

## Kontextfreien Grammatiken in CNF

Überführen Sie die folgenden kontextfreien Grammatiken in CNF (Chomsky-Normalform).

(a)  $P = \{$

$$S \rightarrow 0S1 \mid \varepsilon$$

$\}$

(i) **Elimination der  $\varepsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$P = \{$

$$S \rightarrow 0S1 \mid 01$$

$\}$

Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Ghje1ygz9](http://flaci.com/Ghje1ygz9)

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

☒ Nichts zu tun

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt.

$N = \text{Null}, E = \text{Eins}$

$P = \{$

$$S \rightarrow NSE \mid NE$$

$$N \rightarrow 0$$

$$E \rightarrow 1$$

$\}$

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1}B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2}B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$P = \{$

$$S \rightarrow NR \mid NE$$

$$R \rightarrow SE$$

$$N \rightarrow 0$$

$$E \rightarrow 1$$

}

(b)  $P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow Aa \mid b$$

}

Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter)

Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/G54gubr9i](http://flaci.com/G54gubr9i)

(i) **Elimination der  $\varepsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

}

Das leere Wort ist nicht in der Sprache ( $\varepsilon \notin L(G)$ ). In der Sprache sind immer Wörter mit mindestens einem Buchstaben. In der ersten Produktionsregel wird aus  $aA \rightarrow a\varepsilon$  nur das  $a$ . Das ist aber bereits in der ersten Regel enthalten. In der zweiten Regel wird das leere Wort weg gelassen. In der dritten Regel wird noch ein  $a$  hinzugefügt, das aus  $Aa \rightarrow \varepsilon a \rightarrow a$  entstanden ist.

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

$P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid Aa \mid b$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

}

Wir schreiben die Regel, die keine einzelnes Nonterminal auf der rechten Seite enthalten, ab. In der ersten Regel wird  $B$  mit  $Aa|b|a$  ersetzt, wobei das letzte  $a$ , dann weggelassen werden kann, da es bereits am Anfang der rechten Seite vorkommt. Die  $B$ -Regel kann nicht weggelassen werden, weil sie in der  $A$ -Regel vorkommt.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt. —

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b \\ A \rightarrow VBB \\ B \rightarrow AV \mid b \mid a \\ V \rightarrow a \end{array} \right\}$$

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht. —

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b \\ A \rightarrow VC \\ B \rightarrow AV \mid b \mid a \\ V \rightarrow a \\ C \rightarrow BB \end{array} \right\}$$

(c)  $P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ABC \\ A \rightarrow aCD \\ B \rightarrow bCD \\ C \rightarrow D \mid \varepsilon \\ D \rightarrow C \end{array} \right\}$

Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter)  
Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Grxw-cync2](http://flaci.com/Grxw-cync2)

(i) **Elimination der  $\varepsilon$ -Regeln**

— Alle Regeln der Form  $A \rightarrow \varepsilon$  werden eliminiert. Die Ersetzung von  $A$  wird durch  $\varepsilon$  in allen anderen Regeln vorweggenommen. —

$$P = \left\{ \right.$$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow ABC \mid AB \\
 A &\rightarrow aCD \mid aD \\
 B &\rightarrow bCD \mid bD \\
 C &\rightarrow D \\
 D &\rightarrow C \mid \varepsilon
 \end{aligned}$$

In der letzten Regel entsteht ein neues  $\varepsilon$ . Es muss in der nächsten Iteration entfernt werden.

$$P = \{
 \begin{aligned}
 S &\rightarrow ABC \mid AB \\
 A &\rightarrow aCD \mid aD \mid aC \mid a \\
 B &\rightarrow bCD \mid bD \mid bC \mid b \\
 C &\rightarrow D \\
 D &\rightarrow C
 \end{aligned}
 \}$$

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form  $A \rightarrow B$  mit  $A, B \in S$  wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

$$P = \{
 \begin{aligned}
 S &\rightarrow AB \\
 A &\rightarrow a \\
 B &\rightarrow b
 \end{aligned}
 \}$$

$C$  und  $D$  sind nicht produktiv.  $C \rightarrow D$  und  $D \rightarrow C$  können gestrichen werden.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen  $\sigma$ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal  $S_\sigma$  ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel  $S_\sigma \rightarrow \sigma$  ergänzt.

☒ Nichts zu tun

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form  $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$  werden in die Produktionen  $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$  zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

☒ Nichts zu tun