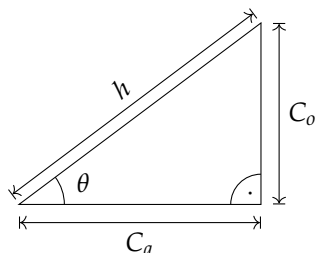


FORMULÁRIO

**Relações Trigonômicas**



$$\begin{aligned}\sin \theta &= C_o/h & \cos \theta &= C_a/h \\ \tan \theta &= C_o/C_a & h^2 &= C_o^2 + C_a^2\end{aligned}$$

**Cinemática unidimensional**

Fórmulas para aceleração constante:

$$\begin{aligned}v &= v_0 + at & (1) \\ x - x_0 &= v_0 t + at^2/2 & (2) \\ v^2 &= v_0^2 + 2a\Delta x & (3) \\ x - x_0 &= (v_0 + v)t/2 & (4) \\ x - x_0 &= vt - at^2/2 & (5)\end{aligned}$$

**Vetores**

Dado um referencial com dois eixos perpendiculares  $x$  e  $y$  e dois vetores unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ , cujas direções são as dos eixos coordenados, temos:

$$\begin{aligned}a_x &= a \cos \theta & (6) \\ a_y &= a \sin \theta & (7) \\ a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} & (8) \\ \tan \theta &= a_y/a_x & (9)\end{aligned}$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor e o semi-

eixo  $x$  positivo. Se

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} \quad (10)$$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j} \quad (11)$$

então

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad (12)$$

$$= (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j} \quad (13)$$

**Leis de Newton**

$$\vec{F}_R^{\text{Ext}} = \frac{d\vec{P}_{\text{CM}}}{dt} \quad (14)$$

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A} \quad (15)$$

**Trabalho, Energia Potencial e Energia Cinética**

$$\Delta K = W \quad (16)$$

$$\Delta U = -W \quad (17)$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (18)$$

$$= Fd \cos \theta \quad (19)$$

$$= \int F(x)dx \quad (20)$$

$$W_g = -mg\Delta y \quad (21)$$

$$W_m = -k(x_f^2 - x_i^2)/2 \quad (22)$$

onde  $k$  é a constante da mola.

$$K = mv^2/2 \quad (23)$$

$$U_g = mgh + C \quad (24)$$

$$U_e = kx^2/2 + C \quad (25)$$

$$E_{\text{Mec}} = K + U \quad (26)$$

$$\Delta E_{\text{Mec}} = W_{\text{ext}} \quad (27)$$

$$F(x) = -dU(x)/dx \quad (28)$$

Geralmente escolhemos  $C = 0$ .

**Centro de Massa**

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (29)$$

**Momento Linear**

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (30)$$

$$\vec{P}_{\text{CM}} = M\vec{v}_{\text{CM}} \quad (31)$$

$$= \sum_{i=1}^n \vec{p}_i \quad (32)$$

Se  $F_R^{\text{Ext}} = 0$ , então

$$\vec{P}_{\text{CM}}^i = \vec{P}_{\text{CM}}^f \quad (33)$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{J} \quad (34)$$

$$\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)dt \quad (35)$$

$$= F_{\text{Med}}\Delta t. \quad (36)$$

**Colisões**

$$\vec{p}_1^i + \vec{p}_2^i = \vec{p}_1^f + \vec{p}_2^f \quad (37)$$

Colisões elásticas:

$$K_1^i + K_2^i = K_1^f + K_2^f \quad (38)$$

$$v_1^f = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1^i + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2^i \quad (39)$$

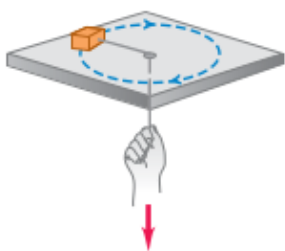
$$v_2^f = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1^i + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2^i \quad (40)$$

TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

- Discursiva:** A energia cinética de um carro varia mais quando ele acelera de 10 a 15 m/s ou quando acelera de 15 a 20 m/s? Explique.
- Discursiva:** Uma esfera balança presa a um fio de massa desprezível. Nessa situação, três forças agem sobre a esfera: a força gravitacional, a tensão no fio e a força de arrasto devida ao ar. Qual dessas forças realiza trabalho
  - igual a zero?
  - sempre negativo?
  - ora positivo, ora negativo?

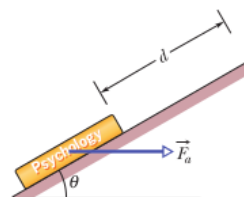
Justifique as suas respostas.

- Você atira uma pedra cujo peso é  $P = 20,0\text{ N}$  verticalmente para cima. Você observa que quando ela atinge uma altura  $h = 15,0\text{ m}$  acima do ponto de lançamento, ela tem velocidade  $v = 25,0\text{ m/s}$  para cima. Use o teorema trabalho-energia ( $\Delta K = W$ ) para determinar
  - A velocidade inicial da pedra. [R.:  $v_i = 30,3\text{ m/s}$ .]
  - A altura máxima que a pedra atinge a partir do ponto inicial. [R.:  $\Delta y = 46,9\text{ m}$ .]
- Um pequeno bloco com massa de  $0,120\text{ kg}$  está ligado a um fio que passa através de um buraco em uma superfície horizontal sem atrito, conforme mostra a figura abaixo. Inicialmente, o bloco gira a uma distância de  $0,40\text{ m}$  do buraco, com uma velocidade de  $0,70\text{ m/s}$ . A seguir, o fio é puxado por baixo, fazendo o raio do círculo encurtar para  $0,1\text{ m}$ . Nessa nova distância, verifica-se que sua velocidade passa a ser  $2,8\text{ m/s}$ . Qual foi o trabalho realizado pela pessoa que puxou o fio? [R.:  $W_T = 0,44\text{ J}$ .]

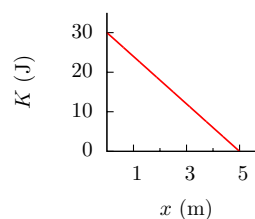


- Um corpo é arrastado sobre uma superfície horizontal por uma força constante, de intensidade  $16,5\text{ N}$ , que faz com a horizontal um ângulo de  $60^\circ$ . Se durante a ação da força o corpo se deslocou por  $4\text{ m}$ , e sua energia cinética variou de  $2,8\text{ J}$ , qual é a intensidade da força de atrito (assumindo que ela é constante) que a superfície exerceu sobre o corpo? [R.:  $f_{at} = 7,55\text{ N}$ .]

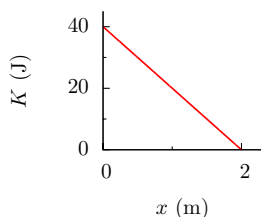
- Na figura abaixo, uma força horizontal  $\vec{F}_a$  de magnitude  $200,0\text{ N}$  é aplicada a um livro de Psicologia cuja massa é de  $3,0\text{ kg}$ , fazendo-o subir uma distância  $d = 0,500\text{ m}$  sobre uma rampa sem atrito cujo ângulo com a horizontal é de  $30,0^\circ$ .
  - Durante o deslocamento, quais são os trabalhos realizados pelas forças  $\vec{F}_a$ , gravitacional, e normal? [R.:  $W_N = 0\text{ J}$ ,  $W_P = -7,35\text{ J}$ ,  $W_{F_a} = 86,6\text{ J}$ .]
  - Se o livro tem energia cinética nula no início do deslocamento, qual é a sua velocidade ao terminar de subir a rampa? [R.:  $v = 7,3\text{ m/s}$ .]



- Um objeto de  $8,00\text{ kg}$  está se movendo no sentido positivo de um eixo  $x$ . Quando ele passa por  $x = 0$ , uma força constante dirigida ao longo do eixo passa a atuar sobre ele. A figura abaixo mostra a energia cinética  $K$  em função da posição  $x$  quando o objeto se desloca de  $x = 0$  até  $x = 5,0\text{ m}$ . A força continua a agir. Qual é a velocidade do objeto quando ele passa de volta por  $x = -3,0\text{ m}$ ? [R.:  $v = 3,5\text{ m/s}$ .]



- \* Um bloco é lançado para cima em uma rampa sem atrito, ao longo de um eixo  $x$  paralelo ao plano inclinado e que aponta para cima. O gráfico abaixo mostra a energia cinética do bloco em função da posição  $x$ . Se a velocidade do bloco em  $x_i = 0$  é de  $4,00\text{ m/s}$ , qual é a força normal que age sobre o bloco? [R.:  $N = 45\text{ N}$ .]



TRABALHO COMO A ÁREA DE UM GRÁFICO E  
TRABALHO DE UMA FORÇA VARIÁVEL

9. Um bloco de 1,5 kg está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito quando uma força ao longo do eixo  $x$  é nele exercida. A força é dada por  $\vec{F}(x) = (2,5 - x^2)\hat{i}$  N, onde  $x$  está em metros e a posição inicial do bloco é  $x_0 = 0$ .

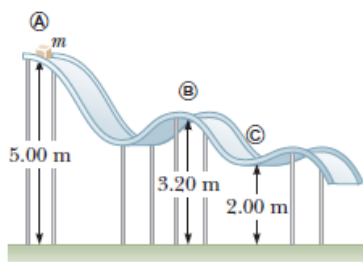
- Qual é a energia cinética do bloco ao passar pelo ponto  $x = 2,0$  m? [R.:  $K = 2,3$  J.]
- Qual é a energia cinética máxima do bloco entre  $x = 0$  e  $x = 2,0$  m? *Dica: use uma derivada para determinar o máximo da função que dá o valor da energia cinética.* [R.:  $K = 2,6$  J.]

POTÊNCIA

10. (20 décimos) Uma bomba hidráulica precisa elevar 800 L de água por minuto a partir de um poço cuja profundidade é de 14,0 m e ejetá-la com uma velocidade de 18,0 m/s. Qual é o trabalho por unidade de massa realizado por pela bomba nessa tarefa? Qual deve ser a potência da bomba? [R.:  $P = 3,99$  kW.]

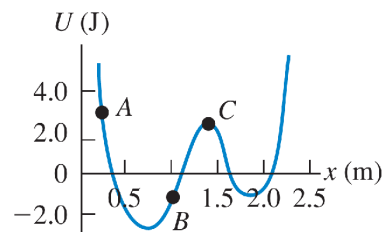
ENERGIA POTENCIAL

11. **Discursiva:** Um canhão dispara um projétil sempre com a mesma energia cinética, independentemente do ângulo de lançamento. Do ponto de vista energético, por que o projétil não sobe sempre até a mesma altura?
12. Um bloco de massa  $m = 5,0$  kg é solto a partir do repouso no ponto A e desliza ao longo do escorregador sem atrito, conforme a figura abaixo.
- Determine o trabalho realizado pela força da gravidade nos deslocamentos de A até B e de A até C. [R.:  $W_{AB} = 88$  J,  $W_{AC} = 0,15$  kJ.]
  - Determine a velocidade nos pontos B e C. [R.:  $v_B = 5,9$  m/s,  $v_C = 7,7$  m/s.]



ANÁLISE DE GRÁFICOS DE POTENCIAL

13. Uma partícula se move unidimensionalmente em um eixo  $x$  disposto horizontalmente para a direita sob a ação de uma força conservativa unidimensional  $F$ , cuja direção de atuação também é horizontal. O potencial  $U$  associado a tal força é descrito pelo gráfico abaixo.

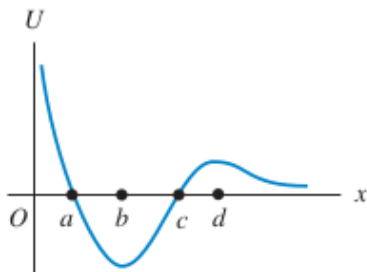


- A força exercida sobre a partícula quando ela se encontra na coordenada  $x$  correspondente ao ponto A é para a direita pois o potencial é positivo.
- A força exercida sobre a partícula quando ela se encontra na coordenada  $x$  correspondente ao ponto A é para a direita pois a derivada (inclinação da reta tangente) é negativa.
- Se a partícula se encontra na posição B e tem energia mecânica igual a zero, então ela pode se mover no intervalo entre os dois pontos de retorno mais à esquerda.
- Para qualquer valor de energia mecânica entre 0 e 4 J o sistema tem 4 pontos de retorno, separados em duas regiões distintas.
- O ponto C é de equilíbrio instável, uma vez que qualquer perturbação fará com que a partícula seja levada a uma posição na qual passará a estar sob efeito de uma força que atua no sentido de afastar a partícula da posição de equilíbrio.
- Na região mostrada no gráfico, o sistema conta com somente dois pontos de equilíbrio.
- Na região mostrada no gráfico, o sistema conta com três pontos de equilíbrio, sendo dois estáveis.
- Dentre os pontos A, B e C, aquele que apresenta a maior intensidade de força é o ponto A.

[R.: FVVVFVFFV.]

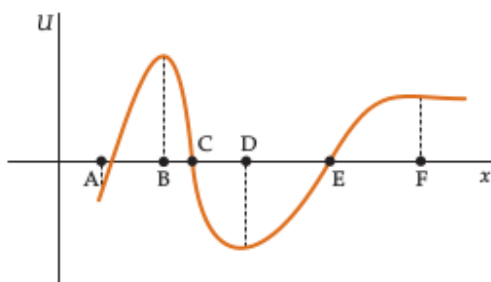
14. Uma partícula se move ao longo de um eixo  $x$ . A energia potencial associada a uma força  $F$  que age sobre ela é mostrada na figura abaixo.
- Determine os pontos de equilíbrio e os classifique como estáveis e instáveis. [R.: b é de equilíbrio estável e d instável.]

- (b) Determine a direção da força que passa a agir sobre a partícula se ela for deslocada um pouco para a esquerda e um pouco para a direita de cada um dos pontos do item anterior. Os resultados obtidos explicam a classificação usada no item anterior? Justifique.



15. A figura abaixo mostra o gráfico do potencial associado a uma força unidimensional conservativa.

- (a) Para cada um dos pontos indicados, verifique se a força é positiva, negativa ou nula. Indique quais são os pontos de equilíbrio, se houver algum. Justifique suas respostas. [R.:  $F_A < 0$ ,  $F_B = 0$ ,  $F_C > 0$ ,  $F_D \approx 0$ ,  $F_E < 0$ ,  $F_F \approx 0$ ]
- (b) Ordene os pontos em ordem decrescente de intensidade da força. [R.:  $|F_C| > |F_A| > |F_E| > |F_D| \geq |F_F| \geq |F_B|$ .]

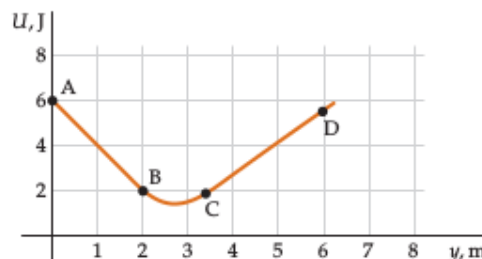


16. A figura abaixo mostra o gráfico da energia potencial para uma força conservativa unidimensional  $F_y(y)$ . Os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  são retas.

- (a) Determine o módulo e a direção da força  $F_y$  no segmento  $\overline{AB}$ , considerando que o potencial é dado por uma reta. [R.:  $|\vec{F}| = 2\text{ N}$ , no sentido positivo do eixo  $y$ .]
- (b) Se no intervalo compreendido entre os pontos B e C o potencial é dado por

$$U(y) = 0,476y^2 - 2,524y + 5,143,$$

qual é a posição em  $y$  do ponto de equilíbrio estável que aparece no potencial (ponto mais baixo no intervalo entre B e C)? [R.:  $y = 2,65\text{ m}$ ]

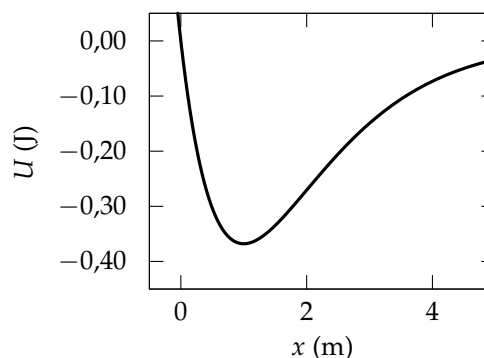


17. Uma partícula pode se mover ao longo de um eixo  $x$  sujeita a uma força conservativa  $F(x)$ . O potencial associado a tal força é dado por

$$U(x) = -\alpha x e^{-\beta x}, \quad (48)$$

onde  $\alpha = 1\text{ J/m}$  e  $\beta = 1\text{ m}^{-1}$ .

- (a) Determine a expressão para a força  $F(x)$ . [R.:  $F = \alpha(1 - \beta x)e^{-\beta x}$ .]
- (b) Determine a posição do ponto de equilíbrio mostrado na figura. [R.:  $x_{eq} = \beta^{-1} = 1\text{ m}$ .]



18. A uma força  $F_x$  que atua sobre uma partícula, está associada a uma energia potencial  $U(x) = 8x - Cx^4$ , onde  $C$  é uma constante positiva cujo módulo é  $2,5\text{ N/m}^4$ .

- (a) Determine uma expressão para a força que atua sobre a partícula. [R.:  $F(x) = 4Cx^3 - 8$ .]
- (b) Determine o ponto de equilíbrio (ou os pontos de equilíbrio) para o potencial acima. Classifique cada ponto como estável ou instável. [R.:  $x = 0,928\text{ m}$ .]

19. A energia potencial entre dois átomos em uma molécula diatômica é dada por

$$U(x) = \frac{a}{x^{12}} - \frac{b}{x^6}, \quad (49)$$

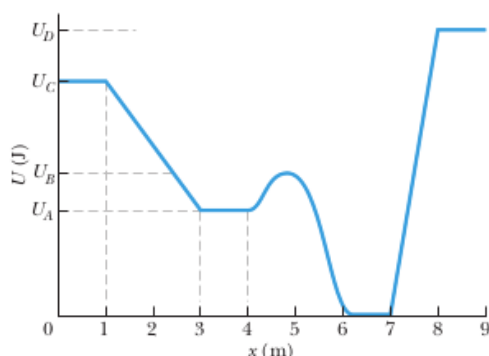
onde  $x$  é a distância entre os núcleos dos átomos e as constantes  $a$  e  $b$  são positivas. Assuma como origem a posição de um dos núcleos atômicos.

- (a) Determine a expressão para a força que um átomo exerce sobre o outro. [R.:  $F(x) = -12ax^{-13} + 6bx^{-7}$ .]  
(b) Determine a posição de equilíbrio. [R.:  $x = \sqrt[6]{2a/b}$ .]

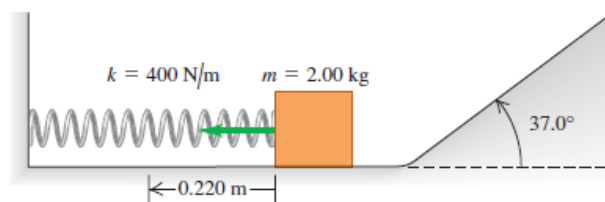
### ENERGIA MECÂNICA

20. A figura abaixo mostra um gráfico da energia potencial  $U$  em função da posição para uma partícula sujeita a uma força conservativa unidimensional.

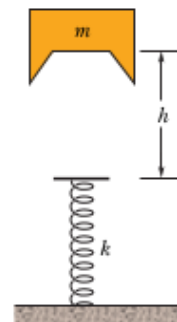
- (a) Descreva quais são os pontos e regiões de equilíbrio presentes no gráfico. [R.:  $x \approx 4,8$  m (pico), intervalos  $[0, 0; 1, 0]$ ,  $[3, 0; 4, 0]$ ,  $[\approx 6,2; 7, 0]$ ,  $[8, 0; \text{final}]$ .]  
(b) Se o objeto é solto a partir do repouso no ponto  $x = 2$  m, indique no gráfico qual é a energia mecânica do sistema e verifique quais são os pontos de retorno (aproximadamente). [R.:  $x = 2,0$  m e  $x \approx 7,5$  m.]  
(c) Sabendo que  $U_A = 9,0$  J e  $U_C = 20,0$  J, determine o módulo e a direção da força que age sobre a partícula no intervalo  $x = [1,0$  m;  $3,0$  m]. [R.:  $F = 5,5$  N.]



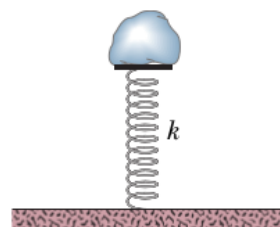
21. Na figura abaixo, um bloco de 2 kg é empurrado contra uma mola de massa desprezível e constante  $k = 400$  N/m, comprimindo-a por 22 cm. Ao liberarmos o bloco (com velocidade nula), ele é empurrado pela mola em uma superfície sem atrito horizontal e após se deslocar uma distância suficientemente grande para que não houvesse mais contato com a mola, começa a subir uma rampa – também sem atrito – com inclinação de  $37^\circ$ . Qual é a distância máxima que o bloco sobe ao longo da rampa. *Despreze a força de arrasto oferecida pelo ar.* [R.:  $d_{\text{máx.}} = 0,82$  m.]



22. Um bloco de massa  $m = 4,00$  kg parte do repouso e, percorrendo uma altura  $h$ , cai sobre uma mola de constante elástica  $k = 1040,0$  N/m, causando uma compressão da mola (veja a figura abaixo). Em um dado instante — antes de a mola ser comprimida completamente —, verifica-se que a mola teve uma compressão de 20 cm e que a velocidade do bloco neste momento é de 1,0 m/s. Determine a altura  $h$ . [R.:  $h = 0,38$  m.]

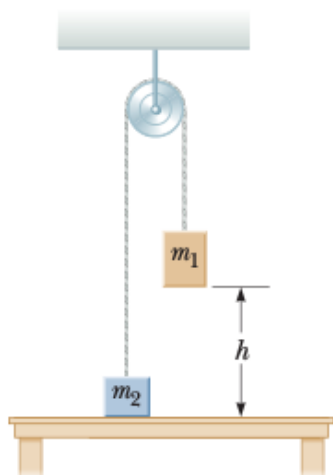


23. A figura abaixo mostra uma pedra de 8,0 kg que repousa sobre uma mola. A compressão da mola nessa situação é de 10 cm. A pedra é empurrada mais 30 cm e então é solta a partir do repouso. Qual é a altura máxima (em cm) que a pedra atinge a partir do ponto onde foi solta? [R.:  $h = 0,80$  m.]

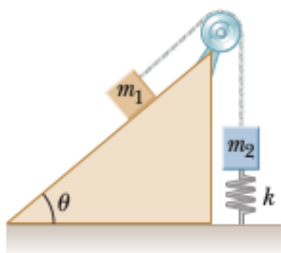


24. Dois objetos estão conectados entre si por uma corda de massa desprezível que passa por uma polia, também de massa desprezível, conforme mostrado na figura abaixo. O bloco da direita possui massa  $m_1 = 5,00$  kg e está a uma altura  $h = 4,0$  m acima da mesa, enquanto o bloco da esquerda tem massa  $m_2 = 3,00$  kg e repousa sobre a mesa.

- (a) Ao permitir que o sistema se movimente, o bloco da esquerda subirá. Utilize a conservação da energia mecânica para determinar qual será sua velocidade quando o bloco da direita estiver na iminência de atingir a mesa. *Dica: a velocidade dos dois blocos é sempre a mesma, pois eles estão ligados através da corda.* [R.:  $v = 4,4$  m/s.]  
(b) Determine a altura máxima que o bloco da esquerda atinge acima da mesa. [R.:  $h' = 5,0$  m.]



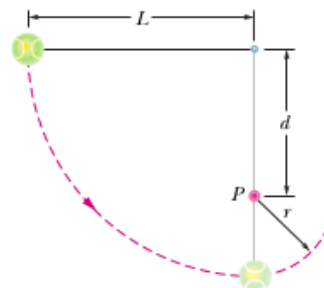
25. Um bloco de massa  $m_1 = 20,0 \text{ kg}$  está conectado a um bloco de massa  $m_2 = 30,0 \text{ kg}$  por uma corda leve que passa sobre uma polia leve e sem atrito, conforme mostra a figura. O bloco de massa  $m_2$  está conectado a uma mola de massa negligível e com constante  $k = 250,0 \text{ N/m}$ . Inicialmente, a mola está relaxada, além disso, a superfície do plano inclinado tem coeficiente de atrito nulo. O bloco de massa  $m_1$  é puxado por uma distância  $L = 20,0 \text{ cm}$  para baixo, ao longo da rampa — cujo ângulo com a horizontal é  $\theta = 40,0^\circ$  — e solto a partir do repouso. Encontre a velocidade dos blocos quando a mola voltar a ficar relaxada. [R.:  $v_f = 1,24 \text{ m/s}$ ]



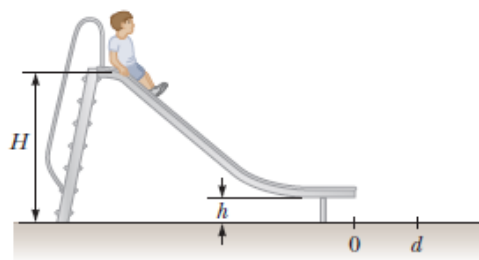
26. A figura abaixo mostra uma pequena bola presa a uma extremidade de um fio de massa desprezível, cujo comprimento é  $L = 120 \text{ cm}$ , enquanto a outra extremidade do fio está presa a um prego fixado na parede. A bola pode percorrer a trajetória circular de raio  $L$ , mostrada na figura, desde a posição inicial até que o fio colida com um segundo prego, localizado no ponto  $P$ , distante  $75,0 \text{ cm}$  abaixo do primeiro. A partir de então, a bola segue uma trajetória circular de raio  $r$ . Se a bola for solta a partir do repouso, determine:

- (a) A velocidade da bola no ponto da trajetória circular de raio  $r$  que está a direita do ponto  $P$  (na mesma linha horizontal). [R.:  $v_f = 3,83 \text{ m/s}$ ]

- (b) A altura mínima em relação ao ponto mais baixo da trajetória que a bola precisa ter para que chegue ao ponto mais alto da trajetória circular de raio  $r$ , isto é, ao ponto dessa trajetória que está acima do ponto  $P$ , na mesma linha vertical. [R.:  $h = 5(L - d)/2 = 1,13 \text{ m}$ ]

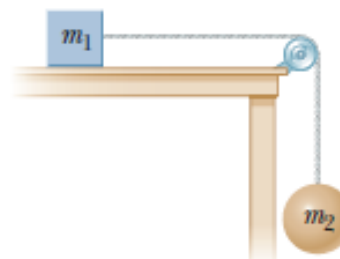


27. Uma criança desce a partir do repouso por um escorregador sem atrito, conforme a figura abaixo. Ao final da rampa (em 0), ela deixa o escorregador com velocidade  $v$  e atinge o solo em  $d$ . Usando a conservação da energia, determine a altura  $H$  inicial da criança em termos de  $h$  e  $d$ . [R.:  $H = \frac{d^2}{4h} + h$ ]



#### TRABALHO DE FORÇAS NÃO-CONSERVATIVAS

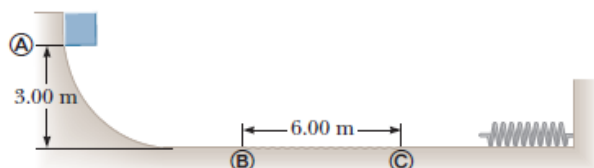
28. Na figura abaixo, a massa  $m_2 = 5,0 \text{ kg}$  está presa a um bloco de massa  $m_1 = 3,0 \text{ kg}$  de forma que o sistema pode se mover. Há, no entanto, uma força de atrito cinético entre o bloco e a mesa, com  $\mu_c = 0,40$ . Calcule a velocidade do bloco quando a massa  $m_2$  tiver caído uma distância  $h = 1,5 \text{ m}$ , assumindo que o sistema partiu do repouso. [R.:  $v = 3,7 \text{ m/s}$ ]



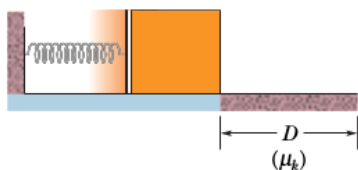
29. Um bloco é liberado a partir do repouso na posição A, cuja altura em relação ao solo é de  $3,00 \text{ m}$ , mostrada na figura abaixo. A pista tem atrito desprezível, exceto no trecho entre B e C, cujo comprimento é de  $6,0 \text{ m}$ . Se o bloco tem massa de  $10 \text{ kg}$ ,  $\mu_c = 0,30$



e  $k = 2000 \text{ N/m}$ , qual será a máxima compressão da mola? [R.:  $\Delta x = 0,34 \text{ m}$ .]



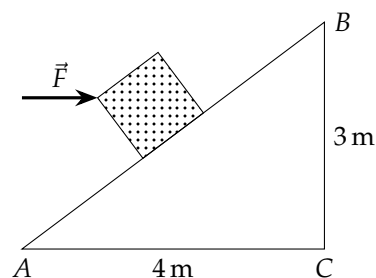
30. Na figura abaixo, um bloco de massa  $5,9 \text{ kg}$  é acelerado a partir do repouso por uma mola inicialmente comprimida, de constante elástica  $83,3 \text{ N/m}$ , sobre uma superfície horizontal sem atrito. O bloco perde contato com a mola no momento em que ela está completamente relaxada e se desloca para a direita até entrar em uma região com atrito, sendo que o coeficiente de atrito cinético é de  $0,4$ . Após percorrer uma distância de  $74,8 \text{ cm}$ , o bloco para. Determine a compressão inicial da mola. [R.:  $\ell = 64,44 \text{ cm}$ .]



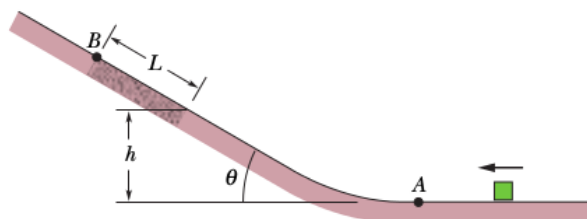
31. Um bloco de madeira com massa  $m = 2,0 \text{ kg}$  escorrega na superfície côncava mostrada na figura abaixo. As extremidades laterais não têm atrito, porém a parte central sim, sendo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco de madeira e tal superfície é  $\mu_c = 0,2$ . A região sem atrito tem largura  $L = 30,0 \text{ m}$ . O bloco é solto a partir do repouso na posição mostrada e desce a rampa, entrando na região com atrito. Se a altura inicial em relação à região plana é de  $4,0 \text{ m}$ , a que distância do início da região com atrito o bloco pára? [R.:  $d = 0,80 \text{ m}$ .]



32. Na figura abaixo, o bloco tem massa de  $2 \text{ kg}$  e a força  $\vec{F}$  é aplicada horizontalmente, com intensidade de  $64,4 \text{ N}$ . O plano inclinado não apresenta atrito. Se o bloco parte do repouso no ponto A, qual é a sua velocidade no final do deslocamento de A para B? [R.:  $14,10 \text{ m/s}$ .]



33. \* Na figura abaixo, um bloco desliza em uma pista sem atrito até chegar a um trecho de comprimento  $0,8 \text{ m}$ , que começa a uma altura  $3 \text{ m}$  em uma rampa que faz um ângulo de  $28$  graus com a horizontal. Nesse trecho o coeficiente de atrito cinético é de  $0,68$ . Se o bloco pode subir uma distância  $2,4 \text{ m}$  após o ponto B (medida ao longo da rampa), qual é a velocidade de lançamento do bloco, em  $\text{m/s}$ ? [R.:  $v = 9,64 \text{ m/s}$ .]

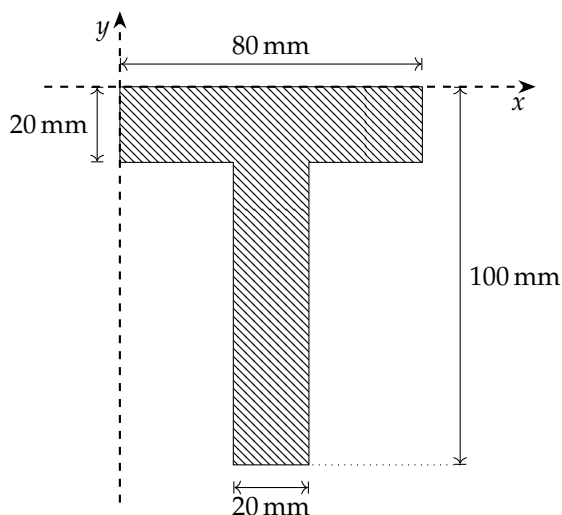


#### PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

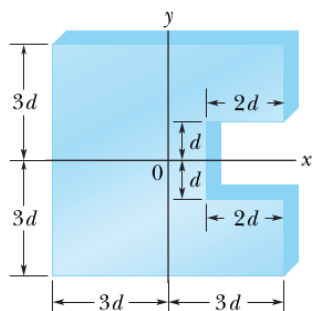
34. **Discursiva:** Quando as pessoas estão com frio, elas em geral esfregam as mãos para se aquecer. Como esse gesto produz um aumento de temperatura? De onde vem a energia necessária?

#### CENTRO DE MASSA

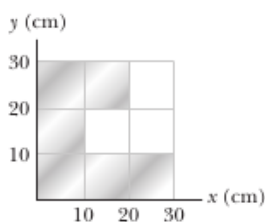
35. **Discursiva:** Um pesquisador tranquiliza um urso polar sobre a superfície plana e sem atrito de uma geleira. Discuta como seria possível que ele estimasse a massa do urso utilizando somente uma corda, um ponto de referência e uma trena, sabendo sua própria massa.
36. Calcule as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro de massa da placa da figura abaixo. A densidade de massa por unidade de área  $\sigma$  é constante. As medidas da figura estão em milímetros. Lembre-se que  $m = \sigma \cdot A$ . [R.:  $\vec{r}_{CM} = 40 \text{ mm } \hat{i} - 35 \text{ mm } \hat{j}$ .]



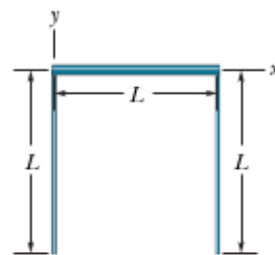
37. Considere a placa da figura abaixo, cuja densidade é uniforme. Calcule a posição do centro de massa da placa. [R.:  $\vec{r}_{CM} = -0,25d\hat{i} + 0\hat{j}$ .]



38. Uma placa metálica tem a forma mostrada na figura abaixo. Determine as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro de massa da placa. [R.:  $\vec{r}_{CM} = 11,7\text{ cm } \hat{i} + 13,3\text{ cm } \hat{j}$ .]



39. Na figura abaixo, três barras metálicas uniformes compõem um objeto cujo centro de massa estamos interessados em calcular. A barra da esquerda tem massa  $m$ , enquanto a da direita tem massa  $3m$ . A barra central é feita de um material mais leve e tem massa  $0,700m$ . Os comprimentos das barras são  $L = 33,0\text{ cm}$  e a massa total do objeto é de  $400,0\text{ g}$ . Determine as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro de massa. [R.:  $\vec{r}_{CM} = 23,5\text{ cm } \hat{i} - 14,0\text{ cm } \hat{j}$ .]



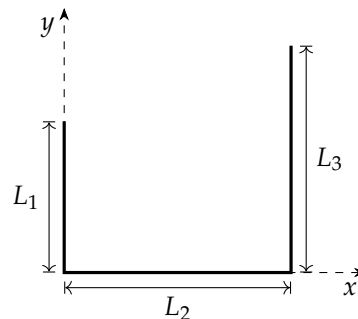
40. Suponha que estamos interessados em determinar a posição do centro de massa de um objeto construído ao se soldar três barras metálicas finas, de mesmo material, e de densidade homogênea. A figura abaixo mostra uma visão lateral do objeto, sendo que suas dimensões são

$$L_1 = 20\text{ cm}$$

$$L_2 = 30\text{ cm}$$

$$L_3 = 30\text{ cm}.$$

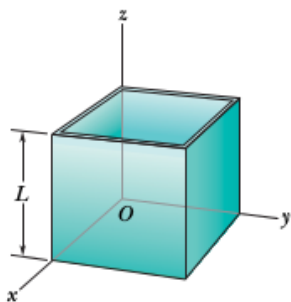
Determine a posição do centro de massa do objeto em relação ao sistema de coordenadas mostrado na figura. [R.:  $x_{CM} = 16,875\text{ cm}$ ,  $y_{CM} = 8,125\text{ cm}$ .]



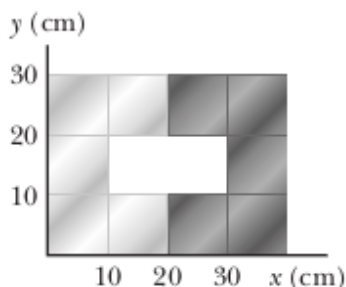
41. O diâmetro de Plutão é de aproximadamente 2370 km, enquanto o diâmetro de seu maior satélite, Caronte, é de 1250 km. A distância entre seus centros é de aproximadamente 19700 km. Assumindo que ambos tem a mesma densidade e que são aproximadamente esféricos, determine a posição do centro de massa do sistema em relação ao centro de Plutão. [R.:  $x_{CM} = 2521\text{ km}$ .]

42. A figura abaixo mostra uma caixa cúbica que foi construída com placas metálicas uniformes de espessura desprezível. A caixa não tem tampa e tem uma aresta  $L = 40,0\text{ cm}$ . Determine as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  do centro de massa da caixa. [R.:  $\vec{r}_{CM} = L/2\hat{i} + L/2\hat{j} + 2L/5\hat{k}$ .]





43. (20 décimos) A placa metálica mostrada na figura abaixo é composta de pequenas placas de dimensão  $10,0\text{ cm} \times 10,0\text{ cm}$ . A metade da esquerda é composta de uma lâmina cuja densidade superficial de massa é  $\sigma_1 = 5,00\text{ kg/m}^2$  e a da direita é composta por uma lâmina de mesma espessura, porém com densidade superficial de massa  $\sigma_2 = 21,00\text{ kg/m}^2$ . Determine as coordenadas  $x$  e  $y$  do centro de massa. [R.: Por simetria  $y_{CM} = 15,0\text{ cm}$ ,  $x_{CM} = 26,8\text{ cm}$ .]

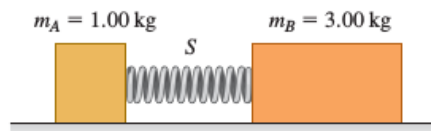


#### CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR

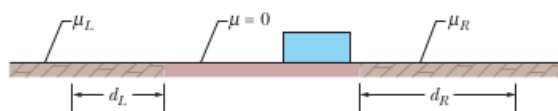
44. **Discursiva:** Um foguete encontra-se no espaço, longe de qualquer planeta ou estrela, sendo que sua velocidade é nula. Subitamente, ele explode em vários pedaços.
- O momento linear do sistema antes e depois da explosão se mantém o mesmo?
  - A energia cinética do sistema antes e depois da explosão se mantém a mesma?
45. **Discursiva:** Uma senhora segurando uma pedra grande está em pé sobre uma camada de gelo horizontal sem atrito. Ela lança a pedra com uma velocidade  $v_0$  formando um ângulo acima da horizontal. Considere o sistema constituído pela mulher juntamente com a pedra.
- Existe conservação do momento linear do sistema?
  - Alguma componente do momento linear se conserva?
46. Os blocos A e B na figura abaixo têm massas  $m_A = 1,00\text{ kg}$  e  $m_B = 3,00\text{ kg}$ . Ambos são forçados contra uma mola (S) de forma a comprimi-la. O sistema é liberado a partir do repouso sobre uma superfície sem

atrito, o que permite que a mola se expanda empurrando os blocos. A mola tem massa desprezível.

- Se o bloco B adquire uma velocidade de  $1,20\text{ m/s}$ , qual é a velocidade final do bloco A? [R.:  $v = 3,6\text{ m/s}$ .]
- Utilizando o princípio da conservação da energia, determine a energia potencial inicialmente armazenada na mola? [R.:  $U_e = 8,64\text{ J}$ .]



47. Na figura abaixo, um bloco estacionário explode em duas partes que então escorregam por uma superfície sem atrito. A parte esquerda, cuja massa é  $m_L = 2,0\text{ kg}$ , chega ao final da superfície sem atrito e encontra uma superfície com coeficiente de atrito cinético  $\mu_L = 0,40$ , sobre a qual desliza  $15,0\text{ cm}$  até parar. A parte direita encontra uma superfície com coeficiente de atrito  $\mu_R = 0,50$  e desliza  $25,0\text{ cm}$ . Qual é a massa total do bloco? [R.:  $m_R = 1,38\text{ kg}$ ,  $m_{\text{Total}} = 3,39\text{ kg}$ .]



#### IMPULSO E FORÇA MÉDIA

48. **Discursiva:** Para rachar um tronco de lenha usando um martelo e uma cunha, um martelo pesado é mais eficiente que um leve? por quê?
49. **Discursiva:** Uma bola é pendurada ao teto através de uma corda, formando um pêndulo. A bola é deslocada fazendo com que o fio esticado forme um ângulo  $\theta$  com a vertical. Neste momento um bloco de comprimento  $4L$ , largura  $2L$  e profundidade  $L/4$  é colocado perpendicularmente no caminho de oscilação do pêndulo, de forma que quando este for solto, ele colida com a face de dimensões  $4L \times 2L$ . Ao soltarmos o pêndulo em um primeiro teste, ele colide com o bloco e volta, sem derrubá-lo. Em um segundo teste, colocamos fitas adesivas que manterão o pêndulo preso ao bloco após a colisão. Nesse caso, o bloco cairá? Explique.
50. Tarzan está no caminho de uma manada de elefantes enfurecidos, quando Jane resolve intervir bravamente para salvá-lo. Estando sobre uma árvore alta, ela toma a ponta de um cipó disposto horizontalmente, sendo que a outra extremidade está presa ao galho de outra árvore, e salta com velocidade inicial

nula. O comprimento do cipó é  $L = 25,0\text{ m}$ . Quando chega ao ponto mais baixo da trajetória circular, ela segura Tarzan e ambos continuam na trajetória circular, chegando a um ponto mais alto e seguro. A massa de Jane é de  $54,0\text{ kg}$  e a de Tarzan de  $82,0\text{ kg}$ .

- Qual é a velocidade máxima que Jane atinge (em  $\text{km/h}$ )? [R.:  $v_{\text{Max}} = 22,1\text{ m/s} = 79,7\text{ km/h}$ .]
- Qual é a altura máxima que ambos atingirão no movimento de subida? [R.:  $h = 3,94\text{ m}$ .]
- Se o tempo necessário para que Jane segure Tarzan é de  $0,1\text{ s}$  (isto é, o tempo que dura a “colisão” entre eles), qual será o módulo da força média a que ambos estarão sujeitos? [R.:  $7 \cdot 10^3\text{ N}$ ]

Suponha heróis ideais que suportem a colisão no ponto mais baixo.

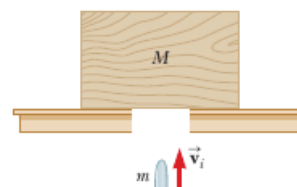


### COLISÕES

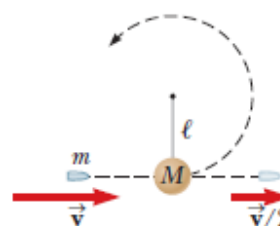
- Discursiva:** A probabilidade de um copo quebrar quando ele cai sobre um piso de concreto é maior do que quando ele cai sobre um piso de madeira. Por quê?
- Discursiva:** Uma metralhadora dispara sobre uma placa de aço. A força média oriunda do impacto é maior se a bala é refletida ou se ela amassa e fica grudada na placa? Explique.
- Discursiva:** Em uma colisão completamente inelástica entre dois corpos, quando eles permanecem unidos após a colisão, podemos achar um valor igual a zero para a energia cinética final do sistema? Caso sua resposta seja afirmativa, forneça um exemplo em que isso ocorre. Quando a energia cinética final do sistema for igual a zero, qual deverá ser o momento linear inicial do sistema?
- Um carro com massa de  $1\,200\text{ kg}$  e velocidade  $v_{Ci} = 25,0\text{ m/s}$ , viajando para a direita, colide atrás de uma camionete de  $9\,000\text{ kg}$  (veja a figura abaixo). A velocidade do camionete inicialmente era  $v_{Ti} = 20,0\text{ m/s}$ , também para a direita. A velocidade do carro imediatamente após a colisão é  $v_{Cf} = 18,0\text{ m/s}$  para a direita.
  - Qual é a velocidade da camionete após a colisão? [R.:  $v = 20,9\text{ m/s}$ .]
  - Qual é a energia cinética antes e depois da colisão? A colisão é elástica? [R.:  $K_i = 2,18 \cdot 10^6\text{ J}$ ,  $K_f = 2,17 \cdot 10^6\text{ J}$ . Não é elástica.]



- Um bloco de madeira de massa  $M = 1,250\text{ kg}$  repousa sobre uma mesa, de acordo com a figura abaixo. Um projétil de massa  $m = 5,00\text{ g}$  com uma velocidade inicial  $v_i$  é lançado de baixo para cima contra o bloco e fica alojado após a colisão. O sistema projétil-bloco salta a uma altura de  $22,0\text{ cm}$  acima da mesa. Encontre a velocidade inicial do projétil. [R.:  $v_i = 521\text{ m/s}$ .]

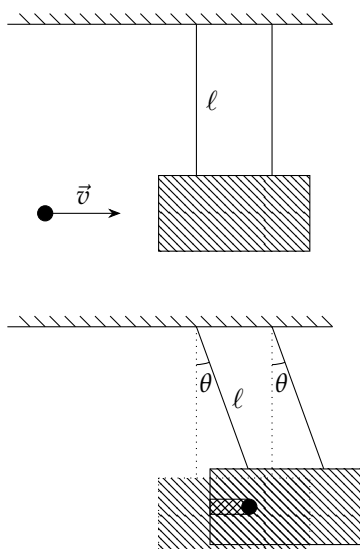


- A figura abaixo mostra uma colisão entre um projétil de massa  $m = 20,0\text{ g}$  e velocidade  $v$  e um pêndulo formado por uma massa  $M = 1,00\text{ kg}$  e uma haste rígida de comprimento  $\ell = 35,0\text{ cm}$ . O projétil emerge com velocidade  $v/2$  após a colisão. Qual é o menor valor de velocidade para que a massa  $M$  chegue ao ponto mais alto da trajetória circular? Despreze a massa da haste. Como a haste é rígida, a massa terá velocidade zero no alto da trajetória. [R.:  $v = 370\text{ m/s}$ .]



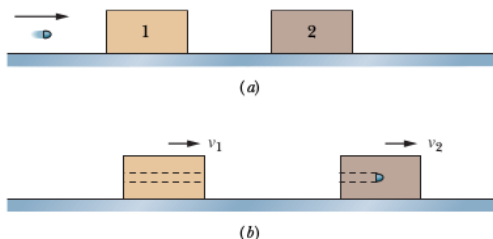
- Na figura abaixo, temos um pêndulo balístico. O projétil com massa  $m_p$  e velocidade  $v_p$  atinge o pêndulo de massa  $m_b$ , ficando alojado no bloco após a colisão. Prove que a razão entre a energia cinética final e a energia cinética inicial do sistema (imediatamente após a colisão) é dada por

$$\frac{K_{\text{sis}}^{\text{dc}}}{K_{\text{sis}}^{\text{ac}}} = \frac{m_p}{m_p + m_b}. \quad (112)$$

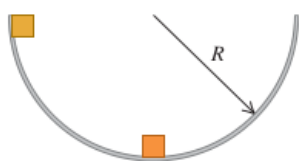


58. Na figura abaixo, parte (a), um projétil de 3,50 g é disparado horizontalmente contra dois blocos inicialmente em repouso sobre uma mesa sem atrito. O projétil atravessa o bloco 1 (com 1,200 kg de massa) e fica alojada no bloco 2 (com 1,800 kg de massa). Os blocos terminam com velocidades  $v_1 = 0,630$  m/s e  $v_2 = 1,40$  m/s (parte (b) da figura). Desprezando o material removido do bloco 1 pelo projétil,

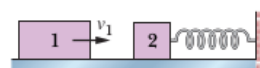
- encontre a velocidade do projétil ao sair do bloco 1. [R.:  $v_p^{AC2} = 721$  m/s.]
- encontre a velocidade do projétil ao entrar no bloco 1. [R.:  $v_p^{AC1} = 937$  m/s.]



59. Duas caixas idênticas de massa  $m$  estão dispostas em uma pista semi-circular de raio  $R = 10$  m como mostra a figura abaixo. A caixa que está no topo é liberada a partir do repouso, sofrendo uma colisão completamente inelástica com a caixa que está na parte inferior, cuja velocidade é nula. Desconsiderando o atrito, calcule qual será a altura máxima em relação ao ponto mais baixo que as duas caixas atingirão após colidir. [R.:  $h = R/4$ .]



60. Na figura, o bloco 2 (com massa de 1,0 kg) está em repouso sobre uma superfície sem atrito e em contato com uma extremidade de uma mola relaxada de constante elástica 200 N/m. A outra extremidade da mola está presa em uma parede. O bloco 1, com massa de 2,0 kg e que se move com uma velocidade  $v_1 = 4,00$  m/s, colide com o bloco 2 e ambos passam a se deslocar juntos. No instante em que os blocos param momentaneamente devido à força elástica exercida pela mola, qual é a compressão da mola? [R.:  $x_f = 0,33$  m.]



61. Suponha que um acelerador de partículas produz um feixe de partículas  $\alpha$  (de massa  $m_\alpha$ ) cuja velocidade é de  $1,50 \cdot 10^7$  m/s. O feixe é direcionado a um alvo e algumas partículas que incidem são defletidas por 180° devido a colisões com os núcleos dos átomos que compõe o alvo. Se elas retornarem com uma velocidade de  $1,20 \cdot 10^7$  m/s e a colisão puder ser considerada elástica, com a velocidade inicial do alvo sendo zero,

- Qual é a massa do núcleo do alvo em termos da massa das partículas  $\alpha$ ? [R.:  $h = 9m_\alpha$ .]
- Qual é a velocidade do núcleo do alvo após a colisão? [R.:  $v_n = \frac{2}{10}v_\alpha^i$ .]

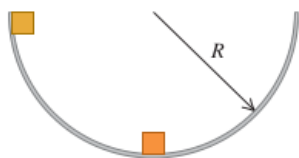


62. Dois blocos, de massas  $m_A = 2,00$  kg e  $m_B = 10,00$  kg podem se mover em um trilho retilíneo sem atrito. Inicialmente o bloco B está parado e o bloco A se move em sua direção a uma velocidade  $v_A^{AC} = 2,00$  m/s. Os blocos são equipados com molas ideais que atuam como “para-choques”.

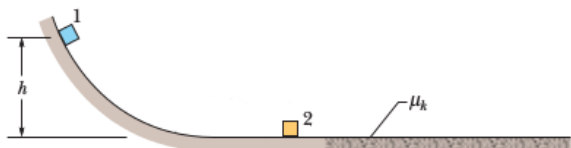
- Qual é a energia máxima armazenada nas molas? Dica: no instante em que a mola armazena a energia máxima, os blocos se movem momentaneamente com a mesma velocidade. [R.:  $U_e = 3,33$  J.]
- Se a colisão é elástica, quais são as velocidades dos blocos após a colisão? [R.:  $v_A^f = -1,33$  m/s e  $v_B^f = 0,666$  m/s, em sentidos opostos.]

63. Duas caixas, uma de massa  $m = 1,0$  kg (topo) e outra de massa  $M = 2m$  (fundo) estão dispostas em uma pista semi-circular de raio  $R = 1,0$  m como mostra a figura abaixo. Se a caixa que está no topo da pista for liberada a partir do repouso e a caixa que está na

parte mais baixa tem velocidade zero, determine a altura máxima — em relação ao ponto mais baixo — que ambas as caixas atingem após a colisão. Considere que a colisão é elástica. [R.:  $h'_1 = R/9$ ,  $h'_2 = 4R/9$ .]



64. Na figura, o bloco de massa  $m_1$  desliza sem velocidade inicial ao longo de uma rampa sem atrito a partir de uma altura  $h = 2,50$  m e colide com o bloco 2 de massa  $m_2 = 2 m_1$ , inicialmente em repouso. Após a colisão, o bloco 2 desliza em uma região onde o coeficiente de atrito cinético é de 0,500 e para depois de percorrer uma distância  $d$ . Qual é o valor de  $d$  se a colisão é elástica? [R.: 2,2 m.]



65. Uma bola de tênis e uma de basquete — com massas  $m_t$  e  $m_b$ , respectivamente — são soltas de uma altura  $h$ , de forma que seus centros estão perfeitamente alinhados com a vertical (veja a figura abaixo). Elas descem juntas, separadas por um vão de alguns milímetros, até que a bola de basquete quique no chão e depois as bolas colidam entre si. Calcule a altura máxima  $H$  que a bola de tênis atinge no movimento de subida, após a colisão. Assuma que há uma pequena separação entre as duas bolas e que

as colisões com o chão e entre as bolas são elásticas. As massas das bolas de tênis e de basquete são  $m_t = 56,0$  g e  $m_b = 623,7$  g, respectivamente, enquanto a distância que percorrem é  $h = 1,0$  m. [R.:  $H = h[(m_t - 3m_b)/(m_t + m_b)]^2 = 7,13$  m.]



66. Um bloco de madeira e uma arma de fogo são afixados firmemente a lados opostos de um grande “carrinho” posto sobre um trilho de ar. A arma e o bloco estão a uma distância  $L$  um do outro. O sistema está inicialmente em repouso. A arma é disparada e o projétil deixa o cano com velocidade inicial  $v_0$ , colidindo com o bloco, onde fica preso. A massa do projétil é  $m_p$  e a massa do sistema arma-carrinho-bloco  $m_s$ .
- Qual é a velocidade do carrinho imediatamente após a arma ser disparada? [R.:  $v_s = -m_p v_p / m_s$ .]
  - Qual é a velocidade do carrinho após o projétil colidir com o bloco? [R.:  $v_s^F = 0$ .]
  - Qual é o recuo que o carrinho sofre enquanto o projétil está em trânsito entre a arma e o bloco? [R.:  $R = -L / (1 + m_s / m_p)$ .]

