Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2016 / Herbst

Thema 2 / Aufgabe 3

(*Registermaschinen* (*RAMs*))

Stichwörter: Berechenbarkeit

Sei $M_0, M_1, \ldots$ eine Registermaschinen (RAMs). Beantworten Sie folgende Fragen zur Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit. Beweisen Sie Ihre Antwort.

> **Exkurs: Registermaschinen (RAMs)**
> Die Random Access Machine (kurz RAM) ist eine spezielle Art von Registermaschine. Sie hat die Fähigkeit der indirekten Adressierung der Register.
> Die Random Access Machine besteht aus:
>
> - einem Programm bestehend aus endlich vielen durchnummerierten Befehlen (beginnend mit Nummer 1)
> - einem Befehlszähler b
> - einem Akkumulator $c(0)$
> - und einem unendlich großen Speicher aus durchnummerierten Speicherzellen (Registern) $c(1), c(2), c(3), \ldots$
>
> Jedes Register (einschließlich b und $c(0)$) speichert eine beliebig große natürliche Zahl.

(a) Ist folgende Menge entscheidbar?

$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 100 \text{ oder } M_x \text{ hält bei Eingabe } x\}$

Lösungsvorschlag

Ja, $x \geq 100$ ist entscheidbar und aufgrund des „oder“ ist die 2. Bedingung nur für $x < 100$ relevant. Da $x < 100$ eine endliche Menge darstellt, kann eine endliche Liste geführt werden und ein Experte kann für jeden Fall entscheiden, ob M_x hält oder nicht, somit ist A entscheidbar.

(b) Ist folgende Menge entscheidbar?

$B = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid M_x \text{ hält bei Eingabe } x \text{ genau dann, wenn } M_y \text{ bei Eingabe } y \text{ hält}\}$

Lösungsvorschlag

Nein. Dieses Problem entspricht der parallelen Ausführung des Halteproblems auf zwei Bändern. Das Halteproblem ist unentscheidbar, damit ist auch die parallele Ausfürhung des Halteproblems und damit B unentscheidbar.

(c) Ist folgende Menge aufzählbar?

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid M_x \text{ hält bei Eingabe } 0 \text{ mit dem Ergebnis } 1\}$

Lösungsvorschlag

Ja, die Menge ist aufzählbar, da die Menge aller Turningmaschinen aufzählbar und über natürliche Zahlen definiert ist (die wiederum aufzählbar sind).

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TEX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: `https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/66115/2016/09/Thema-2/Aufgabe-3.tex`