Física Experimental A, Ondas Estacionárias

Clebson Abati Graeff

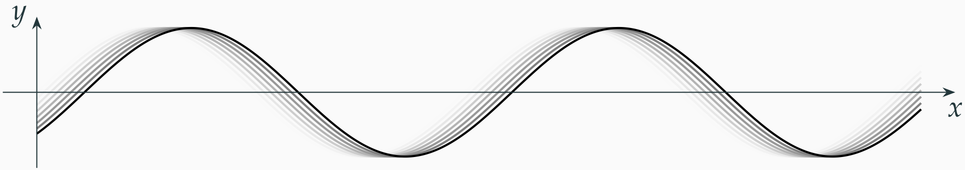
18 de março de 2025

UTFPR–PB

Teoria

Ondas mecânicas

- Uma onda mecânica é uma perturbação periódica que se propaga em um meio.
- No caso de uma onda transversal, tal perturbação é um deslocamento lateral, perpendicular à direção de propagação da onda.
- Esse tipo de onda pode ser descrita como uma função $y(x, t)$, onde y representa o valor da perturbação na posição x e tempo t.



- A forma mais simples para essa função é

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t).$$

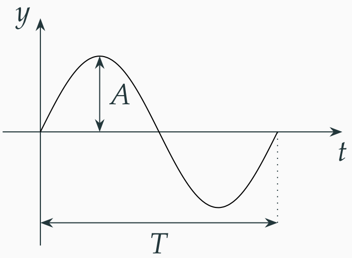
- A é a amplitude da onda, isto é, o valor máximo atingido pela variável y.
- k e ω são denominados como *número de onda* e *frequência angular*, respectivamente.
- O sinal está ligado ao sentido de propagação da onda: negativo para deslocamento no sentido positivo do eixo x e positivo para deslocamento no sentido negativo do eixo x.
- Tal expressão pode ser entendida de maneira simples se considerarmos dois casos especiais (a seguir).

$x = 0$, variando t

- Nesse caso, estamos analisando o movimento de um ponto específico da corda.
- Isso resulta na expressão

$$y(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t),$$

- Note que sempre que t assume certos valores, o movimento se repete.
- O *intervalo de tempo* entre uma repetição e outra é o *período* T da oscilação.



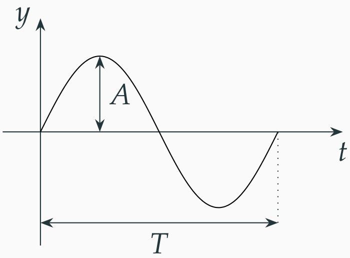
$x = 0$, variando t

- Note que para $t = T$

$$\omega T = 2\pi$$
$$T = 2\pi/\omega.$$

- Como a frequência f é dada por $f = 1/T$,

$$f = \omega/(2\pi).$$

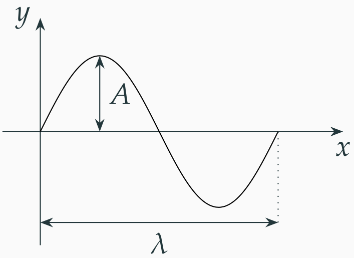


$t = 0$, variando x

- Nesse caso, é como se tirássemos uma foto da onda e a analisássemos.
- Isso resulta na expressão

$$y(x) = A\,\mathrm{sen}(kx).$$

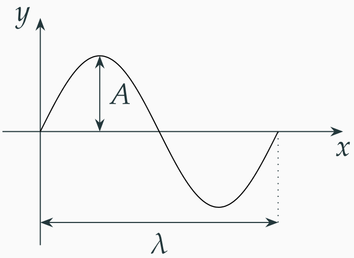
- Note que sempre que x assume certos valores, a forma da onda se repete.
- A *distância* entre uma repetição e outra é o *comprimento de onda* λ da onda.



$t = 0$, variando x

- Note que para $x = \lambda$

$$k\lambda = 2\pi$$
$$k = 2\pi/\lambda.$$



Velocidade de uma onda

- Podemos calcular a velocidade de propagação da onda simplesmente verificando que uma crista qualquer (o ponto em que y atinge o valor máximo) se desloca uma distância λ a cada oscilação:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}.$$

- A velocidade de propagação de uma onda é uma constante que depende de características do meio no qual ela se propaga.
- Portanto, os valores da frequência angular ω e do número de onda k não são independentes, pois estão ligados através da velocidade.

Velocidade de uma onda

- Em uma onda transversal em uma corda, por exemplo, ela é dada por

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}},$$

- F_T representa a tensão a qual a corda está submetida.
- μ representa a densidade linear de massa da corda.

Ondas estacionárias

- Vamos supor que duas ondas com os mesmos valores de amplitude A, frequência angular ω, e número de onda k, se propagam em sentidos opostos em um mesmo meio.
- Podemos descrever tais ondas através das expressões

$$
\begin{aligned}
y_1(x,t) &= A\,\mathrm{sen}(kx-\omega t) \\
y_2(x,t) &= A\,\mathrm{sen}(kx+\omega t).
\end{aligned}
$$

- Quando ambas estiverem se propagando em uma mesma região do meio de propagação, a onda resultante será dada por:

$$
\begin{aligned}
y_{1+2}(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) \\
&= A\,\mathrm{sen}(kx-\omega t) + A\,\mathrm{sen}(kx+\omega t).
\end{aligned}
$$

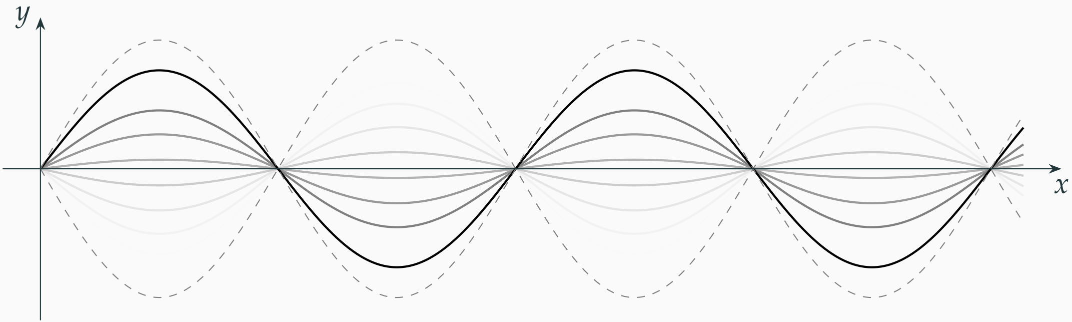
- Utilizando a propriedade

$$\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta = 2\operatorname{sen}[(\alpha+\beta)/2]\cos[(\alpha-\beta)/2],$$

podemos reescrever a superposição das duas ondas como

$$y_{1+2}(x,t) = [2A\operatorname{sen}kx]\cos\omega t.$$

- O termo entre colchetes denota a amplitude de uma onda cuja posição no eixo y muda com o tempo conforme $\cos\omega t$.
- Analisando tal expressão, percebemos que para valores periódicos de x, o valor da amplitude é *zero*.
- Isso implica que, no caso da superposição das duas ondas, temos uma onda resultante na qual alguns pontos (denominados *nós*) permanecem parados, enquanto os demais pontos variam sua posição com o tempo, sendo que a amplitude dessa oscilação depende da posição em x.


y
x

- De acordo com o termo $[2A \operatorname{sen} kx]$, a posição dos nós pode ser obtida fazendo

$$kx = n\pi. \tag{1}$$

onde $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, isto é, um número inteiro não negativo.

- Substituindo a expressão para o número de onda $k = (2\pi)/\lambda$, obtemos

$$x = n\frac{\lambda}{2}. \tag{2}$$

- Temos então que, para uma onda estacionária, os nós aparecem a cada meio comprimento de onda.

Ondas estacionárias em uma corda de comprimento L

- Em uma onda estacionária, os pontos de fixação devem ser obrigatoriamente nós (afinal, para que houvesse um ventre nos pontos de fixação, a corda precisaria oscilar, o que a fixação impede).
- Isso faz com que tenhamos um *número inteiro de meios comprimentos de onda* entre os pontos de fixação.
- Como a velocidade da onda no meio é uma constante característica do próprio meio, concluímos que somente algumas frequências específicas são capazes de gerar ondas estacionárias.
- Sabemos que a amplitude da onda estacionária será nula sempre que

$$kx = n\pi.$$

- Logo, os dois primeiros nós são em $x = 0$ (para $n = 0$) e em $x = \lambda/2$ (para $n = 1$).
- Isto significa que temos uma onda estacionária de forma que a distância entre os pontos de fixação equivale a *meio comprimento de onda*.
- Se assumirmos que no segundo ponto de fixação temos o terceiro nó, temos que a distância entre os pontos de fixação será coberta por dois ventres (um comprimento de onda).
- De forma geral temos que
$$L = n' \frac{\lambda}{2}.$$
- O valor de $n' = 1, 2, 3, \ldots$ designa o número de ventres da onda estacionária (também chamados de *harmônicos*).

- Como a frequência está relacionada com a velocidade v e o comprimento de onda através de
$$f = \frac{v}{\lambda},$$
para uma onda estacionária temos que,
$$f = \frac{n'}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}.$$

Experimento

Ondas estacionárias em uma corda

- Vamos realizar um experimento buscando os valores de frequência de alguns harmônicos.
- Objetivos
  - Verificar a proporcionalidade da frequência de ressonância f com a raiz quadrada da tensão exercida pela corda, sendo que a tensão será variada ao se alterar a massa m suspensa na extremidade livre;
  - Linearizar a equação que relaciona a frequência à massa, determinando a função $F_1(m)$ de forma que um gráfico $f \times F_1(m)$ seja linear.
  - Verificar a proporcionalidade da frequência de ressonância f com o inverso do comprimento L da corda.
  - Linearizar a equação que relaciona a frequência ao comprimento, determinando a função $F_2(L)$ de forma que um gráfico $f \times F_2(L)$ seja linear.
  - Determinar o valor da densidade linear de massa através do coeficiente angular dos gráficos $f \times F_2(L)$.

Procedimento Experimental

1. Verificaremos a frequência em que se formará um dado número de nós, considerando um dado valor de F_T;
2. Variaremos a tensão através da massa m suspensa;
3. Verificaremos a frequência em que se formará um dado número de nós, considerando um dado valor de L;
4. Variaremos o comprimento L.