

## Übung zum Pumping-Lemma

### Exkurs: Pumping-Lemma für Reguläre Sprachen

Es sei  $L$  eine reguläre Sprache. Dann gibt es eine Zahl  $j$ , sodass für alle Wörter  $\omega \in L$  mit  $|\omega| \geq j$  (jedes Wort  $\omega$  in  $L$  mit Mindestlänge  $j$ ) jeweils eine Zerlegung  $\omega = uvw$  existiert, sodass die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:

- (a)  $|v| \geq 1$  (Das Wort  $v$  ist nicht leer.)
- (b)  $|uv| \leq j$  (Die beiden Wörter  $u$  und  $v$  haben zusammen höchstens die Länge  $j$ .)
- (c) Für alle  $i = 0, 1, 2, \dots$  gilt  $uv^i w \in L$  (Für jede natürliche Zahl (mit 0)  $i$  ist das Wort  $uv^i w$  in der Sprache  $L$ )

Die kleinste Zahl  $j$ , die diese Eigenschaften erfüllt, wird Pumping-Zahl der Sprache  $L$  genannt.

- (a) Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{ a^n b^m \mid n \geq m \geq 1 \}$  nicht regulär ist.

$|a^j b^j| \geq j$   
 $a^j b^j = uvw$  mit  $|uv| \leq j$  und  $|v| \geq 1$   
 $\Rightarrow$  in  $v$  nur  $a$ 's  
 $\Rightarrow uv^0 w \notin L$

- (b) Zeige, dass die Sprache  $L = \{ a^n b^m \mid n > m \geq 1 \}$  nicht regulär ist.

$|a^{j+1} b^j| \geq j$   
 $a^{j+1} b^j = uvw$  mit  $|uv| \leq j$  und  $|v| \geq 1$   
 $\Rightarrow$  in  $v$  nur  $a$ 's  
 $\Rightarrow uv^0 w \notin L$