Aufgabe Geometrische Summenformel (*Geometrische Summenformel geoSum()*)

Stichwörter: Vollständige Induktion

Gegeben sei folgende Methode:

```java
public class GeoSum {
  // Math.pow(q, n) == q^n
  double geoSum(int n, double q) {
    if (n == 0) {
      return 1 - q;
    } else {
      return (1 - q) * Math.pow(q, n) + geoSum(n - 1, q);
    }
  }
```

Code-Beispiel auf Github ansehen: `src/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/sosy/totale_korrektheit/GeoSum.java`

Weisen Sie mittels vollständiger Induktion nach, dass

$$\text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

Dabei können Sie davon ausgehen, dass $q > 0$, $n \in \mathbb{N}_0$

Lösungsvorschlag

Induktionsanfang

— Beweise, dass $A(1)$ eine wahre Aussage ist.

$$f(0) : \text{geoSum}(0, q) = 1 - q^{0+1} = 1 - q^1 = 1 - q$$

Induktionsvoraussetzung

— Die Aussage $A(k)$ ist wahr für ein beliebiges $k \in \mathbb{N}$.

$$f(n) : \text{geoSum}(n, q) = 1 - q^{n+1}$$

Induktionsschritt

— Beweise, dass wenn $A(n = k)$ wahr ist, auch $A(n = k + 1)$ wahr sein muss.

$$\begin{aligned}
f(n) &= \text{geoSum}(n, q) \\
&= (1 - q) \cdot q^n + \text{geoSum}(n - 1, q) && \text{Java-Code in Mathe-Formel umgewandelt} \\
&= (1 - q) \cdot q^n + 1 - q^{(n-1)+1} && \text{für rekursiven Methodenaufruf gegebene Formel eingesetzt} \\
&= (1 - q) \cdot q^n + 1 - q^n && \text{Addition im Exponent}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
f(n+1) &= \text{geoSum}(n+1, q) \\
&= (1-q) \cdot q^{n+1} + 1 - q^{n+1} && \text{von Java konvertierte Formel verwendet und } n+1 \text{ eingesetzt} \\
&= q^{n+1} - q^{(n+1)+1} + 1 - q^{n+1} && \text{ausmultipliziert} \\
&= -q^{(n+1)+1} + 1 && q^{n+1} - q^{n+1} = 0 \\
&= 1 - q^{(n+1)+1} && \text{Kommutativgesetz der Addition} \\
&= 1 - q^{(n+1)+1} && \text{was zu zeigen war}
\end{aligned}
$$

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TEX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: `https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/30_AUD/20_Vollstaendige-Induktion/Aufgabe_Geometrische-Summenformel.tex`