

# Kontextfreie Sprache

 $((an\ bn)^m)$ 

**Stichwörter:** Kontextfreie Sprache, Kellerautomat

## Kontextfreie Sprache

Gegeben ist die Grammatik  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  und den Produktionen

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow SAB \mid \varepsilon \\ BA \rightarrow AB \\ AA \rightarrow aa \\ BB \rightarrow bb \end{array} \right\}$$

(a) Geben Sie einen Ausdruck an, der die Wörter der Sprache beschreibt.

Lösungsvorschlag

$$L = \{(a^n b^n)^m \mid m \in \mathbb{N}_0 \text{ und } n \in \text{gerade Zahlen}\}$$

Einige Testableitungen um die Grammatik in Erfahrung zu bringen:

„.“ nur als optische Stütze nach 4 Zeichen eingefügt.

### Mit 4 Buchstaben

$$S \vdash SAB \vdash SABAB \vdash ABAB \vdash AAB \vdash aabb$$

### Mit 6 Buchstaben

$$S \vdash \dots \vdash ABAB.AB \vdash AAB.BB \vdash AABA.BB \vdash AAAB.BB \vdash \emptyset$$

### Mit 8 Buchstaben

$$S \vdash \dots \vdash ABAB.ABAB \vdash \dots \vdash aabb.aabb$$

$$S \vdash \dots \vdash ABAB.ABAB \vdash \dots \vdash AAB.BB.AAB \vdash AABA.BAB \vdash AAAB.ABB \vdash AAAB.ABB \vdash AAAA.BBB \vdash aaaa.bbbb$$

### Mit 12 Buchstaben

$$S \vdash \dots \vdash ABAB.ABAB.ABAB \vdash \dots \vdash aabb.aabb.aabb$$

$$S \vdash \dots \vdash ABAB.ABAB.ABAB \vdash AAAA.BBBB.AAB \vdash aaaa.bbbb.aabb$$

$$S \vdash \dots \vdash ABAB.ABAB.ABAB \vdash AAB.BB.ABAB \vdash AABA.BBAB.ABAB \vdash AAAB.BBAB.ABAB \vdash \dots \vdash aaaa.aabb.bbbb$$

(b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G'$  an, für die gilt:  $L(G') = L(G)$

Lösungsvorschlag

$P = \{$

$$S \rightarrow aaSbb \mid SS \mid \varepsilon$$

$\}$

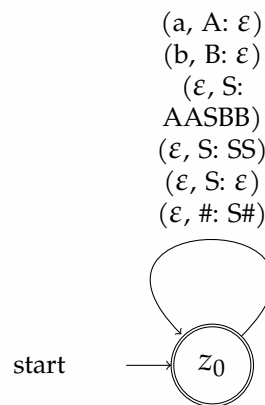
Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Grn19rt8w](http://flaci.com/Grn19rt8w)

(c) Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache akzeptiert.

Lösungsvorschlag

### 1. Kellerautomat (aus der Grammtik abgeleitet)

$$K = (\{z_0\}, \{a, b\}, \{\#, S, A, B\}, \delta, z_0, \#, \{z_0\})$$

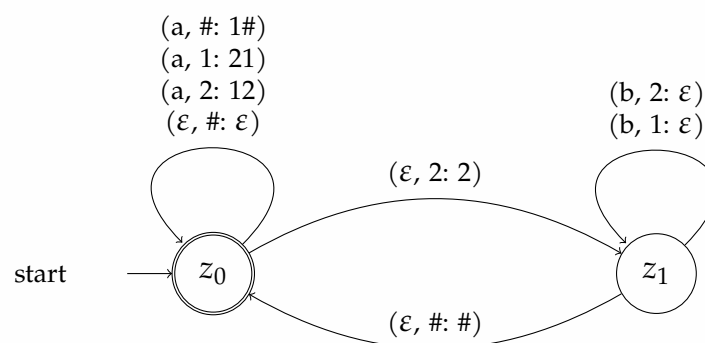


Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Araj960s2](http://flaci.com/Araj960s2)

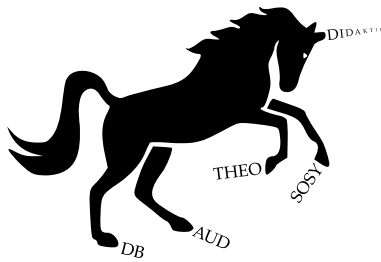
### 2. Kellerautomat

$$K = (\{z_0, z_1\}, \{a, b\}, \{\#, 1, 2\}, \delta, z_0, \#, \{z_0\})$$

Bemerkung zum Kelleralphabet: 1 steht für 1A, also ein  $a$  befindet sich im Keller, und 2 steht für 2A, also zwei  $a$  befinden sich im Keller.



Der Automat auf [flaci.com](http://flaci.com) (FLACI: Formale Sprachen, abstrakte Automaten, Compiler und Interpreter) Ein Projekt der Hochschule Zittau/Görlitz und der Pädagogischen Hochschule Schwyz: [flaci.com/Ahfqseouz](http://flaci.com/Ahfqseouz)



## Die Bschlangaul-Sammlung

### Hermine Bschlangauland Friends

Eine freie Aufgabensammlung mit Lösungen von Studierenden für Studierende zur Vorbereitung auf die 1. Staatsexamensprüfungen des Lehramts Informatik in Bayern.



Diese Materialsammlung unterliegt den Bestimmungen der Creative Commons Namensnennung-Nicht kommerziell-Share Alike 4.0 International-Lizenz.

Hilf mit! Die Hermine schafft das nicht allein! Das ist ein Community-Projekt! Verbesserungsvorschläge, Fehlerkorrekturen, weitere Lösungen sind herzlich willkommen - egal wie - per Pull-Request oder per E-Mail an [hermine.bschlangaul@gmx.net](mailto:hermine.bschlangaul@gmx.net). Der TeX-Quelltext dieses Dokuments kann unter folgender URL aufgerufen werden: [https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70\\_THEO/10\\_Formale-Sprachen/20\\_Typ-2\\_Kontextfrei/Aufgabe\\_Kontextfreie-Sprache.tex](https://github.com/bschlangaul-sammlung/examens-aufgaben/blob/main/Module/70_THEO/10_Formale-Sprachen/20_Typ-2_Kontextfrei/Aufgabe_Kontextfreie-Sprache.tex)