Aufgabe 2

(a) Sei $L = \{\, 0^n 1^m 1^p 0^q \mid n + m = p + q \text{ und } n, m, p, q \in \mathbb{N}_0 \,\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für L an. Sie dürfen dabei ε-Produktionen der Form $\{A \rightarrow \varepsilon\}$ verwenden.

$$
P = \Big\{
\begin{aligned}
S &\rightarrow 0S0 \mid 0A0 \mid 0B0 \mid \varepsilon \mid A \mid B \mid C \\
A &\rightarrow 0A1 \mid 0C1 \\
B &\rightarrow 1B0 \mid 1C0 \\
C &\rightarrow 1C1 \mid \varepsilon
\end{aligned}
\Big\}
$$

(b) Für eine Sprache L sei $L^r = \{\, x^r \mid x \in L \,\}$ die Umkehrsprache. Dabei bezeichne x^r das Wort, das aus r entsteht, indem man die Reihenfolge der Zeichen umkehrt, beispielsweise $(abb)^r = bba$.

(i) Sei L eine kontextfreie Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch L^r kontextfrei ist.

(ii) Geben Sie eine kontextfreie Sprache L_1, an, sodass $L_1 \cap L_1^r$ kontextfrei ist.

(iii) Geben Sie eine kontextfreie Sprache L_2, an, sodass $L_2 \cap L_2^r$ nicht kontextfrei ist.