

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 46115 / 2016 / Herbst

## Thema 2 / Aufgabe 4

(Methode „a()“)

**Stichwörter:** Dynamische Programmierung

Mittels Dynamischer Programmierung (auch Memoization genannt) kann man insbesondere rekursive Lösungen auf Kosten des Speicherbedarf beschleunigen, indem man Zwischenergebnisse „abspeichert“ und bei (wiederkehrendem) Bedarf „abruft“, ohne sie erneut berechnen zu müssen.

Gegeben sei folgende geschachtelt-rekursive Funktion für  $n, m \geq 0$ :

$$a(n, m) = \begin{cases} n + \lfloor \frac{n}{2} \rfloor & \text{falls } m = 0 \\ a(1, m - 1), & \text{falls } n = 0 \wedge m \neq 0 \\ a(n + \lfloor \sqrt{a(n - 1, m)} \rfloor, m - 1), & \text{sonst} \end{cases}$$

- (a) Implementieren Sie die obige Funktion `a(n,m)` zunächst ohne weitere Optimierungen als Prozedur/Methode in einer Programmiersprache Ihrer Wahl.

Lösungsvorschlag

```
public static long a(int n, int m) {
    if (m == 0) {
        return n + (n / 2);
    } else if (n == 0 && m != 0) {
        return a(1, m - 1);
    } else {
        return a(n + ((int) Math.sqrt(a(n - 1, m))), m - 1);
    }
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen\\_46115/jahr\\_2016/herbst/DynamischeProgrammierung.java](https://github.com/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2016/herbst/DynamischeProgrammierung.java)

- (b) Geben Sie nun eine DP-Implementierung der Funktion `a(n,m)` an, die `a(n,m)` für  $0 \leq n \leq 100000$  und  $0 \leq m \leq 25$  höchstens einmal gemäß obiger rekursiver Definition berechnet. Beachten Sie, dass Ihre Prozedur trotzdem auch weiterhin mit  $n > 100000$  und  $m > 25$  aufgerufen werden können soll.

Lösungsvorschlag

```
static long[][] tmp = new long[100001][26];

public static long aDp(int n, int m) {
    if (n <= 100000 && m <= 25 && tmp[n][m] != -1) {
        return tmp[n][m];
    } else {
        long merker;
        if (m == 0) {
            merker = n + (n / 2);
        } else if (n == 0 && m != 0) {
            merker = aDp(1, m - 1);
        }
    }
}
```

```
    } else {
        merker = aDp(n + ((int) Math.sqrt(aDp(n - 1, m))), m - 1);
    }
    if (n <= 100000 && m <= 25) {
        tmp[n][m] = merker;
    }
    return merker;
}
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen\\_46115/jahr\\_2016/herbst/DynamischeProgrammierung.java](https://github.com/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2016/herbst/DynamischeProgrammierung.java)

Lösungsvorschlag

## Kompletter Code

```
public class DynamischeProgrammierung {
    public static long a(int n, int m) {
        if (m == 0) {
            return n + (n / 2);
        } else if (n == 0 && m != 0) {
            return a(1, m - 1);
        } else {
            return a(n + ((int) Math.sqrt(a(n - 1, m))), m - 1);
        }
    }

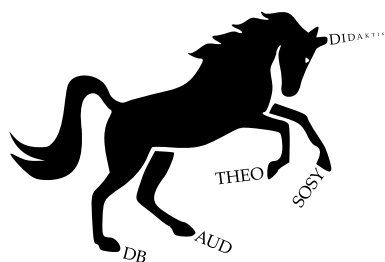
    static long[][] tmp = new long[100001][26];

    public static long aDp(int n, int m) {
        if (n <= 100000 && m <= 25 && tmp[n][m] != -1) {
            return tmp[n][m];
        } else {
            long merker;
            if (m == 0) {
                merker = n + (n / 2);
            } else if (n == 0 && m != 0) {
                merker = aDp(1, m - 1);
            } else {
                merker = aDp(n + ((int) Math.sqrt(aDp(n - 1, m))), m - 1);
            }
            if (n <= 100000 && m <= 25) {
                tmp[n][m] = merker;
            }
            return merker;
        }
    }

    public static void main(String[] args) {
        for (int i = 0; i < 100001; i++) {
            for (int j = 0; j < 26; j++) {
                tmp[i][j] = -1;
            }
        }
    }
}
```

```
System.out.println("schnell mit DP: " + aDp(7,7));  
System.out.println("langsam ohne DP: " + a(7,7));  
}  
}
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/examen/examen\\_46115/jahr\\_2016/herbst/DynamischeProgrammierung.java](https://github.com/bschlangaul/examen/examen_46115/jahr_2016/herbst/DynamischeProgrammierung.java)



## Die Bschlangaul-Sammlung

### Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht alleine! Das ist ein Community-Projekt. Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der  $\text{\LaTeX}$ -Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/hbschlangaul/lehramt-informatik/blob/main/Staatsexamen/46115/2016/09/Thema-2/Aufgabe-4.tex>