Preparando la PEP 1
Física I
Profesor Rubén Montecinos

1.- Un campo cuadrado que mide 100.0 m por 100.0 m tiene un área de 1.00 hectáreas. Un acre tiene un área de $43,600\text{ft}^2$. Si un campo tiene un área de 12.0 acres, ¿cuál es su equivalencia en hectáreas?

Solución.

$$1.00 \text{ hectárea } = 1.00 \times 10^4 \text{ m}^2 .1\text{ft} = 0.3048 \text{ m}$$

El area es

$$(12.0 \text{ acres }) \left(\frac{43,600\text{ft}^2}{1 \text{ acre}}\right)\left(\frac{0.3048 \text{ m}}{1.00\text{ft}}\right)^2\left(\frac{1.00 \text{ hectáreas}}{1.00\times 10^4 \text{ m}^2}\right) = 4.86 hectareas$$

2.- Cierto automóvil híbrido que consume poco combustible tiene un rendimiento de gasolina de 55.0 mpg (millas por galón). a) Si usted va manejando dicho auto en Europa y quiere comparar su rendimiento con el de otros automóviles europeos, exprese tal rendimiento en km/L. b) ¿Si el depósito de gasolina de este automóvil tiene una capacidad de 45 L, ¿Cuántas veces deberá llenar el depósito de gasolina para conducir 1,500 km?

Solución.

$$1\text{mi} = 1.609 \text{ km}$$
$$1 galon = 3.788 \text{ L}$$

(a) $55.0\frac{mi}{galon} = (55.0\frac{mi}{galon})(\frac{1.609 \text{ km}}{1\text{mi}})\left(\frac{1 \text{ galon}}{3.788 \text{ L}}\right) = 23.4 \text{ km/L}.$

(b) El volumen requerido es:

$\frac{1500 \text{ km}}{23.4 \text{ km/L}} = 64.1 \text{ L} \rightarrow \frac{64.1 \text{ L}}{45 \text{ L/ tanque}} = 1.4$ veces se debe llenar el tanque de gasolina.

3.- Una espeleóloga está explorando una cueva y sigue un pasadizo 180 m al oeste, luego 210 m 45° al este del sur, y después 280 m 30° al este del norte. Tras un cuarto desplazamiento no medido, vuelve al punto inicial. Determine la magnitud y la dirección del cuarto desplazamiento.

Solución.
Si vuelve al punto inicial, significa que su desplazamiento es 0m, por lo tanto esto indica que

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = 0$$

Donde

$$\vec{A} = 180(-\hat{\imath})$$
$$\vec{B} = 210 \cdot (cos(45°)\hat{\imath} - sen(45°)\hat{\jmath})$$
$$\vec{C} = 280 \cdot (cos(30°)\hat{\imath} + sen(30°)\hat{\jmath})$$

Despejando $\vec{D}$

$$\vec{D} = 144 \cdot (-cos(41°)\hat{\imath} - sen(41°)\hat{\jmath})$$

4.- El vector $\vec{A}$ tiene componentes $A_x = 1.30$ cm, $A_y = 2.25$ cm; el vector $\vec{B}$ tiene componentes $B_x = 4.10$ cm, $B_y = -3.75$ cm. Calcule a) las componentes de la resultante $\vec{A} + \vec{B}$; b) la magnitud y la dirección de $\vec{A} + \vec{B}$; c) las componentes de la diferencia vectorial $\vec{B} - \vec{A}$; d) la magnitud y la dirección de $\vec{B} - \vec{A}$.

Solución.

Si

$$\vec{\boldsymbol{C}} = \vec{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{B}}$$

Entonces $C_z = A_z + B_z$ y $C_y = A_y + B_y$

Si

$$\vec{\boldsymbol{D}} = \vec{\boldsymbol{B}} - \vec{\boldsymbol{A}}$$

Entonces $D_z = B_z - A_z$ y $D_y = B_y - A_y$.

(a) Las componentes x e y respectivamente $1,30 \text{ cm} + 4,10 \text{ cm} = 5,40 \text{ cm}$, $2,25 \text{ cm} + (-3,75 \text{ cm}) = -1,50 \text{ cm}$.

$$\vec{C} = (5,40\hat{\imath} - 1,50\hat{\jmath})$$

(b) $\sqrt{(5,40 \text{ cm})^2(-1,50 \text{ cm})^2} = 5,60 \text{ cm}$, $\arctan\left(\frac{-1,50}{5,40}\right) = 344,5°$

(c) $4,10 \text{ cm} - (1.30 \text{ cm}) = 2,80 \text{ cm}$, $-3,75 \text{ cm} - (2,25 \text{ cm}) = -6,00 \text{ cm}$.

$$\vec{D} = (2,8\hat{\imath} - 6\hat{\jmath})$$

(d) $\sqrt{(2,80 \text{ cm})^2 + (-6,00 \text{ cm})^2} = 6,62 \text{ cm}$, $\arctan\left(\frac{-6,00}{2,80}\right) = 295°$ ($360° - 65°$).

5.- Un marinero en un velero pequeño se topa con vientos cambiantes. Navega 2.00 km al este, luego 3.50 km al sureste y después otro tramo en una dirección desconocida. Su posición final es 5.80 km directamente al este del punto inicial (ver figura 1). Determine la magnitud y la dirección del tercer tramo.

Solución.

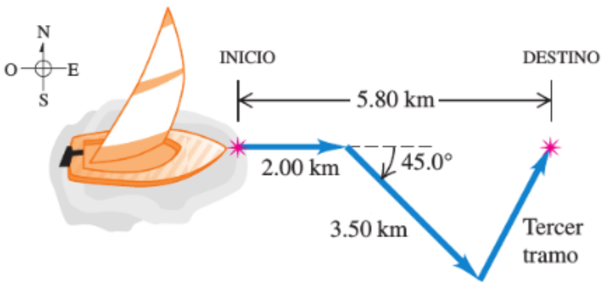

Figure 1: Esquema problema velero

Sea $\vec{d}$ el desplazamiento total, entonces:

$$\begin{aligned}
&\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\\
&\vec{d} - \vec{a} - \vec{b} = \vec{c}\\
&d_x\hat{\imath} - (a_x\hat{\imath} - a_y\hat{\jmath}) - (b_x\hat{\imath} - b_y\hat{\jmath}) = \vec{c}\\
&d_x\hat{\imath} - a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} - b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} = \vec{c}\\
&(d_x - a_x - b_x)\,\hat{\imath} + (a_y + b_y)\,\hat{\jmath} = \vec{c}\\
&[5.80 - 2.00 - 3.50\cos(45^\circ)]\,\hat{\imath} + [3.50\sin(45^\circ)]\,\hat{\jmath} = \vec{c}\\
&(1.32\hat{\imath} + 2.47\hat{\jmath})km = \vec{c}
\end{aligned}$$

La magnitud de $\vec{c}$ esta dada por:

$$\begin{aligned}
|\vec{c}| &= c = \sqrt{(1.32\text{ km})^2 + (2.47\text{ km})^2}\\
|\vec{c}| &= c = 2.80\text{ km}
\end{aligned}$$

Y su dirección:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \tan^{-1}\left(\frac{2.47\text{ km}}{1.32\text{ km}}\right)\\
\alpha &= 61.8^\circ
\end{aligned}$$

Es decir que el tercer tramo tiene un largo de 2.80 km y esta en una dirección 61.8°NE.

6.- Un deportista trota de un extremo al otro de una pista recta de 300 m en 2.50 min y, luego, trota de regreso al punto de partida en 3.30 min. Qué velocidad media en m/s tuvo el deportista en cada uno de los siguientes casos: (a) Al trotar al final de la pista. (b) Al regresar al punto de partida. (c) Total

Solución.

Antes de resolver el ejercicio, se convierten los tiempos de minutos a segundos:

$$\begin{aligned}
2.50\text{ min}\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right) &= 150\text{ s}\\
3.30\text{ min}\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right) &= 198\text{ s}
\end{aligned}$$

a) Se tiene que:

$$v_{\text{med}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Note que se indica que es hasta el final de la pista, entonces $x_1 = 0$ m y $x_2 = 300$ m, tomando como origen de referencia el inicio de la pista.

$$\begin{aligned}
v_{\text{med}} &= \frac{300\text{ m} - 0\text{ m}}{150\text{ s} - 0\text{ s}}\\
v_{\text{med}} &= \frac{300\text{ m}}{150\text{ s}} = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}
\end{aligned}$$

b)Note que se indica que esta "regresando" hasta el punto partida, es decir se esta devolviendo, entonces $x_1 = 0$ m y $x_2 = -300$ m.

$$\begin{aligned}
v_{\text{med}} &= \frac{-300\text{ m} - 0\text{ m}}{198\text{ s} - 0\text{ s}}\\
v_{\text{med}} &= \frac{-300\text{ m}}{198\text{ s}} = -1.51\frac{\text{m}}{\text{s}}
\end{aligned}$$

El valor negativo de esta indica que se está devolviendo, según nuestro sistema de referencia.

La respuesta es 0 m/s debido a que está llegando al mismo punto de partida, ya que si suman los dos desplazamientos (ida y vuelta) se tiene que da 0 m, sumando los dos tiempos:

$$v_{\text{med}} = \frac{300\text{ m} + -300\text{ m}}{150\text{ s} + 198\text{ s}}$$
$$v_{\text{med}} = \frac{0\text{ m}}{348\text{ s}} = 0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

También se pudo determinar de esta forma:

$$v_{\text{med}} = \frac{0\text{ m} + 0\text{ m}}{348\text{ s} - 0\text{ s}}$$

Ya que $x_1 = 0$ m y $x_2 = 0$ m

$$v_{\text{med}} = \frac{0m}{348s} = 0\frac{m}{s}$$

7.- Unos estudiantes bromistas están en la azotea del edificio de física, a 46 m de altura (ver figura 2). Su profesor, que tiene una estatura de 1.80 m, camina hacia la entrada del edificio a una rapidez constante de 1.2 m/s . Si dejan caer un huevo sobre la cabeza del profesor, ¿dónde deberá estar éste cuando suelten el huevo? Suponga que el huevo está en caída libre.

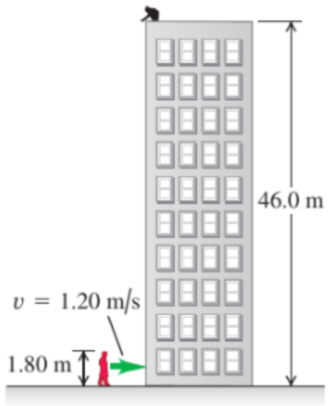

Figure 2: Esquema problema velero

Solución.
Se debe determinar el tiempo en que dura llegar el hasta la cabeza, tomando como referencia el nivel de la azotea se tiene:

$$y_0 = 0m$$
$$y = 46 - 1,8 = -44,2m$$
$$v_{0,y} = 0m/s$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$
$$y = -\frac{g}{2}t^2$$
$$\sqrt{\frac{2y}{-g}} = t$$
$$\sqrt{\frac{2(-44.2\text{ m})}{-9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = t$$
$$\sqrt{\frac{2(-44.2\text{ m})}{-9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 3\text{ s}$$

Durante este mismo tiempo el profesor se desplaza hacia la entrada del edificio y tomando de origen la posición inicial del profesor ($x_0 = 0$ m) se tiene:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a}{2}t^2 \quad \left(\text{como la velocidad es constante } a = 0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$
$$x = v_{0x}t$$
$$x = 1.2\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ s}$$
$$x = 3.6 \text{ m}$$

8.- Suponga que usted normalmente conduce por la autopista que va de Santiago a Pichilemu con una rapidez media de 105 km/h y el viaje le toma 2 h y 20 min. Sin embargo, un viernes por la tarde el tráfico le obliga a conducir la misma distancia con una rapidez media de sólo 70 km/h. ¿Cuánto tiempo más tardará el viaje?

Solución.

Las velocidades en S.I

$$v_1 = 105\frac{km}{h} = 105\frac{1000m}{3600s} = 29,16\frac{m}{s}$$

$$v_2 = 70\frac{km}{h} = 70\frac{1000m}{3600s} = 19,4\frac{m}{s}$$

La distancia a Los Angeles.

$$x_{LA} = v_1 \cdot t = 29,16 \cdot 8400 = 244944m$$

Por lo tanto, el tiempo a $70\frac{km}{h}$

$$t = \frac{x_{LA}}{v_2} = 210,43s = 12625,97s \approx 3horas30minutos$$

9.- Un alunizador está descendiendo hacia la Base Lunar I frenado lentamente por el retro-empuje del motor de descenso. El motor se apaga cuando el alunizador está a 5.0 m sobre la superficie y tiene una velocidad hacia abajo de 0.8 $\frac{m}{s}$. Con el motor apagado, el vehículo está en caída libre. ¿Qué rapidez tiene justo antes de tocar la superficie? La aceleración debida a la gravedad lunar es de 1.6 $\frac{m}{s^2}$

Solución.

La ecuación que describe la cinemática de los cuerpos es

$$\vec{r_f} = \vec{r_0} + \vec{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

$$\vec{v_f} = \vec{v_0} + \vec{a}t$$

Como es un problema en el eje Y

$$y_f = y_0 + v_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$v_{y,f} = v_{y,0} + a_y t$$

Con las condiciones del problema

$$y_f = 5 - 0,8t - \frac{1}{2}1,6t^2$$
$$v_{y,f} = -0,8 - 1,6t$$

Justo antes de tocar la superficie

$$0 = 5 - 0,8t - \frac{1}{2}1,6t^2$$

cuyo tiempos serán $t_1 = -3,05s$ y $t_2 = 2,05s$, como no puede ser negativo, nos quedamos con t_2, entonces.

$$v_{y,f} = -0,8 - 1,6(2,05) = -4,08\frac{m}{s}$$

Otra forma de proceder fue recordar la ecuación

$$v_{y,f}^2 = v_{y,0}^2 + 2a(y_f - y_0)$$

Con las condiciones del problema

$$v_{y,f}^2 = (-0,8)^2 + 2(-1,6)(0-5) = 4,08\frac{m}{s}$$

Sin embargo, esta ecuación no nos indica el sentido (negativo) de la velocidad, solo su magnitud de $4,08\frac{m}{s}$.

10.- El trineo impulsado por cohete Sonic Wind Núm. 2, utilizado para investigar los efectos fisiológicos de las altas aceleraciones, corre sobre una vía recta horizontal de 1070 m. Desde el reposo, puede alcanzar una rapidez de 224 $\frac{m}{s}$ en 0,900 s. a) Calcule la aceleración en $\frac{m}{s^2}$, suponiendo que es constante. b) ¿Cuál es la relación de esta aceleración con la de un cuerpo en caí- da libre (g)? c) ¿Qué distancia se cubre en 0,900 s? d) En una revista se aseguró que, al final de cierta prueba, la rapidez del trineo descendió de 283 $\frac{m}{s}$ a cero en 1,40 s, y que en ese tiempo la magnitud de la aceleración fue mayor que 40g. ¿Son congruentes tales cifras?

Solución.

(a)

$$a = \frac{\triangle v}{\triangle t} = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} = \frac{(224-0)m/s}{0,9s} = 248,88\frac{m}{s^2}$$

(b)
Un cuerpo en caída libre está afectado por la aceleración de gravedad, por lo tanto:

$$\frac{a}{g} = \frac{248\frac{m}{s^2}}{9,8\frac{m}{s^2}} = 25,39$$

Por lo tanto, la aceleración del trineo es 25,39 veces la aceleración de un cuerpo en caída libre
(c)

$$x_f = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2} \cdot 248,88 \cdot 0,9^2 = 100,7964m$$

(d) Para que ocurra este fenómeno se necesita una aceleración de:

$$a = \frac{(0-283)\frac{m}{s}}{1,4s} = -202,14\frac{m}{s^2}$$

El valor negativo de la aceleración es debido que esta provoca que la velocidad disminuya (desaceleración)

Observamos que la aceleración necesitada para esto es menor que la máxima que permite el trineo, por lo que si es posible lo que se dijo en la entrevista

11.- Dos estudiantes de la Usach (uno de mecánica y otro de eléctrica) compiten corriendo alrededor de la cancha con perímetro 320 m. Al comenzar la carrera, el mecánico avanza con velocidad constante de v_m=12 km/h. El eléctrico, muy despistado, parte 4 segundos después con una velocidad constante v_e=4 m/s.

A.- Exprese la velocidad en S.I.

B.- Calcule cuánto tiempo le tomará a cada uno llegar la meta. Exprese ambos resultados en horas.

C.- ¿A qué distancia, medida desde el punto de partida, se encuentra el mecánico en el instante en que el eléctrico comienza a correr? Exprese su resultado en metros.

D.- ¿A qué distancia, medida desde el punto de partida, el eléctrico alcanzará al mecánico? Exprese su resultado en metros.

Solución.

A.-

$$v_m = 12\frac{km}{h} = 12\frac{1000m}{3600s} = 3,33\frac{m}{s}$$

$$v_e = 4\frac{m}{s}$$

B.- Para el mecánico

$$320 = 3,33t_m$$

$$t_m = 96,09s = 0,0266h$$

Para el eléctrico

$$320 = 4t_e$$

$$t_e = 80s = 0,0222h$$

C.- A los 4 segundos, el mecánico.

$$x_m = x_0 + v_0t = 3,33t = 3,44 \cdot 4 = 12,32m$$

D.- Cuando se alcancen $x_m = x_e$

$$12,32 + 3,33t = 4t$$

$$t_{Encuentro} = 18,38s$$

Finalmente

$$x_e = 4 \cdot 18,38 = 73m$$

11.- **Considere el sistema de la figura. El bloque A pesa 45 N y el bloque B pesa 25 N. Una vez que el bloque B se pone en movimiento hacia abajo, desciende con rapidez constante. (a) Calcule el coeficiente de fricción cinética entre el bloque A y la superficie de la mesa. (b) Un gato, que también pesa 45 N, se queda dormido sobre el bloque A. Si ahora el bloque B se pone en movimiento hacia abajo, ¿qué aceleración (magnitud y dirección) tendrá?**

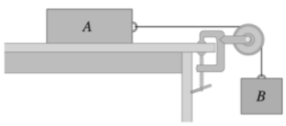

Figure 3: Esquema del problema.

Respondamos, en primer lugar, el apartado (a). Para ello, comenzamos dibujando un DCL de cada uno de los bloques

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T - f = 0$$

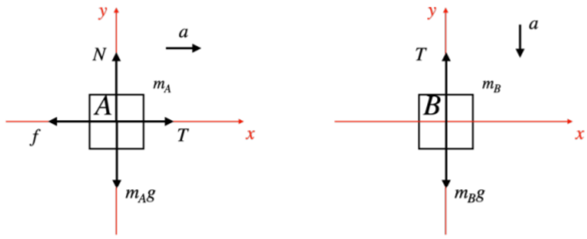

Figure 4: DCL de cada cuerpo.

$$T - \mu_k \cdot N = 0$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - m_A g = 0$$
$$N = 45[N]$$

Luego, reemplazamos

$$T - 45\mu_k = 0$$

para el bloque B

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T - m_B g = 0$$
$$T - 25 = 0$$
$$T = 25[N]$$

Finalmente, reemplazamos para encontrar el valor del coeficiente de roce:

$$25 - 45\mu_k = 0$$
$$\mu_k = 0,556$$

A continuación, pasamos a resolver el apartado (b). Los DCL‘s del apartado anterior nos serán de ayuda para resolver esta pregunta. Sin embargo, debemos tener en consideración dos cosas: (i) el peso del bloque A se modifica debido al peso del gato, (ii) el sistema posee aceleración (que, de hecho, es la pregunta que debemos resolver)

Para el bloque A:

$$\sum F_x = m \cdot a \Rightarrow T - f = m_A \cdot a$$
$$T - \mu_k \cdot N = m_A \cdot a$$
$$T - 0,556 \cdot N = 9,18 \cdot a$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - m_A g = 0$$
$$N = 90[N]$$

Ahora reemplazamos

$$T - 50,04 = 9,18a$$

Para el bloque B:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T - m_B g = -m_B \cdot a$$

$$T - 25 = -2,55 \cdot a$$

Luego, debemos resolver el sistema de ecuaciones para encontrar el valor de la aceleración. Vamos a restar, obteniendo:

$$-25,04 = 11,73 \cdot a$$

$$a = -2,13 \text{ m/s}^2$$

12.- **Una gran bola para demolición está sujeta por dos cables de acero ligeros (ver figura). Si su masa m es de 4090 [kg], calcule a) la tensión T_B en el cable que forma un ángulo de 40° con la vertical y (b) la tensión T_A en el cable horizontal.**

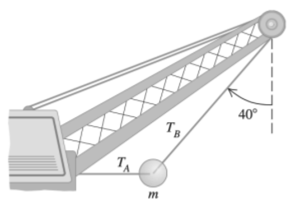

Figure 5: Esquema del problema.

Para resolver problemas en los que intervienen varias fuerzas es imprescindible dibujar, en primer lugar, un DCL de la situación. Comenzamos, entonces, dibujando este DCL

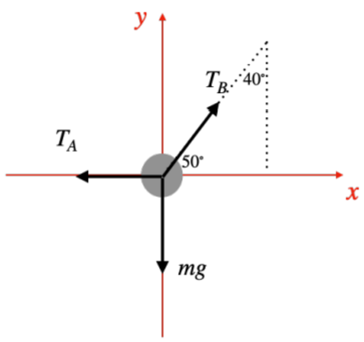

Figure 6: DCL del cuerpo.

Nótese que para descomponer la fuerza T_A podemos utilizar el ángulo de 40° dado en el problema o el ángulo de 50° entre la fuerza T_B y el eje x. Utilizaremos este último. Ahora que tenemos el DCL utilizaremos las leyes de Newton para encontrar las tensiones en los cables. De este modo, aplicamos la segunda ley de Newton a las fuerzas que actúan sobre el eje x:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_B \cos 50 - T_A = 0$$

Esta ecuación nos da la relación entre T_A y T_B. Guardaremos esta relación para más adelante. Ahora, aplicamos la segunda ley de Newton para las fuerzas que actúan sobre el eje y

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_B \sin 50 - mg = 0$$

$$T_B \sin 50 - 4090 \cdot 9,8 = 0$$

$$T_B = 52323,33[N]$$

Este último procedimiento nos ha permitido encontrar el valor de la tensión T_B, cuyo valor es 52323,33 [N]. Para encontrar el valor de T_A, reemplazamos este último resultado en la ecuación que encontramos anteriormente

$$T_A = 33632,79 \text{ N}$$