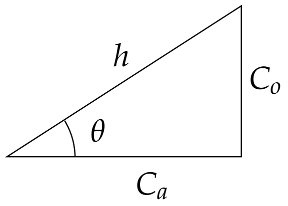
FÍSICA 1

LISTA 4

FORMULÁRIO

Relações Trigonométricas



$$\operatorname{sen}\theta = C_o/h \qquad \cos\theta = C_a/h$$
$$\tan\theta = C_o/C_a \qquad h^2 = C_o^2 + C_a^2$$

Cinemática unidimensional

Fórmulas para aceleração constante:

$$v = v_0 + at \qquad \omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad \Delta\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$$
$$\Delta x = \frac{(v_0 + v)t}{2} \qquad \Delta\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$$
$$\Delta x = vt - \frac{at^2}{2} \qquad \Delta\theta = \omega t - \frac{\alpha t^2}{2}$$

Relações entre as grandezas angulares e lineares:

$$s = \theta r \qquad v = \omega r$$
$$a_t = \alpha r \qquad a_r = v^2/r = \omega^2 r$$

Leis de Newton

$$\vec{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = \frac{d\vec{P}_{\mathrm{CM}}}{dt} = m\vec{a}_{\mathrm{CM}} \qquad \vec{\tau}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\alpha$$

Momento Linear, Torque e Momento Angular

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$\tau = rF\operatorname{sen}\phi \qquad \ell = rp\operatorname{sen}\phi$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$
$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

Se $\vec{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = 0$, então

$$\vec{P}_{\mathrm{CM}}^{i} = \vec{P}_{\mathrm{CM}}^{f}$$

Se $\vec{\tau}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = 0$, então

$$\vec{L}^{i} = \vec{L}^{f}$$

Trabalho, Energia Potencial e Energia Cinética

$$\Delta K = W$$
$$\Delta U = -W$$
$$E_{\mathrm{Mec}} = K_{\mathrm{trans}} + K_{\mathrm{rot}} + U$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = \int \tau d\theta$$
$$W_g = -mg\Delta h$$

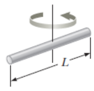
$$K = mv^2/2$$
$$K_{\mathrm{rot}} = I\omega^2/2$$

$$U_g = mgh + C$$

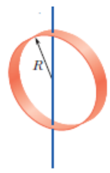
Momento de Inércia

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

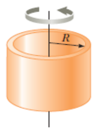
$$I_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{CM}} + Mh^2$$



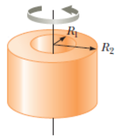
$$I = ML^2/12$$



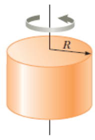
$$I = MR^2/2$$



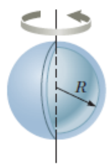
$$I = MR^2$$



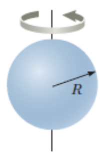
$$I = M(R_1^2 + R_2^2)/2$$



$$I = MR^2/2$$



$$I = 2MR^2/3$$



$$I = 2MR^2/5$$

Problemas do Livro Texto

Problemas recomendados do livro-texto.

Capítulo 10, Halliday, Resnick, Walker; Oitava edição: 25, 26, 30, 36, 37, 39, 41, 42, 52, 54, 55, 59.
Capítulo 11, Halliday, Resnick, Walker; Oitava edição: 8, 9, 11, 13, 26, 28, 32, 35, 37, 39, 41, 43, 44, 47, 52, 55, 57, 58, 61, 66.

Questões Discursivas

Exemplos de questões discursivas.

1. Você consegue imaginar um corpo que possua o mesmo momento de inércia para todos os eixos possíveis? Em caso afirmativo, forneça um exemplo; se sua resposta for negativa, explique por que isso seria impossível. Você pode imaginar um corpo que possua o mesmo momento de inércia em relação a todos os eixos passando por um ponto específico? Caso isso seja possível, onde tal ponto deve estar localizado e qual deve ser a forma de tal objeto?

2. Para maximizar o momento de inércia de um volante e minimizar seu peso, qual deve ser sua forma e como sua massa deve ser distibuída? Explique.

3. Ao calcular o momento de inércia de um objeto, podemos considerar que toda sua massa está concentrada no centro de massa?

4. Pode uma única força aplicada a um corpo alterar simultaneamente se movimento de translação e de rotação? Explique.

5. Duas massas idênticas presas a polias com atrito desprezível por dois fios bem leves enrolados na borda das polias são libertadas do repouso. Ambas as polias possuem a mesma massa e o mesmo diâmetro, mas uma é maciça e a outra é um aro. À medida que as massas caem, em qual dos casos a tensão no fio é maior, ou ela é a mesma?

6. Um aro, um cilindro maciço e uniforme, uma casca esférica (uma esfera oca) e uma esfera maciça e uniforme são liberados do repouso no topo de um plano inclinado. Qual é a ordem de chegada desses itens na parte inferior da inclinação? Importa se as massas e os raios desses objetos são os mesmos?

7. Você está em pé no centro de um carrossel horizontal que gira em um parque de diversões. O carrossel gira sobre apoios sem atrito, e sua rotação é livre. Quando você caminha até a periferia do carrossel, diga o que ocorre com o momento angular total do sistema constituído por você junto com o carrossel. O que ocorre com a velocidade angular do carrossel?

8. Um helicóptero possui um rotor grande principal que gira em um plano horizontal e ocasiona a força de sustentação. Existe também um rotor pequeno na traseira do helicóptero que gira em um plano vertical. Qual é a finalidade do rotor traseiro? Alguns helicópteros não possuem o rotor traseiro, mas possuem dois rotores principais. Por que é importante que esses dois rotores girem em sentidos contrários?

Questões de Provas Anteriores

Algumas questões são do livro-texto, outras da lista de exemplos de questões discursivas acima.

1. **Discursiva:** Um cliente traz uma bola de estimação à sua empresa de engenharia, querendo saber se ela é maciça ou oca. Ele tentou dar leves batidas nela, mas isso forneceu pouca informação. Sugira uma experiência simples e barata para descobrir se ela é oca ou não sem danificá-la.

2. **Discursiva:** Estrelas se originam de grandes "nuvens" de gás que giram lentamente. Devido à força da gravidade, essas nuvens diminuem de tamanho com o passar do tempo, até que entram em um regime de equilíbrio em que a pressão do gás impede que o tamanho continue diminuindo. O que acontece com a velocidade angular a medida que a nuvem de gás se comprime para formar a estrela? Justifique.

3. **Discursiva:** Em corridas de motocross, quando os pilotos passam por pequenos morros com grande velocidade, as motos saltam e perdem contato com o solo. Caso o piloto mantenha o motor da moto "acelerando" durante o salto, ela inclinará para trás. Caso ele cesse a aceleração imediatamente após perder contato com o solo, isso não ocorre. Explique o que ocorre em cada uma das situações.

4. **Discursiva:** Um disco gira livremente – isto é, sem nenhum torque atuando sobre ele, portanto com velocidade angular constante – em torno de um eixo que passa por seu centro de massa, perperdicularmente à sua superfície. Sobre o disco, repousam três cubos de gelo secos (recém tirados do congelador): um próximo do centro, outro a meia distância entre o centro e a borda e outro próximo da borda. Após algum tempo, os cubos começam a derreter, formando uma película de água sob si e diminuindo gradualmente o coeficiente de atrito. Eventualmente, um dos cubos de gelo perderá contato com o disco e sairá em uma trajetória retilínea, tangente à trajetória circular original no ponto onde ocorreu a perda de contato. Analise a fórmula para a aceleração radial e indique qual será o cubo com maior probabilidade de perder contato primeiro. Quando isso acontece a velocidade de rotação do disco e dos dois cubos restantes não diminui. Seria esse um caso em que o momento angular não se conserva? Explique.

5. **Discursiva:** Um aro, um cilindro maciço e uniforme, uma casca esférica (uma esfera oca) e uma esfera maciça e uniforme são liberados do repouso no topo de um plano inclinado (com atrito). Qual é a ordem de chegada desses itens na parte inferior da inclinação caso todos tenham o mesmo raio e a mesma massa? O resultado depende de as massas e os raios desses objetos serem os mesmos? Explique.

6. **Discursiva:** Você está em pé no centro de um carrossel horizontal que gira em um parque de diversões. O carrossel gira sobre apoios sem atrito, e sua rotação é livre.
   (a) O que ocorre com a velocidade angular do sistema *você+carrossel* quando você caminha até a periferia do carrossel?
   (b) Você salta do carrossel para o chão, onde uma força externa ao sistema *você+carrossel* é exercida pelo solo através do atrito. Nesse caso, a velocidade do carrossel deve mudar ou não? Explique.

7. **Discursiva:** Ao calcular o momento de inercia de um objeto, podemos – de um modo geral – considerar que toda sua massa está concentrada no centro de massa? Se for possível, em que tipo de situação? Justifique.

8. **Discursiva:**

   Terra e Lua: Quando um astro orbita outro, como no caso da Lua orbitando a Terra, existe uma tendência a ocorrer uma rotação sincronizada: os astros giram de forma que sempre uma mesma "face" aponta para o outro. Isso pode ser observado no caso da Lua, que tem somente uma face visível pois sua rotação já está sincronizada (o "dia" da Lua tem a mesma duração que seu "ano").

A Terra, no entanto, não sincronizou sua rotação, mas esse processo está acontecendo, o que implica que sua velocidade angular de rotação está diminuindo. Como o sistema Terra-Lua está isolado, sem a atuação de um torque externo, verificamos que o momento angular deve ser constante. Sabendo que

$$L = L^{Rot}_{Terra} + L^{Rot}_{Lua} + L^{Orb}_{Lua} \tag{1}$$

(onde L^{Rot}_{Terra} e L^{Rot}_{Lua} são os momentos angulares da Terra e da Lua girando em torno de si mesmos e L^{Orb}_{Lua} é o momento angular da Lua orbitando em torno da Terra) é constante,

(a) O que deve acontecer com $L_{Lua} = L^{Rot}_{Lua} + L^{Orb}_{Lua}$ conforme a velocidade angular da Terra for diminuindo? O momento angular L_{Lua} deve aumentar, diminuir ou permanecer constante? Justifique.

(b) Se considerarmos que as velocidades angulares de rotação da Lua em torno de si própria e em torno da Terra são constantes nesse processo, o que podemos concluir sobre a distância entre a Terra e a Lua? Ela deve aumentar, diminuir ou permanecer constante? Justifique. *(Considere a Lua como sendo um ponto para calcular o momento angular orbital.)*

Cinemática da rotação

9. Um disco ligado a um motor elétrico gira a 500 rev/min quando ocorre uma falta de energia. O disco tem massa 40 kg e diâmetro de 75 cm. A falha no fornecimento de energia dura 30 s e nesse tempo o disco diminui sua velocidade de rotação devido a forças de atrito. Durante tal desaceleração, o disco completa 200 rev.

   (a) Qual a velocidade de rotação quando a energia elétrica volta? ***R.:*** 31,41 rad/s.

   (b) Quanto tempo o disco levaria para parar caso a energia não voltasse? ***R.:*** 75 s.

10. Em $t = 0$ s um disco de corte tem uma velocidade angular de 24,0 rad/s. Sua aceleração angular é de 30,0 rad/s^2 até que o motor é desligado em $t = 2$ s. A partir de então, o disco está sujeito a uma desaceleração constante devido a forças de atrito, sofrendo um deslocamento angular de 432 rad até parar.

    (a) Qual é o deslocamento angular total entre $t = 0$ s e o momento em que ele para de girar? ***R.:*** 540 rad.

    (b) Qual é o valor de t quando o disco para? ***R.:*** 12,28 s.

11. Um disco precisa de três segundos para realizar 37 voltas completas. Sua velocidade angular no final do intervalo de três segundos é de 98,0 rad/s. Qual é a aceleração angular da roda (assumindo que ela é constante)? ***R.:*** 13,67 rad/s^2.

12. O tambor de uma máquina de lavar inicia seu ciclo de "centrifugação". Partindo do repouso, ela demora 8,00 s para acelerar a uma taxa constante até sua velocidade angular máxima $\omega_f = 5{,}0$ rev/s. No momento em que ela atinge tal velocidade, ocorre uma falta de energia e o tambor desacelera a uma taxa constante, parando após 12,0 s. Qual é o deslocamento angular total realizado pelo tambor entre o instante em que ele começa a acelerar e o instante em que ele para? ***R.:*** 314,16 rad.

13. Uma criança empurra um carrossel. O deslocamento angular efetuado pelo carrossel varia com o tempo de acordo com $\Delta\theta(t) = \gamma t + \beta t^2$, onde $\gamma = 0{,}400$ rad/s e $\beta = 0{,}0120$ rad/s^2.

    (a) Calcule a expressão que determina a velocidade angular do carrossel como função do tempo. ***R.:*** $\omega = \gamma + 2\beta\, t$.

    (b) Determine a velocidade inicial do carrossel, isto é, $\omega(t = 0)$. ***R.:*** γ.

(c) Se a criança consegue correr a uma velocidade máxima de 3,2 m/s, determine qual será o deslocamento angular que ela terá percorrido entre $t = 0$ e o momento onde ela atinge essa velocidade. Considere que a aceleração é constante e que o raio do carrossel é de 1,2 m. ***R.:*** 144,8 rad.

CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA

14. A Figura 1 mostra um objeto constituido por um disco de massa m e raio r ao qual estão presas quatro hastes finas, cada uma com massa de $m/4$ e comprimento $2r$. Nas extremidades das barras, estão presas esferas de massa $m/2$ cujos raios são desprezíveis. Mostre que o momento de inércia do objeto em torno do eixo que passa pelo centro de massa do disco, perpendicularmente ao plano da figura (isto é, no ponto indicado na figura), é dado por:
$$I = \frac{137}{6} m r^2. \tag{2}$$
Importante: as barras não giram em torno de suas extremidades.

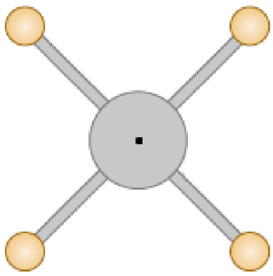


Figura 1: Questão 14.

15. A Figura 2 mostra um objeto construido ao soldar um aro de massa m e raio R e um quadrado de massa $m/2$ feitos de um arame fino e de densidade uniforme. Mostre que o momento de inércia em torno do eixo indicado na figura é dado por
$$I = \frac{41}{24} m R^2. \tag{3}$$

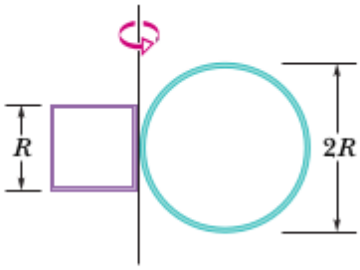


Figura 2: Questão 15.

16. Quatro esferas de raio desprezível e massa 0,2 kg estão separadas por barras metálicas de comprimento 0,4 m e massa 0,5 kg, conforme mostrado na Figura 3. Encontre o momento de inércia em torno do eixo $\overline{AB}$ (mostrado na figura) que divide o objeto em duas partes simétricas. ***R.:*** $85{,}34 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.

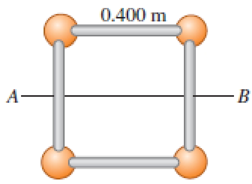


Figura 3: Questão 16.

17. A Figura 4 mostra um objeto constituido de duas esferas maciças de massa $m = 3$ kg e duas esferas ocas de massa $M = 5$ kg presas a duas hastes finas que formam um ângulo de 90°. As dimensões a e b são 1,0 m e 0,9 m, já as massas das hastes é de 0,5 kg cada. Além disso, os raios das esferas são $r_m = 0{,}1$ m e $r_M = 0{,}15$ m. Calcule o momento de inércia em torno do eixo y. *Você pode substituir as esferas de massa M por partículas puntuais localizadas no centro de massa.* **R.:** $13{,}42\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

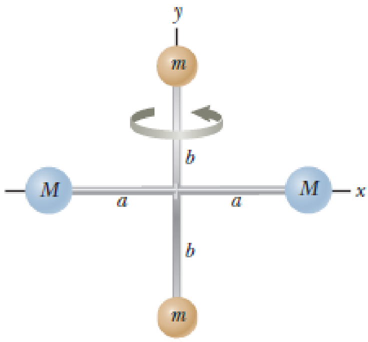


Figura 4: Questão 17.

18. Duas esferas maciças de massas $m_1 = 3{,}0\,\text{kg}$ e $m_2 = 4{,}0\,\text{kg}$ – com raios $R_1 = 5{,}0\,\text{cm}$ e $R_2 = 7\,\text{cm}$, respectivamente – estão ligadas por uma haste fina de massa $m_h = 3{,}0\,\text{kg}$ (Figura 5). As posições dos centros de massa das esferas são $y_1 = -4{,}0\,\text{m}$ e $y_2 = 3{,}0\,\text{m}$ (a figura não está em escala por questões de clareza). Calcule o momento de inércia em torno do eixo x mostrado na figura abaixo. *Não despreze os raios das esferas!* A haste tem comprimento $d = 7{,}0\,\text{m} - (R_1 + R_2)$. *Uma forma de resolver o problema é dividindo-o em duas partes, uma acima e outra abaixo do eixo x e somando. Para determinar a massa do segmento de haste acima ou abaixo do eixo x, utilize uma regra de três.* **R.:** $96{,}41\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

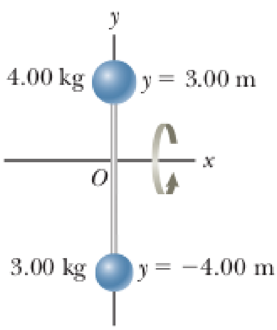


Figura 5: Questão 18.

19. Três esferas maciças de massas $m_1 = 2{,}0\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 3{,}0\,\mathrm{kg}$ e $m_3 = 4{,}0\,\mathrm{kg}$ e raios $r_1 = 3{,}0\,\mathrm{cm}$, $r_2 = 5{,}0\,\mathrm{cm}$ e $r_3 = 6{,}0\,\mathrm{cm}$, respectivamente, estão ligadas por uma haste de massa negligível, dispostas como mostra a Figura 6. As posições dos centros de massa das esferas são $y_1 = -2{,}0\,\mathrm{m}$, $y_2 = -4{,}0\,\mathrm{m}$ e $y_3 = 3{,}0\,\mathrm{m}$ (no desenho o tamanho das esferas e das hastes não seguem a mesma escala por questões de clareza). Determine o momento de inércia em torno do eixo x mostrado na figura. *Apesar de o raio das esferas ser pequeno, ele não pode ser desprezado!* ***R.:*** $92{,}008\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$.

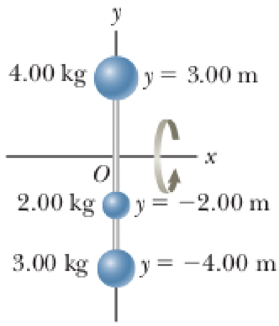


Figura 6: Questão 19.

SEGUNDA LEI DE NEWTON PARA ROTAÇÕES

20. Na Figura 7, uma polia é composta de dois discos de raios diferentes que estão colados, de forma que por seus centros passa um eixo que está preso a um suporte. A polia pode girar sem atrito em torno de tal eixo. Em torno do disco menor, está enrolada uma corda de massa desprezível e em cuja extremidade livre está preso um bloco. No disco maior, também está enrolada uma corda e sobre sua extremidade livre uma força $F_{ap} = 50\,\mathrm{N}$ é aplicada (a força é constante, porém não impede o movimento do sistema). Sabendo que os raios das polias são $r = 12{,}0\,\mathrm{cm}$ e $R = 30{,}0\,\mathrm{cm}$ e que as massas das polias e do bloco são $m_r = 1{,}0\,\mathrm{kg}$, $m_R = 3{,}0\,\mathrm{kg}$ e $m_b = 7{,}0\,\mathrm{kg}$, determine
    (a) A aceleração do bloco. ***R.:*** $3{,}34\,\mathrm{m/s^2}$.
    (b) A tensão na corda. ***R.:*** $91{,}98\,\mathrm{N}$.

    Lembre-se que o momento de inércia da "polia composta" é a soma do momento de inércia dos dois discos. Os torques podem ser então considerados como atuando na "polia composta".

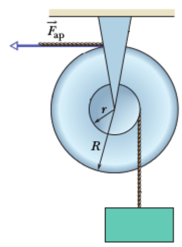


Figura 7: Questão 20.

21. Um objeto de massa $m = 5{,}10$ kg está preso a uma corda que está enrolada – e, portanto, não desliza – em uma polia de massa $M = 3{,}0$ kg e raio $R = 0{,}250$ m (Figura 8). A polia é um disco maciço, livre para rodar em torno do eixo perpendicular a sua superfície e que passa por seu centro de massa.
    (a) Determine a aceleração do bloco quando ele for solto. ***R.:*** $7{,}57\,\mathrm{m/s^2}$.
    (b) O que acontecerá se a massa da polia for muito pequena? E se for muito grande? ***R.:*** Se $M \to \infty$, $a \to 0$; Se $M \to 0$, $a \to g$.

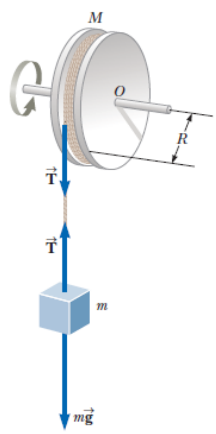


Figura 8: Questões 21 e 22.

22. A Figura 8 mostra uma caixa de massa $m = 5$ kg pendurada em uma corda de massa desprezível e que passa por uma polia em forma de disco de raio $R = 20$ cm e massa M. A caixa está sujeita a ação da gravidade, sendo que sua aceleração é de 5,0 m/s^2 quando solta. A corda não desliza na polia e não há atrito com o eixo O. Determine
    (a) A massa M da polia. ***R.:*** 9,6 kg.
    (b) A tensão na corda. ***R.:*** 24 N.

23. Na Figura 9, uma roda de 0,2 m de raio é montada em um eixo horizontal sem atrito. Uma corda de massa desprezível é enrolada na roda e presa a uma caixa de 2,0 kg que escorrega sobre a superfície sem atrito de um plano inclinado com $\theta = 20°$ em relação à horizontal. A caixa escorrega para baixo com uma aceleração de 2,0 m/s^2. Qual é o momento de inércia da roda em relação ao eixo? ***R.:*** $54{,}07 \cdot 10^{-3}$ kg $\cdot$ m^2.

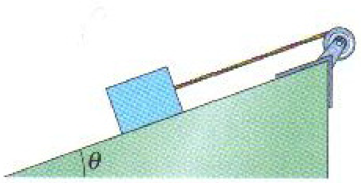


Figura 9: Questão 23.

24. A polia mostrada na Figura 10 tem formato de disco, raio $R = 16$ cm e momento de inércia $I = 0{,}560$ kg $\cdot$ m^2. Os blocos pendurados na corda (cuja massa é desprezível) têm massas 4 kg e 2 kg. A corda não desliza na polia. Determine:
    (a) A tensão no segmento esquerdo da corda. ***R.:*** 36,39 N.
    (b) A tensão no segmento direito da corda. ***R.:*** 21,01 N.

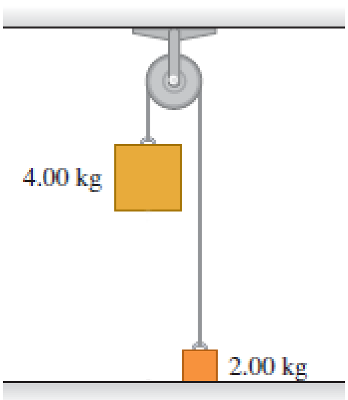


Figura 10: Questão 24.

25. Na Figura 11, um bloco de massa $m_1 = 2{,}0$ kg e um bloco de massa $m_2 = 6{,}0$ kg se movem conectados por uma corda leve que passa por uma polia em formato de disco – de raio $R = 0{,}250$ m e massa $M = 10{,}0$ kg –. A parte inclinada da rampa faz um ângulo de 30,0° com a horizontal. Se não há atrito entre os blocos e a rampa, determine
    (a) A tensão no segmento esquerdo da corda. ***R.:*** 4,52 N.

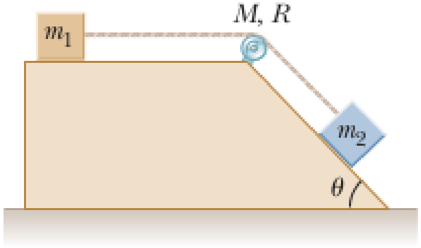


Figura 11: Questão 25.

(b) A tensão no segmento direito da corda. ***R.:*** 15,84 N.

26. A Figura 12 mostra uma polia em torno da qual uma corda de massa desprezível está enrolada. Um bloco é preso à extremidade livre da corda e é solto a partir do repouso, acelerando para baixo e submetendo a polia a uma aceleração angular. Se a polia é um disco uniforme de massa $m_p = 3{,}0\,\text{kg}$ e raio $R = 12{,}0\,\text{cm}$, a massa do bloco é $m_b = 2{,}5\,\text{kg}$ e a corda não desliza sobre a polia, determine
    (a) A aceleração do bloco. ***R.:*** 6,125 m/s^2.
    (b) A tensão na corda. ***R.:*** 9,19 N.

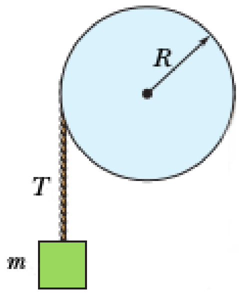


Figura 12: Questão 26.

Rolamento

27. Na Figura 13, uma bola maciça rola suavemente a partir do repouso (começando na altura $H = 6$ m) até deixar a parte horizontal no fim da pista, a uma altura $h = 2$ m. A que distância horizontal do ponto A a bola toca o chão? *Não esqueça de levar em conta a energia cinética de rotação da bola!* ***R.:*** 4,78 m.

28. Um cilindro de massa m e raio R desce rolando uma rampa conforme a Figura 13. Ao final da descida, ele deixa a rampa com uma velocidade horizontal e atinge o solo a uma distância d do final da rampa. O rolamento acontece sem deslizar. Mostre que se o cilindro parte do repouso, a distância é dada por

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}(H-h)h}. \tag{4}$$

29. Um objeto desce rolando uma rampa de altura $H = 10$ m conforme a Figura 13. Ao final da descida, ele deixa a rampa com uma velocidade horizontal a uma altura $h = 3$ m e atinge o solo a uma distância $d = 7{,}1$ m do final da rampa. O rolamento acontece sem deslizar.

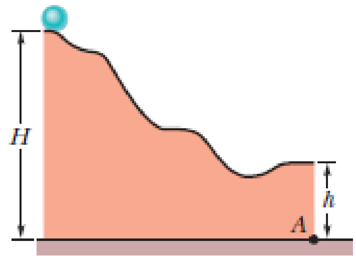


Figura 13: Questões 27, 28 e 29.

(a) Considerando que o momento de inércia é dado por $I = fmR^2$, onde m é a massa do objeto e R o seu raio, calcule o valor de f. ***R.:*** $f = 0{,}666\,3 \approx 2/3$.

(b) O objeto é um cilindro, um aro, uma esfera maciça ou uma esfera oca? ***R.:*** Esfera oca.

30. Na Figura 14, uma bola maciça de aço de massa 0,280 g rola suavemente ao longo do trilho quando é liberada a partir do repouso no trecho retilíneo. A parte circular do trilho tem um raio $R = 14$ cm e a bola tem um raio $r \ll R$.

(a) Quanto vale h se a bola está na iminência de perder contato com o trilho quando chega ao ponto mais alto da parte curva do trilho? ***R.:*** $(27/10)R$.

(b) Se a bola é liberada de uma altura $h = 6R$, qual é o módulo da componente horizontal da força que atua sobre a bola no ponto Q? ***R.:*** $F = (50/7)mg$.

Não esqueça de levar em conta a energia cinética associada à rotação da bola!

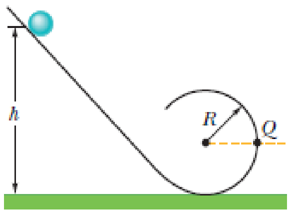


Figura 14: Questões 30 e 31.

31. Na Figura 14, uma bola maciça de latão de massa 0,280 g rola suavemente ao longo do trilho quando é liberada a partir do repouso no trecho retilíneo. A parte circular do trilho tem um raio $R = 14{,}0$ cm e a bola tem um raio $r \ll R$.

(a) Qual é a aceleração do centro de massa da bola enquanto ela desce a rampa se a inclinação desta é de $\theta = 45{,}0°$? ***R.:*** $4{,}95\,\mathrm{m/s^2}$.

(b) Qual é a razão entre a energia cinética de rotação e a energia cinética de translação da bola? Tal razão depende da velocidade? ***R.:*** $K_r/K_t = 2/5$, não depende da velocidade.

32. Um cilindro maciço de raio 10,0 cm e massa 12,0 kg parte do repouso e rola para baixo uma distância $L = 6{,}0$ m, sem deslizar, em um teto inclinado de um ângulo $\theta = 30{,}0°$ (Figura 15).

(a) Qual é a velocidade angular do cilindro em relação ao seu centro ao deixar o teto? ***R.:*** $62{,}6\,\mathrm{rad/s}$.

(b) Qual é a aceleração do centro de massa do cilindro? ***R.:*** $3{,}27\,\mathrm{m/s^2}$.

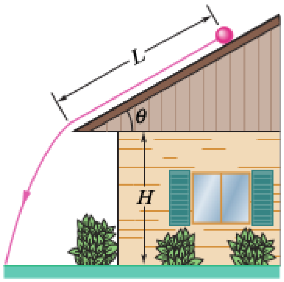


Figura 15: Questão 32.

CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR

33. Uma barra uniforme de 0,6 m de comprimento e 1,0 kg de massa gira no plano do papel em torno de um eixo que passa por uma das extremidades, com um momento de inércia de $0{,}12\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$ (Figura 16). Quando a barra passa pela posição mais baixa, colide com um pedaço de massa de modelar de 0,20 kg, que fica grudado na sua extremidade. Se a velocidade angular da barra imediatamente antes da colisão é de 2,4 rad/s, qual é a velocidade angular do sistema haste-massa de modelar imediatamente após a colisão? ***R.:*** $1{,}5\,\mathrm{rad/s}$.

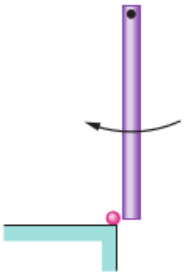


Figura 16: Questão 33.

34. Na Figura 17, um disco com momento de inércia I_1 roda em torno de um eixo vertical sem atrito com velocidade angular ω_i. Um segundo disco, com momento de inércia I_2 e velocidade angular inicial nula, cai sobre o primeiro. Após alguns segundos, devido a forças de atrito entre as duas superfícies, ambos terão a mesma velocidade angular final ω_f.
    (a) Calcule a velocidade angular final ω_f em termos da velocidade angular inicial e dos momentos de inércia. ***R.:*** $\omega_f = \frac{I_1}{I_1+I_2}\omega$.
    (b) Calcule a razão K_f/K_i entre a energia cinética de rotação final e a inicial em termos dos momentos de inércia. ***R.:*** $K_f/K_i = I_1/(I_1+I_2)$.

35. A Figura 17 mostra um disco que gira com velocidade angular ω_i em torno de um eixo sem atrito que passa por seu centro de massa, perpendicularmente a sua face plana. Acima dele, outro disco – também com o eixo atravessando-o perperdicularmente à face plana, passando pelo centro de massa –, de mesma massa que o primeiro, está parado. Se a velocidade angular final é 3/4 da velocidade angular inicial, qual é o a razão entre os raios R_1 e R_2? ***R.:*** $R_1/R_2 = \sqrt{3}$.

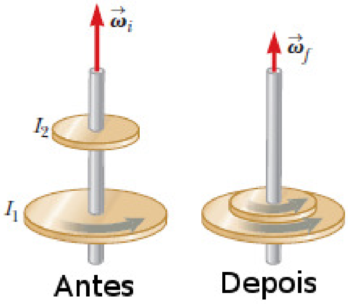


Figura 17: Questões 34 e 35.

36. Um projétil de massa $m = 10$ g se move para a direita com uma velocidade inicial $v_i = 100$ m/s. Ele colide com a extremidade de uma haste fina estacionária de massa $M = 1,0$ kg, comprimento $d = 30$ cm e que pode girar em torno de um eixo perpendicular à haste, sem atrito e que passa pelo centro de massa. A Figura 18 ilustra uma visão superior da colisão.
    (a) Se o projétil fica preso à haste depois da colisão, qual a velocidade angular final do sistema. ***R.:*** 19,41 rad/s.
    (b) Qual a razão K_f/K_i entre a energia cinética total depois e antes da colisão? ***R.:*** $K_f/K_i = 0{,}029$.

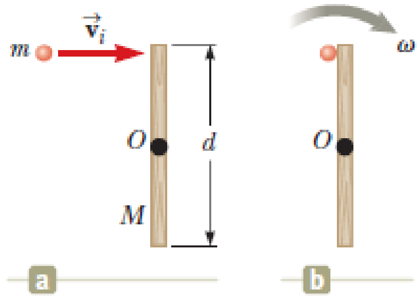


Figura 18: Questão 36.

37. Um disco de massa $m = 50$ g está amarrado a uma corda fina e leve que passa por um furo em uma mesa horizontal e sem atrito (Figura 19). O disco está girando com uma velocidade $v_i = 1{,}5$ m/s descrevendo um círculo de raio $R = 30$ cm. A corda é puxada lentamente pelo furo de forma que o raio da trajetória diminua para $R = 20$ cm.
    (a) Qual a velocidade do disco após a corda ser puxada? ***R.:*** 2,25 m/s.
    (b) Lembrando que o trabalho é dado pela variação da energia cinética, isto é, $W = \Delta K$, calcule o trabalho realizado para puxar a corda. ***R.:*** 0,07 J.

38. A Figura 20 mostra uma colisão entre um projétil de massa $m = 20$ g e velocidade $v = 100$ m/s e um pêndulo formado por uma massa $M = 1$ kg (cujas dimensões são desprezíveis) e uma haste rígida de comprimento $\ell = 35$ cm e massa $m_h = 0{,}3$ kg. O pêndulo encontra-se inicialmente em repouso. Após a colisão, o projétil emerge com velocidade $v/2$. Qual é a velocidade angular do pêndulo após a colisão? *Considere como negligível o deslocamento do pêndulo enquanto ele é atravessado pelo projétil.* ***R.:*** 2,6 rad/s.

39. Um pássaro de 0,5 kg voa horizontalmente com uma velocidade $v = 2{,}25$ m/s e atinge uma barra de madeira que pode girar em torno de um eixo fixado no chão (Figura 21). A barra tem comprimento de

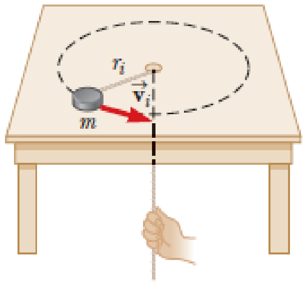


Figura 19: Questão 37.

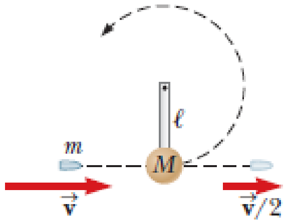


Figura 20: Questão 38.

1,2 m e o pássaro a atinge a uma distância de 25 cm do topo. Após o impacto, o pássaro cai atordoado com velocidade horizontal nula. Sabendo que a massa da barra é de 2,5 kg,

(a) Calcule a velocidade angular da barra imediatamente após a colisão. ***R.:*** 0,891 rad/s.

(b) Calcule a velocidade angular da barra ao atingir o solo. ***R.:*** 5,03 rad/s.

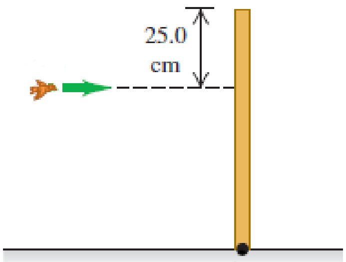


Figura 21: Questão 39.

40. Um bloco de madeira, de massa desprezível, está ligado a uma haste fina conforme mostrado na Figura 22. A haste tem comprimento ℓ, massa m, e pode girar em torno de um eixo perpendicular à mesa e que passa pela extremidade oposta àquela em que o bloco está preso. Um projétil de massa $m/2$ é disparado com velocidade v contra o bloco de forma que seu momento linear faça um ângulo de 90,0° com a haste. Após a colisão, o projétil fica preso no bloco e o sistema passa a girar. Considerando que não há atrito entre a mesa e o bloco, e que o projétil de aloja muito próximo ao final da haste (portanto sua distância ao eixo de rotação é ℓ), demonstre que a velocidade angular final do sistema será

$$\omega_f = \frac{3v}{5\ell} \tag{5}$$

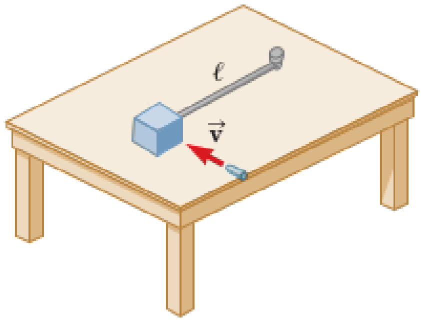


Figura 22: Questão 40.

41. Um projétil de 0,005 00 kg viajando horizontalmente com velocidade $1{,}00 \cdot 10^5\,\mathrm{m/s}$ atinge uma porta de massa 18,0 kg, ficando alojada a 10,0 cm do lado oposto às dobradiças, conforme mostrado na Figura 23. A porta, cuja largura é de 1,00 m, pode girar livremente no eixo da dobradiça.
   (a) Qual é a velocidade angular da porta imediatamente após o projétil colidir e se alojar na porta? ***R.:*** 74,95 rad/s.
   (b) Qual é a razão entre a energia cinética final e a inicial? ***R.:*** $K_f/K_i = 6{,}75 \cdot 10^{-4}$.

   Trate a porta como uma barra fina.

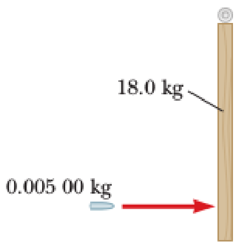


Figura 23: Questão 41.

42. No instante retratado na Figura 42, duas partículas se movem em um plano xy. A partícula P_1 possui uma massa de 6,5 kg e uma velocidade $v_1 = 2{,}2\,\mathrm{m/s}$, e está a uma distância $d_1 = 1{,}5\,\mathrm{m}$ do ponto O. A partícula P_2 possui uma massa de 3,1 kg e uma velocidade $v_2 = 3{,}6\,\mathrm{m/s}$, e está a uma distância $d_2 = 2{,}8\,\mathrm{m}$ do ponto O. Quais são
   (a) O módulo e a orientação do momento angular da partícula 1? ***R.:*** $\vec{\ell}_1 = -21{,}45\,\mathrm{kg \cdot m^2/s}\,\hat{k}$.
   (b) O módulo e a orientação do momento angular da partícula 2? ***R.:*** $\vec{\ell}_2 = 31{,}248\,\mathrm{kg \cdot m^2/s}\hat{k}$.

43. Dois discos, de massa $m_1 = m_2 = 120{,}0\,\mathrm{g}$ e raios $R_1 = R_2 = R$ colidem sobre uma mesa sem atrito como mostrado na Figura 25. O disco 1 incide com velocidade $v_1 = 1{,}50\,\mathrm{m/s}$ da esquerda para a direta e sua borda toca a do disco 2, que estava inicialmente em repouso. Após se tocarem, ambos permanecem unidos através do ponto de contato e passam a girar em torno do eixo perpendicular ao plano da mesa que passa pelo centro de massa do sistema formado pelos dois discos.
   (a) Sabendo que após a colisão os discos passam a girar em torno do centro de massa, mostra que a

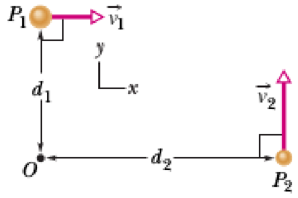


Figura 24: Questão 42.

velocidade angular será dada por

$$\omega = \frac{v}{3R} \tag{6}$$

Trate o disco incidente como uma partícula e calcule o momento angular em relação ao ponto de contato.

(b) O que ocorre com a velocicade do centro de massa nessa colisâo? ***R.:*** A velocidade será reduzida à metade da velocidade antes da colisão.

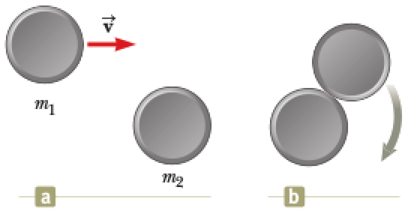


Figura 25: Questão 43.

44. No instante retratado na Figura 26, uma partícula P de 2,0 kg possui um vetor posição $\vec{r}$ de módulo 3,0 m e ângulo $\theta_1 = 45{,}0°$, e uma velocidade $\vec{v}$ de módulo 4,0 m/s e ângulo $\theta_2 = 30{,}0°$. A força $\vec{F}$, de módulo 2,0 N e ângulo $\theta_3 = 30{,}0°$, age sobre P. Os três vetores estão no plano xy. Quais são, em relação à origem,

    (a) O módulo e a orientação do momento angular de P? ***R.:*** $\vec{\ell} = 12\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{s}\,\hat{k}$.

    (b) O módulo e a orientação do torque que age sobre P? ***R.:*** $\vec{\tau} = 3\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\,\hat{k}$.

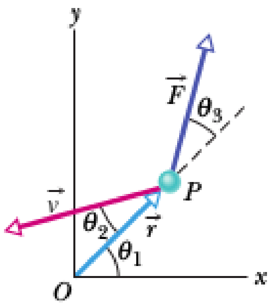


Figura 26: Questão 44.