

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgende rekursive Methodendeklaration in der Sprache Java. Es wird als Vorbedingung vorausgesetzt, dass die Methode `cn` nur für Werte $n \geq 0$ aufgerufen wird.

```
1  int cn(int n) {  
2      if(n == 0)  
3          return 1;  
4      else  
5          return (4 * (n - 1) + 2) * cn(n - 1) / (n + 1);  
6  }
```

Sie können im Folgenden vereinfachend annehmen, dass es keinen Überlauf in der Berechnung gibt, d. h. dass der Datentyp `int` für die Berechnung des Ergebnisses stets ausreicht.

- (a) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass der Methodenaufruf `cn(n)` für jedes $n > 0$ die n -te Catalan-Zahl C_n berechnet, wobei

$$C_n = \frac{(2n)!}{(n+1)! - n!}$$

Beim Induktionsschritt können Sie die beiden folgenden Gleichungen verwenden:

- (i) $(2(n+1))! = (4n+2) \cdot (n+1) \cdot (2n)!$
(ii) $(n+2)! \cdot (n+1)! = (n+2) \cdot (n+1) \cdot (n+1)! \cdot n!$
- (b) Geben Sie eine geeignete Terminierungsfunktion an und begründen Sie, warum der Methodenaufruf `cn(n)` für jedes $n \geq 0$ terminiert.