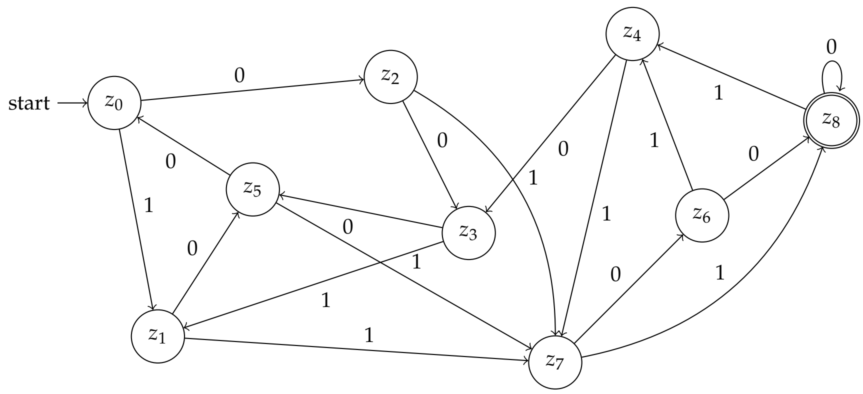
Aufgabe 1

(a) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten (DEA) mit minimaler Anzahl an Zuständen an, der dieselbe Sprache akzeptiert wie folgender deterministischer endlicher Automat. Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen geeignet.



flaci.com/Aj5aei652

Minimierungstabelle (Table filling)

— Der Minimierungs-Algorithmus (auch Table-Filling-Algorithmus genannt) trägt in seinem Verlauf eine Markierung in alle diejenigen Zellen der Tabelle ein, die zueinander nicht äquivalente Zustände bezeichnen. Die Markierung „x_n“ in einer Tabellenzelle (i, j) bedeutet dabei, dass das Zustandspaar (i, j) in der k-ten Iteration des Algorithmus markiert wurde und die Zustände i und j somit zueinander $(k-1)$-äquivalent, aber nicht k-äquivalent und somit insbesondere nicht äquivalent sind. Bleibt eine Zelle bis zum Ende unmarkiert, sind die entsprechenden Zustände zueinander äquivalent. ———

z_0	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_1	x_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_2	x_3	x_4	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_3		x_3	x_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_4	x_3	x_4		x_3	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_5	x_3	x_4		x_3		$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_6	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
z_7	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	$\emptyset$	$\emptyset$
z_8	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1	$\emptyset$
	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8

x_1 Paar aus End-/ Nicht-Endzustand kann nicht äquivalent sein.

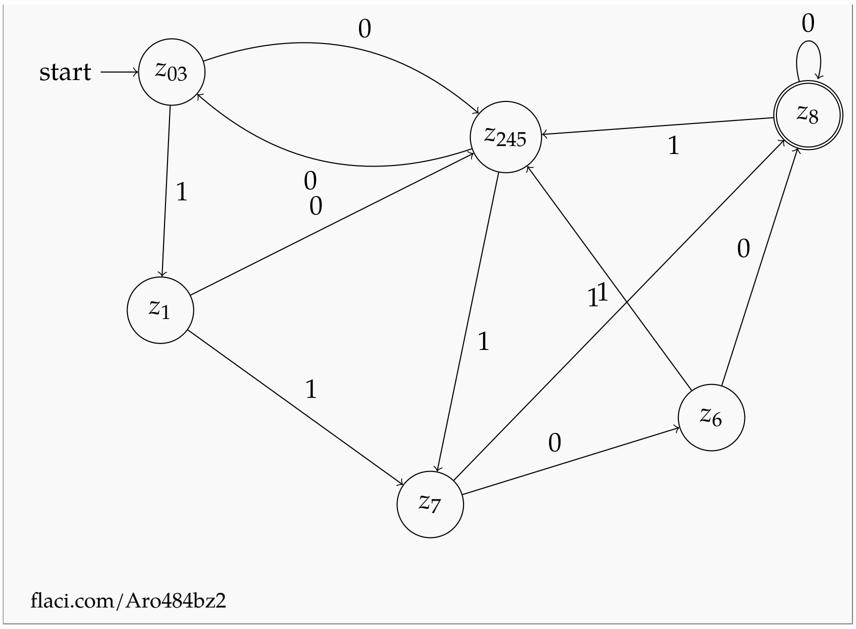
x_2 Test, ob man mit der Eingabe zu einem bereits markiertem Paar kommt.

x_3 In weiteren Iterationen markierte Zustände.

x_4 ...

Übergangstabelle

Zustandspaar	**0**	**1**	
(z_0, z_1)	(z_2, z_5)	(z_1, z_7)	^{x_3} x_3
(z_0, z_2)	(z_2, z_3)	(z_1, z_7)	x_3
(z_0, z_3)	(z_2, z_5)	(z_1, z_1)	
(z_0, z_4)	(z_2, z_3)	(z_1, z_7)	x_3
(z_0, z_5)	(z_2, z_0)	(z_1, z_7)	x_3
(z_0, z_6)	(z_2, z_8)	(z_1, z_4)	x_2
(z_0, z_7)	(z_2, z_6)	(z_1, z_8)	x_2
(z_1, z_2)	(z_5, z_3)	(z_7, z_7)	x_4
(z_1, z_3)	(z_5, z_5)	(z_7, z_1)	x_3
(z_1, z_4)	(z_5, z_3)	(z_7, z_7)	x_4
(z_1, z_5)	(z_5, z_0)	(z_7, z_7)	x_4
(z_1, z_6)	(z_5, z_8)	(z_7, z_4)	x_2
(z_1, z_7)	(z_5, z_6)	(z_7, z_8)	x_2
(z_2, z_3)	(z_3, z_5)	(z_7, z_1)	x_3
(z_2, z_4)	(z_3, z_3)	(z_7, z_7)	
(z_2, z_5)	(z_3, z_0)	(z_7, z_7)	
(z_2, z_6)	(z_3, z_8)	(z_7, z_4)	x_2
(z_2, z_7)	(z_3, z_6)	(z_7, z_8)	x_2
(z_3, z_4)	(z_5, z_3)	(z_1, z_7)	x_3
(z_3, z_5)	(z_5, z_0)	(z_1, z_7)	x_3
(z_3, z_6)	(z_5, z_8)	(z_1, z_4)	x_2
(z_3, z_7)	(z_5, z_6)	(z_1, z_8)	x_2
(z_4, z_5)	(z_3, z_0)	(z_7, z_7)	
(z_4, z_6)	(z_3, z_8)	(z_7, z_4)	x_2
(z_4, z_7)	(z_3, z_6)	(z_7, z_8)	x_2
(z_5, z_6)	(z_0, z_8)	(z_7, z_4)	x_2
(z_5, z_7)	(z_0, z_6)	(z_7, z_8)	x_2
(z_6, z_7)	(z_8, z_6)	(z_4, z_8)	x_2



(b) Beweisen oder widerlegen Sie für folgende Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, dass sie regulär sind.

(i) $L_1 = \{\, a^i cub^j vac^k \mid u, v \in \{a, b\}^* \text{ und } i, j, k \in \mathbb{N}_0 \,\}$

Die Sprache L_1 ist regulär. Nachweis durch regulären Ausdruck:

$$a^* c(a|b)^* b^* (a|b)^* ac^*$$

(ii) $L_2 = \{\, a^i cub^j vac^k \mid u, v \in \{a, b\}^* \text{ und } i, j, k \in \mathbb{N}_0 \text{ mit } k = i + j \,\}$

Die Sprache L_2 ist nicht regulär. Widerlegung durch das Pumping-Lemma.
TODO

(c) Sei L eine reguläre Sprache über dem Alphabet Σ. Für ein festes Element $a \in \Sigma$ betrachten wir die Sprache $L_a = \{\, aw \mid w \in \Sigma^*, wa \in L \,\}$. Zeigen Sie, dass L_a regulär ist.