WHILE-berechenbar

Bestimme jeweils, ob die angegebene Funktion WHILE-berechenbar ist:

(a) $x \to 2^x$

> erg = 1; WHILE x 6 = 0 DO erg = erg * 2; x = x - 1; END; return erg;

(b) ggT(n, m), also der größte gemeinsame Teiler. Sie dürfen die (ganzzahligen) Operationen $+, -, *$ und / verwenden, wobei das Minus, wie üblich, eingeschränkt ist.

> Es bietet sich an, zunächst die modulo Operation x i := x j Programm zu definieren: x n+1 := x j /x k ; x n+2 := x n+1 $*$ x k ; x i := x j $-$ x n+2 ; Wobei x n+1 und x n+2 im Rest des Programmes nicht verwendet werden sollen. Mit der Modulo Operation kann man nun z.B. einfach den euklidischen Algorithmus verwenden (Eingabe seien x 1 und x 2 , Ausgabe ist x 1 : WHILE x 2 6 = 0 DO x 3 := x1 x 1 := x 2 + 0; x 2 := x 3 + 0; END

(c) if x i 6 = 0 then P 1 else P 2 fi mit der üblichen Semantik. Als Nachweis kann jeweils ein WHILE-Programm angegeben werden.

> Sei x n die höchste in P 1 bzw. P 2 vorkommende Variable (o. E. i ≤ n). x n+1 := x i + 0; x n+2 := 1; WHILE x n+1 6 = 0 DO x n+1 := 0; x n+2 := 0; P 1 ; END WHILE x n+2 6 = 0 DO x n+2 := 0; P 2 ;