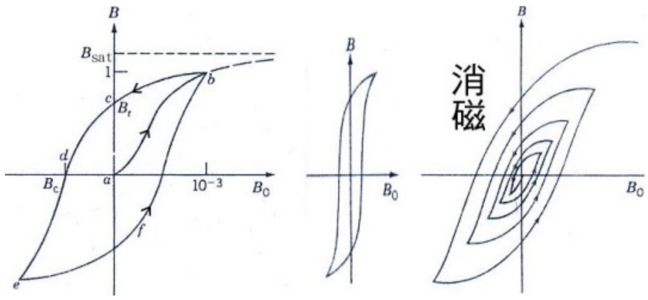
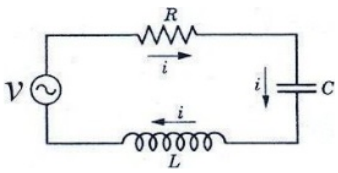
Hysteresis（磁滯，右圖）：嚴重者（曲線包圍的面積很大）適合作永久磁鐵；中等者適合作記憶体；輕微者適合作變壓器、電磁鐵。



H.W.：Prob. 2, 9, 10, 11, 13.

Ch. 33 Alternating Current Circuits



$V\sin(\omega t) - L\,di/dt - iR - q/C = 0$。

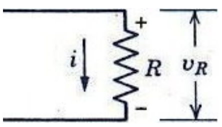
代 $i = dq/dt \;\Rightarrow L\,d^2q/dt^2 + R\,dq/dt + (1/C)q = V\sin(\omega t)$。

穩定時必有 $q(t) = Q\sin(\omega t + \phi)$，

用 $\sin(\omega t) = \sin(\omega t + \phi - \phi) = \sin(\omega t + \phi)\cos\phi - \cos(\omega t + \phi)\sin\phi$，

代入 eq. 整理後 $\sin(\omega t + \phi)$ & $\cos(\omega t + \phi)$ 的係數須分別為零，而解出 Q & ϕ。

但本章要用〝phasor〞的方法解：假設 $i(t) = I\sin(\omega t + \phi_I)$，$v_R(t) = V_R\sin(\omega t + \phi_R)$，$v_L(t) = V_L\sin(\omega t + \phi_L)$，$v_C(t) = V_C\sin(\omega t + \phi_C)$，先逐一檢定 (V_R, ϕ_R)、(V_L, ϕ_L)、(V_C, ϕ_C) 與 (I, ϕ_I) 的關係，再求解。

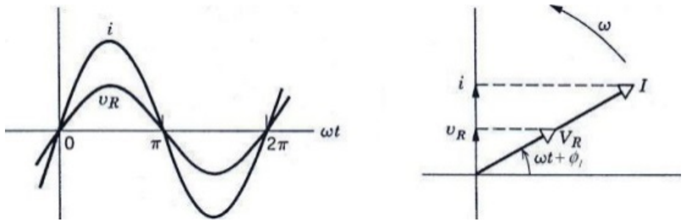


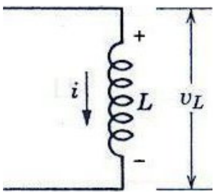
$i = I\sin(\omega t + \phi_I)$，

$v_R = V_R\sin(\omega t + \phi_R) = iR$

$= IR\sin(\omega t + \phi_I)$，

$\therefore V_R = IR$，R（電阻），$\phi_R = \phi_I$。



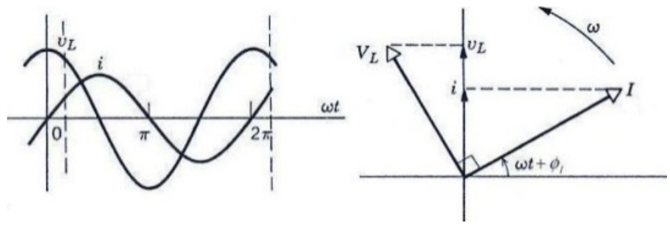


$i(t) = I\sin(\omega t + \phi_I)$，

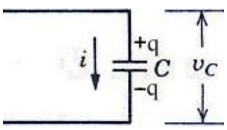
$v_L = V_L\sin(\omega t + \phi_L) = L\,di/dt$

$= I\omega L\cos(\omega t + \phi_I)$

$= I\omega L\sin(\omega t + \phi_I + 90^o)$，



$\therefore V_L = I\omega L = IX_L$，$X_L \equiv \omega L$ inductive reactance（電抗），$\phi_L = \phi_I + 90^o$。

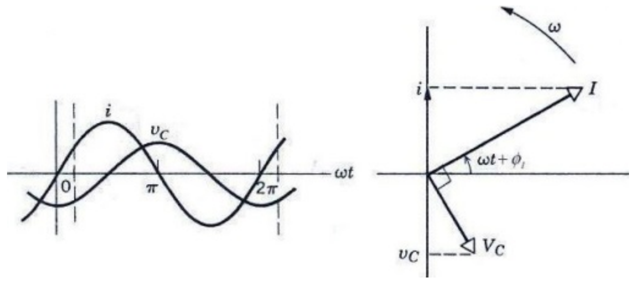


$i(t) = I\sin(\omega t + \phi_I) = dq/dt$，

$v_C = V_C\sin(\omega t + \phi_C) = q/C$

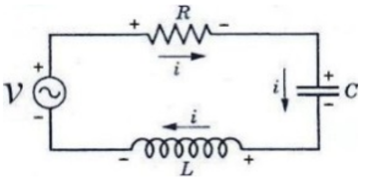
$= -(I/\omega C)\cos(\omega t + \phi_I)$

$= (I/\omega C)\sin(\omega t + \phi_I - 90^o)$，



$\therefore V_C = I/\omega C = IX_C$，$X_C \equiv 1/\omega C$ capacitive reactance（電抗），$\phi_C = \phi_I - 90^o$。

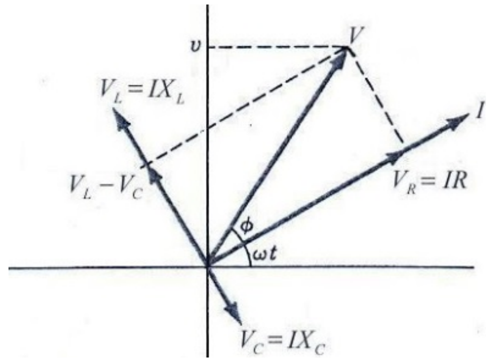
RLC Series Circuit （有共同的電流）



$i = I\sin(\omega t)$ ， $v = V\sin(\omega t+\phi)$ 。

$\because\ v(t) = v_R(t)+v_L(t)+v_C(t)$ ，

$\therefore\ \vec{V} = \vec{V}_R+\vec{V}_L+\vec{V}_C$ 。



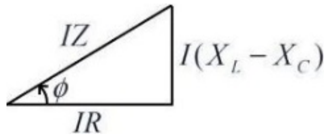
$$V = \sqrt{V_R^2+(V_L-V_C)^2} = \sqrt{(IR)^2+(IX_L-IX_C)^2}$$
$$= I\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} \equiv IZ$$ ，

$Z \equiv \sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2} = \sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}$ impedence（阻抗），

$= \sqrt{R^2+X^2}$ ， $X \equiv X_L - X_C$ reactance（電抗）。

$V = IZ$ ， $\tan\phi = I(X_L-X_C)/IR = X/R = (\omega L-1/\omega C)/R$ ，

$X_L - X_C > 0$ （ <0 ）inductive（capacitive）， $\phi>0$ （ $\phi<0$ ）。



Series Resonance

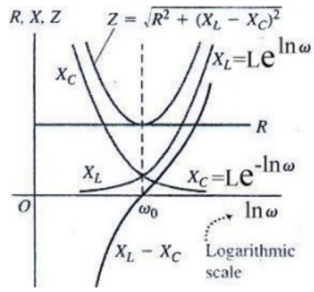
$I = V/Z = V\big/\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}$ 。

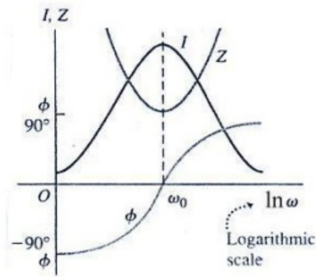
當 $\omega L = 1/\omega C$ 時， I 最大，

即當 $\omega = \sqrt{1/LC} \equiv \omega_0$ （共振頻率）。

共振時， $V_L = V_C$ ， $\phi = 0$ ， $V = IR = V_R$ ，

即 $v_L(t)+v_C(t) = 0$ ， $v(t) = v_R(t)$ 。 要調收音機、電視機的 ω_0 ，可調 L 或調 C 。

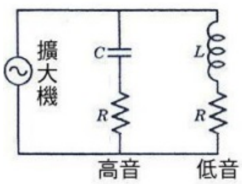


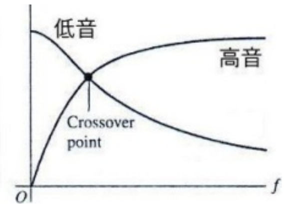


例：低音（inductive）、高音（capacitive）喇叭

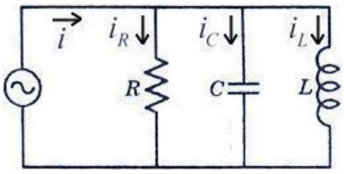
$I_L = V/Z_L = V\big/\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$ ， $\omega\uparrow \Rightarrow I_L\downarrow$ 。

$I_C = V/Z_C = V\big/\sqrt{R^2+(1/\omega C)^2}$ ， $\omega\uparrow \Rightarrow I_C\uparrow$ 。





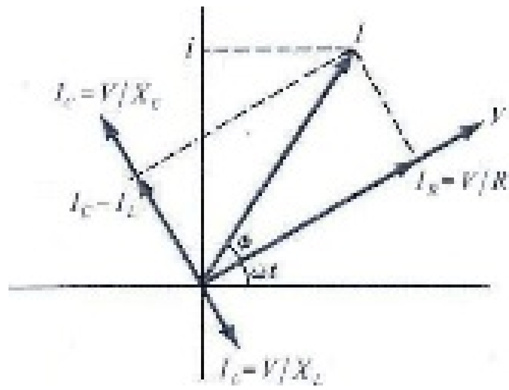
RLC Parallel Circuit （有共同的電壓， V 當主角）



$v = V\sin(\omega t)$ ， $i = I\sin(\omega t+\phi)$ 。

$\because\ i(t) = i_R(t)+i_L(t)+i_C(t)$ ，

$\therefore\ \vec{I} = \vec{I}_R+\vec{I}_L+\vec{I}_C$ 。

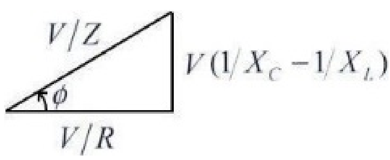


$$I = \sqrt{I_R^2+(I_C-I_L)^2} = \sqrt{(V/R)^2+(V/X_C-V/X_L)^2}$$
$$= V\sqrt{(1/R)^2+(1/X_C-1/X_L)^2} \equiv V/Z$$ ，

$1/Z \equiv \sqrt{(1/R)^2+(1/X_C-1/X_L)^2} = \sqrt{1/R^2+(\omega C-1/\omega L)^2}$ 。

$\tan\phi = (V/X_C-V/X_L)/(V/R) = (1/X_C-1/X_L)/(1/R)$

$= (\omega C-1/\omega L)/(1/R) \qquad = (1/X)/(1/R)$ 。



當 $\omega C = 1/\omega L$ 時，即當 $\omega = \sqrt{1/LC} \equiv \omega_0$ 時，

$I_C = I_L$，$\phi = 0$，$I = V/R = I_R$，即 $i_L(t) + i_C(t) = 0$，$i(t) = i_R(t)$。

【參考：若使用複數的 Z，$j \equiv \sqrt{-1}$，$Z_R \equiv R$，$Z_L \equiv j\omega L$，$Z_C \equiv 1/j\omega C$，則串聯用 $Z = Z_1 + Z_2$，並聯用 $1/Z = 1/Z_1 + 1/Z_2$，都可得到前面的結果。】

Power in AC Circuit

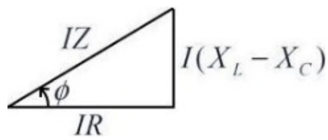
$P(t) = iv = I\sin(\omega t)V\sin(\omega t + \phi) = IV[\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)]/2$。

$P_{av} = (1/T)\int_0^T P(t)dt = (IV/2T)\int_0^T [\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)]dt = (1/2)IV\cos\phi$。

$< i^2 > = (1/T)\int_0^T I^2 \sin^2(\omega t)dt = (I^2/2T)\int_0^T [1 - \cos(2\omega t)]dt = I^2/2$。

同理 $< v^2 > = (1/T)\int_0^T v^2(t)dt = V^2/2$。

定義 $I_{rms} \equiv \sqrt{< i^2 >} = I/\sqrt{2}$，$V_{rms} \equiv \sqrt{< v^2 >} = V/\sqrt{2}$，則



$P_{av} = (I_{rms}V_{rms})\cos\phi$ （ $\cos\phi$ 稱為 power factor 功率因子）

$= (I_{rms}^2 Z)\cos\phi$ （ $= I_{rms}^2 R$ $\because Z\cos\phi = R$，能量全被 R 消耗）

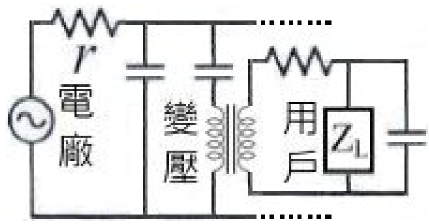
$= (V_{rms}^2/Z)\cos\phi$ （ $= V_{rms}^2\cos^2\phi/Z\cos\phi = V_{R\,rms}^2/R$ $\because V_{rms}\cos\phi = V_{R\,rms}$ ）。

電器的 $A - V$ 值都是 I_{rms} & V_{rms}，而不是 I & V，$V_{rms} = 110$ V 代表 $V = 156$ V。

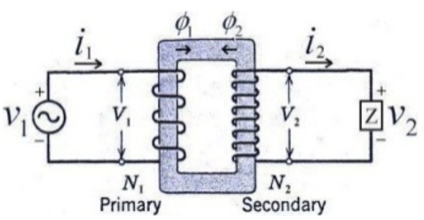
Power Transmission

$I_{rms} = P_{av}/(V_{rms}\cos\phi)$。若輸電線有電阻 r 則 loss $= I_{rms}^2 r = P_{av}^2 r/(V_{rms}^2\cos^2\phi)$。

（a）電壓愈高，電流愈小 loss 愈小，故送電用高壓，台灣用 34.5 萬伏；（b）$\cos\phi$ 愈大 loss 愈小，因變壓器是電感性的，故電力公司並聯電容（右圖），就近提供電流給變壓器，$i_C(t)$ & $i_L(t)$ 反向把 ϕ 拉到 0。另也串聯電容，用 $v_C(t)$ & $v_L(t)$ 反向的原理來增高變壓器的電壓，以抵消電阻 r 造成的電壓損失。



Transformer（變壓器）



Soft iron 中 $i_1(i_2)$ 建立 flux $\phi_1(\phi_2)$，total $\phi = \phi_1 - \phi_2$。

$v_1 = N_1 d\phi/dt$，$v_2 = N_2 d\phi/dt$，$\therefore v_1$ & v_2 同相，

且 $v_1(t)/v_2(t) = N_1/N_2$，$V_1/V_2 = N_1/N_2$。

假設 $i_1(i_2)$ 落後 $v_1(v_2)$ $\phi_{p1}(\phi_{p2})$，ϕ_{p2} 由 Z 的 R & X 決定。

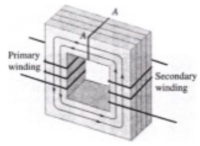
（1）當 $Z \to 0$ 時，$I_2 \to \infty$，$\phi_2 \to \infty$。但因 $v_1 = N_1 d\phi/dt$ 有限大，$\phi = \phi_1 - \phi_2$ 不能太大，故須 $\phi_1 \to \infty$ 且與 ϕ_2 同相才能抵消，即 $i_1 \to \infty$ 且與 i_2 同相。又已知 v_1 & v_2 同相，故 $\phi_{p1} = \phi_{p2}$。

（2）當 $Z \to \infty$ 時，$I_2 = V_2/Z \to 0$，$\phi_2 \to 0$，變壓器只是大電感，故 $\phi_{p1} = 90^o$。

結論：當 $0 \le Z \le \infty$ 時，$\phi_{p2} \le \phi_{p1} \le 90^o$（變壓器是電感性的，使 $\phi_{p1} \ge \phi_{p2}$）。

【參考不考：$\phi_{11} = \phi_{21} = N_1 k I_1$，$\phi_{22} = \phi_{12} = N_2 k I_2$，$\therefore L_1 = N_1 \phi_{11}/I_1 = N_1^2 k$，
$L_2 = N_2 \phi_{22}/I_2 = N_2^2 k$，$M = M_{12} = N_1 \phi_{12}/I_2 = N_1(N_2 k I_2)/I_2 = N_2 N_2 k$。
若使用複數的 Z，$j \equiv \sqrt{-1}$，則等效阻抗 $Z_{eq} = -\omega k N_1^2 Z/(N_2^2 \omega k + jZ)$。】

防止 Eddy current：切成一片一片，如右圖。



Impedence matching

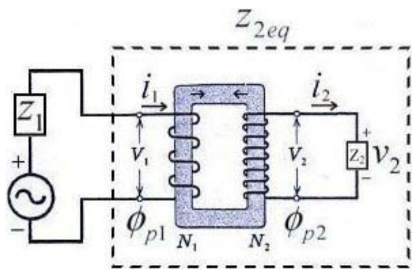
假設變壓器不消耗能量，電源送出的功率全被 Z 消耗，則

$P_{av} = (V_1^2/2Z_{eq})\cos\phi_{p1} = (V_2^2/2Z)\cos\phi_{p2} = (N_2/N_1)^2(V_1^2/2Z)\cos\phi_{p2}$，

$\therefore Z_{eq} = Z(N_1/N_2)^2(\cos\phi_{p1}/\cos\phi_{p2})$，變壓器也能變阻抗。

（a）當 Z 很小時，$\phi_{p2} \approx \phi_{p1}$，故 $Z_{eq} \approx Z(N_1/N_2)^2$。

（b）當右圖音箱的阻抗 z_2 透過變壓器變成 z_{2eq}，而與擴大機的內阻抗 z_1 相等時，音箱消耗的功率最高。



H.W.： Ex. 35; Prob. 6, 7, 8, 12, 13.

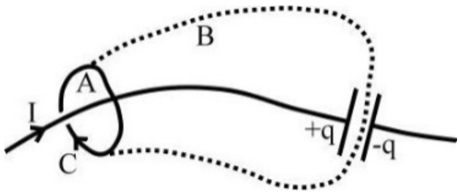
Ch. 34 Maxwell's Equations; Electromagnetic Waves

(1) Faraday showed in 1845 that $\vec{B}$ field affected a beam of light passing through glass.

(2) $1/\mu_0 \in_0 = (1/4\pi \in_0)/(\mu_0/4\pi) = (\text{speed of light } c)^2$.

Displacement Current（位移電流）

考慮以 C 為邊界的曲面 A & B。根據 Ampere's law，



$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu I$ for 面 A，

$= 0$ for 面 B？ 錯，Ampere's law 須修正。

電容內有電場 $E = \sigma/\in = q/\in A$，$\therefore q = \in EA = \in \phi_E$，$\phi_E$ 是通過面 B 的向右電通量。

（另法：假設完美導線，則 A 上無電場，$q = \in \oint_{A\cup B} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \in \int_B \vec{E}\cdot d\vec{A} = \in \phi_E$。）

$I = dq/dt = \in d\phi_E/dt$，若把 Ampere's law 修改成 $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu(I_{encl} + \in d\phi_E/dt)$，

則適用於 A & B：$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu I$ for A（$\because \in d\phi_E/dt = 0$），

$= \mu \in d\phi_E/dt$ for B（$\because I_{encl} = 0$）。

（若導線非完美，則 A & B 上都增加等量的向右電通量。）

$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \ldots\ldots + \mu \in d\phi_E/dt$ Maxwell's induction law。