

## Aufgabe 1

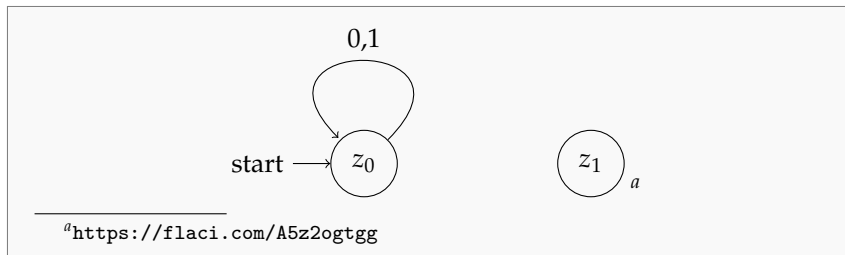
Die Sprache  $L$  über den Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$  enthält alle Wörter, bei denen beim Lesen von links nach rechts der Unterschied in der Zahl der 0en und 1en stets höchstens 3 ist. Also ist  $w \in L$  genau dann, wenn für alle  $u, v$  mit  $w = uv$  gilt  $||u|_0 - |u|_1| \leq 3$ . Erinnerung:  $|w|_a$  bezeichnet die Zahl der  $a$ 's im Wort  $w$ .

- (a) Sei  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, E)$  ein deterministischer endlicher Automat für  $L$ . Es sei  $w_1 = 111, w_2 = 11, w_3 = 1, w_4 = \epsilon, w_5 = 0, w_6 = 00, w_7 = 000$ . Machen Sie sich klar, dass der Automat jedes dieser Wörter verarbeiten können muss. Folgern Sie, dass der Automat mindestens sieben Zustände haben muss. Schreiben Sie Ihr Argumentation schlüssig und vollständig auf.

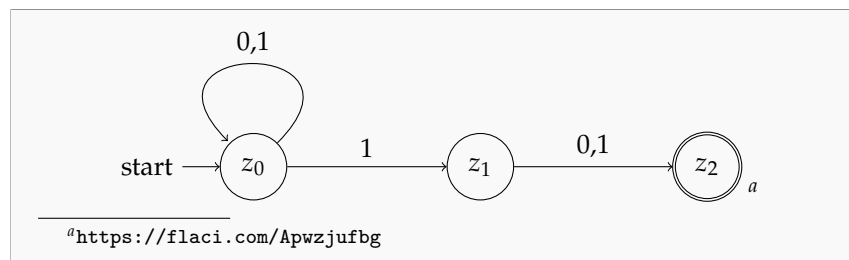
Die Grammatik einer regulären Sprache kann durch einen deterministischen endlichen Automaten dargestellt werden.

In einem DEA kann man nur anhand der Zustände zählen. Da die Zustände endlich sind, es aber unendlich viele Möglichkeiten gibt, die gezählt werden müssen, gibt es für diese Sprache keinen DEA. Somit ist diese Sprache nicht regulär.

- (b) Begründen Sie, dass  $L$  regulär ist.



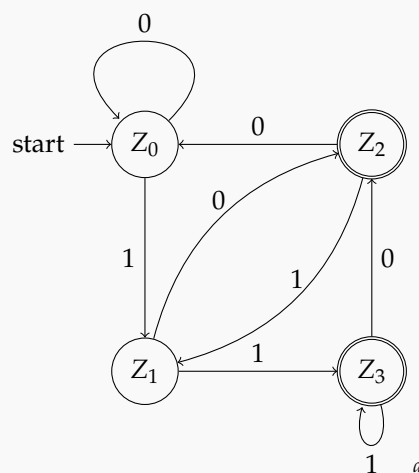
- (c) Jemand behauptet, diese Sprache sei nicht regulär und gibt folgenden „Beweis“ dafür an: Wäre  $L$  regulär, so sei  $n$  eine entsprechende Pumping-Zahl. Nun ist  $w = (01)^n \in L$ . Zerlegt man nun  $w = uxv$ , wobei  $u = 0, x = 1, v = (01)^{n-1}$ , so ist zum Beispiel  $ux^5v \notin L$ , denn es ist  $ux^5v = 01111101010101\dots$ . Legen Sie genau dar, an welcher Stelle dieser „Beweis“ fehlerhaft ist.
- (d) In anderen Fällen können nichtdeterministische endliche Automaten echt kleiner sein als die besten deterministischen Automaten. Ein Beispiel ist die Sprache  $L_2 = \Sigma^*1\Sigma$  aller Wörter, deren vorletztes Symbol 1 ist. Geben Sie einen nicht-deterministischen Automaten mit nur drei Zuständen an,  $L_2$  erkennt.



- (e) Führen Sie auf Ihrem Automaten die Potenzmengenkonstruktion und anschließend den Minimierungsalgorithmus durch. Wie viele Zustände muss ein deterministischer Automat für  $L_2$  also mindestens haben?

### Potenzmengenkonstruktion

Name	Zustandsmenge	Eingabe 0	Eingabe 1
$Z_0$	$Z_0 \{z_0\}$	$Z_0 \{z_0\}$	$Z_1 \{z_0, z_1\}$
$Z_1$	$Z_1 \{z_0, z_1\}$	$Z_2 \{z_0, z_2\}$	$Z_3 \{z_0, z_1, z_2\}$
$Z_2$	$Z_2 \{z_0, z_2\}$	$Z_0 \{z_0\}$	$Z_1 \{z_0, z_1\}$
$Z_3$	$Z_3 \{z_0, z_1, z_2\}$	$Z_2 \{z_0, z_2\}$	$Z_3 \{z_0, z_1, z_2\}$



### Minimierungsalgorithmus

$Z_0$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$Z_1$	$*^2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$Z_2$	$*^1$	$*^1$	$\emptyset$	$\emptyset$
$Z_3$	$*^1$	$*^1$	$*^2$	$\emptyset$
	$Z_0$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$

- $*^1$  Paar aus End-/ Nicht-Endzustand kann nicht äquivalent sein.
- $*^2$  Test, ob man mit der Eingabe zu einem bereits markiertem Paar kommt.
- $*^3$  In weiteren Iterationen markierte Zustände.

### Übergangstabelle

Zustandspaar	0	1
$(Z_0, Z_1)$	$(Z_0, Z_2) *^2$	$(Z_1, Z_3) *^2$
$(Z_2, Z_3)$	$(Z_0, Z_1)$	$(Z_1, Z_3) *^2$

Wie aus der oben stehenden Tabelle abzulesen ist, gibt es keine äquivalenten Zustände. Der Automat kann nicht minimiert werden. Er ist bereits minimal

<sup>a</sup><https://flaci.com/Ajfcofpb9>