2014熱傳考古解答

I

(1). $q'' = h_s(T_w - T_\infty)$ h為對流熱傳係數 T_w平板溫度 T_∞為室溫.

(2) 熱量由高溫傳導至低溫

(3). 在固、液截面存在 $T_s = T_l = T_m$ $q_s'' = q_l'' + \rho V L \Rightarrow -k_s \frac{dT_s}{dx}\Big|_\delta = -k_l \frac{dT_l}{dx}\Big|_\delta + \rho V L$

其中T_m為熔点、V為δ移動速度 L為潛熱

(4) 在steady state，無熱源，1-D k=常數，的情況下，熱的傳導類似於電方程式

可改寫成：$q = \frac{\Delta T}{R_{th}}$ 其中 R_{th}即為熱阻

(5). 不考

(6) Biot Number $Bi = \frac{hL}{k}$，無因次量，指熱傳遞中，熱傳阻力與對流阻力之比)

h：熱對流係數 L=特徵長度 K：熱導率$\left(\frac{W}{m}\right)$.

II

(1) 熱傳重視熱傳遞速率，溫度為時間函數

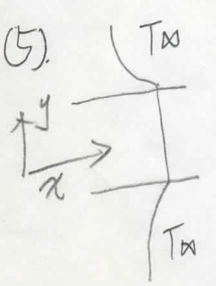
熱力学則探討平衡狀態下的平衡溫度與所需能量.

(2). ①一維 ② steady state ③ k=常數 ④無熱源.

(3). 冰箱中結霜會造成熱阻，$q = \frac{\Delta T}{R_{th}}$ $R_{th}\uparrow$ $q\downarrow$ 不利熱循環排出

(4). free convection 無需外界提供能量即可達到熱傳之目的，較省能源

(5).



fin原為2D system，不可視為熱阻，但 if $Bi = \frac{hL}{k} \ll 1$

對流>>熱傳，此時可視為1D.

則y方向幾乎無熱傳

⇒可將fin視為熱阻

(6) 固体的熱傳導主要靠 ①晶格能 ②自由电子，金屬有自由电子，是良導体，良導熱体

(7) 同(6)，結晶材料具晶格能 ⇒ 導熱係數較大.

(8) 不考.爽 XD

(9)?不可,因為臨界半徑存在的條件為 $Bi<1$,平板無 $Bi \Rightarrow$ Critical radius of insulation 不適用

(10) 熱傳公式 $q=-k\frac{\Delta T}{dx}$ ∵有溫度差就會產生傳導,⇒不可能 100% 隔絕熱傳遞

(11) 一維,無熱源,卡氏座標

(12) 不考,超爽 der~ :P.

III, V, VI 本次考試不考

IV 其熱阻可表示如下

$$\frac{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)}{2\pi kL} \qquad \frac{1}{2h\pi r_0 L}$$

$$q=\frac{T_i-T_\infty}{\frac{\ln\frac{r_0}{r_i}}{2\pi kL}+\frac{1}{2h\pi r_0 L}} \qquad \frac{dq}{dr_0}=\frac{-(T_i-T_\infty)}{\left(\frac{\ln\frac{r_0}{r_i}}{2\pi kL}+\frac{1}{2h\pi r_0 L}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{2\pi kLr_0}-\frac{1}{2h\pi Lr_0^2}\right)=0$$

$$\because T_i-T_\infty\neq 0 \Rightarrow \frac{1}{kr_0}-\frac{1}{hr_0^2}=$$

$$\Rightarrow \frac{-2\pi L(T_i-T_\infty)\left(\frac{1}{kr_0}-\frac{1}{hr_0^2}\right)}{\left(\frac{\ln\frac{r_0}{r_i}}{k}+\frac{1}{hr_0}\right)^2}=0 \Rightarrow h=\frac{k}{r_0} \Rightarrow r_0=\frac{k}{h}$$

得證

VII

$T_{\infty 1}=20°C$, $h_1=10\frac{W}{m^2°C}$ — R_1 — R_2 — T_{i1} — R_3 — T_{i2} — R_4 — R_5 — $T_{\infty 2}=-10°$, $h_2=40\frac{W}{m^2°C}$

$\frac{1}{hA}$

$$R_1=\frac{1}{10\times0.8\times1.5}=0.08333$$

$$q=\frac{20-(-10)}{R_1+R_2+R_3+R_4+R_5}=9.042W$$

$$R_2=\frac{0.004}{0.78\times0.8\times1.5}=0.00427$$

$$q_{1天}=9.042\times60\times60\times24=781233.5171W$$

$$R_3=\frac{0.01}{0.0026\times0.8\times1.5}=3.20513$$

$$\times\ 9.042=\frac{20-T_{i1}}{R_1+R_2}=\frac{20-T_{i2}}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_4=\frac{0.004}{0.78\times0.8\times1.5}=0.00427$$

$$\Rightarrow T_{i1}=19.208°C$$

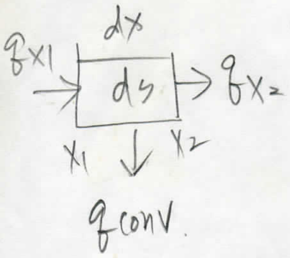
$$R_5=\frac{1}{40\times0.8\times1.5}=0.02083$$

$$T_{i2}=-9.773°C$$

III

(1) $Bi=\dfrac{hL}{k}$ if $Bi \ll 1$ 可視為 1D

(2)



$q_{x1}=q_{x2}+q_{conv}$

$$-kA\frac{dT}{dx}\Big|_{x_1}=-kA\frac{dT}{dx}\Big|_{x_2}+\int_{x_1}^{x_2}h(T-T_\infty)\,ds$$

$$\Rightarrow -kA\frac{dT}{dx}\Big|_{x_1}+kA\frac{dT}{dx}\Big|_{x_2}=\int_{x_1}^{x_2}h(T-T_\infty)\frac{ds}{dx}\,dx$$

$$\Rightarrow \int_{x_1}^{x_2}\frac{d}{dx}\left(kA\frac{dT}{dx}\right)dx=\int_{x_1}^{x_2}h(T-T_\infty)\frac{ds}{dx}\,dx$$

$$\Rightarrow \int_{x_1}^{x_2}\left[\frac{d}{dx}\left(kA\frac{dT}{dx}\right)-h(T-T_\infty)\frac{ds}{dx}\right]dx=0$$

∵ x_1 x_2 為任意數

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(kA\frac{dT}{dx}\right)-h(T-T_\infty)\frac{ds}{dx}=0$$

⇒ 又 k=常數 A=常數 $ds=P\,dx$ 代入

$$\Rightarrow kA\frac{d^2T}{dx^2}-hP(T-T_\infty)=0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}-\frac{hP}{kA}(T-T_\infty)=0$$ 得證

$\theta=\theta_b\,(T-T_\infty)$

(3). let $\theta=T-T_\infty$ $m^2=\dfrac{hP}{kA}$ $\Rightarrow m=\sqrt{\dfrac{hP}{kA}}$

則改寫上式 $\dfrac{d^2\theta}{dx^2}-m^2\theta=0$

又 $\theta(0)=T_b-T_\infty$ $\theta(\infty)=T_\infty-T_\infty=0$

設 $\theta=C_1e^{mx}+C_2e^{-mx}$

則 $\theta(0)=C_1+C_2=\theta_b \Rightarrow C_2=\theta_b-C_1$

$\Rightarrow \theta=C_1e^{mx}+(\theta_b-C_1)e^{-mx}$

→ 又 $\theta(\infty)=0 \Rightarrow C_1=0 \Rightarrow C_2=\theta_b$

$\Rightarrow \theta=\theta_be^{-mx}=(T_b-T_\infty)e^{-\sqrt{\frac{hP}{kA}}x}$

$\Rightarrow T=\theta+T_\infty=(T_b-T_\infty)e^{-\sqrt{\frac{hP}{kA}}x}+T_\infty$ #

(4).

$$\frac{dT}{dx} = (T_b - T_\infty)(-m)e^{-mx}\Big|_{x=0} = -m(T_b - T_\infty)$$

$$q = -kA\frac{dT}{dx}\Big|_{x=0} = +kAm(T_b - T_\infty) = \underline{\sqrt{hPkA}\,(T_b - T_\infty)} \text{ ※}$$

IX

$$\nabla(k\nabla T) + \dot{q} = 0.$$

$$\Rightarrow \text{圓柱座標系 } \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right) + \dot{q} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right) = -\dot{q}r$$

$$\Rightarrow rk\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2}r^2 + C_1$$

$$\Rightarrow k\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2}r + \frac{C_1}{r}$$

if $r \to 0$. $q' = -k\frac{dT}{dr}$ 存在 $\Rightarrow C_1 = 0$

$$\Rightarrow k\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2}r$$

$$\Rightarrow q' = -k\frac{dT}{dr} = \frac{\dot{q}}{2}r$$

$$\Rightarrow \underline{q'\Big|_{r=R} = \frac{\dot{q}}{2}R} \text{ ※}$$