

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2017 / Frühjahr

## Thema 1 / Aufgabe 6

(Turingmaschin mit mindestens 1000 Schritten)

**Stichwörter:** Entscheidbarkeit

Es sei  $E$  die Menge aller (geeignet codierten) Turingmaschinen  $M$  mit folgender Eigenschaft: Es gibt eine Eingabe  $w$ , so dass  $M$  gestartet auf  $w$  mindestens 1000 Schritte rechnet und dann irgendwann hält.

Das Halteproblem auf leerer Eingabe  $H_0$  ist definiert als die Menge aller Turingmaschinen, die auf leerer Eingabe gestartet, irgendwann halten.

- (a) Zeigen Sie, dass  $E$  unentscheidbar ist (etwa durch Reduktion vom Halteproblem  $H_0$ ).

Lösungsvorschlag

zu zeigen:  $L_H \leq L \rightarrow L$  ist genauso unentscheidbar wie  $L_H$

Eingabeinstanzen von  $L_H(TM(M), u)$  durch Funktion umbauen in Eingabeinstanzen von  $L(TM(M'))$ .

Idee: Turingmaschine so modifizieren, dass sie zunächst 1000 Schritte macht und dann  $M$  auf  $u$  startet.

Dazu definieren wir die Funktion  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  wie folgt:

$$f(u) = \begin{cases} c(M') & \text{falls } u = c(M')w \text{ ist für eine Turingmaschine } M \text{ und Eingabe } w \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei sei  $M'$  eine Turingmaschine, die sich wie folgt verhält:

- (i) Geht 1000 Schritte nach rechts
- (ii) Schreibt festes Wort  $w$  (für  $M'$  ist  $w$  demnach fest!)
- (iii) Startet  $M$

**total:** ja

**berechenbar:** Syntaxcheck, 1000 Schritte über 1000 weitere Zustände realisierbar

**Korrektheit:**  $u \in L_{\text{halt}} \Leftrightarrow u = c(M)w$  für TM  $M$ , die auf  $w$  hält  $\Leftrightarrow f(u) = c(M')$ , wobei  $M'$  1000 Schritte macht und dann hält  $\Leftrightarrow f(u) \in L$

- (b) Begründen Sie, dass  $E$  partiell entscheidbar ist.

- (c) Geben Sie ein Problem an, welches nicht einmal partiell entscheidbar ist.



## Die Bschlangaul-Sammlung Hermine Bschlangauland Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/66115/2017/03/Thema-1/Aufgabe-6.tex>