Reguläre Sprache in kontextfreier Sprache

Zeigen Sie, dass sich eine reguläre Sprache ebenfalls als kontextfreie Sprache auffassen lässt.

Im Grunde genommen kann ein DPDA einen deterministischen endlichen Automaten simulieren. Weil ein PDA einen Stack besitzen muss, erhält der PDA ein Symbol Z_0 auf seinem Stack. Der PDA ignoriert den Stack aber und arbeitet lediglich mit seinen Zuständen. Formal ausgedrückt, sei

$$A = (Q, \Sigma, \delta_A, q_0, F)$$

ein DFA. Wir konstruieren einen DPDA

$$P = (Q, \Sigma, \{Z_0\}, \delta_P, q_0, Z_0, F),$$

indem $\delta_P(q,a,Z_0)=\{(p,Z_0)\}$ für alle Zustände p und q aus Q definiert wird, derart dass $\delta_A(q,a)=p$. Wir behaupten, dass $(q_0,w,Z_0)\to(p,\epsilon,Z_0)$ genau dann, wenn $\delta_A(q_0,w)=p$. Das heißt, P simuliert A über seinen Zustand. Beide Richtungen lassen sich durch einfache Induktionsbeweise über |w| zeigen. Da sowohl A als auch P akzeptieren, indem sie einen der Zustände aus F annehmen, schließen wir darauf, dass ihre Sprachen identisch sind.