

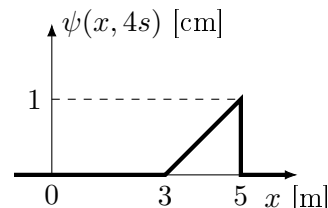
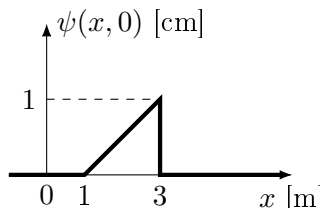
PROPAGACIÓN EN MEDIOS NO DISPERSIVOS

Los ejercicios con (*) entrañan una dificultad adicional. Son para investigar después de resolver los demás.

Propagación en medios no dispersivos

1. Perturbación propagando en una cuerda no dispersiva

Una perturbación se propaga en una cuerda infinita con velocidad v . Las figuras la muestran en $t = 0$ y $t = 4$ s. Determine v y $\psi(x, t)$.



2. Perturbación inicial en una cuerda no dispersiva

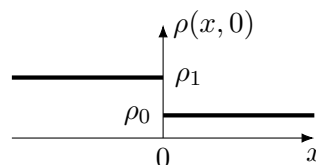
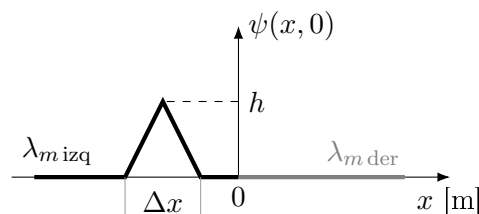
Suponga que la cuerda del problema 1 fue soltada desde el reposo con la deformación vista en $t = 0$.

- Escriba las componentes de la perturbación que se propagan a izquierda y derecha que conforman $\psi(x, t) = \psi_{\text{derecha}}(x - vt) + \psi_{\text{izquierda}}(x + vt)$.
- Grafique $\psi(x, t = 0,25 \text{ s})$.

3. (*) Ambos extremos de una cuerda de densidad μ están fijos sometiéndola a una tensión T . A $t = 0$ se la

suelta con $h \ll L$ desde $\psi(x, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < x < a \\ h \frac{x-a}{L/2-a} & \text{si } a < x < L/2 \\ h \frac{L-a-x}{L/2-a} & \text{si } L/2 < x < L-a \\ 0 & \text{si } L-a < x < L. \end{cases}$

- Hallar $\psi(x, t)$ y demostrar que siempre es posible escribir esta solución como una superposición de una onda que se propaga hacia la derecha y una que se propaga hacia la izquierda.
- Hacer un esquema cualitativo del movimiento de la cuerda para los instantes $t_n = \frac{n}{8} \frac{L}{v}$, donde v es la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda y n es un número natural.

4. (*) En un gas, a $t = 0$, se produce la perturbación sobre su densidad ρ indicada en la figura. Conociendo la v_{sonido} , ρ_1 , ρ_0 tales que $(\rho_1 - \rho_0)/\rho_0 \ll 1$ y que en ese momento el gas estaba en reposo, calcule $\rho(x, t)$.5. Dos cuerdas semi-infinitas de distinta densidad lineal de masa, $\lambda_{m \text{ izq}}$ y $\lambda_{m \text{ der}}$, están unidas en un punto y sometidas a una tensión T_0 . Sobre la primera se propaga hacia la derecha la perturbación que muestra la figura. Se conocen $\lambda_{m \text{ izq}}$, $\lambda_{m \text{ der}}$, T_0 , Δx y h , y se considera que los medios son no dispersivos.

- Hallar el desplazamiento $\psi(x, t)$.
- Explique cualitativamente cómo cambian estos resultados si el medio es dispersivo.

Velocidad de fase y de grupo

6. ¿Cuál de estos métodos determina la velocidad de fase y cuál la de grupo?

- Golpear las manos y determinar el tiempo que transcurre entre el aplauso y el eco de un reflector ubicado a una distancia conocida.
- Medir la longitud de un tubo que resuena a una frecuencia conocida (y corregir por efectos de borde).
- Medir el tiempo en que el pulso de un láser recorre una distancia conocida.
- Encontrar la longitud de una cavidad resonante que oscila a un modo y frecuencia conocidos.

7. Demuestre que la relación de la velocidad de grupo v_g y de fase v_f es

$$v_g = v_f - \lambda \frac{dv_f}{d\lambda}.$$

¿Cómo es $\frac{dv_f}{d\lambda}$ en un medio no dispersivo? En tal caso, ¿cuál es la relación entre v_g y v_f ?