

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 46115 / 2019 / Herbst

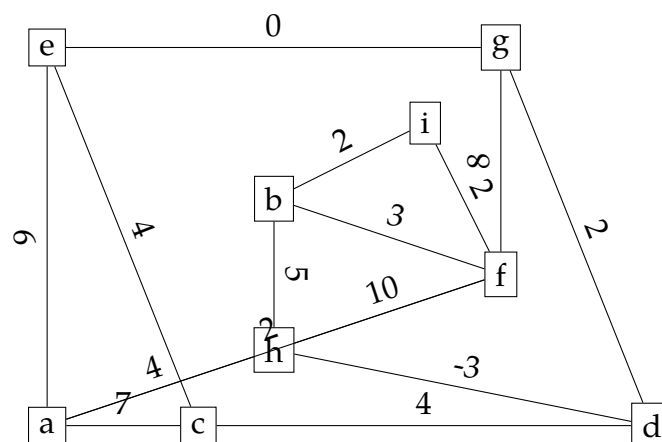
## Thema 2 / Aufgabe 8

(Maximaler Spannbaum mit Jarník/Prim)

**Stichwörter:** Algorithmus von Prim

- (a) Durch folgende Adjazenzmatrix sei ein ungerichteter Graph  $G$  mit Kantenlängen gegeben.

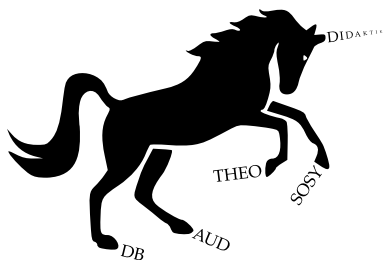
	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$h$	$i$
$a$	0	0	7	0	9	2	0	4	0
$b$	0	0	0	0	0	3	0	5	2
$c$	7	0	0	4	4	0	0	0	0
$d$	0	0	4	0	0	0	2	-3	0
$e$	9	0	4	0	0	0	0	0	0
$f$	2	3	0	0	0	0	8	10	2
$g$	0	0	0	2	0	8	0	0	0
$h$	4	5	0	-3	0	10	0	0	0
$i$	0	2	0	0	0	2	0	0	0



Wenden Sie den Algorithmus von Jarník/Prim auf  $G$  ausgehend von Knoten  $d$  an, um einen Spannbaum  $T$  mit *maximalem* Gewicht zu berechnen. Erstellen Sie dazu eine Tabelle mit zwei Spalten und stellen Sie jeden einzelnen Schritt des Verfahrens in einer eigenen Zeile dar. Geben Sie in der ersten Spalte denjenigen Knoten  $v$  an, der vom Algorithmus als nächstes in  $T$  aufgenommen wird (dieser sog. „schwarze“ Knoten ist damit fertiggestellt). Führen Sie in der zweiten Spalte alle anderen vom aktuellen Baum  $T$  direkt erreichbaren Knoten  $v$  (sog. „graue Randknoten“) auf.

Geben Sie in der Tabelle Knoten stets als Tripel  $(v, \delta, v.\pi)$  an, mit  $v$  als Knotenname,  $v.\pi$  als aktueller Vorgängerknoten (anderer Knoten der Kante) und  $\delta$  als Länge der Kante  $\{v, v.\pi\}$ .

- (b) Sei  $G = (V, E, w)$  ein Graph mit Kantenlängen  $w : E \rightarrow \mathbb{N}$  und  $T$  ein Spannbaum von  $G$  mit maximalem Gewicht. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:  
Längste (einfache) Wege zwischen zwei Knoten  $u, v \in V$  enthalten nur Kanten aus  $T$ .



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/46115/2019/09/Thema-2/Aufgabe-8.tex>