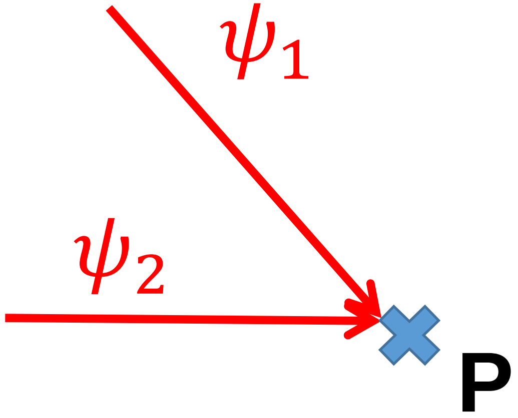
INTERFERENCIA

Recordemos que la ecuación de ondas es lineal: $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}(\bar{r},t) = \nabla^2 \psi(\bar{r},t)$, luego la superposición de ondas también debe ser solución.

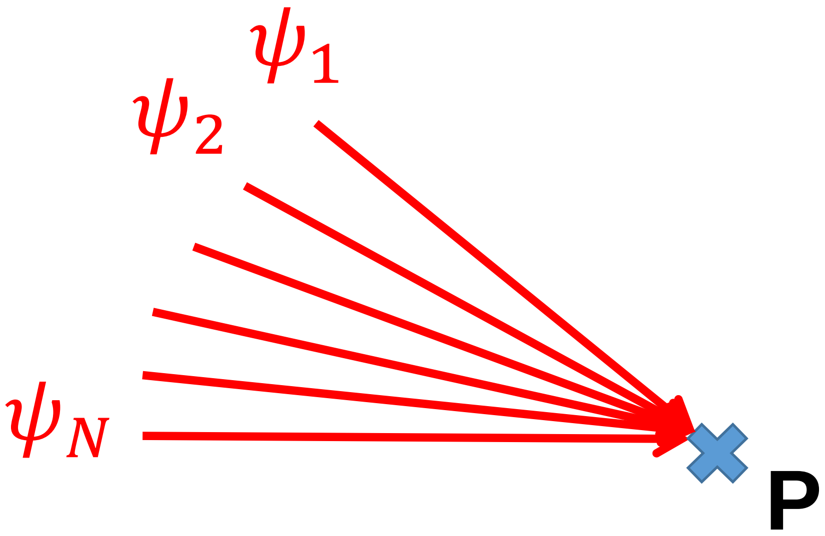
CASO 1

$$\psi_P = \psi_1 + \psi_2$$



CASO 2

$$\psi_P = \sum_{n=1}^{N} \psi_n$$



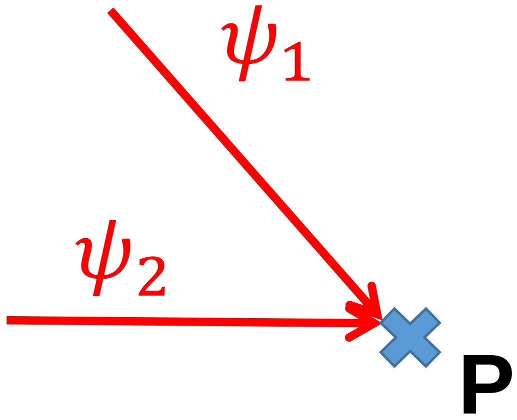
CASO 3 (DIFRACCIÓN)

$$\psi_P = \int_{fuentes} d\psi$$

¡CUIDADO!

Interferencia de dos ondas

$$\psi_P = \psi_1 + \psi_2$$



Se trata principalmente de la superposición de dos ondas de la forma:

$$\psi_1(r_1, t) = A_1\, cos(k\, r_1 - \omega\, t + \varepsilon_1) = A_1\, cos(\delta_1 - \omega\, t)$$
$$\psi_2(r_2, t) = A_2\, cos(k\, r_2 - \omega\, t + \varepsilon_2) = A_2\, cos(\delta_2 - \omega\, t)$$

Como la ecuación de ondas es lineal en la perturbación, se espera que la forma de la onda resultante sea:

$$\psi(r, t) = A\, cos(k\, r - \omega\, t + \varepsilon) = A\, cos(\delta - \omega\, t)$$

$$\delta_1 = k\, r_1 + \varepsilon_1$$
$$\delta_2 = k\, r_2 + \varepsilon_2$$
$$\delta = k\, r + \varepsilon$$

Entonces si uno plantea la superposición de estas ondas, puede hallar una expresión para la amplitud y la fase δ de la onda resultante:

$$\psi_1(r_1, t) + \psi_2(r_2, t) = \psi(r, t)$$

Hagamos esa cuenta, entonces…

$$A_1\, cos(\delta_1 - \omega\, t) + A_2\, cos(\delta_2 - \omega\, t) = A\, cos(\delta - \omega\, t)$$

$$A_1\, cos(\delta_1)\, cos(\omega\, t) - A_1\, sen(\delta_1)\, sen(\omega\, t) + A_2\, cos(\delta_2)\, cos(\omega\, t) - A_2\, sen(\delta_2)\, sen(\omega\, t) =$$
$$= A\, cos(\delta)\, cos(\omega\, t) - A\, sen(\delta)\, sen(\omega\, t)$$

$$[A_1\, cos(\delta_1) + A_2\, cos(\delta_2)]\, cos(\omega\, t) - [A_1\, sen(\delta_1) + A_2\, sen(\delta_2)]\, sen(\omega\, t) =$$
$$= [A\, cos(\delta)]\, cos(\omega\, t) - [A\, sen(\delta)]\, sen(\omega\, t)$$

De acá sale el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} A\, cos(\delta) = A_1\, cos(\delta_1) + A_2\, cos(\delta_2) & (1) \\ A\, sen(\delta) = A_1\, sen(\delta_1) + A_2\, sen(\delta_2) & (2) \end{cases}$$

Dividiendo las ecuaciones $(2)/(1)$:

$$\delta = arctg\left[\frac{A_1\, sen(\delta_1) + A_2\, sen(\delta_2)}{A_1\, cos(\delta_1) + A_2\, cos(\delta_2)}\right]$$

Y ahora haciendo $(1)^2 + (2)^2$:

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2\, A_1\, A_2\, cos(\delta_1 - \delta_2)$$

De la última ecuación se puede deducir la variación de la intensidad de la onda resultante, considerando que la intensidad es proporcional al cuadrado de su amplitud …

$$A^2 = {A_1}^2 + {A_2}^2 + 2\, A_1\, A_2\, cos(\delta_1 - \delta_2)$$

Si las ondas son EM (luz), se asocia a la intensidad con el módulo al cuadrado del campo eléctrico:

$$I \propto |\bar{E}|^2$$

Es decir:

$$\boldsymbol{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1\, I_2}\, cos}(\Delta)$$

donde:

$$\Delta = \delta_1 - \delta_2 = k\,(r_1 - r_2) + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,\xi + \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$

$\xi \rightarrow$ diferencia de camino óptico entre los rayos que interfieren

Si $A_1 = A_2$, entonces $I_1 = I_2 = I_0$. Demos ahora la intensidad:

$$\boldsymbol{I} = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0\, I_0}\, cos(\Delta) = 2\, I_0 + 2\, I_0\, cos(\Delta) = 2\, I_0\, [1 + cos(\Delta)]$$

$$= 2\, I_0 \left\{\left[sen^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) + cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right] + cos\left(\frac{\Delta}{2} + \frac{\Delta}{2}\right)\right\} = 2\, I_0 \left[2\, cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)\right] = \boldsymbol{4\, I_0\, cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)}$$

Condición de máximos y mínimos:

$\Delta = 2\, m\, \pi$ → interferencia constructiva → $\xi = m\, \lambda$ si $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ → $I = 4\, I_0$

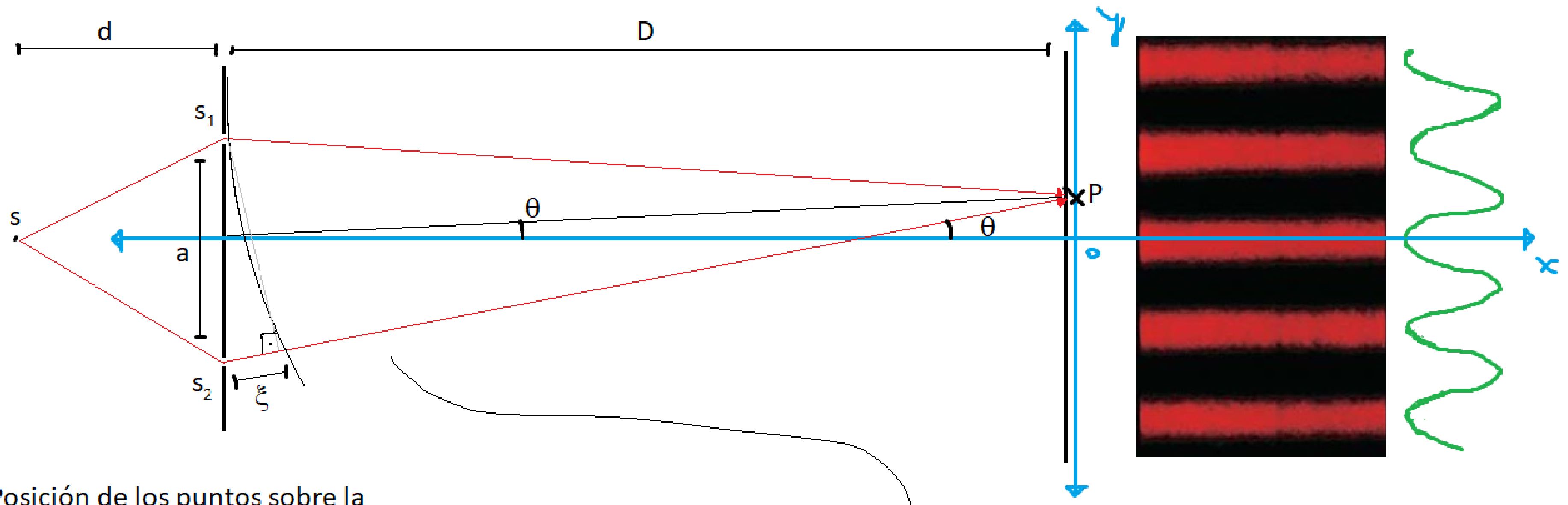
$\Delta = (2\, m + 1)\, \pi$ → interferencia destructiva → $\xi = (2\, m + 1)\, \frac{\lambda}{2}$ si $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ → $I = 0$

Tipos de interferómetros:

DIVISIÓN DEL FRENTE DE ONDAS	DIVISIÓN DE AMPLITUD
Se divide el frente de ondas incidente en dos, de modo que las ondas que interfieran mantengan la coherencia espacial y temporal. El experimento base es el llamado “dispositivo de Young”. Se han montado dispositivos para emular el de Young, como: el doble espejo de Fresnel, el espejo de Lloyd y el biprisma de Fresnel.	Se basa en las reflexiones y transmisiones de las ondas incidentes, luego las ondas que interfieren nacen de una división de la amplitud (energía) inicial. Algunos dispositivos que generan esta interferencia son: las láminas de caras paralelas, la cuña y el dispositivo de anillos de Newton.

Interferómetros de división del frente de ondas

El interferómetro de Young



Posición de los puntos sobre la pantalla: $y = D\,\mathrm{tg}(\theta) \sim D\,\mathrm{sen}(\theta)$

Pero también: $\mathrm{sen}(\theta) = \dfrac{\xi}{a}$

Entonces llegamos a la forma general para las posiciones:

$$y = \frac{D\,\xi}{a}$$

Se traza un arco de circunferencia que, al ser "D" mucho mayor que "a", puede verse como una perpendicular que cae sobre el rayo inferior. Luego, el segmento que une este punto con la segunda fuente es la diferencia de camino óptico de los rayos.

Para los máximos pedimos que la interferencia sea constructiva, es decir que valga: $\xi = m\,\lambda$. De ese modo, obtenemos:

$$y_M = \frac{m\,\lambda\,D}{a}$$

Para los mínimos pedimos que la interferencia sea destructiva, es decir: $\xi = (2m + 1)\,\lambda/2$. De ese modo, obtenemos:

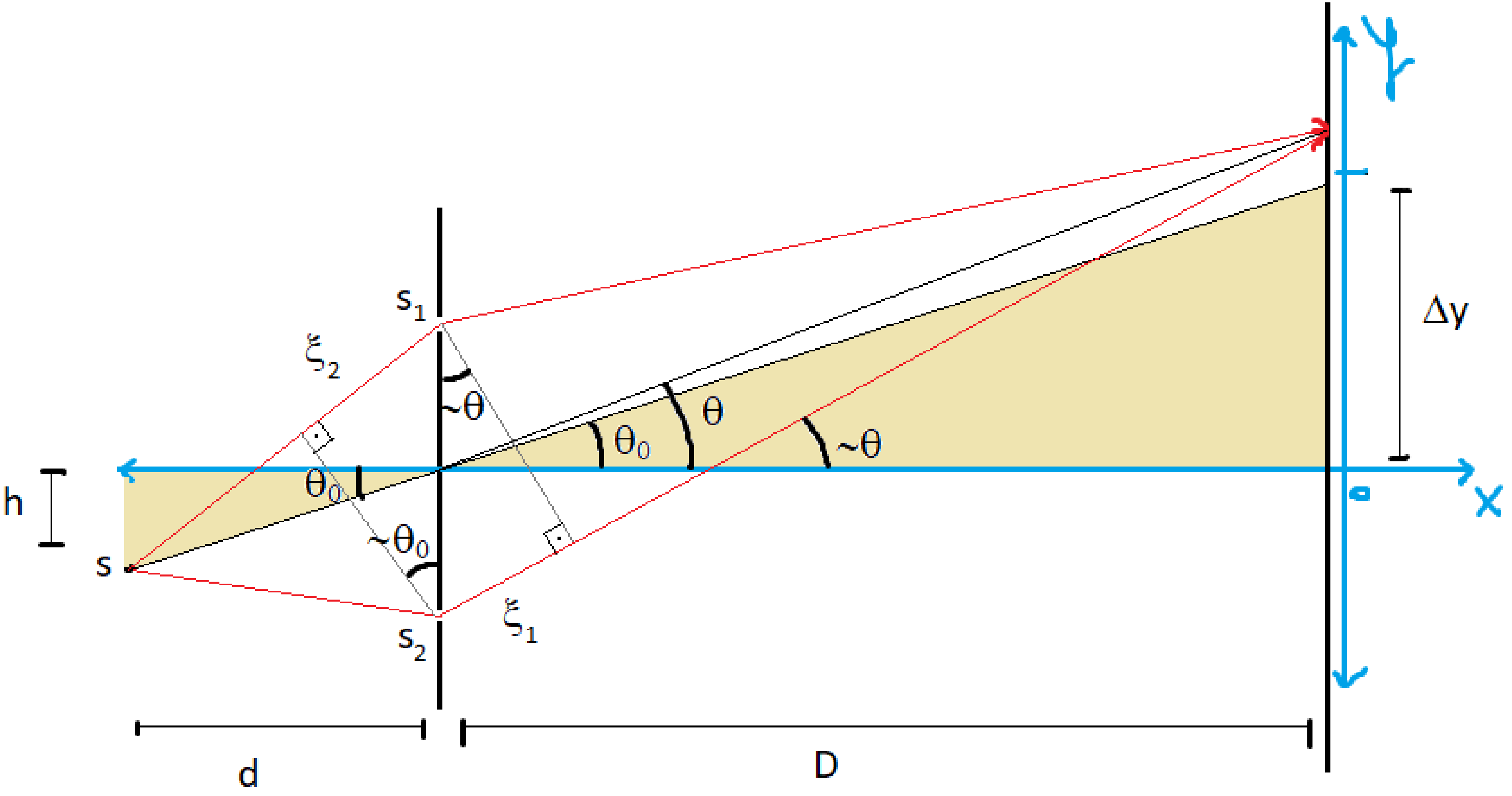
$$y_M = \frac{(2m+1)\,\lambda\,D}{2\,a}$$

Finalmente damos la interfranja, que es la distancia entre dos de las franjas luminosas:

$$i = \frac{\lambda\,D}{a}$$

¿Cómo haríamos que las fuentes se enciendan en distintos instantes de tiempo?

Variante 1: Fuente asimétrica respecto del centro de las ranuras.

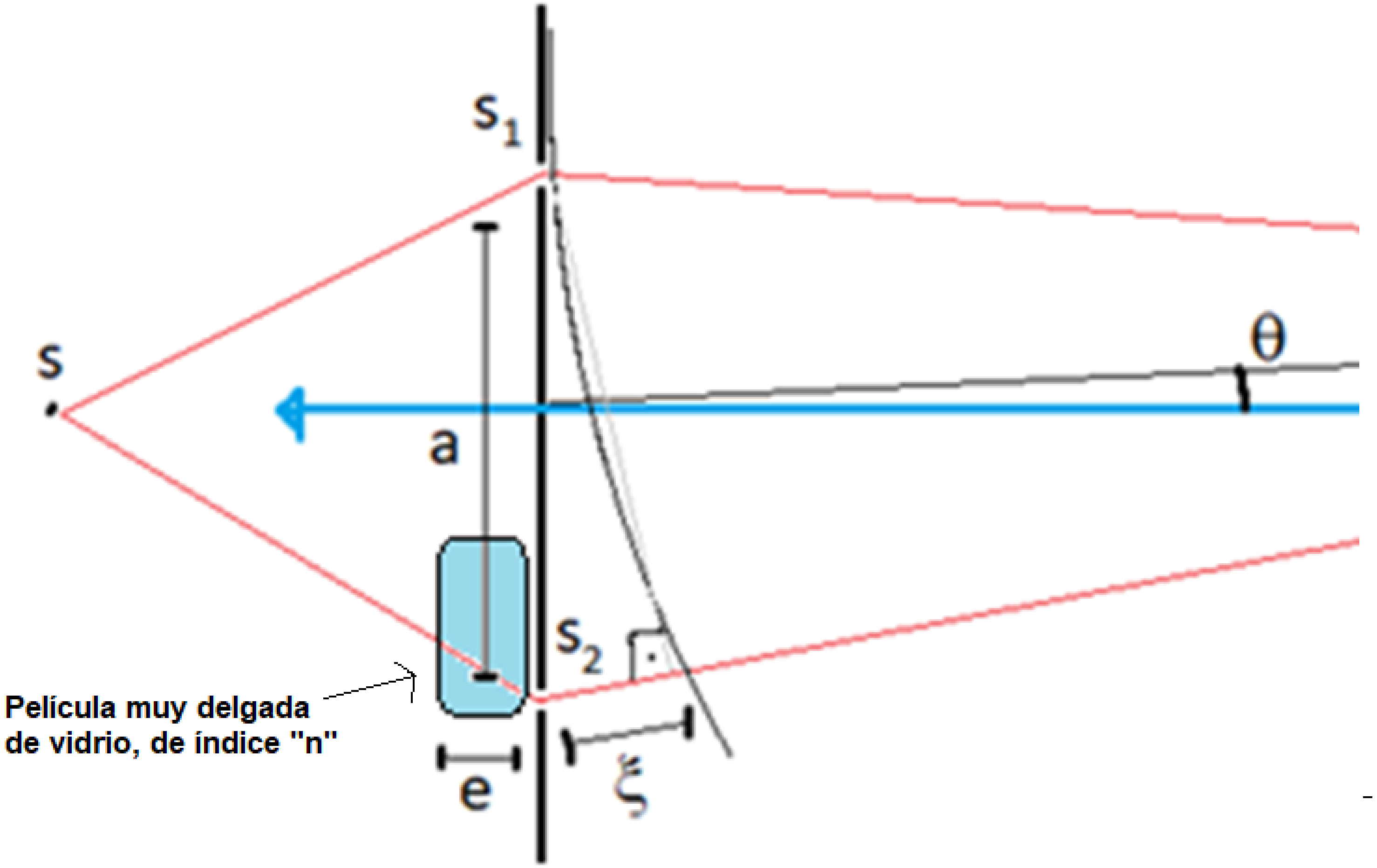


$$\Delta y = \frac{h\,D}{d}$$

$$\xi_1 = a\,sen(\theta)$$
$$\xi_2 = -a\,sen(\theta_0)$$

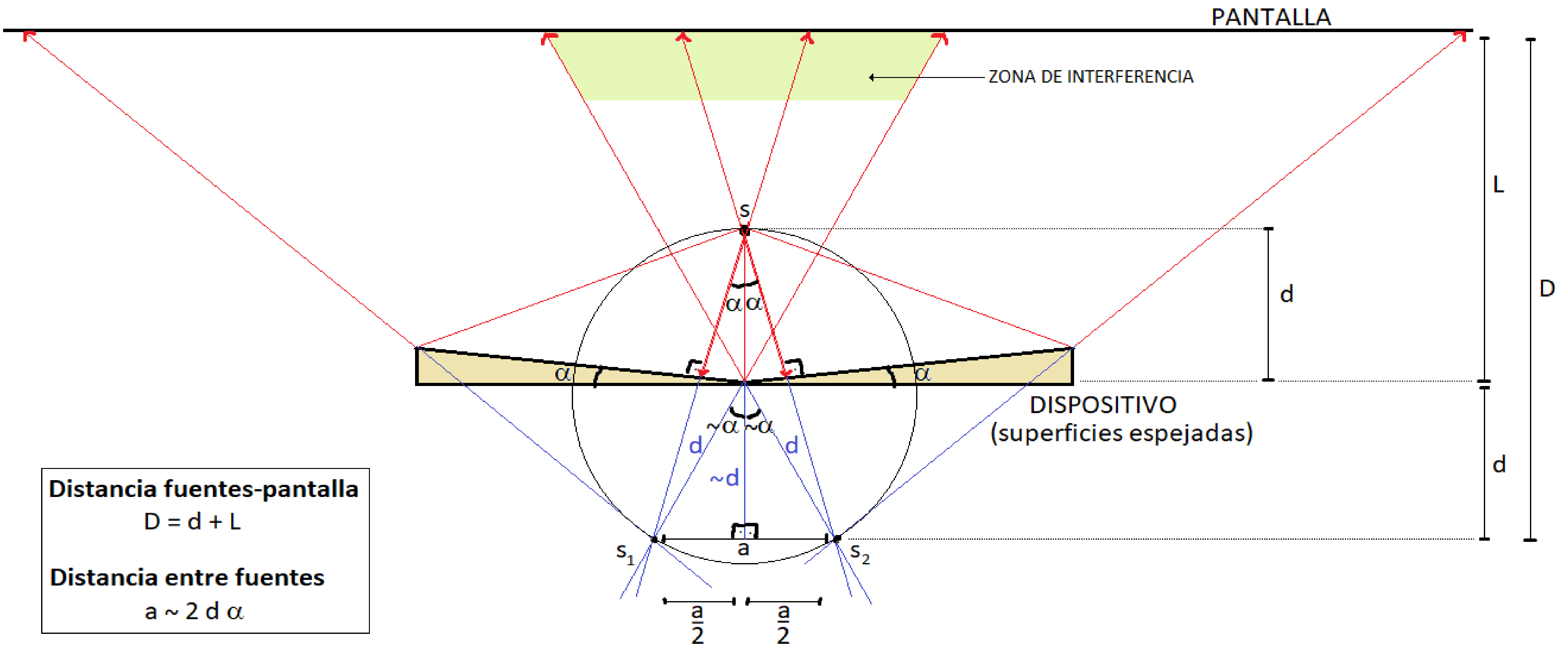
$$\xi = \xi_1 + \xi_2$$

Variante 2: Retrasar un haz producto de un leve cambio de medio.



$$\boxed{\xi_T = \xi + (n-1)\, e}$$

El doble espejo de Fresnel



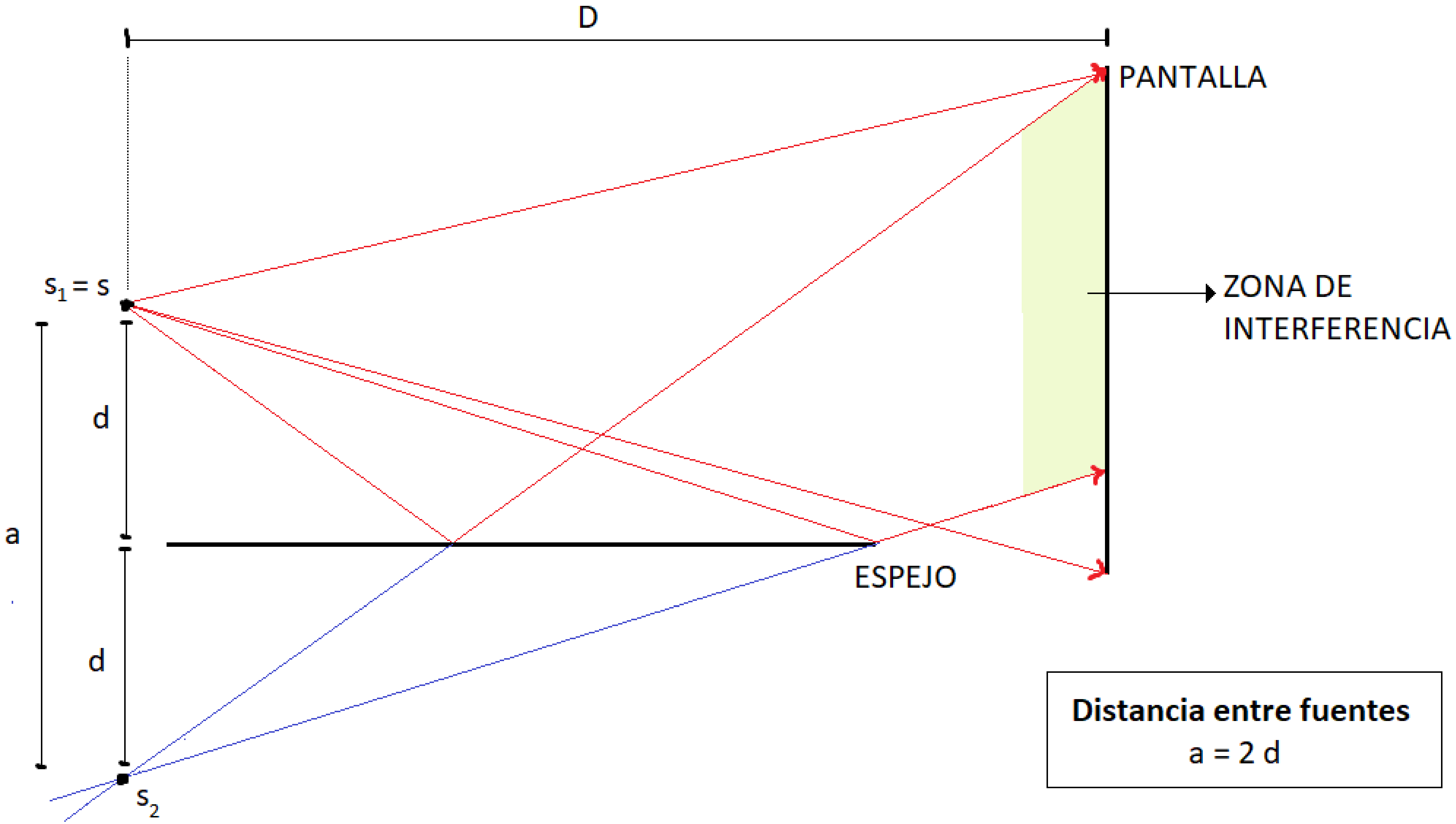
Distancia fuentes-pantalla

$D = d + L$

Distancia entre fuentes

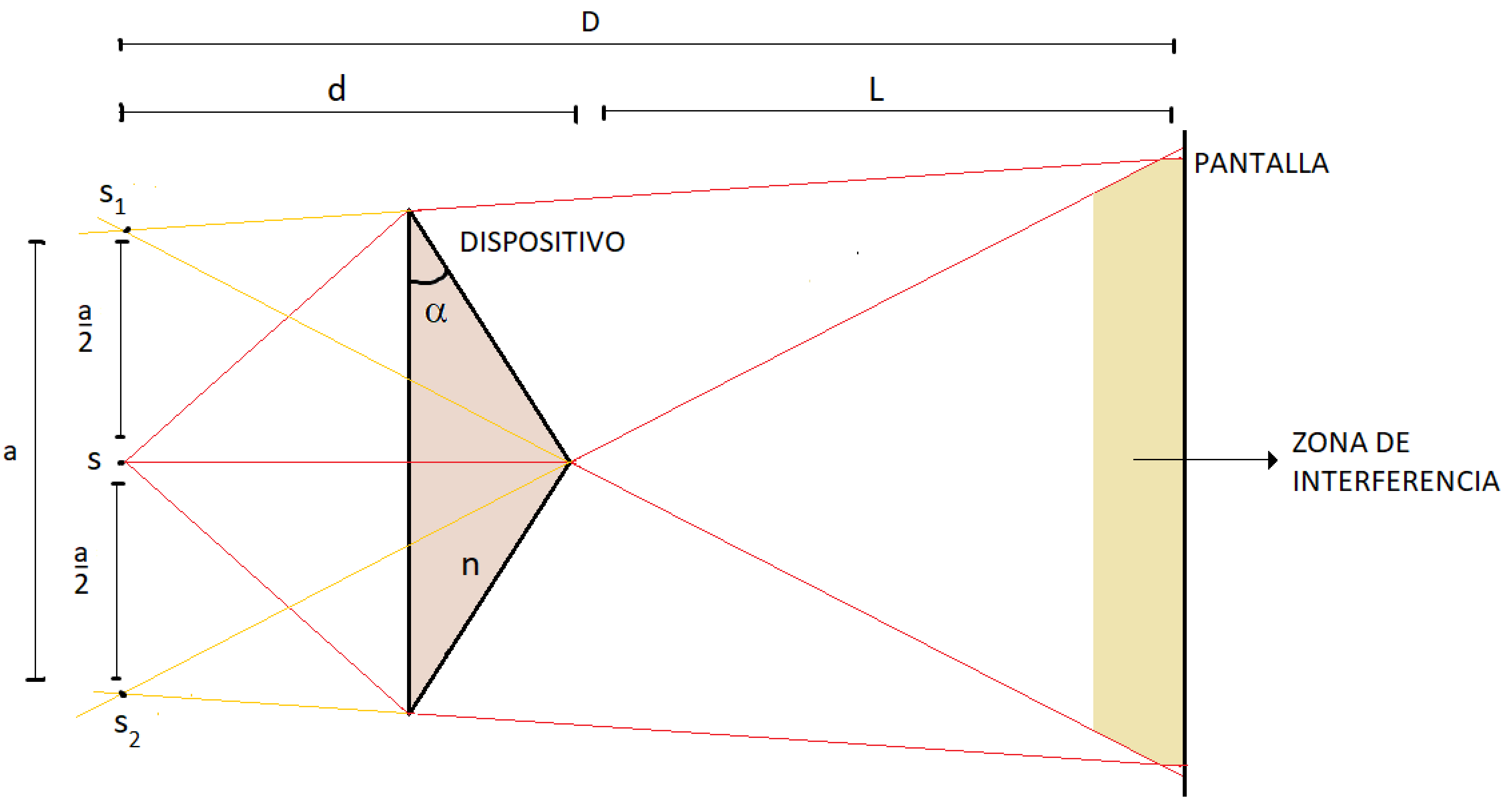
$a \sim 2\, d\, \alpha$

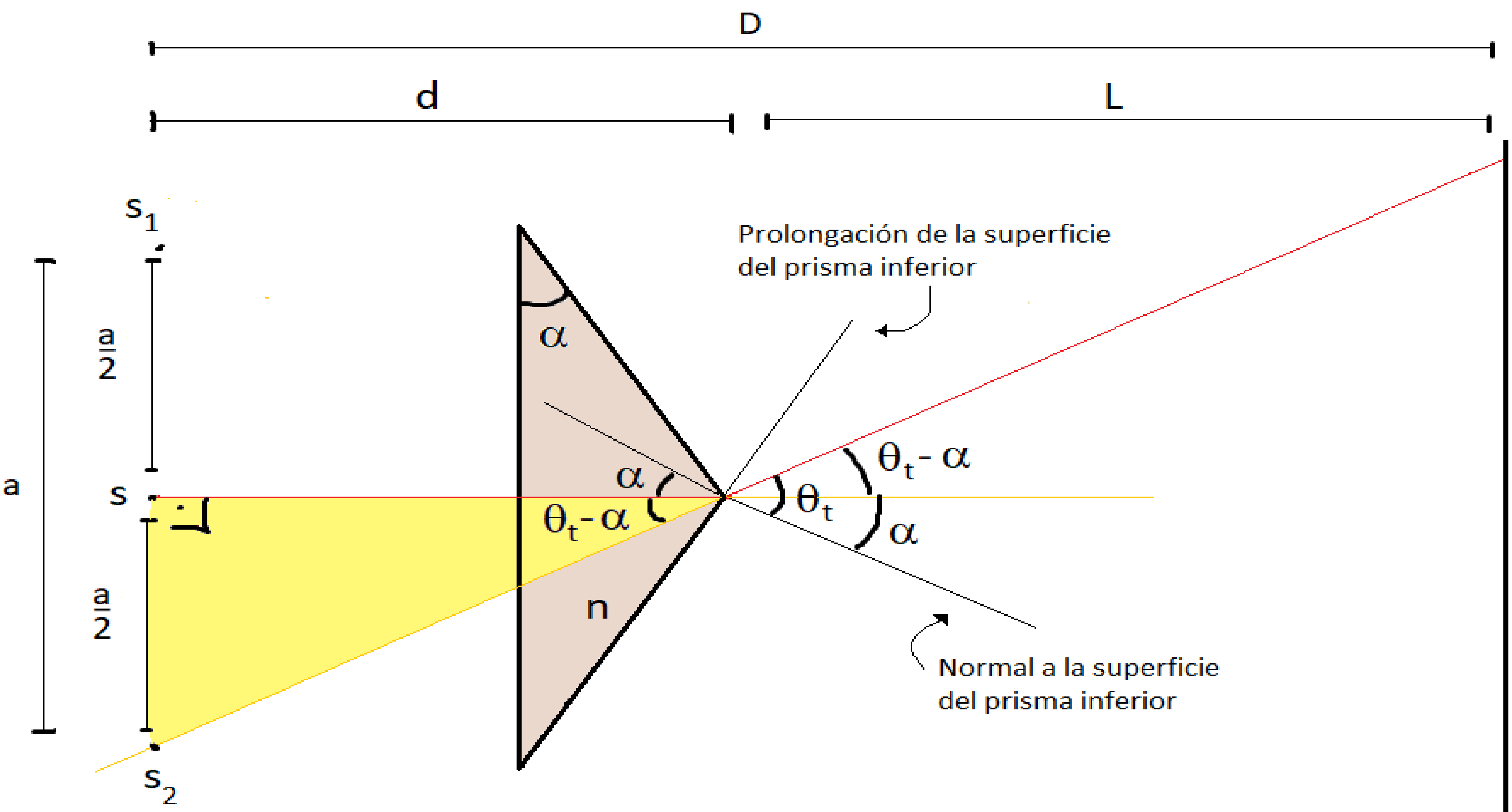
El espejo de Lloyd



Distancia entre fuentes
$a = 2\,d$

El biprisma de Fresnel





Distancia fuentes - pantalla

$D = d + L$

Distancia entre fuentes

$a = 2\,d\,(n - 1)\,\alpha$