	Puntaje
1.	
2.	
3.	
Nota	

Universidad de Santiago de Chile
Departamento de Matemática y C.C

Cálculo I
Control 1
Miércoles 02 de noviembre de 2022

Pauta

1. En un laboratorio, cierto día se mide el número de bacterias presentes en un cultivo dando como resultado 600 bacterias. 4 días después, se vuelve a medir la población de bacterias presentes en el cultivo obteniéndose 1800 bacterias. Suponiendo que el crecimiento es exponencial y que la cantidad de bacterias en el cultivo, t días después de la primera medición está dada por:

$$f(t) = A(3)^{kt}$$

   a) Determine los valores de A y k.

   b) Indique el momento en que el cultivo contará con 3000 bacterias (deje este valor expresado).

Solución:

a) Como la cantidad inicial es de 600 bacterias, se tiene que $A = 600$.
Ahora, como a los 4 días hay 1800 bacterias, se tiene que

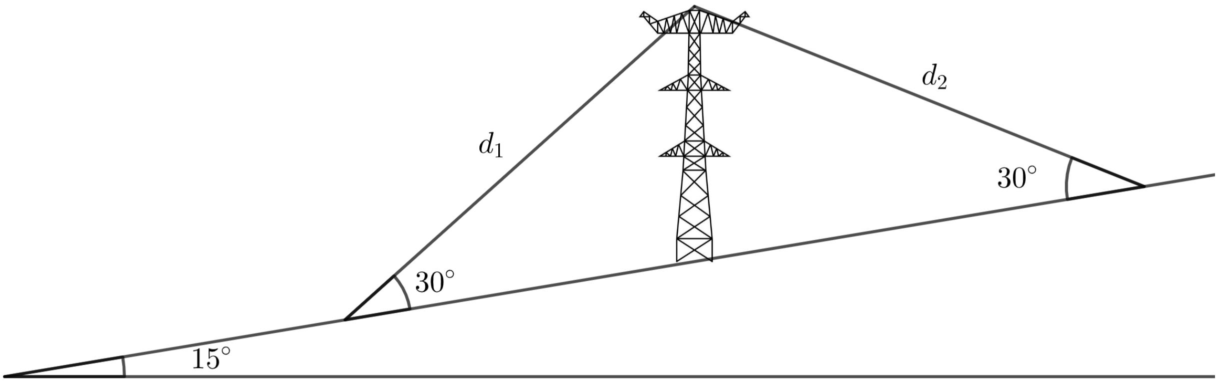
$$\begin{aligned} f(4) &= 1800 \\ 600(3)^{4k} &= 1800 \\ 3^{4k} &= 3 \\ \Rightarrow 4k &= 1 \\ k &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Por lo tanto la función es $f(t) = 600(3)^{\frac{t}{4}}$

b) Debemos encontrar el valor de t para que

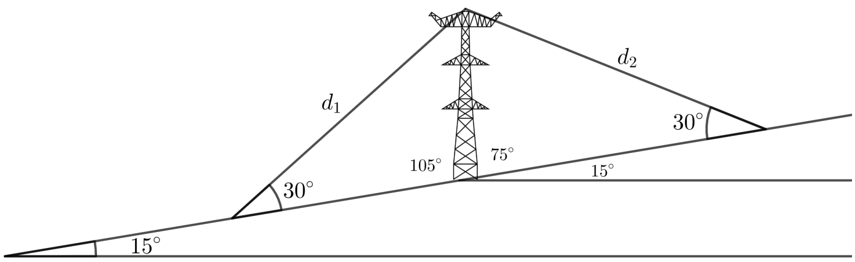
$$\begin{aligned} 600(3)^{t/4} &= 3000 \\ 3^{t/4} &= \frac{3000}{600} \\ 3^{t/4} &= 5 \quad / \log_3 \\ \frac{t}{4} &= \log_3(5) \\ t &= 4\log_3(5) \end{aligned}$$

2. Una torre de alta tensión de $10[m]$ de altura se instala en una colina que tiene una inclinación de $15°$. Desde la parte superior de la torre salen dos cables tensores d_1 y d_2 que se deben fijar, en el piso, formando un ángulo de $30°$ con respecto al piso de la colina (ver figura).



Determine la longitud del cable tensor d_1

Solución:
Completando la información de los ángulos interiores del triángulo, tenemos que



Ahora, como la altura de la torre es $10[m]$, para calcular la longitud de d_1 usaremos el Teorema del Seno

$$\begin{aligned}
\frac{d_1}{\operatorname{sen}(105)} &= \frac{10}{\operatorname{sen}(30)} \\
d_1 &= \frac{10\operatorname{sen}(105)}{\operatorname{sen}(30)} \\
&= \frac{10\operatorname{sen}(105)}{1/2} \\
&= 20\operatorname{sen}(105)
\end{aligned}$$

Para calcular $\operatorname{sen}(105)$ usamos la suma de ángulos para el seno

$$\begin{aligned}
\operatorname{sen}(105) &= \operatorname{sen}(60+45) \\
&= \operatorname{sen}(60)\cos(45) + \operatorname{sen}(45)\cos(60) \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} \\
&= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, la medida, en metros, de d_1 es

$$\begin{aligned}
d_1 &= 20\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right) \\
&= 5\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)
\end{aligned}$$

3. Considere el ángulo agudo α tal que
$$\tan(\alpha) = 2 - \sec(\alpha).$$
Determine el valor numérico de $\cos(\alpha)$

Solución:

Tenemos que

$$\begin{array}{rcl}
\tan(\alpha) & = & 2 - \sec(\alpha) \\
\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} & = & 2 - \dfrac{1}{\cos(\alpha)} \\
\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha) + 1}{\cos(\alpha)} & = & 2 \\
\operatorname{sen}(\alpha) + 1 & = & 2\cos(\alpha) \\
\operatorname{sen}(\alpha) & = & 2\cos(\alpha) - 1 \\
\sqrt{1 - \cos^2(\alpha)} & = & 2\cos(\alpha) - 1 \quad \Big/^{2} \\
1 - \cos^2(\alpha) & = & 4\cos^2(\alpha) - 4\cos(\alpha) + 1 \\
0 & = & 5\cos^2(\alpha) - 4\cos(\alpha) \\
0 & = & \cos(\alpha)(5\cos(\alpha) - 4)
\end{array}$$

Entonces
$$\cos(\alpha) = 0 \quad \vee \quad \cos(\alpha) = \frac{4}{5}$$
Descartamos lo primero ya que α es un ángulo agudo, por lo tanto $\cos(\alpha) = \dfrac{4}{5}$