Aufgabe 5

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen (die jeweiligen Beweise sind sehr kurz):

(a) Alle regulären Sprachen liegen in NP.

> Stimmt. Alle regulären Sprachen sind in Polynomialzeit entscheidbar (es existiert ein Automat dazu), sie liegen als in P und folglich auch in NP.

(b) Es gibt Sprachen A, B mit $A \subseteq B$, sodass B regulär und A kontextfrei ist.

> Stimmt. Es existieren Sprachen mit der Eigenschaft wie gefordert. Wir wählen: $B = (a|b)^*$ und $A = \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$. A ist bekanntermaßen nicht regulär, wie man mit dem Pumping Lemma beweisen kann, kann aber durch eine Grammatik $G = (V, \{a, b\}, \{S \to aSb \mid \epsilon\}, S)$ erzeugt werden. Für B gibt es einen deterministischen endlichen Automaten.

(c) Es gibt unentscheidbare Sprachen L über den Alphabet Σ, so dass sowohl L als auch das Komplement $\overline{L} = \Sigma \setminus L$ rekursiv aufzählbar (= partiell entscheidbar) sind.

> Stimmt nicht. Ist L und sein Komplement rekursiv aufzählbar so können wir L entscheiden, denn wir haben eine Maschine die auf Eingabe x hält und akzeptiert, wenn $x \in L$ ist, sowie eine Maschine die hält, wenn x und akzeptiert, wenn $x \notin L$ ist. Daraus lässt sich eine Maschine konstruieren, die L entscheidet.

(d) Sei L eine beliebige kontextfreie Sprache über dem Alphabet Σ. Dann ist das Komplement $\overline{L} = \Sigma \setminus L$ entscheidbar.

> Stimmt. Es gibt einen Entscheider für die Sprache L. Dieser entscheidet für eine Eingabe x, ob diese in L ist oder nicht. Negiert man diese Entscheidung, so ergibt sich ein Entscheider für $\overline{L}$

Schreiben Sie zuerst zur Aussage „Stimmt“ oder „Stimmt nicht“ und dann Ihre Begründung.