

## Aufgabe 10: Graphen I

Gegeben seien folgende ungerichtete Graphen in textueller Notation, wobei die erste Menge die Menge der Knoten und die zweite Menge die Menge der Kanten ist:

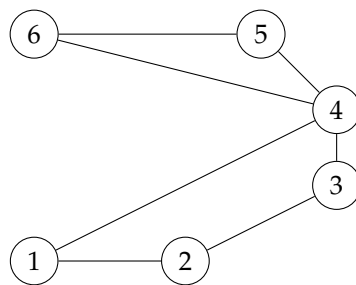
$$G_1 = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{[1, 2], [1, 4], [2, 3], [3, 4], [4, 5], [4, 6], [5, 6]\})$$

$$G_2 = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{[1, 2], [1, 3], [2, 3], [4, 5], [4, 6], [5, 6]\})$$

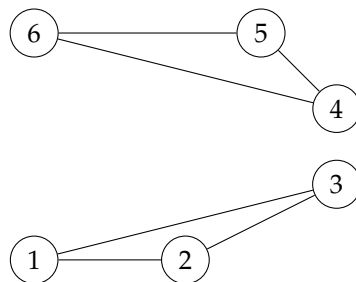
$$G_3 = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \{[1, 2], [1, 6], [2, 3], [2, 5], [3, 4], [4, 5], [5, 6]\})$$

(a) Zeichnen Sie die obigen Graphen.

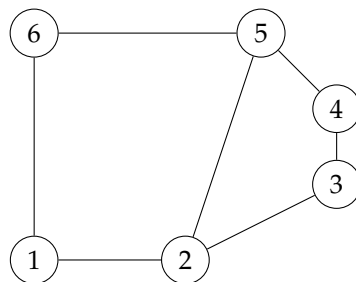
-  $G_1$



-  $G_2$



-  $G_3$



(b) Erstellen Sie zu jedem Graphen die zugehörige Adjazenzmatrix mit X als Symbol für eine eingetragene Kante.

-  $G_1$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{pmatrix} - & X & & X & & \\ X & - & X & & & \\ & X & - & X & & \\ X & & & X & - & X \\ & & & & X & - & X \\ & & & & X & X & - \end{pmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

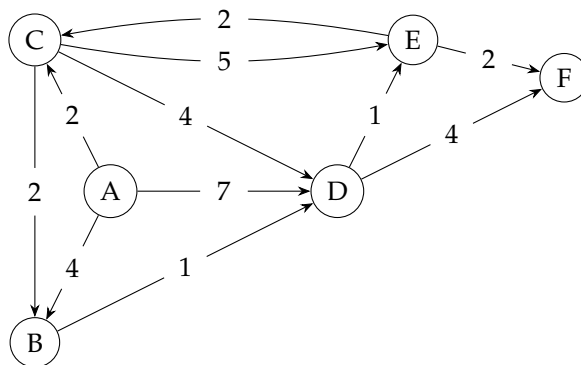
-  $G_2$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{pmatrix} - & X & X & & & \\ X & - & X & & & \\ X & X & - & & & \\ & & & - & X & X \\ & & & X & - & X \\ & & & X & X & - \end{pmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

-  $G_3$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{pmatrix} - & X & & & X & X \\ X & - & X & & & \\ & X & - & X & & \\ & & X & - & X & \\ & X & & X & - & X \\ X & & & & X & - \end{pmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

(c) Betrachten Sie nun folgenden gerichteten Graphen  $G_4$ :



Bestimmen Sie die kürzeste Entfernung von Knoten A zu jedem anderen Knoten des Graphen. Verwenden Sie dazu den Algorithmus von Dijkstra und tragen Sie Ihre einzelnen Rechenschritte in eine Tabelle folgender

Form ein (schreiben Sie neben jede Zeile die Prioritätswarteschlange der noch zu bearbeitenden Knoten, priorisiert nach ihren Wegkosten):

Hinweis: Mit den „Wegkosten“ eines Knotens ist die gegenwärtige Entfernung dieses Knotens vom Startknoten gemeint.

| A | B            | C            | D            | E            | F            | Warteschlange |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| 0 | $\infty$     | $\infty$     | $\infty$     | $\infty$     | $\infty$     | A             |
|   | <b>4 (A)</b> | <b>2 (A)</b> | <b>7 (A)</b> | $\infty$     | $\infty$     | C, B, D       |
|   |              |              | <b>6 (C)</b> | <b>7 (C)</b> | $\infty$     | B, D, E       |
|   |              |              | <b>5 (B)</b> | <b>7 (C)</b> | $\infty$     | D, E          |
|   |              |              |              | <b>6 (D)</b> | <b>9 (D)</b> | E, F          |
|   |              |              |              |              | <b>8 (E)</b> | F             |
|   |              |              |              |              |              |               |