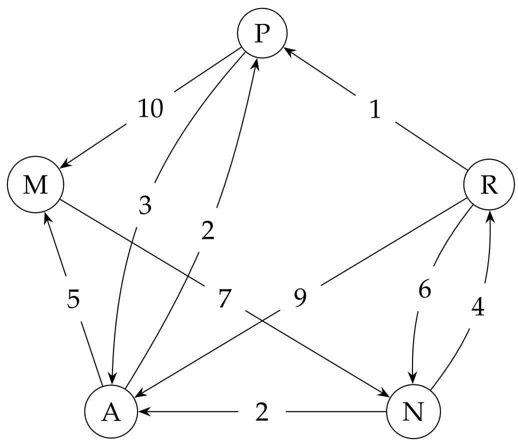
gerichteter Distanzgraph angegeben durch Adjazenzmatrix

Ein gerichteter Distanzgraph sei durch seine Adjazenzmatrix gegeben (in einer Zeile stehen die Längen der von dem Zeilenkopf ausgehenden Wege.)

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} M & A & P & R & N \end{array} \\
\begin{array}{c} M \\ A \\ P \\ R \\ N \end{array} &
\begin{pmatrix}
- & 5 & 10 & - & - \\
- & - & 3 & 9 & 2 \\
- & 2 & - & 1 & - \\
- & - & - & - & 4 \\
7 & - & - & 6 & -
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

(a) Stellen Sie den Graph in der üblichen Form dar.



(b) Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra ausgehend von M die kürzeste Wege zu allen anderen Knoten.

Nach der Methode von Prof. Dr. Oliver Lazar

Schritt	Betrachteter Knoten	Kosten A	Kosten P	Kosten R	Kosten N
Initial	M				7
1	N	9		11	7
2	A	9	11	11	7
3	P	9	11	11	7
4	R	9	11	11	7

Nach der Methode aus der Vorlesung

Besuchte Knoten: M

Knoten-Name	M	A	P	R	N
Distanz	0	∞	∞	∞	∞
Vorgänger	null	null	null	null	null

Besuchte Knoten: M, N

Knoten-Name	M	A	P	R	N
Distanz	0	∞	∞	∞	7
Vorgänger	null	null	null	null	M

Besuchte Knoten: M, N, A

Knoten-Name	M	A	P	R	N
Distanz	0	9	∞	∞	7
Vorgänger	null	N	null	null	M

Besuchte Knoten: M, N, A, P

Knoten-Name	M	A	P	R	N
Distanz	0	9	11	∞	7
Vorgänger	null	N	A	null	M

Besuchte Knoten: M, N, A, P, R

Knoten-Name	M	A	P	R	N
Distanz	0	9	11	11	7
Vorgänger	null	N	A	N	M

Ergebnis

$M \to N = 7$

$M \to N \to A = 9$

$M \to N \to A \to P = 11$

$M \to N \to R = 11$

(c) Beschreiben Sie wie ein Heap als Prioritätswarteschlange in diesem Algorithmus verwendet werden kann.

Die Prioritätswarteschlange kann dazu verwendet werden, den Knoten mit der kürzesten Distanz schnell zu finden. Eine Prioritätswarteschlange kann zum Beispiel durch eine Min-Heap realisiert werden. Wenn eine Min-Heap aufgebaut wird, ist das Minium immer das Wurzelelement. Es kann sehr einfach und schnell entnommen werden. Der Aufbau einer Min-Heap geht mit linearem Zeitaufwand $\mathcal{O}(n)$ vonstatten. Die Entnahme des Miniums schlägt im schlechtesten Fall mit einem Aufwand von $\mathcal{O}(\log n)$ zu Buche schlagen.

(d) Geben Sie die Operation *„Entfernen des Minimums"* für einen Heap an. Dazu gehört selbstverständlich die Restrukturierung des Heaps.

Bei der Entnahme des Minimums wird an dessen Stelle das am Ende der Halde sich befindende Element gesetzt.

Das neue Minimum verletzt unter Umständen die Heap-Eigenschaften, wenn eines oder beide seiner Kind-Knoten kleiner sind. Es muss mit dem kleinsten Kind-Knoten getauscht werden. Diese Prozedur wird rekursiv so lange ausgeführt, bis die Heap-Eigenschaften wieder hergestellt sind. Man nennt diesen Vorgang auch `heapify`.

Es kann aber auch sein das das verschobene Element kleiner ist. Dann muss die gegenteilige Operation von `heapify` ausführt werden, die `decrease` genannt wird.