

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2015 / Frühjahr

## Thema 2 / Aufgabe 4

(Gödelisierung aller Registermaschinen (RAMs))

**Stichwörter:** Berechenbarkeit

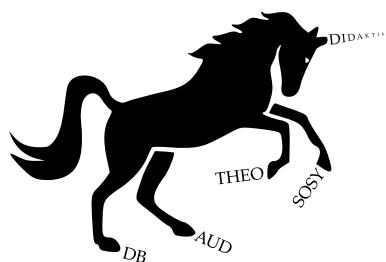
Sei  $M_0, M_1, \dots$  eine Gödelisierung aller Registermaschinen (RAMs). Geben Sie für die folgenden Mengen  $D_1, D_2, D_3$  an, ob sie entscheidbar oder aufzählbar sind. Begründen Sie Ihre Behauptungen, wobei Sie die Aufzählbarkeit und Unentscheidbarkeit des speziellen Halteproblems  $K_0 = \{x \in \mathbb{N} \mid M_x \text{ h\ae}lt \text{ bei Eingabe } x\}$  verwenden dürfen.  $D_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 9973\}$  und  $M_x$  h\ae}lt bei Eingabe  $x$   $D_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 9973\}$  und  $M_x$  h\ae}lt bei Eingabe  $x$   $D_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid M_x \text{ h\ae}lt \text{ nicht bei Eingabe } x\}$

Lösungsvorschlag

$D_1$  ist eine endliche Menge und damit entscheidbar. Auch eine endliche Teilmenge des Halteproblems. Anschaulich kann man sich dies so vorstellen: Man stellt dem Rechner eine Liste zur Verfügung, die alle haltenden Maschinen  $M_x$  mit  $x < 9973$  enthält. Diese Liste kann zum Beispiel vorab von einem Menschen erstellt worden sein, denn die Menge der zu prüfenden Programme ist endlich.

$D_2 = \{x \geq 9973\}$  entscheidbar,  $L$  halt semi-entscheidbar  $\rightarrow$  semi-entscheidbar (Hier wäre auch eine Argumentation über die Cantorsche Paarungsfunktion möglich). Es ist weiterhin nicht entscheidbar. Dazu betrachten wir die Reduktion des speziellen Halteproblems  $H_0 : H_0 \leq D_2$ . Für alle  $x < 9973$  lassen wir  $M_x$  durch eine Turingmaschine  $M_y$  simulieren, die eine höhere Nummer hat.

$D_3$  ist unentscheidbar, denn angenommen  $D_3$  wäre semi-entscheidbar, dann würde sofort folgen, dass  $L$  halt entscheidbar ist, da aus der Semientscheidbarkeit von  $L$  halt und  $L$  halt die Entscheidbarkeit von  $L$  halt folgen würde.



### Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangauland Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/66115/2015/03/Thema-2/Aufgabe-4.tex>