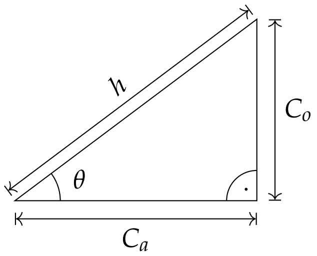
LISTA 4, ROTAÇÕES

FORMULÁRIO

Relações Trigonométricas



$$\operatorname{sen}\theta = C_o/h \qquad \cos\theta = C_a/h$$
$$\tan\theta = C_o/C_a \qquad h^2 = C_o^2 + C_a^2$$

Cinemática unidimensional

Fórmulas para aceleração constante:

$$v = v_0 + at \qquad \omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad \Delta\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$$
$$\Delta x = \frac{(v_0 + v)t}{2} \qquad \Delta\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$$
$$\Delta x = vt - \frac{at^2}{2} \qquad \Delta\theta = \omega t - \frac{\alpha t^2}{2}$$

Relações entre as grandezas angulares e lineares:

$$s = \theta r \qquad v = \omega r$$
$$a_t = \alpha r \qquad a_r = v^2/r = \omega^2 r$$

Leis de Newton

$$\vec{F}_R^{\text{Ext}} = \frac{d\vec{P}_{\text{CM}}}{dt} = m\vec{a}_{\text{CM}} \qquad \vec{\tau}_R^{\text{Ext}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\alpha$$

Momento Linear, Torque e Momento Angular

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$\tau = rF\operatorname{sen}\phi \qquad \ell = rp\operatorname{sen}\phi$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$
$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

Se $\vec{F}_R^{\text{Ext}} = 0$, então

$$\vec{P}_{\text{CM}}^i = \vec{P}_{\text{CM}}^f$$

Se $\vec{\tau}_R^{\text{Ext}} = 0$, então

$$\vec{L}^i = \vec{L}^f$$

Trabalho, Energia Potencial e Energia Cinética

$$\Delta K = W$$
$$\Delta U = -W$$
$$E_{\text{Mec}} = K_{\text{trans}} + K_{\text{rot}} + U$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = \int \tau d\theta$$
$$W_g = -mg\Delta h$$

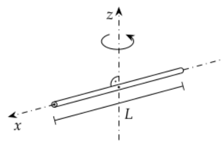
$$K = mv^2/2$$
$$K_{\text{rot}} = I\omega^2/2$$

$$U_g = mgh + C$$

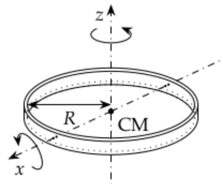
Momento de Inércia

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

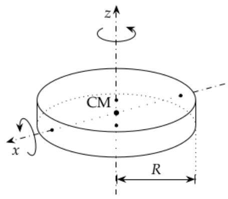
$$I_{\text{p}} = I_{\text{CM}} + Mh^2$$



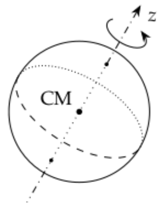
$$I_z = ML^2/12$$



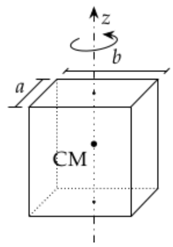
$$I_z = MR^2$$
$$I_x = MR^2/2$$



$$I_z = MR^2/2$$
$$I_x = MR^2/4$$



$$I_z^{\text{oca}} = \frac{2}{3}MR^2$$
$$I_z^{\text{maciça}} = \frac{2}{5}MR^2$$



$$I_z = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$$

Cinemática da rotação

1. Um disco ligado a um motor elétrico gira a 500 rev/min quando ocorre uma falta de energia. O disco tem massa 40 kg e diâmetro de 75 cm. A falha no fornecimento de energia dura 30 s e nesse tempo o disco diminui sua velocidade de rotação devido a forças de atrito. Durante tal desaceleração, o disco completa 200 rev.
   (a) Qual a velocidade de rotação quando a energia elétrica volta? [**R.:** 300 rev/min.]
   (b) Quanto tempo o disco levaria para parar caso a energia não voltasse? [**R.:** 1,25 min.]

2. Em $t = 0,00$ s um disco de corte tem uma velocidade angular de 24,0 rad/s. Sua aceleração angular é de 30,0 rad/s^2 até que o motor é desligado em $t = 2,00$ s. A partir de então, o disco está sujeito a uma desaceleração constante devido a forças de atrito, sofrendo um deslocamento angular de 432 rad até parar.
   (a) Qual é o deslocamento angular total entre $t = 0$ s e o momento em que ele para de girar? [**R.:** 540 rad.]
   (b) Qual é o valor de t quando o disco para? [**R.:** 12,3 s.]

3. Um disco precisa de três segundos para realizar 37 voltas completas. Sua velocidade angular no final do intervalo de três segundos é de 98,0 rad/s. Qual é a aceleração angular da roda (assumindo que ela é constante)? [**R.:** 14 rad/s^2.]

4. O tambor de uma máquina de lavar inicia seu ciclo de "centrifugação". Partindo do repouso, ela demora 8,00 s para acelerar a uma taxa constante até sua velocidade angular máxima $\omega_f = 5{,}0$ rev/s. No momento em que ela atinge tal velocidade, ocorre uma falta de energia e o tambor desacelera a uma taxa constante, parando após 12,0 s. Qual é o deslocamento angular total realizado pelo tambor entre o instante em que ele começa a acelerar e o instante em que ele para? [**R.:** 50 rev.]

Relação entre as variáveis da rotação e da translação

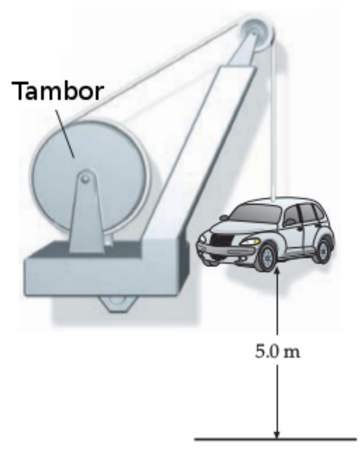
5. Uma criança empurra um carrossel. A posição angular do carrossel varia com o tempo de acordo com $\theta(t) = \gamma t + \beta t^2$, onde $\gamma = 0{,}400$ rad/s e $\beta = 0{,}0120$ rad/s^2.
   (a) Calcule a expressão que determina a velocidade angular do carrossel como função do tempo. [**R.:** $\omega = \gamma + 2\beta t$.]
   (b) Determine a velocidade inicial do carrossel, isto é, $\omega(t = 0)$. [**R.:** γ.]
   (c) Se a criança consegue correr a uma velocidade máxima de 3,2 m/s, determine qual será o deslocamento angular que ela terá percorrido entre $t = 0$ e o momento onde ela atinge essa velocidade. Considere que a aceleração é constante e que o raio do carrossel é de 1,2 m. [**R.:** 145 rad.]

6. Para dar a partida em um cortador de grama movido a gasolina, você deve puxar uma cordinha que está enrolada ao longo do perímetro de uma polia. Depois de puxar a corda por 0,95 s, a polia está girando a 4,5 rev/s quando a cordinha de desprende. No entanto, esta tentativa de ligar o cortador não funciona, e a polia acaba por parar após 0,24 s do desprendimento da cordinha. Suponha aceleração constante, tanto durante a puxada da cordinha, quanto durante o freamento da polia.
   (a) Determine a aceleração angular média enquanto a corda é puxada e depois que ela solta. [**R.:** $\alpha_1 = 4{,}7$ rev/s^2, $\alpha_2 = -19$ rev/s^2.]
   (b) Determine a razão entre o número de voltas realizadas na primeira etapa e o número de voltas realizadas na segunda etapa. [**R.:** 4,0.]

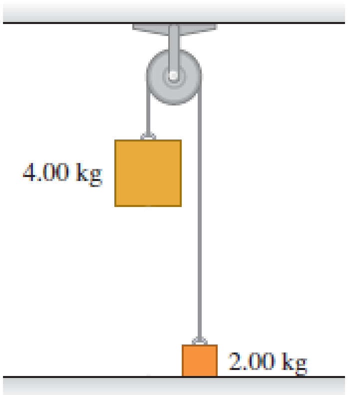
Dinâmica da rotação I

7. **Discursiva:** Pode uma única força aplicada a um corpo alterar simultaneamente se movimento de translação e de rotação? Explique.

8. Um carro de 1 200 kg está sendo retirado da água por um guincho. No momento em que o carro está a 5,0 m acima da água, a caixa de engrenagens quebra e o tambor do guincho gira livremente enquanto o carro cai. Durante a queda do carro, não existe deslizamento entre a corda (sem massa), a polia e o tambor. O momento de inércia do tambor do guincho é de 320 kg · m^2 e o momento de inércia da polia é desprezível. O raio do tambor é de 0,800 m e o raio da polia é de 0,300 m. Suponha que o carro parte do repouso. Determine a velocidade com que ele atinge a água. [**R.:** 8,3 m/s.]



9. A polia mostrada na figura abaixo tem formato de disco, raio $R = 16{,}0\,\text{cm}$ e momento de inércia $I = 0{,}560\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Os blocos pendurados na corda (cuja massa é desprezível) têm massas 4,00 kg e 2,00 kg. A corda não desliza na polia. Determine:
   (a) A aceleração do sistema. [**R.:** $0{,}703\,\text{m/s}^2$.]
   (b) As tensões nos segmentos da corda à esquerda e à direita da polia. [**R.:** 21,0 N.]

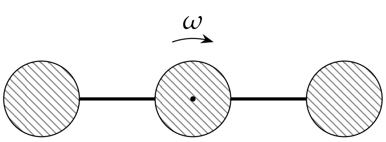


Cálculo do Momento de Inércia

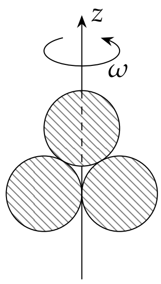
10. **Discursiva:** Você consegue imaginar um corpo que possua o mesmo momento de inércia para todos os eixos possíveis? Em caso afirmativo, forneça um exemplo; se sua resposta for negativa, explique por que isso seria impossível. Você pode imaginar um corpo que possua o mesmo momento de inércia em relação a todos os eixos passando por um ponto específico? Caso isso seja possível, onde tal ponto deve estar localizado e qual deve ser a forma de tal objeto?

11. **Discursiva:** Ao calcular o momento de inércia de um objeto, podemos considerar que toda sua massa está concentrada no centro de massa?

12. A figura abaixo mostra um objeto construído com discos de material leve, ligados por barras metálicas. As massas dos discos e das barras são iguais, sendo denotadas por m. O raio dos discos é R, e o comprimento das barras é $L = 2R$. Determine o momento de inércia do objeto em torno do eixo que passa perpendicularmente à face plana do disco central, passando pelo centro de massa, isto é, no ponto indicado na figura. [**R.:** $(253/6)mR^2$.]



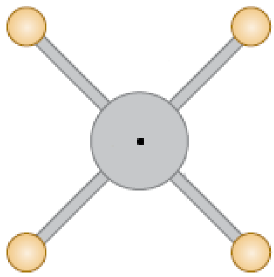
13. A figura abaixo mostra um objeto composto de três discos com massa m e raio r e que pode girar em torno do eixo z mostrado e que está contido no mesmo plano que os discos. Determine o momento de inércia do objeto em torno do eixo z. [**R.:** $I = (11/4)mr^2$.]



14. A figura abaixo mostra um objeto constituido por um disco de massa m e raio r ao qual estão presas quatro hastes finas, cada uma com massa de $m/4$ e comprimento $2r$. Nas extremidades das barras, estão presas esferas de massa $m/2$ cujos raios são desprezíveis. Mostre que o momento de inércia do objeto em torno do eixo que passa pelo centro de massa do disco, perpendicularmente ao plano da figura (isto é, no ponto indicado na figura), é dado por:

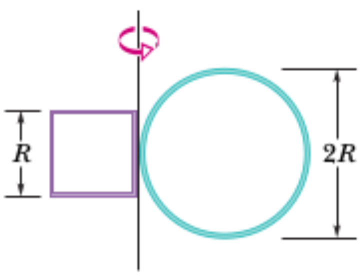
$$I = \frac{137}{6}mr^2. \tag{1}$$

Importante: as barras não giram em torno de suas extremidades.

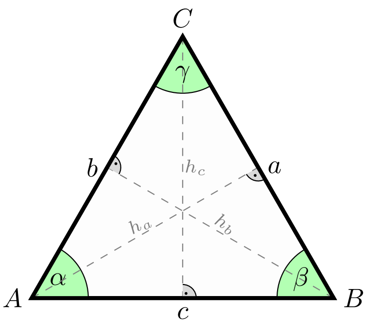


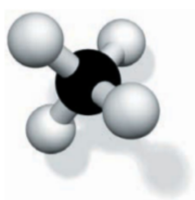
15. A figura abaixo mostra um objeto construído ao soldar um aro de massa m e raio R e um quadrado de massa $m/2$ feitos de um arame fino e de densidade uniforme. Mostre que o momento de inércia em torno do eixo indicado na figura é dado por

$$I = \frac{41}{24}mR^2. \tag{2}$$



16. (20 décimos) A figura abaixo representa uma molécula de metano (CH_4), em que quatro átomos de hidrogênio estão ligados a um átomo de carbono. Os átomos de hidrogênio formam um tetraedro regular, estando posicionados nos vértices, enquanto o átomo de carbono ocupa o centro do tetraedro. Calcule o momento de inércia em torno do eixo que passa pelo átomo de carbono e por um dos átomos de hidrogênio. A massa do átomo de hidrogênio é de $1{,}674 \cdot 10^{-27}$ kg, a do carbono de $19{,}926 \cdot 10^{-27}$ kg e a lateral do tetraedro é de $0{,}18 \cdot 10^{-9}$ m. Considere os átomos como partículas. *A base de um tetraedro regular é um triângulo equilátero. Em um triângulo desse tipo, a distância entre o encontro das bissetrizes (centro do triângulo) está a uma distância $2h/3$ dos vértices, sendo h a altura do triângulo.* [**R.:** $I = m_h \ell^2 = 5{,}42 \cdot 10^{-47}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.]





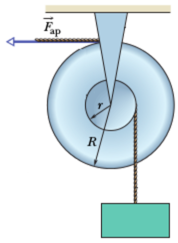
Dinâmica da Rotação II

17. Na figura abaixo, uma polia é composta de dois discos de raios diferentes que estão colados, de forma que por seus centros passa um eixo que está preso a um suporte. A polia pode girar sem atrito em torno de tal eixo. Em torno do disco menor, está enrolada uma corda de massa desprezível e em cuja extremidade livre está preso um bloco. No disco maior, também está enrolada uma corda e sobre sua extremidade livre uma força $F_{ap} = 50\,\mathrm{N}$ é aplicada (a força é constante, porém não impede o movimento do sistema). Sabendo que os raios das polias são $r = 12{,}0\,\mathrm{cm}$ e $R = 30{,}0\,\mathrm{cm}$ e que as massas das polias e do bloco são $m_r = 1{,}0\,\mathrm{kg}$, $m_R = 3{,}0\,\mathrm{kg}$ e $m_b = 7{,}0\,\mathrm{kg}$, determine

(a) A aceleração do bloco. [**R.:** $3{,}3\,\mathrm{m/s^2}$.]

(b) A tensão na corda. [**R.:** 92 N.]

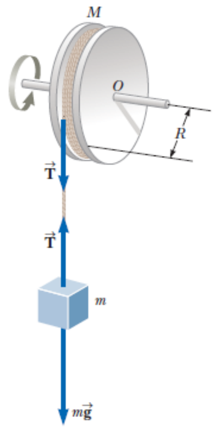
Lembre-se que o momento de inércia da "polia composta" é a soma do momento de inércia dos dois discos. Os torques podem ser então considerados como atuando na "polia composta".



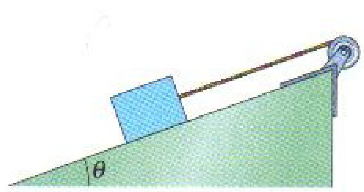
18. Um objeto de massa $m = 5{,}10$ kg está preso a uma corda que está enrolada — e, portanto, não desliza — em uma polia de massa $M = 3{,}0\,\mathrm{kg}$ e raio $R = 0{,}250\,\mathrm{m}$ (veja a figura abaixo). A polia é um disco maciço, livre para rodar em torno do eixo perpendicular a sua superfície e que passa por seu centro de massa.

(a) Determine a aceleração do bloco quando ele for solto. [**R.:** $7{,}6\,\mathrm{m/s^2}$.]

(b) O que acontecerá se a massa da polia for muito pequena? E se for muito grande? [**R.:** Se $M \to \infty$, $a \to 0$; Se $M \to 0$, $a \to g$.]



19. Na figura abaixo, uma roda de 0,200 m de raio é montada em um eixo horizontal sem atrito. Uma corda de massa desprezível é enrolada na roda e presa a uma caixa de 2,0 kg que escorrega sobre a superfície sem atrito de um plano inclinado com $\theta = 20°$ em relação à horizontal. A caixa escorrega para baixo com uma aceleração de $2{,}0\,\mathrm{m/s^2}$. Qual é o momento de inércia da roda em relação ao eixo? [**R.:** $54 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.]

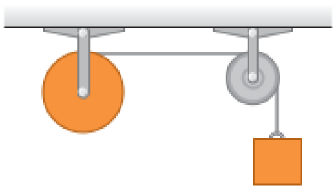


20. Uma corda leve é enrolada em um cilindro de massa $m_c = 5{,}0\,\mathrm{kg}$ e raio $R_c = 40{,}0\,\mathrm{cm}$, sendo que sua extremidade livre passa por uma polia em formato de disco — com massa $m_p = 2{,}0\,\mathrm{kg}$ e raio $R_p = 20{,}0\,\mathrm{cm}$ — e suporta um bloco de massa $m_b = 3{,}0\,\mathrm{kg}$. Tanto o cilindro quanto a polia podem girar em torno

do eixo que passa pelo centro de massa, perpendicularmente à face plana. Considere que a corda é inextensível e não há atrito nos eixos de rotação. Calcule

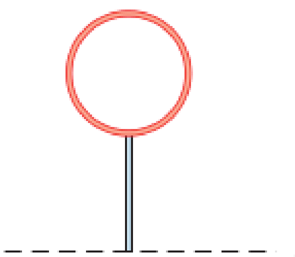
(a) a aceleração do bloco. [**R.:** 4,0 m/s^2.]

(b) A tensão no segmento de corda entre as polias e no segmento de corda que suporta o bloco. [**R.:** 11 N e 16 N, respectivamente.]

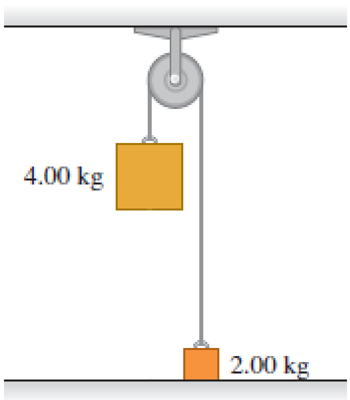


Trabalho, energia cinética, e energia mecânica em rotações

21. A abaixo figura mostra um corpo rígido formado por um aro fino (de massa m e raio $R = 0{,}150$ m) e uma barra fina (de massa também m e comprimento $L = 2R$). O conjunto pode girar em torno do eixo tracejado, porém encontra-se na vertical, em uma posição de equilíbrio instável. Suponha que uma perturbação o faça girar. Qual será a velocidade angular do conjunto quando ele passar pelo ponto mais baixo? [**R.:** 9,82 rad/s.]



22. A polia mostrada na figura abaixo tem formato de disco, raio $R = 16{,}0$ cm e massa $M = 44$ kg. Os blocos pendurados na corda (cuja massa é desprezível) têm massas 4,00 kg e 2,00 kg. A corda não desliza na polia. Se o sistema está inicialmente em repouso, determine a velocidade do sistema após os blocos terem se deslocado por uma distância de 1,00 m. [**R.:** 1,2 m/s.]



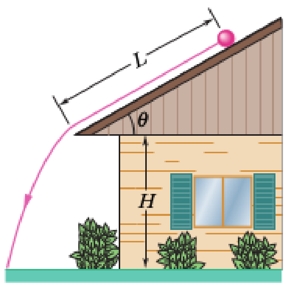
Movimentos combinados de rotação e de translação

23. **Discursiva:** Um cliente traz uma bola de estimação à sua empresa de engenharia, querendo saber se ela é maciça ou oca. Ele tentou dar leves batidas nela, mas isso forneceu pouca informação. Sugira uma experiência simples e barata para descobrir se ela é oca ou não sem danificá-la.

24. Um cilindro maciço de raio 10,0 cm e massa 12,0 kg parte do repouso e rola para baixo uma distância $L = 6{,}0$ m, sem deslizar, em um teto inclinado de um ângulo $\theta = 30{,}0°$ (veja a figura abaixo).

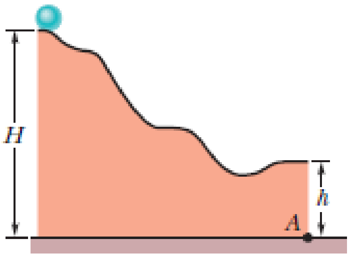
    (a) Qual é a velocidade angular do cilindro em relação ao seu centro ao deixar o teto? [**R.:** 63 rad/s.]

    (b) Qual é a aceleração do centro de massa do cilindro? [**R.:** 3,27 m/s^2.]

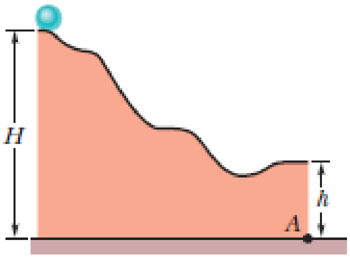


25. Um cilindro de massa m e raio R desce rolando uma rampa conforme a figura abaixo. Ao final da descida, ele deixa a rampa com uma velocidade horizontal e atinge o solo a uma distância d do final da rampa. O rolamento acontece sem deslizar. Mostre que se o cilindro parte do repouso, a distância é dada por

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}(H-h)h}. \tag{3}$$

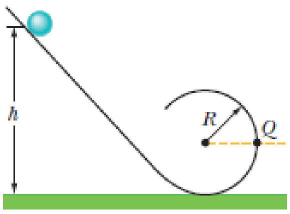


26. Um objeto desce rolando uma rampa de altura $H = 10\,\text{m}$ conforme a figura abaixo. Ao final da descida, ele deixa a rampa com uma velocidade horizontal a uma altura $h = 3$ m e atinge o solo a uma distância $d = 7{,}1$ m do final da rampa. O rolamento acontece sem deslizar.
    (a) Considerando que o momento de inércia é dado por $I = fmR^2$, onde m é a massa do objeto e R o seu raio, calcule o valor de f. [**R.:** $f = 0{,}6663 \approx 2/3$.]
    (b) O objeto é um cilindro, um aro, uma esfera maciça ou uma esfera oca? [**R.:** Esfera oca.]

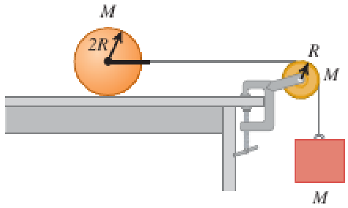


27. Na figura abaixo, uma bola maciça de aço de massa m rola suavemente ao longo do trilho quando é liberada a partir do repouso no trecho retilíneo. A parte circular do trilho tem um raio R e a bola tem um raio $r \ll R$.
    (a) Quanto vale h se a bola está na iminência de perder contato com o trilho quando chega ao ponto mais alto da parte curva do trilho? [**R.:** $(27/10)R$.]
    (b) Se a bola é liberada de uma altura $h = 6R$, qual é o módulo da componente horizontal da força que atua sobre a bola no ponto Q? [**R.:** $F = (50/7)mg$.]

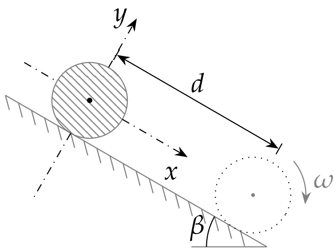
    Não esqueça de levar em conta a energia cinética associada à rotação da bola!



28. Um cilindro uniforme com massa M e raio $2R$ repousa sobre uma mesa. Uma corda está amarrada a um eixo que passa perpendicularmente às superfícies planas do cilindro e também pelo centro de massa. O cilindro pode girar livremente em torno do eixo. A corda passa por uma polia em forma de disco com massa M e raio R, que também pode girar livremente em torno do seu eixo. Na outra extremidade da corda, um bloco de massa M é amarrado. A corda não desliza sobre a polia, nem o cilindro sobre a mesa. Após o bloco cair 2,0 m, qual é a velocidade do bloco? [**R.:** $v = 4{,}0\,\text{m/s}$.]

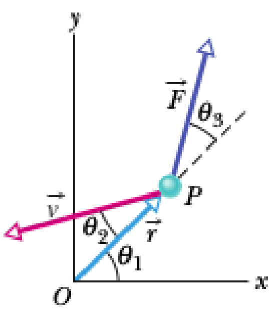


29. Um disco rola a partir do repouso, sem deslizar, sobre a superfície de um plano inclinado, percorrendo uma distância d. Determine a razão entre as energias cinéticas de rotação e de translação do disco. [**R.:** $K_r/K_t = 1/2$.]



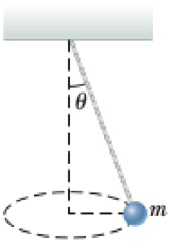
Momento angular

30. No instante retratado na figura abaixo, uma partícula P de 2,0 kg possui um vetor posição $\vec{r}$ de módulo 3,0 m e ângulo $\theta_1 = 45{,}0°$, e uma velocidade $\vec{v}$ de módulo 4,0 m/s e ângulo $\theta_2 = 30{,}0°$. A força $\vec{F}$, de módulo 2,0 N e ângulo $\theta_3 = 30{,}0°$, age sobre P. Os três vetores estão no plano xy. Quais são, em relação à origem,
    (a) O módulo e a orientação do momento angular de P? [**R.:** $\vec{\ell} = 12\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}\,\hat{k}$.]
    (b) O módulo e a orientação do torque que age sobre P? [**R.:** $\vec{\tau} = 3{,}0\,\text{N}\cdot\text{m}\,\hat{k}$.]



31. Um pêndulo cônico da figura abaixo é constituído de um fio com comprimento d e uma esfera de massa m (a massa do fio é desprezível). Durante seu movimento, o ângulo entre o fio e a linha vertical é θ. Mostre que o módulo do momento angular é dado por

$$L = \sqrt{m^2 g d^3 \sin\theta \tan\theta}. \tag{4}$$



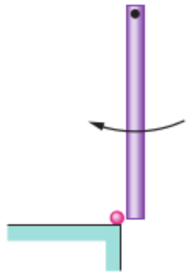
Conservação do momento angular

32. **Discursiva:** Se soltarmos um gato com as patas para cima, ele é capaz de girar o corpo e cair com as patas para baixo. À luz de seus conhecimentos sobre a conservação do momento angular, explique como isso é possível? *Considere qual é a parte do corpo do gato que pode executar uma rotação independentemente do tronco.*

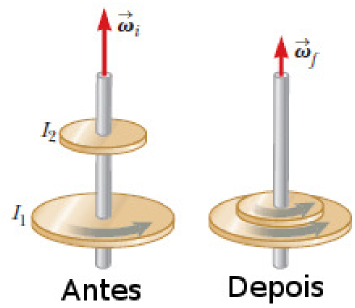
33. **Discursiva:** Você está em pé no centro de um carrossel horizontal que gira em um parque de diversões. O carrossel gira sobre apoios sem atrito, e sua rotação é livre. Quando você caminha até a periferia do carrossel, diga o que ocorre com o momento angular total do sistema constituído por você junto com o carrossel. O que ocorre com a velocidade angular do carrossel?

34. **Discursiva:** Em corridas de motocross, quando os pilotos passam por pequenos morros com grande velocidade, as motos saltam e perdem contato com o solo. Caso o piloto mantenha o motor da moto "acelerando" durante o salto, ela inclinará para trás. Caso ele cesse a aceleração imediatamente após perder contato com o solo, isso não ocorre. Explique o que ocorre em cada uma das situações.

35. Uma barra uniforme de 0,6 m de comprimento e 1,0 kg de massa gira no plano do papel em torno de um eixo que passa por uma das extremidades, com um momento de inércia de 0,12 kg · m^2 (veja a figura abaixo). Quando a barra passa pela posição mais baixa, colide com um pedaço de massa de modelar de 0,20 kg, que fica grudado na sua extremidade. Se a velocidade angular da barra imediatamente antes da colisão é de 2,4 rad/s, qual é a velocidade angular do sistema haste-massa de modelar imediatamente após a colisão? [**R.:** 1,5 rad/s.]

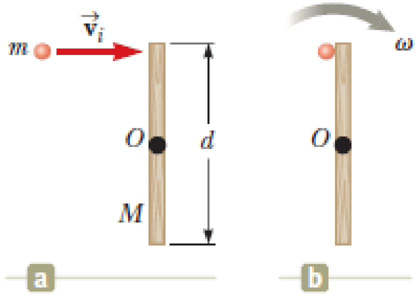


36. Na figura abaixo, um disco com momento de inércia I_1 roda em torno de um eixo vertical sem atrito com velocidade angular ω_i. Um segundo disco, com momento de inércia I_2 e velocidade angular inicial nula, cai sobre o primeiro. Após alguns segundos, devido a forças de atrito entre as duas superfícies, ambos terão a mesma velocidade angular final ω_f.
    (a) Calcule a velocidade angular final ω_f em termos da velocidade angular inicial e dos momentos de inércia. [**R.:** $\omega_f = \frac{I_1}{I_1+I_2}\omega$.]
    (b) Calcule a razão K_f/K_i entre a energia cinética de rotação final e a inicial em termos dos momentos de inércia. [**R.:** $K_f/K_i = I_1/(I_1+I_2)$.]

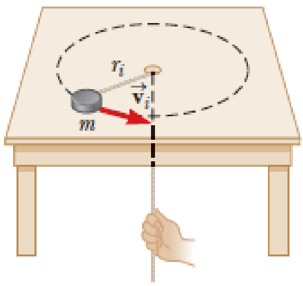


37. Um disco gira com velocidade angular ω_i em torno de um eixo sem atrito que passa por seu centro de massa, perpendicularmente à sua face plana. Acima dele, outro disco — também com o eixo atravessando-o perpendicularmente à face plana e passando pelo centro de massa —, de mesma massa que o primeiro, está parado. Se a velocidade angular final é 3/4 da velocidade angular inicial, qual é a razão entre os raios R_1 e R_2? [**R.:** $R_1/R_2 = \sqrt{3}$.]

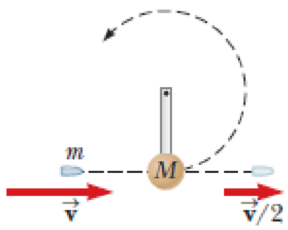
38. Um projétil de massa $m = 10$ g se move para a direita com uma velocidade inicial $v_i = 100$ m/s. Ele colide com a extremidade de uma haste fina estacionária de massa $M = 1{,}0$ kg, comprimento $d = 30$ cm e que pode girar sem atrito em torno de um eixo perpendicular à haste, sem atrito e que passa pelo centro de massa. A figura abaixo ilustra uma visão superior da colisão.
    (a) Se o projétil fica preso à haste depois da colisão, qual a velocidade angular final do sistema. [**R.:** 19 rad/s.]
    (b) Qual a razão K_f/K_i entre a energia cinética total depois e antes da colisão? [**R.:** $K_f/K_i = 0{,}029$.]



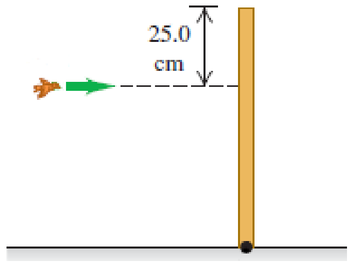
39. Um disco de massa $m = 50$ g está amarrado a uma corda fina e leve que passa por um furo em uma mesa horizontal e sem atrito (veja a figura abaixo). O disco está girando com uma velocidade $v_i = 1{,}5$ m/s descrevendo um círculo de raio $R = 30$ cm. A corda é puxada lentamente pelo furo de forma que o raio da trajetória diminua para $R = 20$ cm.
    (a) Qual a velocidade do disco após a corda ser puxada? [**R.:** 2,3 m/s.]
    (b) Lembrando que o trabalho é dado pela variação da energia cinética, isto é, $W = \Delta K$, calcule o trabalho realizado para puxar a corda. [**R.:** 0,070 J.]



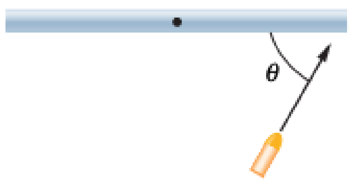
40. A figura abaixo mostra uma colisão entre um projétil de massa $m = 20$ g e velocidade $v = 100$ m/s e um pêndulo formado por uma esfera maciça de massa $M = 1{,}00$ kg e raio 5,0 cm, e uma haste rígida de comprimento $h = 35$ cm e massa $m_h = 0{,}50$ kg. O pêndulo encontra-se inicialmente em repouso. Após a colisão, o projétil emerge com velocidade $v/2$. Qual é a velocidade angular do pêndulo após a colisão? *Considere como desprezível o deslocamento do pêndulo enquanto ele é atravessado pelo projétil.* [**R.:** $\omega = 55$ rad/s.]



41. Um pássaro de 0,50 kg voa horizontalmente com uma velocidade $v = 2{,}25$ m/s e atinge uma barra de madeira que pode girar em torno de um eixo fixado no chão (veja a figura abaixo). A barra tem comprimento de 1,2 m e o pássaro a atinge a uma distância de 25 cm do topo. Após o impacto, o pássaro cai atordoado com velocidade horizontal nula. Sabendo que a massa da barra é de 2,5 kg,
    (a) Calcule a velocidade angular da barra imediatamente após a colisão. [**R.:** 0,89 rad/s.]
    (b) Calcule a velocidade angular da barra ao atingir o solo. [**R.:** 2,4 rad/s.]



42. Uma barra fina e uniforme, inicialmente em repouso, com comprimento $R = 0{,}70$ m e massa $M = 0{,}40$ kg é atingida por um projétil de massa $m = 10{,}0$ g conforme mostrado na figura abaixo. A barra pode girar em torno do eixo que passa perpendicularmente ao seu eixo de simetria, pelo seu centro de massa (representado pelo ponto na barra). A velocidade do projétil antes da colisão está contida no plano de rotação da barra, sendo que a direção de propagação do projétil faz um ângulo $\theta = 60{,}0°$ quando a atinge. Se o projétil atravessa a barra, emergindo com velocidade $v_f = 245{,}0$ m/s, na mesma direção que a velocidade inicial, e após a colisão a barra adquire uma velocidade angular de $\omega_f = 10{,}0$ rad/s, qual é a velocidade do projétil antes da colisão?[**R.:** $8{,}9 \cdot 10^2$ m/s.]



43. Um pequeno bloco de madeira, de massa desprezível, repousa sobre uma mesa e está ligado a uma haste fina. A haste tem comprimento d, massa m, e pode girar em torno de um eixo perpendicular à mesa e que passa pela extremidade oposta àquela em que o bloco está preso. Um projétil de massa $m/2$ é disparado com velocidade v contra o bloco de forma que seu momento linear faça um ângulo de 90,0° com a haste. Após a colisão, o projétil fica preso no bloco e o sistema passa a girar. Considerando que não há atrito entre a mesa e o bloco, e que o projétil de aloja muito próximo ao final da haste (portanto sua distância ao eixo de rotação é d), demonstre que a velocidade angular final do sistema será

$$\omega_f = \frac{3v}{5d} \qquad (5)$$

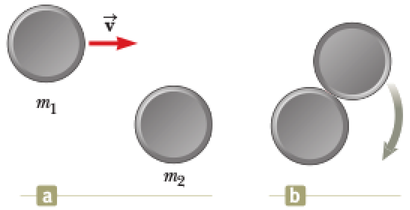
44. Dois discos, de massa $m_1 = m_2 = 120{,}0\,\text{g}$ e raios $R_1 = R_2 = R$ colidem sobre uma mesa sem atrito, como mostrado na figura abaixo. O disco 1 incide com velocidade $v_1 = 1{,}50\,\text{m/s}$ da esquerda para a direta e sua borda toca a do disco 2, que estava inicialmente em repouso. Após se tocarem, ambos permanecem unidos através do ponto de contato e passam a girar em torno do eixo perpendicular ao plano da mesa que passa pelo centro de massa do sistema formado pelos dois discos.

   (a) Sabendo que após a colisão os discos passam a girar em torno do centro de massa, mostra que a velocidade angular será dada por

$$\omega = \frac{v}{3R} \tag{6}$$

   Trate o disco incidente como uma partícula e calcule o momento angular em relação ao ponto de contato.

   (b) O que ocorre com a velocidade do centro de massa nessa colisão? [**R.:** A velocidade será reduzida à metade da velocidade antes da colisão.]



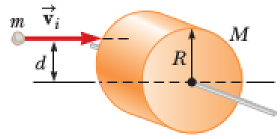
45. Um pedaço de massa de modelar, com massa m e velocidade $\vec{v}_i$ é atirado contra um cilindro maciço de massa M e raio R. O cilindro está inicialmente em repouso e pode girar em torno de um eixo horizontal alinhado ao comprimento do cilindro e que passa pelo centro de massa. A direção do movimento da massa de modelar é perpendicular ao eixo de rotação do cilindro, estando a uma distância d acima do eixo. O valor de d é menor que o raio R do cilindro.

   (a) Considerando que a massa permanece grudada ao cilindro após a colisão, mostre que a velocidade angular do sistema é dada por

$$\omega = \frac{vd}{\left(1 + \frac{M}{2m}\right) R^2}. \tag{7}$$

   (b) Mostre que a razão K_f/K_i entre as energias cinéticas final e inicial é dada por

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{d^2}{\left(1 + \frac{M}{2m}\right) R^2}. \tag{8}$$



46. Uma boleadeira é composta por três esferas iguais, ligadas a um ponto comum por cordas de comprimento d e de massa desprezível. Para lançar a boleadeira, é necessário segurar uma das esferas e girar as outras duas em torno da primeira. Depois de conseguir uma velocidade suficiente, a boleadeira é atirada em direção ao alvo (geralmente as patas de um animal). Inicialmente, as esferas giram em torno da primeira, mas em pouco tempo passam a girar em torno da ponto comum ao qual as cordas estão amarradas. Mostre que a razão entre a velocidade angular inicial e a final é dada por

$$\omega_f = \frac{3}{8}\omega_i. \tag{9}$$