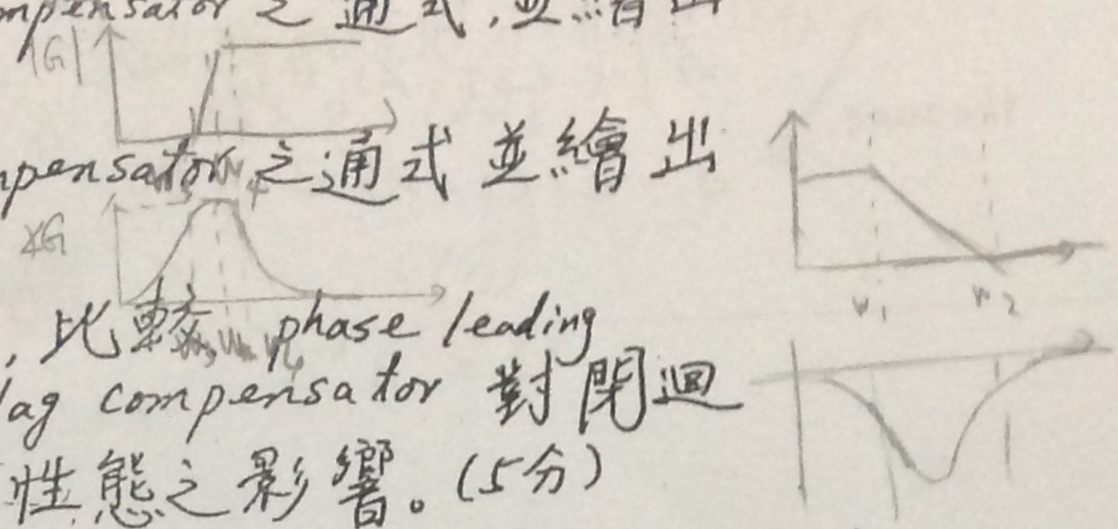
請依題序作答,否則不予計分,總分...

2012 控制理論期末考
請依題序作答,否則不予計分,總分110分。

$$G(s)=\frac{1+\frac{s}{w_3}}{1+\frac{s}{w_4}}=\alpha\frac{s+w_3}{s+w_4}$$

1. (a) 試寫出 phase leading compensator 之通式,並繪出其 Bode plot。(5分)

(b) 試寫出 phase lag compensator 之通式並繪出其 Bode plot。(5分)

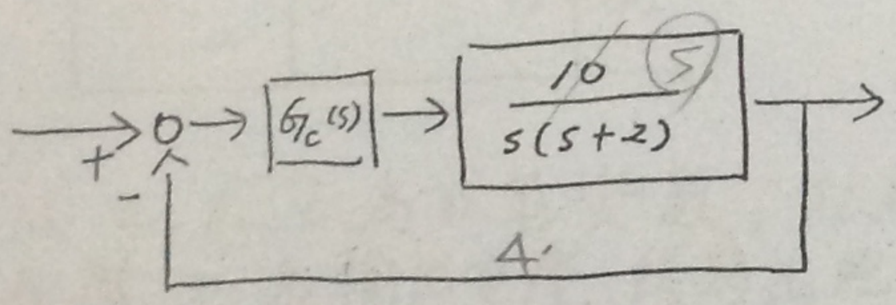


(c) 試以頻域的觀點,比較 phase leading compensator 與 phase lag compensator 對閉迴路控制系統暫態性態之影響。(5分)

phase lag: ↑ gain, e_{ss} ↓

leading: PM↑ ⇒ 暫態佳

2. 考慮下列回授控制系統



利用 Bode plot 設計方法設計 phase leading controller $G_c(s)$,使得閉迴路系統滿足下列規格:

① $e_{ss}|_{ramp} \le 5\%$ $k_v=20$

② $PM \ge 46°$ (20分)

$|oltf(jw)|_{w=w_c}=1$

$\frac{40}{jw(jw+2)}=\frac{40}{w^2+2jw}$ ⇒

$\frac{40}{w\sqrt{w^2+4}}=1$ $w=6.77\ rad/s$

$\angle oltf(jw_c)=-90°-\tan^{-1}\frac{w_c}{2}=-162.03°$

$PM=180°-162°=18°$ - 補 30°

$\phi_m=\sin^{-1}\frac{\alpha-1}{\alpha+1}$ $\alpha=3$ $10\log\sqrt{3}=4.77dB$

$\left|\frac{40}{jw_m(jw_m+2)}\right|=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $w_m=8.31\ rad/s$

$w_3=\frac{w_m}{\sqrt{\alpha}}$ $w_4=w_m\cdot\sqrt{\alpha}$

$\zeta=\frac{PM}{100}$ ⇒ $PM=45°$ $\zeta\approx0.45$

$\theta=\cos^{-1}\zeta=63.5°$

$\tan 63.5°=\frac{x}{1}$ ⇒ $x=2$

3. 同上一題,試利用 root locus 設計 phase lag controller。(20分)

④ 試述一線性系統與其 Adjoint system (伴隨系統) 之 stability, Controllability 及 Observability 的關係,並證明之。(15分)

Linear system

$w_d=\sqrt{1-\zeta^2}\,w_n=7.94$

$\therefore k\left|\frac{s}{s(s+2)}\right|_{s=-1\pm2j}=1$

$\Rightarrow k=\frac{5}{8}$

$k_v=\lim_{s\to0} s\cdot oltf(s)=\frac{5}{2}\Rightarrow e_{ss}|_{ramp}=\frac{1}{k_v}=\frac{2}{5}=40\%$

$G_c(s)=k\frac{s+z}{s+p}$ $oltf(s)=k\frac{s+z}{s+p}\frac{5}{s(s+2)}$

$t_s=1s$ $t_s\approx4\tau$

$\tau=\frac{1}{\zeta w_n}$ $\zeta=0.45$ $w_n=8.89$

5、考慮下列系統

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 3]\, x$$

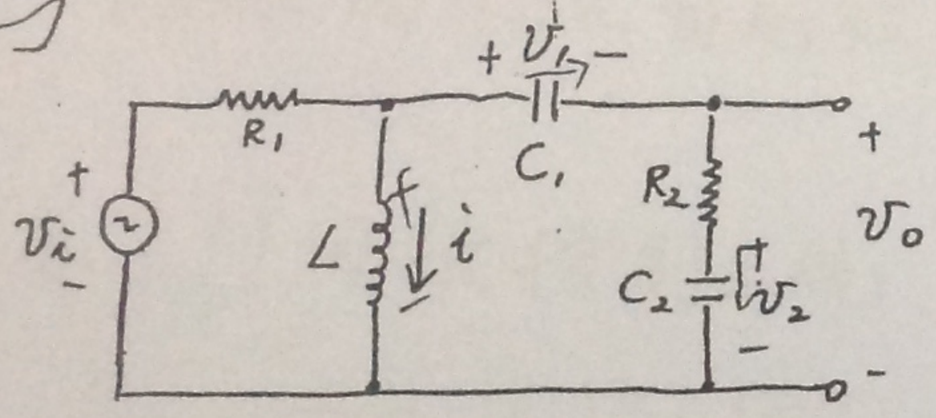
(a) 以積分器為基礎，繪出此系統的方塊圖。(5分)

(b) 令 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$ 試求 $e^{At} = ?$ (8分)

(c) 試求轉移函數 $\frac{Y(s)}{U(s)} = ?$ (7分)

$C(sI-A)^{-1}B + D$

6、(a) 考慮下列電路



以 v_1, v_2, i 為狀態變數，v_i 為輸入電壓，v_o 為輸出電壓，試寫出此系統之狀態空間表示式。(12分)

(b) 轉移函數如下：

$$G(s) = \frac{2s^3 + 11s^2 + 19s + 11}{(s+1)^2 (s+2)^2}$$

將上述系統以 Jordan form 表示之。(8分)

$$G(s) = \frac{A}{(s+1)} + \frac{B}{(s+1)^2} + \frac{C}{(s+2)} + \frac{D}{(s+2)^2}$$

$$(s+1)(s+2)^2 A + (s+2)^2 B + (s+1)^2 (s+2) C + (s+1)^2 D$$

$$= A(s^3 + 5s^2 + 8s + 4) + B(s^2 + 4s + 4) + C(s^3 + 4s^2 + 5s + 2) + D(s^2 + 2s + 1)$$

$$= (A+C)s^3 + (5A + B + 4C + D)s^2 + (8A + 4B + 5C + 2D)s + 4A + 4B + 4C + D$$

$$= 2s^3 + 11s^2 + 19s + 11$$