

Aufgabe 5

5. a) Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass das folgende Programm bzgl. der Vorbedingung $x > 0$ und der Nachbedingung $\text{drei_hoch } x = 3^x$ partiell korrekt ist!

```
1 (define (drei_hoch x)
2   (cond ((= x 0) 1)
3         (else (* 3 (drei_hoch (- x 1)))))
4 )
5 )
```

Induktionsanfang — Beweise, dass $A(1)$ eine wahre Aussage ist. ———

$$\text{drei_hoch } 1 = 3 \cdot (\text{drei_hoch } 0) = 3 \cdot 1 = 3$$

Induktionsvoraussetzung — Die Aussage $A(k)$ ist wahr für ein beliebiges $k \in \mathbb{N}$. ———

für alle $x < x_0$ gilt $\text{drei_hoch } x = 3^x$

Induktionsschritt — Beweise, dass wenn $A(n = k)$ wahr ist, auch $A(n = k + 1)$ wahr sein muss. ———

$x \rightarrow x+1$

$$\begin{aligned} \text{drei_hoch } (x + 1) &= 3 \cdot \text{drei_hoch } (-(x + 1)1) \\ &= 3 \cdot (\text{drei_hoch } x) \\ &= 3 \cdot 3^x \\ &= 3^{x+1} \end{aligned}$$