

## Geometrische Summenformel

Gegeben sei folgende Methode:

```
3 public class GeoSum {
4     // Math.pow(q, n) == q^n
5     double geoSum(int n, double q) {
6         if (n == 0) {
7             return 1 - q;
8         } else {
9             return (1 - q) * Math.pow(q, n) + geoSum(n - 1, q);
10        }
11    }
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/sosy/totale\\_korrektheit/GeoSum.java](https://github.com/bschlangaul/aufgaben/sosy/totale_korrektheit/GeoSum.java)

Weisen Sie mittels vollständiger Induktion nach, dass

$$\text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

Dabei können Sie davon ausgehen, dass  $q > 0, n \in \mathbb{N}_0$

**Induktionsanfang** — Beweise, dass  $A(1)$  eine wahre Aussage ist. ———

$$f(0) : \text{geoSum}(0, q) = 1 - q^{0+1} = 1 - q^1 = 1 - q$$

**Induktionsvoraussetzung** — Die Aussage  $A(k)$  ist wahr für ein beliebiges  $k \in \mathbb{N}$ . ———

$$f(n) : \text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

**Induktionsschritt** — Beweise, dass wenn  $A(n = k)$  wahr ist, auch  $A(n = k + 1)$  wahr sein muss. ———

$$\begin{aligned} f(n+1) : \text{geoSum}(n+1, q) &= (1 - q)^{(n+1)+1} + \text{geoSum}(n, q) \\ &= (1 - q)^{n+1+1} + (1 - q)^{n+1} \\ &= 1 - q^{n+1} + q^{n+1} \cdot (1 - q) \\ &= 1 - q^{n+1} + q^{n+1} - q^{n+2} \\ &= 1 - q^{(n+1)+1} \end{aligned}$$