

# 第四次作业

U08M11002 Fall 2023

2023 年 11 月 2 日

题目 1. 求下列函数的  $F(jw)$ :

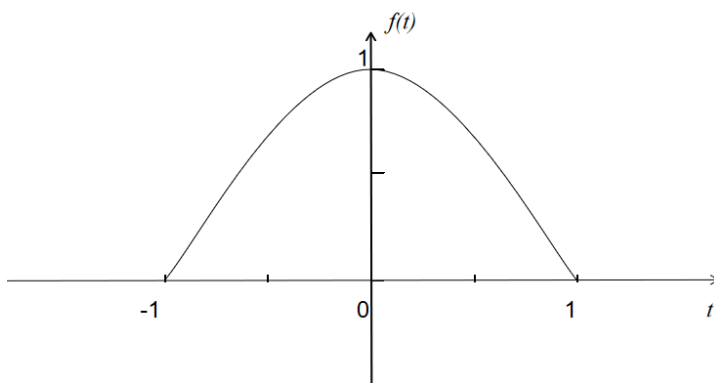
$$(1) f(t) = \frac{\sin 2\pi(t-2)}{\pi(t-2)}, \quad -\infty < t < \infty;$$

$$(2) f(t) = \frac{2a}{a^2 + t^2}, \quad -\infty < t < \infty, \quad a > 0;$$

$$(3) f(t) = \left( \frac{\sin 2\pi t}{2\pi t} \right)^2, \quad -\infty < t < \infty;$$

题目 2. 已知  $f(t) = \frac{\sin t}{t}$ , 求其  $F(jw)$ , 并证明  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi$ 。

题目 3. 应用直接积分与傅里叶变换性质两种方法, 求下图中所示余弦脉冲信号的傅里叶变换  $F(jw)$ 。



题目 4. 已知  $f(t)$  的傅里叶变换  $F(jw)$ , 设  $y(t) = f(\frac{t}{2} + 3) * \cos 4t$ , 试求  $y(t)$  的傅里叶变换  $Y(jw)$ 。

题目 5. 已知  $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$ , 求下列信号的傅里叶变换:

$$(1) y_1(t) = \frac{1}{2}f(t+1) + \frac{1}{2}f(t-1);$$

$$(2) y_2(t) = f(-\frac{1}{2}t+1) + f(\frac{1}{2}t-1);$$

$$(3) y_3(t) = f(t) \cdot \cos(\pi t);$$

$$(4) y_4(t) = \frac{\sin 3t}{t} * f(t);$$

$$(5) y_5(t) = \frac{d}{dt}[f(-\frac{1}{4}t-1)];$$

题目 6. 求下列频谱函数的傅里叶逆变换:

$$(1) F_1(jw) = 2 \cos w;$$

$$(2) F_2(jw) = \frac{e^{j2w}}{jw+1};$$

$$(3) F_3(jw) = \frac{e^{-jw}}{6-w^2+5jw};$$

题目 7. 已知  $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$ , 若  $f_2(t) = \int_{-\infty}^t (t-2)f(4-2t)dt$ , 求  $f_2(t)$  的傅里叶变换  $F_2(jw)$ 。

题目 8. 若已知  $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$ , 试求下列函数的频谱:

$$(1) tf(2t); \quad (2) (t-2)f(t); \quad (3) t \frac{df(t)}{dt};$$

$$(4) f(1-t); \quad (5) (1-t)f(1-t); \quad (6) f(2t-5);$$

$$(7) \int_{-\infty}^{1-\frac{1}{2}t} f(\tau)d\tau; \quad (8) e^{jt}f(3-2t); \quad (9) \frac{df(t)}{dt} * \frac{1}{\pi t};$$

题目 9. 利用能量等式  $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(jw)|^2 dw$ , 计算下列积分的值:

(1)  $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 dt;$

(2)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2};$

**题目 10.** 已知信号  $f(t)$  的频谱函数  $F(jw) = 4\text{Sa}(w) \cos 2w$ , 求信号  $f(t)$ 。

**题目 11.** 周期信号  $f(t) = 1 - \frac{1}{2} \cos(\frac{\pi}{4}t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{4} \sin(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{6})$ , 求  $\Omega$ , 画出频谱图。