

Aufgabe 5

5. a) Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass das folgende Programm bzgl. der Vorbedingung $x > 0$ und der Nachbedingung $\text{drei_hoch } x = 3^x$ partiell korrekt ist!

```

1  (define (drei_hoch x)
2    (cond ((= x 0) 1)
3          (else (* 3 (drei_hoch (- x 1)))))
4  )
5  )

```

Induktionsanfang — Beweise, dass $A(1)$ eine wahre Aussage ist. —

$$\text{drei_hoch } 1 = 3 \cdot (\text{drei_hoch } 0) = 3 \cdot 1 = 3$$

Induktionsvoraussetzung — Die Aussage $A(k)$ ist wahr für ein beliebiges $k \in \mathbb{N}$. —

für alle $x < x_0$ gilt $\text{drei_hoch } x = 3^x$

Induktionsschritt — Beweise, dass wenn $A(n = k)$ wahr ist, auch $A(n = k + 1)$ wahr sein muss. —

$x \rightarrow x+1$

$$\begin{aligned}
 \text{drei_hoch } (x + 1) &= 3 \cdot \text{drei_hoch } (-(x + 1)1) \\
 &= 3 \cdot (\text{drei_hoch } x) \\
 &= 3 \cdot 3^x \\
 &= 3^{x+1}
 \end{aligned}$$