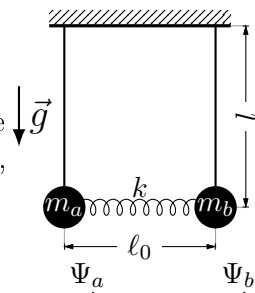


N=2 GRADOS DE LIBERTAD FORZADOS | PULSACIONES

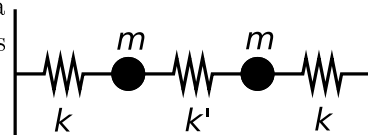
Los ejercicios con (*) entrañan una dificultad adicional. Son para investigar después de resolver los demás.

Pulsaciones

1. Anteriormente se pidió obtener frecuencias y sus modos normales de oscilación de este sistema con dos péndulos de igual longitud l pero de masas diferentes m_a y m_b , acoplados mediante un resorte de constante k .



- a) Suponga que el acoplamiento es débil ($k \ll \frac{g}{l} \frac{m_a m_b}{m_a + m_b}$) y que las condiciones iniciales son: $\dot{\Psi}_a(0) = 0, \dot{\Psi}_b(0) = 0, \Psi_a(0) = 0, \Psi_b(0) = 1$. Obtenga el movimiento de cada masa y grafíquelo en función del tiempo.
- b) Calcule los valores medios, en un ciclo rápido, de T_a y T_b , donde T indica energía cinética. Grafique $\langle T_a \rangle$ y $\langle T_b \rangle$, y analice las diferencias en el gráfico como función de las diferencias entre las masas ($m_a = m_b$ y m_a muy diferente de m_b). Calcule el valor medio de la energía de interacción entre las dos partículas.
2. Anteriormente se pidió obtener frecuencias y los modos transversales del sistema de la figura. Las masas están apoyadas en una mesa sin rozamiento, sujetas a las paredes por resortes de constante k y unidas por otro resorte de constante k' . ¿Bajo qué condiciones espera observar batidos? ¿Qué son los batidos?



Sistemas de N grados de libertad forzados

3. Considere que en el sistema de dos péndulos acoplados del problema 1 y uno de ellos es impulsado por una fuerza $F = F_0 \cos(\Omega t)$.
- a) Escriba las ecuaciones de movimiento del sistema con amortiguamiento y forzado, y desacople las ecuaciones utilizando las coordenadas normales del sistema.
- b) Resuelva el sistema forzado para las coordenadas normales. Escriba la solución más general posible para las coordenadas en el caso estacionario (pasado el transitorio).
- c) Estudie en el estado estacionario cuando las partículas están en fase o contrafase.
- d) Muestre que en el caso en que $m_a = m_b = m$ si se desprecia el amortiguamiento se obtienen las expresiones

$$\Psi_a \approx \frac{F_0}{2m} \cos(\Omega t) \left[\frac{1}{\omega_1^2 - \Omega^2} + \frac{1}{\omega_2^2 - \Omega^2} \right],$$

$$\Psi_b \approx \frac{F_0}{2m} \cos(\Omega t) \left[\frac{1}{\omega_1^2 - \Omega^2} - \frac{1}{\omega_2^2 - \Omega^2} \right],$$

$$\frac{\Psi_b}{\Psi_a} \approx \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2 - 2\Omega^2},$$

donde ω_1 es la menor de las frecuencias modales, ω_2 es la mayor y Ω es la frecuencia de excitación.

- e) (*) Grafique $\frac{\Psi_b}{\Psi_a}$, ¿qué representa esta relación? Indique cuándo hay una transferencia efectiva de movimiento y cuándo no.
4. Considere el sistema del problema 2, pero en este caso considere las oscilaciones longitudinales.
- a) Halle la solución estacionaria para el caso forzado en el cual se aplica sobre la masa de la izquierda una fuerza oscilante $F(t) = F_0 \cos(\Omega t)$. ¿Qué resonancias espera ver si realiza un barrido de frecuencias?
- b) (*) Repita el punto anterior, teniendo en cuenta además una fuerza de disipación proporcional a la velocidad
- c) (*) Repita el problema pero considerando las oscilaciones transversales del sistema