

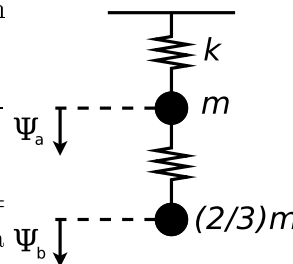
## $N = 2$ GRADOS DE LIBERTAD

Los ejercicios con (\*) entrañan una dificultad adicional. Son para investigar después de resolver los demás.

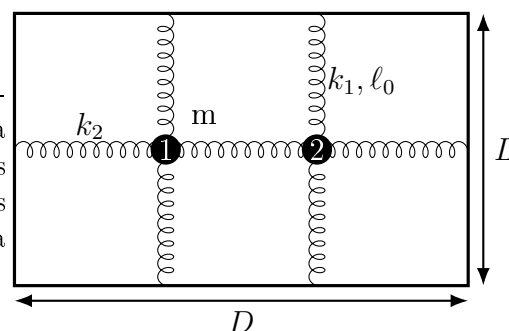
### Sistemas con $N = 2$ grados de libertad

1. **Resortes colgantes.** Asuma que el sistema de la figura no está bajo el efecto de un campo gravitatorio

- Obtenga sus frecuencias naturales de oscilación y los modos normales correspondientes. Escriba las ecuaciones de movimiento de cada partícula.
- Sabiendo que a  $t = 0$  el sistema satisface las siguientes condiciones:  $\Psi_a(0) = 1$ ,  $\Psi_b(0) = 0$  y que se encuentra en reposo, encuentre el movimiento de cada partícula.
- Analice cómo se modifica el resultado por la presencia de la gravedad en la superficie de la Tierra.

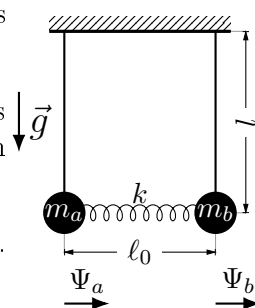


2. En equilibrio dos partículas, de idéntica masa  $m$ , están equiespaciadas entre paredes por resortes. Unos dispuestos verticalmente, de una longitud natural  $\ell_0 < L/2$  y constante elástica  $k_1$ . Otros dispuestos horizontalmente, de  $\ell_0 = 0$  (*slinkies*) y constante  $k_2$ . Imagine que las partículas tienen la libertad de moverse en el plano y que el sistema no está en un campo gravitatorio.



- ¿Bajo qué aproximaciones es posible decir que el movimiento más general posible de cada una de las masas es una superposición lineal del movimiento más general posible de las oscilaciones longitudinales y de las oscilaciones transversales? Demuestre su afirmación.
  - Considerando la aproximación del punto anterior, determine las frecuencias propias y los modos normales de oscilación longitudinales y transversales. Escriba la solución más general posible para un movimiento arbitrario en el plano.
3. De dos péndulos de igual longitud  $l$  penden pesos de masa diferente  $m_a$  y  $m_b$ . Estos están acoplados entre sí mediante un resorte de constante elástica  $k$ .

- Escriba las ecuaciones de movimiento de cada masa, considerando pequeñas oscilaciones. En base a lo que se muestra en la figura, ¿cómo se relaciona con que el resorte tenga  $\ell_0 \neq 0$ ? ¿Qué sucedería si fuera un *slinky*?
- Obtenga las frecuencias naturales del sistema y sus modos normales de oscilación. Interprete el significado físico de estos modos normales.



4. Dos pesas de idéntica masa están apoyadas en una mesa sin rozamiento, sujetas a las paredes por resortes de constante elástica  $k$  y unidas entre sí por otro con distinta constante  $k'$ . Obtenga las frecuencias y los modos transversales del sistema.

