



资料同化介绍

吴国灿, gcwu@bnu.edu.cn
全球变化与地球系统科学研究院
北京师范大学
2016.6.27 教十 111



1.引言

2.经验分析方案

2.1多项式拟合

2.2逐步订正法(SCM)

2.3松弛逼近(Nudging)

3. 统计估计方法

3.1高斯分布

3.2贝叶斯估计

3.3最大似然估计

3.4最小方差估计

3.5最小二乘估计



4. 最优插值

4.1 预备知识

4.2 最优插值方案

4.3 实践中对OI的近似

4.4 OI迭代方法

5. 变分同化方法

5.1 切线性模式与伴随

5.2 三维变分

5.3 四维变分



6. 卡尔曼滤波及其衍生

6.1 卡尔曼滤波

6.2 扩展卡尔曼滤波

6.3 集合卡尔曼滤波

6.4 集合平方根滤波

6.5 无迹卡尔曼滤波

6.6 集合转换卡尔曼滤波

7. 应用实例

7.1 土壤湿度同化系统

7.2 碳通量同化系统



8. 克里金插值

8.1 随机函数与平稳要求

8.2 基本思路-以普通克里金为例

8.3 变差函数

8.4 简单例子

8.5 克里金插值方法

9 光滑样条

9.1 基本内容

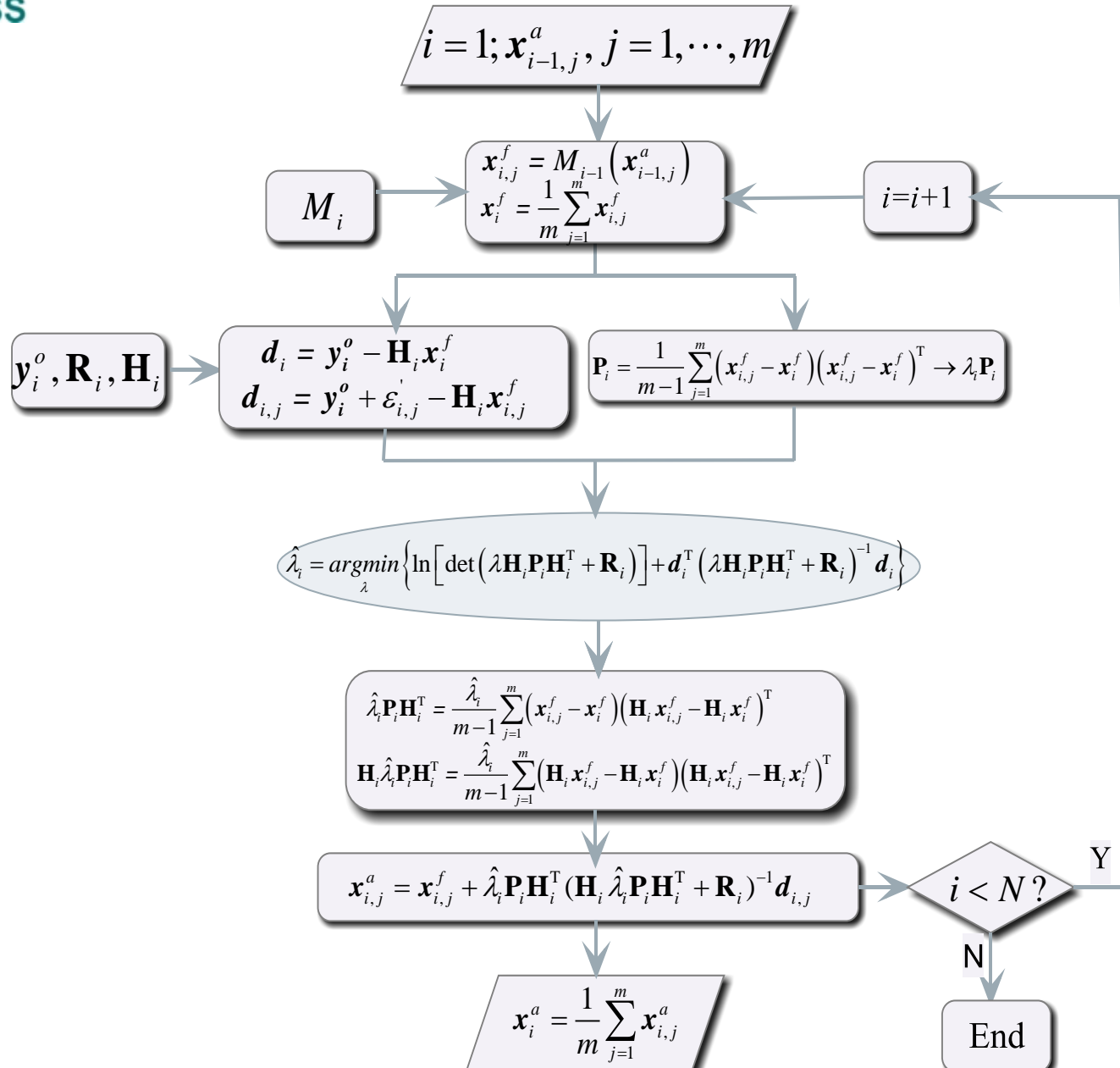
9.2 光滑参数的确定

9.3 关于岭回归

9.4 二维形式

9.5 应用实例

EnKF with forecast error inflation





Runge-Kutta数值积分公式

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), y(t_0) = y_0$$

基本思想：用几个点上的 $y(t)$ 的一阶导函数值的线性组合来近似代替 $y(t)$ 在某一点的各阶导数，用Taylor级数展开式确定线性组合中各加权系数。

既可避免计算高阶导数，又可提高数值积分的精度，这就是Runge-Kutta法的基本思想。



Runge-Kutta数值积分公式

四阶Runge-Kutta公式:

$$\begin{cases} k_1 = f(t_n, y_n) \\ k_2 = f(t_n + h/2, y_n + h/2 k_1) \\ k_3 = f(t_n + h/2, y_n + h/2 k_2) \\ k_4 = f(t_n + h, y_n + h k_3) \\ y_{n+1} = y_n + h/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases}$$

称 $k_i (i=1,2,3,4)$ 为第 i 个Runge-Kutta系数。



Runge-Kutta数值积分公式

- 1 需要存储的数据少，占用的存储空间少；
- 2 只需知道初值，即可启动递推公式进行计算，
可自启动；
- 3 容易实现变步长运算。



检验统计量

简单理想模型中，‘真值’可通过数值积分计算获得，第*i*个时刻分析值的均方根误差为

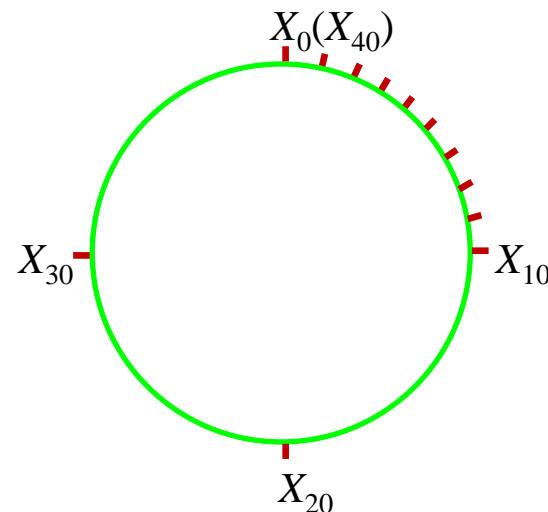
$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \left\| \mathbf{x}_i^{\text{a}} - \mathbf{x}_i^{\text{t}} \right\|^2}$$



Lorenz-96 同化实验

Lorenz-96 Model

$$\frac{dX_j}{dt} = (X_{j+1} - X_{j-2})X_{j-1} - X_j + F$$



where $j=1, 2, \dots, 40$; $X_{-1}=X_{39}$, $X_0=X_{40}$, $X_{41}=X_1$

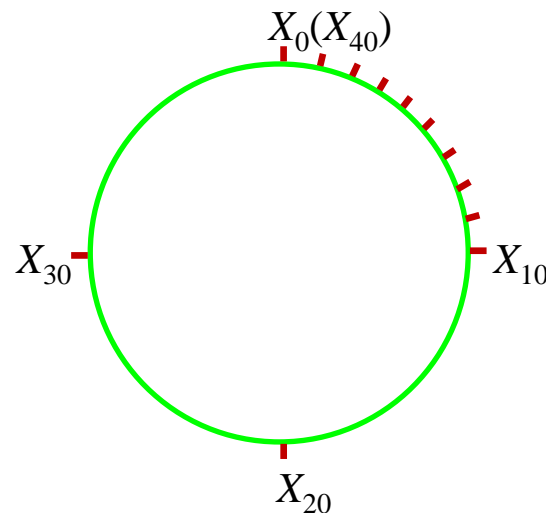
$F=8$ for true model



Lorenz-96 同化实验

Lorenz-96 Model

$$\frac{d\mathbf{X}_j}{dt} = (\mathbf{X}_{j+1} - \mathbf{X}_{j-2})\mathbf{X}_{j-1} - \mathbf{X}_j + F$$



- Initial condition: $X_j = F$, when $j \neq 20$ and $X_{20} = 1.001F$, $\sigma = 0.2$
- Fourth-order Runge-Kutta time integration scheme
- $F=8$ when generating the true states, $dt=0.05$
- $F'=6$ for forecast in assimilation
- Ensemble size=30



Lorenz-96 同化实验

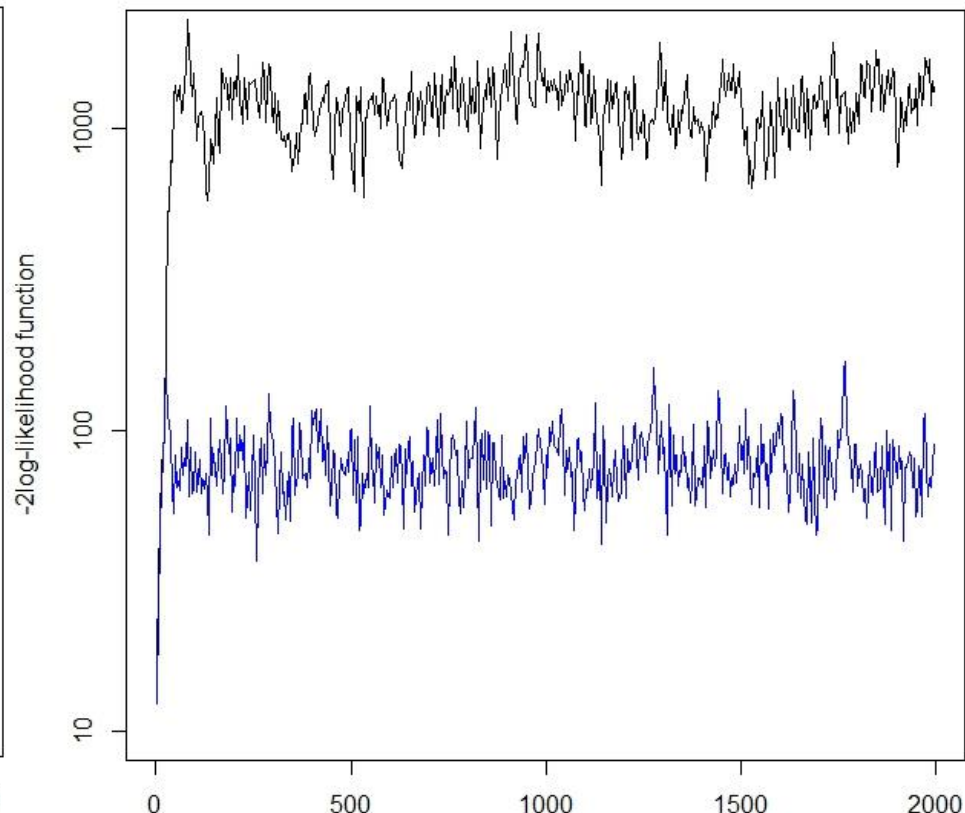
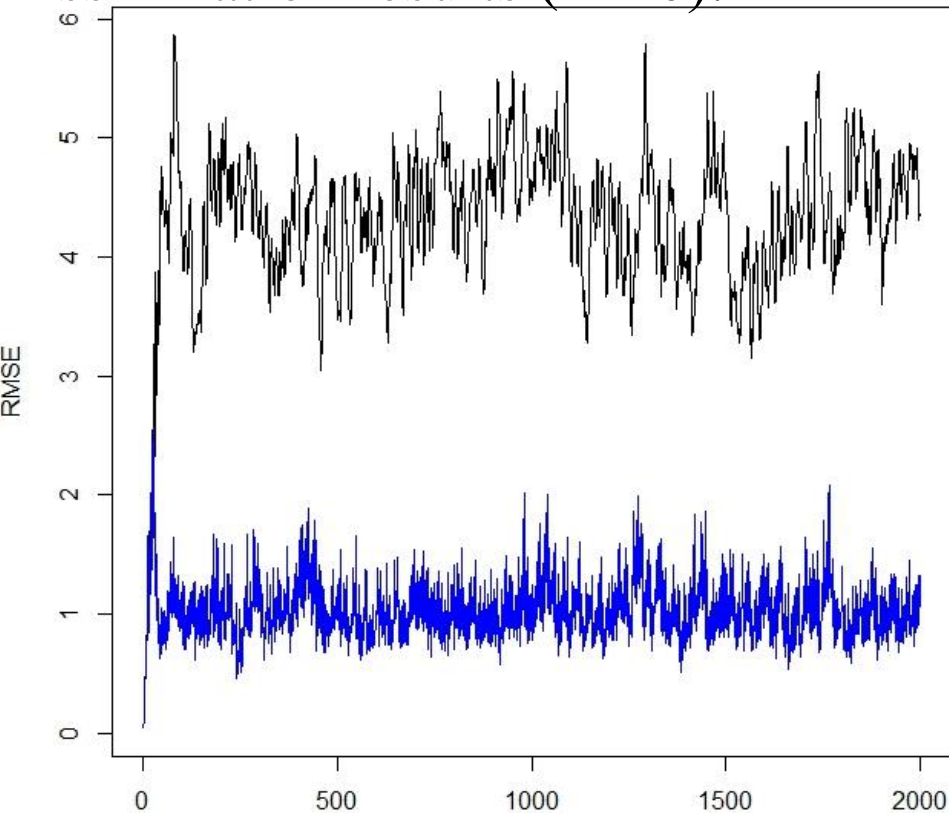
Observation system

- Observation=true state +random error
- error variance=1
- spatial correlation= $0.5^{\min\{|k-k'|, 40-|k-k'|\}}$
- every 4 time steps for 2000 steps



Lorenz-96 同化实验

Assimilation results ($F'=6$):



Scheme	Time-mean RMSE	Time-mean L
EnKF	4.32	1193.45
EnKF-Inf	1.03	78.30



作业要求：

- 按照上述同化方案和模型假设，同化lorenz-40模型
- 7月16日之前，交电子版作业（程序和实验结果）
- **gcwu@bnu.edu.cn**



```
lorenz<-function(F,x){  
  f<-function(x){  
    dx<-array(c(nx,1))  
    dx[1]<-(x[2]-x[nx-1])*x[nx]-x[1]+F  
    dx[2]<-(x[3]-x[nx])*x[1]-x[2]+F  
    for (j in 3:(nx-1))  
    {dx[j]<-(x[j+1]-x[j-2])*x[j-1]-x[j]+F}  
    dx[nx]<-(x[1]-x[nx-2])*x[nx-1]-x[nx]+F  
    return(dx)  
  }  
  f1<-x+f(x)*dt/2  
  f2<-x+f(f1)*dt/2  
  f3<-x+f(f2)*dt  
  f4<-x+(f(x)+f(f1)*2+f(f2)*2+f(f3))*dt/6  
  return(f4)  
}
```




谢谢！