

Problema 1. Para cada uno de los siguientes esquemas proposicional, dé un ejemplo semántico (es decir, dar un conjunto A concreto, y sustituir los predicados concretos para $p(X)$ y $q(X)$) tal que el esquema se convierta en una proposición verdadera, y también en un ejemplo semántico que lo convierta en una proposición falsa.

- a) $(\exists X \in A : p(X)) \wedge (\exists X \in A : q(X))$.
- b) $(\exists X \in A : p(X)) \vee (\exists X \in A : q(X))$.
- c) $(\forall X \in A : p(X)) \wedge (\forall X \in A : q(X))$.
- d) $(\forall X \in A : p(X)) \vee (\forall X \in A : q(X))$.
- e) $(\forall X \in A : p(X)) \vee (\exists X \in A : q(X))$.
- f) $(\forall X \in A : p(X)) \wedge (\exists X \in A : q(X))$.

Después de una forma normal semanticamente equivalente a cada esquema dado. Elige una forma normal que utilice la menor cantidad de variables distintas. Testear su intuición con los ejemplos anteriormente elegidos.

Adicional: Elija cualquier formula de arriba y encuentra una formula normal que es semanticamente equivalente a su negación.

Problema 2.

- a) Represente gráficamente los siguientes conjuntos:

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq 1 - x\} \quad \& \quad S = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \exists n \in \mathbb{N} : x = \frac{1}{n}\right\}$$

- b) Un subconjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ se dice acotado superiormente si

$$\exists c \in \mathbb{R} : \forall a \in A : a \leq c.$$

Demuestre que S es acotado superiormente.

Observación: Cualquier subconjunto $A \subseteq \mathbb{R}$ (incluso el subconjunto vacío) satisface

$$\forall a \in A : \exists c \in \mathbb{R} : a \leq c.$$

Problema 3. Si A, B, C son conjuntos de un universo U tales que $A \cap B = \emptyset$, $C \subseteq B^c$ y $A \cap C = \emptyset$, simplifique “al máximo” (es decir, digamos, utilizando la minima cantidad de operaciones elementales)

$$[(A \cup B^c)^c - C] - (B^c - C).$$

Problema 4.

De un grupo de 100 empleados de una firma, todos los hombres tienen más de 20 años de edad; hay 50 mujeres en el grupo; 60 empleados son mayores de 20 años; 25 mujeres no son solteras. Los empleados casados con más de 20 años de edad son 15, y de éstos 10 son mujeres.

- a) Construya un diagrama de Venn-Euler adecuado a la situación y distribuya las cardinalidades (conocidas) respectivas.
- b) ¿Cuántos son los empleados casados?
- c) ¿Qué porcentaje de las mujeres es soltera?
- d) ¿Cuántas mujeres son solteras y mayores de 20 años?
- e) ¿Qué porcentaje del grupo son hombres casados?