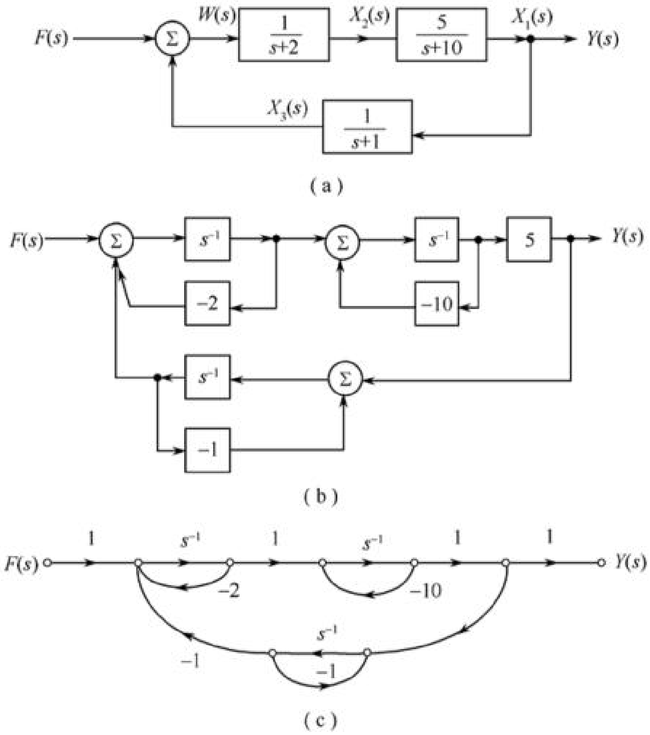
**解：**

（1）其模拟图与信号流图如图例 6.24(b)、(c) 所示。

（2）由信号流图得

$$L_1 = \frac{-2}{s}, L_2 = \frac{-10}{s}, L_3 = \frac{-1}{s}, L_4 = \frac{-5}{s^3}$$

$$L_1L_2 = \frac{20}{s^2}, L_2L_3 = \frac{10}{s^2}, L_3L_1 = \frac{2}{s^2}, L_1L_2L_3 = \frac{-20}{s^3}$$




图例 6.24

$$\begin{aligned}\Delta &= 1 - \sum_i L_i + \sum_{m,n} L_m L_n - \sum_{p,q,r} L_p L_q L_r \\ &= 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_2 + L_2L_3 + L_3L_1) - L_1L_2L_3 \\ &= \frac{s^3 + 13s^2 + 32s + 25}{s^3}\end{aligned}$$

且有

$$P_1=\frac{5}{s^2},\Delta_1=1-\frac{-1}{s}=\frac{s+1}{s}$$

$$\sum_k P_k\Delta_k=P_1\Delta_1=\frac{5s+5}{s^3}$$

故得

$$H(s)=\frac{\sum_k P_k\Delta_k}{\Delta}=\frac{5s+5}{s^3+13s^2+32s+25}$$

# 题目 10

解：利用拉普拉斯变换的性质求解。

（1）$1\leftrightarrow\frac{1}{s},e^{-t}\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$，所以$1-e^{-t}\leftrightarrow\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s(s+1)},\mathrm{Re}[s]>0$。

（2）$1\leftrightarrow\frac{1}{s},e^{-t}\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$，$e^{-2t}\leftrightarrow\frac{1}{s+2},\mathrm{Re}[s]>-2$ 所以

$$\mathscr{L}[1-2e^{-t}+e^{-2t}]=\mathscr{L}[1]-\mathscr{L}[2e^{-t}]+\mathscr{L}[e^{-2t}]$$
$$=\frac{1}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{1}{s+2}=\frac{2}{s(s+1)(s+2)},\mathrm{Re}[s]>0$$

（3）$\sin t\leftrightarrow\frac{1}{s^2+1},\cos t\leftrightarrow\frac{s}{s^2+1}$，所以$3\sin t+2\cos t\leftrightarrow\frac{3}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{2s+3}{s^2+1},\mathrm{Re}[s]>0$。

（4）$\cos\left(2t+45^o\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(2t\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(2t\right)$

$\sin 2t\leftrightarrow\frac{2}{s^2+4},\cos 2t\leftrightarrow\frac{s}{s^2+4}$，所以$\cos(2t+45^o)\leftrightarrow\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}s}{s^2+4}-\frac{\sqrt{2}}{s^2+4}=\frac{s-2}{\sqrt{2}(s^2+4)},\mathrm{Re}[s]>0$。

（5）$e^{t}\leftrightarrow\frac{1}{s-1},e^{-t}\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$，所以$e^{t}+e^{-t}\leftrightarrow\frac{2s}{s^2-1},\mathrm{Re}[s]>1$。

（6）$\sin 2t\leftrightarrow\frac{2}{s^2+4}$，所以$e^{-t}\sin 2t\leftrightarrow\frac{2}{(s+1)^2+4},\mathrm{Re}[s]>-1$。

（7）$t\leftrightarrow\frac{1}{s^2}$，所以 $\mathscr{L}[e^{-2t}t]=\frac{1}{(s+2)^2}$，$\mathrm{Re}[s]>-2$。

（8）$\delta(t)\leftrightarrow 1,e^{-t}\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$，所以$\mathscr{L}[2\delta(t)-e^{-t}]=2\mathscr{L}[\delta(t)]-\mathscr{L}[e^{-t}]$ $=2-\frac{1}{s+1}=\frac{2s+1}{s+1}$，$\mathrm{Re}[s]>-1$。

补充说明：由拉氏变换的线性性质可知：多个函数组合的拉氏变换等于各函数拉氏变换的线性组合，而其收敛域为各个函数收敛域的交集，交集一般小于各个函数的收敛域，但有时亦可能扩大。收敛域扩大现象原因就是计算过程中零点与极点相消，使多个函数的组合函数的拉氏变换收敛域扩大。

# 题目 11

解：在零状态下，方程两边取拉普拉斯变换，可得：

$$sY_{zs}(s)+2Y_{zs}(s)=sF(s)+F(s)$$

整理得：$Y_{zs}(s)=\frac{s+1}{s+2}F(s)$

（1）将$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{s}$代入 $Y_{zs}$（s）得：

$$Y_{zs}(s)=\frac{s+1}{s+2}F(s)=\frac{s+1}{s(s+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{s+2}\right)$$

取逆变换，可得激励为$f(t)=\varepsilon(t)$的零状态响应为：$y_{zs}(t)=\frac{1}{2}(1+e^{-2t})\varepsilon(t)$。

（2）将$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{s+1}$ 代入 $Y_{zs}$（s）得：

$$Y_{zs}(s)=\frac{s+1}{s+2}F(s)=\frac{1}{s+2}$$

取逆变换，可得激励为$f(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$的零状态响应为：$y_{zs}(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$ 。

（3）将$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{s+2}$代入 $Y_{zs}$（s）得：

$$Y_{zs}(s)=\frac{s+1}{s+2}F(s)=\frac{s+1}{(s+2)^2}=\frac{1}{s+2}-\frac{1}{(s+2)^2}$$

取逆变换，可得激励为 $f(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$的零状态响应为：$y_{zs}(t)=(1-t)e^{-2t}\varepsilon(t)$ 。

（4）将$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{s^2}$代入 $Y_{zs}$（s）得：

$$Y_{zs}(s)=\frac{s+1}{s+2}F(s)=\frac{s+1}{s^2(s+2)}=\frac{1}{4}\left(\frac{2}{s^2}+\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}\right)$$

取逆变换，可得激励为$f(t)=t\varepsilon(t)$的零状态响应为：$y_{zs}(t)=\frac{1}{4}(2t+1-e^{-2t})\varepsilon(t)$ 。

补充说明：此题计算时，可以直接根据微分方程求出系统函数 H（s）,系统的零状态响应的拉氏变换为输入信号的拉氏变换与系统函数相乘，再求拉氏逆变换则可以得到零状态响应的时域函数。

# 题目 12

解：对微分方程两边取拉氏变换，可得：

$$s^2Y(s)-sy(0_-)-y'(0_-)+3sY(s)-3y(0_-)+2Y(s)=sF(s)+4F(s)$$

整理得：

$$Y(s)=\frac{sy(0_-)+y'(0_-)+3y(0_-)}{s^2+3s+2}+\frac{(s+4)F(s)}{s^2+3s+2}=Y_{zi}(s)+Y_{zs}(s)$$

（1）将$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{s}$及各初始值代入式①得：

$$Y_{zi}(s)=\frac{1}{s^2+3s+2}=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}$$

$$Y_{zs}(s)=\frac{s+4}{s^2+3s+2}\cdot\frac{1}{s}=\frac{2}{s}-\frac{3}{s+1}+\frac{1}{s+2}$$

以上两式取逆变换，可得零输入响应和零状态响应分别为：

$$y_{zi}(t)=(e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$y_{zs}(t)=(2-3e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$$

（2）将$F(s)=\mathscr{L}[f(t)]=\frac{1}{s+2}$及各初始值代入式①得：

$$Y_{zi}(s)=\frac{s+4}{s^2+3s+2}=\frac{3}{s+1}-\frac{2}{s+2}$$

$$Y_{zs}(s)=\frac{s+4}{s^2+3s+2}\cdot\frac{1}{s+2}=\frac{3}{s+1}-\frac{2}{(s+2)^2}-\frac{3}{s+2}$$

以上两式取逆变换，可得零输入响应和零状态响应分别为：

$$y_{zi}(t)=(3e^{-t}-2e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$y_{zs}(t)=[3e^{-t}-(2t+3)e^{-2t}]\varepsilon(t)$$