

Aufgabe 4

Betrachten Sie die beiden folgenden Probleme:

VERTEX COVER

Gegeben: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

Frage: Gibt es eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, so dass für jede Kante (u, v) aus E mindestens einer der Knoten u und v in C ist?

VERTEX COVER 3

Gegeben: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \{3, 4, 5, \dots\}$.

Frage: Gibt es eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, so dass für jede Kante (u, v) aus E mindestens einer der Knoten u und v in C ist?

Geben Sie eine polynomielle Reduktion von VERTEX COVER auf VERTEX COVER 3 an und begründe anschließend, dass die Reduktion korrekt ist.

$\text{VERTEX COVER} \leq_p \text{VERTEX COVER 3}$

f fügt vier neue Knoten hinzu, von denen jeweils ein Paar verbunden ist. Außerdem erhöht f k um 2.

Total: Jeder Graph kann durch f so verändert werden.

Korrektheit: Wenn VC für k in G existiert, dann existiert auch VC mit $k + 2$ Knoten in G , da für den eingefügten Teilgraphen ein VC mit $k = 2$ existiert.

In Polyzeit berechenbar: für Adjazenzmatrix müssen lediglich 4 neue Spalten/Zeilen ein-gefügt werden und $k+2$ berechnet werden.