

107 上 微積分 第三次期中考 12/21

考試時間:15:10~17:00

1 D 為直線 $y=x$, 曲線 $y = \frac{2}{x} - 1$ 與 x 軸圍成的區域

a. 求出 D 之面積 a 10% b, c 對一題得 10% 兩題得 15%

b. 利用圓盤法求出 D 對 x 軸旋轉之旋轉體體積

c. 利用剝殼法求出 D 對 x 軸旋轉之旋轉體體積

2 求以下各積分

30%

a. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x \, dx$ b. $\int \frac{1}{x^2-1} \, dx$ c. $\int \frac{1}{x^2+2x+x} \, dx$

d. $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} \, dx$ e. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+4\cot x}{4-\cot x} \, dx$ f. $\int \sqrt{1-\sin x} \, dx$

3 求以下各瑕積分

10%

a. $\int_0^{\infty} x e^{-x} \, dx$

b. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x-1}} \, dx$

4 求以下各極限

15%

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+rx)^{\frac{1}{x}}$ r 為實數

5 利用分部積分法求出積分

20%

a. 用分部積分求出 $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$

($\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, 且被積函數為 1 和 $\sqrt{1-x^2}$ 之積)

b. 函數 $f(x)$ 定義為 $f(x) = \int_1^x \sin \pi t^3 \, dt$

求出 $\int_0^1 x f(x) \, dx$

姓名 學號 助教姓名記得寫在答案卷上