

## Vorlesungsaufgaben

### LOOP-Implementierung

(a) Geben Sie eine LOOP-Implementierung für

(i)  $add(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := x_i;  
2  LOOP x_j DO  
3    x_0 := succ(x_0);  
4  END
```

(ii)  $mult(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := x_i;  
2  LOOP x_j DO  
3    x_0 := add(x_0, x_i);  
4  END
```

(iii)  $power(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := succ(0);  
2  LOOP x_j DO  
3    x_0 := mult(x_0, x_i);  
4  END
```

(iv)  $hyper(x_i, x_j)$

```
1  x_0 := succ(0);  
2  LOOP x_j DO  
3    x_0 := power(x_i, x_0);  
4  END
```

(v)  $2^{x_i}$

```
Mit power  
1  x_0 := power(2, x_i);  
  
Mit mult  
1  x_0 := 1;  
2  x_2 := 2;  
3  LOOP x_i DO  
4    x_0 := mult(x_0, x_2);  
5  END
```

an.

(b) Beweisen Sie, dass der größte gemeinsame Teiler zweier natürlicher Zahlen LOOP-berechenbar ist.

```

1  ggT(x_1, x_2)
2
3  x_3 := MAX(x_1, x_2);
4  x_4 := MIN(x_1, x_2);
5
6  LOOP x_4 DO
7      x_5 := x_3 - x_4;
8      x_3 := MAX(x_4, x_5);
9      x_4 := MIN(x_4, x_5);
10 END
11 x_0 := x_3;

```

## WHILE-Programm

Gebe ein WHILE-Programm an, dass

-  $2^{x_i}$

-  $\text{ggT}(x_i, x_j)$

berechnet.

## Turing-berechenbar

- (a) Zeige, dass es nur abzählbar viele Turingmaschinen gibt.
- (b) Turing-berechenbar
  - (i) Definiere eine berechenbare Funktion  $f : N \rightarrow N$  mit entscheidbarem Wertebereich
  - (ii) Definitionsbereich und unentscheidbarem Wertebereich. Untersuche folgende Aussagen
    - i. Jede berechenbare Funktion  $h : N \rightarrow N$  mit endlichem Wertebereich besitzt einen entscheidbaren Definitionsbereich.
    - ii. Jede berechenbare Funktion  $g : N \rightarrow N$  mit endlichem Definitionsbereich besitzt einen entscheidbaren Wertebereich.