

Aufgabe 3

Sie sollen mithilfe von Falltests eine neue Serie von Smartphones auf Bruchsi-
cherheit testen.

Dazu wird eine Leiter mit n Sprossen verwendet; die höchste Sprosse, von
der ein Smartphone heruntergeworfen werden kann ohne zu zerbrechen, heiße
„höchste sichere Sprosse“. Das Ziel ist, die höchste sichere Sprosse zu ermitteln.
Man kann davon ausgehen, dass die höchste sichere Sprosse nicht von der Art
des Wurfs abhängt und dass alle verwendeten Smartphones sich gleich verhal-
ten. Eine Möglichkeit, die höchste sichere Sprosse zu ermitteln, besteht darin,
ein Gerät erst von Sprosse 1, dann von Sprosse 2, etc. abzuwerfen, bis es schließ-
lich beim Wurf von Sprosse k beschädigt wird (oder Sie oben angelangt sind).
Sprosse $k - 1$ (bzw. n) ist dann die höchste sichere Sprosse. Bei diesem Verfah-
ren wird maximal ein Smartphone zerstört, aber der Zeitaufwand ist ungünstig.

- (a) Bestimmen Sie die Zahl der Würfe bei diesem Verfahren im schlechtesten
Fall.

Die Zahl der Würfe im schlechtesten Fall ist $\mathcal{O}(k)$, wobei k die Anzahl
der Sprossen ist. Geht das Smartphone erst bei der höchsten Sprosse
kaputt, muss es k mal heruntergeworfen werden. Die Komplexität
entspricht der der linearen Suche.

- (b) Geben Sie nun ein Verfahren zur Ermittlung der höchsten sicheren Spros-
se an, welches nur $\mathcal{O}(\log n)$ Würfe benötigt, dafür aber möglicherweise
mehr Smartphones verbraucht.
- (c) Es gibt eine Strategie zur Ermittlung der höchsten sicheren Sprosse mit
 $\mathcal{O}(\sqrt{n})$ Würfen, bei dessen Anwendung höchstens zwei Smartphones ka-
puttgehen. Finden Sie diese Strategie und begründen Sie Ihre Funktions-
weise und Wurfzahl.

Tipp: der erste Testwurf erfolgt von Sprosse $\lceil \sqrt{n} \rceil$.

Exkurs: Interpolationssuche

Die Interpolationssuche, auch Intervallsuche genannt, ist ein
von der binären Suche abgeleitetes Suchverfahren, das auf Lis-
ten und Feldern zum Einsatz kommt.

Während der Algorithmus der binären Suche stets das mittlere
Element des Suchraums überprüft, versucht der Algorithmus
der Interpolationssuche im Suchraum einen günstigeren Teil-
ungspunkt als die Mitte zu erraten. Die Arbeitsweise ist mit
der eines Menschen vergleichbar, der ein Wort in einem Wör-
terbuch sucht: Die Suche nach Zylinder wird üblicherweise am
Ende des Wörterbuches begonnen, während die Suche nach
Aal im vorderen Bereich begonnen werden dürfte. ^a

^a[https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Bin%C3%A4rsuche)
Binärsuche

Exkurs: Quadratische Binärsuche

Quadratische Binärsuche ist ein Suchalgorithmus ähnlich der Binärsuche oder Interpolationssuche. Es versucht durch Reduzierung des Intervalls in jedem Rekursionsschritt die Nachteile der Interpolationssuche zu vermeiden. Idee

Nach dem Muster der Interpolationssuche wird zunächst in jedem rekursiven Schritt die vermutete Position k interpoliert. Anschließend wird – um die Nachteile der Interpolationssuche zu vermeiden – das Intervall der Länge $n \sqrt{n}$ gesucht, in dem sich der gesuchte Wert befindet. Auf dieses Intervall wird der nächste rekursive Aufruf der Suche angewendet.

Auf diese Weise verkleinert sich der Suchraum bei gegebener Liste der Länge n bei jedem rekursiven Schritt auf eine Liste der Länge $n \sqrt{n}$.^a

^ahttps://de.wikipedia.org/wiki/Quadratische_Binärsuche