

# Pumping-Lemma

(an bn cn)

**Stichwörter:** Pumping-Lemma (Kontextfreie Sprache)

## Pumping-Lemma

Gegeben sei die Sprachen

$$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N} \}$$

Weisen Sie nach, dass  $L$  nicht kontextfrei ist.

### Exkurs: Pumping-Lemma für Kontextfreie Sprachen

Es sei  $L$  eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Zahl  $j$ , sodass sich alle Wörter  $\omega \in L$  mit  $|\omega| \geq j$  zerlegen lassen in  $\omega = uvwxy$ , sodass die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:

- (a)  $|vx| \geq 1$  (Die Wörter  $v$  und  $x$  sind nicht leer.)
- (b)  $|vwx| \leq j$  (Die Wörter  $v$ ,  $w$  und  $x$  haben zusammen höchstens die Länge  $j$ .)
- (c) Für alle  $i \in \mathbb{N}_0$  gilt  $uv^iwx^iy \in L$  (Für jede natürliche Zahl (mit 0)  $i$  ist das Wort  $uv^iwx^iy$  in der Sprache  $L$ )

Lösungsvorschlag

Also gibt es eine Pumpzahl. Sie sei  $j$ . (Wähle geschickt ein „langes“ Wort...)  $a^jb^jc^j$  ist ein Wort aus  $L$ , das sicher länger als  $j$  ist.

Da  $L$  kontextfrei ist, muss es nach dem Pumping-Lemma auch für dieses Wort eine beliebige Zerlegung geben:

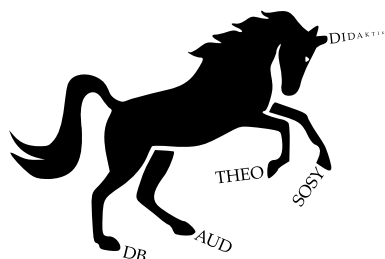
$$a^jb^jc^j = uvwxy \text{ mit } |vx| \geq 1 \text{ und } |vwx| \leq j$$

Weil  $vwx$  höchstens  $j$  lang ist, kann es nie  $a$ 's und  $c$ 's zugleich enthalten (es stehen  $j$   $b$ 's dazwischen!).

Andererseits enthält  $vx$  mindestens ein Zeichen. Das Wort  $\omega = uv^0wx^0y = uwy$  enthält dann nicht mehr gleich viele  $a$ 's,  $b$ 's und  $c$ 's. (Widerspruch)!

Die Behauptung ist falsch.

$\Rightarrow L$  ist nicht kontextfrei!



### Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangauland Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: [https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70\\_THEO/10\\_Formale-Sprachen/20\\_Typ-2\\_Kontextfrei/Pumping-Lemma/Aufgabe\\_Foliensatz.tex](https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/20_Typ-2_Kontextfrei/Pumping-Lemma/Aufgabe_Foliensatz.tex)