



## GUÍA DE EJERCICIOS N°7

### **Recordatorio: Trabajo y Energía de Fuerzas Constantes**

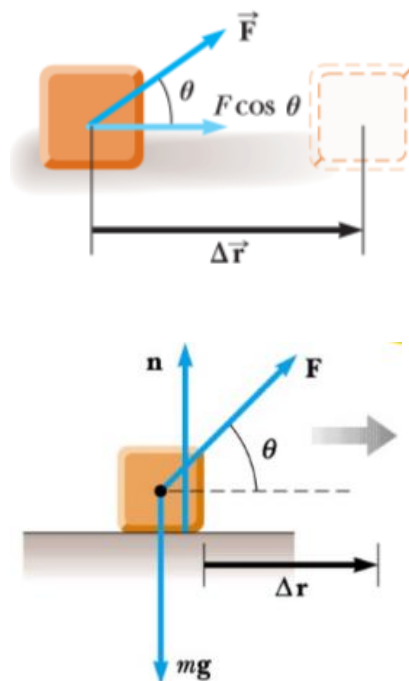
#### **Objetivos:**

- Modelar problemas de dinámica de sistemas mecánicos a partir del balance energético en situaciones de contexto enriquecido.
- Aplicar el teorema del trabajo y la energía en situaciones de contexto enriquecido.
- Explicar el comportamiento de cuerpos o sistemas a partir del balance energético en situaciones de contexto enriquecido.

#### **Ideas claves**

**Trabajo efectuado por una fuerza:** cuando una fuerza constante  $\vec{F}$  actúa sobre un cuerpo que experimenta un desplazamiento rectilíneo  $\vec{r}$ , el trabajo  $W$  realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar entre  $\vec{F}$  y  $\Delta\vec{r}$ . La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es el joule ( $1 J = 1 Nm$ ). El trabajo es una cantidad escalar, ya que puede ser positivo o negativo, pero se debe tener presente que no tiene dirección ni sentido en el espacio. Esta cantidad escalar se puede obtener a partir del **producto escalar entre dos vectores o producto punto**  $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = Fr \cos\theta$ , donde  $\theta$  corresponde al ángulo entre  $\vec{F}$  y  $\Delta\vec{r}$ .

Si un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal en ausencia de roce, la fuerza normal y la fuerza gravitatoria no realizan trabajo sobre el objeto. Esto se debe a que el ángulo entre la dirección del desplazamiento y estos vectores es de  $90^\circ$ . En la situación que muestra la figura del costado derecho, la única fuerza que realiza trabajo sobre el objeto es  $\vec{F}$ .



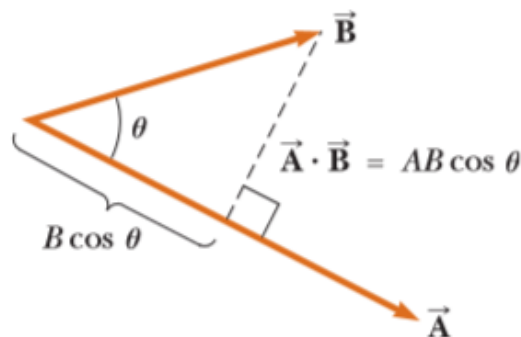
**Producto escalar entre dos vectores o producto punto:** aunque la ecuación  $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$  define el trabajo en términos de dos vectores, el trabajo es un escalar; no hay dirección ni sentido asociado con él. Todas las clases de energía y de transferencia de energía son escalares.



El producto escalar de dos vectores cualesquiera  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes de los dos vectores y el coseno del ángulo  $\theta$  entre ellos.

El producto escalar  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  es igual a la magnitud de  $\vec{A}$  multiplicada por  $B \cos \theta$ , que es la proyección de  $\vec{B}$  sobre  $\vec{A}$ .

El producto escalar es conmutativo  $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$  y obedece a la ley distributiva de la multiplicación  $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$ .



**Energía cinética:** a un cuerpo de masa  $m$  que se mueve con rapidez  $v$  se le asocia una energía denominada Energía cinética  $K$  con respecto a un sistema de referencia dado. Esta energía es una cantidad escalar sin dirección ni sentido en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo. Su ecuación viene dada por  $K = \frac{1}{2}mv^2$ .

**Energía potencial gravitatoria:** la energía potencial gravitatoria  $U_g$  de un cuerpo de cierta masa en un punto del espacio, está dado por el trabajo que realiza un campo gravitatorio para trasladarlo. El trabajo del peso  $W_g$  está dado por  $W_g = mgh$ , donde  $g$  corresponde a la aceleración de gravedad. Esta energía potencial se debe a la interacción cuerpo-Tierra y sus unidades son las mismas que las del trabajo.

**Balance energético mecánico en ausencia de roce:** la energía mecánica  $E$  de un cuerpo de masa  $m$  corresponde a la suma de su energía cinética  $K$  y su energía potencial gravitatoria  $U$  en una cierta posición. En consecuencia, el balance energético de un proceso mecánico entre un estado inicial y final corresponde a  $K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$ , condición que se cumple en ausencia de fuerzas no conservativas como lo son las fuerzas de roce.

**Teorema del trabajo y la energía:** cuando actúan fuerzas sobre una partícula que se desplaza, su energía mecánica cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre ella. Esta relación es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias rectas como curvas de la partícula; sin embargo, solo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas.

$$W_{tot} = E_2 - E_1 = \Delta E$$

**Enlaces de manipulativos virtuales para abordar estos temas:**

Pista de patinar: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/energy-skate-park>



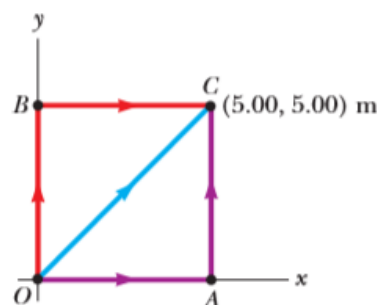
### Habilidades matemáticas básicas necesarias para esta guía:

- Operatoria con cantidades vectoriales.
- Trigonometría.

### Problemas

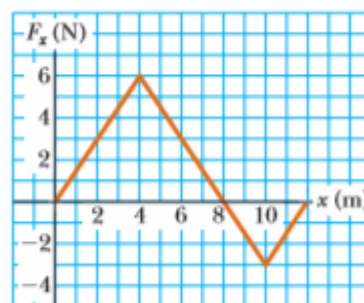
- 1) Una fuerza  $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})N$  actúa sobre un cuerpo que experimenta un desplazamiento  $\Delta\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j})m$ . Al respecto: a) ¿cuánto trabajo realiza la fuerza sobre el cuerpo? b) ¿cuál es el valor del ángulo entre  $\vec{F}$  y  $\Delta\vec{r}$ ? (Respuestas: a) 16 J y b)  $36,9^\circ$ )
- 2) Una persona en una excursión sube una colina plana de 10,0 m de altura con velocidad constante, cargando una mochila de 15,0 kg. Considerando que la magnitud de la aceleración de gravedad es  $9,80 \frac{m}{s^2}$ , a) ¿cuánto es el trabajo que debe efectuar sobre la mochila para subir la colina? b) ¿cuánto es el trabajo efectuado por la fuerza gravitatoria sobre la mochila? c) ¿cuánto es el trabajo neto sobre la mochila? (Respuestas: a)  $1,47 \times 10^3 J$ , b)  $-1,47 \times 10^3 J$  y c) 0 J)

- 3) Una partícula de 4,00 kg se mueve desde el origen a la posición C, que tiene coordenadas  $x = 5,00 m$  e  $y = 5,00 m$  (considere la figura del costado derecho). Una fuerza que experimenta la partícula es la gravitatoria, actuando en el sentido negativo del eje y. Si se considera que la magnitud de la aceleración de gravedad es  $9,8 \frac{m}{s^2}$ , ¿cuánto es el trabajo debido a la fuerza gravitatoria en la partícula conforme va de O a C a lo largo de a) OAC, b) OBC y c) OC?



(Respuestas: a)  $-196 J$ , b)  $-196 J$  y c)  $-196 J$ )

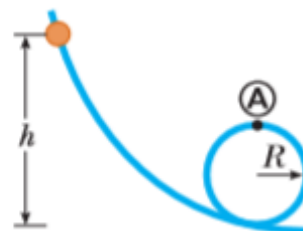
- 4) El gráfico del costado derecho muestra el comportamiento de una fuerza  $F$  que actúa sobre un objeto en función de la posición  $x$ . Considerando que el objeto se mueve en el eje  $x$ , ¿cuánto es el trabajo que realiza la fuerza graficada a) de  $x = 0$  a  $x = 8,0 m$ , b) de  $x = 8,0 m$  a  $x = 10 m$  y c) de  $x = 0$  a  $x = 10 m$ ?



(Respuestas: a) 24 J, b)  $-3,0 J$  y c) 21 J)

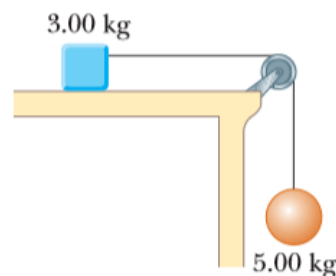


- 5) Una persona de 75 kg está sentada en un columpio de 5,0 kg de masa y 12 m de largo, que se encuentra fijo en la rama de un árbol. A partir del reposo, empieza a flectar repetidamente sus piernas provocando que el columpio se balancee hasta llegar a formar un ángulo de  $60^\circ$  con respecto a la vertical. Si se considera que la magnitud de la aceleración de gravedad es  $9,8 \frac{m}{s^2}$ , ¿cuánto es el trabajo mínimo que realiza la persona para alcanzar esa altura? b) ¿cuál es la magnitud de la velocidad inicial necesaria para realizar este trabajo mínimo? (Respuestas: a)  $4,7 \times 10^3 \text{ J}$  y b)  $1,2 \times 10^2 \frac{m}{s}$ )
- 6) Una partícula 0,6 kg tiene una rapidez de  $2,0 \frac{m}{s}$  en un punto A, mientras que después tiene una energía cinética de 7,5 J en un punto B. a) ¿Cuánta es su energía cinética en el punto A? b) ¿Cuánta es su rapidez en el punto B? c) ¿Cuánto es el trabajo neto realizado sobre la partícula desde el punto A hasta B? d) ¿Cuánta sería su energía cinética en B si su rapidez se duplicara? (Respuestas: a) 1,2 J, b)  $5,0 \frac{m}{s}$ , c) 6,3 Nm y d) 30 J)
- 7) La figura del costado derecho representa una pequeña bola perforada que se desliza sin fricción alrededor de un bucle. Si se considera que  $g$  corresponde a la magnitud de la aceleración de gravedad y que la bola es liberada desde una altura  $h = 3,5R$ , a) ¿cuál es la rapidez de la bola en el punto A? b) ¿cuál es la magnitud de la fuerza normal sobre la bola en el punto A si su masa es 5,0 g? (Respuesta: a)  $\sqrt{3,0gR}$  y b)  $9,8 \times 10^{-2} \text{ N}$ )
- 8) Un vehículo frenó sobre una calle horizontal dejando una huella de 80 m de longitud mediante el desgaste de sus neumáticos. Unas personas están investigando acerca de lo que ocurrió con el vehículo, estimando que el coeficiente de roce cinético entre sus neumáticos y el pavimento era de 0,42 por la lluvia de ese día. Si la magnitud de la aceleración de gravedad es  $9,8 \frac{m}{s^2}$ , ¿cuál era la magnitud de la velocidad mínima del vehículo cuando se empezó a frenar? (Respuesta  $25,7 \frac{m}{s}$ )





- 9) El coeficiente de roce entre el bloque de 3,00 kg y la superficie en la figura del costado derecho es 0,400. Si el sistema comienza a moverse desde el reposo y la magnitud de la aceleración de gravedad es  $9,80 \frac{m}{s^2}$ , ¿cuál es la magnitud de la velocidad de la bola de 5,00 kg cuando cae 1,50 m? (Respuesta  $3,74 \frac{m}{s}$ )



- 10) Una caja de 10 kg se jala hacia arriba de un plano inclinado rugoso con una rapidez inicial de  $1,5 \frac{m}{s}$ . La magnitud de la fuerza paralela al plano con que se tira la caja es de  $1,0 \times 10^2$  N y forma un ángulo de  $20^\circ$  con la horizontal. El coeficiente de roce cinético es 0,40, la magnitud de la aceleración de gravedad es  $9,80 \frac{m}{s^2}$  y la caja se jala 5,0 m. a) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza gravitatoria sobre la caja? b) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de  $1,0 \times 10^2$  N sobre la caja? c) ¿Cuánto cambia la energía cinética de la caja? d) ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de la caja después de moverse 5,0 m? (Respuestas: a)  $-168$  J, b)  $500$  Nm, c)  $148$  J y d)  $5,65 \frac{m}{s}$ )

## Referencias

Algunos ejercicios de esta guía se basan en los siguientes libros:

- Sears F.W., Zemansky M.W., Young H.D., Freedman R.A. (2004) *Física Universitaria*, (11a ed. vol. I). Addison Wesley Longman, México, 2004.
- Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2009). *Física: Para ciencias e ingeniería con Física Moderna* (7a. ed. vol. I). México D.F.: Cengage.
- Giancoli, C. D. (2006) *Física. Principios con aplicaciones. Volumen 1*. Sexta edición. Pearson Educación, México.