

Aufgabe 4

Betrachte die beiden folgenden Probleme:

V ERT EXCOV ER

Gegeben: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in 1, 2, 3, \dots$

Frage: Gibt es eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, so dass für jede Kante $(u, v) \in E$ mindestens einer der Knoten u und v in C ist? V ERT EXCOV ER3

Gegeben: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in 3, 4, 5, \dots$

Frage: Gibt es eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, so dass für jede Kante $(u, v) \in E$ mindestens einer der Knoten u und v in C ist? Gib eine polynomielle Reduktion von V ERT EXCOV ER auf V ERT EXCOV ER3 an und begründe anschließend, dass die Reduktion korrekt ist.

V ERT EXCOV ER \leq_p V ERT EXCOV ER3

f fügt vier neue Knoten, von denen jeweils ein Paar verbunden ist. Außerdem erhöht f k um 2.

Total: Jeder Graph kann durch f so verändert werden. Korrektheit: Wenn VC für k in G existiert, dann existiert auch VC mit $k + 2$ Knoten in $G \circ$, da für den eingefügten Teilgraphen ein VC mit $k = 2$ existiert. In Polyzeit berechenbar: für Adjazenzmatrix müssen lediglich 4 neue Spalten/Zeilen eingefügt werden und $k+2$ berechnet werden.