

Kontextfreien Grammatiken in CNF

Überführe die folgenden kontextfreien Grammatiken in CNF

(a) $P = \{$

$$S \rightarrow 0S1 \mid \epsilon$$

$\}$

(i) **Elimination der ϵ -Regeln**

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \epsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ϵ in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \{$$
$$S \rightarrow 0S1 \mid 01$$

$\}$

a

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

nichts zu tun

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt.

$N = \text{Null}, E = \text{Eins}$

$$P = \{$$
$$S \rightarrow NSE \mid NE$$
$$N \rightarrow 0$$
$$E \rightarrow 1$$

$\}$

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \{$$
$$S \rightarrow NR \mid NE$$
$$R \rightarrow SE$$
$$N \rightarrow 0$$
$$E \rightarrow 1$$

$\}$

^a<https://flaci.com/Ghje1ygz9>

(b) $P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB \mid \epsilon$$

$$B \rightarrow Aa \mid b$$

$\}$

1

(i) **Elimination der ϵ -Regeln**

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \epsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ϵ in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid B$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

$\}$

Das leere Wort ist nicht in der Sprache ($\epsilon \notin L(G)$). In der Sprache sind immer Wörter mit mindestens einem Buchstaben. In der ersten Produktionsregel wird aus $aA \rightarrow a\epsilon$ nur das a . Das ist aber bereits in der ersten Regel enthalten. In der zweiten Regel wird das leere Wort weg gelassen. In der dritten Regel wird noch ein a hinzugefügt, das aus $Aa \rightarrow \epsilon a \rightarrow a$ entstanden ist.

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren.

$P = \{$

$$S \rightarrow a \mid aA \mid Aa \mid b$$

$$A \rightarrow aBB$$

$$B \rightarrow Aa \mid b \mid a$$

$\}$

Wir schreiben die Regel, die keine einzelnes Nonterminal auf der rechten Seite enthalten, ab. In der ersten Regel wird B mit $Aa \mid b \mid a$ ersetzt, wobei das letzte a , dann weggelassen werden kann, da es bereits am Anfang der rechten Seite vorkommt. Die B -Regel kann nicht weggelassen werden, weil sie in der A -Regel vorkommt.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt.

$P = \{$

¹<https://flaci.com/G54gubr9i>

$$S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b$$

$$A \rightarrow VBB$$

$$B \rightarrow AV \mid b \mid a$$

$$V \rightarrow a$$

}

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow a \mid VA \mid AV \mid b$$

$$A \rightarrow VC$$

$$B \rightarrow AV \mid b \mid a$$

$$V \rightarrow a$$

$$C \rightarrow BB$$

}

(c) $P = \{$

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow aCD$$

$$B \rightarrow bCD$$

$$C \rightarrow D \mid \epsilon$$

$$D \rightarrow C$$

}

2

(i) **Elimination der ϵ -Regeln**

— Alle Regeln der Form $A \rightarrow \epsilon$ werden eliminiert. Die Ersetzung von A wird durch ϵ in allen anderen Regeln vorweggenommen.

$$P = \{$$

$$S \rightarrow ABC \mid AB$$

$$A \rightarrow aCD \mid aD$$

$$B \rightarrow bCD \mid bD$$

$$C \rightarrow D$$

$$D \rightarrow C \mid \epsilon$$

}

In der letzten Regel entsteht ein neues ϵ . Es muss in der nächsten Iteration entfernt werden.

$$P = \{$$

²<https://flaci.com/Grxwcync2>

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow ABC \mid AB \\
A &\rightarrow aCD \mid aD \mid aC \mid a \\
B &\rightarrow bCD \mid bD \mid bC \mid b \\
C &\rightarrow D \\
D &\rightarrow C
\end{aligned}$$

}

(ii) **Elimination von Kettenregeln**

— Jede Produktion der Form $A \rightarrow B$ mit $A, B \in S$ wird als Kettenregel bezeichnet. Diese tragen nicht zur Produktion von Terminalzeichen bei und lassen sich ebenfalls eliminieren. _____

$P = \{$

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow AB \\
A &\rightarrow a \\
B &\rightarrow b
\end{aligned}$$

}

C und D sind nicht produktiv. $C \rightarrow D$ und $D \rightarrow C$ können gestrichen werden.

(iii) **Separation von Terminalzeichen**

— Jedes Terminalzeichen σ , das in Kombination mit anderen Symbolen auftaucht, wird durch ein neues Nonterminal S_σ ersetzt und die Menge der Produktionen durch die Regel $S_\sigma \rightarrow \sigma$ ergänzt. _____

nichts zu tun

(iv) **Elimination von mehrelementigen Nonterminalketten**

— Alle Produktionen der Form $A \rightarrow B_1 B_2 \dots B_n$ werden in die Produktionen $A \rightarrow A_{n-1} B_n, A_{n-1} \rightarrow A_{n-2} B_{n-1}, \dots, A_2 \rightarrow B_1 B_2$ zerteilt. Nach der Ersetzung sind alle längeren Nonterminalketten vollständig heruntergebrochen und die Chomsky-Normalform erreicht. _____

nichts zu tun