Aufgabe 1

Die Sprache L über den Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ enthält alle Wörter, bei denen beim Lesen von links nach rechts der Unterschied in der Zahl der 0en und 1en stets höchstens 3 ist. Also ist $w \in L$ genau dann, wenn für alle u, v mit $w = uv$ gilt $||u|_0|u|_1| \leq 3$. Erinnerung: $|w|_a$ bezeichnet die Zahl der a's im Wort w.

(a) Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, E)$ ein deterministischer endlicher Automat für L. Es sei $w_1 = 111$, $w_2 = 11$, $w_3 = 1$,$w_4 = \epsilon$, $w_5 = 0$, $w_6 = 00$, $w_7 = 000$. Machen Sie sich klar, dass der Automat jedes dieser Wörter verarbeiten können muss. Folgern Sie, dass der Automat mindestens sieben Zustände haben muss. Schreiben Sie Ihr Argumentation schlüssig und vollständig auf.

(b) Begründen Sie, dass L regulär ist.

(c) Jemand behauptet, diese Sprache sei nicht regulär und gibt folgenden „Beweis" dafür an: Wäre L regulär, so sei n eine entsprechende Pumping-Zahl. Nun ist $w = (01)n \in L$. Zerlegt man nun $w = uxv$, wobei $u = 0$, $x = 1$, $v = (01)n1$, so ist zum Beispiel $ux5v \notin L$, denn es ist $ux5v =$ 01111101010101.... Legen Sie genau dar, an welcher Stelle dieser „Beweis" fehlerhaft ist.

(d) In anderen Fällen können nichtdeterministische endliche Automaten echt kleiner sein als die besten deterministischen Automaten. Ein Beispiel ist die Sprache $L_2 = \Sigma 1 \Sigma$ aller Wörter, deren vorletztes Symbol 1 ist. Geben Sie einen nicht- deterministischen Automaten mit nur drei Zuständen an, L_2 erkennt.

(e) Führen Sie auf Ihrem Automaten die Potenzmengenkonstruktion und anschließend den Minimierungsalgorithmus durch. Wie viele Zustände muss ein deterministischer Automat für L_2 also mindestens haben?