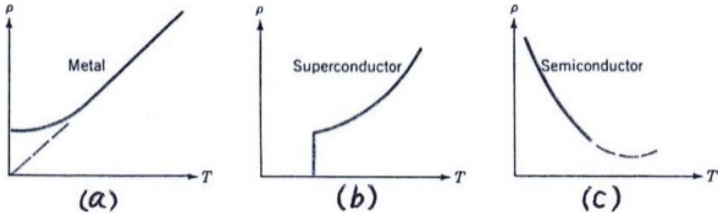
用上式解釋 $\rho(T)$ ：

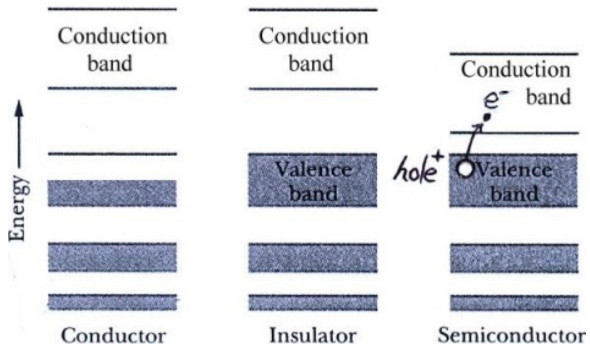
(a) 導体 $T\uparrow \Rightarrow v_{rms}\uparrow \Rightarrow \tau\downarrow \Rightarrow \rho\uparrow$ 。

(b) 超導体 $\tau=\infty$ when $T<T_C$ 。

(c) 半導体 $T\uparrow \Rightarrow n\uparrow$ (holes) $\Rightarrow \rho\downarrow$，

（參考：$n\uparrow$的原因見右下圖。）





For copper，$\tau=m/ne^2\rho=2.5\times10^{-14}s$

$\Rightarrow \lambda=v_{rms}\tau=2.5\times10^{-9}m$ at 300 K。

（原子間距$\approx 0.25\times10^{-9}m$）

If λ is fixed, then $\tau=\lambda/v_{rms}\propto 1/\sqrt{T}$ $\Rightarrow$

$\rho\propto\sqrt{T}$, which is wrong. $\therefore\lambda$ is not fixed.

In fact $\lambda\approx 1\,mm$ at low temp.，古典物理不能解釋。

Power $P=dU/dt=V_{ab}\,dq/dt=V_{ab}I=(IR)I=I^2R=V_{ab}(V_{ab}/R)=V_{ab}{}^2/R$.

H.W.：Ex. 12, 39; Prob. 4, 5.

本章後 Special topic: Atmospheric Electricity（關於晴天電場、雷電的產生，非常有趣）

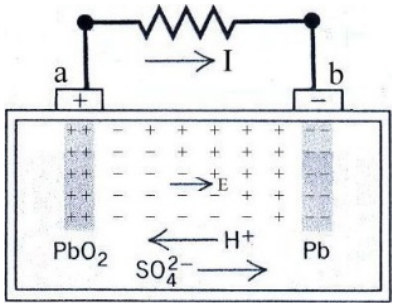
Ch. 28 Direct Current Circuit

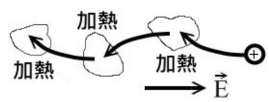
Electromotive force（Emf，電動勢）:

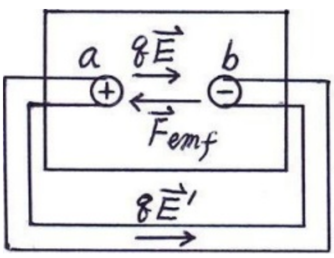
把正電荷自低電位推到高電位，在發電機是磁力；在 Van de Graaff 加速器是 moving belt；在化學電池是擴散。

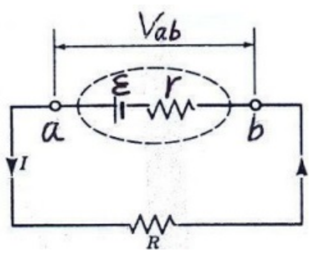
例：鉛酸電池 $Pb(s)+PbO_2(s)+4H^+(aq)+2SO_4^{-2}$

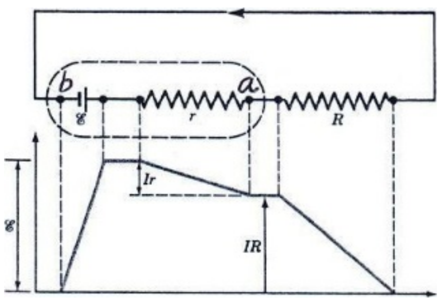
$\leftrightarrow 2PbSO_4(s)+2H_2O$ （$\approx 2V$ ）。



H^+（SO_4^{-2}）在正極 PbO_2（負極 Pb ）被抓掉，正（負）極附近濃度降低造成擴散，且擴散電流 > 漂移電流 $J=\sigma E$ ，而有向左的淨電流。正電荷憑機率逆電場而上  所需能量來自化學釋出的熱能。





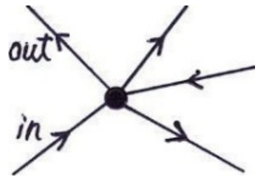


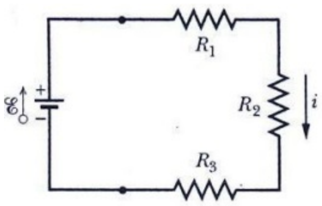
電動勢 $\varepsilon=\int_b^a \vec{F}_{emf}\cdot d\vec{s}\,\big/ q$（$\vec{F}_{emf}$ 作功）；　電位差 $V_{ab}=\int_{a內}^b \vec{E}\cdot d\vec{s}=\int_{a外}^b \vec{E}'\cdot d\vec{s}$ 。

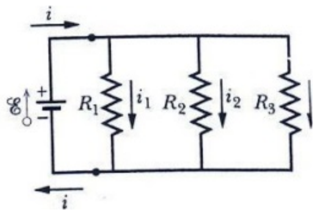
$\vec{F}_{emf}>q\vec{E}$ 時表示有內電阻 r，$\varepsilon>V_{ab}$，$Ir\equiv\varepsilon-V_{ab}=\int_b^a[(\vec{F}_{emf}/q)+\vec{E}]\cdot d\vec{s}$ 。

$\varepsilon-Ir=V_{ab}=IR$，故 $I=\varepsilon/(R+r)$。　又 $\because$ energy output $dU=V_{ab}dq$,
$\therefore$ **power** $P=dU/dt=V_{ab}\,dq/dt=V_{ab}I=(IR)I=I^2R=V_{ab}(V_{ab}/R)=V_{ab}^{\ 2}/R$.

Kirchhoff's junction rule：$\sum I_{in}=\sum I_{out}$ for any junction
（否則接點會有電荷累積）。
Kirchhoff's loop rule：$\sum \Delta V_i=0$ for any closed loop。

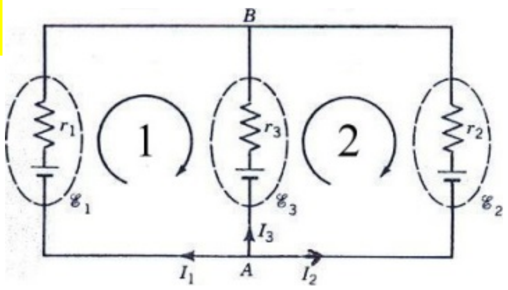






串聯：$\varepsilon-iR_1-iR_2-iR_3=0 \;\Rightarrow$
$i=\varepsilon/(R_1+R_2+R_3)\Rightarrow R_{eq}=R_1+R_2+R_3$ 。
並聯：$i=i_1+i_2+i_3=\varepsilon/R_1+\varepsilon/R_2+\varepsilon/R_3$
$\Rightarrow 1/R_{eq}=i/\varepsilon=1/R_1+1/R_2+1/R_3$ 。

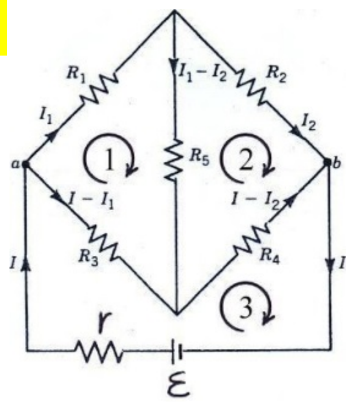
例：



j-rule $\Rightarrow I_1+I_2+I_3=0 \;\Rightarrow I_3=-I_1-I_2$.
Loop 1: $\varepsilon_1-I_1r_1+(-I_1-I_2)r_3-\varepsilon_3=0$.
Loop 2: $\varepsilon_3-(-I_1-I_2)r_3+I_2r_2-\varepsilon_2=0$.
(1) $(r_1+r_3)I_1+r_3I_2=\varepsilon_1-\varepsilon_3$,
(2) $r_3I_1+(r_2+r_3)I_2=\varepsilon_2-\varepsilon_3$.

$$D=\begin{vmatrix} r_1+r_3 & r_3 \\ r_3 & r_2+r_3 \end{vmatrix},\quad I_1=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} \varepsilon_1-\varepsilon_3 & r_3 \\ \varepsilon_2-\varepsilon_3 & r_2+r_3 \end{vmatrix},\quad I_2=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} r_1+r_3 & \varepsilon_1-\varepsilon_3 \\ r_3 & \varepsilon_2-\varepsilon_3 \end{vmatrix}.$$

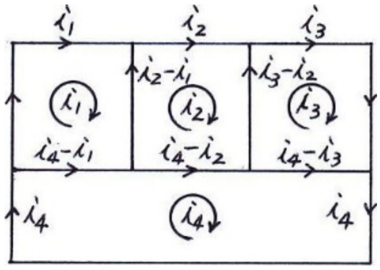
例：



j-rule $\Rightarrow I_3=I-I_1,\; I_4=I-I_2,\; I_5=I_1-I_2$.
Loop 1: $-I_1R_1-(I_1-I_2)R_5+(I-I_1)R_3=0$.
Loop 2: $-I_2R_2+(I-I_2)R_4+(I_1-I_2)R_5=0$.
Loop 3: $\varepsilon-Ir-(I-I_1)R_3-(I-I_2)R_4=0$.
(1) $(R_1+R_3+R_5)I_1-R_5I_2-R_3I=0$;
(2) $-R_5I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2-IR_4=0$;
(3) $-R_3I_1-R_4I_2+(r+R_3+R_4)I=\varepsilon$.

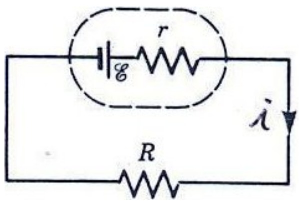
$$D=\begin{vmatrix} R_1+R_3+R_5 & -R_5 & -R_3 \\ -R_5 & R_2+R_4+R_5 & -R_4 \\ -R_3 & -R_4 & r+R_3+R_4 \end{vmatrix},\quad I=\frac{1}{D}\begin{vmatrix} R_1+R_3+R_5 & -R_5 & 0 \\ -R_5 & R_2+R_4+R_5 & 0 \\ -R_3 & -R_4 & \varepsilon \end{vmatrix}.$$

$R_{eq} = \varepsilon / I$.（另一作法：以 (1) & (2)解得 $I_1 = \alpha I$ ，$I_2 = \beta I$ ，則
$\varepsilon = Ir + \alpha I R_1 + \beta I R_2 \quad \Rightarrow R_{eq} = \varepsilon / I = r + \alpha R_1 + \beta R_2$ 。）



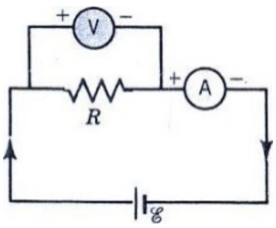
In general, assign one loop current to each independent loop,
$\because$ (# of ind. loop currents) = (# of ind. equations),
$\therefore$ the solution is unique.

Matching of Resistance



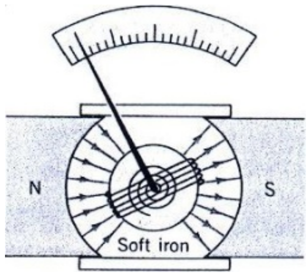
$\because \; i = \varepsilon / (R + r)$, $\therefore$ power in R: $P = I^2 R = \varepsilon^2 R / (R+r)^2$.
Maximum P at $dP/dR = \varepsilon^2 [1/(R+r)^2 - 2R/(R+r)^3] = 0$,
i.e. $R + r = 2R$, $\therefore R = r$.

Measuring Instruments

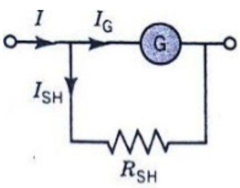


$R_A << R$
（使得 $V_A << V$ ）;
$R_V >> R$
（使得 $I_V << I$ ）。

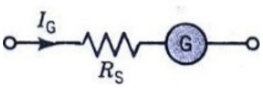
Galvanometer



$R_G = 20\Omega$ ，
滿額（full scale）
$I_G = 1\,mA$ ，
$V_G = 0.020\,volts$ 。
$(= (10^{-3} A) \times 20\,\Omega)$

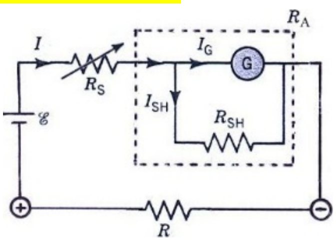


Ammeter：滿額 $I = 10\ A$ ，$R_{sh} = ?$
$R_{sh} = V_G / (I - I_G) = 0.020\,V / (10 - 10^{-3}) A = 0.0020\,\Omega$.
$R_A = R_G R_{sh} / (R_G + R_{sh}) \approx 0.0020\,\Omega$.



Voltmeter：滿額 $V = 10\,volts$ ，$R_s = ?$
$R_s = (V - V_G)/I_G = (10 - 0.020)\,V / 10^{-3}\,A = 9980\,\Omega$.
$R_V = R_s + R_G = 10000\,\Omega$.

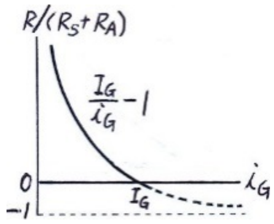
Ohmmeter



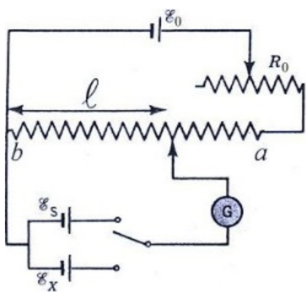
Meter 內 ε 固定，有好幾組 (R_s, R_{sh}) 以適用不同電阻範圍（ $R_s \sim R$ ）與電流範圍（ $i \sim \varepsilon / R$ ）。
$R_A = R_G R_{sh} / (R_G + R_{sh})$ ，
$i = \varepsilon / (R_s + R_A + R)$, $i_G / i = R_{sh} / (R_G + R_{sh})$ 。

歸零： $R = 0$ 時，調 R_s 直到 G 電流達滿額 I_G ，而得 i 的
滿額 $I = \varepsilon / (R_s + R_A)$ 。　當然 $I_G / I = i_G / i$ 。

放上 R ： $I/i = (R_s + R_A + R)/(R_s + R_A) = 1 + R/(R_s + R_A)$ ，
故 $R = [(I/i) - 1](R_s + R_A) = [(I_G/i_G) - 1](R_s + R_A)$ 。



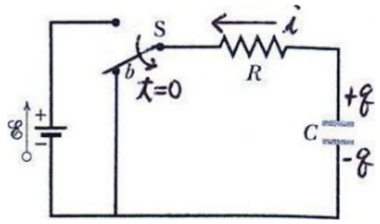
Potentiometer



ε_X 待測， ε_S 是標準電池（珍貴）， ε_0 是便宜的電池。
R_0 用來調出適當的 V_{ab} （ $V_{ab} > \varepsilon_X, \varepsilon_S$ ）。
放上 ε_S ，調 ℓ 直到 $i_G = 0$ ，而得 $\ell = \ell_S$ ；
換上 ε_X ，調 ℓ 直到 $i_G = 0$ ，而得 $\ell = \ell_X$ 。
$\varepsilon_X = (\ell_X/\ell_S)\varepsilon_S$ 。

R-C Circuit

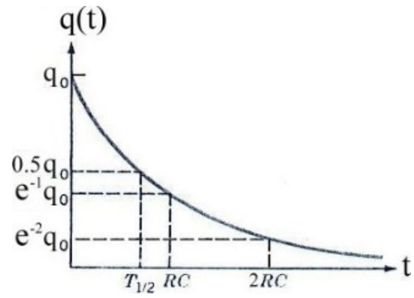
(a) Discharge



$q/C - iR = 0$, $\therefore dq/dt = -i = -q/RC$.

$\int_{q(0)}^{q(t)} dq'/q' = -(1/RC)\int_0^t dt' \quad \Rightarrow \ln[q(t)/q(0)] = -t/RC$

$\Rightarrow q(t) = q(0)e^{-t/RC} = q(0)e^{-t/\tau}$, $\tau \equiv RC$ time constant.

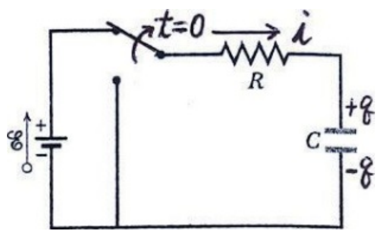


$q(\tau) = q(0)e^{-1} = 0.37q(0)$, i.e. $\tau = T_{1/e}$ $(1/e$ life).

$T_{1/2}$: $q(0)/2 = q(0)e^{-T_{1/2}/\tau} \Rightarrow T_{1/2} = \tau \ln 2 = 0.693\tau$.

$i = -dq/dt = [q(0)/RC]e^{-t/RC} = i(0)e^{-t/\tau}$.

(b) charging



$\varepsilon - iR - q/C = 0$, with $q(0) = 0$.

$dq/dt = i = (\varepsilon - q/C)/R = -(q - C\varepsilon)/RC$.

$\int_{q(0)=0}^{q(t)} dq'/(q' - C\varepsilon) = -(1/RC)\int_0^t dt' \quad \Rightarrow$

$\ln[(q(t) - C\varepsilon)/(0 - C\varepsilon)] = -t/RC \quad \Rightarrow$

$q(t) - C\varepsilon = -C\varepsilon e^{-t/RC} \quad \Rightarrow q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) = C\varepsilon(1 - e^{-t/\tau})$.

$i = dq/dt = C\varepsilon(1/RC)e^{-t/RC} = (\varepsilon/R)e^{-t/\tau} = i(0)e^{-t/\tau}$.

ε 提供能量 $q(\infty)\varepsilon$ ，但 C 只儲存 $QV/2 = q(\infty)\varepsilon/2$ ，故有一半被 R 消耗掉。

H.W.: Prob. 2, 3, 4, 6, 7, 9, 13, 15.