Aufgabe 1

Antworten Sie auf die folgenden Behauptungen mit Wahr/Falsch und geben Sie eine kurze Begründung an.

(a) Wenn L_2 regulär ist und $L_1 \subseteq L_2$ gilt, dann ist L_1 auch regulär.

Falsch

Nein. Wähle $L = \Sigma^*$. Wähle eine beliebige nicht-reguläre Sprache L'. L' ist Teilmenge von L. [a]

$L_2 = \{a^*b^*\}$ ...Regulär

$L_1 = \{a^n b^n\}$ ...nicht regulär,

da man sich das n merken muss, das bedeutet, dass man beispielsweise einen Automaten bräuchte, der unendlich viele Zustände besitzt. Das wiederum ist aber bei DEA's nicht möglich. (Da sie nur endlich viele Zustände haben können.) Für beide Sprachen gilt somit: $L_1 \subseteq L_2$, aber nicht beide sind regulär. [b]

[a] https://www.c-plusplus.net/forum/topic/287036/theoretische-informatik-teilmenge-einer-regulären-sprache

[b] https://vowi.fsinf.at/images/3/3a/TU_Wien-Theoretische_Informatik_und_Logik_VU_(Fermüller,_Freund)-Übungen_SS13_-_Uebungsblatt_1.pdf

(b) $L = \{ a^q \mid \exists i \in \mathbb{N}. q = i^2 \}$ ist bekanntlich nicht regulär. Behauptung: Q^* ist ebenfalls nicht regulär.

Wahr.

Siehe Abschlusseigenschaften der Formalen Sprachen unter dem Kleene-Stern.

(c) Wenn $L \subseteq \Sigma^*$ entscheidbar ist, dann ist auch das Komplement $\bar{L} = \Sigma^* \setminus L$ entscheidbar.

Wahr

Zu jeder entscheidbaren Menge ist auch ihr Komplement entscheidbar.

L entscheidbar, dann auch $\overline{L}$ entscheidbar. Wir benutzen eine DTM τ', die die DTM τ simuliert. Diese vertauscht die beiden Ausgaben „JA“ und „NEIN“. [a]

[a] http://www.informatikseite.de/theorie/node14.php#SECTION00044100000000000000

(d) Jedes $\mathcal{NP}$-vollständige Problem ist entscheidbar.

Wahr

Definition von $\mathcal{NP}$-Vollständigkeit:

vollständig für die Klasse der Probleme, die sich nichtdeterministisch in Polynomialzeit lösen lassen, wenn es zu den schwierigsten

Problemen in der Klasse NP gehört, also sowohl in NP liegt als auch NP-schwer ist.