

Aufgabe 3

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit Sprache $L(G)$, wobei $V = \{S, T, U\}$ und $\Sigma = \{a, b\}$. P bestehe aus den folgenden Produktionen:

$P = \{$

$$S \rightarrow TUUT$$

$$T \rightarrow aT \mid \varepsilon$$

$$U \rightarrow bUb \mid a$$

$\}$

1

(a) Geben Sie fünf verschiedene Wörter $w \in \Sigma^*$ mit $w \in L(G)$ an.

- aa
- aaaa
- ababbaba
- aababbabaa
- abbabbbabba

(b) Geben Sie eine explizite Beschreibung der Sprache $L(G)$ an.

$$L = \{ a^* b^n a b^{2n} a b^n a^* \mid n \in \mathbb{N}_0 \}$$

(c) Bringen Sie G in Chomsky-Normalform und erklären Sie Ihre Vorgehensweise.

(i) **Elimination der ε -Regeln**

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ε in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$P = \{$

$$S \rightarrow TUUT \mid TUU \mid UUT \mid UU$$

$$T \rightarrow aT \mid a$$

$$U \rightarrow bUb \mid a$$

$\}$

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

\emptyset Nichts zu tun

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

¹<https://flaci.com/Gjpsin26a>

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt.

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow TUUT \mid TUU \mid UUT \mid UU \\ T \rightarrow AT \mid A \\ U \rightarrow BUB \mid A \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \end{array} \right\}$$

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow TS_1 \mid TS_3 \mid US_2 \mid UU \\ S_1 \rightarrow US_2 \\ S_2 \rightarrow UT \\ S_3 \rightarrow UU \\ T \rightarrow AT \mid a \\ U \rightarrow BU_1 \mid a \\ U_1 \rightarrow UB \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \end{array} \right\}$$