

Guía 9 Trabajo y Energía

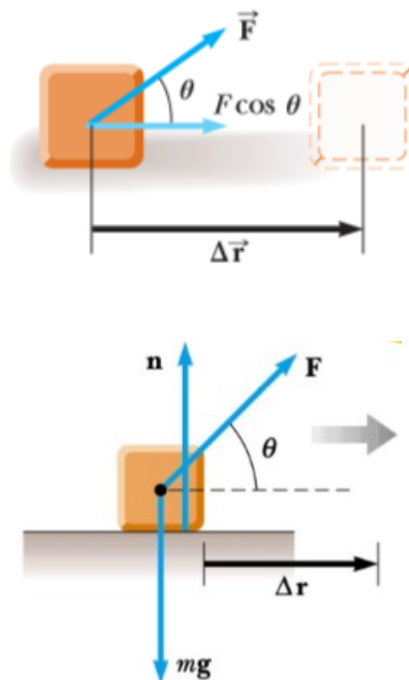
Objetivos:

- Modelar problemas de dinámica de sistemas mecánicos a partir del balance energético en situaciones de contexto enriquecido.
- Aplicar el teorema del trabajo y la energía en situaciones de contexto enriquecido.
- Explicar el comportamiento de cuerpos o sistemas a partir del balance energético en situaciones de contexto enriquecido.

Ideas clave

Trabajo efectuado por una fuerza: cuando una fuerza constante \vec{F} actúa sobre un cuerpo que experimenta un desplazamiento rectilíneo \vec{r} , el trabajo W realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar entre \vec{F} y $\Delta\vec{r}$. La unidad de trabajo en el Sistema Internacional es el joule ($1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$). El trabajo es una cantidad escalar, ya que puede ser positivo o negativo, pero se debe tener presente que no tiene dirección ni sentido en el espacio. Esta cantidad escalar se puede obtener a partir del **producto escalar entre dos vectores o producto punto** $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = Fr \cos\theta$, donde θ corresponde al ángulo entre \vec{F} y $\Delta\vec{r}$.

Si un objeto se desplaza sobre una superficie horizontal en ausencia de roce, la fuerza normal y la fuerza gravitatoria no realizan trabajo sobre el objeto. Esto se debe a que el ángulo entre la dirección del desplazamiento y estos vectores es de 90° . En la situación que muestra la figura del costado derecho, la única fuerza que realiza trabajo sobre el objeto es \vec{F} .



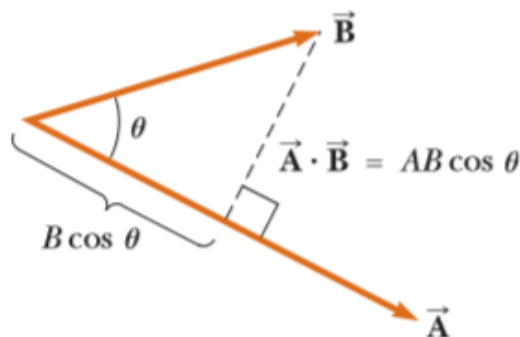
Producto escalar entre dos vectores o producto punto: aunque la ecuación $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$ define el trabajo en términos de dos vectores, el trabajo es un escalar; no hay dirección ni sentido asociado con él. Todas las clases de energía y de transferencia de energía son escalares.



El producto escalar de dos vectores cualesquiera \vec{A} y \vec{B} es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes de los dos vectores y el coseno del ángulo θ entre ellos:

El producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$ es igual a la magnitud de \vec{A} multiplicada por $B \cos \theta$, que es la proyección de \vec{B} sobre \vec{A} .

El producto escalar es conmutativo $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ y obedece a la ley distributiva de la multiplicación $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$.



Energía cinética: a un cuerpo de masa m que se mueve con rapidez v se le asocia una energía denominada Energía cinética K con respecto a un sistema de referencia dado. Esta energía es una cantidad escalar sin dirección ni sentido en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo. Su ecuación viene dada por $K = \frac{1}{2}mv^2$.

Energía potencial gravitatoria: la energía potencial gravitatoria U_g de un cuerpo de cierta masa en un punto del espacio, está dado por el trabajo que realiza un campo gravitatorio para trasladarlo. El trabajo del peso W_g está dado por $W_g = mgh$, donde g corresponde a la aceleración de gravedad. Esta energía potencial se debe a la interacción cuerpo-Tierra y sus unidades son las mismas que las del trabajo.

Balance energético mecánico en ausencia de roce: la energía mecánica E de un cuerpo de masa m corresponde a la suma de su energía cinética K y su energía potencial gravitatoria U en una cierta posición. En consecuencia, el balance energético de un proceso mecánico entre un estado inicial y final corresponde a $K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$, condición que se cumple en ausencia de fuerzas no conservativas como lo son las fuerzas de roce.

Teorema del trabajo y la energía: cuando actúan fuerzas sobre una partícula que se desplaza, su energía mecánica cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre ella. Esta relación es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias tanto rectas como curvas de la partícula; sin embargo, solo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas.

$$W_{tot} = E_2 - E_1 = \Delta E$$

Enlaces de manipulativos virtuales para abordar estos temas:

Pista de patinar: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/energy-skate-park>



Habilidades matemáticas básicas necesarias para esta guía:

- Operatoria con cantidades vectoriales
- Trigonometría

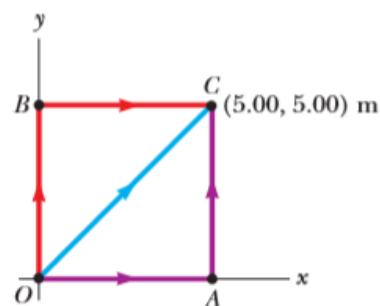
Problemas de trabajo

1. Una fuerza $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})N$ actúa sobre un cuerpo que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j})$ m. Al respecto: a) ¿cuánto trabajo realiza la fuerza sobre el cuerpo? b) ¿cuál es el valor del ángulo entre \vec{F} y $\Delta\vec{r}$?
Respuesta a) 16 J b) $36,9^\circ$

2. Una persona en una excursión sube una colina plana de 10,0 m de altura con velocidad constante, cargando una mochila de 15,0 kg. Considerando que la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,80 \frac{m}{s^2}$, a) ¿cuánto es el trabajo que debe efectuar sobre la mochila para subir la colina? b) ¿cuánto es el trabajo efectuado por la fuerza gravitatoria sobre la mochila? c) ¿cuánto es el trabajo neto sobre la mochila?

Respuesta a) $1,47 \times 10^3$ Nm b) $-1,47 \times 10^3$ Nm c) 0 Nm

3. Una partícula de 4,00 kg se mueve desde el origen a la posición C, que tiene coordenadas $x = 5,00$ m e $y = 5,00$ m (considere la figura del costado derecho). Una fuerza que experimenta la partícula es la gravitatoria, actuando en el sentido negativo del eje y. Si se considera que la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,8 \frac{m}{s^2}$, ¿cuánto es el trabajo debido a la fuerza gravitatoria en la partícula conforme va de O a C a lo largo de a) OAC, b) OBC y c) OC?



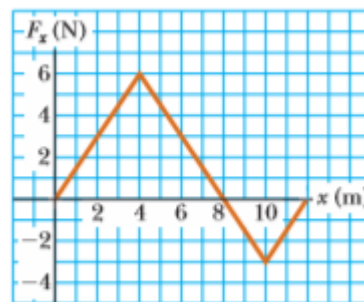
Respuesta a) -196 Nm b) -196 Nm c) -196 Nm

4. Una partícula se mueve en el plano xy de la figura presentada en la pregunta anterior, bajo la acción de una fuerza de roce de 3,00 N de magnitud que actúa en sentido opuesto al desplazamiento de la partícula. Calcule el trabajo realizado por la fuerza de roce sobre la partícula conforme se mueve a lo largo de las siguientes trayectorias cerradas: a) la trayectoria OA seguida por la trayectoria de regreso AO, b) la trayectoria OA seguida por AC y la trayectoria de regreso CO, y c) la trayectoria OC.

Respuesta a) -30,0 Nm b) -51,2 Nm c) -42,4 Nm



5. El gráfico del costado derecho muestra el comportamiento de una fuerza F que actúa sobre un objeto en función de la posición x . Considerando que el objeto se mueve en el eje x , ¿cuánto es el trabajo que realiza la fuerza graficada a) de $x = 0$ a $x = 8,0$ m, b) de $x = 8,0$ m a $x = 10$ m y c) de $x = 0$ a $x = 10$ m?
Respuesta a) 24 J b) $-3,0$ J c) 21 J



6. Una persona de 75 kg está sentada en un columpio de 5,0 kg de masa y 12 m de largo, que se encuentra fijo en la rama de un árbol. A partir del reposo, empieza a flectar repetidamente sus piernas provocando que el columpio se balancee hasta llegar a formar un ángulo de 60° con respecto a la vertical. Si se considera que la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,8 \frac{m}{s^2}$, ¿cuánto es el trabajo mínimo que realiza la persona para alcanzar esa altura? b) ¿cuál es la magnitud de la velocidad inicial necesaria para realizar este trabajo mínimo?
Respuesta a) $4,7 \times 10^3$ J b) $1,2 \times 10^2 \frac{m}{s}$

Problemas de balance energético mecánico

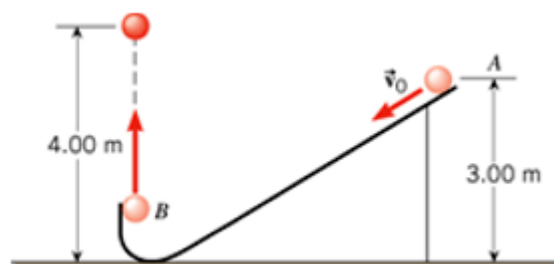
7. Una partícula 0,6 kg tiene una rapidez de $2,0 \frac{m}{s}$ en un punto A, mientras que después tiene una energía cinética de 7,5 J en un punto B. a) ¿Cuánta es su energía cinética en el punto A? b) ¿Cuánta es su rapidez en el punto B? c) ¿Cuánto es el trabajo neto realizado sobre la partícula desde el punto A hasta B? d) ¿Cuánta sería su energía cinética en B si su rapidez se duplicara?
Respuesta a) 1,2 J b) $5,0 \frac{m}{s}$ c) 6,3 Nm d) 30 J
8. Una molécula de nitrógeno cuya masa es $4,70 \times 10^{-26}$ kg tiene una energía cinética promedio de $6,21 \times 10^{-21}$ J en el aire, a nivel del mar. Si la molécula pudiera moverse libremente directamente hacia arriba sin chocar con otras moléculas y la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,80 \frac{m}{s^2}$, a) ¿qué altura podría alcanzar la molécula de nitrógeno sobre el nivel del mar? b) suponiendo que la Tierra fuese esférica y que el radio terrestre es $6,37 \times 10^3$ m, ¿a qué porcentaje del radio de la Tierra equivale esta altura? c) ¿cuál es la magnitud de la velocidad inicial de la molécula de nitrógeno?
Respuesta a) $1,35 \times 10^4$ m b) $2,12 \times 10^2\%$ c) $5,14 \times 10^2 \frac{m}{s}$
9. Una caja de 40,0 kg y 392 N de peso, que inicialmente está en reposo, se empuja 5,00 m a lo largo de una superficie horizontal rugosa mediante una fuerza de 130 N de magnitud. Si el coeficiente de roce cinético entre la caja y el suelo es 0,30 a)



¿cuánto es el trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre la caja? b) ¿cuánto es el trabajo realizado por la fuerza normal sobre la caja? c) ¿cuánto es el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre la caja? d) ¿cuánto cambia la energía cinética de la caja en los 5,00 m? e) ¿cuál es la magnitud de la velocidad final de la caja en su recorrido?

Respuesta a) 650 Nm b) 0 Nm c) 0 Nm d) 62,0 J e) $1,76 \frac{m}{s}$

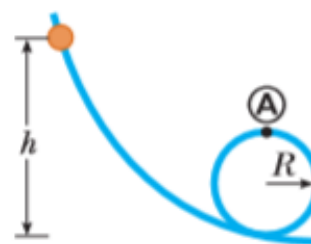
10. La figura del costado derecho representa un objeto comienza a moverse desde el punto A deslizándose por la pista curva, saliendo proyectado verticalmente hacia arriba de ella en el punto B hasta una altura de 4,00 m sobre el nivel del suelo. Considerando que los efectos de las fuerzas de roce son nulos y que la



magnitud de la aceleración de gravedad es $9,80 \frac{m}{s^2}$, a) ¿cuál es la magnitud de la velocidad del objeto en el punto A? b) ¿cuánto es el trabajo neto realizado sobre el objeto desde el punto A hasta que alcanza su máxima altura si su masa es de 30,0 g?

Respuesta a) $4,43 \frac{m}{s}$ b) $2,94 \times 10^2 J$

11. La figura del costado derecho representa una pequeña bola perforada que se desliza sin fricción alrededor de un bucle. Si se considera que g corresponde a la magnitud de la aceleración de gravedad y que la bola es liberada desde una altura $h = 3,5R$, a) ¿cuál es la rapidez de la bola en el punto A? b) si la magnitud de la aceleración centrípeta se obtiene a partir de $\frac{v^2}{R}$, ¿cuál es la magnitud de la fuerza normal sobre la bola en el punto A si su masa es 5,0 g?

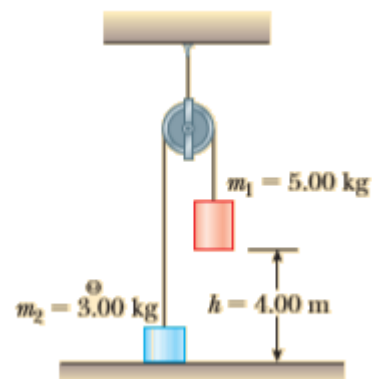


Respuesta a) $\sqrt{3,0gR}$ b) $9,8 \times 10^{-2} N$

12. Un carro se suelta desde una altura $2h$ con respecto al suelo, deslizando sin roce por una montaña rusa, de modo que su rapidez es v cuando pasa por una altura h . Si el nivel cero de energía potencial gravitatoria se ubica en el suelo, ¿a qué altura con respecto al suelo su rapidez será $\frac{v}{2}$?

Respuesta $\frac{7}{4} h$

13. Dos objetos se conectan mediante una cuerda delgada e inextensible que pasa sobre una polea ligera sin fricción, como se representa en la figura del costado derecho. Si se considera que no existe disipación de energía mecánica y que el objeto de 5,00 kg se libera desde el reposo, a) ¿cuánta es la rapidez del objeto de 3,00 kg justo cuando el objeto de 5,00 kg golpea el suelo? b) ¿Cuál es la altura máxima a la que llega el objeto de 3,00 kg?

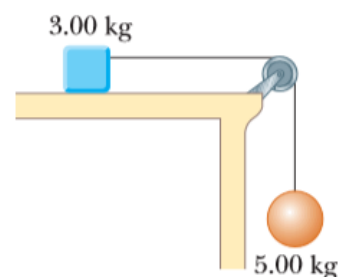


Respuesta a) $4,43 \frac{m}{s}$ b) 5,00 m

14. Un vehículo frenó sobre una calle horizontal dejando una huella de 88 m de longitud mediante el desgaste de sus neumáticos. Unas personas están investigando acerca de lo que ocurrió con el vehículo, estimando que el coeficiente de roce cinético entre sus neumáticos y el pavimento era de 0,42 por la lluvia de ese día. Si la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,8 \frac{m}{s^2}$, ¿cuál era la magnitud de la velocidad mínima del vehículo cuando se empezó a frenar?

Respuesta $25,7 \frac{m}{s}$

15. El coeficiente de roce entre el bloque de 3,00 kg y la superficie en la figura del costado derecho es 0,400. Si el sistema comienza a moverse desde el reposo y la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,80 \frac{m}{s^2}$, ¿cuál es la magnitud de la velocidad de la bola de 5,00 kg cuando cae 1,50 m?



Respuesta a) $3,74 \frac{m}{s}$

16. Un bloque de 10 kg de masa y 100 N de peso se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez inicial de $30 \frac{m}{s}$. Si la energía mecánica del bloque es $2,0 \times 10^3$ J, ¿a qué altura, sobre el lugar de lanzamiento, se encuentra el origen del sistema de referencia utilizado?

Respuesta 25 m más arriba del lugar de lanzamiento.

17. Una caja de 10 kg se jala hacia arriba de un plano inclinado rugoso con una rapidez inicial de $1,5 \frac{m}{s}$. La magnitud de la fuerza paralela al plano con que se tira la caja es de $1,0 \times 10^2$ N y forma un ángulo de 20° con la horizontal. El coeficiente de roce cinético es 0,40, la magnitud de la aceleración de gravedad es $9,80 \frac{m}{s^2}$ y la caja se jala



5,0 m. a) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza gravitatoria sobre la caja? b) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza de $1,0 \times 10^2$ N sobre la caja? c) ¿Cuánto cambia la energía cinética de la caja? d) ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de la caja después de moverse 5,0 m?

Respuesta a) -168 J b) 500 Nm c) 148 J d) $5,65 \frac{m}{s}$

Referencias

- Serway, R. A., Jewett, J. W., & González, S. R. C. (2015). Física para ciencias e ingeniería. Vol. 1. Cengage Learning. Young, H. D., & Freedman, R. A. (2007).
- Sears-Zemansky, física universitaria. Addison-Wesley Bauer, W., & Westfall, G. D. (2011). Física para ingeniería. México: McGraw Hill.
- Giancoli, C. Douglas. Física. Principios con aplicaciones. Volumen 1. Sexta edición. Pearson Educación, México, 2006.
- <https://demre.cl/publicaciones/modelos-resoluciones-pruebas>