

107 上 微積分 第二次期中考 11/23

考試時間:15:10~17:00

1 函數  $f(x) = \begin{cases} \sin x & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 2 \\ \frac{4}{x} & 2 \leq x \end{cases}$  15%

求  $f(x)$  在區間  $[-\pi, \pi]$  上的極大與極小值

2 欲做一個圓柱形罐子，底半徑為  $r$ ，高為  $h$ ，體積為 1

若想让使用材料面積最小，求  $r$  和  $h$  15%

3  $f(x) = \int_x^{x^2} \sin t^2 dt$  15%

a 求  $f(1)$

b 求  $\frac{d}{dx} f(x)$

4 求以下各不定積分 20%

a  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$  b  $\int 4(x^2 + \sin x) dx$  c  $\int \cos^2 x \sin x dx$

d  $\int \frac{4}{4+x^2} dx$  ( Hint  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{1+x^2}$  )

5 求以下積分值 15%

a  $\int_0^\pi \sin^2 x dx$  b  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  c  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos x}} dx$

6 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$  之極限或證明它極限不存在 10%

7 解釋此極限值等於哪個函數在哪个區間之曲線下面積 10%

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4n} \tan \frac{i\pi}{4n}$$

姓名 學號 助教姓名記得寫在答案卷上