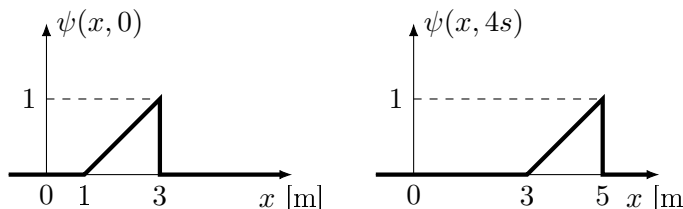


## PROPAGACIÓN EN MEDIOS NO DISPERSIVOS

Los ejercicios con (\*) entrañan una dificultad adicional y puede considerarlos opcionales.

## Propagación en medios no dispersivos

1. Una perturbación se propaga en una cuerda infinita con velocidad  $v$ . Las figuras la muestran en  $t = 0$  y  $t = 4$  s. Determine  $v$  y  $\psi(x, t)$ .



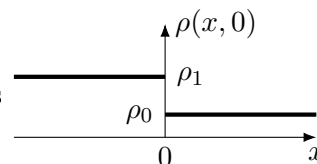
Suponga ahora que conoce que  $v = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  y vé que la cuerda fue soltada desde el reposo con la deformación vista en  $t = 0$ .

- Halle las componentes de la perturbación que se propagan a izquierda y derecha que conforman  $\psi(x, t) = \psi_{\text{derecha}}(x - vt) + \psi_{\text{izquierda}}(x + vt)$ .
  - Compare esta situación con la anterior.
2. (\*) Ambos extremos de una cuerda de densidad  $\mu$  están fijos sometiéndola a una tensión  $T$ . A  $t = 0$  se la

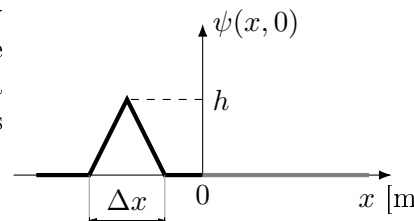
$$\text{suelta con } h \ll L \text{ desde } \psi(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x < a \\ h \frac{x-a}{L/2-a} & \text{si } a < x < L/2 \\ h \frac{L-a-x}{L/2-a} & \text{si } L/2 < x < L-a \\ 0 & \text{si } L-a < x < L. \end{cases}$$

- Hallar  $\psi(x, t)$  y demostrar que siempre es posible escribir esta solución como una superposición de una onda que se propaga hacia la derecha y una que se propaga hacia la izquierda.
- Hacer un esquema cualitativo del movimiento de la cuerda para los instantes  $t_n = \frac{n}{8} \frac{L}{v}$ , donde  $v$  es la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda y  $n$  es un número natural.

3. (\*) En un gas, a  $t = 0$ , se produce la perturbación indicada en la figura. Conociendo la  $v_{\text{sonido}}$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_0$  tales que  $(\rho_1 - \rho_0)/\rho_0 \ll 1$  y que en ese momento el gas estaba en reposo, calcule  $\rho(x, t)$ .



4. Dos cuerdas semi-infinitas de distinta densidad lineal de masa,  $\rho_{\text{izq}}$  y  $\rho_{\text{der}}$ , están unidas en un punto y sometidas a una tensión  $T_0$ . Sobre la primera se propaga hacia la derecha la perturbación que muestra la figura. Se conocen  $\rho_{\text{izq}}$ ,  $\rho_{\text{der}}$ ,  $T_0$ ,  $\Delta x$  y  $h$ , y se considera que los medios son no dispersivos.



- Hallar el desplazamiento  $\psi(x, t)$ .
- Explique cualitativamente como cambian estos resultados si el medio es dispersivo.

## Velocidad de fase y de grupo

5. ¿Cuál de estos métodos determina la velocidad de fase y cuál la de grupo?
- Golpear las manos y determinar el tiempo que transcurre entre el aplauso y el eco de un reflector ubicado a una distancia conocida.
  - Medir la longitud de un tubo que resuena a una frecuencia conocida (y corregir por efectos de borde).
  - Medir el tiempo en que el pulso de un láser recorre una distancia conocida.
  - Encontrar la longitud de una cavidad resonante que oscila a un modo y frecuencia conocidos.

6. Demuestre que la relación de la velocidad de grupo  $v_g$  y de fase  $v_f$  es

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda}.$$

¿Cómo es  $\frac{dv_f}{d\lambda}$  en un medio no dispersivo? En tal caso, ¿cuál es la relación de  $v_g$  y  $v_f$ ?