

Mathématiques - Exercices classiques

Armand Wayoff

1 Polynômes

- ☐ Polynômes scindés
- ☐ Polynômes de Legendre
- ☐ Polynômes de Hilbert, fractions associées

2 Suites et Séries numériques

- ☐ Lemme de Cesàro
- ☐ Constante d'Euler
- ☐ Séries de Bertrand
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ et $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$
- ☐ Sommutation des relations de comparaison
- ☐ Preuve de la formule de Stirling par Wallis
- ☐ Règle de Raabe
- ☐ Suites sous-additives
- ☐ Étude de la suite de terme général $u_n = \left(\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)^n dx \right)^{1/n}$
- ☐ Décomposition incides pairs / impairs
- ☐ Produits infinis
- ☐ Transformation d'Abel
- ☐ Décomposition en éléments simples

3 Algèbre linéaire, matrices

- ☐ Produit d'endomorphismes nilpotents qui commutent
- ☐ Nilpotents
- ☐ Centre de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$
- ☐ Semblables sur \mathbb{C} , sur \mathbb{R}
- ☐ Noyaux itérés
- ☐ Indice de nilpotence en dimension finie
- ☐ Applications de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K}) \rightarrow \mathbb{K}$ conservant le produit
- ☐ Matrices compagnon et commutant d'un cyclique
- ☐ Polynômes d'interpolation de Lagrange, lien avec les déterminants de Vandermonde
- ☐ Polynômes de Tchebychev
- ☐ Caractérisation des homotéthies: $(x, f(x))$ liée pour tout x
- ☐ Matrices à diagonale dominante

4 Déterminants

- ☐ Déterminant par blocs
- ☐ Déterminant tridiagonal
- ☐ Déterminant circulant
- ☐ Déterminant des $|a_i - a_j|$
- ☐ Déterminant de Vandermonde, applications
- ☐ Inverse de la matrice de Vandermonde
- ☐ Déterminants de Cauchy, de Hilbert

5 Réduction

- ☐ Matrices à diagonale dominante
- ☐ Critère de non-diagonalisabilité sur \mathbb{C}
- ☐ Vecteurs propres de ${}^t\text{com}(A)$
- ☐ Éléments propres de MN , de NM
- ☐ Réduction d'une matrice creuse
- ☐ Que dire si $u \circ u$ est diagonalisable ?
- ☐ Spectre de $Id_E - uv$ et $Id_E - vu$
- ☐ Diagonalisation ou trigonalisation simultanée
- ☐ Commutant d'un endomorphisme diagonalisable
- ☐ Déterminant, réduction d'une matrice tridiagonale

6 Espaces préhilbertiens ou euclidiens

- ☐ Décomposition d'Iwasama
- ☐ Polynômes de Legendre
- ☐ Extremums d'une fonction sur les fonctions continues
- ☐ Polynômes de Laguerre
- ☐ Polynômes orthogonaux associés à un poids
- ☐ Matrices de Gram
- ☐ Racine carrée d'un endomorphisme autoadjoint positif
- ☐ Décomposition polaire d'une matrice
- ☐ Endomorphismes et matrices antisymétriques
- ☐ Rayon spectral d'une matrice

7 Intégration

- ☐ Fonction intégrable et décroissante sur \mathbb{R}^+
- ☐ Calcul d'une intégrale impropre
- ☐ Intégrales de Bertrand
- ☐ Une propriété géométrique de l'intégrale
- ☐ Permutation somme/intégrale
- ☐ Variante du lemme de Lebesgue
- ☐ Sommes de Riemann généralisées
- ☐ Intégration des relations de comparaisons
- ☐ Transformée de Fourier de la loi normale
- ☐ Intégrale à paramètre dans les bornes
- ☐ Intégrale de Dirichlet via une intégrale à paramètre