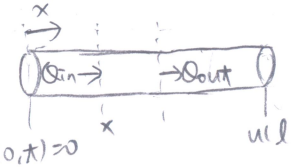
（裝　　訂　　線）

國立成功大學　　學年度第　　學期考試試卷 National Cheng Kung University Examination Sheet for Academic Year:　　Semester:　　年 Year　月 Month　日 Day					
姓名 Name		科目名稱 Subject Name		教師簽章 Signature of Instructor	
學號 Student No.					
院系 College	學院 系 年 班 College Department Year Class	評閱成績 Score			

1.(a)



⇒First Law of Thermodynamics ⇒ $dU=\delta Q-\delta W$（$\delta W=0$）

根據 Fourier 傳導定律 ⇒ $\dot{Q}\propto\frac{du}{dx}\Rightarrow\dot{Q}=-kA\frac{du}{dx}$

$\therefore dt\left[\dot{Q}_{in}-\dot{Q}_{out}\right]=\frac{dU}{dt}\cdot dt$

$\Delta U=m\cdot c\cdot\Delta T\Rightarrow\frac{dU}{dt}=\underbrace{m}_{\rho\cdot A\cdot dx}\cdot c\cdot\frac{du}{dt}$（$\rho$=密度, A=截面積, C:比容）

$\Rightarrow(\dot{Q}_{in}-\dot{Q}_{out})=\frac{dU}{dt}=\rho\cdot A\cdot dx\cdot c\cdot\frac{du}{dt}$

$\Rightarrow\left[-k\cdot A\cdot\frac{du}{dx}\Big|_{in}\right]-\left[-k\cdot A\cdot\frac{du}{dx}\Big|_{out}\right]=\rho A\cdot dx\cdot c\cdot\frac{du}{dt}$

$\Rightarrow k\cdot\frac{\partial^2u}{\partial x^2}=\underbrace{\rho c}_{\text{令}=\alpha}\frac{\partial u}{\partial t}\Rightarrow\frac{\partial u}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2u}{\partial x^2}$

(b) $\begin{cases}u(0,t)=u(l,t)=0\\u(x,0)=f(x)\end{cases}$

設 $u(x,t)=\psi(x)\phi(t)=(\sin\frac{n\pi}{L}x)\cdot e^{-\alpha t}$

$\Rightarrow f(x)=u(x,0)=\psi(x)=\sin\frac{n\pi}{L}x$ 又代表大小為 1 的 function

$\therefore$ 修正 $\Rightarrow f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\cdot\sin\frac{n\pi}{L}x$ ⇒ odd function

若再加入 even function $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos\frac{n\pi}{L}x+b_n\sin\frac{n\pi}{L}x)$ ※