

Aufgabe 7: Dynamische Programmierung

Mittels Dynamischer Programmierung (auch Memoization genannt) kann man insbesondere rekursive Lösungen auf Kosten des Speicherbedarf beschleunigen, indem man Zwischenergebnisse „abspeichert“ und bei (wiederkehrendem) Bedarf „abruft“, ohne sie erneut berechnen zu müssen.

Gegeben sei folgende geschachtelt-rekursive Funktion für $n, m \geq 0$:

$$a(n, m) = \begin{cases} n + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor & \text{falls } m = 0 \\ a(1, m - 1), & \text{falls } n = 0 \wedge m \neq 0 \\ a(n + \lfloor \sqrt{a(n - 1, m)} \rfloor, m - 1), & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Implementieren Sie die obige Funktion $a(n, m)$ zunächst ohne weitere Optimierungen als Prozedur/Methode in einer Programmiersprache Ihrer Wahl.

```
4 public static long a(int n, int m) {
5     if (m == 0) {
6         return n + (n / 2);
7     } else if (n == 0 && m != 0) {
8         return a(1, m - 1);
9     } else {
10        return a(n + ((int) Math.sqrt(a(n - 1, m))), m - 1);
11    }
12 }
```

github: raw

- (b) Geben Sie nun eine DP-Implementierung der Funktion $a(n, m)$ an, die $a(n, m)$ für $0 \leq n \leq 100000$ und $0 \leq m \leq 25$ höchstens einmal gemäß obiger rekursiver Definition berechnet. Beachten Sie, dass Ihre Prozedur trotzdem auch weiterhin mit $n > 100000$ und $m > 25$ aufgerufen werden können soll.

```
14 static long[][] tmp = new long[100001][26];
15
16 public static long aDp(int n, int m) {
17     if (n <= 100000 && m <= 25 && tmp[n][m] != -1) {
18         return tmp[n][m];
19     } else {
20         long merker;
21         if (m == 0) {
22             merker = n + (n / 2);
23         } else if (n == 0 && m != 0) {
24             merker = aDp(1, m - 1);
25         } else {
26             merker = aDp(n + ((int) Math.sqrt(aDp(n - 1, m))), m - 1);
27         }
28         if (n <= 100000 && m <= 25) {
29             tmp[n][m] = merker;
30         }
31         return merker;
32     }
33 }
```

Kompletter Code

```

3 public class DynamischeProgrammierung {
4     public static long a(int n, int m) {
5         if (m == 0) {
6             return n + (n / 2);
7         } else if (n == 0 && m != 0) {
8             return a(1, m - 1);
9         } else {
10            return a(n + ((int) Math.sqrt(a(n - 1, m))), m - 1);
11        }
12    }
13
14    static long[] [] tmp = new long[100001][26];
15
16    public static long aDp(int n, int m) {
17        if (n <= 100000 && m <= 25 && tmp[n][m] != -1) {
18            return tmp[n][m];
19        } else {
20            long merker;
21            if (m == 0) {
22                merker = n + (n / 2);
23            } else if (n == 0 && m != 0) {
24                merker = aDp(1, m - 1);
25            } else {
26                merker = aDp(n + ((int) Math.sqrt(aDp(n - 1, m))), m - 1);
27            }
28            if (n <= 100000 && m <= 25) {
29                tmp[n][m] = merker;
30            }
31            return merker;
32        }
33    }
34
35    public static void main(String[] args) {
36        for (int i = 0; i < 100001; i++) {
37            for (int j = 0; j < 26; j++) {
38                tmp[i][j] = -1;
39            }
40        }
41        System.out.println("schnell mit DP: " + aDp(7,7));
42        System.out.println("langsam ohne DP: " + a(7,7));
43    }
44 }

```