Aufgabe 4

Sei $M_0, M_1, \ldots$ eine Gödelisierung aller Registermaschinen (RAMs). Geben Sie für die folgenden Mengen D_1, D_2, D_3 an, ob sie entscheidbar oder aufzählbar sind. Begründen Sie Ihre Behauptungen, wobei Sie die Aufzählbarkeit und Un- entscheidbarkeit des speziellen Halteproblems $K_0 = x \in N|M_x$ haelt bei Eingabe x verwenden dürfen. $D_1 = x \in N|x < 9973$und M_x haelt bei Eingabe x $D_2 = x \in N|x \geq 9973$und M_x haelt bei Eingabe x $D_3 = x \in N|M_x$ haelt nicht bei Eingabe x

> D_1 ist eine endliche Menge und damit entscheidbar. Auch eine endliche Teilmenge des Halteproblems. Anschaulich kann man sich dies so verstellen: Man stellt dem Rechner eine Liste zur Verfügung, die alle haltenden Maschinen M_x mit $x < 9973$ enthält. Diese Liste kann zum Beispiel vorab von einem Menschen erstellt worden sein, denn die Menge der zu prüfenden Programme ist endlich.
>
> D_2 $x \geq 9973$ entscheidbar, L_{halt} semi-entscheidbar $\rightarrow$ semi-entscheidbar (Hier wäre auch eine Argumentation über die Cantorsche Paarungsfunktion möglich). Es ist weiterhin nicht entscheidbar. Dazu betrachten wir dei Reduktin des speziel- len Halteproblems H_0 : $H_0 \leq D_2$ Für alle $x < 9973$ lassen wir M_x durch eine Turingmaschine M_y simulieren, die eine höhere Nummer hat.
>
> D_3 ist unentscheidbar, denn angenommen D_3 wäre semi-entscheidbar, dann würde sofort folgen, dass L_{halt} entscheidbar ist, da aus der Semientscheidbarkeit von L_{halt} und L_{halt} die Entscheidbarkeit von L_{halt} folgen würde