

Kontextfreie Sprache

Gegeben ist die Grammatik $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P)$ und den Produktionen

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow SAB \mid \epsilon \\ BA \rightarrow AB \\ AA \rightarrow aa \\ BB \rightarrow bb \end{array} \right\}$$

(a) Geben Sie einen Ausdruck an, der die Wörter der Sprache beschreibt.

$$L = \{(a^n b^n)^m \mid m \in \mathbb{N}_0 \text{ und } n \in \text{gerade Zahlen}\}$$

Einige Testableitungen um die Grammatik in Erfahrung zu bringen:

„.“ nur als optische Stütze nach 4 Zeichen eingefügt.

Mit 4 Buchstaben

$$S \rightarrow SAB \rightarrow SABAB \rightarrow ABAB \rightarrow AABB \rightarrow aabb$$

Mit 6 Buchstaben

$$S \rightarrow \dots \rightarrow ABAB.AB \rightarrow AABB.AB \rightarrow AABA.BB \rightarrow AAAB.BB \rightarrow \emptyset$$

Mit 8 Buchstaben

$$S \rightarrow \dots \rightarrow ABAB.ABAB \rightarrow \dots \rightarrow aabb.aabb$$

$$S \rightarrow \dots \rightarrow ABAB.ABAB \rightarrow \dots \rightarrow AABB.AABB \rightarrow AABA.BABB \rightarrow AA-BA.ABBB \rightarrow AAAB.ABBB \rightarrow AAAA.BBBB \rightarrow aaaa.bbbb$$

Mit 12 Buchstaben

$$S \rightarrow \dots \rightarrow ABAB.ABAB.ABAB \rightarrow \dots \rightarrow aabb.aabb.aabb$$

$$S \rightarrow \dots \rightarrow ABAB.ABAB.ABAB \rightarrow AAAA.BBBB.AABB \rightarrow aaaa.bbbb.aabb$$

$$S \rightarrow \dots \rightarrow ABAB.ABAB.ABAB \rightarrow AABB.ABAB.ABAB \rightarrow AABA.BBAB.AB-AB \rightarrow AAAB.BBAB.ABAB \dots \rightarrow aaaa.aabb.bbbb$$

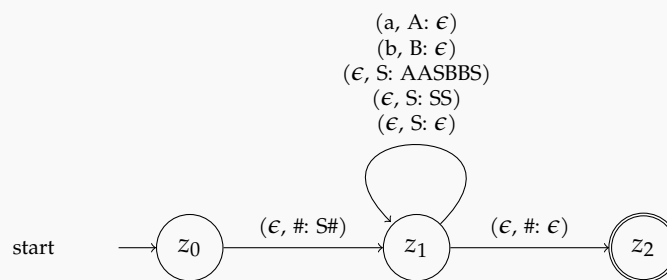
(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G' an, für die gilt: $L(G') = L(G)$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aaSbb \mid SS \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

(c) Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert.

1. Kellerautomat (aus der Grammtik abgeleitet)

$$K = (\{z_0, z_1, z_2\}, \{a, b\}, \{\#, S, A, B\}, \delta, z_0, \#, z_0)$$



2. Kellerautomat

$$K = (\{z_0, z_1\}, \{a, b\}, \{\#, 1, 2\}, \delta, z_0, \#, z_0)$$

Bemerkung zum Kelleralphabet: 1 steht für $1A$, also ein a befindet sich im Keller, und 2 steht für $2A$, also zwei a befinden sich im Keller.

