

## Turing-Maschine zur Multiplikation mit 3

Gesucht ist eine Turing-Maschine, die die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $f(x) = 3x$  berechnet. Zu Beginn der Berechnung steht die Eingabe binär codiert auf dem Band, wobei der Kopf auf die linkeste Ziffer (most significant bit) zeigt. Am Ende der Berechnung soll der Funktionswert binär codiert auf dem Band stehen, wobei der Kopf auf ein beliebiges Feld zeigen darf.

- (a) Überlege, was bei der Multiplikation mit 3 im Binären tatsächlich passiert. Leite hieraus die Arbeitsweise des Algorithmus für die Turingmaschine ab und beschreibe diese. Tipp: Die schriftliche Multiplikation mit Binärzahlen funktioniert genauso wie die schriftliche Multiplikation mit Dezimalzahlen!

$$13 \cdot 3 = 1101 \cdot 11 = 39 = 100111:$$

$$\begin{array}{r} \phantom{1}1\phantom{0}1\phantom{0}1 \\ \phantom{1}1\phantom{0}1\phantom{0}1 \\ \hline \phantom{1}1\phantom{0}0\phantom{0}1\phantom{0}1\phantom{0}1 \end{array}$$

- (b) Erstelle dazu eine TM mit 3 Bändern. Die ersten beiden Bänder sollen für die Berechnung herangezogen werden. Auf dem dritten Band soll das Ergebnis stehen. (analog zur schriftlichen Multiplikation)

```

z0  Versetzung der Zeiger von Band 2 und 3 im Vergleich zu 1.
z1  kopiert das Wort von Band 1 auf Band 2 (mit Versetzung).
z2  Binäre Addition ohne Übertrag.
z3  Binäre Addition mit Übertrag.
z4  Übertrag am Ende der Addition falls sich das Wort vergrößert
zf  fertig

1  name: Multiplikation mit 3 (3-Band)
2  init: z0
3  accept: zf
4
5  z0, 0,_,_
6  z1, 0,_,_, -,>,>
7  z0, 1,_,_
8  z1, 1,_,_, -,>,>
9
10 z1, 0,_,_
11 z1, 0,0,_, >,>,>
12 z1, 1,_,_
13 z1, 1,1,_, >,>,>
14
15 z1, _,_,_
16 z2, _,_,_, -,<,<
17
18 z2, _,0,_,_
19 z2, _,0,0,_, <,<,<
20 z2, _,1,_,_
21 z2, _,1,1,_, <,<,<
22 z2, 0,0,_,_

```

```

23  z2, 0,0,0, <,<,<
24  z2, 0,1,_
25  z2, 0,1,1, <,<,<
26  z2, 1,0,_
27  z2, 1,0,1, <,<,<
28
29  z2, 1,_,_
30  zf, 1,_ ,1, -, -, -
31
32  z2, 1,1,_
33  z3, 1,1,0, <,<,<
34
35  z3, 0,1,_
36  z3, 0,1,0, <,<,<
37  z3, 1,0,_
38  z3, 1,0,0, <,<,<
39  z3, 1,1,_
40  z3, 1,1,1, <,<,<
41
42  z3, 0,0,_
43  z2, 0,0,1, <,<,<
44
45  z3, 1,_,_
46  z4, 1,_ ,0, <,<,<
47
48  z4, _ , _ , _
49  zf, _ , _ ,1, -, -, -

```

*a*

<sup>a</sup><http://turingmachinesimulator.com/shared/tgaybidewo>

- (c) Erstelle dazu eine TM mit 2 Bändern. Auf dem ersten Band steht die Eingabe und auf dem zweiten Band soll das Ergebnis stehen.

```

z0  Die Binärzahl überlaufen
z1  Zur nächsten Ziffer muss 0 addiert werden.
z2  Zur nächsten Ziffer muss 1 addiert werden.
z3  Zur nächsten Ziffer muss 2 addiert werden.
zf  fertig

1  name: Multiplikation mit 3 (2-Band)
2  init: z0
3  accept: zf
4
5  z0, 0,_
6  z0, 0,_ , >,-
7  z0, 1,_
8  z0, 1,_ , >,-
9
10 z0, _ , _
11 z1, _ , _ , <,-
12
13 z1, 0,_
14 z1, 0,0, <,<
15
16 z1, 1,_
17 z2, 1,1, <,<
18

```

```

19  z2, 1, _
20  z3, 1, 0, <, <
21
22  z3, 0, _
23  z2, 0, 0, <, <
24  z3, _, _
25  z2, _, 0, -, <
26
27  z2, 0, _
28  z1, 0, 1, <, <
29  z2, _, _
30  z1, _, 1, -, <
31
32  z3, 1, _
33  z3, 1, 1, <, <
34
35  z1, _, _
36  zf, _, _, -, -

```

*a*

---

<sup>a</sup><http://turingmachinesimulator.com/shared/caoxpsgrgl>