

## Reduktion-Turingmaschine

Betrachten Sie das folgende Entscheidungsproblem: Eingabe: eine geeignete codierte Turingmaschine  $M$  Ausgabe: entscheiden, ob die Turingmaschine  $M$  auf jedes Eingabewort nach höchstens 42 Schritten hält. Ist dieses Problem entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Antwort.

$M$  sei TM.  $M$  liest in jedem Schritt höchstens ein Zeichen der Eingabe.  
⇒ Eingabe hat höchstens 42 Zeichen. ⇒ Menge der zu entscheidenden Wörter ist endlich. ⇒ Wir können alle Wörter der Sprache aufzählen und damit das Problem lösen.

Beweisen Sie mit Hilfe eines Reduktionsbeweises, dass das folgende Problem nicht entscheidbar ist: Eingabe: zwei (geeignete codierte) Turingmaschinen  $M_1$  und  $M_2$  sowie ein Eingabewort  $\omega$  Ausgabe: entscheiden, ob  $M_1$  auf Eingabewort  $\omega$  hält und  $M_2$  auf  $\omega$  nicht hält.

Das beschriebene Problem sei  $H_N$ . Die TM  $M_N$ , die zu  $H_N$  gehört, sei wie folgt definiert: • Wir wählen eine zu  $\omega$  passende TM  $M_0$  aus dem Halteproblem  $H_0$  aus, so dass  $M_0(\omega)$  hält. • Wir definieren eine TM  $M_\perp$ , die zu keiner Eingabe hält. Dann ist für  $M_N$   $M_0(w)\#M_\perp(w)$  eine Möglichkeit für das Problem  $H_N$ . Da aber  $H_0$  nicht entscheidbar, so ist auch  $H_N$  nicht entscheidbar.