Aufgabe 2

(a) Sei $L = \{\, 0^n 1^m 1^p 0^q \mid n + m = p + q$ und $n, m, p, q \in \mathbb{N}_0 \,\}$. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für L an. Sie dürfen dabei ε-Produktionen der Form $\{A \to \epsilon\}$ verwenden.

$P = \{$

$$\begin{aligned} S &\to 0S0 \mid 0A0 \mid 0B0 \mid \epsilon \mid A \mid B \mid C \\ A &\to 0A1 \mid 0C1 \\ B &\to 1B0 \mid 1C1 \\ C &\to 1C1 \mid \epsilon \end{aligned}$$

$\}$

(b) Für eine Sprache L sei $L^r = \{\, x^r \mid x \in L \,\}$ die Umkehrsprache. Dabei bezeichne x^r das Wort, das aus r entsteht, indem man die Reihenfolge der Zeichen umkehrt, beispielsweise $(abb)^r = bba$.

(i) Sei L eine kontextfreie Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch L^r kontextfrei ist.

(ii) Geben Sie eine kontextfreie Sprache L_1, an, sodass $L_1 \cap L_1^r$ kontextfrei ist.

(iii) Geben Sie eine kontextfreie Sprache L_2, an, sodass $L_2 \cap L_2^r$ nicht kontextfrei ist.