Aufgabe (*Invariante*)

Gegeben sei die endrekursive Methode `geoSum`:

```
  double geoSum(int n, double q) {
    // P: n >= 0, q > 0
    double res = 0;
    int i = 0;
    while (i < n) {
      double tmp = (1 - q) * Math.pow(q, n);
      res = res + tmp;
      i++;
    }
    return res;
  }
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: `src/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/sosy/eklausur/Invariante.java`

I_1: $\text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^i$

I_2: $\text{res} > 0$

I_3: $\text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^{i+1}$

I_4: $\text{res} = 1 - q^{i+1}$

I_5: $n \geq 0$

Sie dürfen für die folgenden Antworten annehmen, dass die Precondition P gilt und die Methode dann

$$\text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

berechnet. Entscheiden Sie, ob die folgenden Vorschläge Schleifeninvarianten darstellen können. (Diese müssen nicht unbedingt hilfreich für einen Beweis sein.)

I_1: $\text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^i$

I_2: $\text{res} > 0$

I_3: $\text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^{i+1}$

I_4: $\text{res} = 1 - q^{i+1}$

I_5: $n \geq 0$

Lösungsvorschlag

I_1: keine Invariante

I_2: keine Invariante

I_3: Invariante

I_4: keine Invariante

I_5: Invariante

Code vor der Schleife

$$\begin{aligned}
\text{wp}(\texttt{"Code vor der Schleife"}, I_1) &\equiv \text{wp}(\texttt{"res = 0; i = 0"}, \text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^i) \\
&\equiv \text{wp}(\texttt{""}, 0 = 0 \lor 0 = 1 - q^0) \\
&\equiv 0 = 0 \lor 0 = 1 - q^0 \\
&\equiv 0 = 0 \lor 0 = 1 \\
&\equiv 0 = 0 \\
&\equiv \text{wahr}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{wp}(\texttt{"Code vor der Schleife"}, I_2) &\equiv \text{wp}(\texttt{"res = 0; i = 0"}, \text{res} > 0) \\
&\equiv \text{wp}(\texttt{"i = 0"}, 0 > 0) \\
&\equiv 0 > 0 \\
&\equiv \text{falsch}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{wp}(\texttt{"Code vor der Schleife"}, I_3) &\equiv \text{wp}(\texttt{"res = 0; i = 0"}, \text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^{i+1}) \\
&\equiv \text{wp}(\texttt{""}, 0 = 0 \lor 0 = 1 - q^{0+1}) \\
&\equiv 0 = 0 \lor 0 = 1 - q \\
&\equiv 0 = 0 \lor q = 1 \\
&\equiv 0 = 0 \\
&\equiv \text{wahr}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{wp}(\texttt{"Code vor der Schleife"}, I_4) &\equiv \text{wp}(\texttt{"res = 0; i = 0"}, \text{res} = 1 - q^{i+1}) \\
&\equiv \text{wp}(\texttt{""}, 0 = 1 - q^{0+1}) \\
&\equiv 0 = 1 - q \\
&\equiv q = 1 \\
&\equiv \text{falsch für alle } q > 0
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\text{wp}(\texttt{"Code vor der Schleife"}, I_5) &\equiv \text{wp}(\texttt{"res = 0; i = 0"}, n \geq 0)\\
&\equiv n \geq 0\\
&\equiv \text{wahr für alle } n \geq 0
\end{aligned}
$$

Code in der Schleife

Wir formulieren den Code in der Schleife etwas um:

```
double geoSum(int n, double q) {
  // P: n >= 0, q > 0
  double res = 0;
  int i = 0;
  while (i < n) {
    res = res + (1 - q) * Math.pow(q, n);
    i = i + 1;
  }
  return res;
}
```

$$
\begin{aligned}
&\text{wp}(\texttt{"Code in der Schleife"}, I_1 \land i < n)\\
&\equiv \text{wp}(\texttt{"res = res + (1-q) * Math.pow(q, n); i = i + 1;"}, (\text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^{i}) \land i < n)\\
&\equiv \text{wp}(\texttt{""}, (\text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 0 \lor \text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 1 - q^{i+1}) \land i + 1 < n)\\
&\equiv (\text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 0 \lor \text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 1 - q^{i+1}) \land i + 1 < n
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\text{wp}(\texttt{"Code in der Schleife"}, I_3 \land i < n)\\
&\equiv \text{wp}(\texttt{"res = res + (1-q) * Math.pow(q, n); i = i + 1;"}, (\text{res} = 0 \lor \text{res} = 1 - q^{i+1}) \land i < n)\\
&\equiv \text{wp}(\texttt{""}, (\text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 0 \lor \text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 1 - q^{i+1+1}) \land i + 1 < n)\\
&\equiv (\text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 0 \lor \text{res} + (1-q) \cdot q^{n} = 1 - q^{i+2}) \land i + 1 < n
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{wp}(\texttt{"Code in der Schleife"}, I_5 \land i < n)\\
&\equiv \mathrm{wp}(\texttt{"res = res + (1-q) * Math.pow(q, n); i = i + 1;"}, n \geq 0 \land i < n)\\
&\equiv \mathrm{wp}(\texttt{""}, n \geq 0 \land i + 1 < n)\\
&\equiv n \geq 0 \land i + 1 < n\\
&\equiv \text{wahr für } n \geq 0 \land i < n - 1
\end{aligned}
$$

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TEX-Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: `https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/40_SOSY/05_Testen/10_Formale-Verifikation/Aufgabe_E-Klausur_Invariante.tex`