



## (12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 101883061 B

(45) 授权公告日 2013. 09. 11

(21) 申请号 201010194234. 6

(22) 申请日 2010. 05. 27

(73) 专利权人 王红星

地址 264001 山东省烟台市芝罘区二马路  
188 号海军航空工程学院电子信息工程  
系

(72) 发明人 王红星 陈昭男 赵志勇 刘锡国  
康家方

(51) Int. Cl.

H04L 25/02 (2006. 01)

H04L 25/03 (2006. 01)

H04B 1/717 (2011. 01)

(56) 对比文件

CN 101552750 A, 2009. 10. 07, 全文.

CN 101552751 A, 2009. 10. 07, 全文.

CN 101409697 A, 2009. 04. 15, 全文.

Flammer C. 《the angle functions》.  
《Spheroidal Wave Functions》. Stanford  
University Press, 1956, 第 16-19 页.

王红星, 陈昭男, 赵志勇, 刘锡国, 康家方. 《基  
于勒让德多项式的椭圆球面波脉冲设计方  
法》. 《电波科学学报》. 2012, 第 27 卷 (第 1 期),  
全文.

D. B. Hodge. 《Eigenvalues and  
Eigenfunctions of the Spheroidal Wave  
Equation》. 《Journal of Mathematical  
Physics》. 1970, 第 11 卷 (第 8 期), 第 2308-2312  
页.

Brent Parr, ByungLok Cho, Kenneth  
Wallace, Zhi Ding. 《A Novel Ultra-Wideband  
Pulse Design Algorithm》. 《IEEE Communication  
Letters》. 2003, 第 7 卷 (第 5 期), 第 219-221  
页.

赵志勇, 刘锡国, 王红星, 叶蔚. 《基于椭  
圆球面波函数的最佳窗函数分析》. 《中国电子科  
学研究院学报》. 2009, 第 4 卷 (第 3 期), 全文.

刘锡国, 赵志勇, 舒根春, 王红星. 《PSWF 信号  
发生器的设计与实现》. 《全国第十三届信号与信  
息处理联合学术会议论文集》. 北京航空航天大学  
出版社, 2009, 第 279-282 页.

赵志勇, 王红星, 钟佩琳. 《基于椭圆球面波  
函数 (PSWF) 的基带传输波形设计方法》. 《中国  
电子科学研究院学报》. 2010, 第 5 卷 (第 1 期),  
全文.

审查员 林清源

权利要求书1页 说明书6页 附图2页

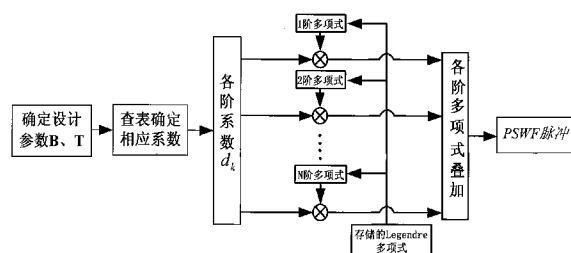
(54) 发明名称

基于归一化勒让德多项式的椭圆球面波函数  
脉冲产生方法

(57) 摘要

本发明公开了一种通信系统中的 PSWF 脉冲  
产生方法, 是一种基于归一化勒让德多项式的脉  
冲产生方法。根据待设计脉冲的持续时间  $T$  和带  
宽  $B$  计算归一化勒让德多项式的系数, 并以此为  
依据, 建立系数查找表; 产生脉冲时, 根据设计参  
数, 从系数查找表中获取归一化勒让德多项式系  
数, 再通过归一化勒让德多项式加权求和的方式  
产生需要的 PSWF 脉冲。所述的系数查找表中仅存  
储归一化勒让德多项式系数, 所以需要较少的存  
储空间, 降低了硬件复杂度。本发明可以根据系统  
频谱要求实时地产生 PSWF 脉冲。本发明产生的

PSWF 脉冲能动态地适应系统频谱的要求。



1. 一种椭圆球面波函数 PSWF 脉冲的产生方法, 是基于归一化勒让德多项式逼近的脉冲产生方法, 其特征是: 根据待设计脉冲的持续时间  $T$  和带宽  $B$ , 建立特征矩阵  $A$ , 通过求解特征矩阵  $A$  的特征向量  $\beta^j = (\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \dots)$ ,  $j$  为阶数, 特征矩阵  $A$  的特征向量即为归一化勒让德多项式的系数, 并以得到的归一化勒让德多项式的系数为依据, 建立系数查找表; 产生脉冲时, 根据设计参数, 从系数查找表中获得归一化勒让德多项式的系数, 用归一化勒让德多项式加权求和的方式构建 PSWF 脉冲; 当脉冲设计频带改变时, 可以通过改变归一化勒让德多项式系数的方法来产生所需频带的 PSWF 脉冲;

根据脉冲设计参数即脉冲的持续时间  $T$  和带宽  $B$ , 得到时间带宽积  $c = \pi BT$ , 归一化勒让德多项式的最高阶数即特征矩阵  $A$  的阶数  $M = 2N$ ,  $N = \lceil (\lfloor ce \rfloor + 1) / 2 \rceil$ , 其中  $e$  为自然对数的底, 符号  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整,  $\lceil \cdot \rceil$  表示向上取整;

矩阵  $A$  的元素为:

$$\begin{aligned} A_{k,k+2} &= \frac{(k+2)(k+1)}{(2k+3)\sqrt{(2k+5)(2k+1)}} \cdot c^2; \\ A_{k,k} &= k(k+1) + \frac{2k(k+1)-1}{(2k+3)(2k-1)} \cdot c^2; \\ A_{k+2,k} &= \frac{k(k-1)}{(2k-3)\sqrt{(2k-3)(2k+1)}} \cdot c^2; \end{aligned}$$

$k = 0, 1, 2, \dots, 2N$ , 剩余的元素均为 0; 计算矩阵  $A$  中的每个元素, 构建矩阵  $A$ ;

所述的系数查找表为: 该表索引由脉冲持续时间  $T$ , 带宽  $B$  和阶数  $j$  这三个参数组成, 表中元素为归一化勒让德多项式系数向量; 根据待设计脉冲的持续时间  $T$ , 带宽  $B$  和阶数  $j$ , 可以从查找表中获取对应的归一化勒让德多项式系数向量;

所述的通过改变归一化勒让德多项式系数来产生所需频带的 PSWF 脉冲的方法是: 当通信系统所用的频带范围发生变化时, 脉冲设计参数做相应的改变, 根据新参数计算归一化勒让德多项式系数向量, 构建并保存系数查找表, 产生脉冲时, 根据新的归一化勒让德多项式系数, 用多项式加权求和的方法构建 PSWF 脉冲; 查找表能根据所要求的通信频带范围实时地做出改变, 从而使产生的 PSWF 脉冲也能动态地适应系统频谱的要求。

## 基于归一化勒让德多项式的椭圆球面波函数脉冲产生方法

### 技术领域

[0001] 本发明涉及通信系统中的脉冲产生方法,尤其涉及一种频谱可控的椭圆球面波脉冲的产生方法。

### 背景技术

[0002] 椭圆球面波函数 (Prolate Spheroidal Wave Functions, 简称 PSWF) 在 20 世纪 60 年代初由贝尔实验室的 D. Slepian 等人首次提出。该函数在时域上集中分布,又在频域上带限,具有非常好的能量聚集性,在电磁场理论、通信、图像处理等领域得到了广泛应用。PSWF 在通信系统中的应用主要集中在脉冲波形设计方面。PSWF 作为一种脉冲波形,具有频谱灵活可控性和双正交特性,已经在超宽带系统和 CDMA 系统中得到应用,尤其是应用于非正弦时域正交通信系统中(见专利:王红星,赵志勇,刘锡国,毛忠阳,张磊,舒根春,非正弦时域正交调制方法[P]),可以显著地提高系统频带利用率。然而,由于该函数没有一个由基本函数构成的标准表达式,其闭式解很难求取,近似解法也非常复杂,因此它仍然被看做是一种“神秘函数”,限制了其在通信系统中的推广应用。对于 PSWF 的求解,目前主要有勒让德多项式逼近法和积分方程离散求解法。

[0003] 由于勒让德多项式和 PSWF 在定义式上具有相似之处,且 PSWF 在定义域  $R$  上是解析的,而勒让德多项式系  $\{P_n(x)\}$  为  $L^2(R)$  中的完备正交基,所以可以用勒让德多项式来逼近 PSWF。Stratton 和 Flammer 提出采用勒让德多项式逼近的方法来构建 PSWF(见文献:Flammer C, Spheroidal Wave Functions[M], Stanford University Press, 1956, 3: 16-19)。该算法首先将特征值  $\lambda_n(c)$  展开为时间带宽积  $c$  的幂级数的形式并计算其近似值。在此基础上,利用三项迭代法,依次计算各阶勒让德多项式的系数,最后通过勒让德多项式逼近的方法构建 PSWF。该方法得到的结果较为精确,然而,随着  $c$  的增大,  $\lambda_n(c)$  的幂级数展开式不再具有收敛性,因此该方法不适用于  $c$  较大的情况。另外,该算法中的迭代运算过程相当复杂,求解效率低,所以无法满足 PSWF 脉冲实时产生的要求。Hodge 对上述方法做了改进,将其中的三项迭代公式转换成求解矩阵特征向量的形式,可以实现快速而准确的求解(见文献:D. B. Hodge, eigenvalues and eigenfunctions of the spheroidal wave equation[J], Journal of Mathematical Physics, 1970, 11(8): 2308 ~ 2312)。该算法可以一次计算多个不同阶的 PSWF,而且在  $c^2 > 1000$  时,仍能给出较为精确的解。需要说明的是, Hodge 算法中所用矩阵的维数与脉冲带宽成正比。这就导致了当带宽较大时,该算法需要较大的存储空间来保存矩阵,同时,求解矩阵特征向量过程的运算复杂度也随之增加。所以,从产生脉冲的角度来说, Hodge 算法需要较高的硬件复杂度,不利于硬件实现。

[0004] Parr B 从 PSWF 的积分方程定义入手,提出了 PSWF 的数值解法(见文献:Parr B, Cho B, Wallace K, a novel ultra-wideband pulse design algorithm[J], IEEE Communication Letters, 2003, 7(5): 219 ~ 221)。这种方法通过采样定理对 PSWF 的积分方程定义式离散化,从而将积分方程的特征函数问题转变为 Toeplitz 矩阵的特征向量问题,通过求解矩阵特征向量得到时限椭圆球面波函数的近似离散数值解。在该算法的基础上,

刘锡国等人提出了一种 PSWF 脉冲产生方案（见文献：刘锡国，赵志勇，舒根春，王红星，PSWF 信号发生器的设计与实现 [C]，全国第十三届信号与信息处理联合学术会议论文集，2009，279～282）。该方法根据脉冲设计参数，通过查找表模块读出采样值，在插值滤波器中进行信号恢复，最后通过数模转换输出信号波形。这种方法避免了繁杂的数值积分过程，但需要求解矩阵的特征向量和特征值，仍然具有较大的计算量，因而求解过程较慢，不利于脉冲的实时产生。另外，该方法产生的是椭圆球面波的时限形式，对于时限外的信号形式，则无从知道；当脉冲持续时间改变时，需要重新产生脉冲。

[0005] 在目前的 PSWF 脉冲求解算法中，Hodge 算法精度较高，但需要的运算量和硬件存储空间都比较大，且求解矩阵得到的特征向量并不是勒让德多项式的系数，还需要对特征向量进行转换，这就增加了该算法硬件实现的复杂度，不利于硬件实现；Parr 方法在实施过程中，每产生一类 PSWF 脉冲，都需要进行一次矩阵特征向量的求解运算，计算量大，设计效率低，难以实现 PSWF 脉冲的实时产生。如果需要产生非时限形式的 PSWF 脉冲，必须从勒让德多项式逼近的算法入手，对其进行改进，以达到降低硬件复杂度和减少运算量的目的。PSWF 脉冲产生方法性能的优劣，直接影响到通信系统的性能，没有快速高效的脉冲产生方法，就没有准确可靠的数据传输。寻找一种快速高效且硬件实现复杂度低的 PSWF 脉冲产生方法，是目前迫切需要解决的问题。

## 发明内容

[0006] 本发明的目的是发明一种新的 PSWF 脉冲产生方法。本发明提出了一种使用归一化勒让德多项式来产生 PSWF 脉冲的方法。该脉冲产生方法首先根据脉冲参数计算归一化勒让德多项式的系数，并构建查找表；需要产生脉冲时，根据具体设计参数，从查找表中获取归一化勒让德多项式的系数，再通过归一化勒让德多项式加权求和来产生 PSWF 脉冲。本发明便于硬件实现，并能根据脉冲设计参数，实时地产生 PSWF 脉冲。当通信频带发生变化时，本发明将对脉冲设计参数做出相应的调整，从而使产生的 PSWF 脉冲能动态地适应系统频谱的要求。

[0007] 本发明是通过如下技术措施来达到：

[0008] ①基于归一化勒让德多项式逼近的椭圆球面波函数构建。将椭圆球面波函数用归一化勒让德多项式展开，得到

$$[0009] \quad \psi_j(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \beta_k^j \cdot \bar{P}_k(t) \quad (1)$$

[0010] 式中，当 j 为偶数时，k 仅取偶数值；当 j 为奇数时，k 仅取奇数值。定义系数向量  $\beta^j = (\beta_0^j, \beta_1^j, \beta_2^j, \dots)$ ，该向量是矩阵 A 的特征向量，即

$$[0011] \quad (A - x_j \cdot I) (\beta^j) = 0 \quad (2)$$

[0012] 其中，矩阵 A 做如下定义：

$$[0013] \quad A_{k,k+2} = \frac{(k+2)(k+1)}{(2k+3)\sqrt{(2k+5)(2k+1)}} \cdot c^2 \quad (3)$$

$$[0014] \quad A_{k,k} = k(k+1) + \frac{2k(k+1)-1}{(2k+3)(2k-1)} \cdot c^2 \quad (4)$$

$$[0015] \quad A_{k+2,k} = \frac{k(k-1)}{(2k-3)\sqrt{(2k-3)(2k+1)}} \cdot c^2, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

[0016] 矩阵的其他项均为 0。本算法中矩阵 A 的特征向量即为归一化勒让德多项式的系数,而不必对特征向量进行转换。与 Hodge 算法相比,本算法简化了运算过程,更有利于工程实现。由于矩阵 A 的维数是无穷的,实际的脉冲产生过程中必须对其进行截断处理。为使截断误差足够小,令矩阵 A 的阶数为

$$[0017] \quad M = 2 \lceil (\lfloor ce \rfloor + 1) / 2 \rceil, \quad (6)$$

[0018] 其中 e 为自然对数的底, c 表示时间带宽积,  $c = \pi BT$ , 符号  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整,  $\lceil \cdot \rceil$  表示向上取整。

[0019] ②确定归一化勒让德多项式的最高阶数。根据通信系统的要求,确定待设计脉冲持续时间为 T,带限于  $[-B, B]$ ,由关系式  $N = \lceil (\lfloor ce \rfloor + 1) / 2 \rceil$ ,确定使用的归一化勒让德多项式的最高阶数为 2N,其中 e 为自然对数的底, c 称为时间带宽积。将前 2N 阶归一化勒让德多项式的表达式存储于硬件存储器中。

[0020] ③构建特征矩阵 A。矩阵 A 的元素为

$$[0021] \quad A_{k,k+2} = \frac{(k+2)(k+1)}{(2k+3)\sqrt{(2k+5)(2k+1)}} \cdot c^2 \quad (7)$$

$$[0022] \quad A_{k,k} = k(k+1) + \frac{2k(k+1)-1}{(2k+3)(2k-1)} \cdot c^2 \quad (8)$$

$$[0023] \quad A_{k+2,k} = \frac{k(k-1)}{(2k-3)\sqrt{(2k-3)(2k+1)}} \cdot c^2 \quad (9)$$

[0024]  $k = 0, 1, 2, \dots, 2N$ , 剩余的元素均为 0。计算矩阵 A 中的每个元素,构建矩阵 A。

[0025] ④建立系数查找表。根据 k 的奇偶性,将矩阵 A 分成 2 个三角对称矩阵  $A_{\text{even}}$  和  $A_{\text{odd}}$ ,分别求解其 N 个特征值  $x_j$  和特征向量  $\beta^j$ ,并将特征值按降序排列得到  $x_0 < x_1 < \dots < x_{N-1}$ ,对应的特征向量为  $\beta^0, \beta^1, \dots, \beta^{N-1}$ ,将特征向量存入查找表中。其中,  $\beta^j$  即为第 j 阶 PSWF 脉冲的归一化勒让德多项式系数向量。查找表的索引由三部分组成:持续时间 T,带宽 E 和脉冲阶数 j,根据这三个参数,即可确定该脉冲对应的归一化勒让德多项式系数。需要说明的是,当通信频带发生改变时,脉冲设计参数也做相应的调整,查找表根据新的脉冲设计参数重新构建并存储,从而确保查找表能够实时地反映通信频带的要求。

[0026] ⑤产生脉冲。根据脉冲持续时间 T、带宽 B 和阶数 j,查表确定相应的归一化勒让德多项式系数向量  $\beta^j$ ,再对 N 个勒让德多项式进行加权求和,即可产生需要的 PSWF 脉冲。当阶数 j 为偶数时,产生脉冲的表达式为

$$[0027] \quad \psi_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{2k}^j \cdot \bar{P}_{2k}(t); \quad (10)$$

[0028] 当阶数 j 为奇数时,产生脉冲的表达式为

$$[0029] \quad \psi_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \beta_{2k+1}^j \cdot \bar{P}_{2k+1}(t) \quad (11)$$

[0030] 在上述两个表达式中,  $\bar{P}_k$  为归一化勒让德多项式。用  $P_k$  表示 k 阶勒让德多项式,

其相邻阶数之间满足迭代公式

$$[0031] \quad P_{k+1}(x) = \frac{2k+1}{k+1} x P_k(x) - \frac{k}{k+1} P_{k-1}(x), \quad (12)$$

[0032] 其初始项为  $P_0(x) = 1, P_1(x) = x$ 。归一化勒让德多项式定义为

$$[0033] \quad \bar{P}_k(t) = P_k(t) \cdot \sqrt{k+1/2}。 \quad (13)$$

[0034] 该脉冲产生过程如图 1 所示。

[0035] 与现有技术相比,本发明具有如下有益效果:

[0036] ①本发明硬件复杂度低,便于工程实现。Parr 方法中需要存储脉冲的离散采样值,而本发明中的查找表保存的是归一化勒让德多项式的系数。在 T 一定的情况下,当信号带宽 B 较大时, Parr 方法中的 PSWF 采样点数增多,占用的存储空间资源也随之增加,这就对系统的硬件复杂度提出了较高的要求,而在本发明中,存储点数的增加并不明显(图 2)。在信号带宽 B 较大时,本发明仍具有较低的硬件复杂度,更有利于硬件实现。

[0037] ②本发明能够实现 PSWF 脉冲的实时产生。本发明的脉冲产生过程实质上是一个归一化勒让德多项式加权求和的过程,该过程计算量较小,使用数字信号处理技术,能够瞬时完成,从而可以实现 PSWF 脉冲的实时产生(图 3)。

[0038] ③本发明产生的脉冲精度较高。Parr 方法实质上是一种通过插值函数来近似信号的方法,插值函数的选择和插值次数的多少对逼近的精度会产生较大的影响,而本发明的依据是 PSWF 的勒让德多项式展开形式,这种展开形式是 PSWF 的精确表达式,而非近似形式。本发明中虽然需要对该表达式进行截断,但归一化勒让德多项式最高阶数是在充分考虑截断误差的前提下计算出的。当需要产生精度较高的脉冲时,可以适当增加归一化勒让德多项式最高阶数。

[0039] ④本发明产生的 PSWF 脉冲能快速地动态适应系统频谱的要求。在传统的脉冲产生方法中,当带宽等设计参数发生变化时,需要重新设计脉冲产生电路,这就增加了脉冲产生的复杂度,不利于脉冲的实时产生,而本发明通过归一化勒让德多项式求和的方式产生 PSWF 脉冲,是一种“硬件软件化”的设计思想。当通信频段发生变化时,本发明只需要根据新的脉冲设计参数,重新构造和存储查找表,并根据新查找表产生 PSWF 脉冲。本发明可以根据系统频谱要求快速产生 PSWF 脉冲,而不需要对硬件系统做出改变。

## 附图说明

[0040] 图 1 是基于归一化勒让德多项式的 PSWF 脉冲产生流程图。

[0041] 图 2 是当 c 的取值范围是  $[0, 40]$ , Parr 方法以 4 倍信号带宽的采样速率进行采样时,本发明和 Parr 方法需要存储的数据点数比较图。

[0042] 图 3 是当  $c = 30, T = 2s$  时,本发明和 Parr 方法所需要的脉冲产生时间比较图。

[0043] 图 4 是实施例 1 中产生的前 10 阶 PSWF 脉冲时域波形图。

## 具体实施方式

[0044] 下面结合附图和实施例对本发明作进一步详细描述。

[0045] 基于归一化勒让德多项式的 PSWF 脉冲产生流程如图 1 所示,可按如下步骤进行脉冲产生:

[0046] ①根据脉冲持续时间  $T$  和带宽  $B$ , 由  $M = 2 \lceil (\lfloor ce \rfloor + 1) / 2 \rceil$  确定归一化勒让德多项式的最高阶数  $M$ ;

[0047] ②根据脉冲设计参数构建特征矩阵, 求解该特征矩阵的特征向量, 得到前  $M$  阶归一化勒让德多项式的系数, 并以此为依据, 建立系数查找表;

[0048] ③需要产生脉冲时, 根据脉冲持续时间  $T$ 、带宽  $B$  和阶数  $j$ , 查表确定各阶归一化勒让德多项式的系数;

[0049] ④将各阶归一化勒让德多项式的系数分别与相应的归一化勒让德多项式相乘;

[0050] ⑤将各阶加权后的归一化勒让德多项式叠加, 产生需要的 PSWF 脉冲。

[0051] 实施例

[0052] 设计要求: 设计持续时间  $T = 2\text{s}$ , 带限于  $[-5\text{Hz}, 5\text{Hz}]$  的前 10 阶 PSWF 脉冲。

[0053] 设计分析: 根据设计要求, 时间带宽积  $c = 15.708$ , 采用本发明, 具体实现过程如下:

[0054] ①确定归一化勒让德多项式的最高阶数

[0055] 在时间带宽积  $c = 15.708$  的条件下, 根据式 (6) 确定归一化勒让德多项式最高阶数为  $2N = 2 \lceil (\lfloor ce \rfloor + 1) / 2 \rceil = 44$ ;

[0056] ②建立查找表

[0057] 根据  $c = 15.708$  和式 (1)、(2)、(3), 计算  $2N$  维特征矩阵  $A$ , 将其分为 2 个  $N$  维三角对称矩阵  $A_{\text{even}}$  和  $A_{\text{odd}}$ 。需要产生前 10 阶 PSWF 脉冲, 所以分别求出每个矩阵中的前 5 个最小特征值对应的特征向量, 由这些特征向量构成系数查找表并存储, 如表 1 所示。由于篇幅所限, 表中只给出了前 10 阶勒让德多项式的系数, 并统一取 4 位有效数字。

[0058] 表 1 归一化勒让德多项式系数的查找表

[0059]

多项式 系数 阶数 脉冲阶数	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0.6645	-0.6080	0.3846	-0.1877	0.0718	-0.0218	0.0053	-0.0011
1	-0.4002	0.6487	-0.5497	0.3133	-0.1303	0.0413	-0.0103	0.0021
2	0.4569	-0.0476	-0.4873	0.5996	-0.3966	0.1766	-0.0576	0.0144
3	0.4663	-0.3418	-0.2884	0.5846	-0.4403	0.2054	-0.0677	0.0168
4	0.3818	0.2454	-0.4675	-0.1328	0.5478	-0.4537	0.2160	-0.0706
5	0.4893	0.0377	-0.4957	-0.0428	0.5142	-0.4452	0.2102	-0.0669
6	0.3306	0.4346	-0.0844	-0.4866	-0.0161	0.4918	-0.4192	0.1908
7	-0.4785	-0.3776	0.1145	0.4663	0.0441	-0.4759	0.3762	-0.1605
8	0.2711	0.5106	0.3767	-0.0583	-0.4297	-0.1153	0.4540	-0.3165
9	-0.3690	-0.5032	-0.4242	-0.0657	0.3635	0.2095	-0.4229	0.2518

[0060] ③需要产生脉冲时, 根据脉冲带宽  $B$  和持续时间  $T$ , 从查找表中依次读取前 10 阶脉冲所对应的 10 个勒让德多项式系数向量  $\beta^j$ ,  $j = 0, 1, \dots, 9$ , 每个向量  $\beta^j$  由 22 个元素组

成；

[0061] ④将各阶归一化勒让德多项式的系数分别与相应的归一化勒让德多项式相乘,根据 j 取值为奇数和偶数的不同,分别得到  $\beta_{2k+1}^j \bar{P}_{2k+1}(t)$  或  $\beta_{2k}^j \bar{P}_{2k}(t)$ ,  $k = 0, 1, \dots, 21$ ;

[0062] ⑤将各阶加权的勒让德多项式相加,产生需要的 PSWF 脉冲,其中,当 j 为奇数时,产生 PSWF 脉冲的表达式为:

$$[0063] \quad \psi_j(t) = \sum_{k=0}^{21} \beta_{2k+1}^j \cdot \bar{P}_{2k+1}(t); \quad (14)$$

[0064] 当 j 为偶数时,产生 PSWF 脉冲的表达式为:

$$[0065] \quad \psi_j(t) = \sum_{k=0}^{21} \beta_{2k}^j \cdot \bar{P}_{2k}(t), \quad (15)$$

[0066] 产生的前 10 阶 PSWF 脉冲时域波形如图 4 所示。



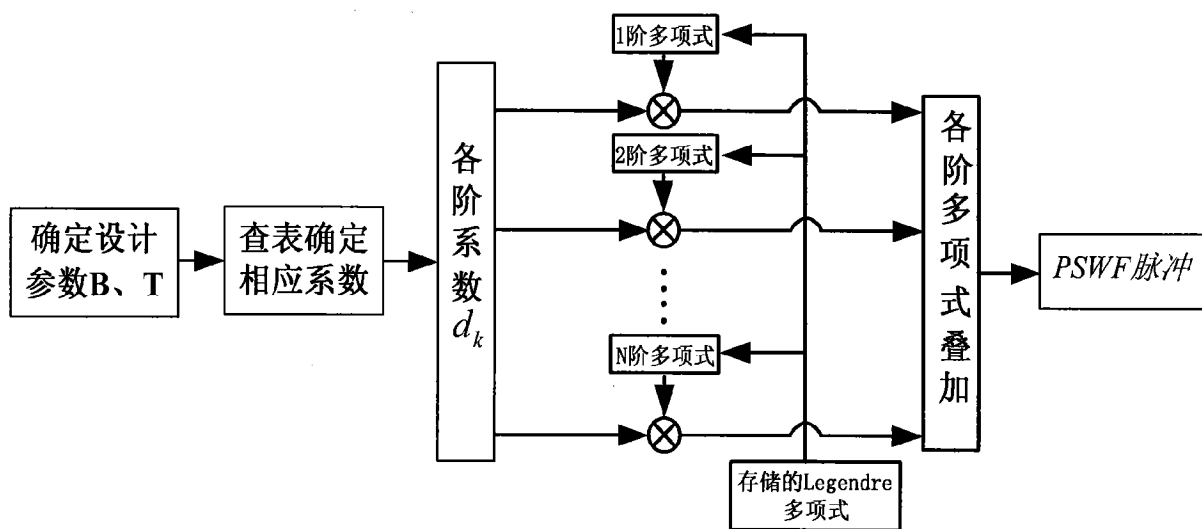


图1 基于归一化勒让德多项式的 PSwF 脉冲产生流程图

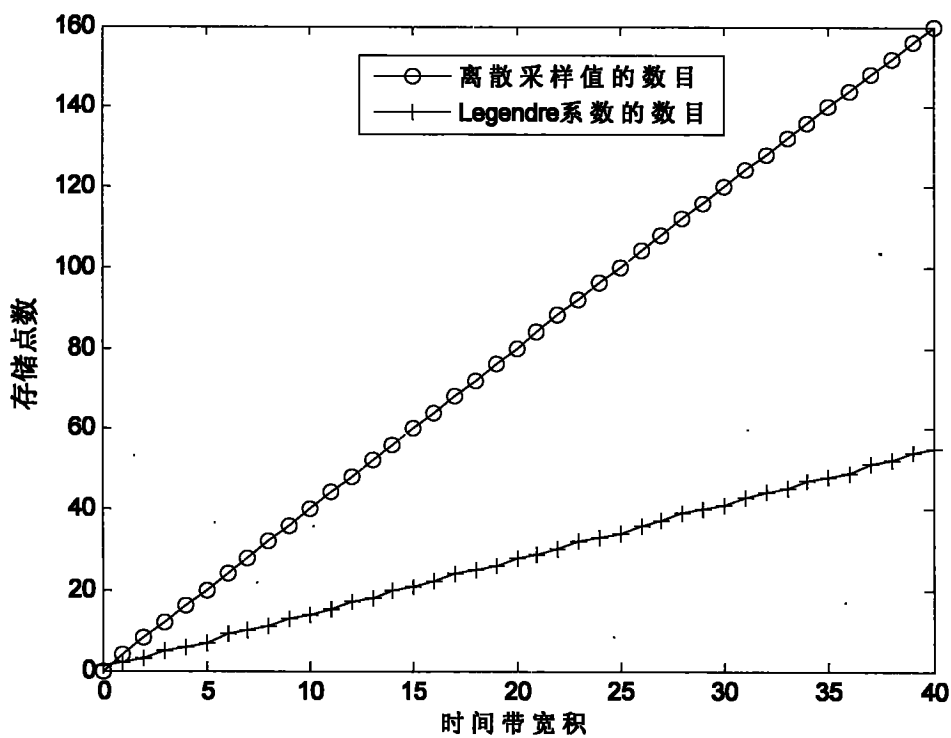


图2 本发明与Parr法需要存储的数据点数比较图

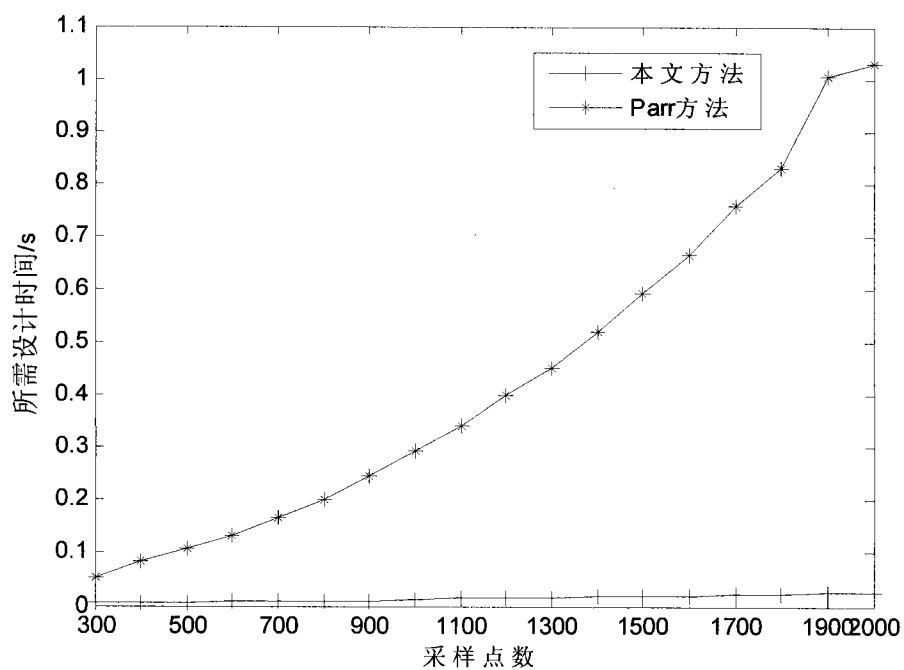


图3 本发明和Parr方法所需要的脉冲产生时间比较图

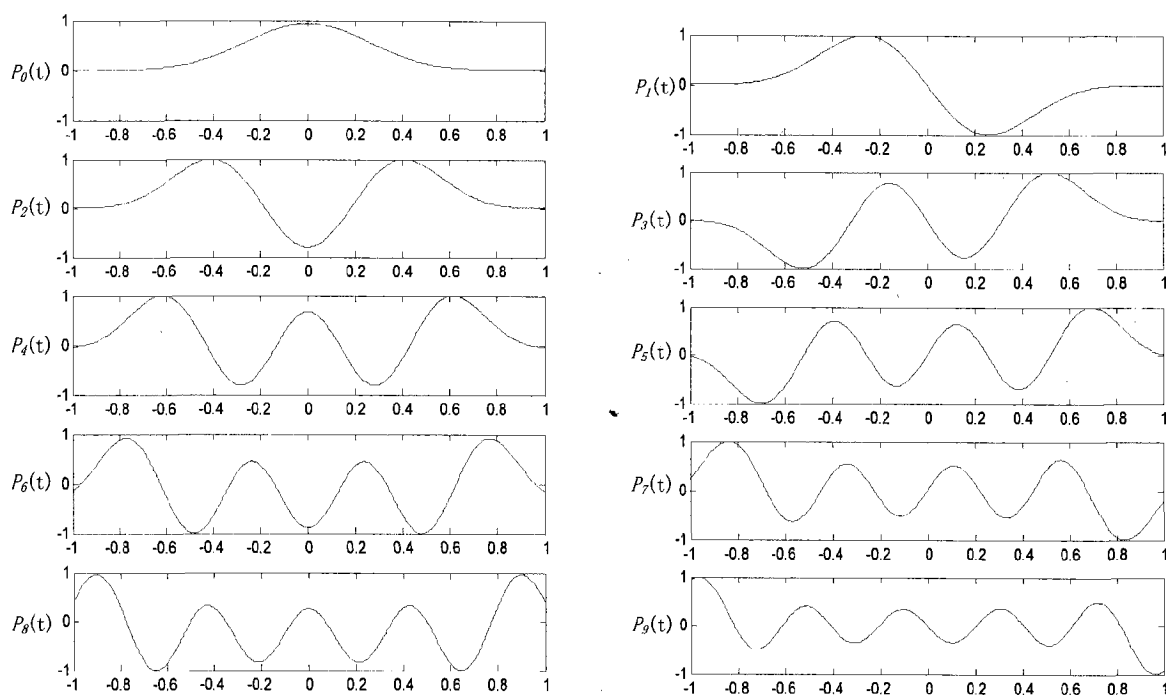


图4 前10阶PSwF脉冲时域波形图