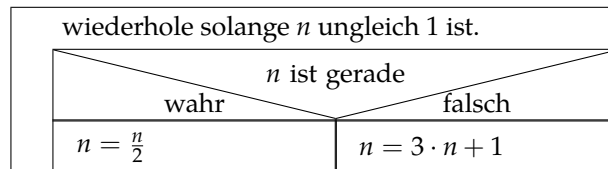


Abitur 2019 IV

Das Collatz-Problem ist ein immer noch ungelöstes Problem der Mathematik. Dabei geht es um Zahlenfolgen, die nach folgendem Algorithmus gebildet werden, wobei der Eingabewert n eine natürliche Zahl größer 0 ist:

collatzfolge(n)



Obwohl der Algorithmus sehr einfach ist, ist bis heute ungeklärt, ob er tatsächlich bei jedem beliebigen Startwert von n nach endlich vielen Durchläufen der Wiederholung terminiert.

- (a) Geben Sie die Zahlenfolge an, die man mit dem Startwert 7 erhält, wenn n nach jedem Durchlauf der Wiederholung ausgegeben wird.

22 11 34 17 52 26 13 40 20 10 5 16 8 4 2 1

- (b) Beschreiben Sie, wie man mithilfe der ganzzahligen Division ohne Rest prüfen kann, ob eine Zahl a durch eine andere Zahl b teilbar ist.

Wenn man das Ergebnis der Division der beiden Zahlen a und b mit b multipliziert und nach der Multiplikation als Ergebnis wieder die Zahl a feststeht, dann handelt es sich um eine Division ohne Rest. Ergibt sich eine Zahl, die kleiner als a ist, so handelt es sich um eine Division mit Rest.

- (c) Geben Sie ein Programm für die Registermaschine an, das den gegebenen Algorithmus `collatzfolge(n)` umsetzt, wobei zusätzlich die Anzahl der Durchläufe der Wiederholung bestimmt werden soll. Der Startwert für n steht am Anfang bereits in Speicherzelle 100.

Mit Modulo

```
1  # n:      100
2  # anzahl: 101
3
4          LOADI 0
5          STORE 101
6
7  # WHILE n <> 1
8  solange:  LOAD 100
9            CMPI 1
10           JMPZ ende
11
12 # IF (n % 2) = 0 THEN
13 bedingung: LOAD 100
14           MODI 2
15           CMPI 0
```

```

15             JMPNZ ist_ungerade
16
17 # n := n / 2;
18 ist_gerade:  LOAD 100
19             DIVI 2
20             STORE 100
21             JMP zaehler
22
23 # n := 3 * n + 1;
24 ist_ungerade: LOADI 3
25             MUL 100
26             ADDI 1
27             STORE 100
28
29 # anzahl := anzahl + 1;
30 zaehler:    LOAD 101
31             ADDI 1
32             STORE 101
33             JMP solange
34
35 ende:       HOLD

1  PROGRAM collatz;
2  VAR n, anzahl;
3
4  BEGIN
5      n := 7;
6      anzahl := 0;
7      WHILE n <> 1 DO
8          IF (n % 2) = 0 THEN
9              n := n / 2;
10         ELSE
11             n := 3 * n + 1;
12         END;
13         anzahl := anzahl + 1;
14     END
15 END collatz.

```