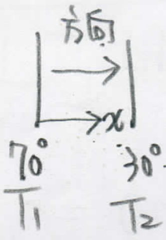
2013熱傳考古

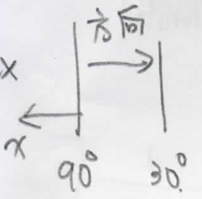
1.

(1) q = heat flux = $\frac{W}{m^2}$ k = 導熱性: $\frac{W}{m\cdot C}$ $\frac{dT}{dz}$: 沿z軸方向的溫度梯度變化: $\frac{^\circ C}{m}$

(2) $q'' = -k\frac{dT}{dx}$ ex: 

加上一負號是為使方向正確 → 加一負號使方向正確

$q'' = -k\frac{T_2-T_1}{dx}$ ∵ $T_2-T_1<0$.

(3) 正確,因為方向(座標)可由我們自行訂定 ex 

$q'' = k\frac{T_2-T_1}{dx}$ ⇒ 負值 則熱傳方向也是負值.

II.

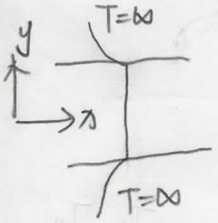
(1) 發熱衣材質會吸收溼氣後放出凝結熱

(2) 1維 steady state, 無熱源, k=常數

(3) 霜會產生熱阻 $q=\frac{\Delta T}{R_{th}}$ R_{th}↑ ⇒ q↓ 使冰箱熱傳↓散熱慢

(4) 水冷式散熱較氣冷式好,但在戰場上,水冷式散熱一旦壞掉 tank即無法運作 故選擇故障性較小的氣冷式

(5) fin原不可視為熱阻,因其為2D system,但 if $Bi=\frac{hL}{k}\ll 1$ 則此時



y方向幾乎無熱傳,對流>>熱傳,可視為1D system

⇒ fin因此可視為熱阻

(6) 本次不考.哈哈哈.

(7) 石墨導熱快,便宜 故現非常多電子產品中,含有石墨,做散熱

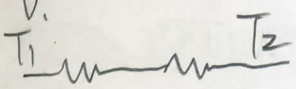
(8) 不考

(9) ①捨去尾部的誤差 ② rounding error (四捨五入造成的誤差)

(10) ∵春天→夏天時, sun直射赤道~北緯23.5°間,為北半球南邊,故向南花樹為春

(iii) 由熱傳公式 $q=-kA\frac{dT}{dx}$ 知 只要有溫度的差,便會有熱傳導效應,因此無法100%絕熱。

V.



熱阻 $= \dfrac{\ln(\frac{r_0}{r_1})}{2\pi kL} + \dfrac{1}{2h\pi r_0 L} \Rightarrow q = \dfrac{T_2-T_1}{\dfrac{\ln(\frac{r_0}{r_1})}{2\pi kL}+\dfrac{1}{2h\pi r_0 L}}$

$\dfrac{\ln(\frac{r_0}{r_1})}{2\pi kL}$ $\dfrac{1}{2h\pi r_0 L}$

$$\frac{dq}{dr_0}=\frac{T_2-T_1}{\left(\frac{\ln r_0/r_1}{2\pi kL}+\frac{1}{2h\pi r_0 L}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{2\pi k r_0 L}-\frac{1}{2h\pi r_0^2 L}\right)=0 \quad —①$$

將①式整理後:

$$\frac{\overset{①}{(2\pi L)}\overset{②}{(T_2-T_1)}\overset{③}{\left(\frac{1}{kr_0}-\frac{1}{hr_0^2}\right)}}{\underset{④}{\left(\frac{\ln r_0/r_1}{k}+\frac{1}{hr_0}\right)^2}}=0$$

∵ ①②④ 皆 $\neq 0$ $\Rightarrow$ ③ $=0$

$\Rightarrow kr_0 = hr_0^2 \Rightarrow r_0=\dfrac{k}{h}$ 得證

VIII

(i) $x=0$ 則 $T_1=T_2=T$ $\quad k_1\frac{dT_1}{dx}\Big|_{x=0}=k_2\frac{dT_2}{dx}\Big|_{x=0}$

$x=-a$ $T_1=T_A$, $x=b$ $T_2=T_B$

(ii) ∵ steady-state $\Rightarrow \dfrac{d^2T}{dx^2}=0$

$$\Rightarrow\begin{cases}T_1=A_1x+B_1\\T_2=A_2x+B_2\\\frac{dT_1}{dx}=A_1 \quad \frac{dT_2}{dx}=A_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}T_1=A_1x+B_1\\T_2=A_2x+B_2\\B_1=B_2=T\\k_1A_1=k_2A_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}T_A=A_1(-a)+B_1 \quad —①\\T_B=A_2(b)+B_2 \quad —②\\B_1=B_2=T\\A_1=\frac{k_2}{k_1}A_2\end{cases}$$

①−②: $T_A-T_B=\dfrac{k_2}{k_1}A_2(-a)-A_2(b)$ $\Rightarrow A_2=\dfrac{T_B-T_A}{\frac{k_2}{k_1}a+b}$ $\quad A_1=\dfrac{k_2}{k_1}A_2=\dfrac{T_B-T_A}{a+\frac{k_1}{k_2}b}$

將 A_2 代回 ② 解 $B_2=T_B-\dfrac{T_B-T_A}{\frac{k_2}{k_1}\cdot\frac{a}{b}+1}$ $\quad B_1=T_B-\dfrac{T_B-T_A}{\frac{k_2a}{k_1b}+1}$

將 A_1 B_1, A_2, B_2 代回原式即可求材料①材料②的 T_1 T_2 方程式

IX

環境溫度 $T=10^\circ C$ $\quad h=12\,\frac{W}{m^2\cdot{}^\circ C}$ $\quad k=1.2\,\frac{W}{m\cdot{}^\circ C}$ $\quad$ 40cm thick

$$\Rightarrow \ddot{q} = -k\,\frac{(T_x-100)}{0.4} = h\,(T_x-10)$$

$$\Rightarrow \ddot{q} = -1.2\times\frac{(T_x-100)}{0.4} = 12\,(T_x-10) \Rightarrow -3T_x+300 = 12T_x-120 \Rightarrow 15T_x = 420 \Rightarrow T_x = \underline{28}$$

$$\Rightarrow \ddot{q} = -1.2\times\frac{(28-100)}{0.4} = 216\,\frac{W}{m^2} \qquad Ans: 216\left(\frac{W}{m^2}\right)$$

X

$$\nabla\cdot(k\nabla T)+\dot{q}=0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(k\cdot r\frac{dT}{dr}\right)+\dot{q}=0 \Rightarrow \frac{d}{dr}\left(k\cdot r\frac{dT}{dr}\right)=-\dot{q}r \Rightarrow k\cdot r\frac{dT}{dr}=-\frac{1}{2}\dot{q}r^2+C_1$$

$$k\frac{dT}{dr}=-\frac{1}{2}\dot{q}r+\frac{C_1}{r},\ \text{又 if } r\to 0\ \ q''=-k\frac{dT}{dr}\ \text{存在} \Rightarrow C_1=0$$

$$\Rightarrow k\frac{dT}{dr}=-\frac{1}{2}\dot{q}r=-q'' \Rightarrow q''\Big|_{r=R}=+\frac{1}{2}\dot{q}R \qquad Ans: \underline{\frac{1}{2}\dot{q}R}$$