

## Reguläre Grammatik, reguläre Ausdrücke und DEA

Gegeben sind die folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ :

- $L_0 = \{w \mid w \text{ enthält mindestens ein } bb\}$
- $L_1 = \{w \mid w \text{ endet auf höchstens ein } b\}$
- $L_2 = \{w \mid w \text{ fängt mit } aa \text{ an oder hört mit } bb \text{ auf}\}$

(a) Gib zu allen Sprachen eine reguläre Grammatik an.

$$\begin{aligned}
G_0 &= (V, \Sigma, P, S) \text{ mit } V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\}, S = S \text{ und mit} \\
&P = \{ \\
&\quad S \rightarrow aS \mid bA \\
&\quad A \rightarrow aS \mid bB \mid b \\
&\quad B \rightarrow aB \mid a \mid bB \mid b \\
&\quad \} \\
G_1 &= (V, \Sigma, P, S) \text{ mit } V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\}, S = S \text{ und mit} \\
&P = \{ \\
&\quad S \rightarrow aS \mid bA \mid b \\
&\quad A \rightarrow aS \mid bB \\
&\quad B \rightarrow aS \mid bB \\
&\quad \} \\
G_2 &= (V, \Sigma, P, S) \text{ mit } V = \{S, A, B, C, D, E\}, \Sigma = \{a, b\}, S = S \text{ und} \\
&\text{mit} \\
&P = \{ \\
&\quad S \rightarrow aA \mid bC \\
&\quad A \rightarrow aB \mid a \mid bC \\
&\quad B \rightarrow aB \mid a \mid bB \mid b \\
&\quad C \rightarrow aD \mid bE \mid b \\
&\quad D \rightarrow bC \mid aD \\
&\quad E \rightarrow bE \mid b \mid aD \\
&\quad \}
\end{aligned}$$

(b) Gib zu den folgenden Wörtern eine Ableitung bzw. einen Syntaxbaum anhand der erstellten Grammatiken aus der Teilaufgabe a) an:

- zum Wort *abba* aus der Sprache  $L_0$ .
- zum Wort *baab* aus der Sprache  $L_1$ .
- zum Wort *aabb* aus der Sprache  $L_2$ .

$$Ab_0 = S \rightarrow aS \rightarrow abA \rightarrow abbB \rightarrow aabb$$

$Ab_1 = S \rightarrow bA \rightarrow baS \rightarrow baaS \rightarrow baab$

$Ab_2 = S \rightarrow aA \rightarrow aaB \rightarrow aabB \rightarrow aabb$

(c) Gib zu allen Sprachen einen regulären Ausdruck an.

$Reg_0 = (a|b)^*bb(a|b)^*$

$Reg_1 = (b^*a^+)^*b$

$Reg_2 = (aa(a|b)^*) | ((a|b)^*bb)$

(d) Gib zu allen Sprachen einen Automaten an, der die Sprache akzeptiert.