

# Kontextfreie Sprachen

## Grammatik reguläre Sprachen

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Eine formale Sprache  $L$  ist eine Teilmenge aller Wörter über  $\Sigma$ :

$$L \subseteq \Sigma^*$$

Eine Grammatik ist ein 4-Tupel mit  $G = (V, \Sigma, P, S)$  und besteht aus:

- Einer endlichen Menge  $V$  von *Variablen* (Nonterminale) Variablen
- Dem endlichen *Terminalalphabet*  $\Sigma$  mit  $\Sigma \cap V = \emptyset$  Terminalalphabet
- Der endlichen Menge an *Produktionen* Produktionen
- Und einer *Startvariablen*  $S$  mit  $S \in V^1$  Startvariablen

## Grammatik kontextfreie Sprachen $\leftrightarrow$ kontextsensitiv

Der Kontext ist das, was um die Variable der linken Seite „herum“ steht.

Beispiel für kontextsensitiv:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} 1A \rightarrow A11 \\ 2A \rightarrow 02 \mid 121 \end{array} \right\}$$

steht vor der Variablen  $A$  eine 1, dann diese Regel... steht vor dem  $A$  ein 2, dann diese Regel.

Es hängt vom Kontext ab, welche Regel zur Anwendung kommt. (Auch  $AB \rightarrow BA$  also das Vertauschen ist kontextsensitiv)<sup>2</sup>

Eine kontextfreie Sprache wird durch eine kontextfreie Grammatik erzeugt, d. h. eine Grammatik mit Produktionsregeln der Form:

$$A \rightarrow X, X \in (V \cup \Sigma)^*$$

linke Seite: ein Nonterminal

rechte Seite:  $\varepsilon$  oder ein Terminal oder eine Kombination aus Terminalen mit Nonterminalen

---

<sup>1</sup>Theoretische Informatik – Kontextfreie Sprachen, Seite 7.

<sup>2</sup>Theoretische Informatik – Kontextfreie Sprachen, Seite 9.

## Abschlusseigenschaften<sup>3</sup>

- Die kontextfreien Sprachen sind abgeschlossen unter
  - Vereinigung
  - Produkt
  - Kleene-Stern
- Die kontextfreien Sprachen sind nicht abgeschlossen unter
  - Schnitt
  - Komplement
- Eine Sprache, die nicht kontextfrei ist, ist insbesondere nicht regulär!

## Entscheidungsprobleme<sup>4</sup>

- Für kontextfreie Sprachen ist das Äquivalenzproblem nicht entscheidbar!
- Für kontextfreie Sprachen ist entscheidbar:
  - das Wortproblem
  - das Leerheitsproblem
  - das Endlichkeitsproblem

## Literatur

- [1] *Theoretische Informatik – Kontextfreie Sprachen.*

---

<sup>3</sup>Theoretische Informatik – Kontextfreie Sprachen, Seite 77.

<sup>4</sup>Theoretische Informatik – Kontextfreie Sprachen, Seite 78.