Polarización

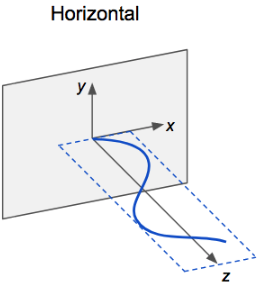
Pablo E. Etchemendy

Física 2

2020

Ondas transversales

- Consideremos el problema de la cuerda elástica.
- La perturbación del sistema puede ocurrir en dos direcciones perpendiculares:



Ondas transversales

- La ecuación de ondas clásica describe la perturbación en ambas direcciones, ψ_x y ψ_y:

$$\frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2}$$
$$\frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2}$$

- Ambas están desacopladas.
- Esto significa dos cosas:
  - Cada una obedece a sus propias condiciones iniciales.
  - Cada una puede ser forzada independientemente.
- La combinación puede dar lugar a comportamientos interesantes.

Ondas transversales

- Ejemplo, cuerda rotante:

$$\psi_x = A_x[\sin(kz - \omega t) + \sin(kx + \omega t)] = 2A_x \sin(kz)\cos(\omega t)$$

$$\psi_y = A_y[\cos(kz - \omega t) - \cos(kx + \omega t)] = 2A_y \sin(kz)\sin(\omega t)$$

- En forma vectorial:

$$\mathbf{\Psi} = \psi_x \mathbf{x} + \psi_y \mathbf{y} = 2\sin(kz)[A_x \cos(\omega t)\mathbf{x} + A_y \sin(\omega t)\mathbf{y}]$$

- Si $A_x = A_y$, cada elemento de la cuerda describe un círculo alrededor de su posición de equilibrio:
    - ψ_x oscila como $\cos(\omega t)$.
    - ψ_y oscila como $\sin(\omega t)$.
    - El desfasaje entre componentes es $\pi/2$.
- Si las amplitudes son distintas, describen una elipse.

Polarización

- Propiedad de las ondas transversales en un plano: cuerda, electromagnetismo. (Ondas EM también verifican ecuación de ondas clásica!)
- La perturbación tiene dos componentes ortogonales: ψ_x y ψ_y.
- La relación de fases y amplitudes entre ambas:

$$\begin{cases} \psi_x = A_x e^{i\phi_x} \\ \psi_y = A_y e^{i\phi_y} \end{cases}$$

da lugar a diferentes *polarizaciones* de la onda:

$$\Psi = (\psi_x \mathbf{x} + \psi_y \mathbf{y}) e^{i(kz-\omega t)}$$

Tipos de polarización

- Tres tipos de polarización:
  - lineal
  - circular
  - elíptica

Tipos de polarización

- Tres tipos de polarización:
  - lineal
  - circular
  - elíptica
- El campo electromagnético presenta un cuarto tipo:
  - Algunas fuentes emiten radiación cuya polarización cambia *aleatoriamente* en un tiempo *muy* corto.
  - Un detector con baja resolución temporal no es capaz de determinar la polarización.
  - A estas fuentes se las denomina *no polarizadas*.
  - Ejemplo: luz natural.

Notar que esta categoría proviene de las características de los detectores.

Tipos de polarización: Lineal

Polarización lineal:

- Ambas perturbaciones están *en fase* o en *contrafase*:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (A_x e^{i\phi}\mathbf{x} \pm A_y e^{i\phi}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}\\ &= (A_x\mathbf{x} \pm A_y\mathbf{y})e^{i\phi}e^{i(kz-\omega t)}\\ &= (A_x\mathbf{x} \pm A_y\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t+\phi)}\end{aligned}$$

- Tomando parte real y separando en componentes:

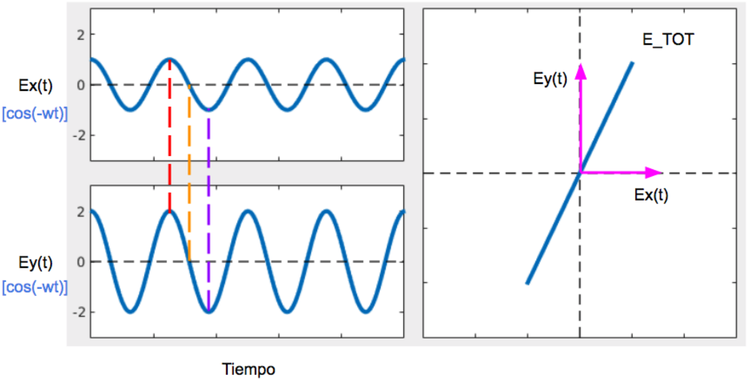
$$\begin{cases}\mathbf{E}_x = A_x\cos(kz-\omega t+\phi)\mathbf{x}\\ \mathbf{E}_y = \pm A_y\cos(kz-\omega t+\phi)\mathbf{y}\end{cases}$$

- El vector campo eléctrico está contenido en un plano cuya inclinación θ respecto al plano xz está dada por:

$$\tan(\theta) = \pm\frac{A_y}{A_x}$$

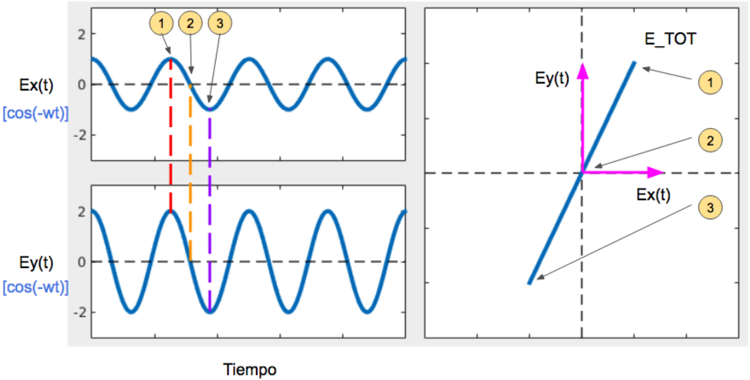
Tipos de polarización: Lineal

Analicemos el campo en función del tiempo para una posición fija ($z = 0$):



Tipos de polarización: Lineal

Analicemos el campo en función del tiempo para una posición fija ($z = 0$):



- Ambas componentes alcanzan máximos, ceros y mínimos al mismo tiempo.
- La relación de amplitudes da el ángulo del plano de polarización: $\tan(\theta) = A_y/A_x$. En este caso, $\tan(\theta) = 2$, luego $\theta \simeq 63^{\underline{o}}$.

Tipos de polarización: Circular

Polarización circular:

- Ambas perturbaciones tienen *igual amplitud* y están en *cuadratura*:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= A(\mathbf{x} + e^{\pm i\pi/2}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \\ &= (Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x} + Ae^{i(kz-\omega t)}e^{\pm i\pi/2}\mathbf{y}) \\ &= (Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x} \pm Aie^{i(kz-\omega t)}\mathbf{y}) \end{aligned}$$

- Tomando parte real y separando en componentes:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_x &= A\cos(kz-\omega t)\mathbf{x} \\ \mathbf{E}_y &= \mp A\sin(kz-\omega t)\mathbf{y} \end{cases}$$

- Para una posición fija, el vector campo eléctrico describe un círculo en el plano xy. A medida que avanza, describe una espiral.

Tipos de polarización: Circular

El campo eléctrico puede girar en dos sentidos distintos, lo que da lugar a dos tipos de polarización circular:

- Izquierda, sentido de giro **anti-horario**:

$$\mathbf{E} = A(\mathbf{x} + i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$
$$\Re[\mathbf{E}] = A\cos(kz-\omega t)\mathbf{x} - A\sin(kz-\omega t)\mathbf{y}$$

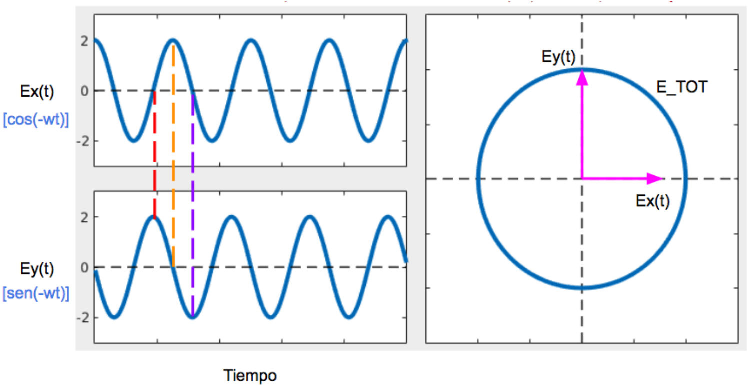
- Derecha, sentido de giro **horario**:

$$\mathbf{E} = A(\mathbf{x} - i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$
$$\Re[\mathbf{E}] = A\cos(kz-\omega t)\mathbf{x} + A\sin(kz-\omega t)\mathbf{y}$$

- La **convención** es la siguiente:
  - El campo está evaluado en una *posición* fija.
  - Se observa desde el *receptor*.

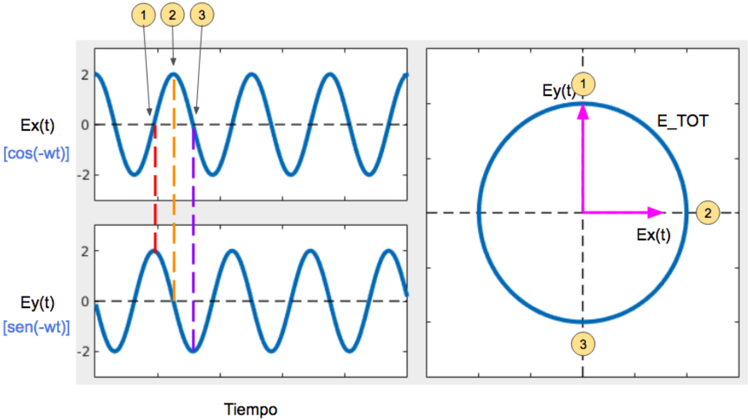
Tipos de polarización: Circular

Analicemos el campo en función del tiempo para una posición fija ($z = 0$):



Tipos de polarización: Circular

Analicemos el campo en función del tiempo para una posición fija ($z = 0$):



- Cuando una componente alcanza un extremo, la otra alcanza un cero. Como $A_x = A_y$, el campo eléctrico describe un círculo.
- Sentido de giro horario visto desde el receptor (nosotros): circular **derecha**.

Tipos de polarización: Elíptica

Polarización elíptica

- Relación de amplitudes y fases *arbitraria*:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (A_x\mathbf{x} + A_y e^{i\epsilon}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \\ &= (A_x e^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x} + A_y e^{i(kz-\omega t)}e^{i\epsilon}\mathbf{y})\end{aligned}$$

- Tomando parte real y separando en componentes:

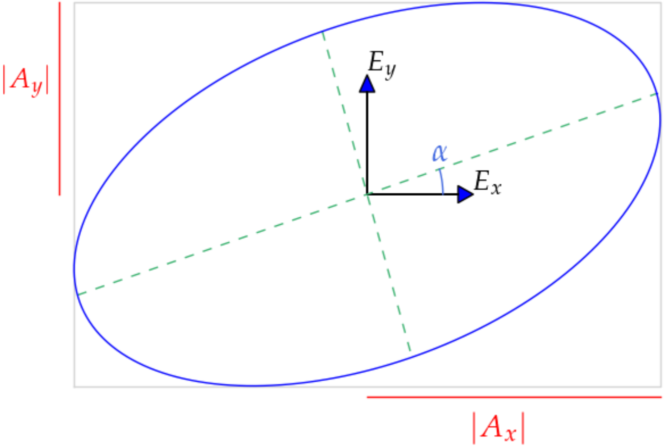
$$\begin{cases}\mathbf{E}_x = A_x \cos(kz - \omega t)\mathbf{x} \\ \mathbf{E}_y = A_y \cos(kz - \omega t + \epsilon)\mathbf{y}\end{cases}$$

- Para una posición fija, el vector campo eléctrico describe una elipse en el plano xy.
- Puede considerarse como el caso general, comprende a los otros dos:
  - Un círculo es una elipse cuyos focos coinciden.
  - Una elipse con un semieje muy pequeño es prácticamente una recta.

Tipos de polarización: Elíptica

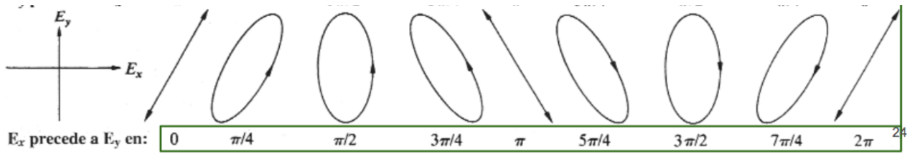
Importante: la elipse puede estar inclinada en un ángulo α respecto al eje x:

$$\tan(2\alpha) = \frac{2A_x A_y \cos(\epsilon)}{A_x^2 - A_y^2}$$



Hecht, 5ta ed. Sec 8.1.3, Fig 8.8, p. 343

- Modificar el desfasaje ϵ (indicado abajo de cada caso) modifica el ángulo de inclinación y el tamaño de los semiejes *simultáneamente*. Además, A_x y A_y no necesariamente coinciden con los tamaños de los semiejes.



Hecht, 5ta ed., Sec 8.1.3, Fig 8.9, p. 343

- Por lo tanto:
  - Si el desfasaje es $\pm\pi$, obtenemos luz lineal: la podemos pensar como una elipse con un semieje muchísimo mayor que el otro. El ángulo de inclinación se obtiene como en el caso lineal.
  - Si $A_x = A_y$, el ángulo de inclinación siempre es 45º, ya que $\tan(2\alpha) = \infty$. Salvo que además $\epsilon = \pm\pi/2$, en ese caso la polarización es circular y no tiene sentido definir α.
  - Si el desfasaje es $\pm\pi/2$, A_x y A_y coinciden con los semiejes.
- Moraleja: Siempre que sea posible, fijar el sistema de coordenadas en los semiejes.

Tipos de polarización: Aleatoria

Polarización aleatoria:

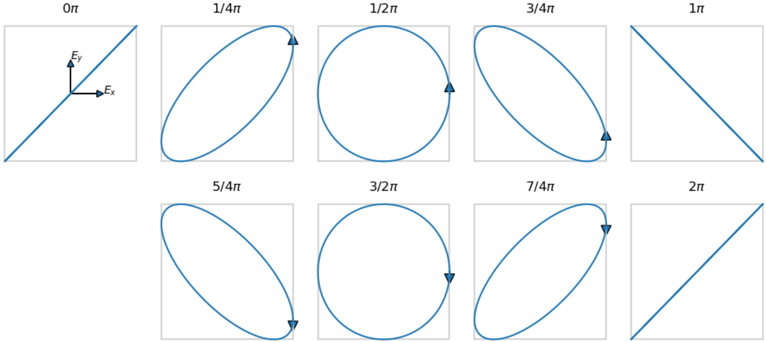
- Fuente que **no** tiene dirección preferencial de emisión: numerosos emisores independientes, orientados de diferente forma.
- Trenes de ondas breves (~ 10 ns), cada uno con polarización aleatoria.
- Descripción útil:

$$\mathbf{E} = A(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$

  donde ξ es una variable aleatoria distribuida uniformemente en $[0, 2\pi)$.
- Ejemplos: el sol[1], lámparas incandescentes, diodos emisores.

Tipos de polarización: Aleatoria

- Según el valor de ξ, cada tren de ondas tiene diferente polarización:



- A medida que pasa el tiempo, la fuente emite una secuencia de trenes de onda, cada uno caracterizado por un cierto desfasaje aleatorio.
- En un tiempo suficientemente largo, un detector recibe una secuencia arbitraria de pulsos, con todos los desfasajes posibles.

Tipos de polarización: Aleatoria

- Sobre la nomenclatura:
  - No es correcto hablar de ondas *no polarizadas*, ya que obedecen una ecuación de onda transversal.
  - Un poco más correcto: luz natural. (La polarización definida suele ser propia de fuentes artificiales).
- Tener en cuenta que una fuente **no** ideal en general combina un poco de polarización aleatoria con alguno de los otros tres tipos: su polarización está *parcialmente* definida.
- En estos casos se suele hablar de una fuente *parcialmente* polarizada.
- Problema típico: Determinar el porcentaje de energía con polarización aleatoria vs. definida para ese tipo de fuente, y el tipo de polarización de la componente definida.

Superposición de estados

La superposición de dos haces polarizados puede dar lugar a un nuevo haz con diferente polarización que los originales.

- Por ejemplo, a partir de dos haces lineales es posible obtener un nuevo haz circular, o uno elíptico.
- También es posible superponer dos haces circulares para obtener un nuevo haz lineal, o uno elíptico.
- También es posible superponer dos haces elípticos para...
- etc.

Superposición de estados lineales

- Dos haces lineales ortogonales y en fase:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = A_1 e^{i\phi} e^{i(kz-\omega t)} \mathbf{x} \\ \mathbf{E}_2 = A_2 e^{i\phi} e^{i(kz-\omega t)} \mathbf{y} \end{cases}$$

  dan lugar a un nuevo haz lineal inclinado:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1+2} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= (A_1 \mathbf{x} + A_2 \mathbf{y}) e^{i\phi} e^{i(kz-\omega t)} \\ \Re[\mathbf{E}_{1+2}] &= A_1 \cos(kz - \omega t + \phi)\mathbf{x} + A_2 \cos(kz - \omega t + \phi)\mathbf{y} \end{aligned}$$

  El ángulo de inclinación θ se obtiene mediante $\tan(\theta) = A_2/A_1$. Si las amplitudes tienen igual módulo, $\theta = \pm\pi/4$.

- Pensar el caso en contrafase.

Superposición de estados lineales

- Dos haces lineales ortogonales de igual amplitud y en cuadratura:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = Ae^{\pm i\pi/2}e^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x} \\ \mathbf{E}_2 = Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{y} \end{cases}$$

  dan lugar a un nuevo haz lineal circular:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1+2} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= A(\mathbf{y} \pm i\mathbf{x})e^{i(kz-\omega t)} \\ \Re[\mathbf{E}_{1+2}] &= A\cos(kz-\omega t)\mathbf{y} \mp A\sin(kz-\omega t)\mathbf{x} \end{aligned}$$

  El sentido de giro depende de cuál haz, $\mathbf{E}_1$ o $\mathbf{E}_2$, adelanta en fase al otro.

- Pensar qué ocurre si las amplitudes son diferentes, o si el desfasaje es distinto de $m\pi/2$.

Superposición de estados circulares

- Dos haces circulares de igual amplitud y sentido de giro opuesto:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = A(\mathbf{x} + i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \\ \mathbf{E}_2 = A(\mathbf{x} - i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \end{cases}$$

  dan lugar a un haz lineal:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1+2} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x} \\ \Re[\mathbf{E}_{1+2}] &= A\cos(kz - \omega t)\mathbf{x} \end{aligned}$$

  El plano de polarización es paralelo a x. ¿De qué depende esto?
- Pensar qué ocurre si los haces originales tienen igual sentido de giro.

Superposición de estados circulares

- Dos haces circulares de distinta amplitud y sentido de giro:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = A_1(\mathbf{x} + i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \\ \mathbf{E}_2 = A_2(\mathbf{x} - i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \end{cases}$$

  dan lugar a un haz elíptico:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1+2} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \\ &= ((A_1 + A_2)\mathbf{x} + i(A_1 - A_2)\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} \\ \Re[\mathbf{E}_{1+2}] &= (A_x \cos(kz - \omega t)\mathbf{x} - A_y \sin(kz - \omega t)\mathbf{y}) \end{aligned}$$

  El sentido de giro resultante depende de la suma y diferencia de amplitudes $A_1 \pm A_2$.
- ¿Cómo puedo modificar la inclinación de la elipse?.

Superposición de estados

En resumen:

- Dos haces lineales desfasados en $\pm\pi/2$ permiten obtener:
  - Luz circular si tienen igual amplitud
  - Luz elíptica si no.
- Dos haces circulares con sentido opuesto permiten obtener:
  - Luz lineal si tienen igual amplitud
  - Luz elíptica si no.
- Todo esto es válido siempre que tengan:
  - Igual frecuencia (y por lo tanto longitud de onda).
  - Igual dirección y sentido de propagación (es decir mismo vector k).
  - Coherencia.

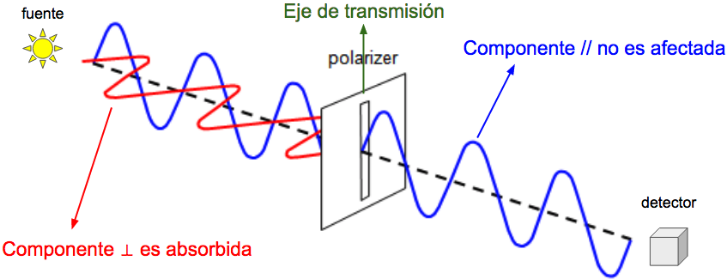
Dispositivos

Diversos dispositivos permiten modificar la polarización del campo electromagnético:

- Polarizador lineal: produce polarización lineal, ya que absorbe uno de los dos componentes del campo.
- Lámina retardadora: introduce un desfasaje controlado entre componentes, lo que permite modificar el estado de polarización. Sabores típicos:
  - Cuarto de onda: desfasaje de $\pm m\pi/2$ (m impar).
  - Media onda: desfasaje de $\pm m\pi$ (m entero).
  - Onda completa: desfasaje de $2m\pi$ (m entero).
- La combinación apropiada de estos dispositivos permite determinar con exactitud el estado de polarización de una fuente desconocida.

Polarizador lineal: definición

- Solo permite pasar el campo eléctrico a lo largo de una dirección particular: el eje de transmisión.



Polarizador lineal: cálculo

- Hagamos la cuenta. Simplemente debemos hallar la proyección del campo en la dirección del eje de transmisión:

$$\mathbf{E}_{\text{sale}} = (\mathbf{E}_{\text{entra}} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t}$$

- $\mathbf{t}$ es un versor que nos dice la inclinación del eje de transmisión:

$$\mathbf{t} = \cos(\alpha)\mathbf{x} + \sin(\alpha)\mathbf{y}$$

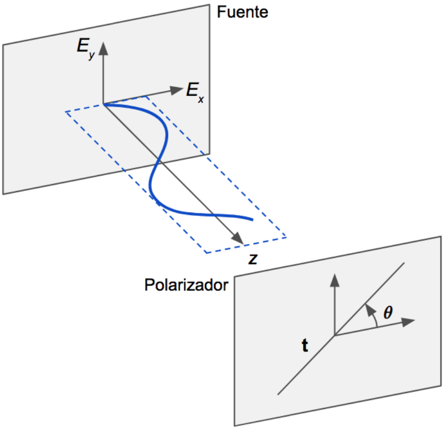
  Notar que $\mathbf{E}_{\text{sale}} \parallel \mathbf{t}$, por lo que el estado resultante **siempre** es lineal. El plano de polarización tiene inclinación α.

- Casos extremos:
  - Si $\mathbf{E}_{\text{entra}} \parallel \mathbf{t}$, el campo no sufre modificaciones
  - Si $\mathbf{E}_{\text{entra}} \perp \mathbf{t}$, el campo resultante es nulo (no hay transmisión).
- La energía a la salida del polarizador es **igual o menor** que la original.

Polarizador lineal: ejemplo (planteo)

Problema: luz linealmente polarizada en el eje horizontal incide sobre un polarizador. Hallar la intensidad en función de la posición del polarizador.

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = Ae^{i(kz-\omega t+\epsilon)}\mathbf{x}, \;\; \mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$



Polarizador lineal: ejemplo (cálculo)

- Campo a la salida del polarizador:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{salida}} &= (\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} \\
&= (Ae^{i(kz-\omega t+\epsilon)}\mathbf{x} \cdot (\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}))\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t+\epsilon)} \cos(\theta)\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t+\epsilon)}(\cos^2(\theta)\mathbf{x} + \cos(\theta)\sin(\theta)\mathbf{y})
\end{aligned}
$$

- Analicemos la polarización:

$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = Ae^{i(kz-\omega t+\epsilon)}(A_x\mathbf{x} + A_y\mathbf{y})$$

$$
\begin{cases}
A_x = \cos^2(\theta) \\
A_y = \cos(\theta)\sin(\theta)
\end{cases}
$$

- Amplitudes A_x y A_y no están desfasadas entre sí. ϵ es una fase global.
- Polarización resultante lineal, inclinación del plano de polarización θ.

Polarizador lineal: ejemplo (energía)

Intensidad media emitida (irradiancia):

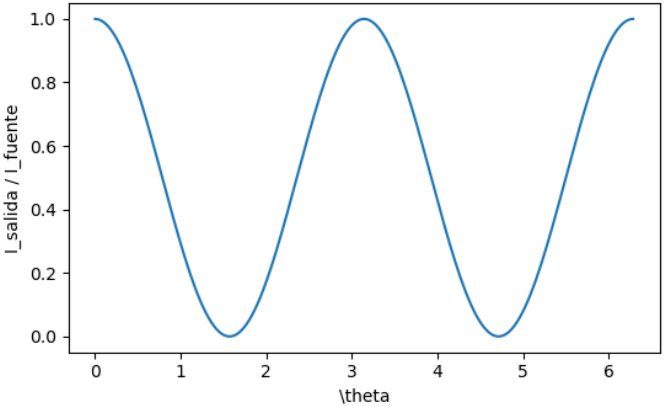
- Promedio temporal en un ciclo de oscilación: $\bar{I} = \frac{1}{2}\mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*$
- Para la fuente:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{fuente}} &= \frac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{fuente}}\cdot\mathbf{E}^*_{\text{fuente}} \\
&= \frac{1}{2}Ae^{i(kz-\omega t+\epsilon)}\mathbf{x}\cdot Ae^{-i(kz-\omega t+\epsilon)}\mathbf{x} \\
&= \frac{1}{2}A^2(\mathbf{x}\cdot\mathbf{x})e^{i(kz-\omega t+\epsilon)}e^{-i(kz-\omega t+\epsilon)} \\
&= \frac{A^2}{2} = I_0
\end{aligned}$$

- Para el campo resultante:

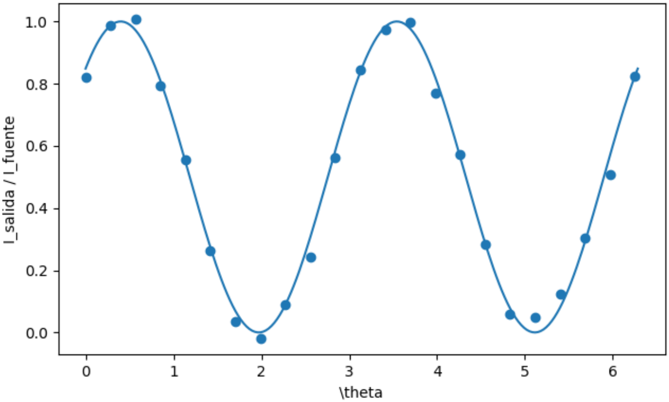
$$\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{salida}} &= \frac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{salida}}\cdot\mathbf{E}^*_{\text{salida}} \\
&= \frac{1}{2}A\cos(\theta)e^{i(kz-\omega t+\epsilon)}\mathbf{t}\cdot A\cos(\theta)e^{-i(kz-\omega t+\epsilon)}\mathbf{t} \\
&= \frac{1}{2}A^2\cos^2(\theta) \\
&= I_0\cos^2(\theta)
\end{aligned}$$

Ley de Malus: $I_0 \cos^2(\theta)$



- Si $\theta \parallel \mathbf{x}$, no hay pérdida de energía.
- Si $\theta \perp \mathbf{x}$, toda la energía es absorbida.
- Girar el polarizador 180º no modifica el resultado.

Ley de Malus "general" $I_0 \cos^2(\theta - \theta_0)$



- ¿Cuál es el ángulo de polarización de la fuente para estos datos?

Luz circular a través de un polarizador

- La Ley de Malus vale para luz incidente polarizada linealmente.
- Para otro tipo de polarización, hay que repetir el cálculo y ver qué da.
- Consideremos luz incidente circular y un polarizador que rota libremente:

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = Ae^{i(kz-\omega t)}(\mathbf{x} \pm i\mathbf{y}), \;\; \mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$

- El campo a la salida del polarizador es:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{salida}} &= (\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} \\
&= (Ae^{i(kz-\omega t)}(\mathbf{x} \pm i\mathbf{y}) \cdot (\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}))\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) \pm i\sin(\theta)(\mathbf{y} \cdot \mathbf{y})]\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta) \pm i\sin(\theta)]\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}e^{\pm i\theta}\mathbf{t}
\end{aligned}$$

- El campo resultante es lineal; θ es una fase global.

Luz circular a través de un polarizador

Intensidad media emitida (irradiancia):

- Para la fuente:

$$
\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{fuente}} &= \tfrac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{E}^*_{\text{fuente}} \\
&= \tfrac{1}{2} A e^{i(kz-\omega t)}(\mathbf{x} \pm i\mathbf{y}) \cdot A e^{-i(kz-\omega t)}(\mathbf{x} \mp i\mathbf{y}) \\
&= \tfrac{1}{2} A^2 (\mathbf{x} \pm i\mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} \mp i\mathbf{y}) \\
&= \tfrac{1}{2} A^2 [(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) - i^2 (\mathbf{y} \cdot \mathbf{y})] \\
&= \tfrac{1}{2} A^2 [1 - (-1)] \\
&= A^2 = I_0
\end{aligned}
$$

Luz circular a través de un polarizador

Intensidad media emitida (irradiancia):

- Para el campo resultante:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{salida}} &= \tfrac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{salida}} \cdot \mathbf{E}^*_{\text{salida}} \\
&= \tfrac{1}{2}Ae^{i(kz-\omega t)}e^{\pm i\theta}\mathbf{t} \cdot Ae^{-i(kz-\omega t)}e^{\mp i\theta}\mathbf{t} \\
&= \tfrac{1}{2}A^2(\mathbf{t}\cdot\mathbf{t}) \\
&= \tfrac{1}{2}A^2 = \tfrac{1}{2}I_0
\end{aligned}$$

- La intensidad saliente es la mitad de la incidente.
- Esto es independiente de la inclinación del polarizador (θ).
- La causa es la simetría circular del campo incidente.
- Vemos claramente que en este caso no es válida la ley de Malus: la ley de Malus no es una propiedad *intrínseca* de los polarizadores lineales!

Luz elíptica a través de un polarizador

- Consideremos una fuente elíptica cuyos semiejes están alineados a nuestro sistema de coordenadas:

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{x} \pm iA_y\mathbf{y}), \;\; \mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$

- Elegimos alinear los ejes de coordenadas con los semiejes para reducir las dimensiones del problema.
- Siempre nos va a interesar la orientación del dispositivo relativa a alguna dirección preferencial del haz incidente; en este caso, θ es la inclinación relativa al semieje $\mathbf{x}$.

Luz elíptica a través de un polarizador

- Consideremos una fuente elíptica cuyos semiejes están alineados a nuestro sistema de coordenadas:

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{x} \pm iA_y\mathbf{y}), \;\; \mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$

- Elegimos alinear los ejes de coordenadas con los semiejes para reducir las dimensiones del problema.
- Siempre nos va a interesar la orientación del dispositivo relativa a alguna dirección preferencial del haz incidente; en este caso, θ es la inclinación relativa al semieje $\mathbf{x}$.
- ¿Cómo es la polarización a la salida del polarizador?

Luz elíptica a través de un polarizador

- Consideremos una fuente elíptica cuyos semiejes están alineados a nuestro sistema de coordenadas:

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{x} \pm iA_y\mathbf{y}), \;\; \mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$

- Elegimos alinear los ejes de coordenadas con los semiejes para reducir las dimensiones del problema.
- Siempre nos va a interesar la orientación del dispositivo relativa a alguna dirección preferencial del haz incidente; en este caso, θ es la inclinación relativa al semieje $\mathbf{x}$.
- ¿Cómo es la polarización a la salida del polarizador?
- ¿Y cómo es la intensidad?
  - ¿La intensidad depende de θ o es independiente?
  - ¿Vale la ley de Malus?
  - ¿Es posible bloquear la transmisión total de la energía?
  - ¿Es posible transmitir toda la energía?

Luz elíptica a través de un polarizador

- El campo a la salida del polarizador es:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{salida}} &= (\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} \\ &= e^{i(kz-\omega t)}[(A_x\mathbf{x} \pm iA_y\mathbf{y}) \cdot (\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y})]\mathbf{t} \\ &= e^{i(kz-\omega t)}[A_x\cos(\theta) \pm iA_y\sin(\theta)]\mathbf{t}\end{aligned}$$

- El factor $A = A_x\cos(\theta) \pm iA_y\sin(\theta)$ es global: no modifica la relación de amplitudes ni de fases de $\mathbf{t}$. Estado resultante lineal.
- Pero además, A modula la amplitud, según el valor de θ. Por lo tanto, modula la intensidad del estado resultante.
- La energía a la salida no parece constante... pero tampoco queda claro que valga la ley de Malus...
- Obtener la energía de la fuente y la de salida en función de θ. Comparar con los dos casos anteriores. Generalizar.

Luz natural a través de un polarizador

- Fuente con polarización aleatoria:

$$\mathbf{E} = A(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$

donde ξ es una variable aleatoria distribuida uniformemente en $[0, 2\pi)$.

- Obtengamos la energía emitida por la fuente:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{fuente}} &= \tfrac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{E}^*_{\text{fuente}} \\
&= \tfrac{1}{2}Ae^{i(kz-\omega t)}(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y}) \cdot Ae^{-i(kz-\omega t)}(\mathbf{x} + e^{-i\xi}\mathbf{y}) \\
&= \tfrac{1}{2}A^2(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y}) \cdot (\mathbf{x} + e^{-i\xi}\mathbf{y}) \\
&= \tfrac{1}{2}A^2[(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) + (\mathbf{y} \cdot \mathbf{y})] \\
&= A^2 = I_0
\end{aligned}$$

- La energía emitida no depende de ξ.

Luz natural a través de un polarizador

- Pongamos el polarizador con el eje de transmisión inclinado en θ respecto a x:

$$\mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$

- El campo a la salida del polarizador es:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{salida}} &= (\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y}) \cdot (\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y})]\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) + e^{i\xi}\sin(\theta)(\mathbf{y} \cdot \mathbf{y})]\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta) + e^{i\xi}\sin(\theta)]\mathbf{t}
\end{aligned}$$

Luz natural a través de un polarizador

- Pongamos el polarizador con el eje de transmisión inclinado en θ respecto a x:

$$\mathbf{t} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$$

- El campo a la salida del polarizador es:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_{\text{salida}} &= (\mathbf{E}_{\text{fuente}} \cdot \mathbf{t})\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y}) \cdot (\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y})]\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta)(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}) + e^{i\xi}\sin(\theta)(\mathbf{y} \cdot \mathbf{y})]\mathbf{t} \\
&= Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta) + e^{i\xi}\sin(\theta)]\mathbf{t}
\end{aligned}$$

- El estado de polarización resultante es lineal.
- ¿Cómo es su energía?

Luz natural a través de un polarizador

- Obtengamos la energía saliente:

$$\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{salida}} &= \frac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{salida}} \cdot \mathbf{E}^{*}_{\text{salida}} \\
&= \frac{1}{2}A^2 e^{i(kz-\omega t)} e^{-i(kz-\omega t)} [\cos(\theta) + e^{i\xi}\sin(\theta)][\cos(\theta) + e^{-i\xi}\sin(\theta)](\mathbf{t}\cdot\mathbf{t}) \\
&= \frac{1}{2}A^2[\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) + 2\cos(\theta)\sin(\theta)\cos(\xi)] \\
&= \frac{1}{2}A^2[1 + 2\cos(\theta)\sin(\theta)\cos(\xi)]
\end{aligned}$$

- La energía depende de ξ. ¿Por qué?

Luz natural a través de un polarizador

- Obtengamos la energía saliente:

$$
\begin{aligned}
\bar{I}_{\text{salida}} &= \tfrac{1}{2}\mathbf{E}_{\text{salida}} \cdot \mathbf{E}^*_{\text{salida}} \\
&= \tfrac{1}{2}A^2 e^{i(kz-\omega t)} e^{-i(kz-\omega t)} [\cos(\theta) + e^{i\xi}\sin(\theta)][\cos(\theta) + e^{-i\xi}\sin(\theta)](\mathbf{t}\cdot\mathbf{t}) \\
&= \tfrac{1}{2}A^2 [\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) + 2\cos(\theta)\sin(\theta)\cos(\xi)] \\
&= \tfrac{1}{2}A^2 [1 + 2\cos(\theta)\sin(\theta)\cos(\xi)]
\end{aligned}
$$

- La energía depende de ξ. ¿Por qué?
- Debemos promediar sobre todos los valores de ξ:

$$
\begin{aligned}
\bar{\bar{I}}_{\text{salida}} &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \bar{I}_{\text{salida}}(\xi)d\xi \\
&= \frac{A^2}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\xi + \frac{A^2}{4\pi} 2\cos(\theta)\sin(\theta)\int_0^{2\pi}\cos(\xi)d\xi = \frac{A^2}{2} = \frac{I_0}{2}
\end{aligned}
$$

Luz natural a través de un polarizador

- La energía transmitida es la mitad de la incidente.
- Este resultado es el mismo que obtuvimos para luz circular.
- Esto significa que no podemos distinguir una fuente de luz circular de una fuente de luz natural mediante el uso de un polarizador lineal.
- ¿A qué se debe esto?

Luz natural a través de un polarizador

- La energía transmitida es la mitad de la incidente.
- Este resultado es el mismo que obtuvimos para luz circular.
- Esto significa que no podemos distinguir una fuente de luz circular de una fuente de luz natural mediante el uso de un polarizador lineal.
- ¿A qué se debe esto?
- Necesitamos un nuevo dispositivo: lámina retardadora.

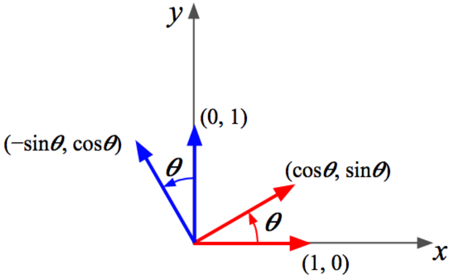
Segunda parte

Rotación de estados

- Un poco de álgebra: ¿Cómo se rotan vectores en $\mathbb{R}^2$?
- Matriz de rotación en un ángulo θ:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

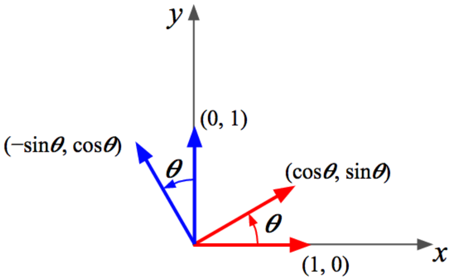
- ¿Cómo se define? Cumple que:
  - $\mathbf{x} \longrightarrow \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}$
  - $\mathbf{y} \longrightarrow -\sin(\theta)\mathbf{x} + \cos(\theta)\mathbf{y}$
- Notar que transforma $\mathbf{x}$ en $\mathbf{r}$ y $\mathbf{y}$ en $\boldsymbol{\theta}$.



- Comprobémoslo:

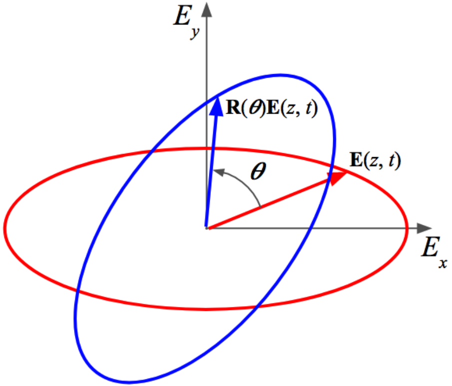
$$\mathbf{R}(\theta)\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} = \mathbf{r}$$

$$\mathbf{R}(\theta)\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\theta}$$



Rotación de estados

- Vamos a usar la matriz de rotación para escribir una onda elípticamente polarizada haciendo explícitos:
  - El ángulo de inclinación
  - La longitud de los semiejes.



Rotación de estados

- Vamos a partir de una elipse con semiejes definidos por A_x y A_y:

$$\mathbf{E} = e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{x} + iA_y\mathbf{y})$$

Rotación de estados

- Vamos a partir de una elipse con semiejes definidos por A_x y A_y:

$$\mathbf{E} = e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{x} + iA_y\mathbf{y})$$

- El vector rotado en θ se obtiene mediante:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{rot}} &= e^{i(kz-\omega t)}\mathbf{R}(\theta)(A_x\mathbf{x} + iA_y\mathbf{y}) \\ &= e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{r} + iA_y\boldsymbol{\theta})\end{aligned}$$

Rotación de estados

- Vamos a partir de una elipse con semiejes definidos por A_x y A_y:

$$\mathbf{E} = e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{x} + iA_y\mathbf{y})$$

- El vector rotado en θ se obtiene mediante:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{rot}} &= e^{i(kz-\omega t)}\mathbf{R}(\theta)(A_x\mathbf{x} + iA_y\mathbf{y}) \\ &= e^{i(kz-\omega t)}(A_x\mathbf{r} + iA_y\boldsymbol{\theta})\end{aligned}$$

- El ángulo θ está implícito en los versores $\mathbf{r}$ y $\boldsymbol{\theta}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\text{rot}} &= e^{i(kz-\omega t)}[A_x(\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}) + iA_y(-\sin(\theta)\mathbf{x} + \cos(\theta)\mathbf{y})] \\ &= e^{i(kz-\omega t)}[(A_x\cos(\theta) - iA_y\sin(\theta))\mathbf{x} + (A_x\sin(\theta) + iA_y\cos(\theta))\mathbf{y}] \\ &= e^{i(kz-\omega t)}[A'_x e^{i\phi_x}\mathbf{x} + A'_y e^{i\phi_y}\mathbf{y}]\end{aligned}$$

  - Las amplitudes A'_x y A'_y **no** son los tamaños de los semiejes.
  - La diferencia de fase $\epsilon = \phi_y - \phi_x$ **no** es $\pi/2$.

Rotación de estados

- Para pensar... ¿Cómo es la rotación de...
  - un estado lineal?
  - un estado circular?

Ejemplo

- Determine la polarización del estado definido por:

$$\mathbf{E} = ((3+4i)\mathbf{x} + 10i\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} = \mathbf{E}_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

  - Saquemos factor común al coeficiente complejo $3+4i$:

$$\mathbf{E}_0 = (3+4i)\left(\mathbf{x} + \frac{10i}{(3+4i)}\mathbf{y}\right)$$

  - Escribamos $3+4i$ como módulo y fase:

$$3+4i = \sqrt{3^2+4^2}e^{i\phi} = 5e^{i\phi}, \text{ con } \phi = \tan^{-1}(4/3) \simeq 0.93$$

  - Luego:

$$\mathbf{E}_0 = 5e^{i\phi}\left(\mathbf{x} + \frac{10i}{5e^{i\phi}}\mathbf{y}\right) = 5e^{i\phi}(\mathbf{x} + 2e^{i(\pi/2-\phi)}\mathbf{y})$$

  - Finalmente $A_x = 5$, $A_y = 10$, y $\epsilon = \pi/2 - \phi \simeq 0.64$.

Ejemplo

- El estado de polarización es elíptico:

$$\mathbf{E} = (5\mathbf{x} + 10e^{i0.64}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$

  - El ángulo de inclinación α de la elipse se obtiene mediante:

$$\tan(2\alpha) = \frac{2A_x A_y \cos(\epsilon)}{A_x^2 - A_y^2} = \frac{100\cos(0.64)}{25-100} = -\frac{4}{3}\cos(0.64) \simeq -1.07$$

  - El resultado es $\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}(-1.07) \simeq -0.41 \simeq -23.5°$
  - Conociendo α, puedo aplicar una rotación inversa a mi estado, mediante:

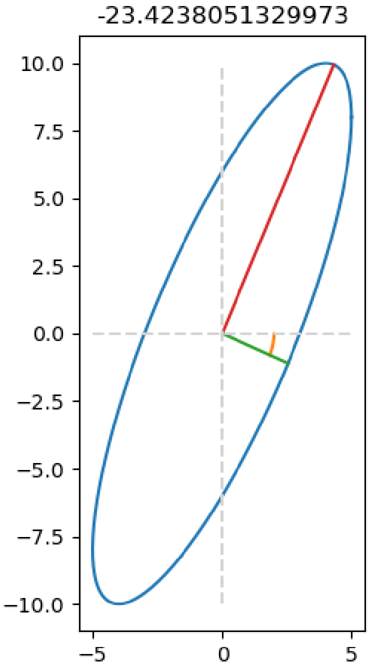
$$\mathbf{R}(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 0.92 & -0.40 \\ 0.40 & 0.92 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(-\alpha)\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0.92 & -0.40 \\ 0.40 & 0.92 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 10e^{i0.64} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.8e^{-1.04i} \\ 10.8e^{0.53i} \end{bmatrix} = e^{-1.04i} \begin{bmatrix} 2.8 \\ 10.8e^{i\pi/2} \end{bmatrix}$$

  - Los semiejes tienen longitudes 2.8 y 10.8, la diferencia de fase es $\phi_y - \phi_x = 0.53 - (-1.04) = \pi/2$; sentido de giro **anti-horario**.

Ejemplo (código)

```
import numpy as np

phi     = np.arctan(4/3)
epsilon = np.pi/2 - phi

Ax = 5
Ay = 10

tan2a = 2*Ax*Ay/(Ax**2 - Ay**2) * np.cos(epsilon)
alpha = 0.5*np.arctan(tan2a)
alpha_deg = alpha / np.pi *180

R  = np.array(((np.cos(-alpha), -np.sin(-alpha)),
               (np.sin(-alpha),  np.cos(-alpha))))
E0 = np.array((Ax, Ay*np.exp(1j*epsilon)),ndmin=2).T

E0_rot = np.matmul(R, E0)

semieje_a = np.abs(E0_rot[0])
semieje_b = np.abs(E0_rot[1])
dif_fase  = np.angle(E0_rot[1]) - np.angle(E0_rot[0])
```



-23.4238051329973
10.0
7.5
5.0
2.5
0.0
−2.5
−5.0
−7.5
−10.0
−5
0
5

Dispositivos: láminas retardadoras

- Materiales que poseen dos índices de refracción, n_f y n_s; $n_s > n_f$
- Cada índice está asociado a una dirección ortogonal.
  - Eje rápido, n_f: eje $\mathbf{f}$
  - Eje lento, n_s: eje s
- Cuando una onda EM incide en dicho material, la componente s del campo incidente avanza a velocidad c/n_s; la otra $(\mathbf{f})$ lo hace a velocidad c/n_f.
- El resultado es un *desfasaje* entre componentes a la salida del material:

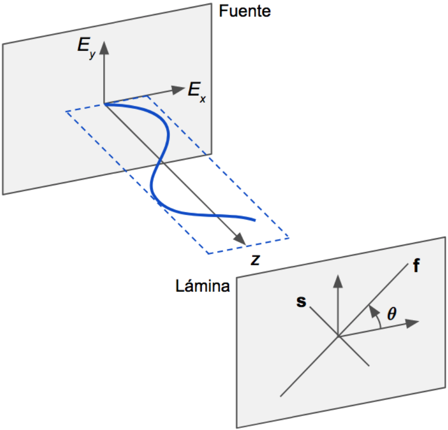
$$E_f\,\mathbf{f} + E_s\mathbf{s} \longrightarrow e^{i\phi_f}E_f\,\mathbf{f} + e^{i\phi_s}E_s\mathbf{s} = e^{i\phi_f}\left(E_f\,\mathbf{f} + e^{i\Delta\phi}E_s\mathbf{s}\right)$$

  El desfasaje neto $\Delta\phi = \phi_s - \phi_f$ puede tomar diferentes valores:
  - Si $\Delta\phi = \pi/2 + 2m\pi$, m entero: lámina de cuarto de onda (o de $\lambda/4$).
  - Si $\Delta\phi = \pi + 2m\pi$, m entero: lámina de media onda (o de $\lambda/2$).
  - Si $\Delta\phi = 2m\pi$, m entero: lámina de onda completa.
- El efecto depende de la longitud de onda de la luz: Una lámina de cuarto de onda para cierta longitud de onda se comportará como de media onda para otra.

Luz lineal a través de una lámina

Luz linealmente polarizada en el eje horizontal incide sobre una lámina de **cuarto de onda**. El eje *rápido* de la lámina forma un ángulo θ con la horizontal.

$$\mathbf{E}_{\mathsf{fuente}} = Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x},\ \ \mathbf{f} = \cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y},\ \ \mathbf{s} = -\sin(\theta)\mathbf{x} + \cos(\theta)\mathbf{y}$$



Luz lineal a través de una lámina

- Vamos a llevar la expresión de la fuente a la base $\mathbf{f}, \mathrm{s}$:

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{x} = Ae^{i(kz-\omega t)}[(\mathbf{x}\cdot\mathbf{f})\mathbf{f} + (\mathbf{x}\cdot\mathbf{s})\mathbf{s}]$$

- Proyectemos:

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{f} = \mathbf{x}\cdot(\cos(\theta)\mathbf{x} + \sin(\theta)\mathbf{y}) = \cos(\theta)$$
$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{s} = \mathbf{x}\cdot(-\sin(\theta)\mathbf{x} + \cos(\theta)\mathbf{y}) = -\sin(\theta)$$

- Luego:

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta)\mathbf{f} - \sin(\theta)\mathbf{s}]$$

- Ahora puedo aplicar el desfasaje de $\pi/2$ en la componente **lenta**:

$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta)\mathbf{f} - i\sin(\theta)\mathbf{s}]$$

- ¿Qué estado de polarización tengo a la salida?

Luz lineal a través de una lámina

- Analicemos el campo resultante en los ejes $\mathbf{f}$ y $\mathbf{s}$:

$$\mathbf{E}_{\mathsf{salida}} = Ae^{i(kz-\omega t)}\left[\cos(\theta)\mathbf{f} - i\sin(\theta)\mathbf{s}\right]$$

- El estado de polarización depende de θ, es decir, de la orientación del eje $\mathbf{f}$:

Luz lineal a través de una lámina

- Analicemos el campo resultante en los ejes $\mathbf{f}$ y $\mathbf{s}$:

$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = Ae^{i(kz-\omega t)}[\cos(\theta)\mathbf{f} - i\sin(\theta)\mathbf{s}]$$

- El estado de polarización depende de θ, es decir, de la orientación del eje $\mathbf{f}$:
  - Si $\theta = 0$ ($\mathbf{f} \parallel \mathbf{E}_{\text{fuente}}$), el campo no se modifica:

$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = Ae^{i(kz-\omega t)}\mathbf{f} = \mathbf{E}_{\text{fuente}}$$

  - Si $\theta = \pi/2$ ($\mathbf{s} \parallel \mathbf{E}_{\text{fuente}}$), el campo no se modifica:

$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = -iAe^{i(kz-\omega t)}\mathbf{s} = e^{-i\pi/2}\mathbf{E}_{\text{fuente}}$$

  - Si $\theta = \pm\pi/4$, la polarización es circular:

$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = Ae^{i(kz-\omega t)}\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{f} \mp i\mathbf{s})$$

    El sentido de giro es derecha/izquierda respectivamente.
  - Para los demás valores de θ, la polarización es elíptica.

Luz natural a través de una lámina

Luz con polarización aleatoria incide sobre una lámina de cuarto de onda. ¿Cómo es el estado resultante?

$$\mathbf{E}_{\text{fuente}} = A(\mathbf{x} + e^{i\xi}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$

- Por simplicidad, consideremos a la lámina fija en la dirección horizontal:

$$\mathbf{f} = \mathbf{x}, \mathbf{s} = \mathbf{y}$$

- Aplicamos un desfasaje de $\pi/2$ en el eje lento, es decir $\mathbf{y}$:

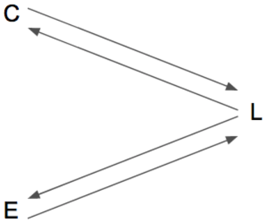
$$\mathbf{E}_{\text{salida}} = A(\mathbf{x} + e^{i\pi/2}e^{i\xi}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)} = A(\mathbf{x} + e^{i\xi'}\mathbf{y})e^{i(kz-\omega t)}$$

  El resultado es que ahora tenemos una nueva variable aleatoria ξ' que toma valores de $[\xi, \xi + 2\pi)$. Ambas variables son equivalentes!
- Es decir, seguimos teniendo luz natural!!
- El mismo resultado se obtiene para cualquier otra lámina.

Efectos de los dispositivos en estados puros

Luz incidente	**Polarizador lineal**		**Lámina $\lambda/4$**	
	Estado	*Intensidad*	*Estado*	*Intensidad*
Lineal	L	Malus	L, C, E	I_0
Circular	L	$I_0/2$	?	I_0
Elíptica	L	?	?	I_0
Natural	L	$I_0/2$	N	I_0

Transiciones de estados mediante el empleo de una **ÚNICA** lámina de cuarto de onda



Si buscamos convertir luz elíptica en circular conservando la energía, debemos usar dos láminas de cuarto de onda orientadas de la manera adecuada:

- Una primera lámina coincidente con los semiejes para obtener luz lineal.
- Una segunda lámina con *cierta* inclinación respecto al plano de polarización de la luz lineal para obtener luz circular.