# Pumping-Lemma

Zeige, dass die folgenden Sprache nicht kontextfrei sind:

- $L = \{a^n b^n c^{2n} | n \in \mathbb{N}\}$

Annahme: $L$ ist kontextfrei.

$\forall \omega \in L$: $\omega = /uvwxy$

$j \in \mathbb{N}$: $|\omega| \geq j$

$\omega = a^j b^j c^{2j}$: $|\omega| = 4j > j$

Damit gilt: $|vwx| \leq j$, $|vx| \geq 1$

Zu zeigen: Keine Möglichkeit der Zerlegung, damit $\omega' \in L$

**1. Fall** $vwv$ enthält nur $a$'s

o. E. d. A. (ohne Einschränkung der Allgemeinheit) stecken alle $a$'s in der Zerlegung $vwx$, d. h. $u$ ist leer

$u$: $\epsilon$ $v$: $a^l$ $w$: $a^{j-(l+m)}$ $x$: $a^m$ $y$: $b \ldots bc \ldots c$

$v^2wx^2y$

$a^{2l}a^{j-(l+m)}a^{2m}b^jc^{2j} =$

Nebenrechnung: $2l + j - (l + m) + 2m \ = \ j + l + m \ > \ j$, da $|vx| \geq 1 \rightarrow l + m \geq 1$

$\Rightarrow \omega' = uv^2wx^2y \notin L$

**2. Fall** $vwv$ enthalten $a$'s und $b$'s

o. E. d. A. $|v|_a = |x|_b$

$u$: $a^p$ $v$: $a^l$ $w$: $a^{j-(p+l)}b^{j-(l+r)}$ $x$: $b^l$ $y$: $b^r c^{2j}$

$\Rightarrow uv^0wx^0v$

Nebenrechnung:

$a$'s: $p + j - (l + p) = j - l$

$b$'s: $j - (l + r) = j - l$

ist falsch, da $j - l$ echt kleiner ist, da $|vx| \geq 1 \rightarrow l \geq 1$

$\Rightarrow \omega' \notin L$

**3. Fall** $vwx$ enthält nur $b$'s

analog zu Fall 1

**4. Fall** $vwx$ enthält nur $b$'s und $c$'s

analog zu Fall 2

**5. Fall** $vwx$ enthält nur $c$'s

analog zu Fall 1

$\Rightarrow$ Es gibt keine Zerlegung, sodass $\forall i \in \mathbb{N}_0$

$\Rightarrow$ Annahme ist falsch

$\Rightarrow$ $L$ ist nicht kontextfrei

- $L = \{a^n b^{n^2} | n \in N\}$