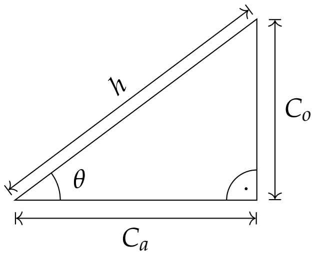
Formulário

Relações Trigonométricas



$$\operatorname{sen}\theta = C_o/h \qquad \cos\theta = C_a/h$$
$$\tan\theta = C_o/C_a \qquad h^2 = C_o^2 + C_a^2$$

Cinemática unidimensional

Fórmulas para aceleração constante:

$$v = v_0 + at \qquad \omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2} \qquad \Delta\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$$
$$\Delta x = \frac{(v_0 + v)t}{2} \qquad \Delta\theta = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2}$$
$$\Delta x = vt - \frac{at^2}{2} \qquad \Delta\theta = \omega t - \frac{\alpha t^2}{2}$$

Relações entre as grandezas angulares e lineares:

$$s = \theta r \qquad v = \omega r$$
$$a_t = \alpha r \qquad a_r = v^2/r = \omega^2 r$$

Leis de Newton

$$\vec{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = \frac{d\vec{P}_{\mathrm{CM}}}{dt} = m\vec{a}_{\mathrm{CM}} \qquad \vec{\tau}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\alpha$$

Momento Linear, Torque e Momento Angular

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$\tau = rF\operatorname{sen}\phi \qquad \ell = rp\operatorname{sen}\phi$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$
$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

Se $\vec{F}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = 0$, então

$$\vec{P}_{\mathrm{CM}}^{i} = \vec{P}_{\mathrm{CM}}^{f}$$

Se $\vec{\tau}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{Ext}} = 0$, então

$$\vec{L}^{i} = \vec{L}^{f}$$

Trabalho, Energia Potencial e Energia Cinética

$$\Delta K = W$$
$$\Delta U = -W$$
$$E_{\mathrm{Mec}} = K_{\mathrm{trans}} + K_{\mathrm{rot}} + U$$

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$$
$$W = \int \tau d\theta$$
$$W_g = -mg\Delta h$$

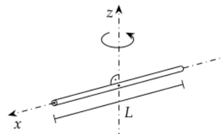
$$K = mv^2/2$$
$$K_{\mathrm{rot}} = I\omega^2/2$$

$$U_g = mgh + C$$

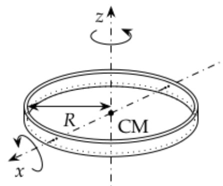
Momento de Inércia

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

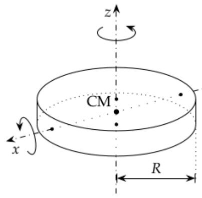
$$I_{\mathrm{p}} = I_{\mathrm{CM}} + Mh^2$$



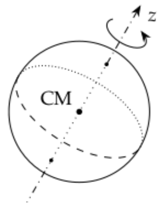
$$I_z = ML^2/12$$



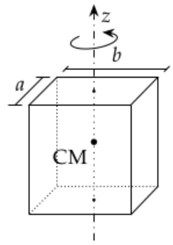
$$I_z = MR^2$$
$$I_x = MR^2/2$$



$$I_z = MR^2/2$$
$$I_x = MR^2/4$$



$$I_z^{\mathrm{oca}} = \frac{2}{3}MR^2$$
$$I_z^{\mathrm{maciça}} = \frac{2}{5}MR^2$$



$$I_z = \frac{M(a^2 + b^2)}{12}$$

CINEMÁTICA DA ROTAÇÃO

1. Um disco ligado a um motor elétrico gira a 500 rev/min quando ocorre uma falta de energia. O disco tem massa 40 kg e diâmetro de 75 cm. A falha no fornecimento de energia dura 30 s e nesse tempo o disco diminui sua velocidade de rotação devido a forças de atrito. Durante tal desaceleração, o disco completa 200 rev.
   (a) Qual a velocidade de rotação quando a energia elétrica volta? [**R.:** 300 rev/min.]
   (b) Quanto tempo o disco levaria para parar caso a energia não voltasse? [**R.:** 1,25 min.]

2. Uma roda executa 40,0 rev quando desacelera a partir de uma velocidade angular de 1,5 rad/s até parar.
   (a) Supondo que a aceleração é constante, determine o intervalo de tempo em que isso ocorre. [**R.:** $\Delta t = 335{,}1$ s.]
   (b) Qual é a aceleração angular da roda? [**R.:** $\alpha = 4{,}475 \cdot 10^{-3}$ rad/s^2.]
   (c) Quanto tempo é necessário para que a roda complete as 20 primeiras revoluções? [**R.:** $t = 75{,}3$ s.]

3. Um disco, com raio de 0,25 m, deve girar como um carrossel de um ângulo de 800 rad, partindo do repouso, ganhando velocidade angular a uma taxa constante α nos primeiros 400 rad e em seguida perdendo velocidade angular a uma taxa constante $-\alpha$, até ficar novamente em repouso. O módulo da aceleração centrípeta de qualquer parte do disco não deve exceder 400 m/s^2
   (a) Qual é o menor tempo necessário para a rotação? [**R.:** 40 s.]
   (b) Qual é o valor correspondente de α?

4. Em $t = 0,00$ s um disco de corte tem uma velocidade angular de 24,0 rad/s. Sua aceleração angular é de 30,0 rad/s^2 até que o motor é desligado em $t = 2,00$ s. A partir de então, o disco está sujeito a uma desaceleração constante devido a forças de atrito, sofrendo um deslocamento angular de 432 rad até parar.
   (a) Qual é o deslocamento angular total entre $t = 0$ s e o momento em que ele para de girar? [**R.:** 540 rad.]
   (b) Qual é o valor de t quando o disco para? [**R.:** 12,3 s.]

5. Um disco precisa de três segundos para realizar 37 voltas completas. Sua velocidade angular no final do intervalo de três segundos é de 98,0 rad/s. Qual é a aceleração angular do disco (assumindo que ela é constante)? [**R.:** 14 rad/s^2.]

6. O tambor de uma máquina de lavar inicia seu ciclo de "centrifugação". Partindo do repouso, ela demora 8,00 s para acelerar a uma taxa constante até sua velocidade angular máxima $\omega_f = 5{,}0$ rev/s. No momento em que ela atinge tal velocidade, ocorre uma falta de energia e o tambor desacelera a uma taxa constante, parando após 12,0 s. Qual é o deslocamento angular total realizado pelo tambor entre o instante em que ele começa a acelerar e o instante em que ele para? [**R.:** 50 rev.]

7. Para dar a partida em um cortador de grama movido a gasolina, você deve puxar uma cordinha que está enrolada ao longo do perímetro de uma polia. Depois de puxar a corda por 0,95 s, a polia está girando a 4,5 rev/s quando a cordinha de desprende. No entanto, esta tentativa de ligar o cortador não funciona, e a polia acaba por parar após 0,24 s do desprendimento da cordinha. Suponha aceleração constante, tanto durante a puxada da cordinha, quanto durante o freamento da polia.
   (a) Determine a aceleração angular média enquanto a corda é puxada e depois que ela solta. [**R.:** $\alpha_1 = 4{,}7$ rev/s^2, $\alpha_2 = -19$ rev/s^2.]
   (b) Determine a razão entre o número de voltas realizadas na primeira etapa e o número de voltas realizadas na segunda etapa. [**R.:** 4,0.]

8. A posição angular de um objeto é dada por $\theta(t) = a + bt - ct^3$, onde a, b e c são constantes positivas. As unidades dessas constantes são tais que se t é medido em segundos, θ é dado em radianos. Quando $t = 0$, o ângulo correspondente é $\theta = \pi/4$ rad e a velocidade correspondente é $\omega = 2{,}0$ rad/s. Já quando $t = 1{,}5$ s, a aceleração angular é $\alpha = 1{,}25$ rad/s^2. Calcule as constantes a, b e c, incluindo suas unidades. [**R.:** $a = \pi/4$ rad, $b = 2{,}0$ rad/s, $c = -0{,}139$ rad/s^3.]

9. ※ A unidade de disco de um computador é ligada a partir do repouso e possui aceleração angular constante. Se ela levou 0,750 s entre o início e o fim de sua *segunda revolução*, em quanto tempo ela realizou a primeira revolução? *Obtenha uma equação para a primeira revolução e outra para as duas revoluções. Nesta última, utilize o fato de que o tempo total é $t' = t + 0{,}750$ s, onde t é o tempo necessário para efetuar a primeira revolução.* [**R.:** $t_1 = 1{,}81$ s.]

Relação entre as variáveis da rotação e da translação

10. Uma roda de giroscópio com 2,83 cm de raio é acelerada a partir do repouso a 14,2 rad/s^2 até que sua velocidade angular atinja 2 760 rev/min. Quais são as acelerações tangencial e radial máxima de um ponto na borda do giroscópio? [**R.:** $a_t = 0{,}402\,\mathrm{m/s^2}$, $a_c = 2\,364\,\mathrm{m/s^2}$.]

11. O prato de um toca-discos está girando a 33 1/3 rev/min, isto é, 33,333... rev/min. Um cubo de gelo está sobre o prato a 6,0 cm de distância do eixo de rotação. Considerando o cubo como uma partícula,
    (a) Qual é o valor mínimo do coeficiente de atrito estático entre o cubo e o prato para que ele não escorregue? [**R.:** $\mu_e = 7{,}46 \cdot 10^{-2}$.]
    (b) Suponha que o prato atinge sua velocidade angular final em 4,00 s, partindo do repouso com aceleração constante. Calcule o menor coeficiente de atrito estático necessário para que o cubo não escorregue durante o período de aceleração. [**R.:** $\mu_e = 0{,}215\,9$.]

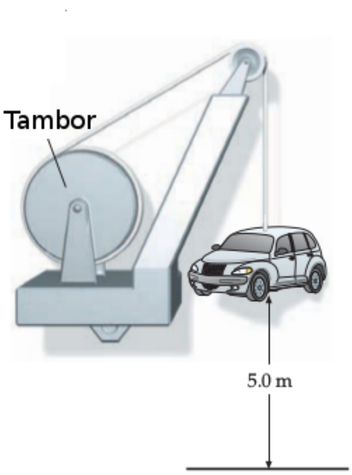
12. Uma criança empurra um carrossel. A posição angular do carrossel varia com o tempo de acordo com $\theta(t) = \gamma t + \beta t^2$, onde $\gamma = 0{,}400$ rad/s e $\beta = 0{,}012\,0$ rad/s^2.
    (a) Calcule a expressão que determina a velocidade angular do carrossel como função do tempo. [**R.:** $\omega = \gamma + 2\beta t$.]
    (b) Determine a velocidade inicial do carrossel, isto é, $\omega(t = 0)$. [**R.:** γ.]
    (c) Se a criança consegue correr a uma velocidade máxima de 3,2 m/s, determine qual será o deslocamento angular que ela terá percorrido entre $t = 0$ e o momento onde ela atinge essa velocidade. Considere que a aceleração é constante e que o raio do carrossel é de 1,2 m. [**R.:** 145 rad.]

13. Um método tradicional para medir a velocidade da luz utiliza uma roda dentada giratória. Um feixe de luz passa pelo espaço entre dois dentes situados na borda da roda, viaja até um espelho distante e chega de volta à roda exatamente a tempo de passar pelo espaço seguinte entre dois dentes. Uma dessas rodas tem 5,0 cm de raio e 500 espaços entre dentes. Medidas realizadas quando o espelho está a uma distância 500 m da roda fornecem o valor de $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s para a velocidade da luz. Qual é a velocidade angular da roda? [**R.:** $\omega = 600$ rev/min.]

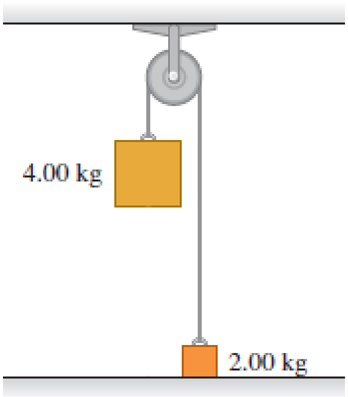
Dinâmica da rotação I

14. **Discursiva:** Pode uma única força aplicada a um corpo alterar simultaneamente se movimento de translação e de rotação? Explique.

15. Um carro de 1 200 kg está sendo retirado da água por um guincho. No momento em que o carro está a 5,0 m acima da água, a caixa de engrenagens quebra e o tambor do guincho gira livremente enquanto o carro cai. Durante a queda do carro, não existe deslizamento entre a corda (sem massa), a polia e o tambor. O momento de inércia do tambor do guincho é de 320 kg · m^2 e o momento de inércia da polia é desprezível. O raio do tambor é de 0,800 m e o raio da polia é de 0,300 m. Suponha que o carro parte do repouso. Determine a velocidade com que ele atinge a água. [**R.:** 8,3 m/s.]



16. A polia mostrada na figura abaixo tem formato de disco, raio $R = 16{,}0$ cm e momento de inércia $I = 0{,}560$ kg · m^2. Os blocos pendurados na corda (cuja massa é desprezível) têm massas 4,00 kg e 2,00 kg. A corda não desliza na polia. Determine:
    (a) A aceleração do sistema. [**R.:** 0,703 m/s^2.]
    (b) As tensões nos segmentos da corda à esquerda e à direita da polia. [**R.:** 21,0 N.]

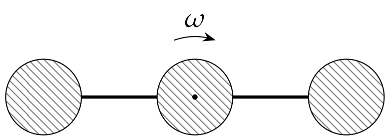


Cálculo do Momento de Inércia

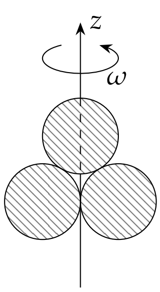
17. **Discursiva:** Você consegue imaginar um corpo que possua o mesmo momento de inércia para todos os eixos possíveis? Em caso afirmativo, forneça um exemplo; se sua resposta for negativa, explique por que isso seria impossível. Você pode imaginar um corpo que possua o mesmo momento de inércia em relação a todos os eixos passando por um ponto específico? Caso isso seja possível, onde tal ponto deve estar localizado e qual deve ser a forma de tal objeto?

18. **Discursiva:** Ao calcular o momento de inércia de um objeto, podemos considerar que toda sua massa está concentrada no centro de massa?

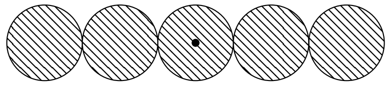
19. A figura abaixo mostra um objeto construído com discos de material leve, ligados por barras metálicas. As massas dos discos e das barras são iguais, sendo denotadas por m. O raio dos discos é R, e o comprimento das barras é $L = 2R$. Determine o momento de inércia do objeto em torno do eixo que passa perpendicularmente à face plana do disco central, passando pelo centro de massa, isto é, no ponto indicado na figura. [**R.:** $(253/6)mR^2$.]



20. A figura abaixo mostra um objeto composto de três discos com massa m e raio r e que pode girar em torno do eixo z mostrado e que está contido no mesmo plano que os discos. Determine o momento de inércia do objeto em torno do eixo z. [**R.:** $I = (11/4)mr^2$.]

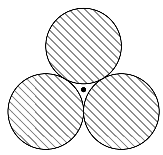


21. A figura abaixo mostra um objeto formado por cinco esferas maciças de massa M e raio R colados. Determine o momento de inércia em torno do eixo que passa pelo centro da esfera do meio, perpendicularmente ao plano da página. [**R.:** $I = 42MR^2$.]

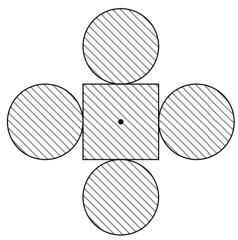


22. Um arranjo de esferas maciças coladas formando um bastão reto contém 12 esferas. Um eixo muito fino passa perpendicularmente ao bastão, pelo centro de massa, e o sistema pode girar em torno dele. Se cada esfera tem massa $M = 450{,}0$ g e o bastão tem comprimento total de 120,0 cm
    (a) Qual é o momento de inércia do sistema em torno do eixo? [**R.:** $I = (2884/5) \cdot mr^2 = 0{,}6489\,\mathrm{kg \cdot m^2}$.]
    (b) Se considerássemos o bastão como uma barra fina, qual seria o erro percentual entre o valor correto e o dessa aproximação? *O erro percentual pode ser calculado através de* $E_\% = |(x_{ref} - x)/x_{ref}| \times 100$. [**R.:** $E_\% = 0{,}14\%$.]

23. A figura abaixo mostra três esferas maciças coladas de forma que seus centros de massa pertencem ao mesmo plano. Considerando que elas têm a mesma massa m e o mesmo raio r, determine o momento de inércia em torno do eixo que passa no meio do triângulo formado pelas esferas (ponto preto), perpendicularmente ao plano do papel, em termos de m e r. *Em um triângulo equilátero, o encontro das bissetrizes determina o centro do triângulo. Tal ponto se encontra a uma distância de $2h/3$ dos vértices, ao longo da bissetriz, onde h representa a altura do triângulo.*[**R.:** $I = (26/5) \cdot mr^2$.]



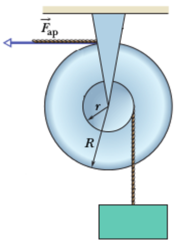
24. A figura abaixo mostra quatro esferas maciças coladas em faces opostas de um cubo. Considerando que elas têm a mesma massa m e o mesmo raio r, e que o cubo tem a mesma massa que uma esfera, com aresta equivalente ao diâmetro de uma esfera, determine o momento de inércia em torno do eixo que passa pelo centro de massa do cubo, perpendicularmente ao plano do papel. [**R.:** $I = (274/15)mr^2$]



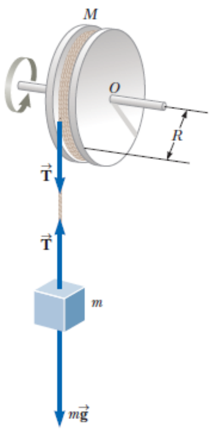
Dinâmica da Rotação II

25. Na figura abaixo, uma polia é composta de dois discos de raios diferentes que estão colados, de forma que por seus centros passa um eixo que está preso a um suporte. A polia pode girar sem atrito em torno de tal eixo. Em torno do disco menor, está enrolada uma corda de massa desprezível e em cuja extremidade livre está preso um bloco. No disco maior, também está enrolada uma corda e sobre sua extremidade livre uma força $F_{ap} = 50\,\text{N}$ é aplicada (a força é constante, porém não impede o movimento do sistema). Sabendo que os raios das polias são $r = 12{,}0\,\text{cm}$ e $R = 30{,}0\,\text{cm}$ e que as massas das polias e do bloco são $m_r = 1{,}0\,\text{kg}$, $m_R = 3{,}0\,\text{kg}$ e $m_b = 7{,}0\,\text{kg}$, determine
    (a) A aceleração do bloco. [**R.:** $3{,}3\,\text{m/s}^2$.]
    (b) A tensão na corda. [**R.:** $92\,\text{N}$.]

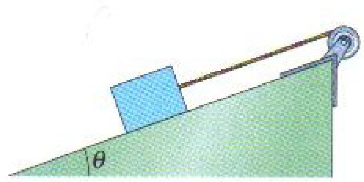
Lembre-se que o momento de inércia da "polia composta" é a soma do momento de inércia dos dois discos. Os torques podem ser então considerados como atuando na "polia composta".



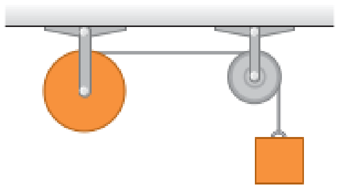
26. Um objeto de massa $m = 5{,}10$ kg está preso a uma corda que está enrolada — e, portanto, não desliza — em uma polia de massa $M = 3{,}0\,\text{kg}$ e raio $R = 0{,}250\,\text{m}$ (veja a figura abaixo). A polia é um disco maciço, livre para rodar em torno do eixo perpendicular a sua superfície e que passa por seu centro de massa.
    (a) Determine a aceleração do bloco quando ele for solto. [**R.:** $7{,}6\,\text{m/s}^2$.]
    (b) O que acontecerá se a massa da polia for muito pequena? E se for muito grande? [**R.:** Se $M \to \infty$, $a \to 0$; Se $M \to 0$, $a \to g$.]



27. Na figura abaixo, uma roda de 0,200 m de raio é montada em um eixo horizontal sem atrito. Uma corda de massa desprezível é enrolada na roda e presa a uma caixa de 2,0 kg que escorrega sobre a superfície sem atrito de um plano inclinado com $\theta = 20^\circ$ em relação à horizontal. A caixa escorrega para baixo com uma aceleração de $2{,}0\ \text{m/s}^2$. Qual é o momento de inércia da roda em relação ao eixo? [**R.:** $54 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$.]

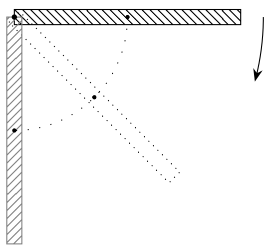


28. Uma corda leve é enrolada em um cilindro de massa $m_c = 5{,}0\,\text{kg}$ e raio $R_c = 40{,}0\,\text{cm}$, sendo que sua extremidade livre passa por uma polia em formato de disco — com massa $m_p = 2{,}0\,\text{kg}$ e raio $R_p = 20{,}0\,\text{cm}$ — e suporta um bloco de massa $m_b = 3{,}0\,\text{kg}$. Tanto o cilindro quanto a polia podem girar em torno do eixo que passa pelo centro de massa, perpendicularmente à face plana. Considere que a corda é inextensível e não há atrito nos eixos de rotação. Calcule
    (a) a aceleração do bloco. [**R.:** $4{,}0\,\text{m/s}^2$.]
    (b) A tensão no segmento de corda entre as polias e no segmento de corda que suporta o bloco. [**R.:** 11 N e 16 N, respectivamente.]



Trabalho, energia cinética, e energia mecânica em rotações

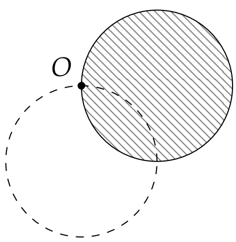
29. Uma haste de comprimento L disposta horizontalmente pode girar em torno de um eixo que passa por sua extremidade, como indicado na figura abaixo. Determine a velocidade angular da haste quando ela chega à posição mais baixa, assumindo que ela partiu do repouso. *R:* $\omega = \sqrt{3g/L}$.



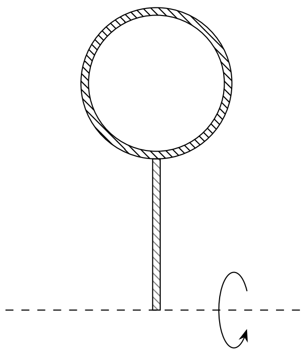
30. Um disco uniforme de massa M e raio R pode girar em torno de um eixo que passa perpendicularmente ao plano da página no ponto O, como mostrado na figura. Assumindo que o disco é solto a partir do repouso na posição mostrada e que $R = 25\,\text{cm}$,

    (a) Qual é a velocidade do centro de massa quando ele atinge a posição mais baixa? [**R.:** $1{,}8\,\text{m/s}$.]

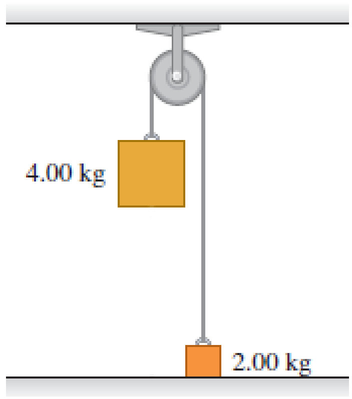
    (b) Determine a aceleração máxima do centro de massa do disco. [**R.:** $6{,}5\,\text{m/s}^2$.]



31. A figura abaixo mostra um corpo rígido formado por um aro fino (de massa m e raio $R = 0{,}150\,\text{m}$) e uma barra fina (de massa também m e comprimento $L = 2R$). O conjunto pode girar em torno do eixo tracejado, porém encontra-se na vertical, em uma posição de equilíbrio instável. Suponha que uma perturbação o faça girar. Qual será a velocidade angular do conjunto quando ele passar pelo ponto mais baixo? [**R.:** $9{,}82\,\text{rad/s}$.]



32. A polia mostrada na figura abaixo tem formato de disco, raio $R = 16{,}0\,\text{cm}$ e massa $M = 44\,\text{kg}$. Os blocos pendurados na corda (cuja massa é desprezível) têm massas $4{,}00\,\text{kg}$ e $2{,}00\,\text{kg}$. A corda não desliza na polia. Se o sistema está inicialmente em repouso, determine a velocidade do sistema após os blocos terem se deslocado por uma distância de $1{,}00\,\text{m}$. [**R.:** $1{,}2\,\text{m/s}$.]



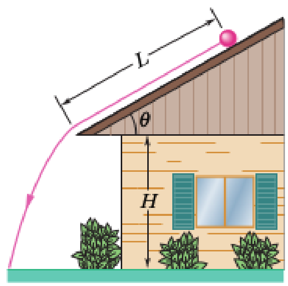
Movimentos combinados de rotação e de translação

33. **Discursiva:** Um cliente traz uma bola de estimação à sua empresa de engenharia, querendo saber se ela é maciça ou oca. Ele tentou dar leves batidas nela, mas isso forneceu pouca informação. Sugira uma experiência simples e barata para descobrir se ela é oca ou não, sem danificá-la.

34. Um cilindro maciço de raio $10{,}0\,\text{cm}$ e massa $12{,}0\,\text{kg}$ parte do repouso e rola para baixo uma distância $L = 6{,}0\,\text{m}$, sem deslizar, em um teto inclinado de um ângulo $\theta = 30{,}0°$ (veja a figura abaixo).

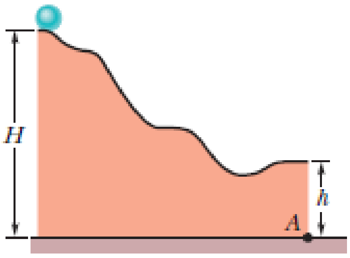
    (a) Qual é a velocidade angular do cilindro em relação ao seu centro ao deixar o teto? [**R.:** $63\,\text{rad/s}$.]

    (b) Qual é a aceleração do centro de massa do cilindro? [**R.:** $3{,}27\,\text{m/s}^2$.]

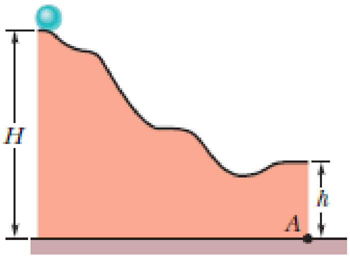


35. Um cilindro de massa m e raio R desce rolando uma rampa conforme a figura abaixo. Ao final da descida, ele deixa a rampa com uma velocidade horizontal e atinge o solo a uma distância d do final da rampa. O rolamento acontece sem deslizar. Mostre que se o cilindro parte do repouso, a distância é dada por

$$d = \sqrt{\frac{8}{3}(H-h)h}. \tag{38}$$

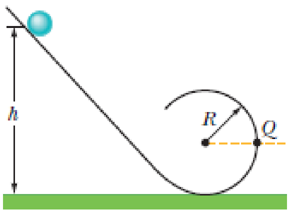


36. Um objeto desce rolando uma rampa de altura $H = 10\,\text{m}$ conforme a figura abaixo. Ao final da descida, ele deixa a rampa com uma velocidade horizontal a uma altura $h = 3$ m e atinge o solo a uma distância $d = 7{,}1$ m do final da rampa. O rolamento acontece sem deslizar.
   (a) Considerando que o momento de inércia é dado por $I = fmR^2$, onde m é a massa do objeto e R o seu raio, calcule o valor de f. [**R.:** $f = 0{,}666\,3 \approx 2/3$.]
   (b) O objeto é um cilindro, um aro, uma esfera maciça ou uma esfera oca? [**R.:** Esfera oca.]

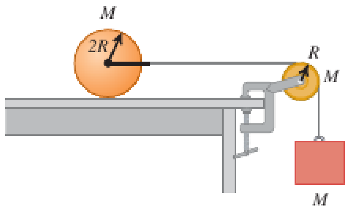


37. Na figura abaixo, uma bola maciça de aço de massa m rola suavemente ao longo do trilho quando é liberada a partir do repouso no trecho retilíneo. A parte circular do trilho tem um raio R e a bola tem um raio $r \ll R$.
   (a) Quanto vale h se a bola está na iminência de perder contato com o trilho quando chega ao ponto mais alto da parte curva do trilho? [**R.:** $(27/10)R$.]
   (b) Se a bola é liberada de uma altura $h = 6R$, qual é o módulo da componente horizontal da força que atua sobre a bola no ponto Q? [**R.:** $F = (50/7)mg$.]

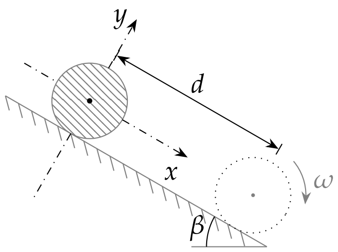
Não esqueça de levar em conta a energia cinética associada à rotação da bola!



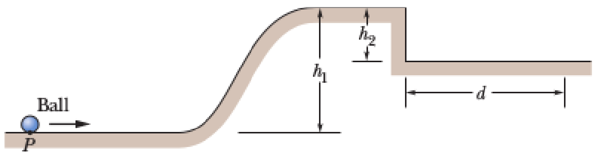
38. Um cilindro uniforme com massa M e raio $2R$ repousa sobre uma mesa. Uma corda está amarrada a um eixo que passa perpendicularmente às superfícies planas do cilindro e também pelo centro de massa. O cilindro pode girar livremente em torno do eixo. A corda passa por uma polia em forma de disco com massa M e raio R, que também pode girar livremente em torno do seu eixo. Na outra extremidade da corda, um bloco de massa M é amarrado. A corda não desliza sobre a polia, nem o cilindro sobre a mesa. Após o bloco cair 2,0 m, qual é a velocidade do bloco? [**R.:** $v = 4{,}0\,\text{m/s}$.]



39. Um disco rola a partir do repouso, sem deslizar, sobre a superfície de um plano inclinado, percorrendo uma distância d. Determine a razão entre as energias cinéticas de rotação e de translação do disco. [**R.:** $K_r/K_t = 1/2$.]



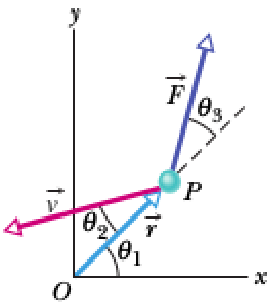
40. Na figura, uma pequena bola maciça e uniforme é lançada do ponto P, rola suavemente em uma superfície horizontal, e sobe uma rampa chegando a um platô. Em seguida, deixa o platô horizontalmente para pousar em outra superfície mais abaixo, a uma distância horizontal d da extremidade do platô. As alturas verticais são $h_1 = 19{,}3\,\text{m}$ e $h_2 = 2{,}7\,\text{m}$. Com que velocidade a bola deve ser lançada no ponto P para ela pousar em $d = 8{,}4\,\text{m}$?



Momento angular

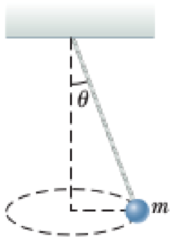
41. No instante retratado na figura abaixo, uma partícula P de 2,0 kg possui um vetor posição $\vec{r}$ de módulo 3,0 m e ângulo $\theta_1 = 45{,}0°$, e uma velocidade $\vec{v}$ de módulo 4,0 m/s e ângulo $\theta_2 = 30{,}0°$. A força $\vec{F}$, de módulo 2,0 N e ângulo $\theta_3 = 30{,}0°$, age sobre P. Os três vetores estão no plano xy. Quais são, em relação à origem,
   (a) O módulo e a orientação do momento angular de P? [**R.:** $\vec{\ell} = 12\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}\,\hat{k}$.]

(b) O módulo e a orientação do torque que age sobre P? [**R.:** $\vec{\tau} = 3{,}0\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\,\hat{k}$.]



42. Um pêndulo cônico da figura abaixo é constituído de um fio com comprimento d e uma esfera de massa m (a massa do fio é desprezível). Durante seu movimento, o ângulo entre o fio e a linha vertical é θ. Mostre que o módulo do momento angular é dado por

$$L = \sqrt{m^2 g d^3 \sin\theta \tan\theta}. \tag{57}$$



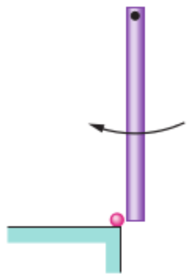
Conservação do momento angular

43. **Discursiva:** Se soltarmos um gato com as patas para cima, ele é capaz de girar o corpo e cair com as patas para baixo. À luz de seus conhecimentos sobre a conservação do momento angular, explique como isso é possível? *Considere qual é a parte do corpo do gato que pode executar uma rotação independentemente do tronco.*

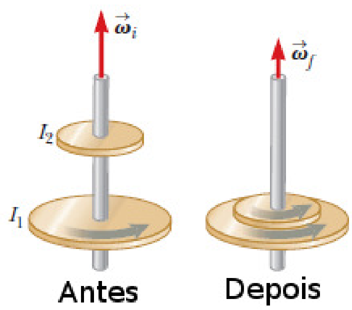
44. **Discursiva:** Você está em pé no centro de um carrossel horizontal que gira em um parque de diversões. O carrossel gira sobre apoios sem atrito, e sua rotação é livre. Quando você caminha até a periferia do carrossel, diga o que ocorre com o momento angular total do sistema constituído por você junto com o carrossel. O que ocorre com a velocidade angular do carrossel?

45. **Discursiva:** Em corridas de motocross, quando os pilotos passam por pequenos morros com grande velocidade, as motos saltam e perdem contato com o solo. Caso o piloto mantenha o motor da moto "acelerando" durante o salto, ela inclinará para trás. Caso ele cesse a aceleração imediatamente após perder contato com o solo, isso não ocorre. Explique o que ocorre em cada uma das situações.

46. Uma barra uniforme de 0,6 m de comprimento e 1,0 kg de massa gira no plano do papel em torno de um eixo que passa por uma das extremidades, com um momento de inércia de $0{,}12\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$ (veja a figura abaixo). Quando a barra passa pela posição mais baixa, colide com um pedaço de massa de modelar de 0,20 kg, que fica grudado na sua extremidade. Se a velocidade angular da barra imediatamente antes da colisão é de 2,4 rad/s, qual é a velocidade angular do sistema haste-massa de modelar imediatamente após a colisão? [**R.:** $1{,}5\,\mathrm{rad/s}$.]



47. Na figura abaixo, um disco com momento de inércia I_1 roda em torno de um eixo vertical sem atrito com velocidade angular ω_i. Um segundo disco, com momento de inércia I_2 e velocidade angular inicial nula, cai sobre o primeiro. Após alguns segundos, devido a forças de atrito entre as duas superfícies, ambos terão a mesma velocidade angular final ω_f.
   (a) Calcule a velocidade angular final ω_f em termos da velocidade angular inicial e dos momentos de inércia. [**R.:** $\omega_f = \frac{I_1}{I_1+I_2}\omega$.]
   (b) Calcule a razão K_f/K_i entre a energia cinética de rotação final e a inicial em termos dos momentos de inércia. [**R.:** $K_f/K_i = I_1/(I_1+I_2)$.]



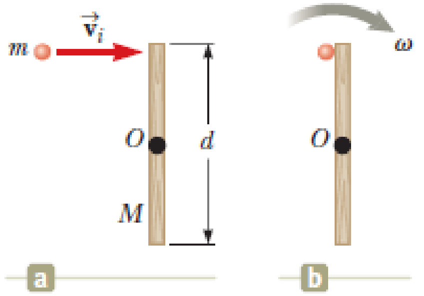
48. Um disco gira com velocidade angular ω_i em torno de um eixo sem atrito que passa por seu centro de massa, perpendicularmente à sua face plana. Acima dele, outro disco — também com o eixo atravessando-o perpendicularmente à face plana e passando pelo centro de massa —, de mesma massa que o primeiro, está parado. Se a velocidade angular

final é 3/4 da velocidade angular inicial, qual é o a razão entre os raios R_1 e R_2? [**R.:** $R_1/R_2 = \sqrt{3}$.]

49. Um projétil de massa $m = 10$ g se move para a direita com uma velocidade inicial $v_i = 100$ m/s. Ele colide com a extremidade de uma haste fina estacionária de massa $M = 1,0$ kg, comprimento $d = 30$ cm e que pode girar sem atrito em torno de um eixo perpendicular à haste, sem atrito e que passa pelo centro de massa. A figura abaixo ilustra uma visão superior da colisão.

    (a) Se o projétil fica preso à haste depois da colisão, qual a velocidade angular final do sistema. [**R.:** 19 rad/s.]

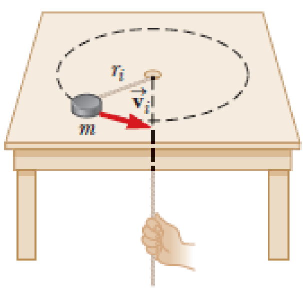
    (b) Qual a razão K_f/K_i entre a energia cinética total depois e antes da colisão? [**R.:** $K_f/K_i = 0{,}029$.]



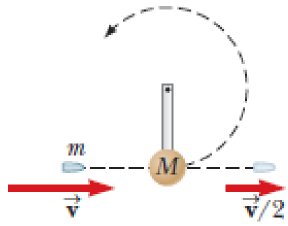
50. Um disco de massa $m = 50$ g está amarrado a uma corda fina e leve que passa por um furo em uma mesa horizontal e sem atrito (veja a figura abaixo). O disco está girando com uma velocidade $v_i = 1{,}5$ m/s descrevendo um círculo de raio $R = 30$ cm. A corda é puxada lentamente pelo furo de forma que o raio da trajetória diminua para $R = 20$ cm.

    (a) Qual a velocidade do disco após a corda ser puxada? [**R.:** 2,3 m/s.]

    (b) Lembrando que o trabalho é dado pela variação da energia cinética, isto é, $W = \Delta K$, calcule o trabalho realizado para puxar a corda. [**R.:** 0,070 J.]



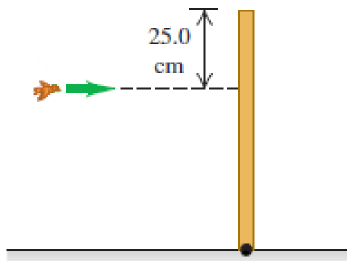
51. A figura abaixo mostra uma colisão entre um projétil de massa $m = 20$ g e velocidade $v = 100$ m/s e um pêndulo formado por uma esfera maciça de massa $M = 1{,}00$ kg e raio 5,0 cm, e uma haste rígida de comprimento $h = 35$ cm e massa $m_h = 0{,}50$ kg. O pêndulo encontra-se inicialmente em repouso. Após a colisão, o projétil emerge com velocidade $v/2$. Qual é a velocidade angular do pêndulo após a colisão? *Considere como desprezível o deslocamento do pêndulo enquanto ele é atravessado pelo projétil.* [**R.:** $\omega = 55$ rad/s.]



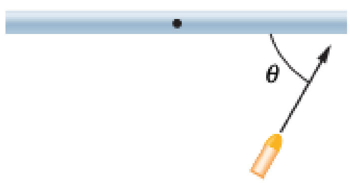
52. Um pássaro de 0,50 kg voa horizontalmente com uma velocidade $v = 2{,}25$ m/s e atinge uma barra de madeira que pode girar em torno de um eixo fixado no chão (veja a figura abaixo). A barra tem comprimento de 1,2 m e o pássaro a atinge a uma distância de 25 cm do topo. Após o impacto, o pássaro cai atordoado com velocidade horizontal nula. Sabendo que a massa da barra é de 2,5 kg,

    (a) Calcule a velocidade angular da barra imediatamente após a colisão. [**R.:** 0,89 rad/s.]

    (b) Calcule a velocidade angular da barra ao atingir o solo. [**R.:** 2,4 rad/s.]



53. Uma barra fina e uniforme, inicialmente em repouso, com comprimento $R = 0{,}70$ m e massa $M = 0{,}40$ kg é atingida por um projétil de massa $m = 10{,}0$ g conforme mostrado na figura abaixo. A barra pode girar em torno do eixo que passa perpendicularmente ao seu eixo de simetria, pelo seu centro de massa (representado pelo ponto na barra). A velocidade do projétil antes da colisão está contida no plano de rotação da barra, sendo que a direção de propagação do projétil faz um ângulo $\theta = 60{,}0°$ quando a atinge. Se o projétil atravessa a barra, emergindo com velocidade $v_f = 245{,}0$ m/s, na mesma direção que a velocidade inicial, e após a colisão a barra adquire uma velocidade angular de $\omega_f = 10{,}0$ rad/s, qual é a velocidade do projétil antes da colisão?[**R.:** $8{,}9 \cdot 10^2$ m/s.]



54. Um pequeno bloco de madeira, de massa desprezível, repousa sobre uma mesa e está ligado a uma haste fina. A haste tem comprimento d, massa m, e pode girar em torno de um eixo perpendicular à mesa e que passa pela extremidade oposta àquela em que o bloco está preso. Um projétil de massa $m/2$ é disparado com velocidade v contra o bloco de forma que seu momento linear faça um ângulo de 90,0° com a haste. Após a colisão, o projétil fica preso no bloco e o sistema passa a girar. Considerando que não há atrito entre a mesa e o bloco, e que o projétil de aloja muito próximo ao final da haste (portanto sua distância ao eixo de rotação é d), demonstre que a velocidade angular final do sistema será

$$\omega_f = \frac{3v}{5d} \tag{58}$$

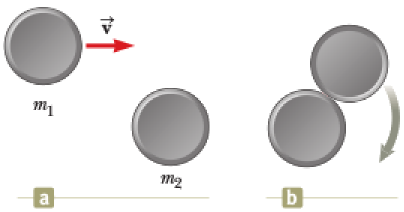
55. Dois discos, de massa $m_1 = m_2 = 120{,}0\,\mathrm{g}$ e raios $R_1 = R_2 = R$ colidem sobre uma mesa sem atrito, como mostrado na figura abaixo. O disco 1 incide com velocidade $v_1 = 1{,}50\,\mathrm{m/s}$ da esquerda para a direta e sua borda toca a do disco 2, que estava inicialmente em repouso. Após se tocarem, ambos permanecem unidos através do ponto de contato e passam a girar em torno do eixo perpendicular ao plano da mesa que passa pelo centro de massa do sistema formado pelos dois discos.

(a) Sabendo que após a colisão os discos passam a girar em torno do centro de massa, mostra que a velocidade angular será dada por

$$\omega = \frac{v}{3R} \tag{59}$$

Trate o disco incidente como uma partícula e calcule o momento angular em relação ao ponto de contato.

(b) O que ocorre com a velocidade do centro de massa nessa colisão? [**R.:** A velocidade será reduzida à metade da velocidade antes da colisão.]



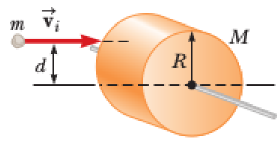
56. Um pedaço de massa de modelar, com massa m e velocidade $\vec{v}_i$ é atirado contra um cilindro maciço de massa M e raio R. O cilindro está inicialmente em repouso e pode girar em torno de um eixo horizontal alinhado ao comprimento do cilindro e que passa pelo centro de massa. A direção do movimento da massa de modelar é perpendicular ao eixo de rotação do cilindro, estando a uma distância d acima do eixo. O valor de d é menor que o raio R do cilindro.

(a) Considerando que a massa permanece grudada ao cilindro após a colisão, mostre que a velocidade angular do sistema é dada por

$$\omega = \frac{vd}{\left(1 + \frac{M}{2m}\right) R^2}. \tag{60}$$

(b) Mostre que a razão K_f/K_i entre as energias cinéticas final e inicial é dada por

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{d^2}{\left(1 + \frac{M}{2m}\right) R^2}. \tag{61}$$



57. Uma boleadeira é composta por três esferas iguais, ligadas a um ponto comum por cordas de comprimento d e de massa desprezível. Para lançar a boleadeira, é necessário segurar uma das esferas e girar as outras duas em torno da primeira. Depois de conseguir uma velocidade suficiente, a boleadeira é atirada em direção ao alvo (geralmente as patas de um animal). Inicialmente, as esferas giram em torno da primeira, mas em pouco tempo passam a girar em torno da ponto comum ao qual as cordas estão amarradas. Mostre que a razão entre a velocidade angular inicial e a final é dada por

$$\omega_f = \frac{3}{8}\omega_i. \tag{62}$$