

# 107 上 微積分 第一次期中考 10/26

學號\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 助教姓名\_\_\_\_\_

考試時間:15:10~17:00

1. 函數 $f(x) = (x^2 - 1)$ ，則  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$  20%

a. 寫下 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ 之嚴格定義

b. 由定義證明 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

2. 已知 $\lim_{x \rightarrow c} 1 = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow c} x = c$ ， 10%

利用極限法則計算 $\lim_{x \rightarrow c} (x^2 + 2)$ 之值(說明你用的法則)

3. a. 敘述中間值定理 20%

b 若連續函數 $f(x)$ 在區間 $[-1, 1]$ 上值均大於零( $f(x) > 0$ )，證明

方程式 $(x^2 - 1)f(x) = 0$ 有一解介於 1.4 與 1.5 之間

4. 利用 $\lim_{h \rightarrow 0} h = 0$ ， $\lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$ 與極限的法則推導以下微分公式： 10%

a.  $\frac{d}{dx} x^5$       b.  $\frac{d}{dx} \sqrt{x}$

5. 計算以下各微分： 20%

a.  $\frac{d}{dx} \left( \frac{x}{x^2+1} \right)$       b.  $\frac{d}{dx} (\sin^2 x)$       c.  $\frac{d}{dx} (x \tan x)$       d.  $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x)$  (需要推導)

6. 判斷 $f'(0)$ 是否存在 10%

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

7. 計算極限值 10%

a.  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \tan \theta}$       b.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan x}{\sin x - \cos x}$