

Aufgabe 2

Ordnen Sie die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$ bestmöglich in die Chomsky-Hierarchie ein und geben Sie jeweils eine kurze Begründung (1-2 Sätze).

(a) $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

Typ-2-Sprache: Die Sprache L_1 ist kontextfrei, denn die Sprache braucht einen Speicher, da sie sich die Anzahl der a 's merken muss, um die gleiche Anzahl an b 's produzieren zu können. Dies ist mit einem Kellerautomaten möglich. Eine Grammtik der Sprache ist $G = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow aSb \mid \varepsilon\}, S)$

(b) $L_2 = \{a^n b^n \mid \text{die Turingmaschine mit Gödelnummer } n \text{ hält auf leerer Eingabe}\}$

Typ-0-Sprache: Die Sprache hat eine Typ-0-Grammatik, da sie offensichtlich semientscheidbar, aber nicht entscheidbar ist.

(c) $L_3 = \Sigma^* \setminus L_1$

Typ-2-Sprache: Die Sprache L_3 ist kontextfrei, da ein PDA existiert, der nicht akzeptiert, wenn er L_1 akzeptiert. (Ausgänge umgepolt)

(d) $L_4 = \Sigma^* \setminus L_2$

Nicht in der Hierarchie: Das Komplement einer semi- aber unentscheidbaren Sprache kann nicht semi-entscheidbar sein, da L sonst entscheidbar wäre.

(e) $L_5 = \{a^n b^m \mid n + m \text{ ist ein Vielfaches von drei}\}$

Typ-3-Sprache: regulär, 2 Teilautomaten mit je 3 Zuständen (modulo 2 mal)

(f) $L_6 = \{a^n b^n \mid n \text{ Quadratzahl}\}$

nicht regulär, nicht kontextfrei (Pumping-Lemma)