

Kontextfreien Grammatiken in CNF (Vorlesungsaufgabe (S, SAB, SABCD))

Stichwörter: Chomsky-Normalform

Überführen Sie die folgenden kontextfreien Grammatiken in CNF (Chomsky-Normalform).

$$(a) P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow OS1 \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

Lösungsvorschlag

(i) Elimination der ε -Regeln

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ε in allen anderen Regeln vorweggenommen. —

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow OS1 \mid 01 \end{array} \right\}$$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/Ghje1ygz9

(ii) Elimination von Kettenregeln

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren. —

∅ Nichts zu tun

(iii) Separation von Terminalzeichen

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt. —

N = Null, E = Eins

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow NSE \mid NE \\ N \rightarrow 0 \\ E \rightarrow 1 \end{array} \right\}$$

(iv) Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht. —

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow NR \mid NE \\ R \rightarrow SE \\ N \rightarrow 0 \\ E \rightarrow 1 \end{array} \right\}$$

(b) $P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a \mid aA \mid B \\ A \rightarrow aBB \mid \varepsilon \\ B \rightarrow Aa \mid b \end{array} \right\}$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/G54gubr9i

Lösungsvorschlag

(i) **Elimination der ε -Regeln**

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ε in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a \mid aA \mid B \\ A \rightarrow aBB \\ B \rightarrow Aa \mid b \mid a \end{array} \right\}$$

Das leere Wort ist nicht in der Sprache ($\varepsilon \notin L(G)$). In der Sprache sind immer Wörter mit mindestens einem Buchstaben. In der ersten Produktionsregel wird aus $aA \rightarrow a\varepsilon$ nur das a . Das ist aber bereits in der ersten Regel enthalten. In der zweiten Regel wird das leere Wort weg gelassen. In der dritten Regel wird noch ein a hinzugefügt, das aus $Aa \rightarrow \varepsilon a \rightarrow a$ entstanden ist.

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

$$P = \left\{ \right.$$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow a \mid aA \mid Aa \mid b \\
 A &\rightarrow aBB \\
 B &\rightarrow Aa \mid b \mid a
 \end{aligned}$$

}

Wir schreiben die Regel, die keine einzelnes Nonterminal auf der rechten Seite enthalten, ab. In der ersten Regel wird B mit $Aa|b|a$ ersetzt, wobei das letzte a , dann weggelassen werden kann, da es bereits am Anfang der rechten Seite vorkommt. Die B -Regel kann nicht weggelassen werden, weil sie in der A -Regel vorkommt.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt. —

$$P = \{$$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b \\
 A &\rightarrow VBB \\
 B &\rightarrow AV \mid b \mid a \\
 V &\rightarrow a
 \end{aligned}$$

}

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht. —

$$P = \{$$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b \\
 A &\rightarrow VC \\
 B &\rightarrow AV \mid b \mid a \\
 V &\rightarrow a \\
 C &\rightarrow BB
 \end{aligned}$$

}

(c) $P = \{$

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow aCD$$

$$B \rightarrow bCD$$

$$C \rightarrow D \mid \varepsilon$$

$$D \rightarrow C$$

}

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/Grxwcync2

Lösungsvorschlag

(i) **Elimination der ε -Regeln**

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ε in allen anderen Regeln vorweggenommen. _____

$$P = \{$$

$$S \rightarrow ABC \mid AB$$

$$A \rightarrow aCD \mid aD$$

$$B \rightarrow bCD \mid bD$$

$$C \rightarrow D$$

$$D \rightarrow C \mid \varepsilon$$

}

In der letzten Regel entsteht ein neues ε . Es muss in der nächsten Iteration entfernt werden.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow ABC \mid AB$$

$$A \rightarrow aCD \mid aD \mid aC \mid a$$

$$B \rightarrow bCD \mid bD \mid bC \mid b$$

$$C \rightarrow D$$

$$D \rightarrow C$$

}

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren. _____

$$P = \{$$

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

}

C und D sind nicht produktiv. $C \rightarrow D$ und $D \rightarrow C$ können gestrichen werden.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

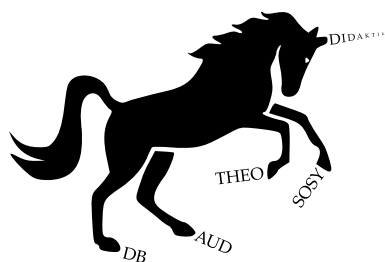
— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt. —

∅ Nichts zu tun

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n$, $A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht. —

∅ Nichts zu tun



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/20_Typ-2_Kontextfrei/Chomsky-Normalform/Aufgabe_Vorlesungsaufgabe.tex