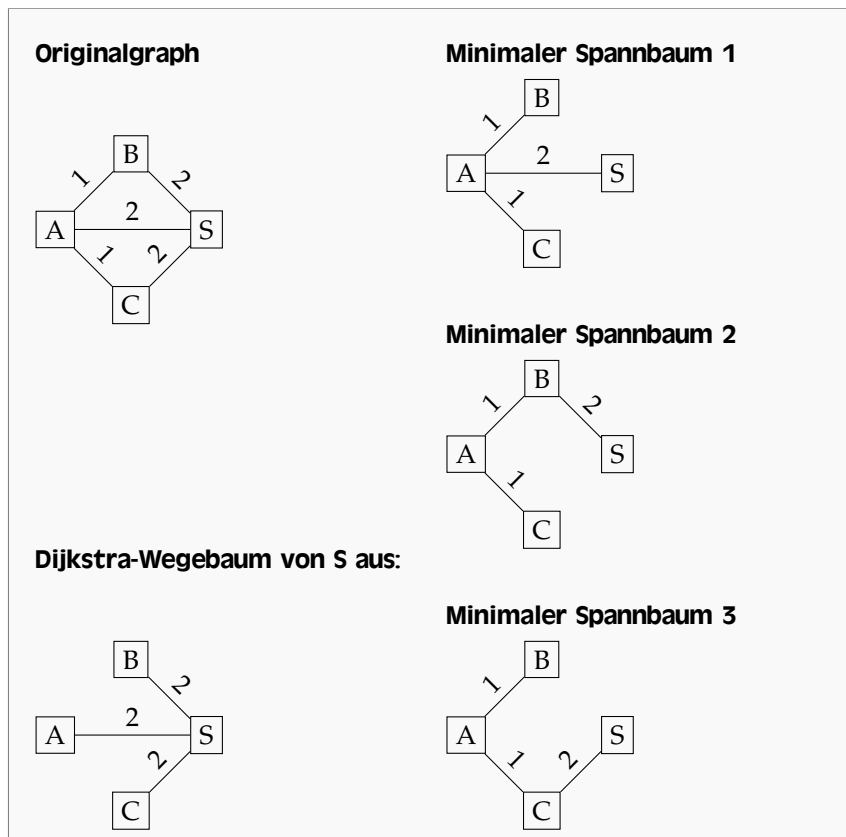


## Aufgabe 4

Die Algorithmen von Dijkstra und Jarník-Prim gehen ähnlich vor. Beide berechnen, ausgehend von einem Startknoten, einen Baum. Allerdings berechnet der Algorithmus von Dijkstra einen Kürzesten-Wege-Baum, während der Algorithmus von Jarník-Prim einen minimalen Spannbaum berechnet.

- (a) Geben Sie einen ungerichteten gewichteten Graphen  $G$  mit höchstens fünf Knoten und einen Startknoten  $s$  von  $G$  an, so dass **Dijkstra**( $G, s$ ) und **Jarník-Prim**( $G, s$ ) ausgehend von  $s$  verschiedene Bäume in  $G$  liefern. Geben Sie beide Bäume an.



- (b) Geben Sie eine unendlich große Menge von Graphen an, auf denen der Algorithmus von Jarník-Prim asymptotisch schneller ist als der Algorithmus von Kruskal, der ebenfalls minimale Spannbäume berechnet.

*Hinweis:* Für einen Graphen mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten benötigt Jarník-Prim  $\mathcal{O}(m + n \log n)$  Zeit, Kruskal  $\mathcal{O}(m \log m)$  Zeit.

- (c) Sei  $Z$  die Menge der zusammenhängenden Graphen und  $G \in Z$ . Sei  $n$  die Anzahl der Knoten von  $G$  und  $m$  die Anzahl der Kanten von  $G$ . Entscheiden Sie mit Begründung, ob  $\log m \in \Theta(\log n)$  gilt.