

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2021 / Frühjahr

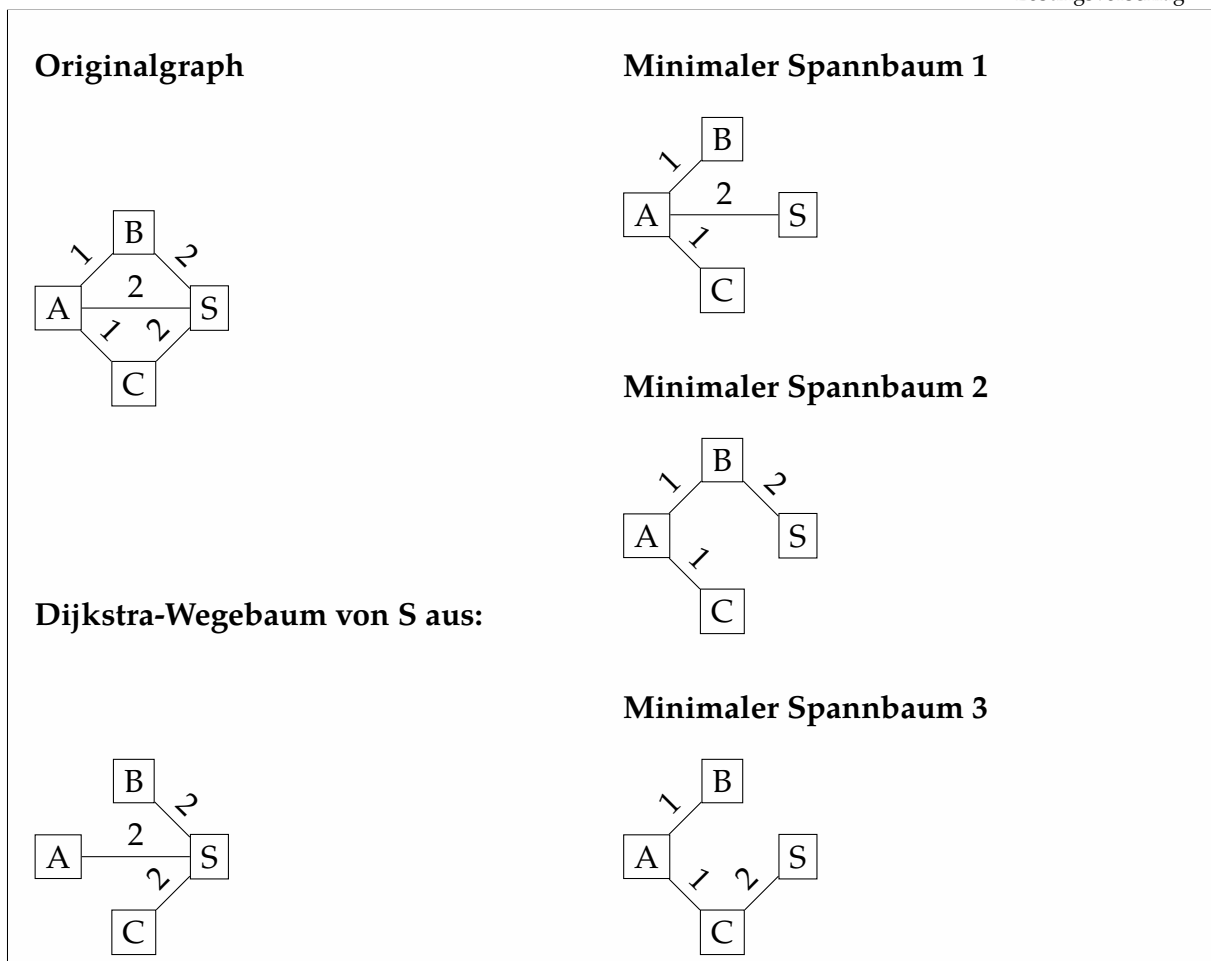
## Thema 1 / Teilaufgabe 2 / Aufgabe 4 *(Kürzeste-Wege-Bäume und minimale Spannäume)*

**Stichwörter:** Graphen, Algorithmus von Dijkstra, Algorithmus von Prim

Die Algorithmen von Dijkstra und Jarník-Prim gehen ähnlich vor. Beide berechnen, ausgehend von einem Startknoten, einen Baum. Allerdings berechnet der Algorithmus von Dijkstra einen Kürzesten-Wege-Baum, während der Algorithmus von Jarník-Prim einen minimalen Spannbaum berechnet.

- (a) Geben Sie einen ungerichteten gewichteten Graphen  $G$  mit höchstens fünf Knoten und einen Startknoten  $s$  von  $G$  an, so dass **Dijkstra** $(G, s)$  und **Jarník-Prim** $(G, s)$  ausgehend von  $s$  verschiedene Bäume in  $G$  liefern. Geben Sie beide Bäume an.

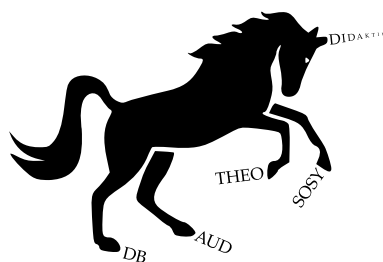
Lösungsvorschlag



- (b) Geben Sie eine unendlich große Menge von Graphen an, auf denen der Algorithmus von Jarník-Prim asymptotisch schneller ist als der Algorithmus von Kruskal, der ebenfalls minimale Spannäume berechnet.

*Hinweis:* Für einen Graphen mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten benötigt Jarník-Prim  $\mathcal{O}(m + n \log n)$  Zeit, Kruskal  $\mathcal{O}(m \log m)$  Zeit.

- (c) Sei  $Z$  die Menge der zusammenhängenden Graphen und  $G \in Z$ . Sei  $n$  die Anzahl der Knoten von  $G$  und  $m$  die Anzahl der Kanten von  $G$ . Entscheiden Sie mit Begründung, ob  $\log m \in \Theta(\log n)$  gilt.



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/66115/2021/03/Thema-1/Teilaufgabe-2/Aufgabe-4.tex>