

Reguläre Grammatik, reguläre Ausdrücke und DEA

Gegeben sind die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:

- $L_0 = \{w \mid w \text{ enthält mindestens ein } bb\}$
- $L_1 = \{w \mid w \text{ endet auf höchstens ein } b\}$
- $L_2 = \{w \mid w \text{ fängt mit } aa \text{ an oder hört mit } bb \text{ auf}\}$

(a) Gib zu allen Sprachen eine reguläre Grammatik an.

$$\begin{aligned}
 G_0 &= (V, \Sigma, P, S) \text{ mit } V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\}, S = S \text{ und mit} \\
 &\quad P = \{ \\
 &\qquad S \rightarrow aS \mid bA \\
 &\qquad A \rightarrow aS \mid bB \mid b \\
 &\qquad B \rightarrow aB \mid a \mid bB \mid b \\
 &\quad \} \\
 G_1 &= (V, \Sigma, P, S) \text{ mit } V = \{S, A, B\}, \Sigma = \{a, b\}, S = S \text{ und mit} \\
 &\quad P = \{ \\
 &\qquad S \rightarrow aS \mid bA \mid b \\
 &\qquad A \rightarrow aS \mid bB \\
 &\qquad B \rightarrow aS \mid bB \\
 &\quad \} \\
 G_2 &= (V, \Sigma, P, S) \text{ mit } V = \{S, A, B, C, D, E\}, \Sigma = \{a, b\}, S = S \text{ und} \\
 &\quad \text{mit} \\
 &\quad P = \{ \\
 &\qquad S \rightarrow aA \mid bC \\
 &\qquad A \rightarrow aB \mid a \mid bC \\
 &\qquad B \rightarrow aB \mid a \mid bB \mid b \\
 &\qquad C \rightarrow aD \mid bE \mid b \\
 &\qquad D \rightarrow bC \mid aD \\
 &\qquad E \rightarrow bE \mid b \mid aD \\
 &\quad \}
 \end{aligned}$$

(b) Gib zu den folgenden Wörtern eine Ableitung bzw. einen Syntaxbaum anhand der erstellten Grammatiken aus der Teilaufgabe a) an:

- zum Wort *abba* aus der Sprache L_0 .

- zum Wort *baab* aus der Sprache L_1 .
- zum Wort *aabb* aus der Sprache L_2 .

$$\begin{aligned} Ab_0 &= S \rightarrow aS \rightarrow abA \rightarrow abbB \rightarrow aabb \\ Ab_1 &= S \rightarrow bA \rightarrow baS \rightarrow baaS \rightarrow baab \\ Ab_2 &= S \rightarrow aA \rightarrow aaB \rightarrow aabB \rightarrow aabb \end{aligned}$$

- (c) Gib zu allen Sprachen einen regulären Ausdruck an.

$$\begin{aligned} Reg_0 &= (a|b)^*bb(a|b)^* \\ Reg_1 &= (b^*a^+)^*b \\ Reg_2 &= (aa(a|b)^*) | ((a|b)^*bb) \end{aligned}$$

- (d) Gib zu allen Sprachen einen Automaten an, der die Sprache akzeptiert.