

46115 Frühjahr 2011

Theoretische Informatik / Algorithmen / Datenstrukturen (nicht vertieft)

Aufgabenstellungen mit Lösungsvorschlägen



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Aufgabenübersicht

Thema Nr. 1	3
Aufgabe 2-3-4-B-Baum und AVL-Baum [2-3-4-Baum]	3
 Aufgabe 2-3-4-B-Baum und AVL-Baum	3



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Thema Nr. 1

Aufgabe 2-3-4-B-Baum und AVL-Baum [2-3-4-Baum]

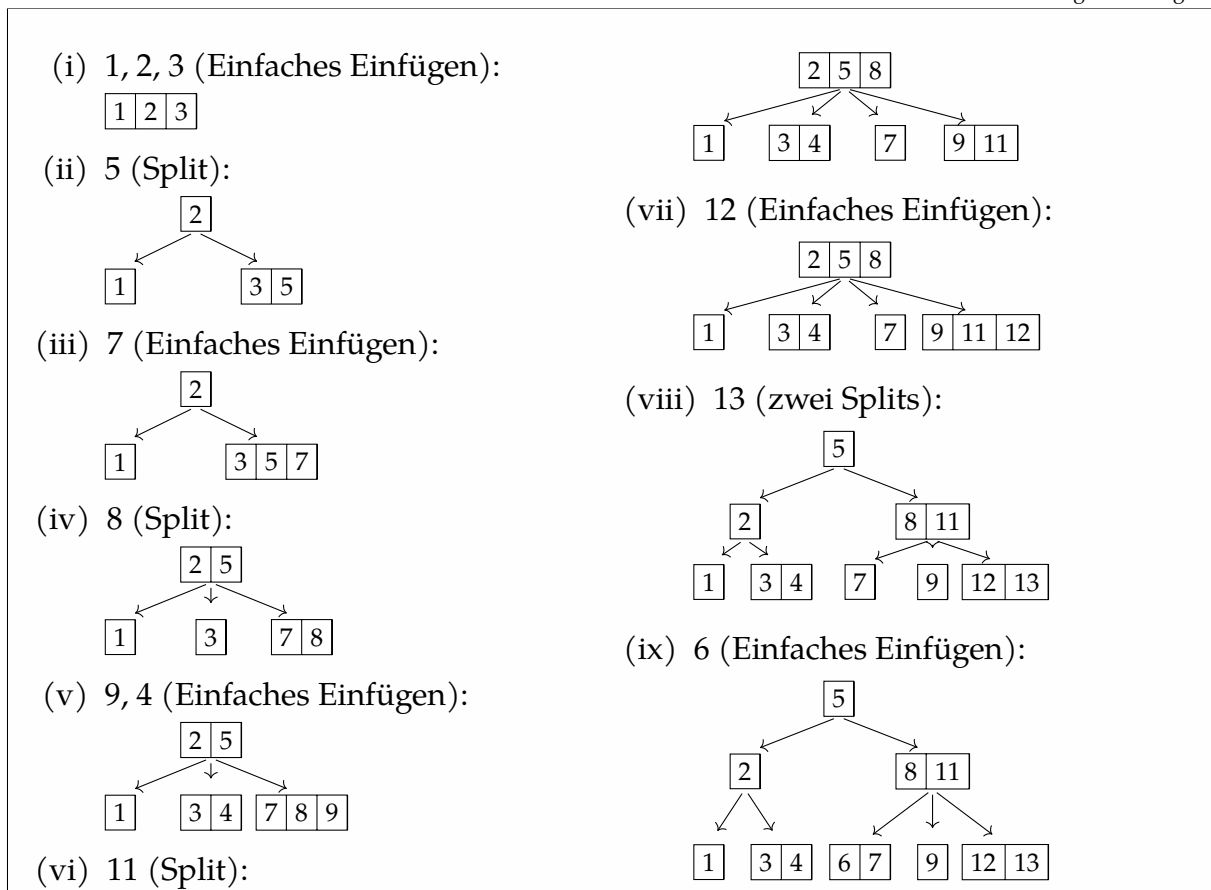
Aufgabe 2-3-4-B-Baum und AVL-Baum

- (a) Fügen Sie in einen anfangs leeren 2-3-4-Baum (B-Baum der Ordnung 4)¹ der Reihe nach die folgenden Schlüssel ein:

1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 4, 11, 12, 13, 6.

Dokumentieren Sie die Zwischenschritte so, dass die Entstehung des Baumes und nicht nur das Endergebnis nachvollziehbar ist.

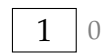
Lösungsvorschlag



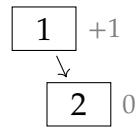
- (b) Zeichnen Sie einen Rot-Schwarz-Baum oder einen AVL-Baum, der dieselben Einträge enthält.

Nach dem Einfügen von „1“:

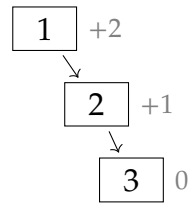
¹ein Baum, für den folgendes gilt: Er besitzt in einem Knoten max. 3 Schlüssel-Einträge und 4 Kindknoten und minimal einen Schlüssel und 2 Nachfolger



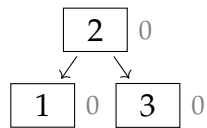
Nach dem Einfügen von „2“:



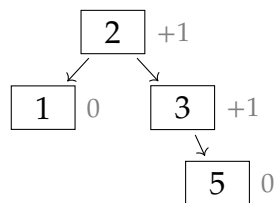
Nach dem Einfügen von „3“:



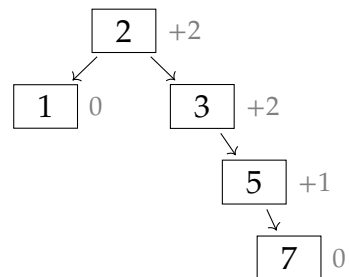
Nach der Linksrotation:



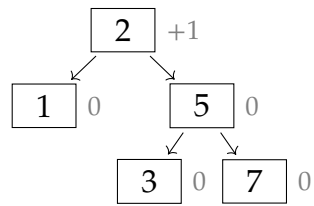
Nach dem Einfügen von „5“:



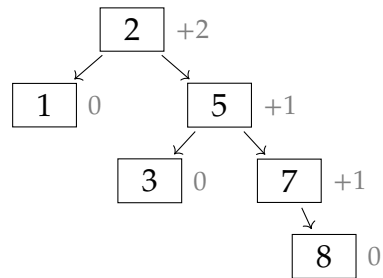
Nach dem Einfügen von „7“:



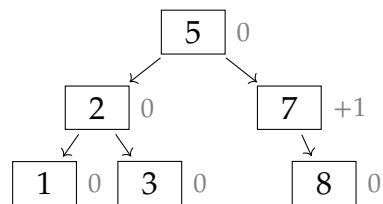
Nach der Linksrotation:



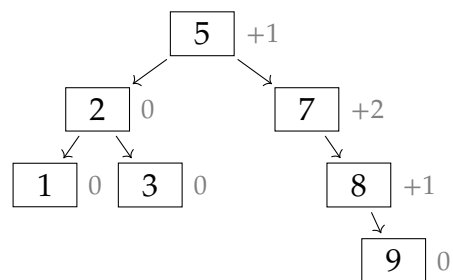
Nach dem Einfügen von „8“:



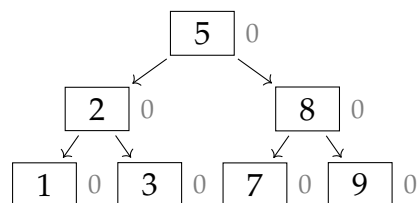
Nach der Linksrotation:



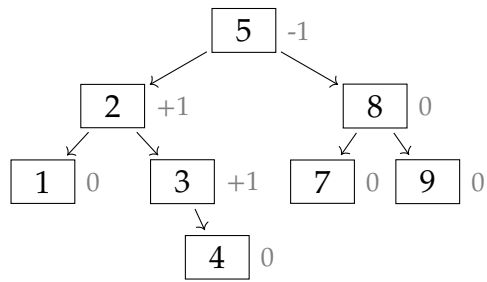
Nach dem Einfügen von „9“:



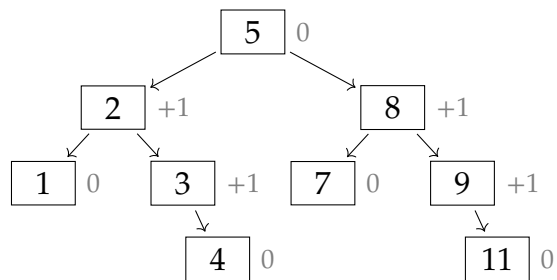
Nach der Linksrotation:



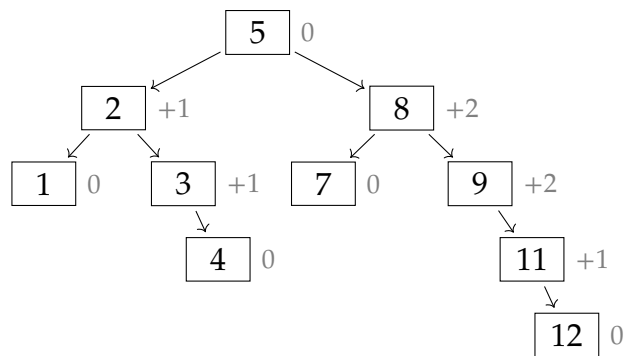
Nach dem Einfügen von „4“:



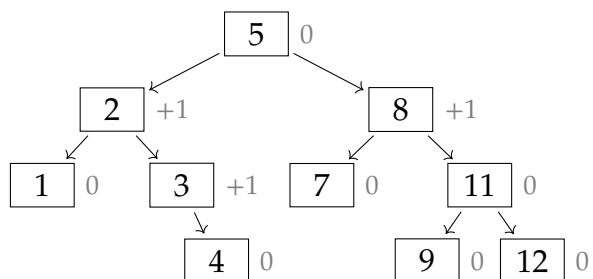
Nach dem Einfügen von „11“:



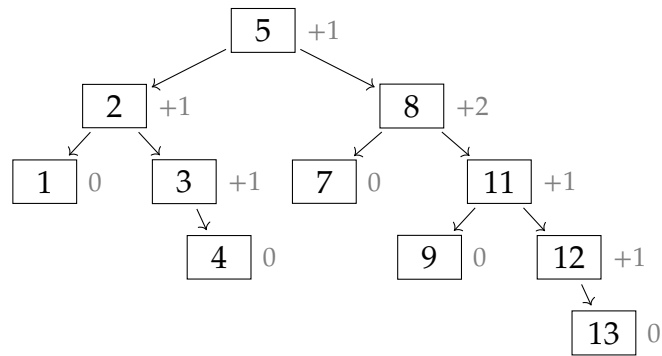
Nach dem Einfügen von „12“:



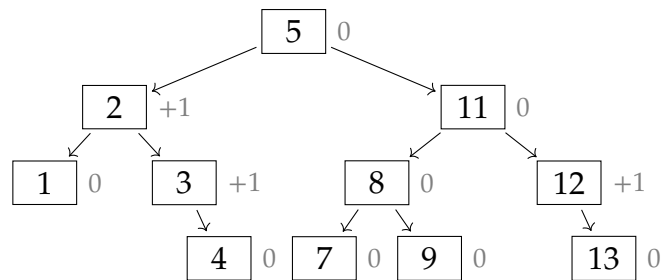
Nach der Linksrotation:



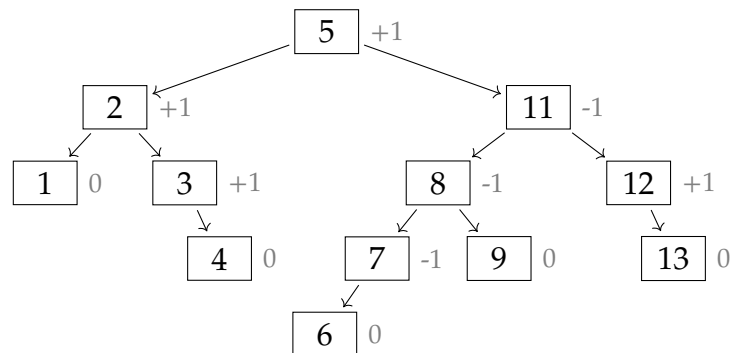
Nach dem Einfügen von „13“:



Nach der Linksrotation:



Nach dem Einfügen von „6“:



- (c) Geben Sie eine möglichst gute untere Schranke (in Ω -Notation) für die Anzahl der Schlüssel in einem 2-3-4-Baum der Höhe h an.

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie ein 2-3-4-Baum mit Höhe h und möglichst wenigen Schlüsseln aussieht.

Lösungsvorschlag

Ein 2-3-4-Baum mit möglichst wenigen Schlüsseln sieht aus wie ein Binärbaum:

- Ein Baum der Höhe 1 hat 1 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 2 hat 3 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 3 hat 7 Schlüssel.
- ...
- Ein Baum der Höhe h hat $2^h - 1$ Schlüssel.

Also liegt die Untergrenze für die Anzahl der Schlüssel in $\Omega(2^h)$.

- (d) Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke (in \mathcal{O} -Notation) für die Anzahl der Schlüssel in einem 2-3-4-Baum der Höhe h an.

Lösungsvorschlag

Ein 2-3-4-Baum mit möglichst vielen Schlüsseln hat in jedem Knoten drei Schlüssel. Und jeder Knoten, der kein Blatt ist, hat vier Kinder:

- Ein Baum der Höhe 1 hat 3 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 2 hat 15 Schlüssel.
- Ein Baum der Höhe 3 hat 63 Schlüssel.
- ...
- Ein Baum der Höhe h hat $4^h - 1$ Schlüssel.

Also liegt die Obergrenze für die Anzahl der Schlüssel in $\mathcal{O}(4^h)$.