

2010 控制理論期末考

請依題序作答, 否則不予計分。總分110分。

$$90^\circ - \tan^{-1} \frac{11.94}{4} - \tan^{-1} \frac{11.94}{3} + 180^\circ = \tan^{-1} \frac{11.94}{p-4}$$

$$-222.56^\circ - 42.56^\circ = \tan^{-1} \frac{11.94}{p}$$

$$-265.12^\circ = \tan^{-1} \frac{11.94}{p}$$

$$\tan(-42.56^\circ) = \frac{11.94}{p}$$

$$p = -8.65$$

1. 考慮 phase leading 控制器之通式如下:

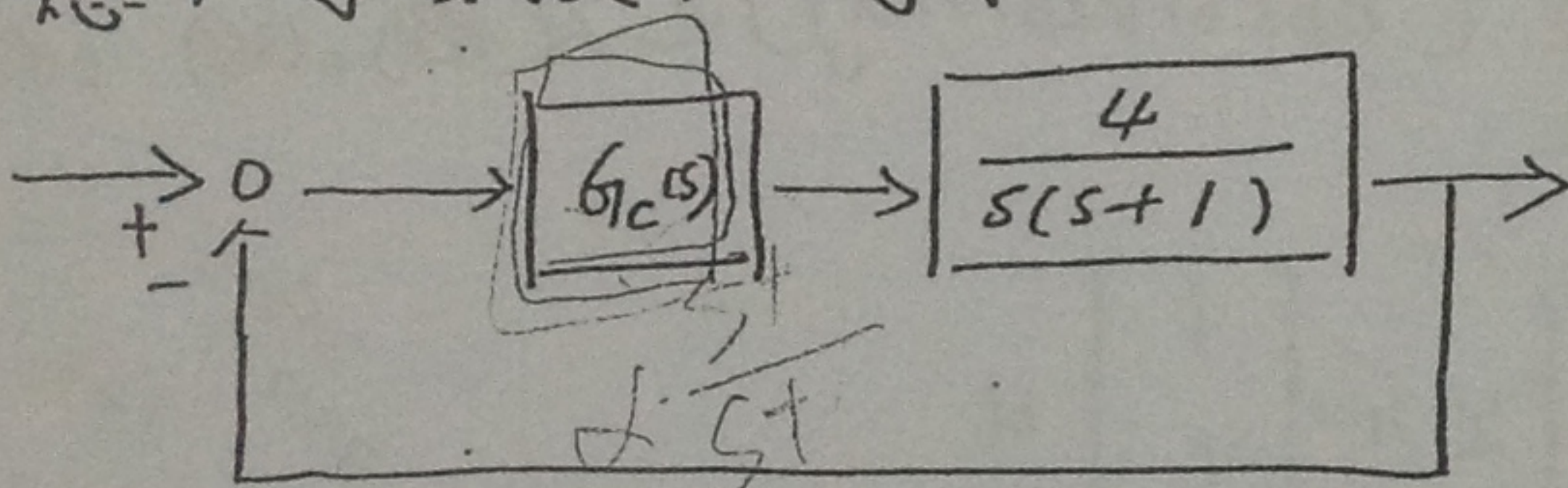
$$G(s) = \alpha \frac{s + \omega_3}{s + \omega_4}, \text{ 其中 } \alpha = \frac{\omega_4}{\omega_3}$$

① 試繪出 $G(s)$ 之完整 Bode plot (5分) 大小與相位

② 試証明其可補償之最大相位

$$\phi_m = \sin^{-1} \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \quad (10分)$$

2. 考慮下列回授控制系統



利用 Bode plot 設計方法設計 phase leading controller $G_c(s)$, 使得閉迴路系統滿足下列規格:

① $e_{ss}/ramp \leq 5\%$

② $PM \geq 45^\circ$

(25分)

3. 同上一題, 試利用 root locus 設計方法設計 phase leading controller. (25分)

沒有
在亦沒有
之極點

$$(1+j\sqrt{3})(1+j\sqrt{3})$$

$$1-j\sqrt{3}-3$$

$$-2+j\sqrt{3}$$

$$s^2 + 2s + 4 = 0$$

$$s = -1 \pm j\sqrt{3}$$

第1頁

$$1600 = \omega^4 + \omega^2$$

$$-4 - 4\sqrt{3}j\omega^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1601}}{2}$$

$$\omega = 1$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} = 0$$

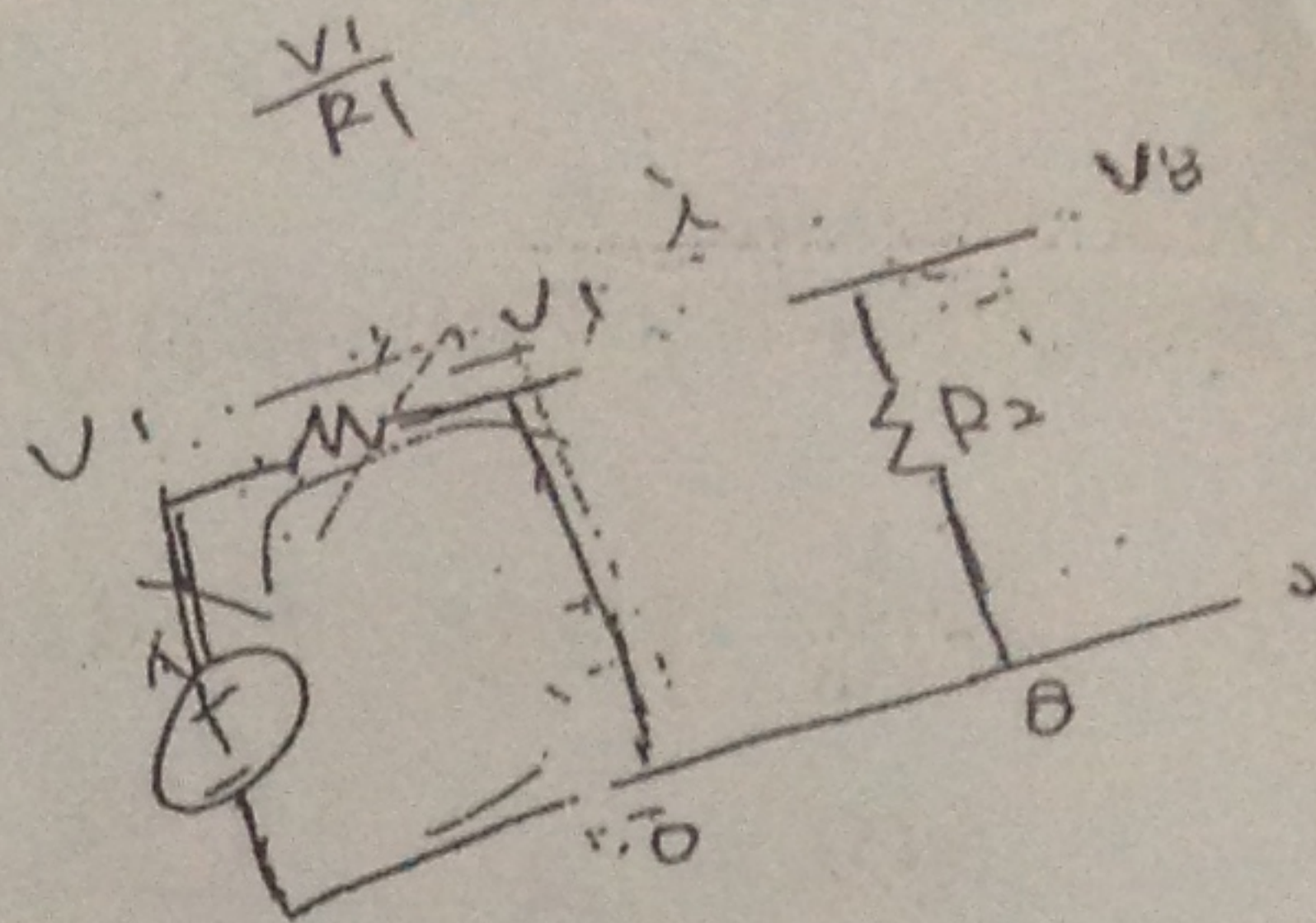
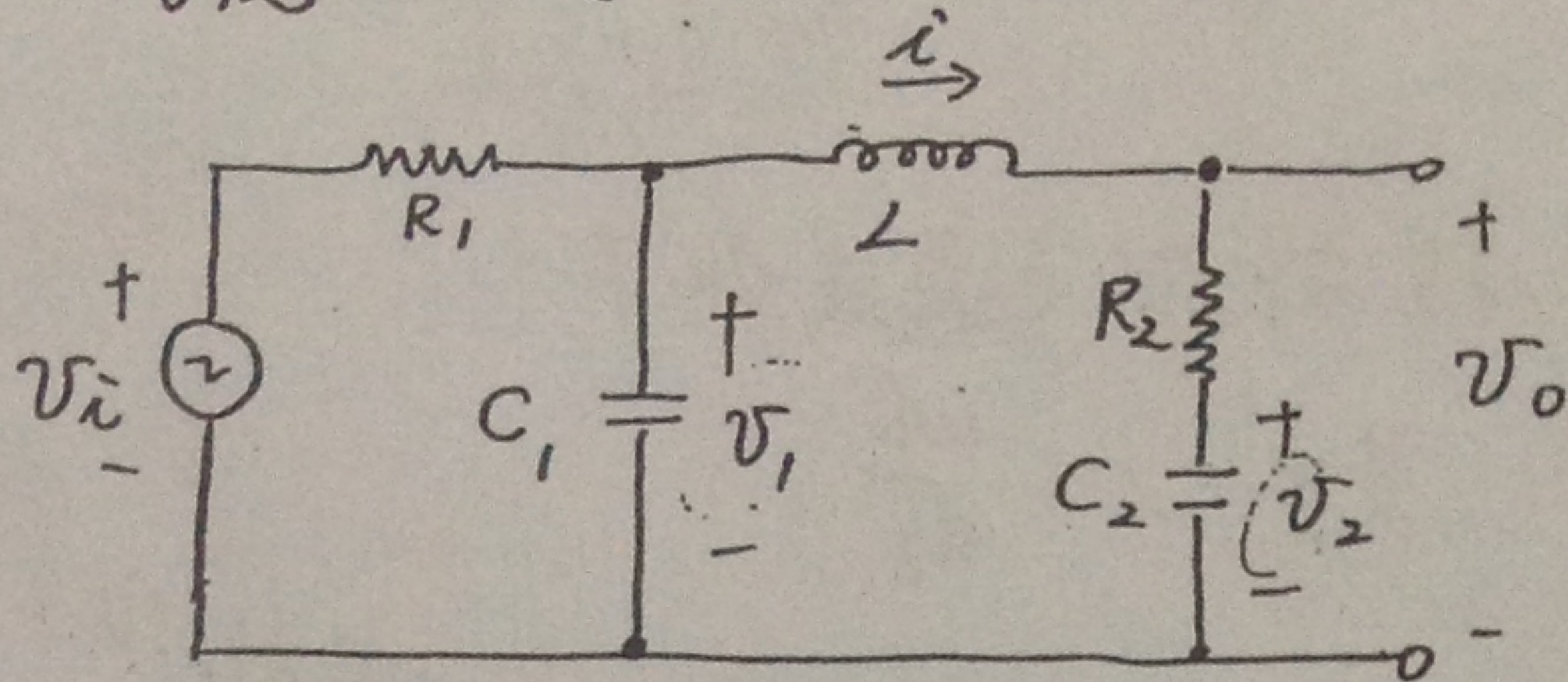
$$\frac{1}{s} = -\frac{1}{s+1}$$

$$s+1 = -s$$

$$2s = -1$$

$$s = -0.5$$

4. 考慮下列電路



以 v_1, v_2, i 為狀態變數, v_i 為輸入電壓, v_o 為輸出電壓, 試寫出此系統之狀態空間表示式。(15分)

5. ① 試述可控性 (controllability) 之定義。(3分) input
 ② 試述可觀性 (observability) 之定義。(3分) output input.
 ③ 考慮系統如下

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0 \ 2] x$$

請檢視此系統之可控性
及穩定性。(9分)

$\lambda < 0 \Rightarrow \text{stability}$
 $A - \lambda I \Rightarrow \lambda < 0 \Rightarrow \text{stability}$
 可觀性

6. 考慮下列系統

$$G(s) = \frac{s+6}{s^4 - 3s^2 + 4s + 1}$$

① 將上述系統利用 Controllable Canonical form 表示之。(4分)

Handwritten calculations for the Controllable Canonical form. It shows the polynomial $s^4 - 3s^2 + 4s + 1$ and the resulting state matrix A and input matrix B . The state matrix A is a companion matrix with the coefficients of the polynomial in the last row. The input matrix B is a column vector of ones. The output matrix C is derived from the numerator polynomial $s+6$.

CCF:
 $\dot{x} = Ax + Bu$
 $y = Cx + Du$