

Sei M_0, M_1, \dots eine Gödelisierung aller Registermaschinen (RAMs). Beantworten Sie folgende Fragen zur Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit. Beweisen Sie Ihre Antwort.

- (a) Ist folgende Menge entscheidbar? $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 100 \text{ oder } M_x \text{ hält bei Eingabe } x\}$

Ja, $x \geq 100$ ist entscheidbar und aufgrund des „oder“ ist die 2. Bedingung nur für $x < 100$ relevant. Da $x < 100$ eine endliche Menge darstellt, kann eine endliche Liste geführt werden und ein Experte kann für jeden Fall entscheiden, ob M_x hält oder nicht, somit A entscheidbar.

- (b) Ist folgende Menge entscheidbar? $B = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid M_x \text{ hält bei Eingabe } x \text{ genau dann, wenn } M_y \text{ bei Eingabe } y \text{ hält}\}$

Nein, Problem entspricht der parallelen Ausführung des Halteproblems auf 2 Bändern. Das Halteproblem ist unentscheidbar, damit ist auch die parallele Ausführung des Halteproblems und damit B unentscheidbar.

- (c) Ist folgende Menge aufzählbar? $C = \{x \in \mathbb{N} \mid M_x \text{ hält bei Eingabe } 0 \text{ mit dem Ergebnis } 1\}$

Ja, aufzählbar, da Menge aller TM aufzählbar und über natürliche Zahlen definiert (die wiederum aufzählbar sind).