

Aufgabe 1

Gesucht ist eine Turing-Maschine mit genau einem beidseitig unendlichen Band, die die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x) = 3x$ berechnet. Zu Beginn der Berechnung steht die Eingabe binär codiert auf dem Band, wobei der Kopf auf die linkeste Ziffer (most significant bit) zeigt. Am Ende der Berechnung soll der Funktionswert binär codiert auf dem Band stehen, wobei der Kopf auf ein beliebiges Feld zeigen darf.

- (a) Beschreiben Sie zunächst in Worten die Arbeitsweise Ihrer Maschine.

$$13 \cdot 3 = 0b1101 \cdot 0b11 = 39 = 0b100111:$$

$$\begin{array}{r} 1 1 0 1 \\ 1 1 0 1 \\ \hline 1 0 0 1 1 1 \end{array}$$

Die entworfene Turingmaschine imitierte der Vorgehensweise beim schriftlichen Multiplizieren. Die Maschine geht zunächst an das Leerzeichen am rechten Ende des Eingabewortes. Die Maschine bewegt sich nun zwei Schritte nach links und liest die Zahlen ein und addiert sie. Schließlich bewegt sich die Maschine einen Schritt nach rechts und schreibt das Ergebnis der Addition. Dabei wird das Eingabewort überschrieben allmählich überschrieben.

- (b) Geben Sie dann das kommentierte Programm der Turing-Maschine an und erklären Sie die Bedeutung der verwendeten Zustände.

z_0	An das rechte Ende des Eingabewortes gehen
z_1	Übertrag 0
z_2	Übertrag 1
z_3	1. Additionsschritt: +0
z_4	1. Additionsschritt: +1
z_5	1. Additionsschritt: +2
z_6	2. Additionsschritt: +0
z_7	2. Additionsschritt: +1
z_8	2. Additionsschritt: +2
z_9	2. Additionsschritt: +3
z_{10}	Endzustand

Nicht sehr übersichtlich hier: Im Anhang findet sich die JSON-Datei für flaci.com

