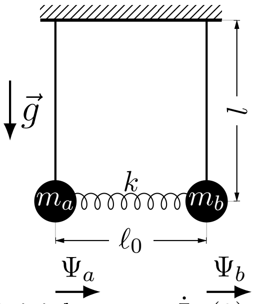
N=2 GRADOS DE LIBERTAD FORZADOS | PULSACIONES

Los ejercicios con (*) entrañan una dificultad adicional. Son para investigar después de resolver los demás.

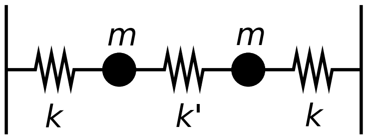
Pulsaciones



1. Anteriormente se pidió obtener frecuencias y sus modos normales de oscilación de este sistema con dos péndulos de igual longitud l pero de masas diferentes m_a y m_b, acoplados mediante un resorte de constante k.

   a) Suponga que el acoplamiento es débil ($k \ll \frac{g}{l}\frac{m_a m_b}{m_a+m_b}$) y que las condiciones iniciales son: $\dot{\Psi}_a(0) = 0, \dot{\Psi}_b(0) = 0, \Psi_a(0) = 0, \Psi_b(0) = 1$. Obtenga el movimiento de cada masa y grafíquelo en función del tiempo.

   b) Calcule los valores medios, en un ciclo rápido, de T_a y T_b, donde T indica energía cinética. Grafique $\langle T_a \rangle$ y $\langle T_b \rangle$, y analice las diferencias en el gráfico como función de las diferencias entre las masas ($m_a = m_b$ y m_a muy diferente de m_b). Calcule el valor medio de la energía de interacción entre las dos partículas.



2. Anteriormente se pidió obtener frecuencias y los modos transversales del sistema de la figura. Las masas están apoyadas en una mesa sin rozamiento, sujetas a las paredes por resortes de constante k y unidas por otro resorte de constante k'. ¿Bajo qué condiciones espera observar batidos? ¿Qué son los batidos?

Sistemas de N grados de libertad forzados

3. Considere que en el sistema de dos péndulos acoplados del problema 1 y uno de ellos es impulsado por una fuerza $F = F_0 \cos(\Omega t)$.

   a) Escriba las ecuaciones de movimiento del sistema con amortiguamiento y forzado, y desacople las ecuaciones utilizando las coordenadas normales del sistema.

   b) Resuelva el sistema forzado para las coordenadas normales. Escriba la solución más general posible para las coordenadas en el caso estacionario (pasado el transitorio).

   c) Estudie en el estado estacionario cuando las partículas están en fase o contrafase.

   d) Muestre que en el caso en que $m_a = m_b = m$ si se desprecia el amortiguamiento se obtienen las expresiones

$$\Psi_a \approx \frac{F_0}{2m}\cos(\Omega t)\left[\frac{1}{\omega_1^2-\Omega^2}+\frac{1}{\omega_2^2-\Omega^2}\right],$$
$$\Psi_b \approx \frac{F_0}{2m}\cos(\Omega t)\left[\frac{1}{\omega_1^2-\Omega^2}-\frac{1}{\omega_2^2-\Omega^2}\right],$$
$$\frac{\Psi_b}{\Psi_a} \approx \frac{\omega_2^2-\omega_1^2}{\omega_2^2+\omega_1^2-2\Omega^2},$$

   donde ω_1 es la menor de las frecuencias modales, ω_2 es la mayor y Ω es la frecuencia de excitación.

   e) (*) Grafique $\frac{\Psi_b}{\Psi_a}$, ¿qué representa esta relación? Indique cuándo hay una transferencia efectiva de movimiento y cuándo no.

4. Considere el sistema del problema 2, pero en este caso en considere las oscilaciones longitudinales.

   a) Halle la solución estacionaria para el caso forzado en el cual se aplica sobre la masa de la izquierda una fuerza oscilante $F(t) = F_0 cos(\Omega t)$. ¿Qué resonancias espera ver si realiza un barrido de frecuencias?

   b) (*) Repita el punto anterior, teniendo en cuenta además una fuerza de disipación proporcional a la velocidad

   c) (*) Repita el problema pero considerando las oscilaciones transversales del sistema