

Staatsexamen 66115 / 2021 / Frühjahr / Thema Nr. 2 / Teilaufgabe Nr. 1 / Aufgabe Nr. 3

Aufgabe 3 [Turingmaschine M von w]

Wir betrachten eine Gödelisierung von Turingmaschinen und bezeichnen mit M_w die Turingmaschine, die gemäß der Kodierung des Binärworts w kodiert wird. Außerdem bezeichnen wir mit $M_w(x)$ die Ausgabe der Maschine M_w bei Eingabe x . Sie dürfen davon ausgehen, dass x immer ein Binärstring ist. Der bekannte Satz von Rice sagt:

Sei S eine Menge berechenbarer Funktionen mit $\emptyset \neq S \neq \mathcal{R}$, wobei \mathcal{R} die Menge aller berechenbaren Funktionen ist. Dann ist die Sprache $L = \{ w \mid f_{M_w} \in S \}$ unentscheidbar.

Hier ist f_{M_w} die von M_w berechnete Funktion.

Zeigen Sie für jede der nachfolgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0,1\}$ entweder, dass sie entscheidbar ist, oder zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Rice, dass sie unentscheidbar ist. Geben Sie beim Beweis der Unentscheidbarkeit die Menge S der berechenbaren Funktionen an, auf die Sie den Satz von Rice anwenden. Wir bezeichnen die Länge der Eingabe x mit $|x|$.

- (a) $L = \{ w \mid M_w \text{ akzeptiert die Binarkodierungen der Primzahlen (und lehnt alles andere ab)} \}$
- (b) $L = \{ w \mid \text{es gibt eine Eingabe } x, \text{ so dass } M_w(x) \text{ das Symbol 1 enthält} \}$
- (c) $L = \{ w \mid M_w(x) \text{ hält für jedes } x \text{ mit } |x| < 1000 \text{ nach höchstens 100 Schritten an} \}$
- (d) $L = \{ w \mid M_w \text{ hat für jede Eingabe dieselbe Ausgabe} \}$
- (e) $L = \{ w \mid \text{die Menge der Eingaben, die von } M_w \text{ akzeptiert werden, ist endlich} \}$

Github: Staatsexamen/66115/2021/03/Thema-2/Teilaufgabe-1/Aufgabe-3.tex