

107 工科系統微積分(下) 助教名字記得寫!

1. 三維曲線  $\vec{r}(t) = (\cos 2t, \sin 2t, \sqrt{5}t)$  10%
  - a. 求曲線長函數  $S(t)$ ，令  $S(0) = 0$ ；
  - b. 求曲率。
2.  $\vec{r}(t) = (2\cos \frac{S(t)}{2}, 2\sin \frac{S(t)}{2})$ ，為一質點的二維運動，其中  $S$  為曲線長， $S(t) = t^2$ ，求時間<sup>↑</sup> $t$ 時該質點的速度與加速度。 10%
3. 二維曲線  $y = x^2$ ，求  $x = 0$  點上的曲率。 10%
4. 求以下各 power series 的收斂半徑： 10%
  - a.  $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$
  - b.  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+2}{k!} x^k$
5. 求  $\ln x$  在  $x = 1$  點上的泰勒展開式並求收斂半徑。 10%
6. 函數  $f(x) = x^2 e^x$ ，求以下各函數的馬克勞倫展開式： 20%
  - a.  $\frac{d}{dx} f(x)$
  - b.  $\int_0^x f(z) dz$
7. 利用泰勒三次多項式，求  $\sin(0.2)$  的近似值。 10%
8. 判斷下列級數收斂或是發散： 10%
  - a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n(n+1)}$
  - b.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^2+k}}$
9. 計算極限：  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + \frac{1}{6}x^3}{x^5}$  10%