

信号与系统课程笔记：Lecture 4

授课教师：秦雨潇

笔记记录：曹时成

2023 年 9 月 22 日（第三周，周五）

1 卷积

“小学乘法的另一种体现”

1.1 Basic guideline

在 LTI 中：

1. $f(t) = H[\delta(t)]$ 复杂（特殊）信号可以用简单（一般）信号表示
2. $\delta(t) \rightarrow h(t) \rightarrow ? \Leftrightarrow 9 \times 9$ 乘法表 简单（一般）信号通过系统会怎么变化？
3. $f_1(t) \rightarrow h(t) \rightarrow ?$ 复杂信号通过系统会怎么变化？

1.2 定义

举例：

12312 = “写为都以基本乘法表示的形式”

$$\begin{aligned} &= 1 \times 10000 + \\ &\quad 2 \times 1000 + \\ &\quad 3 \times 100 + \\ &\quad 2 \times 10 + \\ &\quad 1 \times 1 \end{aligned}$$

写为信号的形式为：

$$\begin{aligned} f(t) &= [1, 2, 3, 2, 1] \\ &= 1 \times [1, 0, 0, 0, 0] + \\ &\quad 2 \times [0, 1, 0, 0, 0] + \\ &\quad 3 \times [0, 0, 1, 0, 0] + \\ &\quad 2 \times [0, 0, 0, 1, 0] + \\ &\quad 1 \times [0, 0, 0, 0, 1] \end{aligned}$$

(1) 存在一个基本的函数形式

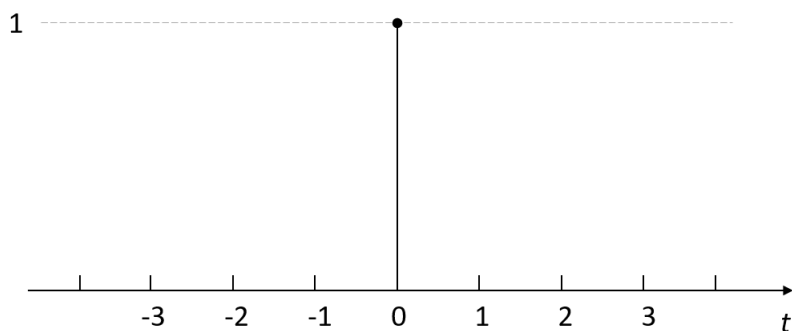


图 1: δ 函数信号形式

$$\delta[k] = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

该函数表现形式被称为 δ 函数

(2) 信号用 δ 函数可以表示为:

$$\begin{aligned} f(t) &= [1, 2, 3, 2, 1] \\ &= f[0] \times \delta[k] + \\ &\quad f[1] \times \delta[k-1] + \\ &\quad f[2] \times \delta[k-2] + \\ &\quad f[3] \times \delta[k-3] + \\ &\quad f[4] \times \delta[k-4] \end{aligned}$$

思考: 除了 δ 函数是否还有其他的 Basic signal, 如何用它们表示复杂信号? 是否比 δ 函数好? 哪些是我们想要用的 Basic signal? 哪些是我们不想用的?

(3) 用一般信号表示特殊信号

任意信号都可以用冲激信号的组合表示

对于离散信号:

$$f[k] = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} f[\tau] \cdot \delta[k - \tau]$$

对于连续信号:

$$f(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau$$

(4) 卷积

$$f(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

Q1:(3) 与 (4) 中的公式有什么联系, 卷积的定义是怎么推导的?

对于 LTI 系统:

$$\delta[k] \longrightarrow h[k]$$

则有:

$$\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} f[\tau] \cdot \delta[k - \tau] \longrightarrow \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} f[\tau] \cdot h[k - \tau]$$

连续信号同理可表达为:

$$y(t) = f(t) * h(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

1.3 δ 函数连续时的定义

$$\delta[t] = \begin{cases} +\infty & t = 0 \\ 0 & e, e \end{cases}$$

即:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

δ 函数连续时称为 “dirac delta function”

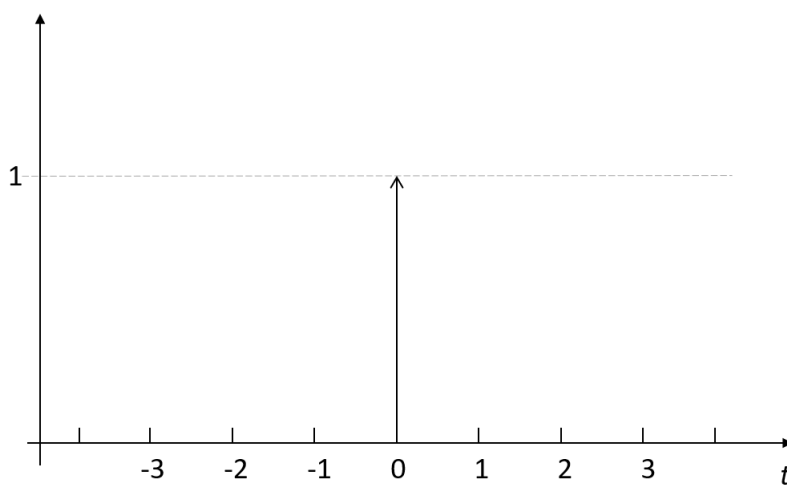


图 2: 连续 δ 函数信号表示形式