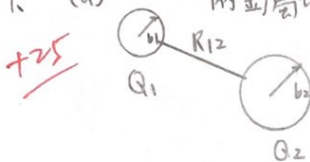


國立成功大學		學年度第	學期考試試卷	107年12月5日
National Cheng Kung University Examination Sheet for Academic Year:				Semester: Year Month Day
姓名 Name	望月如	科目名稱 Subject Name	電磁學	教師簽章 Signature of Instructor
學號 Student No.	E94056233	評閱成績 Score	100	
院系 College	工學院 工科系 三年 班			

1. (a) P.99~P.101 兩金屬球用導線相連形成等電位, 而 $Q_1 + Q_2 = Q$



$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 b_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 b_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$\text{電場強度 } E_{1n} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 b_1^2}, E_{2n} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 b_2^2}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right) = \frac{b_2}{b_1}$$

⇒ 由此可知, 電場強度與半徑成反比

∴ 曲率半徑愈小者, 其電場強度愈大

避雷針原理: (環境) 帶電的積雨雲, 潮溼的空氣, 較高建物, 建物頂端電器形成等位面

積極的方法

otherwise 落雷會隨時擊落

∴ 避雷針曲率半徑小 ∴ 電場強度大, 當其電場強度大到足以克服潮溼空氣的 dielectric strength 時, 會使空氣產生絕緣破壞而開始導電, 如此便可以將積雨雲中的電荷傳導下來。

△絕緣破壞: 在絕緣材料施加電場 E , 會使材料內部產生極化, 正負電荷分離的現象, 當外加電場大到可以使正負電荷完全分離形成自由電荷, 此時便形成絕緣破壞, 絕緣材料具導電性。

(b) modified postulate $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0} + \frac{\rho_{pv}}{\epsilon_0}$
P.95, P.100

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0} - \frac{\nabla \cdot \vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_v$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$$

在 linear, isotropic medium 中 $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$

linear: $|\vec{P}| \propto |\vec{E}|$

isotropic: χ_e is independent of \vec{E}

ρ_v : 自由電荷的體電荷密度 (C/m^3)

ρ_{pv} : 材料內極化的體電荷密度 (C/m^3)

ϵ_0 : 真空介電常數

\vec{P} : 極化向量 (C/m^2)

\vec{D} : 電位移 (C/m^2)

χ_e : 電極化率

ϵ_r : 介電常數

ϵ : 電容率 (C/Vm)

\vec{E} : 電場 (Vm)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

ϵ 是用來描述電場與電位移之間的關係 $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$

ϵ 愈大, 極化現象愈明顯 $\Rightarrow \vec{D}$ 愈大

dielectric strength 則是用來描述形成絕緣破壞所須外加的最大電場強度

→ 與極化率有關 極化率愈大, 單位電場所誘發的電偶極的數目愈大

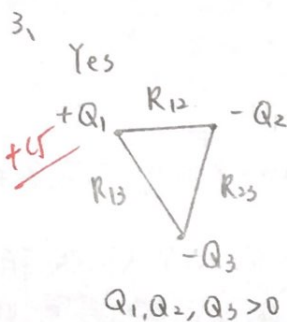
⇒ 所須克服的電偶極愈多

(續寫轉背頁) ⇒ 欲形成絕緣破壞所須外加的電場愈大

$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
 $\int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
 $E_1 t \Delta W - E_2 t \Delta W = 0 \Rightarrow E_1 t = E_2 t$
 $\frac{D_1 t}{\epsilon_1} = \frac{D_2 t}{\epsilon_2}$
 $D_1 t, D_2 t ?$

$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \Rightarrow -\hat{a}_{n1} \cdot \vec{D}_1 \Delta s - \hat{a}_{n2} \cdot \vec{D}_2 \Delta s = Q$
 $\hat{a}_{n2} \cdot \vec{D}_1 \Delta s - \hat{a}_{n2} \cdot \vec{D}_2 \Delta s = Q$
 $\hat{a}_{n2} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \frac{Q}{\Delta s} = \rho_s$
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
 $\hat{a}_{n2} \cdot (\epsilon_1 \vec{E}_1 - \epsilon_2 \vec{E}_2) = \rho_s$

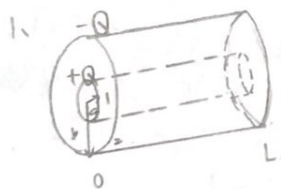
if $\rho_s = 0 \Rightarrow D_{1n} = D_{2n} \Rightarrow \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n} \Rightarrow \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$



Δ 不能用 $W_e = \frac{1}{2} \int_V \epsilon |\vec{E}|^2 dV$: 前面做的假设 ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$)
 但是很明显的这些电荷分布并不是均匀的
 $W_e = \frac{Q_1(-Q_2)}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_1(-Q_3)}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{(-Q_2)(-Q_3)}{4\pi\epsilon_0 R_{23}}$
 $= -\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} - \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}}$
 $\vec{F}_g = -\nabla W_e$

由此例可看出, 电位能 W_e 也有可能是负值
 若 W_e 为正的, 表示电荷聚集须要外加向内的力
 避免电荷因斥力排开, 相反若 W_e 为负的, 表示须外加向外的力, 避免
 电荷因吸引力而相吸。

Part B.



$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$
 $\vec{E} = E_r \hat{a}_r \cdot d\vec{s} = r d\phi dz \hat{a}_r$
 $Q = \oint_S \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{s} = \epsilon \int_0^{2\pi} \int_0^L E_r r d\phi dz = 2\pi L \epsilon E_r r$

$E_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon L r} \quad \vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon L r} \hat{a}_r \quad d\vec{l} = dr \hat{a}_r$

$V_{12} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_b^a \frac{Q}{2\pi\epsilon L r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

$C = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$