

## Pumping-Lemma

Zeigen oder widerlegen Sie: Die folgenden Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  sind regulär.<sup>1</sup>

$$L_1 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

Angenommen  $L_1$  sei regulär, dann müsste  $L_1$  die Bedingungen der stärkeren Variante des Pumping-Lemmas erfüllen.

**Beweis durch Widerspruch:**

Sei  $j \in \mathbb{N}$  die Konstante aus dem Pumping-Lemma und  $\omega = a^j b a^j b$  ein Wort aus  $L_1$  ( $|\omega| > j$  gilt offensichtlich).

Dann müsste  $\omega$  nach dem Pumping-Lemma zerlegbar sein in  $\omega = uvw$  mit  $|v| \geq 1$  und  $|uv| < j$ .  $uv$  kann wegen  $|uv| < j$  kein  $b$  enthalten und liegt komplett im ersten  $a^j$ .

Also:

$$a^j b a^j b = uvw \text{ mit } u = a^x, v = a^y, w = a^{n-x-y} b a^j b (n \geq x + y, x > 0)$$

Dann gilt

$$uv^0w = a^x a^{j-x-y} b a^j b = a^{j-y} b a^j b \notin L_1$$

Wir haben gezeigt, dass es keine gültige Zerlegung für  $\omega$  gibt. Also gilt für  $L_1$  die stärkere Variante des Pumping-Lemmas nicht. Somit kann  $L_1$  nicht regulär sein.

---

<sup>1</sup>[https://userpages.uni-koblenz.de/~dpeuter/teaching/17ss\\_gti/blatt04\\_loesung.pdf](https://userpages.uni-koblenz.de/~dpeuter/teaching/17ss_gti/blatt04_loesung.pdf)