

## Kontextfreien Grammatiken in CNF

Überführe die folgenden kontextfreien Grammatiken in CNF

(a)  $P = \{$

$$S \rightarrow 0S1 \mid \epsilon$$

$\}$

(i) **Elimination der  $\epsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \epsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\epsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow 0S1 \mid 01$$

$$\}$$

*a*

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

nichts zu tun

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt.

N = Null, E = Eins

$$P = \{$$

$$S \rightarrow NSE \mid NE$$

$$N \rightarrow 0$$

$$E \rightarrow 1$$

$$\}$$

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow NR \mid NE$$

$$R \rightarrow SE$$

$$N \rightarrow 0$$

$$E \rightarrow 1$$

$$\}$$

<sup>a</sup><https://flaci.com/Ghjelygz9>

(b)  $P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB \mid \epsilon$$

$$B \rightarrow Aa \mid b$$

}

1

(i) **Elimination der  $\epsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \epsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\epsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

}

Das leere Wort ist nicht in der Sprache ( $\epsilon \notin L(G)$ ). In der Sprache sind immer Wörter mit mindestens einem Buchstaben. In der ersten Produktionsregel wird aus  $aA \rightarrow a\epsilon$  nur das  $a$ . Das ist aber bereits in der ersten Regel enthalten. In der zweiten Regel wird das leere Wort weg gelassen. In der dritten Regel wird noch ein  $a$  hinzugefügt, das aus  $Aa \rightarrow \epsilon a \rightarrow a$  entstanden ist.

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid Aa \mid b$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

}

Wir schreiben die Regel, die keine einzelnes Nonterminal auf der rechten Seite enthalten, ab. In der ersten Regel wird  $B$  mit  $Aa \mid b \mid a$  ersetzt, wobei das letzte  $a$ , dann weggelassen werden kann, da es bereits am Anfang der rechten Seite vorkommt. Die  $B$ -Regel kann nicht weggelassen werden, weil sie in der  $A$ -Regel vorkommt.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt.

$$P = \{$$

<sup>1</sup><https://flaci.com/G54gubr9i>

$$S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b$$

$$A \rightarrow VBB$$

$$B \rightarrow AV \mid b \mid a$$

$$V \rightarrow a$$

}

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$P = \{$

$$S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b$$

$$A \rightarrow VC$$

$$B \rightarrow AV \mid b \mid a$$

$$V \rightarrow a$$

$$C \rightarrow BB$$

}

(c)  $P = \{$

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow aCD$$

$$B \rightarrow bCD$$

$$C \rightarrow D \mid \epsilon$$

$$D \rightarrow C$$

}

2

(i) **Elimination der  $\epsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \epsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\epsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$P = \{$

$$S \rightarrow ABC \mid AB$$

$$A \rightarrow aCD \mid aD$$

$$B \rightarrow bCD \mid bD$$

$$C \rightarrow D$$

$$D \rightarrow C \mid \epsilon$$

}

In der letzten Regel entsteht ein neues  $\epsilon$ . Es muss in der nächsten Iteration entfernt werden.

$P = \{$

<sup>2</sup><https://flaci.com/Grxwcync2>

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABC \mid AB \\
A &\rightarrow aCD \mid aD \mid aC \mid a \\
B &\rightarrow bCD \mid bD \mid bC \mid b \\
C &\rightarrow D \\
D &\rightarrow C
\end{aligned}$$

}

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

$P = \{$

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

}

$C$  und  $D$  sind nicht produktiv.  $C \rightarrow D$  und  $D \rightarrow C$  können gestrichen werden.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt.

nichts zu tun

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

nichts zu tun