
Funciones

1. Pruebe que las siguientes funciones son biyectivas y determine sus inversas.

$$f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \left[\frac{1}{2}, \infty\right[\\ x \longrightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2}$$

i)

$$g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \longrightarrow (5x - 3, 4y - 1)$$

ii)

$$h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) \longrightarrow (x + y, x - y)$$

iii)

$$k : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) \longrightarrow \left(\frac{3x - 1}{4}, \frac{2 - 5y}{3}, \frac{-4z - 5}{7}\right)$$

iv)

$$m : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) \longrightarrow (x + y + z, x - y - z, -x + y - z)$$

2. Usando el ejercicio anterior, determine una regla de asignación para las siguientes funciones:

i) $g \circ h$.

ii) $h \circ g$.

iii) $k \circ m$.

iv) $m \circ k$.

3. Sean las funciones:

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} - \{8\} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longrightarrow \frac{x+1}{x-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longrightarrow \sqrt{x^2+1} \end{aligned}$$

y sean los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 5\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : x < 8\}.$$

Determine los siguientes conjuntos:

i) $f(A)$ y $f(B)$.

ii) $g(A)$ y $g(B)$.

iii) $f^{-1}(A)$ y $f^{-1}(B)$.

iv) $g^{-1}(A)$ y $g^{-1}(B)$.