PAUTA PEP 1

Física I para Ingeniería
Cód: 10103-10140
2do Semestre, 2022

Indicaciones Generales

- Hay dos formas de la evaluación, etiquetadas A y B. La diferencia entre ellas son los valores de los datos entregados.
- En esta pauta de corrección puedes en encontrar los resultados numéricos correctos para cada forma, además de la distribución de puntaje entre cada pregunta y una rúbrica con la cual se desarrolló la revisión.
- Las respuestas deben tener un desarrollo y justificación adecuados. No se aceptan resultados sin ninguna explicación, a menos que esta sea innecesaria o evidente.
- Si se identifica copia, se evalúa con nota mínima.
- Recordar que, si alguna parte de la evaluación fue realizada con lápiz grafito no se podrá solicitar re-corrección de dicha parte.

Resumen de indicaciones en la evaluación:

- Sólo se permite uso de calculadora personal no programable.
- Su procedimiento debe ser claro y ordenado, indicando cual problema e inciso está respondiendo.
- Desarrollos con lápiz grafito no serán re-corregidos.
- Respuestas numéricas deben ser encerradas en un recuadro y deben presentar unidades de medida (de no estar presente no podrá obtener el puntaje completo del problema).
- Sólo aproxime su resultado final y utilice 2 decimales.
- Considere g = 9,8 m/s^2, en el caso que sea necesario utilizarlo.

PAUTA PEP 1

Problema 1: Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año (a una rapidez de 2,998×10^8 m/s).

(a) $\boxed{\text{8 puntos}}$ Una unidad astronómica (UA) es la distancia promedio entre el Sol y la Tierra, esto es, 1,50×10^8 km. ¿Cuantas UA son equivalentes a 1 año luz?

(b) $\boxed{\text{7 puntos}}$ ¿Cuál es la rapidez de la luz expresada en la unidad UA/h?

Solución: Ambas formas tienen exactamente el mismo desarrollo.

(a) Primero se determina la distancia que recorre la luz en una año:

$$\text{rapidez} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} \quad \Rightarrow \quad x = v \cdot t = 2{,}998 \times 10^8\ [m/s] \cdot (365\ [\text{días/año}] \cdot 24\ [h/\text{día}] \cdot 3600\ [s/h])$$

Desarrollando el cálculo se obtiene que la distancia que recorre es de $9{,}45 \times 10^{15}\ [m]$.

Ahora se convierte el año luz a Unidades Astronómicas:

$$\begin{aligned} d &= 1\ [\textit{año-luz}] \cdot \left(\frac{9{,}45 \times 10^{15}\ [m]}{1\ [\textit{año-luz}]}\right) \cdot \left(\frac{1\ [UA]}{1{,}5 \times 10^8 \cdot 10^3\ [m]}\right) \\ &= 63029{,}952\ [UA] \end{aligned}$$

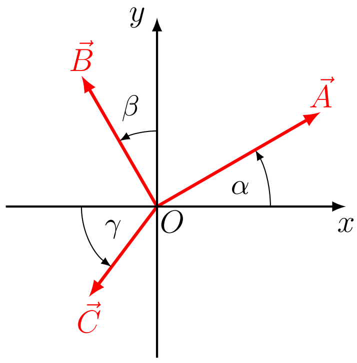
(b) Ahora se determina el valor de la rapidez de la luz:

$$\begin{aligned} c &= 2,998 \times 10^8\ [m/s] \cdot \left(\frac{1\ [UA]}{1{,}5 \times 10^{11}\ [m]}\right) \cdot \left(\frac{3600\ [s]}{1\ [h]}\right) \\ &= 7{,}195\ [UA/h] \end{aligned}$$

Rúbrica:

Determina la distancia que recorre la luz en una año	4 puntos
Determina en año-luz en UA	4 puntos
Determinamos el valor de la rapidez de la luz	7 puntos

Problema 2: Las fuerzas que ejercen tres cuerdas que tiran de una piedra grande enterrada en el suelo pueden ser representadas por los vectores que se muestran en la figura 2. Una cuarta fuerza, que se encuentra en el mismo plano xy, es aplicada sobre la piedra provocando que la suma de las cuatro fuerzas sea cero.



Problema 2.

De esta cuarta fuerza determina:

(a) 12 puntos Sus componentes unitarias horizontales y verticales, medidas en N.

(b) 8 puntos Su magnitud, medida en N, y su dirección con respecto al eje x positivo.

Solución:

(a) Del enunciado se logra desprender que:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{D} = -(\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}). \tag{1}$$

Escrito en función de sus componentes verticales y horizontales

$$\vec{D}_x = -(\vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{C}_x), \tag{2}$$
$$\vec{D}_y = -(\vec{A}_y + \vec{B}_y + \vec{C}_y) \tag{3}$$

Por lo que es necesario determinar $\vec{D}_x$ y $\vec{D}_y$ para luego encontrar $\vec{D}$.

Descomponiendo cada vector en sus componentes unitarias horizontales y verticales:

$$\begin{aligned}
\vec{A}_x &= \hat{\imath}\ A\cos\alpha \\
\vec{A}_y &= \hat{\jmath}\ A\sin\alpha \\
\vec{B}_x &= -\hat{\imath}\ B\sin\beta \\
\vec{B}_y &= \hat{\jmath}\ B\cos\beta \\
\vec{C}_x &= -\hat{\imath}\ C\cos\gamma \\
\vec{C}_y &= -\hat{\jmath}\ C\sin\gamma
\end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación (2):

$$\begin{aligned}
\vec{D}_x &= -(\vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{C}_x) \\
&= -(A\cos\alpha - B\sin\beta - C\cos\gamma)\ \hat{\imath}.
\end{aligned}$$

Y reemplazando en la ecuación (3):

$$\begin{aligned}
\vec{D}_y &= -(\vec{A}_y + \vec{B}_y + \vec{C}_y) \\
&= -(A\sin\alpha + B\cos\beta - C\sin\gamma)\ \hat{\jmath}.
\end{aligned}$$

Rúbrica:

Determina una expresión para $\vec{D}$, $\vec{D}_x$ y $\vec{D}_y$ como se muestra en (1) o (2) y (3)	4 puntos
Calcula las componentes de $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ sin vectores unitarios o signos	3 puntos
Calcula las componentes de $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ con vectores unitarios o signos	6 puntos
Calcula las componentes $\vec{D}_x$ y $\vec{D}_y$ sin vectores unitarios o utiliza otra notación como por ejemplo par ordenado	1 puntos
Calcula las componentes $\vec{D}_x$ y $\vec{D}_y$ con vectores unitarios	2 puntos

(b) La magnitud de $\vec{D}$:

$$
\begin{aligned}
|\vec{D}| &= \sqrt{D_x^2 + D_y^2} \\
&= \sqrt{(A\cos\alpha - B\sin\beta - C\cos\gamma)^2 + (A\sin\alpha + B\cos\beta - C\sin\gamma)^2}.
\end{aligned}
$$

Y su dirección

$$
\begin{aligned}
\theta &= \arctan\left(\frac{D_y}{D_x}\right) \\
&= \arctan\left(\frac{A\sin\alpha + B\cos\beta - C\sin\gamma}{A\cos\alpha - B\sin\beta - C\cos\gamma}\right).
\end{aligned}
$$

Rúbrica:

Determina la magnitud de $\vec{D}$ sin unidades	2 puntos
Determina la magnitud de $\vec{D}$ con unidades	4 puntos
Calcula el valor θ	2 puntos
Calcula el ángulo θ en relación al eje x positivo	4 puntos

A continuación se presenta la tabla con el resumen de resultados numéricos por Forma:

Forma	**A**	**B**
A (N)	90	125
B (N)	70	70
C (N)	30	55
α	32°	42°
β	28°	38°
γ	55°	45°
A_x (N)	76,3243	92,8931
A_y (N)	47,6927	83,6413
B_x (N)	32,8630	43,0963
B_y (N)	61,8063	55,1608
C_x (N)	17,2073	38,8909
C_y (N)	24,5746	38,8909

Forma	**A**	**B**
D_x (N)	-26,2540	-10,9059
D_y (N)	-84,9245	-99,9112
D (N)	88,8901	100,5050
θ	252,8212°	263,7705°

Tabla resumen de resultados para el Problema 2, Formas A y B.

Problema 3: En una carrera de aceleración de un cuarto de milla, dos automóviles que se mueven paralelamente en línea recta parten simultáneamente del reposo y cada uno acelera hasta que alcanzan su velocidad máxima. El automóvil A tiene una aceleración de 11,0 m/s^2 y una velocidad máxima de 106 m/s. El automóvil B tiene una aceleración de 11,6 m/s^2 y una velocidad máxima de 92,4 m/s. Recuerde que 1 milla son 1609 m.

(a) 10 puntos Determina si ambos automóviles cruzan la meta antes de llegar a su velocidad máxima. En cada caso justifique su respuesta en base a ecuaciones físicas.

(b) 15 puntos Determina la diferencia de tiempo, expresada en segundos, entre el vehículo que gana la carrera y el que llega después.

Solución:

(a) Para esto se puede determinar la distancia Δx que recorre cada vehículo hasta llegar a su rapidez máxima utilizando la expresión de rapidez independiente del tiempo para un MRUA,

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x, \tag{4}$$

obteniendo

$$v_{\text{máx}}^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \frac{v_{\text{máx}}^2 - v_0^2}{2a}.$$

Si $\Delta x > L$, el vehículo sí cruza la meta antes de llegar a su rapidez máxima.

Si $\Delta x < L$, el vehículo no cruza la meta antes de llegar a su rapidez máxima.

(L es el largo de la pista de la carrera)

Alternativa:

Una manera alternativa de responder esta pregunta es determinando la rapidez con la cual llegan a la meta, suponiendo un MRUA:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2aL}.$$

Si $v < v_{\text{máx}}$, el automóvil sí cruza la meta antes de llegar a su rapidez máxima.

Si $v > v_{\text{máx}}$, el automóvil no cruza la meta antes de llegar a su rapidez máxima.

Rúbrica:

Utiliza la expresión (4) para determinar la distancia que recorre hasta llegar a su rapidez máxima o para determinar la rapidez con la cual llega a la meta.	3 puntos
Calcula v o Δx, sin unidades de medida.	2 puntos
Calcula v o Δx, con unidades de medida.	3 puntos
Indica si el automóvil cruza la meta antes de alcanzar su rapidez máxima	4 puntos

(b) Para el vehículo que cruza la meta antes de llegar a su rapidez máxima se utiliza la expresión de posición en función del tiempo para un MRUA con el fin de obtener cuánto demora en llegar a destino.

Por lo tanto

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Como ambos automóviles parten desde el reposo, se puede indicar que $v_0 = 0$ en ambos casos, por lo que se obtiene

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = t_{\text{sí cruza}}$$

Ahora, el vehículo que no cruza la meta antes de llegar a su rapidez máxima, completa la carrera moviéndose a esa rapidez, por lo que se sigue moviendo en MRU (v constante). Por lo tanto, para la distancia restante hasta llegar a la meta se debe determinar el tiempo con la expresión

$$x'(t') = x'_0 + v'_0 t',$$

en donde $x'(t')$ corresponde a la posición de la meta con respecto al punto de partida, x'_0 es la distancia que recorrió hasta llegar a la rapidez máxima, v'_0 es la rapidez máxima y t´ el tiempo en que recorre lo que le falta de carrera.

Entonces:

$$x'(t') = x'_0 + v'_0 t'$$
$$L = \Delta x + v_{\text{máx}} t'$$
$$t' = \frac{L - \Delta x}{v_{\text{máx}}}$$

Finalmente, para este vehículo el tiempo total $t_{\text{no cruza}}$ es

$$t_{\text{no cruza}} = t + t' = \sqrt{\frac{2L}{a}} + \frac{L - \Delta x}{v_{\text{máx}}}$$

Rúbrica:

Calcula $t_{\text{sí cruza}}$, sin unidades de medida.	4 puntos
Calcula $t_{\text{sí cruza}}$, con unidades de medida.	6 puntos
Calcula $t_{\text{no cruza}}$, sin unidades de medida.	4 puntos
Calcula $t_{\text{no cruza}}$, con unidades de medida.	6 puntos
Calcula Δt, sin unidades de medida.	1 punto
Calcula Δt, con unidades de medida.	3 puntos

A continuación se presenta la tabla con el resumen de resultados numéricos por Forma:

Forma A					
a_A (m/s^2)	$v_{\text{máx}\,A}$ (m/s)	a_B (m/s^2)	$v_{\text{máx}\,B}$ (m/s)	Δx_A (m)	Δx_B (m)
11,0	106,0	11,6	92,4	510,7270	368,0070
	t_A (s)	t_B (s)	Δt (s)		
	8,5520	8,3361	0,2159		

Forma B					
a_A (m/s^2)	$v_{\text{máx}\,A}$ (m/s)	a_B (m/s^2)	$v_{\text{máx}\,B}$ (m/s)	Δx_A (m)	Δx_B (m)
13,0	96,0	8,6	102,4	354,4620	609,6370
	t_A (s)	t_B (s)	Δt (s)		
	7,8824	9,6719	1,7895		

Tabla resumen de resultados para el Problema 3, Formas A y B.