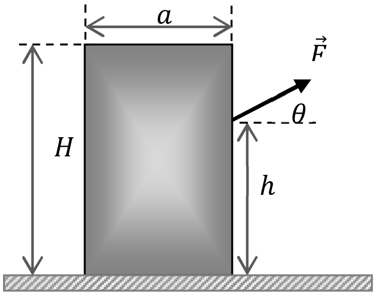
Santiago, noviembre 20 de 2017.-

FÍSICA I
pauta Prueba 3

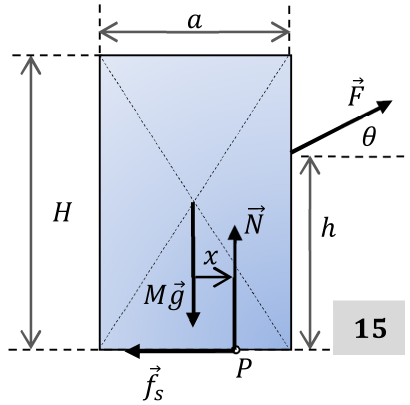
Problema 1

Un bloque de masa $m = 120\,\mathrm{kg}$, de ancho $a = 1\,\mathrm{m}$ y altura $H = 1{,}5\,\mathrm{m}$, se encuentra en equilibrio sobre una superficie horizontal rugosa de coeficiente de roce estático $\mu_s = 0{,}4$
Si una fuerza $\vec{F}$ inclinada en $\theta = 30^o$ respecto a la horizontal y aplicada a la altura $h = 1\,\mathrm{m}$ como se indica en la figura, comienza a aumentar; se pide :



a. Construir correctamente el respectivo diagrama de cuerpo libre. **(15)**

b. Deducir las ecuaciones para el equilibrio del cuerpo. **(20)**



15

$$\vec{F} + \vec{N} + M\vec{g} + \vec{f_s} = 0$$

$$\rightarrow]\ F\cdot\cos\theta - f_s = 0 \quad (1)$$ 6

$$\uparrow]\ F\cdot\sin\theta + N - Mg = 0 \quad (2)$$ 6

$$\vec{\Gamma}_F + \vec{\Gamma}_N + \vec{\Gamma}_{Mg} + \vec{\Gamma}_{f_s} = 0$$

8

$$\circlearrowright_P]\ F\cdot\cos\theta\cdot h - F\cdot\sin\theta\cdot\left(\frac{a}{2} - x\right) - Mg\cdot x = 0 \quad (3)$$

c. Determinar en módulo de F para el que el cuerpo pierde el equiibrio y cómo lo perderá, justifique adecuadamente. **(25)**

$$(1)\wedge(2) \rightarrow \quad F\cdot\cos\theta = \mu_s\cdot(Mg - F\cdot\sin\theta) \rightarrow \quad F = \frac{\mu_s\cdot M\cdot g}{\cos\theta + \mu_s\cdot\sin\theta} = \frac{\frac{2}{5}\cdot 120\cdot 10}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow \quad F = \frac{4800}{5\sqrt{3}+2} \approx 450{,}271\,\mathrm{N}$$ 6

$$\rightarrow (3) \quad \frac{4800}{5\sqrt{3}+2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 1 - \frac{4800}{5\sqrt{3}+2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2} - x\right) - 120\cdot 10\cdot x = 0$$

$$\rightarrow \quad x = \frac{3(\sqrt{3}+1)}{2} \approx 4{,}098\,\mathrm{m} \gg \frac{a}{2}$$ 6

$$x = 0 \rightarrow F\cdot\cos\theta\cdot h - F\cdot\sin\theta\cdot\frac{a}{2} = 0 \rightarrow \tan\theta = \frac{2h}{a} = 2 \rightarrow \theta \approx 63{,}435^o$$

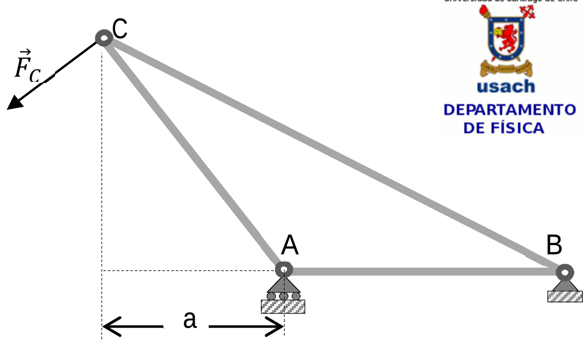
6

$$x = \frac{a}{2} \rightarrow F\cdot\cos\theta\cdot h - Mg\cdot\frac{a}{2} = 0 \rightarrow F = \frac{M\cdot g\cdot a}{2\cdot h\cdot\cos\theta} = \frac{120\cdot 10\cdot 1}{2\cdot 1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = 400\sqrt{3} \approx 692{,}820\,\mathrm{N}$$

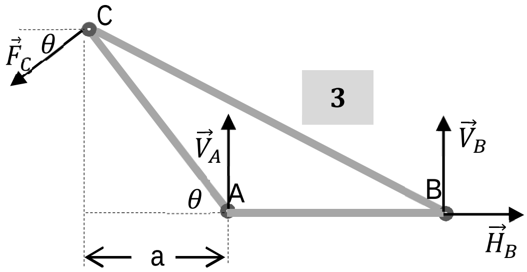
$$\Rightarrow \boldsymbol{traslada}$$ 7

Problema 2

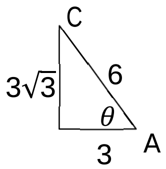
La armadura de la figura está apoyada en A, articulada en B y en C se aplica una carga equivalente a F_C = 50 kN $\left(\vec{F}_C \perp \overline{AC}\right)$.
$\overline{AB} = \overline{AC}$ = 6 m; a = 3 m



a. Determine el módulo de la fuerza en el apoyo A y en la articulación B. (**20**)



3



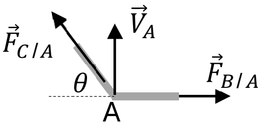
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$\rightarrow]\; -F_C \cdot \cos\theta + H_B = 0$ **3** $\rightarrow\; H_B = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow\; \boldsymbol{H_B = 25\sqrt{3}} \approx 43{,}301$ kN **2**

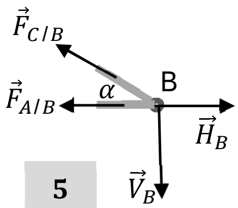
$\uparrow]\; -F_C \cdot \sin\theta + V_A + V_B = 0 \;\rightarrow\; V_A + V_B = 25$ **4**

$\curvearrowleft_A]\; F_C \cdot \overline{AC} + V_B \cdot \overline{AB} = 0$ **4** $\rightarrow\; V_B = -\frac{50 \cdot 6}{6} \rightarrow\; \boldsymbol{V_B = -50}$ kN **2** $\rightarrow\; \boldsymbol{V_A = 75}$ kN **2**

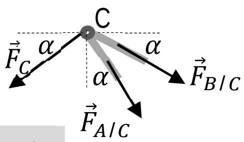
b. Construya adecuadamente los diagramas de cuerpo libre para cada nudo. (**15**)



5



5



5

$$\alpha = \frac{\theta}{2}$$

4

c. Determine el módulo de la fuerza en las barras AB, BC y AC indicando si están a tracción o a compresión. (**25**)

$\uparrow_A]\; F_{C/A} \cdot \sin\theta + V_A = 0$ **3** $\rightarrow\; \boldsymbol{F_{C/A} = -50\sqrt{3} \approx -86{,}603}$ kN **(C)** **4**

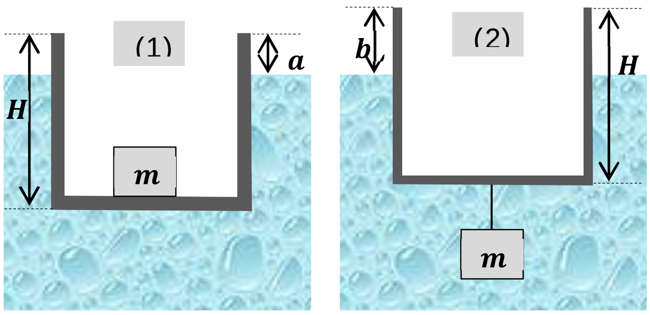
$\rightarrow_A]\; -F_{C/A} \cdot \cos\theta + F_{B/A} = 0$ **3** $\rightarrow\; \boldsymbol{F_{B/A} = -25\sqrt{3} \approx -43{,}301}$ kN **(C)** **4**

$\uparrow_B]\; F_{C/B} \cdot \sin\alpha - V_B = 0$ **3** $\rightarrow\; \boldsymbol{F_{C/B} = 100}$ kN **(T)** **4**

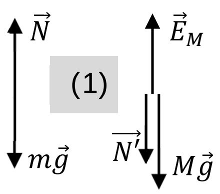
Problema 3

En la situación (1), un recipiente hueco con base de área $A = 600\ \mathrm{cm}^2$, altura $H = 1{,}2\ \mathrm{m}$ y masa M, flota en agua con $a = 12{,}5\ \mathrm{cm}$ por sobre la superficie libre del agua cuando en su interior se encuentra un cuerpo de masa m y densidad $\rho_C = 6{,}42\ \mathrm{g/cm^3}$.

En la situación (2), el cuerpo de masa m completamente sumergido en agua es sostenido por una cuerda de masa despreciable desde la base del mismo recipiente que ahora emerge $b = 21{,}3\ \mathrm{cm}$ por sobre la superficie libre del agua ($\rho_{H_2O} = 10^3\ kg/\mathrm{m}^3$).



a. Construya, para ambas situaciones (1) y (2), los respectivos diagramas de cuerpo libre y escriba las respectivas ecuaciones de equilibrio. (30)



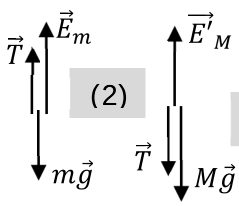
5

$m_1]\ \ N - mg = 0 \qquad (1)$ **5**

$M_1]\ \ E_M - N' - Mg = 0 \qquad (2)$ **5**

$m_2]\ \ T + E_m - mg = 0 \qquad (3)$ **5**

$M_2]\ \ E'_M - T - Mg = 0 \qquad (4)$ **5**



5

b. Determine el valor de la masa (m) del cuerpo, de la masa (M) del recipiente y de la tensión (T) en la cuerda . (30)

$$N = N', \qquad (1) + (2) \;\rightarrow\; A \cdot (H - a) \cdot \rho_{H_2O} \cdot g - (m + M) \cdot g = 0$$

10

$$(3) + (4) \;\rightarrow\; A \cdot (H - b) \cdot \rho_{H_2O} \cdot g + \frac{m}{\rho_C} \cdot \rho_{H_2O} \cdot g - (m + M) \cdot g = 0$$

$$\rightarrow\; A \cdot (H - a) = A \cdot (H - b) + \frac{m}{\rho_C} \quad \rightarrow\; m = \rho_C \cdot A \cdot (b - a) = 6420 \cdot \frac{600}{10000} \cdot \left(\frac{213}{1000} - \frac{125}{1000}\right)$$

$$\rightarrow\; \boldsymbol{m} = \frac{\mathbf{21186}}{\mathbf{625}} \approx \mathbf{33{,}898}\ \mathrm{kg}$$ **6**

$$M = A \cdot (H - a) \cdot \rho_{H_2O} - m = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{6}{5} - \frac{1}{8}\right) \cdot 100 \;\rightarrow\; \boldsymbol{M} = \frac{\mathbf{129}}{\mathbf{2}} \approx \mathbf{64{,}5}\ \mathrm{kg}$$ **7**

$$T = mg \cdot \left(1 - \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_C}\right) = \frac{21186}{625} \cdot 10 \cdot \left(1 - \frac{100}{642}\right) \;\rightarrow\; \boldsymbol{T} = \frac{\mathbf{35772}}{\mathbf{125}} \approx \mathbf{286{,}176}\ \mathrm{N}$$ **7**