

# Turing-Maschine zur Multiplikation mit 3

(Turing-Maschine)

Stichwörter: Turing-Maschine

## Turing-Maschine zur Multiplikation mit 3

Gesucht ist eine Turing-Maschine, die die Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  mit  $f(x) = 3x$  berechnet. Zu Beginn der Berechnung steht die Eingabe binär codiert auf dem Band, wobei der Kopf auf die linkeste Ziffer (most significant bit) zeigt. Am Ende der Berechnung soll der Funktionswert binär codiert auf dem Band stehen, wobei der Kopf auf ein beliebiges Feld zeigen darf.

- (a) Überlege, was bei der Multiplikation mit 3 im Binären tatsächlich passiert. Leite hieraus die Arbeitsweise des Algorithmus für die Turingmaschine ab und beschreibe diese. Tipp: Die schriftliche Multiplikation mit Binärzahlen funktioniert genauso wie die schriftliche Multiplikation mit Dezimalzahlen!

Lösungsvorschlag

$$13 \cdot 3 = 0b1101 \cdot 0b11 = 39 = 0b100111:$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ 1101 \\ \hline 100111 \end{array}$$

- (b) Erstelle dazu eine TM mit 3 Bändern. Die ersten beiden Bänder sollen für die Berechnung herangezogen werden. Auf dem dritten Band soll das Ergebnis stehen. (analog zur schriftlichen Multiplikation)

Lösungsvorschlag

$z_0$  Versetzung der Zeiger von Band 2 und 3 im Vergleich zu 1.  
 $z_1$  kopiert das Wort von Band 1 auf Band 2 (mit Versetzung).  
 $z_2$  Binäre Addition ohne Übertrag.  
 $z_3$  Binäre Addition mit Übertrag.  
 $z_4$  Übertrag am Ende der Addition falls sich das Wort vergrößert  
 $z_f$  fertig

name: Multiplikation mit 3 (3-Band)  
 init:  $z_0$   
 accept:  $z_f$

$z_0, 0, \_, \_$   
 $z_1, 0, \_, \_, -, >, >$   
 $z_0, 1, \_, \_$   
 $z_1, 1, \_, \_, -, >, >$   
  
 $z_1, 0, \_, \_$   
 $z_1, 0, 0, \_, >, >, >$

```

z1, 1,_,_
z1, 1,1,_, >,>,>

```

```

z1, _,'_,_
z2, _,'_,_, -, <,<

```

```

z2, _,0,_,_
z2, _,0,0, <,<,<
z2, _,1,_,_
z2, _,1,1, <,<,<
z2, 0,0,_,_
z2, 0,0,0, <,<,<
z2, 0,1,_,_
z2, 0,1,1, <,<,<
z2, 1,0,_,_
z2, 1,0,1, <,<,<

```

```

z2, 1,_,_
zf, 1,_,1, -, -, -

```

```

z2, 1,1,_,_
z3, 1,1,0, <,<,<

```

```

z3, 0,1,_,_
z3, 0,1,0, <,<,<
z3, 1,0,_,_
z3, 1,0,0, <,<,<
z3, 1,1,_,_
z3, 1,1,1, <,<,<

```

```

z3, 0,0,_,_
z2, 0,0,1, <,<,<

```

```

z3, 1,_,_
z4, 1,_,0, <,<,<

```

```

z4, _,'_,_
zf, _,'_,1, -, -, -

```

*a*

<sup>a</sup><http://turingmachinesimulator.com/shared/tgaybidewo>

- (c) Erstelle dazu eine TM mit 2 Bändern. Auf dem ersten Band steht die Eingabe und auf dem zweiten Band soll das Ergebnis stehen.

$z_0$  Die Binärzahl überlaufen  
 $z_1$  Zur nächsten Ziffer muss 0 addiert werden.  
 $z_2$  Zur nächsten Ziffer muss 1 addiert werden.  
 $z_3$  Zur nächsten Ziffer muss 2 addiert werden.  
 $z_f$  fertig

name: Multiplikation mit 3 (2-Band)

```

init: z0
accept: zf

z0, 0, _
z0, 0, _, >, -
z0, 1, _
z0, 1, _, >, -

z0, _, _
z1, _, _, <, -

z1, 0, _
z1, 0, 0, <, <

z1, 1, _
z2, 1, 1, <, <

z2, 1, _
z3, 1, 0, <, <

z3, 0, _
z2, 0, 0, <, <
z3, _, _
z2, _, 0, -, <

z2, 0, _
z1, 0, 1, <, <
z2, _, _
z1, _, 1, -, <

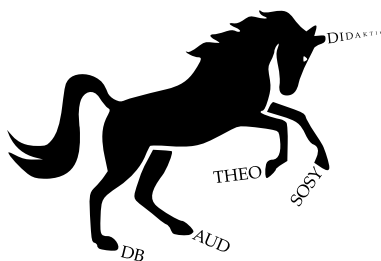
z3, 1, _
z3, 1, 1, <, <

z1, _, _
zf, _, _, -, -

a

```

<sup>a</sup><http://turingmachinesimulator.com/shared/caoxpsgrgl>



## Die Bschlangaul-Sammlung

### Hermine Bschlangauland Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: [https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70\\_THEO/10\\_Formale-Sprachen/30\\_Typ-1\\_Kontextsensitiv/Turing-Maschine/Aufgabe\\_Turing-Maschine-Multiplikation.tex](https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/30_Typ-1_Kontextsensitiv/Turing-Maschine/Aufgabe_Turing-Maschine-Multiplikation.tex)