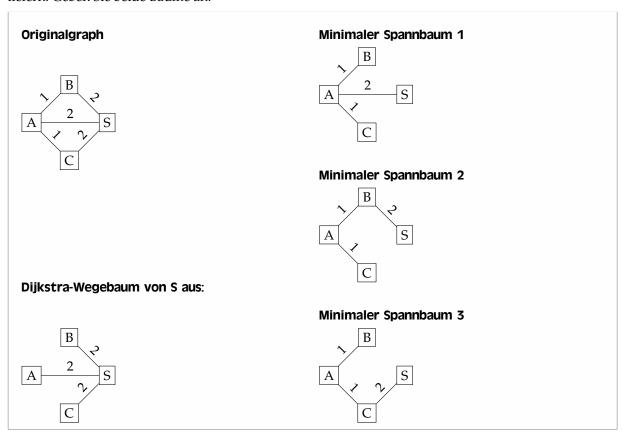
Staatsexamen 66115 / 2021 / Frühjahr / Thema Nr. 1 / Teilaufgabe Nr. 2 / Aufgabe Nr. 4

## Aufgabe 4 [Kürzeste-Wege-Bäume und minimale Spannbäume]

Die Algorithmen von Dijkstra und Jarník-Prim gehen ähnlich vor. Beide berechnen, ausgehend von einem Startknoten, einen Baum. Allerdings berechnet der Algorithmus von Dijkstra einen Kürzesten-Wege-Baum, während der Algorithmus von Jarník-Prim einen minimalen Spannbaum berechnet.

(a) Geben Sie einen ungerichteten gewichteten Graphen G mit höchstens fünf Knoten und einen Startknoten s von G an, so dass  $\mathbf{Dijkstra}(G,s)$  und  $\mathbf{Jarník-Prim}(G,s)$  ausgehend von s verschiedene Bäume in G liefern. Geben Sie beide Bäume an.



(b) Geben Sie eine unendlich große Menge von Graphen an, auf denen der Algorithmus von Jarník-Prim asymptotisch schneller ist als der Algorithmus von Kruskal, der ebenfalls minimale Spannbäume berechnet.

*Hinweis:* Für einen Graphen mit n Knoten und m Kanten benötigt Jarník-Prim  $\mathcal{O}(m+n\log n)$  Zeit, Kruskal  $\mathcal{O}(m\log m)$  Zeit.

(c) Sei Z die Menge der zusammenhängenden Graphen und  $G \in Z$ . Sei n die Anzahl der Knoten von G und m die Anzahl der Kanten von G. Entscheiden Sie mit Begründung, ob  $\log m \in \Theta(\log n)$  gilt.

Github: Staatsexamen/66115/2021/03/Thema-1/Teilaufgabe-2/Aufgabe-4.tex