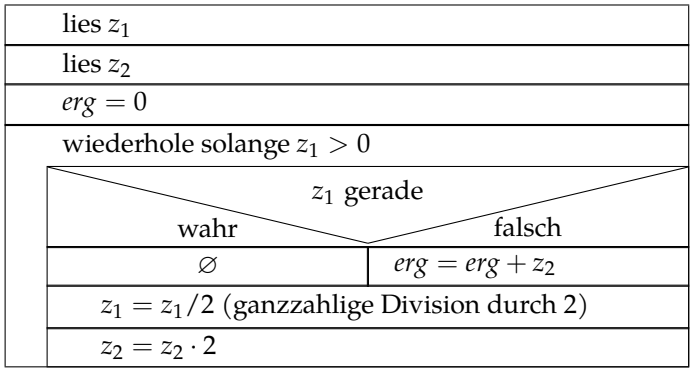
Abitur 2015 IV

Auf dem ägyptischen *Papyrus Rhind*, der etwa auf das Jahr 1550 v. Chr. datiert wird, ist eine Möglichkeit zur Multiplikation zweier natürlicher Zahlen z_1 und z_2 beschrieben. Als Struktogramm lässt sich dieser Algorithmus folgendermaßen darstellen:



Das berechnete Produkt steht nach Abarbeitung des Algorithmus in der Variablen *erg*.

(a) Berechnen Sie mithilfe der beschriebenen ägyptischen Multiplikation schrittweise das Produkt aus $z_1 = 13$ und $z_2 = 5$.

z_1	z_2	*erg*
13	5	5
6	10	-
3	20	25
1	40	65
0	80	-
		65

(b) Nennen Sie die wesentliche Idee des Speichermodells eines Rechners, der nach dem von-Neumann-Prinzip aufgebaut ist. Geben Sie einen Vor- und einen Nachteil dieses Speichermodells an.

Die 7 Grundprinzipien der *Von-Neumann-Architektur*:

(i) Der Rechner besteht aus 4 Werken.

(ii) Der Rechner ist programmgesteuert.

(iii) Die Programme und Daten liegen im selben Speicher.

(iv) Der Hauptspeicher ist in Zellen gleicher Größe aufgeteilt.

(v) Die Programme bestehen aus Folgen von Befehlen (Sequentielle Ausführung)

(vi) Der Programmablauf ist durch Sprünge möglich.

(vii) Die Daten und Programme werden in Binärdarstellung gespeichert und verarbeitet.

Vorteil: Da in von-Neumann-Rechnern keine redundanten Komponenten verbaut werden, bleibt der Hardwareaufwand gering.

Nachteil: Der wichtigste Nachteil ist der sogenannte Von-Neumann-Flaschenhals. Er existiert, da das Bussystem alle Befehle und Daten streng sequentiell transportiert.

(c) Bestätigen Sie anhand zweier Beispiele, dass mithilfe des folgenden Programmausschnitts entschieden werden kann, ob Speicherzelle 101 eine gerade oder ungerade Zahl enthält.

```
1  LOAD 101
2  SHRI 1
3  SHLI 1
4  SUB 101
```

	gerade Zahl	ungerade Zahl
`LOAD 101`	8 (0b1000)	9 (0b1001)
`SHRI 1`	4 (0b0100)	4 (0b0100)
`SHLI 1`	8 (0b1000)	8 (0b1000)
`SUB 101`	0	-1

(d) Schreiben Sie ein Programm für die angegebene Registermaschine, das den Algorithmus des *Papyrus Rhind* umsetzt. Gehen Sie dabei davon aus, dass die beiden positiven ganzzahligen Faktoren z_1 und z_2 bereits in den Speicherzellen 101 und 102 stehen und dass alle weiteren nicht vom Programm belegten Speicherzellen mit dem Wert 0 vorbelegt sind.

Assembler

```
1  # z1 := 13;
2  # z2 := 5;
3  werte_setzen:   LOADI 13
4                  STORE 101 # wird verändert
5                  STORE 90 # z1 Eingabe, oberhalb des Ergebnisses
6                  LOADI 5
7                  STORE 102 # wird verändert
8                  STORE 91 # z2 Eingabe, rechts neben z1 Eingabe
9
10 # WHILE z1 > 0 DO
11 solange:        LOAD 101
12                 JMPNP ende
13
14 # IF (z1 % 2) = 1 THEN
15 modulo:         SHRI 1
16                 SHLI 1
17                 SUB 101
18                 CMPI 0
19                 JMPZ werte_aendern
20
21 # erg := erg + z2;
22 ist_ungerade:  LOAD erg
23                 ADD 102
24                 STORE erg
25
26 # z1 halbieren
```

```
# z1 := z1 / 2;
werte_aendern:  LOAD 101
                DIVI 2
                STORE 101

# z2 verdoppeln
# z2 := z2 * 2;
                LOAD 102
                MULI 2
                STORE 102
                JMP solange

# Ergebnis auf Speicherzelle 100 setzen,
# damit man das Ergebnis besser sieht.
ende:           LOAD erg
                STORE 100
                HOLD

erg:            WORD 0
```

Minisprache

```
PROGRAM papyrus_rhind;
VAR z1, z2, erg;
BEGIN
  z1 := 13;
  z2 := 5;
  erg := 0;
  WHILE z1 > 0 DO
    IF (z1 % 2) = 1 THEN
      erg := erg + z2;
    END;
    z1 := z1 / 2;
    z2 := z2 * 2;
  END
END papyrus_rhind.
```

Java (iterativ)

```
  public static int multipliziereIterativ(int z1, int z2) {
    int ergebnis = 0;
    while (z1 > 0) {
      if (z1 % 2 == 1) {
        ergebnis = ergebnis + z2;
      }
      z1 = z1 / 2;
      z2 = z2 * 2;
    }
    return ergebnis;
  }
```

Java (rekursiv)

```
  public static int multipliziereRekursiv(int z1, int z2) {
    if (z1 == 1)
      return z2;
```

```
21      int z1Alt = z1;
22      int z2Alt = z2;
23
24      z1 = z1 / 2;
25      z2 = z2 * 2;
26
27      if (z1Alt % 2 == 1)
28        return z2Alt + multipliziereRekursiv(z1, z2);
29      else
30        return multipliziereRekursiv(z1, z2);
31    }
```