DEPARTAMENTO DE FÍSICA
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE

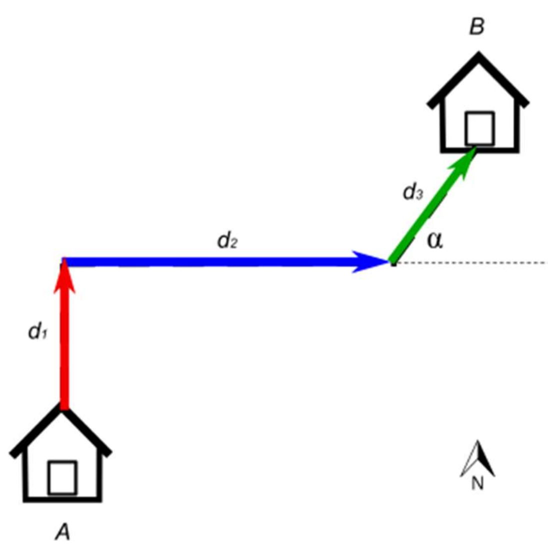
PEP 1-FORMA A-PAUTA
FÍSICA 1

Indicaciones generales para la corrección:

- Hay tres formas de la evaluación, etiquetadas A, B y C. La diferencia entre ellas son los valores de los datos entregados.
- En esta pauta puede encontrar los resultados numéricos correctos para cada forma, además de la distribución de puntaje entre cada pregunta y una rubrica para la revisión.
- Las respuestas deben tener un desarrollo y justificación adecuados. No se aceptan resultados sin ninguna explicación, a menos que esta sea innecesaria o evidente.
- Los resultados deben indicar unidades. De estar ausentes, descontar 0.2 puntos a la pregunta.
- Si identifica copia, evaluar con nota mínima y poner a la Coordinación al tanto de la situación.
- Recordar que, si alguna parte de la evaluación fue realizada con lápiz grafito, los y las estudiantes no podrán solicitar recolección de dicha parte.
- Los resultados indicados en esta pauta están expresados con dos decimales. En ocasiones, las y los estudiantes aproximan sin querer al usar la calculadora, desviándose ligeramente del valor indicado en esta pauta. En este caso, obviar la diferencia y considerar correcta la respuesta.

Pregunta 1: <u>Solución</u>

a)



Consideramos los siguientes vectores para los trayectos
$\overrightarrow{d_1} = d_1\hat{y}$ (rojo)
$\overrightarrow{d_2} = d_2\hat{x}$ (azul)
$\overrightarrow{d_3} = d_{3x}\hat{x} + d_{3y}\hat{y}$ (verde). El cual tiene dos componentes que dependen del ángulo α, de esta manera tendremos $\overrightarrow{d_3} = d_3\cos(\alpha)\,\hat{x} + d_3\sin(\alpha)\,\hat{y}$

Ahora, si aplicamos suma de vectores para encontrar el vector que va desde el punto A hasta el punto B que llamaremos $\vec{d}$

$$\vec{d} = \overrightarrow{d_1} + \overrightarrow{d_2} + \overrightarrow{d_3} = d_1\hat{y} + d_2\hat{x} + d_3\cos(\alpha)\,\hat{x} + d_3\sin(\alpha)\,\hat{y}$$
$$= (d_2 + d_3\cos(\alpha))\hat{x} + (d_1 + d_3\sin(\alpha))\hat{y}$$

Los datos para cada forma son

Forma	d_1	d_2	d_3	α
A	$3\ km$	$6\ km$	$4\ km$	$60°$
B	$4\ km$	$7\ km$	$5\ km$	$50°$
C	$3\ km$	$5\ km$	$4\ km$	$40°$

Reemplazando en $\vec{d} = (d_2 + d_3\cos(\alpha))\hat{x} + (d_1 + d_3\sin(\alpha))\hat{y}$

Forma A

$$\vec{d} = (6 + 4\cos(60°\ ))\hat{x} + (3 + 4\sin(60°\ ))\hat{y} = 8\hat{x} + 6{,}46\hat{y}$$

Para buscar la distancia d debemos determinar el módulo o magnitud del vector $\vec{d}$, es decir

$$d = \|\vec{d}\| = \sqrt{8^2 + 6{,}46^2} = \sqrt{105{,}7316} = 10{,}28\ (km)$$

Forma B

$$\vec{d} = (7 + 5\cos(50°\ ))\hat{x} + (4 + 5\sin(50°\ ))\hat{y} = 10{,}21\hat{x} + 7{,}83\hat{y}$$

Para buscar la distancia d debemos determinar el módulo o magnitud del vector $\vec{d}$, es decir

$$d = \|\vec{d}\| = \sqrt{10{,}21^2 + 7{,}83^2} = \sqrt{165{,}553} = 12{,}87\ (km)$$

Forma C

$$\vec{d} = (5 + 4\cos(40°\ ))\hat{x} + (3 + 4\sin(40°\ ))\hat{y} = 8{,}06\hat{x} + 5{,}57\hat{y}$$

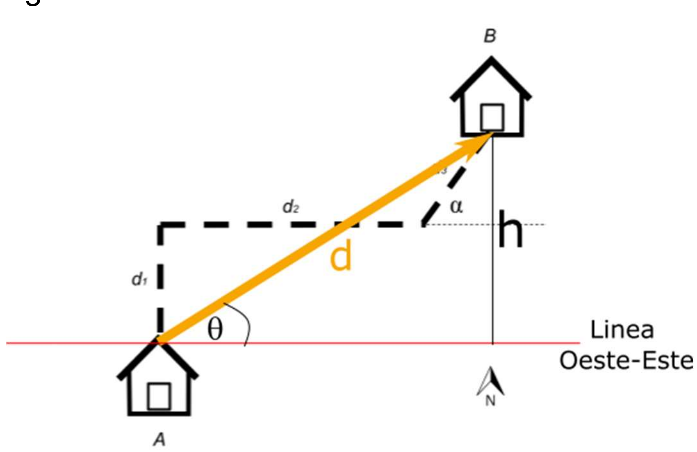
Para buscar la distancia d debemos determinar el módulo o magnitud del vector $\vec{d}$, es decir

$$d = \|\vec{d}\| = \sqrt{8{,}06^2 + 5{,}57^2} = \sqrt{95{,}99} = 9{,}8\ (km$$

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Identifica los vectores desplazamientos para determinar la distancia	0.5 puntos
Determina correctamente la distancia en línea recta	0.5 puntos

b) Para determinar el ángulo (que llamaremos θ) este caso debemos considerar la siguiente situación



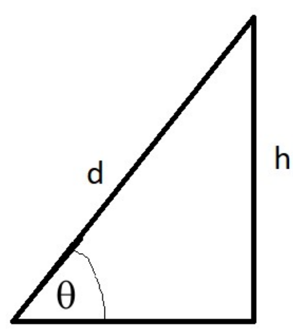
Donde ya conocemos la distancia d para cada forma

Forma	d
A	$10,28\ km$
B	$12,87\ km$
C	$9,8\ km$

Y la distancia h se calcula por la suma de distancia $h = d_1 + d_3 \sin(\alpha)$. De esta manera para cada forma tenemos

Forma	$h = d_1 + d_3 \sin(\alpha)$
A	$h = 3 + 4\sin(60°) = 6,46km$
B	$h = 4 + 5\sin(50°) = 7,83\ km$
C	$h = 3 + 4\sin(40°) = 5,57km$

Entonces tenemos un triángulo rectángulo donde conocemos el cateto opuesto a θ y su hipotenusa



$$\sin(\theta) = \frac{h}{d} \rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{h}{d}\right)$$

El ángulo para cada forma es

Forma	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{h}{d}\right)$
A	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{6,46}{10,28}\right) = 38,93°$
B	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{7,83}{12,87}\right) = 37,47°$
C	$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{5,57}{9,8}\right) = 34,64°$

De manera análoga podríamos haber ocupado la base del triángulo rectángulo y la función coseno

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Elabora triángulo rectángulo para determinar el ángulo	0.5 puntos
Determina correctamente el ángulo θ	0.5 puntos

Pregunta 2: <u>Solución</u>

a) Las velocidades v_t y v_c están dadas en metros por hora. Por lo tanto, para expresarlas en metros por segundo se debe dividir por 3600.

Los resultados para cada forma son

Forma	$\mathrm{v}_t\left(\frac{m}{h}\right)$	$\mathrm{v}_c\left(\frac{m}{h}\right)$	$\mathrm{v}_t\left(\frac{m}{s}\right)$	$\mathrm{v}_c\left(\frac{m}{s}\right)$
A	10	50	0,0028	0,0139
B	15	75	0,0042	0,0208
C	20	25	0,0056	0,0069

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Identifica el factor correcto (1/3600) que transforma a la unidad buscada.	0.2 puntos
Manipula las expresiones de manera adecuada y obtiene los resultados numéricos correctos.	0.2 puntos

b) Para determinar el tiempo que les tomara llegar a la meta, utilizamos las ecuaciones de itinerario $\mathrm{x}_f(t) = \mathrm{x}_i + \mathrm{v}_i \cdot t + \frac{1}{2}at^2$ y consideramos que tanto la tortuga como el conejo comienza en el punto de partida $\mathrm{x}_i = 0$ y quieren llegar a la meta ubicada en $\mathrm{x}_f = 100$. Además, recorren todo el trayecto a velocidad constante, lo que implica que $a = 0$.

Entonces el tiempo en horas para que la tortuga llegue a la meta es

$$\mathrm{x}_f(t) = \mathrm{x}_i + \mathrm{v}_i \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$100 = 0 + \mathrm{v}_t \cdot t + \frac{1}{2}0 \cdot t^2$$

$$100 = \mathrm{v}_t \cdot t$$

$$\frac{100}{\mathrm{v}_t} = t$$

Despejando el tiempo, obtenemos para las 3 formas

Forma	$\mathrm{v}_t\left(\frac{m}{h}\right)$	t (horas)
A	10	$\frac{100}{10} = 10\ h$
B	15	$\frac{100}{15} = 6{,}67\ h$
C	20	$\frac{100}{20} = 5h$

Para el conejo realizamos el mismo análisis, entonces el tiempo para que el conejo llegue a la meta es

$$\mathrm{x}_f(t) = \mathrm{x}_i + \mathrm{v}_i \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$100 = 0 + \mathrm{v}_c \cdot t + \frac{1}{2}0 \cdot t^2$$

$$100 = \mathrm{v}_c \cdot t$$

$$\frac{100}{\mathrm{v}_c} = t$$

Despejando el tiempo, obtenemos para las 3 formas

Forma	$v_c\left(\frac{m}{h}\right)$	t (horas)	tiempo final (horas) considerando la espera inicial
A	50	$\frac{100}{50} = 2\ h$	$2 + 0{,}5 =$ 2,5 horas
B	75	$\frac{100}{75} = \ 1{,}33\ h$	$1{,}33 + 0{,}25 =$ 1,58 horas
C	25	$\frac{100}{25} = 4h$	$4 + 0{,}083 =$ 4,083 horas

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Expresa de manera correcta la ecuación de itinerario de la tortuga	0.25 puntos
Determina el valor correcto del tiempo que le toma a la tortuga llegar a la meta	0.25 puntos
Expresa de manera correcta la ecuación de itinerario del conejo	0.25 puntos
Determina el valor correcto del tiempo que le toma al conejo llegar a la meta	0.25 puntos

c) En el instante en que el conejo comienza a correr, la tortuga tiene un tiempo de ventaja $\rightarrow t_{ventaja}$. Utilizando la ecuación itinerario para la tortuga

$$x_t(t) = v_i \cdot t$$

Para las 3 formas

Forma	$v_t\left(\frac{m}{h}\right)$	$t_{ventaja}\ (h)$	Distancia de la tortuga desde el punto de partida
A	10	$0{,}5\ h$	$5\ m$
B	15	$0{,}25\ h$	$3{,}75\ m$
C	20	$0{,}083\ h$	$1{,}66\ m$

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Determina el valor correcto de la distancia que se encuentra la tortuga al instante que comienza a correr el conejo	0.2 puntos

d) Para determinar la distancia medida desde el punto de partida, debemos encontrar el tiempo en el cual ocurre el cruce.

Para esto igualamos las ecuaciones de itinerario, pero además debemos considerar que la tortuga tiene un tiempo de ventaja $\rightarrow t_{ventaja}$

$$x_t(t + t_{ventaja}) = x_c(t)$$

$$v_{i\_tortuga} \cdot (t + t_{ventaja}) = v_{i\_conejo} \cdot t$$

$$v_{i\_tortuga} \cdot \mathrm{t} + v_{i_{tortuga}} \cdot t_{ventaja} = v_{i\_conejo} \cdot t$$

$$v_{i_{tortuga}} \cdot t_{ventaja} = t(v_{i_{conejo}} - v_{i_{tortuga}})$$

$$\frac{v_{i_{tortuga}} \cdot t_{ventaja}}{(v_{i_{conejo}} - v_{i_{tortuga}})} = t \rightarrow Tiempo\ de\ encuentro$$

Reemplazando los datos, tenemos para las 3 formas

Forma	$v_t\left(\frac{m}{h}\right)$	$v_c\left(\frac{m}{h}\right)$	$t_{ventaja}\ (h)$	Tiempo de encuentro (h)
A	10	50	0,5 h	0,125 (h)
B	15	75	0,25 h	0,0625(h)
C	20	25	0,083 h	0,332 (h)

Que es el tiempo de encuentro considerando el tiempo de ventaja $t_{ventaja}$ de la tortuga.

Luego la distancia la calculamos con

$$x_{f\_conejo}(t) = v_i \cdot t_{encuentro}$$

Reemplazando los datos, tenemos para las 3 formas

Forma	$v_c\left(\frac{m}{h}\right)$	Tiempo de encuentro (h)	Distancia de encuentro desde el punto de partida
A	50	0,125 (h)	6,25 (m)
B	75	0,0625(h)	4,6875 (m)
C	25	0,332 (h)	8,3 (m)

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Determina el valor correcto del tiempo de encuentro entre el conejo y la tortuga	0.2 puntos
Determina el valor correcto de la distancia en la que se encuentra el conejo y la tortuga	0.2 puntos

Pregunta 3: <u>Solución</u>

a) Para determinar la aceleración se debe plantear la ecuación cinemática de la rapidez en función de la posición y la aceleración

$$v^2(t_1) = v_i^2 + 2 \cdot a(x(t_1) - x_i)$$

Remplazado los datos del enunciado nos queda

$$v^2(t_1) = 2 \cdot a \cdot x(t_1)$$

Despejando la aceleración obtenemos

$$\frac{v^2(t_1)}{2 \cdot x(t_1)} = a$$

Reemplazando los datos, tenemos para las 3 formas

Forma	$v(t_1)\ (\frac{m}{s})$	$x(t_1)\ (m)$	$a\left(\frac{m}{s^2}\right)$
A	5	8	1,56
B	4	18	0,44
C	6	15	1,2

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Plantea correctamente la ecuación cinemática de la rapidez en función de la posición y la aceleración	0.5 puntos
Determina el valor correcto de la aceleración	0.5 puntos

b) El tiempo que tarda en llegar a la meta viene dado por la suma de los tiempos de los dos trayectos $t_f = t_1 + t_2$

El primer trayecto hay un movimiento rectilíneo uniforme acelerado (debemos considerar que el primer trayecto es hasta el tiempo t_1)

$$\mathrm{x}_f(t_1) = \frac{1}{2}a{t_1}^2$$

Despejando t_1 obtenemos

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \mathrm{x}_f(t_1)}{a}}$$

Reemplazando los datos, tenemos para las 3 formas

Forma	$x(t_1)\ (m)$	$a\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$t_1\ (s)$
A	8	1,56	3,2 (s)
B	18	0,44	9,05 (s)
C	15	1,2	5 (s)

El segundo trayecto corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme, por lo tanto, se cumple que (considerando t_2 el tiempo que demora en llegar al final)

$$\mathrm{x}_f(t_2) = x(t_1) + v(t_1) \cdot t_2$$

Remplazando los datos en el enunciado tenemos

$$S = x(t_1) + v(t_1) \cdot t_2$$

Despejando t_2, obtenemos

$$t_2 = \frac{S - x(t_1)}{v(t_1)}$$

Reemplazando los datos, tenemos para las 3 formas

Forma	$S(m)$	$x(t_1)\ (m)$	$v(t_1)\ (\frac{m}{s})$	$t_2\ (s)$
A	25	8	5	3,4 (s)
B	50	18	4	8 (s)
C	35	15	6	3,33 (s)

Reemplazando los datos, tenemos para las 3 formas

Forma	$t_1\ (s)$	$t_2\ (s)$	$t_f(s) = t_f = t_1 + t_2$
A	3,2 (s)	3,4 (s)	6,6 (s)
B	9,05 (s)	8 (s)	17,05 (s)
C	5 (s)	3,33 (s)	8,33 (s)

Se sugiere otorgar puntos según la siguiente rubrica

Plantea y desarrolla correctamente la ecuación correspondiente al primer trayecto	0.25 puntos
Determina el valor correcto del tiempo en el primer trayecto	0.25 puntos
Plantea y desarrolla correctamente la ecuación correspondiente al segundo trayecto	0.25 puntos
Determina el valor correcto del tiempo en el segundo trayecto	0.25 puntos