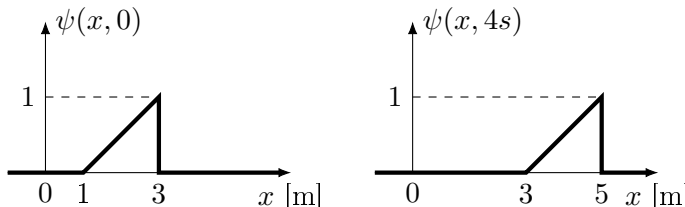


PROPAGACIÓN EN MEDIOS NO DISPERSIVOS

Los ejercicios con (*) entrañan una dificultad adicional. Son para investigar después de resolver los demás.

Propagación en medios no dispersivos

1. Una perturbación se propaga en una cuerda infinita con velocidad v . Las figuras la muestran en $t = 0$ y $t = 4$ s. Determine v y $\psi(x, t)$.

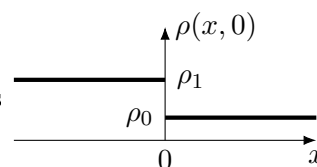


Suponga ahora que conoce que $v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ y vé que la cuerda fue soltada desde el reposo con la deformación vista en $t = 0$.

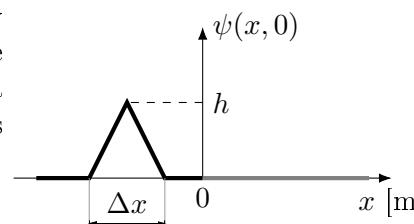
- Halle las componentes de la perturbación que se propagan a izquierda y derecha que conforman $\psi(x, t) = \psi_{\text{derecha}}(x - vt) + \psi_{\text{izquierda}}(x + vt)$.
 - Compare esta situación con la anterior.
2. (*) Ambos extremos de una cuerda de densidad μ están fijos sometiéndola a una tensión T . A $t = 0$ se la suelta con $h \ll L$ desde $\psi(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x < a \\ h \frac{x-a}{L/2-a} & \text{si } a < x < L/2 \\ h \frac{L-a-x}{L/2-a} & \text{si } L/2 < x < L-a \\ 0 & \text{si } L-a < x < L. \end{cases}$

- Hallar $\psi(x, t)$ y demostrar que siempre es posible escribir esta solución como una superposición de una onda que se propaga hacia la derecha y una que se propaga hacia la izquierda.
- Hacer un esquema cualitativo del movimiento de la cuerda para los instantes $t_n = \frac{n}{8} \frac{L}{v}$, donde v es la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda y n es un número natural.

3. (*) En un gas, a $t = 0$, se produce la perturbación indicada en la figura. Conociendo la v_{sonido} , ρ_1 , ρ_0 tales que $(\rho_1 - \rho_0)/\rho_0 \ll 1$ y que en ese momento el gas estaba en reposo, calcule $\rho(x, t)$.



4. Dos cuerdas semi-infinitas de distinta densidad lineal de masa, ρ_{izq} y ρ_{der} , están unidas en un punto y sometidas a una tensión T_0 . Sobre la primera se propaga hacia la derecha la perturbación que muestra la figura. Se conocen ρ_{izq} , ρ_{der} , T_0 , Δx y h , y se considera que los medios son no dispersivos.



- Hallar el desplazamiento $\psi(x, t)$.
- Explique cualitativamente cómo cambian estos resultados si el medio es dispersivo.

Velocidad de fase y de grupo

5. ¿Cuál de estos métodos determina la velocidad de fase y cuál la de grupo?
- Golpear las manos y determinar el tiempo que transcurre entre el aplauso y el eco de un reflector ubicado a una distancia conocida.
 - Medir la longitud de un tubo que resuena a una frecuencia conocida (y corregir por efectos de borde).
 - Medir el tiempo en que el pulso de un láser recorre una distancia conocida.
 - Encontrar la longitud de una cavidad resonante que oscila a en modo y frecuencia conocidos.

6. Demuestre que la relación de la velocidad de grupo v_g y de fase v_f es

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda}.$$

¿Cómo es $\frac{dv_f}{d\lambda}$ en un medio no dispersivo? En tal caso, ¿cuál es la relación entre v_g y v_f ?