Pumping-Lemma

Gegeben sei die Sprachen

$$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N} \}$$

Weisen Sie nach, dass L nicht kontextfrei ist.

- Also gibt es eine Pumpzahl. Sie sei j. (Wähle geschickt ein „langes“ Wort...) $a^j b^j c^j$ ist ein Wort aus L, das sicher länger als j ist.
- Da L kontextfrei ist, muss es nach dem Pumping-Lemma auch für dieses Wort eine beliebige Zerlegung geben:
  $a^j b^j c^j = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq j$
- Weil vwx höchstens j lang ist, kann es nie a‘s und c‘s zugleich enthalten (es stehen j b‘s dazwischen!).
- Andererseits enthält vx mindestens ein Zeichen. Das Wort $\omega = uv^0wx^0y = uwy$ enthält dann nicht mehr gleich viele a‘s, b‘s und c‘s. (Widerspruch)!
- Die Behauptung war falsch! $\Rightarrow$ L ist nicht kontextfrei!