

Pumping-Lemma

(„ wn^2 “ „ $an\ bm\ cn$ “)

Stichwörter: Pumping-Lemma (Reguläre Sprache)

Begründe jeweils, ob die folgenden Sprachen regulär sind oder nicht. ¹

(a) $L_1 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \text{auf ein } a \text{ folgt immer ein } b \}$

Lösungsvorschlag

$L_1 = L(b^*(ab)^*b^*)$ und damit regulär.

(b) $L_2 = \{ w \in \{1\}^* \mid \exists n \in \mathbb{N} \text{ mit } |w| = n^2 \}$

Lösungsvorschlag

L_2 ist nicht regulär.

Pumping-Lemma:

j sei eine Quadratzahl: Somit ist $1^j \in L_2$. Es gilt $|uv| \leq j$ und $|v| \geq 1$. Daraus folgt, dass in v mindestens eine 1 existiert. Somit wird immer ein $i \in \mathbb{N}$ existieren, sodass $uv^i w \notin L$, weil die Quadratzahlen nicht linear darstellbar sind.

Begründung über die Zahlentheorie:

Angenommen, L_2 sei regulär, sei m die kleinste Zahl mit $m^2 > j$. Dann ist $x = 1^{m^2} \in L_2$. Für eine Zerlegung $x = uvw$ nach dem Pumping-Lemma muss dann ein k existieren mit $v = 1^k$ und $m^2 - l + k^l$ ist eine Quadratzahl für jedes $l \geq 0$. Das kann offenbar zahlentheoretisch nicht sein, und somit haben wir einen Widerspruch zur Annahme.

(c) $L_3 = \{ a^n b^m c^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0 \}$

Lösungsvorschlag

$L_3 = \{ a^n b^m c^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0 \}$ ist nicht regulär.

$a^j b^j c^j \in L_3$:

$|uv| \leq j$ und $|v| \geq 1$

→ in uv sind nur a 's und in v ist mindestens ein a

→ $uv^2 w \notin L_3$, weil dann mehr a 's als c 's in diesem Wort vorkommen

(d) $L_4 = \{ w \in \{a\}^* \mid \text{mod}_3(|w|) = 0 \}$

¹<https://www.uni-muenster.de/Informatik/u/lammers//EDU/ws08/AutomatenFormaleSprachen/Loesungen/Loesung05.pdf>

$$L_4 = ((aaa)^*) \text{ und damit regulär.}$$


Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der \LaTeX -Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/10_Typ-3_Regulaer/Pumping-Lemma/Aufgabe_Pumping-Lemma.tex