Aufgabe 3

(a) Primitiv rekursive Funktionen

(i) Zeigen Sie, dass die folgendermaßen definierte Funktion if: $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}\mathbb{N}$ primitiv rekursiv ist.
sonst

(ii) Wir nehmen eine primitiv rekursive Funktionp: NN an und definieren g(n) als die Funktion, welche die größte Zahl i < n zurückliefert, für die p(/) = 0 gilt. Falls kein solches i existiert, soll g(n) = 0 gelten:
a(n) = max (i <n |p) = 0 U 0)
if (b, x, y) = (falls b=0

Zeigen Sie, dass g: N > N primitiv rekursiv ist. (Sie dürfen obige Funktion if als primitiv rekursiv voraussetzen.)

(b) Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $L \subseteq \Sigma^*$ mit $L = \{ a^i b^i c^i \mid i \in N \}$.

(i) Beschreiben Sie eine Turingmaschine, welche die Sprache Z entscheidet. Eine textuelle Beschreibung der Konstruktionsidee ist ausreichend.

(ii) Geben Sie Zeit- und Speicherkomplexität (abhängig von der Länge der Eingabe) Ihrer Turingmaschine an.

(c) Sei & = 0, 1. Jedes we L* kodiert eine Turingmaschine M,. Die von M, berechnete Funktion bezeichnen wir mit gy.

(i) Warum ist w e £* | 3x: @,(&) = xx nicht entscheidbar?

(ii) Warum ist w e Z* | 3x: w= xx entscheidbar?