

Vorlesungsaufgaben

LOOP-Implementierung

(a) Geben Sie eine LOOP-Implementierung für

(i) $add(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := x_i;  
2  loop x_j do  
3    x_0 := succ(x_0);  
4  end
```

(ii) $mult(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := x_i;  
2  loop x_j do  
3    x_0 := add(x_0, x_i);  
4  end
```

(iii) $power(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := succ(0);  
2  loop x_j do  
3    x_0 := mult(x_0, x_i);  
4  end
```

(iv) $hyper(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := succ(0);  
2  loop x_j do  
3    x_0 := power(x_i, x_0);  
4  end
```

(v) 2^{x_i}

an.

(b) Beweisen Sie, dass der größte gemeinsame Teiler zweier natürlicher Zahlen LOOP-berechenbar ist.

WHILE-Programm

Gebe ein WHILE-Programm an, dass

- 2^{x_i}

- $ggt(x_i, x_j)$

berechnet.

Turing-berechenbar

- (a) Zeige, dass es nur abzählbar viele Turingmaschinen gibt.
- (b) Turing-berechenbar
 - (i) Definiere eine berechenbare Funktion $f : N \rightarrow N$ mit entscheidbarem
 - (ii) Definitionsbereich und unentscheidbarem Wertebereich. Untersuche folgende Aussagen
 - i. Jede berechenbare Funktion $h : N \rightarrow N$ mit endlichem Wertebereich besitzt einen entscheidbaren Definitionsbereich.
 - ii. Jede berechenbare Funktion $g : N \rightarrow N$ mit endlichem Definitionsbereich besitzt einen entscheidbaren Wertebereich.