Aufgabe 5

Wir betrachten das Behälterproblem BEHAELTER. Gegeben ist eine Menge von k € N Behältern, die jeweils ein Fassungsvermögen der Größe b € N haben. Gegeben sind weiterhin n Objekte mit jeweiligen Größen aı,...,@„. Gesucht ist eine Zuordnung der n Objekte auf die k Behälter, sodass keiner der Behälter überläuft.

Formal sind Instanzen des Behalterproblems BEHAELTER durch Tupel (k„ a1,...@n) gegeben, die wie folgt zu interpretieren sind:

- k EN steht für eine Anzahl von Behältern.
- Jeder Behälter hat ein Fassungsvermögen von bEN.
- Die a, stehen für die jeweiligen Größen von n Objekten.

Zuordnungen von Objekten zu Behältern geben wir durch eine Funktion v an, wobei v(j) = i wenn das j-te Objekt (mit Größe a,) dem i-ten Behälter zugeordnet wird.

(k,b,aı,...Q,) ist eine JA-Instanz von BEHAELTER, wenn es eine Zuordnung v von Objekten auf Behälter (v : [1;n] — [1; k]) gibt, die sicherstellt, dass kein Behälter überläuft:

(k,b,a1,...4n) € BEHABLTER <=> (3v: [1;n] > [1;k]. Vik. S> a; <0) i=v(3)

Wir betrachten auch das modifizierte Problem GERADEBEHAELTER. Instanzen von GERADEBEHAELTER tragen die zusätzliche Einschränkung, dass alle a; gerade (durch zwei teilbar) sein müssen.

(a) Warum ist sowohl BEHAELTER € NP als auch GERADEBEHAELTER € NP?

(b) Beweisen Sie, dass das Problem BEHAELTER auf das Problem GERADEBEHAELTER in polynomieller Zeit reduzierbar ist.

(c) BEHAELTER ist NP-vollständig. Begründen Sie, was obige Reduktion für die Komplexität von GERADEBEHAELTER bedeutet. BEHAELTER ist NP-vollständig. Begründen Sie, was obige Reduktion für die Komplexität von GERADEBEHAELTER bedeutet.