

### Aufgabe 3

Sie sollen mithilfe von Falltests eine neue Serie von Smartphones auf Bruchsi-  
cherheit testen.

Dazu wird eine Leiter mit  $n$  Sprossen verwendet; die höchste Sprosse, von  
der ein Smartphone heruntergeworfen werden kann ohne zu zerbrechen, heiße  
„höchste sichere Sprosse“. Das Ziel ist, die höchste sichere Sprosse zu ermitteln.  
Man kann davon ausgehen, dass die höchste sichere Sprosse nicht von der Art  
des Wurfs abhängt und dass alle verwendeten Smartphones sich gleich verhalten.  
Eine Möglichkeit, die höchste sichere Sprosse zu ermitteln, besteht darin,  
ein Gerät erst von Sprosse 1, dann von Sprosse 2, etc. abzuwerfen, bis es schließ-  
lich beim Wurf von Sprosse  $k$  beschädigt wird (oder Sie oben angelangt sind).  
Sprosse  $k - 1$  (bzw.  $n$ ) ist dann die höchste sichere Sprosse. Bei diesem Verfah-  
ren wird maximal ein Smartphone zerstört, aber der Zeitaufwand ist ungünstig.

- (a) Bestimmen Sie die Zahl der Würfe bei diesem Verfahren im schlechtesten  
Fall.

Die Zahl der Würfe im schlechtesten Fall ist  $\mathcal{O}(k)$ , wobei  $k$  die Anzahl  
der Sprossen ist. Geht das Smartphone erst bei der höchsten Sprosse  
kaputt, muss es  $k$  mal heruntergeworfen werden. Die Komplexität  
entspricht der der linearen Suche.

- (b) Geben Sie nun ein Verfahren zur Ermittlung der höchsten sicheren Sprosse  
an, welches nur  $\mathcal{O}(\log n)$  Würfe benötigt, dafür aber möglicherweise  
mehr Smartphones verbraucht.

Man startet bei Sprosse  $\frac{n}{2}$ . Wenn das Smartphone kaputt geht, macht  
man weiter mit der Sprosse in der Mitte der unteren Hälfte, ansons-  
ten mit der Sprosse in der Mitte der oberen Hälfte. Das Ganze rekur-  
siv.

- (c) Es gibt eine Strategie zur Ermittlung der höchsten sicheren Sprosse mit  
 $\mathcal{O}(\sqrt{n})$  Würfen, bei dessen Anwendung höchstens zwei Smartphones ka-  
puttgehen. Finden Sie diese Strategie und begründen Sie Ihre Funktions-  
weise und Wurfzahl.

Tipp: der erste Testwurf erfolgt von Sprosse  $\lceil \sqrt{n} \rceil$ .

#### Exkurs: Interpolationssuche

Die Interpolationssuche, auch Intervallsuche genannt, ist ein von der  
binären Suche abgeleitetes Suchverfahren, das auf Listen und Feldern  
zum Einsatz kommt.

Während der Algorithmus der binären Suche stets das mittlere Ele-  
ment des Suchraums überprüft, versucht der Algorithmus der Inter-  
polationssuche im Suchraum einen günstigeren Teilungspunkt als  
die Mitte zu erraten. Die Arbeitsweise ist mit der eines Menschen ver-  
gleichbar, der ein Wort in einem Wörterbuch sucht: Die Suche nach  
Zylinder wird üblicherweise am Ende des Wörterbuches begonnen,  
während die Suche nach Aal im vorderen Bereich begonnen werden

dürfte. <sup>a</sup>

<sup>a</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische\\_Binärsuche](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Binärsuche)

#### Exkurs: Quadratische Binärsuche

Quadratische Binärsuche ist ein Suchalgorithmus ähnlich der Binärsuche oder Interpolationssuche. Es versucht durch Reduzierung des Intervalls in jedem Rekursionsschritt die Nachteile der Interpolationssuche zu vermeiden.

Nach dem Muster der Interpolationssuche wird zunächst in jedem rekursiven Schritt die vermutete Position  $k$  interpoliert. Anschließend wird – um die Nachteile der Interpolationssuche zu vermeiden – das Intervall der Länge  $\sqrt{n}$  gesucht, in dem sich der gesuchte Wert befindet. Auf dieses Intervall wird der nächste rekursive Aufruf der Suche angewendet.

Auf diese Weise verkleinert sich der Suchraum bei gegebener Liste der Länge  $n$  bei jedem rekursiven Schritt auf eine Liste der Länge  $n/\sqrt{n}$ . <sup>a</sup>

<sup>a</sup>[https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische\\_Binärsuche](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Binärsuche)

Das Vorgehen ist folgendermaßen: Man beginnt auf Stufe 0 und falls das Handy nicht kaputt geht, addiert man jeweils Wurzel  $n$ . Falls das Handy kaputt geht, geht man linear in Einerschritten das Intervall von der unteren Grenze (d. h. von der Stufe vor der letzten Addition) bis zur Kaputtstufe ab. <sup>a</sup>

<sup>a</sup><http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS06/HA/skript/vorlesung6.pdf>