

Aufgabe 10:

- (a) Berechnen Sie mithilfe des Algorithmus von Prim ausgehend vom Knoten a einen minimalen Spannbaum des ungerichteten Graphen G, der durch folgende Adjazenzmatrix gegeben ist:

1a b e d e f g h a-146—5 bi-3-4-7c43-1— d6-1-9620 e-4-9-55fi—65— g-7-25-8
h5-0-81

Erstellen Sie dazu eine Tabelle mit zwei Spalten und stellen Sie jeden einzelnen Schritt des Verfahrens in einer eigenen Zeile dar. Geben Sie in der ersten Spalte denjenigen Knoten v , der vom Algorithmus als nächstes in den Ergebnisbaum aufgenommen wird (dieser sog. „schwarze“ Knoten ist damit fertiggestellt), als Tripel $(v, p, 6)$ mit v als Knotenname, p als aktueller Vorgängerknoten und 6 als aktuelle Distanz von v zu p an. Führen Sie in der zweiten Spalte alle anderen vom aktuellen Spannbaum direkt erreichbaren Knoten v (sog. „graue Randknoten“) ebenfalls als Tripel $(v, p, 6)$ auf.

Zeichnen Sie anschließend den entstandenen Spannbaum und geben sein Gewicht an.

- (b) Welche Worst-Case-Laufzeitkomplexität hat der Algorithmus von Prim, wenn die grauen Knoten in einem Heap (= Halde) nach Distanz verwaltet werden? Sei dabei n die Anzahl an Knoten und m die Anzahl an Kanten des Graphen. Eine Begründung ist nicht erforderlich.
- (c) Zeigen Sie durch ein kleines Beispiel, dass ein minimaler Spannbaum eines ungerichteten Graphen nicht immer eindeutig ist.
- (d) Skizzieren Sie eine Methode, mit der ein maximaler Spannbaum mit einem beliebigen Algorithmus für minimale Spannbäume berechnet werden kann. In welcher Laufzeitkomplexität kann ein maximaler Spannbaum berechnet werden?