

Wir betrachten das wie folgt definierte Problem DOPP:

GEGEBEN: Eine deterministische Turingmaschine M , eine Eingabe x (für M), ein Zustand q (von M).

GEFRAGT: Wird der Zustand q bei der Berechnung von M auf x mindestens zweimal besucht?

- (a) Zeigen Sie durch Angabe einer Reduktion vom Halteproblem, dass DOPP unentscheidbar.
- (b) Begründen Sie, dass DOPP rekursiv aufzählbar (semi-entscheidbar) ist.

Die Reduktion $f: \text{HALTE} \leq_p \text{DOPP}$, bildet $c(M), w$ auf $c(M'), xw, q$ ab, wobei M' eine Turingmaschine mit folgendem Verhalten ist:

- Sie verfügt über den neuen Startzustand q
- Sie erweitert das Wort w vorne um ein Zeichen $x \notin \Gamma_M$ (dies ist nicht unbedingt notwendig, aber schöner, damit die neue Maschine auch noch terminiert)
- Für q wird die Regel $(q, x) \rightarrow (z_0, \square, R)$, wobei z_0 der Startzustand von M ist
- Alle Endzustände z von M erhalten eine neue Regel $(z, \square) \rightarrow (q, \square, N)$

Hierbei wird davon ausgegangen, dass das Halteproblem eine Turingmaschine mit Endzuständen als Eingabe hat und Aufgrund der Akzeptanz eines Wortes in diesem Fall das Zeichen gelöscht wird.