

Aufgabe 4

$A = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ ist Turingmaschine, die bei Eingabe } 101 \text{ hält} \}$. Dabei bezeichnet $\langle M \rangle$ die Gödelnummer der Turingmaschine M .

- (a) Zeigen Sie, dass A unentscheidbar ist.

Reduktionsbeweis von $H_0 \leq A$: TM U

- (i) Die zu $\langle x' \rangle \in \Sigma^*$ passende TM $\langle x^* \rangle \in \Sigma^*$ aus A suchen mit $\langle x' \rangle = \langle x^* \rangle$
- (ii) 101 auf das Band schreiben
- (iii) $\langle x^* \rangle$ auf 101 starten

Damit könnte U H_0 entscheiden, was aber ein Widerspruch zu H_0 semi-entscheidbar ist. Damit ist A ebenfalls semi-entscheidbar.

- (b) Zeigen Sie, dass A semi-entscheidbar ist.

siehe a)

- (c) Ist das Komplement A^c von A entscheidbar? Ist es semi-entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antworten.

Hinweis: Sie können die Aussagen aus Teilaufgabe a) und b) verwenden, auch wenn Sie sie nicht bewiesen haben.

Wenn A unentscheidbar ist, dann kann entweder A oder A^c semi-entscheidbar sein. Wären beide semi-entscheidbar, dann wäre A aber ebenfalls entscheidbar, was aber nach Voraussetzung ausgeschlossen ist.