

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 46115 / 2019 / Herbst

## Thema 1 / Aufgabe 2

(Sprachen L1 und L2)

**Stichwörter:** Kontextfreie Sprache

(a) Betrachten Sie die folgenden Sprachen:

$$L_1 = \{ a^n b^{2n} c^{2m} d^m \mid n, m \in \mathcal{N} \}$$

$$L_2 = \{ a^n b^{2n} c^{2n} d^n \mid n \in \mathcal{N} \}$$

Zeigen Sie für  $L_1$  und  $L_2$ , ob sie kontextfrei sind oder nicht. Für den Beweis von Kontextfreiheit in dieser Frage reicht die Angabe eines Automaten oder einer Grammatik. (Beschreiben Sie dann die Konstruktionsidee des Automaten oder der Grammatik.) Für den Beweis von Nicht-Kontextfreiheit verwenden Sie eine der üblichen Methoden.

(b) Eine kontextfreie Grammatik ist in Chomsky-Normalform, falls die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- alle Regeln sind von der Form  $X \rightarrow YZ$  oder  $X \rightarrow o$  mit Nichtterminalzeichen  $X, Y, Z$  und Terminalzeichen  $o$ ,
- alle Nichtterminalzeichen sind erreichbar vom Startsymbol und
- alle Nichtterminalzeichen sind erzeugend, d. h. für jedes Nichtterminalzeichen  $X$  gibt es ein Wort  $w$  über dem Terminalalphabet, so dass  $X \Rightarrow^* w$ .

Bringen Sie die folgende Grammatik in Chomsky-Normalform.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow AAB \mid CD \mid abc$$

$$A \rightarrow AAAA \mid a$$

$$B \rightarrow BB \mid S$$

$$C \rightarrow CCC \mid CC$$

$$D \rightarrow d$$

$$\}$$

Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Gf7f9tp7z](http://flaci.com/Gf7f9tp7z)

Das Startsymbol der Grammatik ist  $S$ , das Terminalalphabet ist  $a, b, c, d$  und die Menge der Nichtterminalzeichen ist  $S, A, B, C, D$ .

**(i) Elimination der  $\varepsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen. —

$\emptyset$  Nichts zu tun

**(ii) Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren. —

Eine rechte Seite in der  $C$  vorkommt, lässt sich wegen  $\{C \rightarrow CCC \mid CC\}$  nicht ableiten, weil es zu einer Endlosschleife kommt. Wir entfernen die entsprechenden Regeln.

$P = \{$

$S \rightarrow AAB \mid abc$

$A \rightarrow AAAA \mid a$

$B \rightarrow BB \mid AAB \mid abc$

$\}$

**(iii) Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt. —

$P = \{$

$S \rightarrow AAB \mid T_a T_b T_c$

$A \rightarrow AAAA \mid a$

$B \rightarrow BB \mid AAB \mid T_a T_b T_c$

$T_a \rightarrow a$

$T_b \rightarrow b$

$T_c \rightarrow c$

$\}$

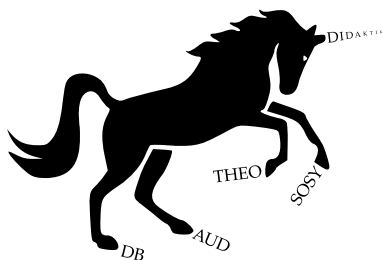
**(iv) Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1} B_n$ ,  $A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht. —

$P = \{$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow AS_1 \mid T_a S_2 \\
 A &\rightarrow AA_1 \mid a \\
 B &\rightarrow BB \mid AS_1 \mid T_a S_2 \\
 T_a &\rightarrow a \\
 T_b &\rightarrow b \\
 T_c &\rightarrow c \\
 S_1 &\rightarrow AB \\
 S_2 &\rightarrow T_b T_c \\
 A_1 &\rightarrow AA_2 \\
 A_2 &\rightarrow AA
 \end{aligned}$$

}



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/46115/2019/09/Thema-1/Aufgabe-2.tex>