

66115 / 2012 / Frühjahr

**Thema 1 / Aufgabe 3**

(Kontextfrei aber nicht regulär)

**Stichwörter:** Kontextfreie Sprache

Beweisen Sie, dass folgende Sprache kontextfrei, aber nicht regulär ist.

$$C = \{ a^n b^m \mid n \geq m \geq 1 \}$$

Lösungsvorschlag

**Nachweis Kontextfrei über Grammatik**

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \right.$$

$$S \rightarrow aSb \mid aS \mid ab$$

}

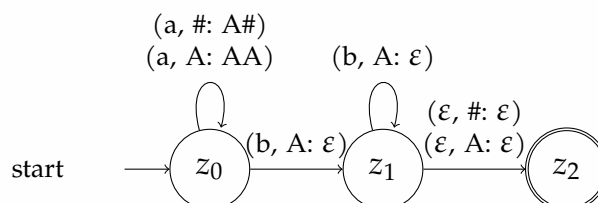
- Regel 1:  $aSb$ - Regel 2:  $aS$ - Regel 3:  $ab$ 

$$ab: S \xrightarrow{3} ab$$

$$a^n b: S \xrightarrow[n-1]{2} a^{n-1} S \xrightarrow{3} a^{n-1} ab$$

$$a^n b^m: S \xrightarrow[m-1]{1} a^{m-1} S b^{m-1} \xrightarrow[n-(m-1)]{2} a^{n-1} S b^{m-1} \xrightarrow{3} a^n b^m$$

$$\Rightarrow L(G) = C$$

**Nachweis Kontextfrei über Kellerautomat**

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Aji151myg](http://flaci.com/Aji151myg)

**Nachweis: C nicht regulär**

$C$  sei regulär

$\Rightarrow$  Pumping-Lemma für  $C$  erfüllt

$j$  sei die Pumping-Zahl ( $j \in \mathbb{N}$ )

$\omega \in C: \omega = a^j b^j$

$\omega = uvw$

Dann gilt:

- $|v| \geq 1$
- $|uv| \leq j$
- $uv^i w \in C$  für alle  $i \in \mathbb{N}_0$

In  $uv$  können nur  $a$ 's vorkommen

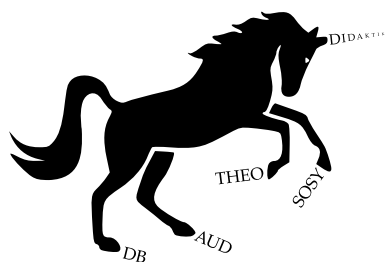
$\Rightarrow$  In  $v$  muss mindestens ein  $a$  vorkommen

$\Rightarrow uv^0 w = a^l (a^{j-l})^0 b^j ((a^{j-l})^0 = \varepsilon)$

$\Rightarrow$  In  $\omega'$  sind nur  $l$  viele  $a$ 's, Da  $l < j$ ,  $\omega' \notin C$ ,

$\Rightarrow$  Widerspruch zur Annahme

$\Rightarrow C$  nicht regulär



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht alleine! Das ist ein Community-Projekt. Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/hbschlang/lehramt-informatik/blob/main/Staatsexamen/66115/2012/03/Thema-1/Aufgabe-3.tex>