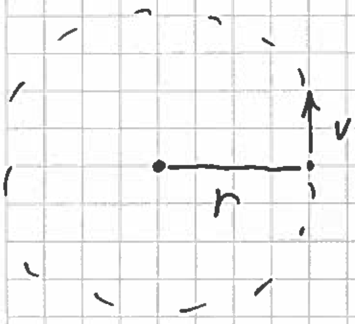
TFY4115 - Høst 2016

Øving 2

Vsevolod Karpov - vsevolok

Oppgave 1

a) Anta sirkulær bevegelse:



T (tid per omdreining)

$v = \frac{s}{T} = \frac{O}{T}$, O = omkrets

$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$

Siden vinkelhastighet er definert som v for en sirkel med $r = 1$,

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi}{T} = \omega$$

b) $\tau = 1{,}26 \cdot 10^{-5}\,s$, $T = 0.033\,s$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $\omega_1 = \frac{2\pi}{T+\tau}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}$ (Her antar vi at skuddår er ikke eksisterende)

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2\pi(T - (T+\tau))}{T(T+\tau) \cdot 31536000}$$

~~Setter T = 1s for enklere beregning~~

$$\cancel{\Rightarrow \alpha = 2\pi \frac{-\tau}{(1+\tau) \cdot 31536000}}$$

$$\cancel{= 3{,}99 \cdot 10^{-13}\, m/s^2 \cdot 2\pi}$$

$\alpha = -2.3 \cdot 10^{-9}\ rad/s^2$

c) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $T = 0{,}033s$

$\Rightarrow \omega_0 = 190.39\ rad/s$

$\omega_1 = 0\ rad/s$

$\alpha = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t} \Rightarrow t = \frac{\omega_1 - \omega_0}{\alpha}$

t_y (i år) $= \frac{t}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 2620$ år

$2016 + 2620 = 4636$

Svar: Stopper i ca. år 4636

d) $t = (2016 - 1054) \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$

$\omega_1 = 190.39\ rad/s$

$\omega_0 = \omega_1 - t \cdot \alpha$

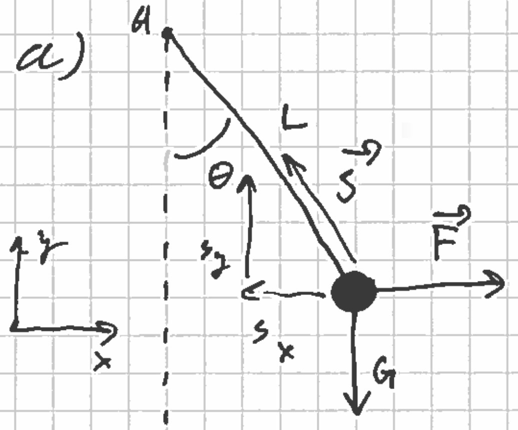
$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_1 - t \cdot \alpha}$

$T_0 = \cancel{0{,}00004\,s = 4 \cdot 10^{-5}\,s}$

$= 0{,}024\ s$

Oppgave 2

a)



For at kula skal stå i ro kreves det at

$$\vec{S} + \vec{F} + \vec{G} = 0$$

$$S_y = -m \cdot g \quad , \quad \tan(\theta) = \frac{S_x}{S_y}$$
$$S_x = -F$$

$$\Rightarrow \quad S_x = \tan(\theta) \cdot S_y$$
$$F = \tan(\theta) \cdot m \cdot g$$

$m = 0.100\ kg$, $g = 9.81\ m/s^2$, $\theta = 30^\circ$

$$\Rightarrow F = 0.566 \approx \underline{\underline{0.57 N}}$$

b) $a = \frac{F}{m}$, $a = \frac{v^2}{r}$, $\omega = \frac{v}{r} \Rightarrow v = \omega \cdot r$

$$\Rightarrow a = \omega^2 \cdot r = \frac{F}{m} \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

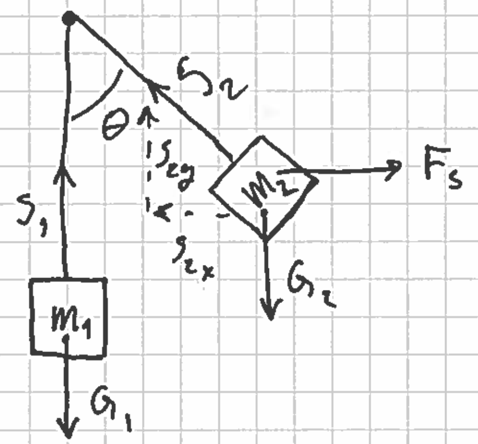
$$\Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r = \frac{F}{m} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r \cdot m}{F}}$$

$r = L \cdot \sin(\theta)$, $L = 0.5\ m$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T = 1.3158 \approx 1.32\ s}}$$

Oppgave 3

a)



$$\vec{F_s} + \vec{G_2} = -\vec{S_2} \qquad |\vec{S_2}| = |\vec{S_1}|$$

$$|\vec{S_1}| = |\vec{G_1}|$$

$$F_s = a \cdot m_2 = \omega^2 \cdot r \cdot m_2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r \cdot m_2$$

$$\underline{G_2 = m_2 \cdot g} \quad , \quad \underline{G_1 = m_1 \cdot g}$$

Fra 2 a): $F_s = \tan(\theta) \cdot m_2 \cdot g$

$S_{2x} = F_s \quad , \quad S_{2y} = m_2 \cdot g$

$$|\vec{S_1}| = |\vec{S_2}| \Rightarrow |\vec{G_1}| = |\vec{S_2}|$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot g = \sqrt{S_{2x}^2 + S_{2y}^2}$$

$$= \sqrt{F_s^2 + m_2^2 \cdot g^2}$$

$$m_1^2 \cdot g^2 = \tan^2(\theta) \cdot m_2^2 \cdot g + m_2^2 \cdot g^2$$

$$m_1^2 = \tan^2(\theta) \cdot m_2^2 + m_2^2$$

$$m_1^2 = m_2^2 (\tan^2(\theta) + 1)$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{m_1^2}{m_2^2} - 1}\right)$$

b) $$F_s = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r \cdot m_2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot L \cdot \sin(\theta) \cdot m_2$$

$$\Rightarrow m_1^2 \cdot g^2 = F_s^2 + m_2^2 \cdot g_2^2$$

$$m_1^2 \cdot g^2 = \frac{\pi^4 \cdot 16}{T^4} \cdot L^2 \cdot \sin^2(\theta) \cdot m_2^2 + m_2 \cdot g^2$$

$$\frac{(m_1^2 \cdot g^2 - m_2^2 \cdot g^2)T^4}{\pi^4 \cdot 16 \cdot m_2^2 \cdot \sin^2(\theta)} = L^2$$

$$\Rightarrow L = \frac{T^2 \cdot g}{4 \cdot m_2 \cdot \pi^2 \cdot \sin(\theta)} \cdot \sqrt{m_1^2 - m_2^2}$$

$$\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\Rightarrow \sin(\theta) = \sin\left(\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{m_1^2}{m_2^2} - 1}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \sin(\theta) = \frac{\frac{1}{m_2} \cdot \sqrt{m_1^2 - m_2^2}}{\sqrt{\frac{m_1^2}{m_2^2}}} = \frac{1}{m_1} \cdot \sqrt{m_1^2 - m_2^2}$$

$$\Rightarrow L = \frac{T^2 \cdot g \cdot m_1}{4 \cdot m_2 \cdot \pi^2}$$

c) $m_1 = 4{,}0\,kg$, $m_2 = 2.0\,kg$, $T = 1.00\,s$

$$\Rightarrow L = 0.4969 \approx 0.5\,m$$

$$\theta = 60^\circ$$

d) Hva skjer hvis snorlengden er forskjellig fra L_0? (T forblir den samme)

→ ~~L > ll~~ ~~l > L~~

$\underline{l > L}$ => radien er større, hvis T er samme => større omløpshastighet => større sentrepetal aksel. => m_1-klossen går **OPP**

$\underline{l < L}$ => det motsatte, m_1-klossen går **NED**

Hvis friksjon var med i bildet, ville m_2-klossen hele tiden tape rotasjonsenergi, noe som medfører mindre fart => mindre sentrifugal akselerasjon => m_1-klossen går **NED**

For å besvare om hvorvidt systemet er stabilt: →
Termodynamikkens andre lov:

Graden av entropi øker med tiden.

Ergo: ingenting er stabilt!

Oppgave 4

a) $F = mv' = \omega' r \cdot m$

Da gravitasjonen er det eneste som akselererer massen langs sirkelbanen: $\Rightarrow F = -mg \cdot \cos(\theta)$
(siden vi har valgt opp som positiv retning da θ er definert som gående <u>mot</u> klokka)

$$\Rightarrow mv' = -mg \cdot \cos(\theta)$$
$$v' = -g \cdot \cos(\theta)$$
$$\frac{d\omega}{dt} \cdot r = -g \cdot \cos(\theta)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot r = -g \cdot \cos(\theta)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \Rightarrow \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \omega \cdot r = -g \cdot \cos(\theta)$$

$$\omega'(\theta) = \frac{-g \cdot \cos(\theta)}{r \cdot \omega}$$

b) $\cancel{\int_a^b \omega'(\theta)\, d\theta = \int_a^b \frac{-g \cdot \cos(\theta)}{r \cdot \omega(t)}\, d\theta}$

$\cancel{\omega(\theta) = -g \cdot \sin(\theta) / (r \cdot \omega(t)) + C}$

~~da $\omega(\theta)$ =~~

~~da $\omega(0) = \omega_0 \Rightarrow C = \omega_0$~~

b) $w'(\theta) = \dfrac{-g \cdot \cos(\theta)}{r \cdot w}$

$$\frac{dw}{d\theta} \cdot r \cdot w = -g \cdot \cos(\theta)$$

$$r \cdot \int_{w_0}^{w} w \, dw = -g \int_{0}^{\theta} \cos(\theta) \, d\theta$$

$$\Rightarrow r \left[\frac{1}{2} w^2 \right]_{w_0}^{w} = -g \left[\sin(\theta) \right]_{0}^{\theta}$$

$$\frac{1}{2} r (w^2 - w_0^2) = -g \cdot \sin(\theta)$$

$$w^2 - w_0^2 = \frac{-2g}{r} \sin(\theta)$$

$$w^2 = w_0^2 - \frac{2g}{r} \sin(\theta)$$

c) $a_c = w^2 \cdot r$, $S(\theta) = m \cdot w^2 \cdot r$

$$\Rightarrow S(\theta) = m \cdot r \left(w_0^2 - \frac{2g}{r} \sin(\theta) \right)$$

Sjekker hvor $S(\theta)$ er størst:

$$S'(\theta) = -m \cdot r \cdot \frac{2g}{r} \cos(\theta)$$

$$S'(\theta) = 0 \Rightarrow \cos(\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \wedge \theta = \frac{3\pi}{2}$$

$S\left(\frac{3\pi}{2}\right) > S\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$ Størst fare for at snora ryker når $\theta = \frac{3\pi}{2}$, altså når massen er helt nede i sirkelbanen

For at snora holder seg strøm

kreves det at $\underline{S(\frac{\pi}{2}) \geq 0}$

$$\Rightarrow \omega_0^2 - \frac{2g}{r} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \geq 0$$

$$\omega_0 \geq \sqrt{\frac{2g}{r}}$$

$$\underline{\underline{\omega_0(min) = \sqrt{\frac{2g}{r}}}}$$

eller: $\underline{\underline{\omega_0(min) > \sqrt{\frac{2g}{r}}}}$

Det avhenger av tolkningen på "strøm hele tiden" da for svar 1 vil snora ikke være strøm <u>akkurat</u> når $\theta = \frac{\pi}{2}$

Dermed: Svar 2 er mest korrekt:

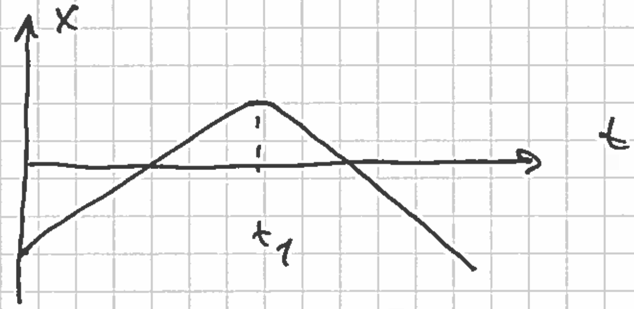
$$\underline{\underline{\omega_0(min) > \sqrt{\frac{2g}{r}}}}$$

(I begge tilfeller vil massen følge en sirkulær bane)

Oppgave 5

a) <u>Alternativ B</u>

b)



Vi ser at frem til ca. t_1 holdes konstant fart. Ved ca. t_1 snur bevegelsen og etter t_1 er farten igjen konstant.

<u>Alternativ C virker rimelig.</u>

c) Hori~~zo~~sontal hastighet påvirker ikke tiden i lufta!

Vi ønsker dermed et kast som resulterer i minst horisontal hastighet, altså utskytnings vinkel nærmest 90°!

Ergo: <u>Alternativ A</u>