

Einzelprüfung „Theoretische Informatik / Algorithmen (vertieft)“

Einzelprüfungsnummer 66115 / 2021 / Frühjahr

Thema 2 / Teilaufgabe 1 / Aufgabe 3

(Turingmaschine M von w)

Stichwörter: Entscheidbarkeit

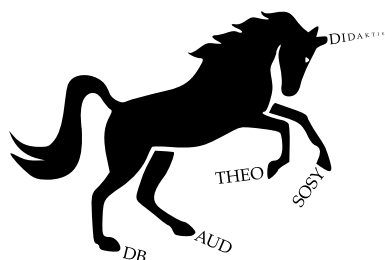
Wir betrachten eine Gödelisierung von Turingmaschinen und bezeichnen mit M_w die Turingmaschine, die gemäß der Kodierung des Binärworts w kodiert wird. Außerdem bezeichnen wir mit $M_w(x)$ die Ausgabe der Maschine M_w bei Eingabe x . Sie dürfen davon ausgehen, dass x immer ein Binärstring ist. Der bekannte Satz von Rice sagt:

Sei S eine Menge berechenbarer Funktionen mit $\emptyset \neq S \neq \mathcal{R}$, wobei \mathcal{R} die Menge aller berechenbaren Funktionen ist. Dann ist die Sprache $L = \{ w \mid f_{M_w} \in S \}$ unentscheidbar.

Hier ist f_{M_w} die von M_w berechnete Funktion.

Zeigen Sie für jede der nachfolgenden Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$ entweder, dass sie entscheidbar ist, oder zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Rice, dass sie unentscheidbar ist. Geben Sie beim Beweis der Unentscheidbarkeit die Menge S der berechenbaren Funktionen an, auf die Sie den Satz von Rice anwenden. Wir bezeichnen die Länge der Eingabe x mit $|x|$.

- (a) $L = \{ w \mid M_w \text{ akzeptiert die Binarkodierungen der Primzahlen (und lehnt alles andere ab)} \}$
- (b) $L = \{ w \mid \text{es gibt eine Eingabe } x, \text{ so dass } M_w(x) \text{ das Symbol 1 enthält} \}$
- (c) $L = \{ w \mid M_w(x) \text{ hält für jedes } x \text{ mit } |x| < 1000 \text{ nach höchstens 100 Schritten an} \}$
- (d) $L = \{ w \mid M_w \text{ hat für jede Eingabe dieselbe Ausgabe} \}$
- (e) $L = \{ w \mid \text{die Menge der Eingaben, die von } M_w \text{ akzeptiert werden, ist endlich} \}$



Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an hermine.bschlangaul@gmx.net. Der TeX-Quelltext dieser Aufgabe kann unter folgender URL aufgerufen werden: <https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Staatsexamen/66115/2021/03/Thema-2/Teilaufgabe-1/Aufgabe-3.tex>