Pumping-Lemma

(„w w“ und „ak bl cm“)

Stichwörter: Pumping-Lemma (Kontextfreie Sprache)

Pumping-Lemma

Zeigen Sie jeweils, dass die angegebene Sprache nicht kontextfrei ist:

> **Exkurs: Pumping-Lemma für Kontextfreie Sprachen**
> Es sei L eine kontextfreie Sprache. Dann gibt es eine Zahl j, sodass sich alle Wörter $\omega \in L$ mit $|\omega| \geq j$ zerlegen lassen in $\omega = uvwxy$, sodass die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:
>
> (a) $|vx| \geq 1$ (Die Wörter v und x sind nicht leer.)
>
> (b) $|vwx| \leq j$ (Die Wörter v, w und x haben zusammen höchstens die Länge j.)
>
> (c) Für alle $i \in \mathbb{N}_0$ gilt $uv^iwx^iy \in L$ (Für jede natürliche Zahl (mit 0) i ist das Wort uv^iwx^iy in der Sprache L)

(a) $L_1 = \{ ww \mid w \in \{a, b\}^* \}$

Lösungsvorschlag

Sei L_1 kontextfrei. Dann existiert nach dem Pumping-Lemma eine Zahl j, so dass für jedes Wort $\omega \in L_1$ mit $|\omega| \geq j$ eine Zerlegung $\omega = uvwxy$ existiert, für die gilt: $|vx| > 0$, $|vwx| \leq n$ und für jedes $i \in \mathbb{N}$ ist $uv^ixy^iz \in L_1$.

Wähle $\omega = a^nb^na^nb^n$. Dann gibt es für jede Zerlegung $\omega = uvxyz$ mit den obigen Bedingungen zwei Möglichkeiten:

- vwx besteht aus a^jb^k mit $j + k > 0$.
- vwx besteht aus b^ja^k mit $j + k > 0$.

Dann ist in beiden Fällen $uv^0xy^0z \notin L_1$.

(b) $L_2 = \{ a^kb^lc^m \mid k > l > m; k, l, m \in N \}$

Lösungsvorschlag

Sei L_2 kontextfrei. Dann existiert nach dem Pumping-Lemma eine Zahl j, so dass für jedes Wort $\omega \in L_2$ mit $|\omega| \geq j$ eine Zerlegung $\omega = uvwxy$ existiert, für die gilt: $|vx| > 0$, $|vwx| \leq j$ und für jedes $i \in \mathbb{N}$ ist $uv^iwx^iy \in L_2$.

Wähle $\omega = a^nb^{n-1}c^{n-2}$. Dann gibt es für jede Zerlegung $\omega = uvwxy$ mit den obigen Bedingungen zwei Möglichkeiten:

- vwx enthält kein a. Dann ist $uv^2wx^2y \notin L_2$.
- vwx enthält mindestens ein a. Dann ist $uv^0wx^0y \notin L_2$.

Die Bschlangaul-Sammlung
Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net.Der TEX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: `https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/20_Typ-2_Kontextfrei/Pumpling-Lemma/Aufgabe_Pumping-Lemma.tex`