Aufgabe 6 (O-Notation)

(a) Sortieren Sie die unten angegebenen Funktionen der O-Klassen $O(a(n))$, $O(b(n))$, $O(e(n))$, $O(d(n))$ und $O(e(n))$ bezüglich ihrer Teilmengenbeziehungen. Nutzen Sie ausschließlich die echte Teilmenge C sowie die Gleichheit = für die Beziehung zwischen den Mengen. Folgendes Beispiel illustriert diese Schreibweise für einige Funktionen fı bis fs (diese haben nichts mit den unten angegebenen Funktionen zu tun):

$$O(f_4(n)) \subset O(f_3(n)) = O(f_5(n)) \subset O(f_1(n)) = O(f_2(n))$$

Die angegebenen Beziehungen müssen weder bewiesen noch begründet werden.

- $a(n) = n^2 \cdot \log_2(n) + 42$
- $b(n) = 2^n + n^4$
- $c(n) = 2^{2 \cdot n}$
- $d(n) = 2^{n+3}$
- $e(n) = \sqrt{n^5}$

(b) Beweisen Sie die folgenden Aussagen formal nach den Definitionen der O-Notation oder widerlegen Sie sie.

(i) Ofn - log,n) C O(n - (log, n)*)

(ii) 2″*! € O(2″)

(c) Bestimmen Sie eine asymptotische Lösung (in ©-Schreibweise) für die folgende Rekursionsgleichung:

(i) (i) [8 Punkte] T(n) =4-T(8) +n′

(ii) (ii) [8 Punkte] T(n) =T(2)+3n′+n