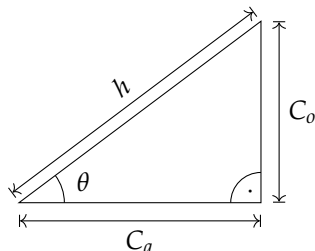


FORMULÁRIO

**Relações Trigonômicas**



$$\begin{aligned}\sin \theta &= C_o/h & \cos \theta &= C_a/h \\ \tan \theta &= C_o/C_a & h^2 &= C_o^2 + C_a^2\end{aligned}$$

**Cinemática unidimensional**

$$\Delta x = x_f - x_i \quad (1)$$

$$\Delta v = v_f - v_i \quad (2)$$

$$\Delta t = t_f - t_i \quad (3)$$

$$\bar{v} = \Delta x / \Delta t \quad (4)$$

$$\bar{a} = \Delta v / \Delta t \quad (5)$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} \quad (6)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta x / \Delta t \quad (7)$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a} \quad (8)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta v / \Delta t \quad (9)$$

Fórmulas para aceleração constante:

$$v = v_0 + at \quad (10)$$

$$x - x_0 = v_0 t + at^2/2 \quad (11)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad (12)$$

$$x - x_0 = (v_0 + v)t/2 \quad (13)$$

$$x - x_0 = vt - at^2/2 \quad (14)$$

**Vetores**

Dado um referencial com dois eixos perpendiculares  $x$  e  $y$  e dois vetores unitários  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$ , cujas direções são as dos eixos coordenados, temos

$$a_x = a \cos \theta \quad a_y = a \sin \theta \quad (15)$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \tan \theta = a_y / a_x. \quad (16)$$

Se

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}, \quad \vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j}, \quad (17)$$

então

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad (18)$$

$$= (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j}. \quad (19)$$

**Cinemática bi e tridimensional**

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i \quad (20)$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i \quad (21)$$

$$\Delta t = t_f - t_i \quad (22)$$

$$\vec{v} = \Delta \vec{x} / \Delta t \quad (23)$$

$$\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t \quad (24)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\vec{v}} \quad (25)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \vec{r} / \Delta t \quad (26)$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\vec{a}} \quad (27)$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \vec{v} / \Delta t \quad (28)$$

**Movimento de projéteis**

Altura máxima, trajetória e alcance horizontal:

$$H = (v_0^2 \sin^2 \theta) / 2g \quad (29)$$

$$y(x) = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{(2v_0^2 \cos^2 \theta_0)} \quad (30)$$

$$R = [v_0^2 \sin(2\theta_0)] / g \quad (31)$$

**Movimento Circular Uniforme**

Aceleração centrípeta e período:

$$a_c = v^2 / r \quad T = 2\pi r / v \quad (32)$$

**Movimento Relativo**

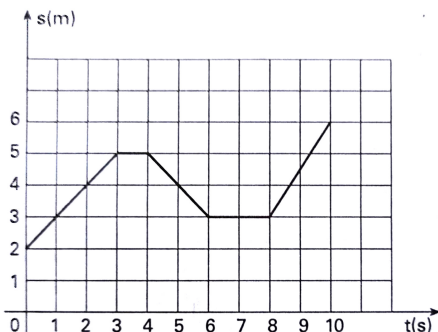
$$\vec{r}_S = \vec{r}_{S'} + \vec{r}_{SS'} \quad (33)$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_{S'} + \vec{v}_{SS'} \quad (34)$$

$$\vec{a}_S = \vec{a}_{S'} + \vec{a}_{SS'} \quad (35)$$

MOVIMENTOS UNIDIMENSIONAIS COM VELOCIDADE CONSTANTE, VELOCIDADE MÉDIA, E VELOCIDADE INSTANTÂNEA

1. O gráfico abaixo representa a posição  $s$  de uma partícula como função do tempo.



Análise as afirmativas seguintes e assinale a alternativa correta:

- A velocidade média entre  $t = 4$  s e  $t = 6$  s é de  $-1$  m/s.
- O deslocamento entre  $t = 4$  s e  $t = 10$  s vale 8 m.
- O deslocamento escalar (distância total percorrida) entre  $t = 0$  até  $t = 10$  s vale 8 m.

Alternativas:

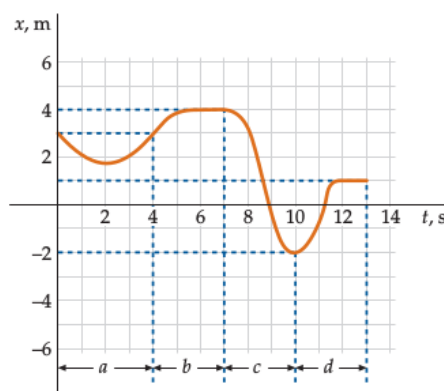
- Somente a opção 1 é correta.
- Somente 1 e 2 são corretas.
- Somente 2 e 3 são corretas.
- Somente 1 e 3 são corretas.
- Todas estão corretas.

[R.: D.]

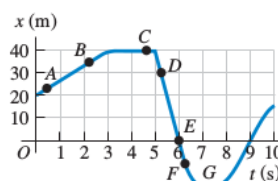
2. Você tem que dirigir em uma via expressa para se candidatar a um emprego em outra cidade, a uma distância de 300 km. A entrevista foi marcada para as 11:15 h da manhã. Você planeja dirigir a 100 km/h e parte às 8:00 h da manhã para ter algum tempo de sobra. Você dirige na velocidade planejada durante os primeiros 100 km, depois um trecho da estrada em obra o obriga a reduzir a velocidade para 40 km/h por 40 km. Qual a menor velocidade que você deve manter no resto da viagem para chegar a tempo da entrevista? [R.: 128,0 km/h.]
3. Dois trens, o primeiro com velocidade constante de 30 km/h e segundo com velocidade constante de 45 km/h, trafegam em sentidos opostos na mesma linha férrea retilínea. Um pássaro capaz de voar a 60 km/h parte da frente do primeiro trem, quando eles estão separados por 60 km, e se dirige em linha reta para o segundo. Ao chegar ao outro trem, o pássaro faz meia-volta e se dirige para o primeiro trem, e assim por diante. Qual é a distância total que o pássaro

percorre até os trens colidirem? Note que a distância total percorrida pelo pássaro é dada pelo produto do módulo de sua velocidade pelo tempo de voo. [R.: 48 km.]

4. Durante um exercício de treinamento, um piloto sobrevoa uma região plana com velocidade constante de 1300 km/h a uma altitude de 35 m, simulando uma situação em que tenha que evitar sua detecção por radares. Em um certo ponto, o terreno passa a ter uma inclinação constante de  $4,0^\circ$ . Quanto tempo o piloto tem para corrigir o curso e evitar a colisão com o solo? Dica: Use as relações trigonométricas. [R.: 1,4 s.]
5. Um veículo se desloca com uma velocidade de 25 km/h durante 6 min, depois a 12 km/h por 15 min, e finalmente a 62 km/h durante 22 min. Determine sua velocidade média em m/s. [R.: 10,94 m/s.]
6. A figura abaixo mostra a posição de uma partícula como uma função do tempo.
- Determine a velocidade média nos intervalos  $a$  e  $c$ . [R.:  $\langle v_a \rangle = 0$ ,  $\langle v_c \rangle = -2,0$  m/s.]
  - Determine os instantes ou intervalos de tempo onde a velocidade deve ser nula. [R.:  $t = 2$  s, de  $t \approx 5$  s até  $t \approx 7$  s,  $t = 10$  s, e de  $t \approx 11,5$  s até  $t = 13$  s.]

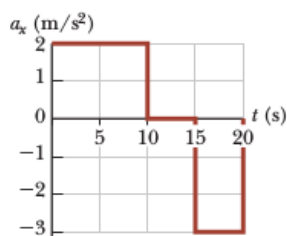


7. O gráfico mostrado na figura abaixo representa a posição de um objeto como função do tempo. Determine,
- Quais dos pontos de A a G indicam situações onde a velocidade do corpo é nula. [R.: C e G.]
  - Quais são os módulos das velocidades médias nos intervalos  $t = 0$  a  $t = 3$  s e  $t = 5$  s a  $t = 6$  s. [R.: 6,7 m/s e 40 m/s, respectivamente.]
  - Determine os valores dos módulos das velocidades instantâneas nos pontos A, B, D e E. [R.:  $v_A = v_B = 6,7$  m/s,  $v_D = v_E = 40$  m/s. (Note que as respostas são iguais às do item anterior. Por quê?)]



8. Uma partícula executa um movimento unidimensional, partindo do repouso e acelerando como mostrado no gráfico abaixo. Determine

- (a) a velocidade da partícula em  $t = 10,0$  s. [R.: 20 m/s.]  
(b) o deslocamento da partícula entre  $t = 0$  e  $t = 20,0$  s. [R.: 262,5 m.]



9. Considere o movimento oscilatório vertical de um corpo suspenso através de uma mola entre dois instantes de tempo quaisquer. Sobre o conceito de velocidade média, assinale as alternativas verdadeiras.

- A. Um valor positivo de velocidade média indica que o corpo sempre se moveu no sentido positivo da trajetória durante o intervalo de tempo considerado.  
B. Um valor negativo de velocidade média indica que o corpo sempre se moveu no sentido negativo da trajetória durante o intervalo de tempo considerado.  
C. Um valor nulo de velocidade média não significa que o corpo não se moveu durante o intervalo de tempo considerado.  
D. Um valor positivo de velocidade média indica que durante parte do tempo a partícula se moveu no sentido positivo do eixo coordenado.  
E. Para calcularmos a velocidade média, basta determinarmos a razão entre a diferença das posições final e inicial, e o intervalo de tempo.

[R.: Verdadeiras: C, D, E.]

#### MOVIMENTOS UNIDIMENSIONAIS COM ACELERAÇÃO CONSTANTE

10. **Discursiva:** Um malabarista joga uma bola verticalmente para cima, sem enfrentar resistência apreciável do ar.

- (a) Qual é a relação entre a direção e o sentido da aceleração e da velocidade? Elas são sempre no mesmo sentido? Mesma direção? Explique.  
(b) Qual é a aceleração da bola quando ela pára no topo da trajetória? Justifique.

11. **Discursiva:** Analise as seguintes situações

- (a) Um certo veículo que trafega em linha reta diminui sua velocidade enquanto o módulo de sua aceleração aumenta progressivamente (continuamente).  
(b) Um certo veículo que trafega em linha reta aumenta sua velocidade enquanto o módulo de sua aceleração diminui progressivamente (continuamente).

Tais situações são possíveis ou impossíveis? Explique seu raciocínio.

12. **Discursiva:** Você lança uma bola verticalmente para cima e ela atinge uma altura máxima maior do que a sua altura. O módulo da aceleração é maior quando ela está sendo lançada ou quando ela deixa sua mão?



13. O piloto de um avião a jato deseja atingir a uma velocidade de três vezes a velocidade do som, partindo do repouso, o mais rapidamente possível. A aceleração máxima do avião é de  $5g$  (isto é, de cinco vezes a aceleração da gravidade), porém o piloto perde a consciência ao ser submetido a tal aceleração por mais de  $5,0$  s. Sabendo que a velocidade do som é de  $343,0 \text{ m/s}$ , e assumindo que o avião possa desenvolver sua aceleração máxima durante todo o processo




- (a) Qual é o tempo necessário para que o piloto atinja a velocidade desejada, em segundos? [R.: 21 s.]  
(b) Qual é a maior velocidade que o caça pode atingir antes de o piloto perder a consciência, em  $\text{m/s}$ ? [R.:  $245 \text{ m/s}$ .]

14. Ao decolar de um porta-aviões, um caça a jato atinge a velocidade de  $270 \text{ km/h}$  em relação ao navio, em uma distância de  $90 \text{ m}$ . Suponha que a aceleração seja constante.

- (a) Qual é a aceleração do caça, em  $\text{m/s}^2$ ? [R.:  $31,25 \text{ m/s}^2$ .]  
(b) Qual é o tempo necessário para o caça atingir essa velocidade de decolagem, em segundos? [R.:  $2,4 \text{ s}$ .]

15. Um carro se move ao longo do eixo  $x$  por uma distância de  $900,0 \text{ m}$ , partindo do repouso em  $x = 0,0 \text{ m}$  e terminando em repouso em  $x = 900,0 \text{ m}$ . No primeiro quarto do percurso, a aceleração é de  $2,25 \text{ m/s}^2$ . Nos outros três quartos, a aceleração passa a ser  $-0,750 \text{ m/s}^2$ . Quais são

- (a) A velocidade máxima? [R.:  $31,82 \text{ m/s}$ .]  
(b) O tempo necessário para percorrer os  $900,0 \text{ m}$ ? [R.:  $56,57 \text{ s}$ .]

16. Em uma colisão de um automóvel, o corpo humano pode sobreviver a uma aceleração de no máximo  $250 \text{ m/s}^2$ . Considere a seguinte situação: um carro que se move com velocidade de  $105 \text{ km/h}$  colide frontalmente com uma árvore e permanece parado após a colisão. Caso o carro tenha *air-bags*, eles inflarão e — quando o tórax e o rosto do passageiro o atingirem — cederão, exercendo uma força que desacelerará o passageiro. Calcule a distância mínima que o *air-bag* precisa ceder para que o passageiro seja desacelerado de forma segura. [R.: 1,7 m.]
17. Suponha que você está dirigindo um carro a  $137 \text{ km/h}$  e que os freios do veículo são capazes de desacelerá-lo a uma taxa de  $5,3 \text{ m/s}^2$ . Após uma árvore, a  $70 \text{ m}$  de distância, você avista um radar cuja velocidade limite é de  $90 \text{ km/h}$ . Será possível evitar a multa? [R.: Rigorosamente, não.]
18. Você está sobre o telhado do prédio do Departamento Acadêmico de Física — diretamente acima da porta — a uma altura de  $30,00 \text{ m}$  acima do solo. Seu professor de Física, que possui  $1,75 \text{ m}$  de altura, está caminhando em direção à entrada com uma velocidade de  $1,20 \text{ m/s}$ . Se você deseja soltar um ovo (com velocidade nula) de forma que ele caia na cabeça dele,
- quanto tempo o ovo demorará para atingi-lo? [R.: 2,40 s.]
  - a que distância da porta ele deve estar no momento em que você solta o ovo? [R.: 2,88 m.]
19. Se um amigo seu segurar uma régua verticalmente pela extremidade superior e você dispuser seu polegar e seu indicador em forma de pinça, alinhados com o zero da régua, podemos calcular o seu *tempo de reação*. Assim que você vir a régua se movendo, feche os dedos para segurá-la. Assumindo que a distância percorrida pela régua foi de  $17,6 \text{ cm}$ , qual foi o tempo transcorrido entre seu amigo soltá-la e você segurá-la, isto é, seu tempo de reação? [R.: 0,190 s.]
20. O sinal amarelo de um cruzamento fica ligado durante  $3,0 \text{ s}$  e a largura do cruzamento é de  $15,0 \text{ m}$ . Um carro que se encontra a  $30,0 \text{ m}$  do cruzamento tem aceleração máxima de  $3,0 \text{ m/s}^2$  e capacidade de frenagem de  $6,0 \text{ m/s}^2$ .
- Qual é a velocidade mínima que o carro precisa ter para poder atravessar completamente o cruzamento antes que o sinal se torne vermelho? [R.:  $10,5 \text{ m/s}$ .]
  - Qual é a velocidade máxima que lhe permite ser freado antes de atravessar o cruzamento? [R.:  $18,97 \text{ m/s}$ .]
21. Um antílope que se move com aceleração constante leva  $7,0 \text{ s}$  para percorrer uma distância de  $70,0 \text{ m}$  entre dois pontos. Ao passar pelo segundo ponto sua velocidade é de  $15,0 \text{ m/s}$ .
- Qual era sua aceleração? [R.:  $1,43 \text{ m/s}^2$ .]
  - Qual era sua velocidade quando passava pelo primeiro ponto? [R.:  $5 \text{ m/s}$ .]
- 
22. Um balão de ar quente sobe verticalmente com velocidade de  $5,00 \text{ m/s}$ . Quando o balão se encontra a uma altura de  $40,0 \text{ m}$  acima do solo, um saco de areia se desprende do cesto de passageiros.
- Após quanto tempo o saco atinge o solo? [R.: 3,41 s.]
  - Qual é a velocidade do saco quando ele está na iminência de atingir o solo? [R.:  $28,44 \text{ m/s}$ .]
23. Um objeto cai, partindo do repouso, uma distância de  $109 \text{ metros}$ , sem resistência do ar. Qual é a distância percorrida por ele em seu último segundo de queda? [R.:  $41,32 \text{ m}$ .]
24. Deixa-se cair uma pedra, sem velocidade inicial, do alto de um edifício de  $60 \text{ m}$ . A que distância do topo do edifício está a pedra  $1,2 \text{ s}$  antes de chegar ao solo? [R.:  $25,9 \text{ m}$ .]
25. \* Um certo malabarista normalmente arremessa bolas verticalmente até a uma altura  $h = 3,0 \text{ m}$ . A que altura as bolas devem ser arremessadas para passarem o dobro do tempo no ar? [R.:  $12 \text{ m}$ .]
- 
26. Um vaso com plantas cai do alto de um edifício e passa pelo terceiro andar, situado  $20 \text{ m}$  acima do solo,  $0,5 \text{ s}$  antes de se espatifar no chão.
- Com que velocidade ele chega ao chão? [R.:  $42,45 \text{ m/s}$ .]
  - Qual é a altura do edifício? [R.:  $91,94 \text{ m}$ .]
27. Uma pedra é lançada verticalmente para cima, a partir do solo, no instante  $t = 0 \text{ s}$ . Em  $t = 1,5 \text{ s}$ , ela ultrapassa o alto de uma torre. Após  $1,0 \text{ s}$ , ela atinge a altura máxima. Qual é a altura da torre? [R.:  $25,7 \text{ m}$ .]
- 
28. \* Uma torneira mal fechada libera uma gota a cada  $1,0 \text{ s}$ . Conforme essas gotas caem, a distância entre elas aumenta, diminui ou permanece a mesma? Determine uma expressão para a distância entre as gotas. [R.: Aumenta, sendo que a distância é dada por  $d = (2t - 1) \cdot g/2$ , com  $t \geq 1 \text{ s}$ .]

29. \* Duas pedras são largadas da beirada de um precipício de 70 m, a segunda 1,6 s após a primeira. A que distância abaixo do topo do precipício está a segunda pedra quando a separação entre ambas é de 36 m? [R.: 11 m.]
30. \* Uma pedra, largada de um penhasco, cobre um terço da distância total ao solo no último segundo de queda. A resistência do ar é desprezível. Qual é a altura do penhasco? *Dica: Encontre primeiro as velocidades no início e no fim do terço final do deslocamento, ambas em função da distância percorrida. Use essas informações, juntamente com o tempo e o deslocamento, para determinar a altura.* [R.: 145,5 m.]
31. \* Uma bola é solta, partindo do repouso, do alto de um edifício com altura  $h$ . Ao mesmo tempo, uma segunda bola é projetada verticalmente para cima a partir do nível do chão, de tal modo que possui velocidade zero quando atinge o topo do edifício.
- (a) A que altura em relação ao solo ambas ficam lado a lado? [R.:  $H = 3h/4$ .]
- (b) Qual é a velocidade de cada uma das bolas? [R.:  $v_1 = v_2 = \sqrt{2gh}/2$ .]

#### VETORES E NOTAÇÃO VETORIAL

32. Quais são as componentes  $a_x$  e  $a_y$  de um vetor  $\vec{a}$ , cujo módulo é de 5,00 se o ângulo formado entre o vetor e o semieixo  $x$  positivo é de:
- (a)  $\theta_1 = 65^\circ$ , medido no sentido anti-horário? [R.:  $a_x = 2,11$ ,  $a_y = 4,53$ .]
- (b)  $\theta_2 = 138^\circ$ , medido no sentido anti-horário? [R.:  $a_x = -3,72$ ,  $a_y = 3,35$ .]
- (c)  $\alpha_1 = 25^\circ$ , medido no sentido horário? [R.:  $a_x = 4,53$ ,  $a_y = -2,11$ .]
- (d)  $\alpha_2 = 130^\circ$ , medido no sentido horário? [R.:  $a_x = -3,21$ ,  $a_y = -3,83$ .]
33. Quais são as componentes  $b_x$  e  $b_y$  de um vetor  $\vec{b}$ , cujo módulo é de 10,00 se o ângulo formado entre o vetor e o semieixo  $y$  positivo é de:
- (a)  $\beta_1 = 20^\circ$ , medido no sentido anti-horário? [R.:  $a_x = -3,42$ ,  $a_y = 9,40$ .]
- (b)  $\beta_2 = 110^\circ$ , medido no sentido anti-horário? [R.:  $a_x = -9,40$ ,  $a_y = -3,42$ .]
- (c)  $\gamma_1 = 25^\circ$ , medido no sentido horário? [R.:  $a_x = 4,23$ ,  $a_y = 9,06$ .]
- (d)  $\gamma_2 = 130^\circ$ , medido no sentido horário? [R.:  $a_x = 7,66$ ,  $a_y = -6,43$ .]
34. Quais são as componentes  $b_x$  e  $b_y$  de um vetor  $\vec{b}$ , cujo módulo é de 10,00 se o ângulo formado entre o vetor é:
- (a)  $\delta_1 = 20^\circ$ , em relação ao semieixo  $x$  negativo, medido no sentido anti-horário? [R.:  $b_x = -9,40$ ,  $b_y = -3,42$ .]
- (b)  $\delta_2 = 110^\circ$ , em relação ao semieixo  $x$  negativo, medido no sentido anti-horário? [R.:  $b_x = 3,42$ ,  $b_y = -9,40$ .]
35. Determine o módulo e o ângulo em relação ao semieixo  $x$  positivo dos vetores descritos pelas seguintes componentes:
- (a)  $a_x = 3$  e  $a_y = 4$ . [R.:  $a = 5$ ,  $\theta = 53,13^\circ$ .]
- (b)  $a_x = -3$  e  $a_y = 4$ . [R.:  $a = 5$ ,  $\theta = 126,86^\circ$ .]
- (c)  $a_x = 3$  e  $a_y = -4$ . [R.:  $a = 5$ ,  $\theta = 306,87^\circ$ .]
- (d)  $a_x = -3$  e  $a_y = -4$ . [R.:  $a = 5$ ,  $\theta = 233,13^\circ$ .]
36. O vetor  $\vec{a}$  é dado por
- $$\vec{a} = 3\hat{i} + 5\hat{j}, \quad (84)$$
- enquanto o vetor  $\vec{b}$  tem módulo 6 e faz um ângulo de  $-25^\circ$  em relação ao semieixo  $x$  positivo. Determine o módulo e o ângulo em relação ao semieixo  $x$  positivo para os vetores:
- (a)  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ . [R.:  $c = 8,79$ ,  $\theta = 16,25^\circ$ .]
- (b)  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ . [R.:  $d = 7,92$ ,  $\theta = 107,93^\circ$ .]
37. O vetor posição de um próton é inicialmente  $\vec{r}_i = (5,0\text{ m})\hat{i} - (6,0\text{ m})\hat{j} + (2,0\text{ m})\hat{k}$  e depois se torna  $\vec{r}_f = -(2,0\text{ m})\hat{i} + (6,0\text{ m})\hat{j} + (2,0\text{ m})\hat{k}$ .
- (a) Qual é o vetor velocidade média para este deslocamento se ele se deu em 0,4 s? [R.:  $\langle \vec{v} \rangle = -(17,5\text{ m/s})\hat{i} + (30\text{ m/s})\hat{j}$ .]
- (b) Este movimento poderia ter sido tratado de maneira bidimensional? Justifique. [R.: Sim, pois não há variação da posição no eixo  $z$ .]
38. Um vento moderado acelera uma pedra sobre um plano horizontal  $xy$  com uma aceleração constante  $\vec{a} = 5,00\text{ m/s}^2 \hat{i} + 7,00\text{ m/s}^2 \hat{j}$ . No instante  $t = 0\text{ s}$ , a velocidade é  $\vec{v} = 4,00\text{ m/s} \hat{i}$ . Quais são o módulo e o ângulo da velocidade da pedra após ter se deslocado 12,0 m paralelamente à direção positiva do eixo  $x$ ? [R.: 15,8 m/s,  $42,6^\circ$ .]



#### MOVIMENTOS BIDIMENSIONAIS SUJEITOS À ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

39. **Discursiva:** Um objeto é lançado fazendo um ângulo  $\theta$  com a horizontal de forma que  $0 < \theta < 90^\circ$ .
- (a) Há algum lugar da trajetória percorrida pelo objeto em que seus vetores aceleração e velocidade são perpendiculares entre si?
- (b) Há algum lugar em que tais vetores são paralelos?
- Justifique suas respostas.



40. Um atirador mira uma espingarda apontando-a para o centro de um alvo a 150 m de distância da extremidade do cano, sendo que o cano fica perfeitamente horizontal. O projétil atinge o alvo 30,0 cm abaixo do centro. Desconsiderando qualquer efeito da resistência do ar, responda:

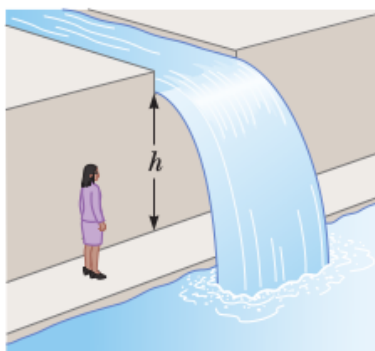
- Qual é o tempo de voo do projétil, em segundos? [R.: 0,247 4 s.]
- Qual é a velocidade do projétil quando ele emerge do cano, em m/s? [R.: 606 m/s.]

41. Um rifle capaz de atirar projéteis a uma velocidade de 460 m/s é utilizado para disparar contra um alvo a 45,7 m de distância. O rifle e o centro do alvo estão alinhados horizontalmente. Qual é a inclinação que deve ser dada ao rifle para que o projétil atinja o centro do alvo corretamente? [R.: 0,061°.]

42. Um livro é lançado horizontalmente com velocidade 1,10 m/s sobre uma mesa sem atrito e ao final dela cai, atingindo o chão 0,350 s depois. Ignore a resistência do ar e encontre

- A altura da mesa. [R.: 0,6 m.]
- A distância horizontal entre o final da mesa e o ponto onde o livro atinge o chão. [R.: 0,385 m.]

43. Um arquiteto está planejando uma queda d'água artificial para um parque municipal. A água flui através de um canal horizontal com velocidade 1,7 m/s e, ao chegar ao final do canal, cai em um lago. A altura do canal em relação ao lago é de 2,35 m.



Considerando que as moléculas de água são partículas que não interagem umas com as outras e que suas trajetórias serão idênticas a que teria uma bola sob as mesmas condições, responda as questões abaixo.

- O arquiteto deseja fazer uma calçada que passe por baixo da queda d'água. Qual será a largura máxima que ela poderá ter, em metros? [R.: 1,18 m.]
- Se uma pessoa passa pela calçada de forma que o topo de sua cabeça esteja a 60 cm da parede, qual é a altura máxima que ela poderá ter para que não se molhe, em metros? [R.: 1,74 m.]

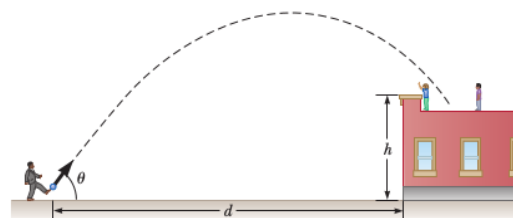
44. Durante uma tempestade, um carro viaja em uma estrada retilínea até que se depara com uma ponte que foi derrubada pela força da água. O motorista resolve tentar saltar com o carro sobre o rio e chegar do outro lado. A altura da margem em que o carro se encontra é de 21,3 m, enquanto a margem oposta tem altura de 1,8 m. A largura do rio é de 61,0 m.

- Qual é a velocidade horizontal necessária para que o carro consiga saltar o rio? [R.: 110 km/h.]
- Quais são o módulo e o ângulo em relação à horizontal do vetor velocidade quando ele está prestes a chegar ao chão na outra margem? [R.: 131 km/h, 32,6° abaixo da horizontal.]

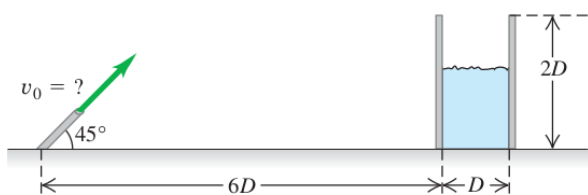


45. Uma bola de futebol é chutada por um jogador a partir do chão com uma velocidade inicial de 19,5 m/s e um ângulo para cima de 45,0°. No mesmo instante um segundo jogador a 55,0 m de distância do primeiro, na direção do chute, começa a correr para receber a bola. Qual deve ser sua velocidade média em módulo para que ele alcance a bola imediatamente antes que ela toque o gramado? [R.: 5,76 m/s.]

46. Uma área de lazer para crianças foi instalada na cobertura de uma escola, sendo que a altura  $h$  mostrada na figura abaixo é de 7,0 m (sendo 1,0 m da mureta de proteção). Quando uma bola cai na rua, um transeunte resolve ajudar, chutando-a de forma que a velocidade inicial faça um ângulo de 53,0° com a horizontal, sendo que o ponto de lançamento está a uma distância  $d = 24,0$  m do prédio. A bola demora 2,2 s para atingir o ponto de sua trajetória localizado acima da mureta. Qual é a distância horizontal percorrida pela bola no momento em que ela toca o chão da área de lazer? [R.: 26,8 m.]



47. \* A figura abaixo mostra uma mangueira que lança água a partir do solo com um ângulo de 45,0°. Um tanque de altura  $2D$  e diâmetro  $D$  está disposto a uma distância  $6D$  do ponto de lançamento. Determine os valores máximo e mínimo de velocidade para os quais a água atinge o tanque. Dica: utilize a equação da trajetória. [R.:  $v_{\min} = \sqrt{9gD}$ ,  $v_{\max} = \sqrt{49gD/5}$ .]



48. Wilie E. Coyote (*Carnivorus hungribilus*) está perseguindo Papa-Légua (*Speedibus cantcatchmi*) mais uma vez. Enquanto ambos correm com a mesma velocidade por uma estrada plana e retilínea, se deparam com um abismo com 15,0 m de largura. Ao chegar na margem do abismo, Papa-Légua pula com um ângulo de 15,0° acima da horizontal, voltando a tocar o chão na margem oposta, a 1,5 m da extremidade.

(a) Qual era a velocidade inicial do Papa-Légua? [R.: 18 m/s.]

(b) Wile E. Coyote também pula ao atingir a extremidade do abismo, porém não consegue chegar na margem oposta, faltando 4 m. Considerando que as velocidades imediatamente após o salto do Coyote e do Papa-Légua são iguais em módulo, e assumindo que o abismo é formado por paredes retas, a que altura abaixo da margem oposta ele colide? [R.: 93 cm.]

49. Um certo avião tem uma velocidade de 290,0 km/h e está mergulhando com um ângulo  $\theta = 30^\circ$  abaixo da horizontal quando o piloto libera um sinalizador. A distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto onde o sinalizador se choca com o solo é  $d = 700$  m.

(a) Quanto tempo o sinalizador permaneceu no ar? [R.: 10 s.]

(b) De que altura foi lançado? [R.: 897,5 m.]

50. Um arremessador de peso de nível olímpico é capaz de lançar um peso com uma velocidade inicial  $v_0 = 15,0$  m/s a partir de uma plataforma de altura 2,160 m. Que distância horizontal é coberta pelo peso se

(a) O ângulo  $\theta_0$  de lançamento é 45°? [R.: 24,95 m.]

(b) O ângulo  $\theta_0$  é de 42°? [R.: 25,02 m.]

51. Um taco golpeia uma bola de golfe, lançando-a a partir de uma pequena elevação acima de um campo plano. A velocidade com que a bola é lançada é de 12,0 m/s e o ângulo inicial acima da horizontal é de 51,0°. Após 2,08 s, a bola toca o campo.

(a) Qual é a altura máxima que a bola atinge acima da elevação? [R.: 4,44 m.]

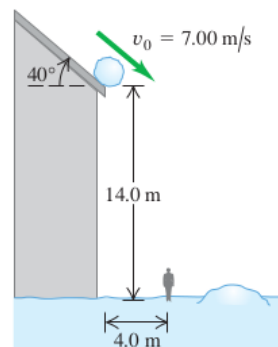
(b) Qual é a altura da elevação em relação ao campo? [R.: 1,8 m.]



52. Uma bola de neve rola do telhado de um celeiro que possui uma inclinação de 40°, conforme mostra a figura abaixo. A extremidade do telhado está situada a 14,0 m acima do solo e a bola de neve possui velocidade de 7,0 m/s quando abandona o telhado. Despreze a resistência do ar.

(a) Calcule a que distância do celeiro a bola de neve atingirá o solo caso não colida com nada durante sua queda. [R.: 6,93 m.]

(b) Um homem de 1,9 m está parado a uma distância de 4,0 m da extremidade do celeiro. Ele será atingido pela bola de neve? Prove matematicamente. [R.: Não, na posição  $x_h$  do homem,  $y(x_h) = 7,3$  m em relação ao solo.]



53. Bombeiros estão lançando um jato d'água em um prédio em chamas, usando uma mangueira de alta pressão que dispara água a uma velocidade escalar de 25,0 m/s. Quando sai da mangueira, a água passa a adquirir o movimento de um projétil. Os bombeiros ajustam o ângulo de elevação  $\alpha$  da mangueira até a água levar 3,0 s para atingir o prédio a 45,0 m de distância. Despreze a resistência do ar e suponha que o final da mangueira está ao nível do solo.

(a) Determine o ângulo  $\alpha$ ? [R.: 53,1°.]

(b) A que altura do chão a água atinge o prédio e qual sua velocidade, em módulo, na iminência de atingir o prédio? [R.: 15,9 m, 17,7 m/s.]

54. ✱ Um explorador espacial alienígena, após se divertir fazendo círculos em plantações, realiza o seguinte experimento na Terra: ele rola uma bola sobre a superfície de uma mesa horizontal e verifica que após cair, ela atinge o solo a uma distância horizontal  $D$

a partir da borda da mesa. Em uma viagem espacial, ele pousoa em um planeta inexplorado e repete o experimento que realizou na Terra, lançando a bola com a mesma velocidade horizontal (sobre a mesma mesa), porém verifica que a bola atinge o solo a uma distância  $1,36 D$ . Qual é a aceleração da gravidade neste planeta? *Encontre uma expressão para a distância em função da altura da mesa e da aceleração gravitacional, iguala às distâncias indicadas, e monte um sistema de equações.* [R.:  $5,3 \text{ m/s}^2$ .]



55. \* A velocidade de lançamento de um projétil é cinco vezes maior que a velocidade na altura máxima. Determine o ângulo de lançamento  $\theta_0$ . [R.:  $\theta = 78,5^\circ$ ]



56. \* Em um lançamento oblíquo, quando o projétil atinge a metade de sua altura máxima, o módulo de sua velocidade é  $3/4$  do módulo da velocidade inicial. Qual é o ângulo de lançamento? [R.:  $\theta = \arcsen \sqrt{14/16}$ .]
57. \* Um canhão atira um projétil com velocidade  $v_0$  a um ângulo de  $30,0^\circ$  acima da horizontal. O canhão está localizado em uma elevação com altura de  $40,0 \text{ m}$  acima de um campo e, ao atingi-lo, o projétil tem velocidade  $1,2 v_0$ . Encontre o valor de  $v_0$ . [R.:  $42 \text{ m/s}$ .]

#### MOVIMENTO CIRCULAR

58. Quais das seguintes propriedades caracterizam o movimento de um satélite artificial em torno da Terra, admitindo-se que o movimento seja circular uniforme?
- Velocidade constante em módulo e direção.
  - Aceleração constante, paralela ao vetor velocidade.
  - Aceleração constante em módulo e direção.
  - Aceleração constante com uma componente paralela ao vetor velocidade e outra perpendicular a ela.
  - Vetor aceleração perpendicular ao vetor velocidade e constante em módulo.

[R.: E.]

59. **Discursiva:** Um pêndulo simples (um corpo oscilando na extremidade de um fio) descreve um arco de círculo em cada oscilação. Qual é a direção e o sentido da aceleração nas extremidades da oscilação? E no ponto mais baixo da trajetória?

60. **Discursiva:** Em um movimento circular uniforme, qual é o ângulo formado entre a direção do vetor velocidade e a direção do vetor aceleração? O que podemos afirmar sobre tal ângulo quando o movimento não é uniforme?

61. Um satélite se move em uma órbita circular,  $640 \text{ km}$  acima da superfície da Terra, com um período de  $98,0 \text{ min}$ . Quais são

- A velocidade do satélite. [R.:  $7490 \text{ m/s}$ .]
- O módulo e a direção da aceleração centrípeta do satélite? [R.:  $8,0 \text{ m/s}^2$ .]

Considere o raio da Terra como  $6,37 \times 10^6 \text{ m}$ .

62. A Terra tem um raio de  $6380 \text{ km}$  e completa uma volta a cada  $24,0 \text{ h}$ .

- Qual é a aceleração centrípeta de um objeto localizado em seu equador? [R.:  $3,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$ .]
- Se a aceleração centrípeta fosse maior que a aceleração da gravidade, objetos na superfície da Terra seriam arremessados para o espaço. Qual seria o período de rotação da Terra — ou seja, qual seria a duração de um dia — para que isso ocorresse? [R.:  $84,5 \text{ min}$ .]

*Você pode calcular a velocidade do objeto simplesmente dividindo a distância percorrida por ele em uma revolução completa da Terra pela duração de um dia.*

63. Um trem francês de alta velocidade, conhecido como TGV (*Train à Grande Vitesse*), viaja a uma velocidade média de  $216,0 \text{ km/h}$ .

- Se o trem faz uma curva a essa velocidade e o módulo da aceleração sentida pelos passageiros pode ser no máximo de  $0,050g$  — isto é,  $0,050$  vezes o valor da aceleração da gravidade —, qual é o menor raio de curvatura dos trilhos que pode ser tolerado? [R.:  $7347 \text{ m}$ .]
- Com que velocidade o trem deve fazer uma curva com  $1,0 \text{ km}$  de raio para que a aceleração esteja no limite permitido? [R.:  $80 \text{ km/h}$ .]

64. Um carro de corrida percorre uma pista circular de  $1,0 \text{ km}$  de diâmetro com velocidade constante  $30,0 \text{ m/s}$ . Em certo momento, o piloto acelera o carro e  $20,0 \text{ s}$  depois sua velocidade é de  $45,0 \text{ m/s}$ . Suponha que a aceleração tangencial seja constante.

- Calcule o valor da aceleração tangencial. [R.:  $0,75 \text{ m/s}^2$ .]
- Calcule o valor da aceleração centrípeta e o módulo do vetor aceleração  $7,0 \text{ s}$  após o piloto ter começado a acelerar o carro. [R.:  $a_c = 2,49 \text{ m/s}^2$ ,  $a = 2,6 \text{ m/s}^2$ .]

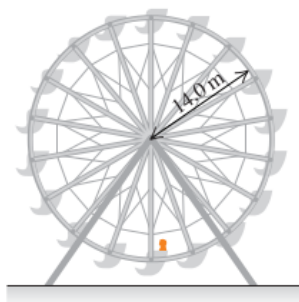
*Lembre-se que o vetor aceleração total tem duas componentes: uma radial (ou centrípeta) e outra tangencial, responsável por alterar o módulo da velocidade.*





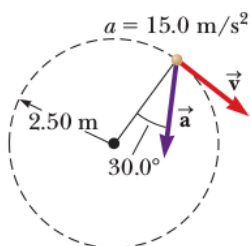
65. A roda gigante da figura abaixo gira no sentido contrário ao dos ponteiros de um relógio. Um passageiro encontra-se na periferia da roda — a 14 m do centro — e, em um dado instante, se localiza no ponto mais baixo da trajetória circular, movendo-se a 3,0 m/s e ganhando velocidade com uma taxa constante de  $0,50 \text{ m/s}^2$ .

- Determine o módulo e a direção em relação ao eixo horizontal da aceleração do passageiro nesse instante. *Lembre-se que é possível dividir a aceleração em uma componente tangencial e outra centrípeta.* [R.:  $0,81 \text{ m/s}^2$ ,  $52,1^\circ$ .]
- Quando uma pessoa é submetida a acelerações da ordem de  $50,0 \text{ m/s}^2$  por muito tempo, ela perde a consciência. Determine quanto tempo leva, a partir do momento em que a roda começa a girar, até que o módulo do vetor aceleração atinja tal valor. [R.: 52,9 s.]



66. A figura abaixo representa a aceleração total de uma partícula que se move no sentido horário em um círculo de raio 2,5 m. Para o instante mostrado na figura, o módulo da aceleração é  $a = 15,0 \text{ m/s}^2$ , enquanto sua direção é tal que faz um ângulo de  $30,0^\circ$  em relação ao raio que liga a partícula ao centro da trajetória circular. Sob essas condições

- Determine as acelerações tangencial e centrípeta da partícula. [R.:  $a_c = 13 \text{ m/s}^2$ ,  $a_t = 7,5 \text{ m/s}^2$ .]
- Determine a velocidade da partícula. [R.: 5,7 m/s.]



67. ✱ Em um pêndulo simples, uma bola balança em um plano vertical presa à extremidade de uma corda, descrevendo um círculo de raio 1,5 m. Quando ela está a  $36,9^\circ$  à direita da posição mais baixa (isto é, a corda faz um ângulo de  $36,9^\circ$  em relação a posição que ocuparia quando a bola estivesse na posição mais baixa), a aceleração total é de  $-22,5 \text{ m/s}^2 \hat{i} + 20,2 \text{ m/s}^2 \hat{j}$  em relação a um sistema de coordenadas onde o eixo  $x$  é horizontal e aponta para a direita, enquanto o eixo  $y$  é vertical e aponta para cima. Para esse instante,

- Determine o valor das componentes tangencial e centrípeta da aceleração: *decomponha o vetor aceleração em uma componente que aponta para o centro da trajetória circular e outra que aponta na direção tangencial ao círculo (isto é, perpendicularmente à direção que aponta para o centro do círculo).* [R.:  $a_c = 29,7 \text{ m/s}^2$ ,  $a_t = 5,9 \text{ m/s}^2$ .]
- Determine o valor do módulo da velocidade da bola. [R.: 6,7 m/s.]

#### MOVIMENTO RELATIVO

68. **Discursiva:** Em um dia sem vento, gotas de chuva atingem as janelas laterais de um carro em movimento e deixam rastros retilíneos diagonais.

- Explique por que os rastros são diagonais.
- Se você souber a velocidade do carro  $v_c$  e da gota  $v_g$ , qual será o ângulo que o rastro fará com a horizontal?

69. Em um aeroporto, uma “esteira rolante” se desloca com uma velocidade de 1,0 m/s, sendo que seu comprimento é de 35,0 m. Se uma pessoa pisa em uma das extremidades da esteira e caminha a 1,5 m/s em relação a ela:

- Quanto tempo ela necessita para chegar à extremidade oposta se andar no sentido oposto ao movimento da esteira? E se andar no sentido da esteira? [R.: 70 s e 17,5 s, respectivamente.]
- Qual é a distância percorrida sobre a esteira em cada caso? [R.: 35 m e 8,75 m, respectivamente.]

70. Um balão de 124 kg carrega um cesto de 22,0 kg enquanto desce verticalmente com velocidade constante de 20,0 m/s. Uma pessoa atira uma pedra de 1,0 kg lateralmente, com velocidade de 15,0 m/s (em relação a pessoa). Após 6,0 s, a pedra atinge o solo.

- Qual é o módulo da velocidade da pedra quando ela atinge o chão? [R.: 80 m/s.]
- Se o balão continua descendo com velocidade de 20,0 m/s, qual é a distância em linha reta entre o balão e o ponto em que a pedra atinge o solo, no momento em que ela atinge o solo? [R.: 198 m.]

71. Um rio corre para o sul com velocidade de  $2,0 \text{ m/s}$ . Um homem usa um barco motorizado para atravessar de uma margem para a outra, com velocidade de  $4,2 \text{ m/s}$  em relação à água, na direção leste-oeste, indo de leste para oeste. A largura do rio no ponto onde ocorre a travessia é de  $800,0 \text{ m}$ .
- Em termos dos vetores unitários, qual é a velocidade do barco em relação à margem? [R.:  $\vec{v}_{bm} = -4,2 \text{ m/s } \hat{i} - 2,0 \text{ m/s } \hat{j}$ .]
  - Quanto tempo dura a travessia do rio? [R.:  $190,5 \text{ s}$ .]
  - Qual é a distância ao sul do ponto de partida que o barco percorre durante a travessia? [R.:  $381 \text{ m}$ .]
72. O piloto de um avião deseja voar para o oeste durante um dia em que a velocidade do vento é  $80,0 \text{ km/h}$  na direção norte-sul, com sentido de norte para sul (em relação ao solo). A velocidade de cruzeiro do avião é de  $320,0 \text{ km/h}$  em relação ao vento.
- Em que direção ele deve voar? [R.:  $14,48^\circ$  ao norte do oeste.]
  - Qual é a velocidade do avião em relação ao solo? [R.:  $v_{AS} = 309,84 \text{ km/h}$  em direção ao oeste.]
73. Duas ruas retilíneas se cruzam fazendo um ângulo de  $90,0^\circ$ . Em certo instante, um carro de polícia está a uma distância de  $800 \text{ m}$  da interseção entre as duas ruas, movendo-se a  $80,0 \text{ km/h}$  em direção à interseção. No mesmo instante, outro carro desloca-se na rua perpendicular, distando  $600,0 \text{ m}$  da esquina e com velocidade de  $60,0 \text{ km/h}$  (indo de encontro à esquina).
- Na situação acima, qual é o módulo da velocidade  $\vec{v}_{cv}$  do segundo carro em relação à viatura? Qual é o ângulo entre o vetor  $\vec{v}_{cv}$  e o vetor  $\vec{v}_{vs}$  (velocidade da viatura em relação ao solo)? [R.:  $100 \text{ km/h}$ ,  $36,9^\circ$ .]
  - Os carros colidirão na interseção? [R.: Sim.]
74. Gotas de chuva que caem verticalmente (em relação à Terra) deixam traços nas janelas laterais de um trem, sendo que o ângulo de inclinação desses traços é de  $30,0^\circ$  em relação à vertical. Neste instante, o trem viaja com velocidade de  $12,0 \text{ m/s}$  na direção leste-oeste, indo de oeste para leste.
- Qual é o módulo da velocidade da gota em relação ao trem? [R.:  $24 \text{ m/s}$ .]
  - Qual é o módulo da velocidade em relação à Terra? [R.:  $20,8 \text{ m/s}$ .]
75. Um estudante está em pé na caçamba de uma camionete que se move em linha reta a uma velocidade de  $10,0 \text{ m/s}$ . Em um dado momento, ele atira uma bola fazendo um ângulo de  $60,0^\circ$  em relação à horizontal, de forma que a componente horizontal da velocidade da bola esteja na mesma direção que a velocidade da camionete. Um observador no solo vê a bola executar um movimento de subida e descida.
- Qual é a velocidade da bola em relação ao estudante? [R.:  $20 \text{ m/s}$ .]
  - Qual é a altura máxima que a bola atinge em relação ao ponto onde deixou a mão do estudante? [R.:  $15,3 \text{ m}$ .]
76. Dois navios, *A* e *B*, deixam o porto ao mesmo tempo. O navio *A* navega para noroeste a  $24$  nós e o navio *B* navega a  $28$  nós em uma direção  $40,0^\circ$  a oeste do sul. *1 nó corresponde a uma milha marítima por hora*. Quais são:
- O módulo e a orientação da velocidade do navio *A* em relação ao navio *B*? [R.:  $38,42$  nós,  $1,54^\circ$  ao leste do norte.]
  - Após quanto tempo os navios estarão separados por  $160$  milhas marítimas? [R.:  $4,16 \text{ h}$ .]
  - Qual será a orientação do vetor velocidade de *B* em relação ao navio *A* nesse instante? [R.:  $1,54^\circ$  ao oeste do sul.]
77. Um parafuso cai do teto de um trem em movimento, cuja aceleração é de  $2,5 \text{ m/s}^2$  para o norte.
- Qual é o vetor aceleração do parafuso em relação à Terra? [R.:  $9,8 \text{ m/s}^2$ , para baixo.]
  - Qual é o vetor aceleração do parafuso em relação ao trem? [R.:  $a = -2,25 \text{ m/s}^2 \hat{i} - 9,8 \text{ m/s}^2 \hat{j}$ .]
  - Descreva a trajetória do parafuso para um observador localizado na Terra, parado em relação ao solo. [R.: Em relação ao solo, o parafuso tem uma velocidade inicial igual à velocidade do trem. Logo, quando ele cai, descreve um segmento de parábola.]
  - Descreva a trajetória do parafuso para um observador localizado no trem, parado em relação ao vagão. [R.: No referencial do trem, a velocidade inicial do parafuso é nula. Logo, ao cair, ele segue em linha reta na direção do vetor aceleração total a que está sujeito. Como  $\vec{a}_{ps} = \vec{a}_{pt} + \vec{a}_{ts}$ , então  $\vec{a}_{pt} = \vec{a}_{ps} - \vec{a}_{ts} = (-9,8 \text{ m/s}^2) \hat{i} - (2,5 \text{ m/s}^2) \hat{j}$ , onde para ambos os referenciais o eixo *y* aponta verticalmente para cima e o eixo *x* na direção do movimento do trem.]
78. Um rio flui com uma velocidade constante *v*. Um estudante nada rio acima uma distância *d* em relação à margem e depois nada de volta ao ponto de partida. A velocidade do nadador é em relação à água é *c*.
- Em termos de *d*, *v* e *c*, qual é o tempo necessário para efetuar o trajeto de ida e volta? [R.:  $t = 2d/[c(1-v^2/c^2)]$ .]
  - Se a água estivesse parada em relação à margem (como em uma piscina), quanto tempo o nadador levaria para percorrer o mesmo trajeto? Esse tempo seria maior, ou menor em relação ao item anterior? [R.: Seria menor,  $t = 2d/c$ .]