Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2015 / Frühjahr

Thema 2 / Aufgabe 4

(*Gödelisierung aller Registermaschinen* (*RAMs*))

Stichwörter: Berechenbarkeit

Sei $M 0 , M 1 , \ldots$ eine Gödelisierung aller Registermaschinen (RAMs). Geben Sie für die folgenden Mengen $D 1 , D 2 , D 3$ an, ob sie entscheidbar oder aufzählbar sind. Begründen Sie Ihre Behauptungen, wobei Sie die Aufzählbarkeit und Un- entscheidbarkeit des speziellen Halteproblems $K 0 = x \in N|M x$ haelt bei Eingabe x verwenden dürfen. $D 1 = x \in N|x < 9973$und $M x$ haelt bei Eingabe x $D 2 = x \in N|x \geq 9973$und $M x$ haelt bei Eingabe x $D 3 = x \in N|M x$ haelt nicht bei Eingabe x

Lösungsvorschlag

D 1 ist eine endliche Menge und damit entscheidbar. Auch eine endliche Teilmenge des Halteproblems. Anschaulich kann man sich dies so verstellen: Man stellt dem Rechner eine Liste zur Verfügung, die alle haltenden Maschinen $M x$ mit $x < 9973$ enthält. Diese Liste kann zum Beispiel vorab von einem Menschen erstellt worden sein, denn die Menge der zu prüfenden Programme ist endlich.

D 2 $x \geq 9973$ entscheidbar, L halt semi-entscheidbar $\rightarrow$ semi-entscheidbar (Hier wäre auch eine Argumentation über die Cantorsche Paarungsfunktion möglich). Es ist weiterhin nicht entscheidbar. Dazu betrachten wir dei Reduktin des speziel- len Halteproblems $H 0 : H 0 \leq D 2$ Für alle $x < 9973$ lassen wir $M x$ durch eine Turingmaschine $M y$ simulieren, die eine höhere Nummer hat.

D 3 ist unentscheidbar, denn angenommen D 3 wäre semi-entscheidbar, dann würde sofort folgen, dass L halt entscheidbar ist, da aus der Semientscheidbarkeit von L halt und L halt die Entscheidbarkeit von L halt folgen würde

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangauland Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.