

Reduktion-Turingmaschine

Betrachten Sie das folgende Entscheidungsproblem:

Eingabe: eine geeignete codierte Turingmaschine M Ausgabe: entscheiden, ob die Turingmaschine M auf jedes Eingabewort nach höchstens 42 Schritten hält. Ist dieses Problem entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Antwort.

M sei TM. M liest in jedem Schritt höchstens ein Zeichen der Eingabe.
 \Rightarrow Eingabe hat höchstens 42 Zeichen. \Rightarrow Menge der zu entscheidenden Wörter ist endlich. \Rightarrow Wir können alle Wörter der Sprache aufzählen und damit das Problem lösen.

Beweisen Sie mit Hilfe eines Reduktionsbeweises, dass das folgende Problem nicht entscheidbar ist:

Eingabe: zwei (geeignete codierte) Turingmaschinen M_1 und M_2 sowie ein Eingabewort ω Ausgabe: entscheiden, ob M_1 auf Eingabewort ω hält und M_2 auf ω nicht hält.

Das beschriebene Problem sei H_N . Die TM M_N , die zu H_N gehört, sei wie folgt definiert: • Wir wählen eine zu ω passende TM M_0 aus dem Halteproblem H_0 aus, so dass $M_0(\omega)$ hält. • Wir definieren eine TM M_\perp , die zu keiner Eingabe hält. Dann ist für $M_N(\omega) \# M_\perp(\omega)$ eine Möglichkeit für das Problem H_N . Da aber H_0 nicht entscheidbar, so ist auch H_N nicht entscheidbar.