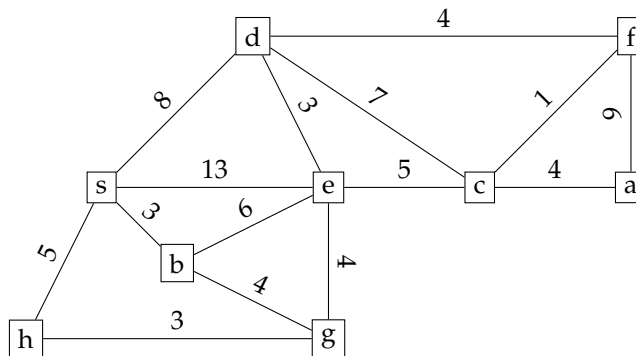


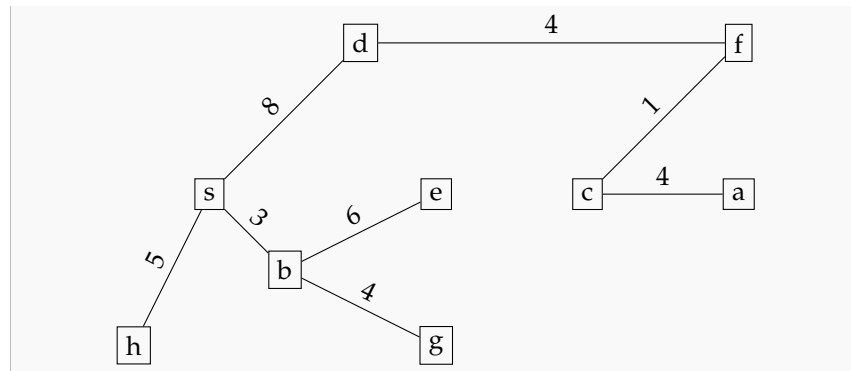
## Aufgabe 9:

Gegeben sei folgender Graph G.



- (a) Berechnen Sie mithilfe des Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom Knoten  $s$  zu allen anderen Knoten im Graphen  $G$ . Erstellen Sie dazu eine Tabelle mit zwei Spalten und stellen Sie jeden einzelnen Schritt des Verfahrens in einer eigenen Zeile dar. Geben Sie in der ersten Spalte den jeweils als nächstes fertigzustellenden Knoten  $v$  (wird sog. „schwarz“) als Tripel  $(v, p, \delta)$  mit  $v$  als Knotenname,  $p$  als aktueller Vorgängerknoten und  $\delta$  als aktuelle Distanz von  $s$  zu  $v$  über  $p$  an. Führen Sie in der zweiten Spalten alle anderen bisher erreichten Knoten  $v$  ebenfalls als Tripel  $(v, p, \delta)$  auf, wobei diese sog. „grauen Randknoten“ in folgenden Durchgängen erneut betrachtet werden müssen. Zeichnen Sie anschließend den entstandenen Wegebaum, d. h. den Graphen  $G$ , in dem nur noch diejenigen Kanten vorkommen, die Teil der kürzesten Wege von  $s$  zu allen anderen Knoten sind.

Nr	„Schwarze“ Knoten	„graue“ Randknoten
1	$(s, -, 0)$	$[(b, s, 3)] (d, s, 8) (e, s, 13) (h, s, 5)$
2	$(b, s, 3)$	$(d, s, 8) (e, b, 9) (g, b, 7) [(h, s, 5)]$
3	$(h, s, 5)$	$(d, s, 8) (e, b, 9) [(g, b, 7)]$
4	$(g, b, 7)$	$[(d, s, 8)] (e, b, 9)$
5	$(d, s, 8)$	$(c, d, 15) [(e, b, 9)] (f, d, 12)$
6	$(e, b, 9)$	$(c, e, 14) [(f, d, 12)]$
7	$(f, d, 12)$	$(a, f, 21) [(c, f, 13)]$
8	$(c, f, 13)$	$[(a, c, 17)]$
9	$(a, c, 17)$	



### Alternativer Lösungsweg

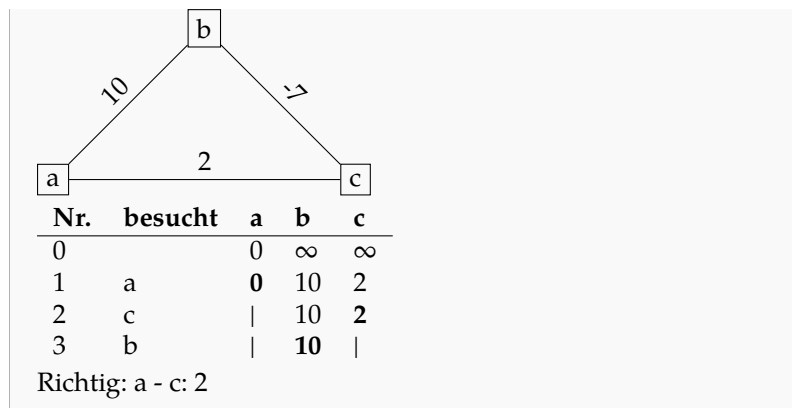
Nr.	besucht	a	b	c	d	e	f	g	h	s
0		$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0
1	s	$\infty$	3	$\infty$	8	13	$\infty$	$\infty$	5	<b>0</b>
2	b	$\infty$	<b>3</b>	$\infty$	8	9	$\infty$	7	5	
3	h	$\infty$		$\infty$	8	9	$\infty$	7	<b>5</b>	
4	g	$\infty$		$\infty$	8	9	$\infty$	<b>7</b>		
5	d	$\infty$		15	<b>8</b>	9	12			
6	e	$\infty$		14		<b>9</b>	12			
7	f	21		13			<b>12</b>			
8	c	17		<b>13</b>						
9	a	<b>17</b>								

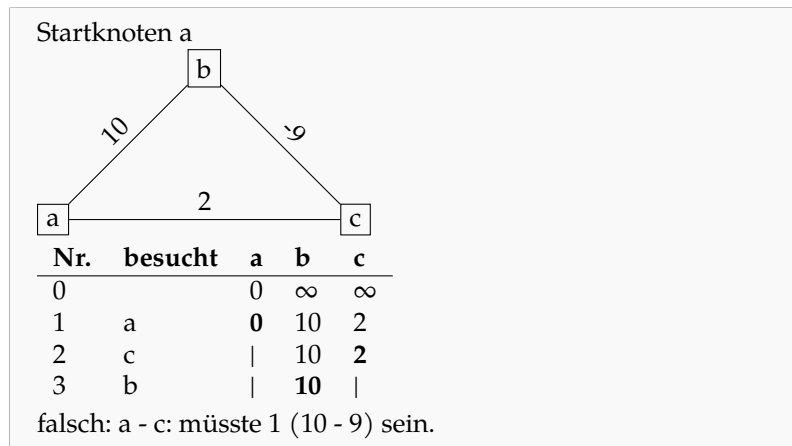
nach	Entfernung	Reihenfolge	Pfad
s → a	17	9	s → d → f → c → a
s → b	3	2	s → b
s → c	13	8	s → d → f → c
s → d	8	5	s → d
s → e	9	6	s → b → e
s → f	12	7	s → d → f
s → g	7	4	s → b → g
s → h	5	3	s → h
s → s	0	1	

- (b) Der Dijkstra-Algorithmus liefert bekanntlich auf Graphen mit negativen Kantengewichten unter Umständen ein falsches Ergebnis.
- (i) Geben Sie einen Graphen mit negativen Kantengewichten an, sodass der Dijkstra-Algorithmus ausgehend von einem von Ihnen ausgezeichneten Startknoten ein korrektes Ergebnis liefert.

Startknoten a



- (ii) Geben Sie einen Graphen mit negativen Kantengewichten an, sodass der Dijkstra-Algorithmus ausgehend von einem von Ihnen ausgezeichneten Startknoten ein falsches Ergebnis liefert.



Ein Beweis oder eine Begründung ist jeweils nicht erforderlich.