Aufgabe 2

(a) Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit Sprache L(G), wobei $V = S, T, U$ und $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$. P bestehe aus den folgenden Produktionen:

$P = \{$

$$S \rightarrow U \mid SbU$$
$$T \rightarrow dSe \mid a$$
$$U \rightarrow T \mid UcT$$

$\}$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/Gib25c5oc

(i) Zeigen Sie $acdae \in L(G)$.

$S \vdash U \vdash UcT \vdash TcT \vdash acT \vdash acdSe \vdash acdUe \vdash acdae$

(ii) Bringen Sie G in Chomsky-Normalform.

i. **Elimination der ε-Regeln**

— *Alle Regeln der Form $A \rightarrow \varepsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ε in allen anderen Regeln vorweggenommen.*

☑ Nichts zu tun

ii. **Elimination von Kettenregeln**

— *Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.*

$P = \{$

$$S \rightarrow dSe \mid a \mid UcT \mid SbU$$
$$T \rightarrow dSe \mid a$$
$$U \rightarrow dSe \mid a \mid UcT$$

$\}$

iii. **Separation von Terminalzeichen**

— *Jedes Terminalzeichen σ, das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt.*

$P = \{$

$$S \rightarrow DSE \mid a \mid UCT \mid SBU$$
$$T \rightarrow DSE \mid a$$
$$U \rightarrow DSE \mid a \mid UCT$$
$$B \rightarrow b$$
$$C \rightarrow c$$
$$D \rightarrow d$$
$$E \rightarrow e$$

$\}$

iv. **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

—— *Alle Produktionen der Form $A \to B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \to A_{n-1}B_n, A_{n-1} \to A_{n-2}B_{n-1}, \dots, A_2 \to B_1B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.* ——

$P = \{$

$$
\begin{aligned}
S &\to DS_E \mid a \mid UC_T \mid SB_U \\
T &\to DS_E \mid a \\
U &\to DS_E \mid a \mid UC_T \\
B &\to b \\
C &\to c \\
D &\to d \\
E &\to e \\
S_E &\to SE \\
C_T &\to CT \\
B_U &\to BU
\end{aligned}
$$

$\}$

(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für $L = \{ a^i b^k c^i | i,k \in \mathbb{N} \mid a \}$n.

Wir interpretieren $\mathbb{N}$ als $\mathbb{N}_0$.

$P = \{$

$$S \to aSc \mid aBc \mid B \mid \varepsilon B \qquad \to b \mid Bb$$

$\}$

Der Automat auf flaci.com (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: flaci.com/Ghp3bfdtg

(c) Zeigen Sie, dass $L = \{ a^i b^k c^i | i,k \in \mathbb{N} \land i < k \mid n \}$icht kontextfrei ist, indem Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen anwenden.

> **Exkurs: Pumping-Lemma für Reguläre Sprachen**
>
> Es sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Zahl j, sodass sich alle Wörter $\omega \in L$ mit $|\omega| \geq j$ zerlegen lassen in $\omega = uvwxy$, sodass die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:
>
> (i) $|vx| \geq 1$ (Die Wörter v und x sind nicht leer.)
>
> (ii) $|vwx| \leq j$ (Die Wörter v, w und x haben zusammen höchstens die Länge j.)
>
> (iii) Für alle $i \in \mathbb{N}_0$ gilt $uv^iwx^iy \in L$ (Für jede natürliche Zahl (mit 0) i ist das Wort uv^iwx^iy in der Sprache L)