

Pumping-Lemma

$L = a^n b^n c^n \in \mathbb{N}$ Ich behaupte, L sei kontextfrei.

- (a) Also gibt es eine Pumpzahl. Sie sei j . (Wähle geschickt ein „langes“ Wort...) $a^j b^j c^j$ ist ein Wort aus L , das sicher länger als j ist.
- (b) Da L kontextfrei ist, muss es nach dem Pumping-Lemma auch für dieses Wort eine beliebige Zerlegung geben: $a^j b^j c^j = uvwxy$ mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq j$
- (c) Weil vwx höchstens j lang ist, kann es nie a 's und c 's zugleich enthalten (es stehen j b 's dazwischen!).
- (d) Andererseits enthält vx mindestens ein Zeichen. Das Wort $\omega = uv^0 wx^0 y = uwy$ enthält dann nicht mehr gleich viele a 's, b 's und c 's. (Widerspruch)!
- (e) Die Behauptung war falsch! $\Rightarrow L$ ist nicht kontextfrei!