Problema 1: Considere los números complejos

$$z = 3 - 2i, \qquad w = \frac{1}{2} + 2i \qquad \text{y} \qquad t = -1 - i$$

Para cada una de las siguintes expresiones, determine su resultado y diferencie las partes real e imaginaria.

a) $z + 3w$

b) $w + w^{-1} + 3t$

c) $3z + (3 + 2i)t$

d) $t^2 z w^{-1}$

e) $\dfrac{1}{1 + z^2} + \dfrac{1}{1 + t^{-2}}$

f) $\dfrac{z - 2}{z + 2}$

g) $\dfrac{w^2}{z + 3\bar{z}}$

h) $\mathrm{Im}(w - t + 2z)i^{154}$

i) $(\mathrm{Im}(z) + \mathrm{Re}(-\bar{w})i)i$

j) $(1 + t)^{1312}$

k) $\dfrac{(z - t)^2}{2^2} + \dfrac{(w - t)^2}{3^2}$

l) $\dfrac{(z - i)^2}{z^2 - w^2} + |t| \cdot t \cdot \bar{t}$

m) $\dfrac{z + t}{z^{-1} - w^{-1}}$

Problema 2: Determine todos los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen cada una de las siguientes igualdades. Describa la solución como un subconjunto de $\mathbb{C}$.

a) $z = -\bar{z}$

b) $\bar{z} - iz = 0$

c) $z = i\bar{z}$

d) $z^2 - 1 = 0$

e) $z^2 = \bar{z}$

f) $|z| = z$

g) $z\,\bar{z} - z^2 = 0$

h) $|z| = i\,z$

i) $z^{-1} = \bar{z}$

j) $3z - \dfrac{2 - i}{-2i + i^{781}} = 0$

k) $\dfrac{-3 + 6i}{9(z + 1)} - \dfrac{1}{2i} = -1$

Problema 3: Determine todos los $z \in \mathbb{C}$ que satisfacen cada una de las siguientes igualdades.

a) $z^2 + 25i = 0$

b) $z^2 + 2z + 2 = 0$

c) $z^2 = 7 + 24i$

d) $z^2 = (3 + 4i)^2$

e) $z^2 + 3z + 3 = 0$

f) $3z^2 - z + 1 = 0$

g) $z^2 - 3 - 6i = 0$

h) $\bar{z^4} = (\bar{z})^4$

i) $z^4 - 81 = 0$

j) $iz^2 - i^{22}z = 0$

k) $i^{1749}z^2 - (2 + i)z + 1 = 0$

i) $(1 + i)z^2 - 3z + 4 + 3i = 0$