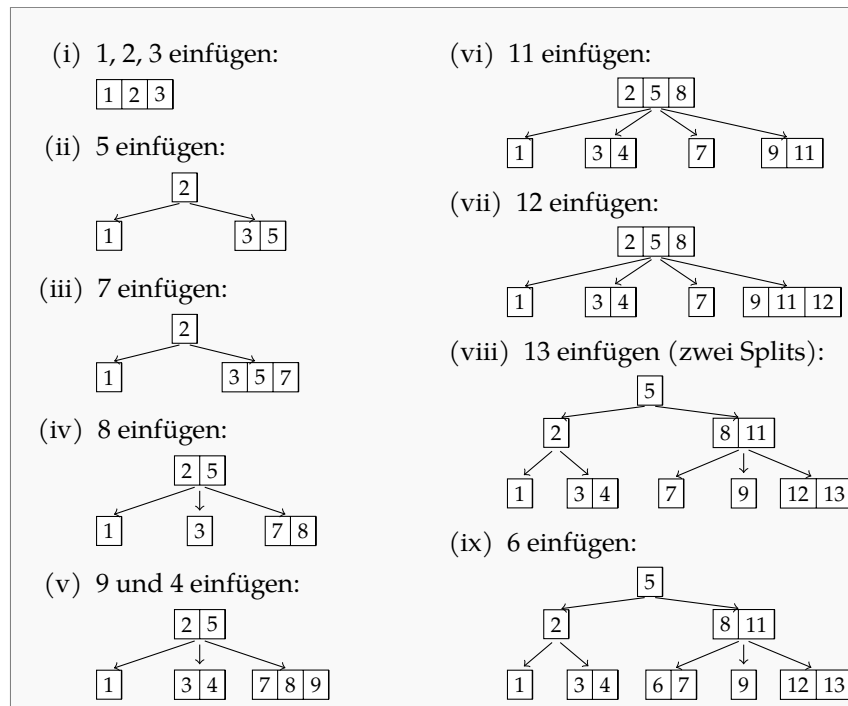


Aufgabe 9: Bäume

- (a) Fügen Sie in einen anfangs leeren 2-3-4-Baum (B-Baum der Ordnung 4)¹ der Reihe nach die folgenden Schlüssel ein:

1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 4, 11, 12, 13, 6.

Dokumentieren Sie die Zwischenschritte so, dass die Entstehung des Baumes und nicht nur das Endergebnis nachvollziehbar ist.



- (b) Zeichnen Sie einen Rot-Schwarz-Baum oder einen AVL-Baum, der dieselben Einträge enthält.
- (c) Geben Sie eine möglichst gute untere Schranke (in Ω -Notation) für die Anzahl der Schlüssel in einem 2-3-4-Baum der Höhe h an.

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie ein 2-3-4-Baum mit Höhe h und möglichst wenigen Schlüsseln aussieht.

Ein 2-3-4-Baum mit möglichst wenigen Schlüsseln sieht aus wie ein Binärbaum:

- Ein Baum der Höhe 1 hat 1 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 2 hat 3 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 3 hat 7 Schlüssel.
- ...

¹ein Baum, für den folgendes gilt: Er besitzt in einem Knoten max. 3 Schlüssel-Einträge und 4 Kindknoten und minimal einen Schlüssel und 2 Nachfolger

- Ein Baum der Höhe h hat $2^h - 1$ Schlüssel.

Also liegt die Untergrenze für die Anzahl der Schlüssel in $\Omega(2^h)$.

- (d) Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke (in \mathcal{O} -Notation) für die Anzahl der Schlüssel in einem 2-3-4-Baum der Höhe h an.

Ein 2-3-4-Baum mit möglichst vielen Schlüsseln hat in jedem Knoten drei Schlüssel. Und jeder Knoten, der kein Blatt ist, hat vier Kinder:

- Ein Baum der Höhe 1 hat 3 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 2 hat 15 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 3 hat 63 Schlüssel.
- ...
- Ein Baum der Höhe h hat $4^h - 1$ Schlüssel.

Also liegt die Obergrenze für die Anzahl der Schlüssel in $\mathcal{O}(4^h)$.