SAT-3SAT

(a) Wie zeigt man die aus der NP-Schwere des 3SAT-Problems die NP-Schwere des SAT-Problems?

> Reduktion 3SAT $\leq$ p SAT : Jede 3SAT-Problem ist auch ein SAT-Problem, weil 3SAT $\subset$ SAT $\rightarrow$ Damit braucht es keine Funktion (bzw. Identitäts-/Einheitsfunktion). Die Funktion ist korrekt, total und in Polynomialzeit anwendbar. $\rightarrow$ SAT-Problem ist ebenfalls NP- schwer.

(b) Wie zeigt man die aus der NP-Schwere des SAT-Problems die NP-Schwere des 3SAT-Problems?

> Reduktion SAT $\leq$ p 3SAT : Man muss eine Funktion finden, die eine allgemeine Aussagenlogik in eine Aussagenlogik mit 3 Literalen in konjunktiver Normalform umformt.
>
> Durch die boolsche Algebra lässt sich jede logische Aussagenlogik in eine konjunkti- ve Normalform bringen. Dies ist eine Konjunktion von Disjunktionstermen. Wir formen einen Disjunktionsterm mithilfe einer Funktion in ein 3SAT-Problem um. Diese Funktion kann auf jeden Disjunktionsterm angewendet werden und damit wird das gesamte SAT-Problem auf 3SAT reduzieren.
>
> Die Funktion formt Formel aus SAT mithilfe von Hilfsvariablen h 1 , . . . , h n−2 derart um (a 1 ∨ . . . ∨ a n) → (a 1 ∨ a 2 ∨ h 1) ∧ (¬h 1 ∨ a 3 ∨ h 2) ∧ (¬h 2 ∨ a 4 ∨ h 3) ∧ . . . ∧ (¬h n−2 ∨ a n)
>
> Diese Funktion ist total, denn jede in SAT enthaltene Aussagenlogik kann so umgewandelt werden.
>
> Korrektheit: Die Hilfsvariablen sind wahr, solange bis ein Literal a x selber true ist. Ab diesem Zeitpunkt sind dann die Hilfsvariablen dann falsch. JA-Instanzen: Der erste und alle mittleren Disjunktionstermen sind wahr, weil aufgrund der Nicht-Negierung und Negierung immer ein wahres Literal in den Disjunktionster- men. Somit ist dann auch der Disjunktionsterm wahr. Da es eine JA-Instanz ist, existiert ein a x welches wahr ist. Somit sind ab diesem Zeitpunkt die Hilfvariablen falsch. Der letzte Disjunktionsterm wird dadurch sicher wahr, weil ¬h n−2 somit wahr ist. NEIN-Instanz: Alle a x sind falsch. Auch hier sind wieder der erste und alle mittleren Dis- junktionsterme wahr (gleiche Begründung wie oben). Der letzte Disjunktionsterm ist al- lerdings falsch, weil die Hilfvariablen durchgehend wahr bleiben und alle a x falsch sind. Durch die Konjunktion der Disjunktionsterme ist dann auch die Gesamtaussage falsch. Polynomialzeit: Der Algorithmus, der Formeln aus SAT nach 3SAT umformt liegt in O(n) und somit in Polynomialzeit.