Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass folgende Sprache kontextfrei, aber nicht regulär ist.

$$C = \{ a^n b^m \mid n \geq m \geq 1 \}$$

Nachweis Kontextfrei über Grammatik
$G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$
$P = \{$

$$S \rightarrow aSb \mid aS \mid ab$$

$\}$

- Regel 1: aSb
- Regel 2: aS
- Regel 3: ab

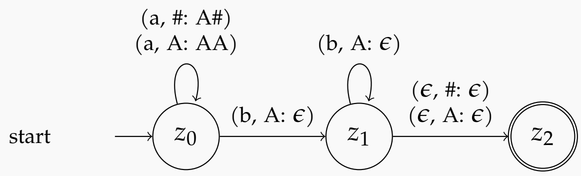
ab: $S \xrightarrow{3} ab$

$a^n b$: $S \xrightarrow[n-1]{2} a^{n-1}S \xrightarrow{3} a^{n-1}ab$

$a^n b^m$: $S \xrightarrow[m-1]{1} a^{m-1}Sb^{m-1} \xrightarrow[n-(m-1)]{2} a^{n-1}Sb^{m-1} \xrightarrow{3} a^n b^m$

$\Rightarrow L(G) = C$

Nachweis Kontextfrei über Kellerautomat



flaci.com/Aji151myg

Nachweis: C nicht regulär
C sei regulär
$\Rightarrow$ Pumping-Lemma für C erfüllt
j sei die Pumping-Zahl ($j \in \mathbb{N}$)
$\omega \in C$: $\omega = a^j b^j$
$\omega = uvw$
Dann gilt:

- $|v| \geq 1$
- $|uv| \leq j$

- $uv^iw \in C$ für alle $i \in \mathbb{N}_0$

In uv können nur a's vorkommen
$\Rightarrow$ In v muss mindestens ein a vorkommen
$\Rightarrow$ $uv^0w = a^l(a^{j-l})^0b^j$ $((a^{j-l})^0 = \varepsilon)$
$\Rightarrow$ In ω' sind nur l viele a's, Da $l < j$, $\omega' \notin C$,
$\Rightarrow$ Widerspruch zur Annahme
$\Rightarrow$ C nicht regulär