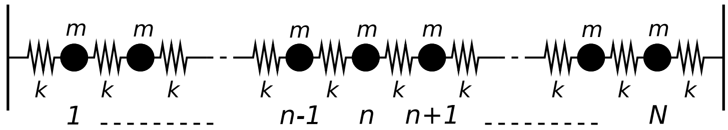
Sistemas periódicos

Los ejercicios con (*) son opcionales.

Modos normales en sistemas periódicos

1. Para el sistema de N masas de la figura.



   a) Escriba la ecuación de movimiento transversal para la partícula enésima usando la aproximación de ángulos pequeños.

   b) Proponga una solución de la forma:

$$\Psi_n^{(p)}(t) = A^{(p)} \cos\left(nk^{(p)}a + \alpha^{(p)}\right) \cos\left(\omega^{(p)}t + \phi^{(p)}\right)$$

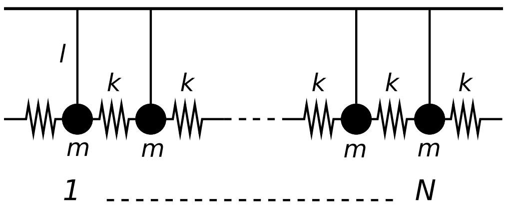
   Halle la relación de dispersión y grafíquela. ¿Depende esta relación de las condiciones de contorno? ¿Cuánto vale la frecuencia más baja? ¿Qué representa dicho modo?

   c) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando ambos extremos están libres (atención: ¿cómo sería un "extremo libre" en esta configuración?) y escriba la solución general para la masa enésima.

   d) Ídem. anterior, pero con el extremo izquierdo libre y el derecho fijo a la pared.

   e) Particularice los resultados de los dos ítems anteriores para el caso en que $N = 3$.

2. Considere el sistema de péndulos acoplados de la figura.



   a) Escriba la ecuación de movimiento. Proponga una solución semejante a la del problema anterior y halle la relación de dispersión. Compárela con la obtenida en el problema anterior. ¿Cuánto vale la frecuencia más baja? ¿Qué representa dicho modo?

   b) Obtenga las frecuencias correspondientes a los modos normales cuando los resortes de los extremos están fijos y dé las condiciones iniciales para excitar el primer armónico.

   c) Ídem anterior, pero para el caso en que uno de los resortes de los extremos está libre.