



Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Coordinación Cálculo I

Guía de Ejercicios

Semana 04 03 - 06 de abril de 2023

Funciones

1. Para cada una de las siguientes funciones f , determine $Dom(f)$ y $Rec(f)$

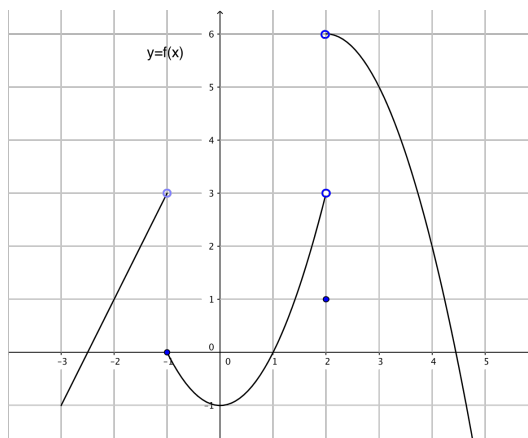
a) $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

c) $f(x) = \frac{x}{|x|}$

b) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

d) $f(x) = \sqrt{|x|-x}$

2. Considerando el gráfico de la función $f(x)$ que se muestra a continuación, determine:



a) $Dom(f)$, $Rec(f)$

b) $3f(2) - 2f(-2) + 5f(1) - 4f(0)$

c) $f^{-1}(5)$, $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(0)$

3. Sean

$$f(x) = -x^2 - 4x + 3, \quad g(x) = x - 3.$$

a) Determine el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : f(x) > g(x)\}$

b) Grafique f y g en el mismo plano cartesiano.

4. Demostrar que si las funciones f y g son impares, entonces las funciones $(f+g)$ y $(f-g)$ también son impares. Mientras que las funciones $(f \cdot g)$ y (f/g) son pares.

5. Considere la función $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{x}{x^2 - |x|}$. Determine $Dom(f)$ y $Rec(f)$

6. Sea $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$.

- a) Determine $Dom(f)$.
- b) Determine si f es par, impar o ninguna de las dos.
- c) Determine si f es creciente, decreciente o no es monótona.
- d) Sea $0 < k < 1$. Determine la preimagen de k .
- e) Determine $Rec(f)$
- f) Grafique

7. Considere la función $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < -3, \\ -(x+2)^2 & \text{si } -3 \leq x < -2, \\ \sqrt{x+2} & \text{si } x \geq -2. \end{cases}$$

Determine el Dominio, Recorrido y esboce la gráfica de f .

8. Una empresa discográfica realiza una inversión inicial de 5.000 dólares para preparar las canciones de un álbum musical. El costo total de fabricación de cada disco es de 4 dólares. Además, la discográfica debe pagar al cantante, por derechos de autor, 1 dólar por cada disco. Según un estudio de mercado, se ha llegado a un precio de venta de 15 dólares por disco. Determine:

- a) La función de Utilidad $U(x)$ donde x representa la cantidad de discos fabricados.
- b) El dominio de la función obtenida en a), en el contexto del problema, y especifique cuál es la variable dependiente e independiente.
- c) El número de discos que deben venderse para que la empresa tenga una utilidad de 100.000 dólares
- d) Construya un modelo que permita obtener el número de discos fabricados en función de la Utilidad obtenida (U^{-1})

9. Suponga que el coste total en dólares de la fabricación de q unidades de un determinado artículo viene dado por la función

$$C(q) = q^3 - 30q^2 + 400q + 500$$

- a) Calcule el coste de fabricación de 20 unidades.
- b) Calcule el coste de fabricación de la vigésima unidad.

10. Cada domingo, un kiosquero vende x unidades de un periódico a \$1,000 cada uno. El costo de cada periódico es de \$500. Además, cada domingo el kiosquero debe pagar una patente municipal correspondiente a \$25,000.

- a) Escribir la ecuación que relaciona la ganancia U con el número de periódicos vendidos x . Graficar
- b) ¿Cuál será la ganancia si se venden 300 unidades?
- c) ¿Cuántos periódicos debe vender para que no haya pérdidas?

11. La temperatura u de un objeto calentado en un tiempo dado t se modela por la siguiente función

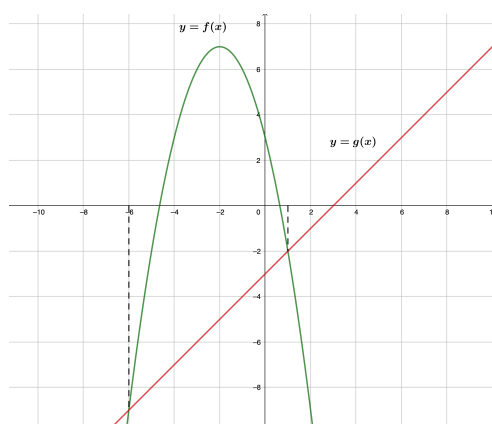
$$u(t) = T + (u_0 - T)e^{kt}, \quad k < 0$$

Donde T es la temperatura constante del medio que lo rodea, u_0 es la temperatura inicial del objeto calentado y k es una constante negativa.

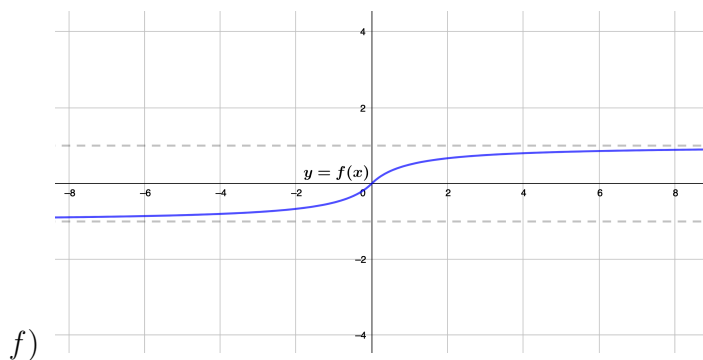
Suponga que se calienta un objeto a $100^\circ C$ y después se deja enfriar en una habitación cuya temperatura es de $30^\circ C$. A los 5 minutos, la temperatura del objeto es de $80^\circ C$. ¿En qué instante, la temperatura del objeto será de $50^\circ C$?

Soluciones

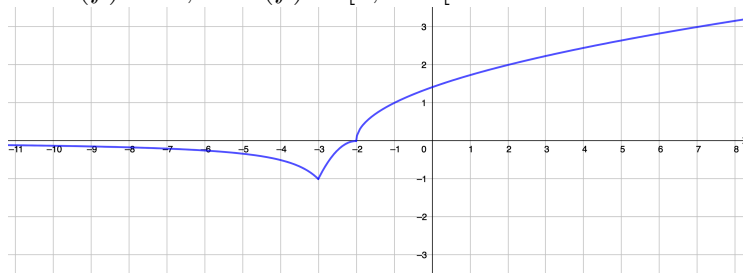
1. a) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{1\}$, $Rec(f) = \mathbb{R} - \{2\}$
 b) $Dom(f) =] - \infty, -1] \cup [1, +\infty[$, $Rec(f) = [0, +\infty[$
 c) $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$, $Rec(f) = \{-1, 1\}$
 d) $Dom(f) = \mathbb{R}$, $Rec(f) = \mathbb{R}_0^+$
2. a) $Dom(f) = [-3, +\infty[$, $Rec(f) =] - \infty, -6]$
 b) $3 - 2 + 0 + 4 = 5$
 c) $f^{-1}(5) = \{3\}$, $f^{-1}(1) = \{-2, 1, 4, 2, 4, 2\}$ $f^{-1}(0) = \{-2, 5, -1, 1, 4, 4\}$
3. a) $A =] - 6, 1[$



5. $Dom(f) = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$, $Rec(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
6. a) $Dom(f) = \mathbb{R}$
 b) Impar
 c) Creciente
 d) $f^{-1}(k) = \frac{k}{1 - k}$
 e) $Rec(f) =] - 1, 1[$



7. $Dom(f) = \mathbb{R}$, $Rec(f) = [1, +\infty[$



8. a) $U(x) = 10x - 5000$

b) $Dom(U) = [0, +\infty[$. Variable independiente es la cantidad de discos vendidos. Variable dependiente, la Utilidad obtenida.

c) 9500

d) $U^{-1}(x) = \frac{x + 5000}{10}$

9. a) $C(20) = 4500$

b) $C(20) - C(19) = 4500 - 4129 = 371$

10. a) $U(x) = 500x - 25000$

b) $U(300) = 125,000$

c) Se deben vender 50 periódicos.

11. A los 18,6 minutos