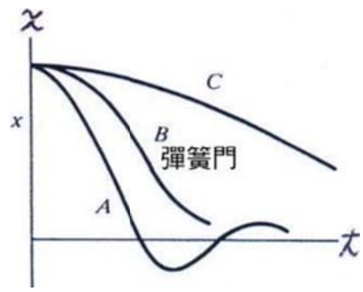
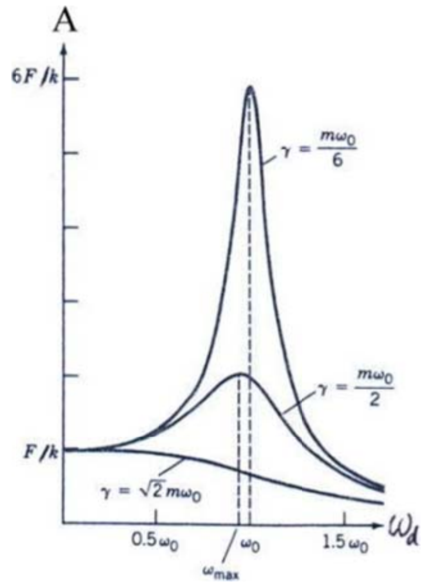


Case (B) critically damping： $k/m-\gamma^2/4m^2=0$，
即 $\gamma=2\sqrt{mk}$ ， $x(t)=(C+Dt)e^{-\gamma t/2m}$ ，無振盪。
Case (C) overdamping： $k/m-\gamma^2/4m^2\equiv -a^2<0$ ，
即 $\gamma>2\sqrt{mk}$ ， $x(t)=(Ce^{+at}+De^{-at})e^{-\gamma t/2m}$ 。

Energy $dE/dt=mv\,dv/dt+kx\,dx/dt=mva+kxv=(ma+kx)v=(-\gamma v)v$ ，
即 power by damping force。

Forced Oscillation （驅動振盪）



當有外來 driving force $F\cos(\omega_d t)$ 時，
$md^2x/dt^2=-\gamma\,dx/dt-kx+F\cos(\omega_d t)$ ，
即 $d^2x/dt^2+(\gamma/m)dx/dt+(k/m)x=(F/m)\cos(\omega_d t)$ 。
Steady 時，Try $x(t)=A\cos(\omega_d t+\phi)$ ， $A\,\&\,\phi$ 未知，
並且用 $\cos(\omega_d t)=\cos(\omega_d t+\phi-\phi)$
$=\cos(\omega_d t+\phi)\cos(\phi)+\sin(\omega_d t+\phi)\sin(\phi)$ ，
代入 eq. 並整理成 $[C_1(A,\phi,m,\gamma,k,F,\omega_d)\cos(\omega_d t+\phi)$
$+C_2(A,\phi,m,\gamma,k,F,\omega_d)\sin(\omega_d t+\phi)]=0$ for all t。
故須 $C_1(A,\phi,m,\gamma,k,F,\omega_d)=0=C_2(A,\phi,m,\gamma,k,F,\omega_d)$ ，
由此解得 $A=(F/m)\Big/\sqrt{(\omega_d^2-k/m)^2+(\gamma/m)^2\omega_d^2}$ ， $\phi=\cdots$ (略)。
當 ω_d 在 $\omega_0\equiv\sqrt{k/m}$ （自然頻率）附近時， A 最大，稱共振。

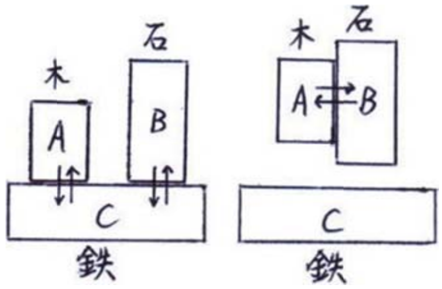
H.W.：Prob. 1, 4, 5, 7, 9, 13, 14

Ch. 18 Temperature, Thermal Expansion, Ideal Gas Law

Temperature：◆ Locke，一手熱水一手冷水再一齊放溫水中… ◆ Galilei 1595，玻璃球下管插水中，管中水上升… ◆ 17 世紀中，酒精溫度計 ◆ Fahrenheit 1724 ◆Celsius 1742。

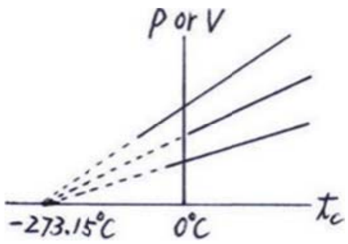
Thermal Equilibrium：所有的 flows (mass, heat, …) 皆停止。

Zeroth law of thermodynamics



Form（a）: 存在熱平衡，而且若 A、B 分別與 C 達成熱平衡，則 A 與 B 也會達成熱平衡。
Form（b）: 每一物体都有一性質叫溫度，二物會達成平衡 ⇔ （若且唯若）它們有相同的溫度。

$PV = nRT$ 的歷史（不考）



Boyle 1662： $PV = const.$ at fixed temperature T 。

Charles & Gay-Lussac ~1800： $\Delta V \propto \Delta T$ at fixed pressure P 。

Gay-Lussac ~1800： $\Delta P \propto \Delta T$ at fixed volume V 。

後來發現所有 gases 的 V-T 圖或 P-T 圖都可外插到 -273.15^oC 。

定義 Kelvin temp. $T \equiv t_{Celsius} + 273.15^oC$ （ unit $1K \equiv 1^oC$ ），則 $PV \propto T$ 。

但又有 $P \propto N$ at fixed V & T ， $V \propto N$ at fixed P & T ，故 $PV \propto NT$ ，

寫成 $PV = kNT$ ，其中 Boltzmann’s constant $k = 1.381 \times 10^{-23}\ J/molecule \cdot K$ 。

定義 $N_A \equiv (12g\ C^{12}$ 所含的原子數$) = 6.0221367(\pm 36) \times 10^{23}$ ，莫耳數 $n = N/N_A$ ，

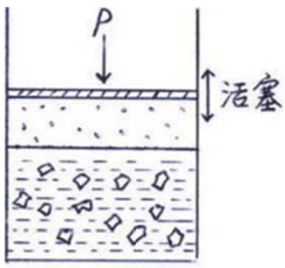
則 $PV = NkT = nN_AkT = nRT$ ，gas const. $R \equiv N_Ak = 8.314510 \pm 70\ J/\text{mole} \cdot \text{K}$ 。

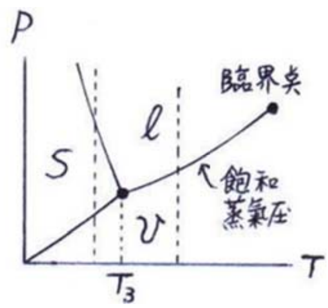
但其實 $PV = nRT$ 只適用於 ideal gas，是 eqation of state for ideal gas。

水的三相點 T_3

定義為水、冰、蒸氣三相共存的溫度，

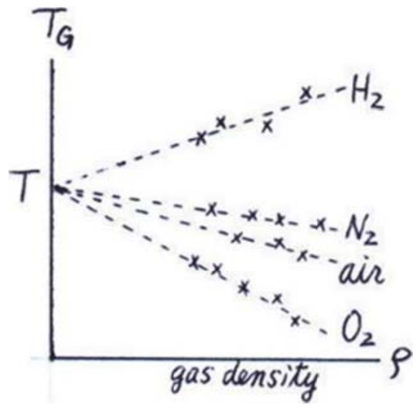
且規定 $T_3 \equiv 273.16K$ (exact) $\approx 0.01^oC$ 。





定容（ V fixed ）氣体溫度計、理想氣体溫度

氣体壓力 P_G，定義「定容氣体溫度」$T_G \equiv C_G P_G$，但 depends on gas G and gas density ρ 。在三相點溫度，規定 $T_{G3} = C_G P_{G3} = 273.16\ K$ ，即 $C_G = (273.16\ K)/P_{G3}$ 。故 $T_G = T_3 (P_G/P_{G3}) = (273.16\ K)(P_G/P_{G3})$，但不同溫度計得不同的值（右圖）。實驗發現，當氣体密度 $\rho \to 0$ 時（此時分子体積、分子間作用力均可略），所有氣体都可外插到同一溫度，故定義 $T \equiv (273.16\ K) \lim\limits_{\rho \to 0} (P_G/P_{G3})$ ，ideal gas temperature，即 $T \equiv PV/nR$ （ $\propto$ 熱能 ）。



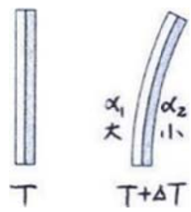
Thermal Expansion

Linear expansion $\Delta L = \alpha L \Delta T$ ， α ：coeff. of linear expansion。

Volume expansion $\Delta V = \beta V \Delta T$ ， β ：coeff. of volume expansion。

註： $L(T + \Delta T) = L(T) + L^{(1)}(T)\Delta T + \cdots$ ； $V(T + \Delta T) = V(T) + V^{(1)}(T)\Delta T + \cdots$ 。

不同 α 的二材料（右圖）可作溫度計、溫敏開關 … 。

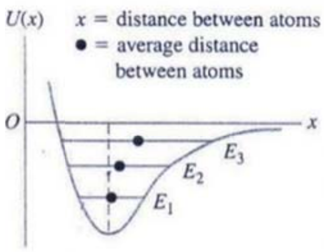


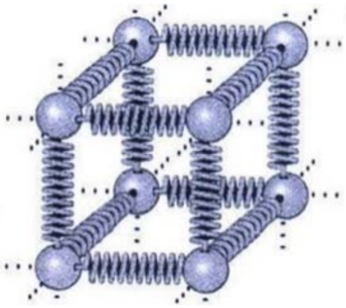
For a cubic volume， $\Delta V = V(L + \Delta L) - V(L) = (L + \Delta L)^3 - L^3$

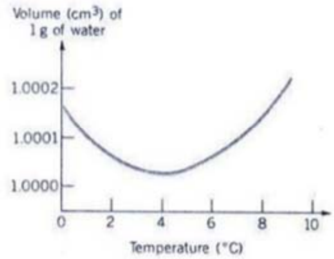
$$\approx 3L^2\Delta L = 3L^2(\alpha L \Delta T) = 3\alpha V \Delta T = \beta V \Delta T$$ ，故 $\beta = 3\alpha$ 。

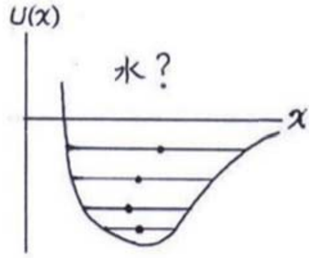
Why Thermal Expansion ?

當$T\uparrow$（$E\uparrow$）時，原子間平均距離$\langle r\rangle\uparrow$，故熱膨脹。但水有例外，先縮再脹。





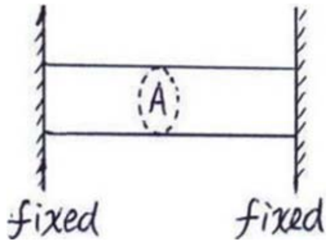




Thermal Stress

在T時，棒上無 stress。當$T\rightarrow T+\Delta T$時，若棒子兩端 not fixed，則$\Delta L_T=\alpha L\Delta T$。但因兩端 fixed，故有 stress F/A，而有 $\Delta L_F=(1/Y)L(F/A)$。

故$\Delta L_T+\Delta L_F=\alpha L\Delta T+(1/Y)L(F/A)=0 \quad \Rightarrow F/A=-Y\alpha\Delta T$。



H.W.：Prob. 2, 4, 12

Ch. 19 First Law of Thermodynamics

Caloric Theory：Particles of caloric repelled each other but were attracted to the particles of ordinary matter. Mutual repulsion also lead to thermal expansion.

However, it failed to explain the generation of heat by friction. In 1798, B. Thompson was struck by the heat generated by the boring of cannons （鑽炮管）…

1 calorie ≡（把 1g 水自14.5^oC升到15.5^oC所需的熱）= 4.186 J。.

1 Btu ≡（把 1 ℓb 水自63^oF升到64^oF所需的熱）= 778 $ft\cdot\ell b$ =1055 J。.

Mechanical equivalent of heat（熱功當量）: 1 cal = 4.186 J, or 1 Btu = 778 $ft\cdot\ell b$

by Joule's 40 years of work。 1845 年起，Joule 讓 4 ℓb 物体降落 36 ft 去拉動絕熱容器中的葉片攪動其中的水，重覆 16 次使 6 ℓb 水升溫約 $\Delta T=0.5^oF$。

Specific heat（比熱）c：質量m吸熱$\Delta Q=cm\Delta T$，則$c\equiv(\Delta Q/\Delta T)/m$。

把二物放在絕熱容器中達到平衡溫度T，則$c_1m_1(T-T_1)+c_2m_2(T-T_2)=0$。

水的比熱c_1已知，由此可決定c_2。

Molecular mass $M\equiv$(mass per mole of molecules)，number of moles $n\equiv m/M$。

Molar heat capacity C：$\Delta Q=cm\Delta T=cnM\Delta T=nC\Delta T$，$C\equiv cM$。

對同一物質，固、液、氣態的C都不同，定壓下的C_P與定容下的C_V也不同。