

Aufgabe 6: Rekursion

Für Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ gelten neben den grundlegenden Beziehungen $\binom{n}{0} = 1$ und $\binom{n}{n} = 1$ auch folgende Formeln:

$$\begin{aligned} \text{A) } \binom{n+1}{k} &= \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} \\ \text{B) } \binom{n}{k} &= \binom{n-1}{k-1} \cdot \frac{n}{k} \end{aligned}$$

- (a) Implementieren Sie unter Verwendung von Beziehung (A) eine rekursive Methode `binRek(n, k)` zur Berechnung des Binomialkoeffizienten in einer objektorientierten Programmiersprache oder entsprechendem Pseudocode!

Zuerst verwandeln wir die Beziehung (A) geringfügig um, indem wir n durch $n - 1$ ersetzen:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

```
8  /**
9  * Berechnet rekursiv den Binominalkoeffizienten „n über k“. Dabei
    ↳ muss gelten:
10 * n &#x3E;= 0, k &#x3E;= 0 und n &#x3E;= k.
11 *
12 * @param n Ganzzahl n
13 * @param k Ganzzahl k
14 *
15 * @return Eine Ganzzahl.
16 */
17 public static int binRek(int n, int k) {
18     if (k == 0 || k == n) {
```

- (b) Implementieren Sie unter Verwendung von Beziehung (B) eine iterative Methode `binIt(n, k)` zur Berechnung des Binomialkoeffizienten in einer objektorientierten Programmiersprache oder entsprechendem Pseudocode!

```
20     } else {
21         return binRek(n - 1, k - 1) + binRek(n - 1, k);
22     }
23 }
24
25 /**
26 * Berechnet iterativ den Binominalkoeffizienten „n über k“. Dabei
    ↳ muss gelten:
27 * n &#x3E;= 0, k &#x3E;= 0 und n &#x3E;= k.
28 *
29 * @param n Ganzzahl n
30 * @param k Ganzzahl k
31 *
32 * @return Eine Ganzzahl.
33 */
34 public static int binIt(int n, int k) {
35     // Das Ergebnis wird als Kommazahl deklariert, da nicht alle
36     // Zwischenergebnisse ganze Zahlen sind.
```

- (c) Geben Sie die Laufzeitkomplexität der Methoden `binRek(n, k)` und `binIt(n, k)` aus den vorhergehenden beiden Teilaufgaben in O-Notation an!