

# Abitur 2019 IV

(Collatz)

**Stichwörter:** Ein-Adress-Befehl-Assembler

Das Collatz-Problem ist ein immer noch ungelöstes Problem der Mathematik. Dabei geht es um Zahlenfolgen, die nach folgendem Algorithmus gebildet werden, wobei der Eingabewert  $n$  eine natürliche Zahl größer 0 ist:

collatzfolge( $n$ )

wiederhole solange $n$ ungleich 1 ist.	
$n$ ist gerade	
wahr	falsch
$n = \frac{n}{2}$	$n = 3 \cdot n + 1$

Obwohl der Algorithmus sehr einfach ist, ist bis heute ungeklärt, ob er tatsächlich bei jedem beliebigen Startwert von  $n$  nach endlich vielen Durchläufen der Wiederholung terminiert.

- (a) Geben Sie die Zahlenfolge an, die man mit dem Startwert 7 erhält, wenn  $n$  nach jedem Durchlauf der Wiederholung ausgegeben wird.

Lösungsvorschlag

7 22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1

- (b) Beschreiben Sie, wie man mithilfe der ganzzahligen Division ohne Rest prüfen kann, ob eine Zahl  $a$  durch eine andere Zahl  $b$  teilbar ist.

Lösungsvorschlag

Wenn man das Ergebnis der Division der beiden Zahlen  $a$  und  $b$  mit  $b$  multipliziert und nach der Multiplikation als Ergebnis wieder die Zahl  $a$  feststeht, dann handelt es sich um eine Division ohne Rest, ergibt sich eine Zahl, die kleiner als  $a$  ist, so handelt es sich um eine Division mit Rest.

- (c) Geben Sie ein Programm für die Registermaschine an, das den gegebenen Algorithmus `collatzfolge(n)` umsetzt, wobei zusätzlich die Anzahl der Durchläufe der Wiederholung bestimmt werden soll. Der Startwert für  $n$  steht am Anfang bereits in Speicherzelle 100.

Lösungsvorschlag

**Ohne Modulo**

```
# n:      100
# anzahl: 101

                LOADI 0
                STORE 101

# WHILE n <> 1
solange:        LOAD 100
                SUBI 1
                JMPZ ende

# anzahl := anzahl + 1;
zaehler:        LOAD 101
                ADDI 1
                STORE 101

# Poorman's Modulo
# IF (n % 2) = 0 THEN
modulo:         LOAD 100
                DIVI 2
                MULI 2
                SUB 100
                JMPN ist_ungerade

# n := n / 2;
ist_gerade:      LOAD 100
                DIVI 2
                STORE 100
                JMP solange

# n := 3 * n + 1;
ist_ungerade:    LOAD 100
                MULI 3
                ADDI 1
                STORE 100
                JMP solange

ende:           HOLD
```

**Mit Modulo**

```
# n:      100
# anzahl: 101

                LOADI 0
                STORE 101

# WHILE n <> 1
solange:        LOAD 100
                CMPI 1
                JMPZ ende

# IF (n % 2) = 0 THEN
bedingung:      LOAD 100
                MODI 2
                JMPNZ ist_ungerade

# n := n / 2;
ist_gerade:      LOAD 100
                DIVI 2
                STORE 100
                JMP zaehler

# n := 3 * n + 1;
ist_ungerade:    LOADI 3
                MUL 100
                ADDI 1
                STORE 100

# anzahl := anzahl + 1;
zaehler:        LOAD 101
                ADDI 1
                STORE 101
                JMP solange

ende:           HOLD
```

## Minisprache

```

PROGRAM collatz;
VAR n, anzahl;

BEGIN
  n := 7;
  anzahl := 0;
  WHILE n <> 1 DO
    IF (n % 2) = 0 THEN
      n := n / 2;
    ELSE
      n := 3 * n + 1;
    END;
    anzahl := anzahl + 1;
  END
END collatz.

```

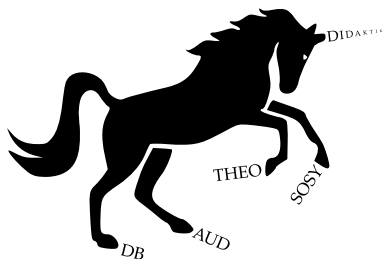
## Java

```

public class Collatz {
  public static void main(String[] args) {
    int n = 7;
    int anzahl = 0;
    while (n != 1) {
      if (n % 2 == 0) {
        n = n / 2;
      } else {
        n = 3 * n + 1;
      }
      anzahl++;
      System.out.println(n);
    }
    System.out.println("Anzahl an Durchläufen " + anzahl);
  }
}

```

Code-Beispiel auf Github ansehen: [src/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/tech\\_info/assembler/ein\\_adress/Collatz.java](https://github.com/bschlangaul/aufgaben/blob/main/java/org/bschlangaul/aufgaben/tech_info/assembler/ein_adress/Collatz.java)



## Die Bschlangaul-Sammlung

Hermine Bschlangaul and Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: [https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/50\\_TECH/10\\_Ein-Adress/Aufgabe\\_06-Abitur-2019-IV-Collatz.tex](https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/50_TECH/10_Ein-Adress/Aufgabe_06-Abitur-2019-IV-Collatz.tex)