

Pumping-Lemma

1

$$L_1 = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

Erläuterung: w^R ist die Spiegelung von w , d. h. es enthält die Zeichen von w in umgekehrter Reihenfolge. Worte von L_1 sind also z. B. $c, abcba, bbbaabacabaabbb$

L_1 ist kontextfrei.

Beweis, dass L_1 nicht regulär ist, durch das Pumping Lemma:

Wir nehmen an L_1 wäre regulär. Dann gibt es einen endlichen Automaten, der L_1 erkennt. Die Anzahl der Zustände dieses Automaten sei k . Wir wählen jetzt das Wort $x = a^k c a^k$. x liegt in L_1 , und ist offensichtlich länger als k . Dieses Wort muss irgendwo eine Schleife, also einen aufpumpbaren Teil enthalten, d. h. man kann es so in uvw zerlegen, dass für jede natürliche Zahl i auch $uv^i w$ zu L_1 gehört. Wo könnte dieser aufpumpbare Teil liegen?

Fall 1: Der aufpumpbare Teil v liegt komplett im Bereich des ersten a^k -Blocks. Dann würde aber $uv^2w = a^{k+|v|} c a^k$ mehr a 's im ersten Teil als im zweiten Teil enthalten und läge nicht mehr in L_1 .

Fall 2: v enthält das c . Dann würde aber uv^2w zwei c 's enthalten und läge damit nicht mehr in L_1 .

Fall 3: Der aufpumpbare Teil liegt komplett im Bereich des zweiten a^k -Blocks. Dann liegt analog zu Fall 1 uv^2w nicht mehr in L_1 . Unser Wort lässt sich also nicht so zerlegen, dass man den Mittelteil aufpumpen kann, also ist die Annahme, dass L_1 regulär ist, falsch.

Beweis, dass L_1 kontextfrei ist, durch Angabe einer kontextfreien Grammatik:

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aSa \\ S \rightarrow bSb \\ S \rightarrow c \end{array} \right\}$$

¹<http://www.coli.uni-saarland.de/courses/I2CL-10/material/Uebungsblaetter/Musterloesung4.4.pdf>