



Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Coordinación Cálculo I

Ayudantía 03

Funciones

1. Considere la función definida como $f(x) = \sqrt{\frac{4x-2}{x+2}}$
 - a) Determine $\text{Dom}(f)$ y $\text{Rec}(f)$
 - b) Determine la preimagen de 3
2. El departamento de recreo de una ciudad planea construir un campo de juego rectangular de 3.600 m^2 de área. El campo de juego debe ser rodeado por una valla. Exprese la longitud del vallado como una función de la longitud de uno de los lados del campo de juego.
3. Un fabricante de productos electrónicos tiene un costo fijo de producción de \$10.000 por mes y un costo variable de \$30 por unidad producida. Si el precio de venta de cada unidad es de \$50:
 - a) Escriba una función U que modele las utilidades del fabricante en términos del número de unidades producidas.
 - b) Determine la cantidad de artículos que se deben vender en un mes para no presentar pérdidas.
 - c) Determine la cantidad de artículos que se deben vender en un mes para obtener una utilidad de \$1.000
4. Una compañía de autobuses está dispuesta a alquilar autobuses sólo a grupos de 35 o más personas. Si un grupo consta exactamente de 35 personas, cada persona paga 60 dólares. En grupos mayores, el precio que paga cada persona se reduce en 50 centavos por cada persona que exceda de 35. Exprese los ingresos de la compañía como una función del tamaño del grupo, estime el tamaño del grupo que maximizará el ingreso y cuál es dicho ingreso máximo..
5. Un cultivador de agrios de Paine estima que si se plantan 60 naranjos, la producción media por árbol será de 400 naranjas. La producción media decrecerá en 4 naranjas por árbol por cada árbol adicional plantado en la misma extensión. Exprese la producción total del cultivador como una función del número adicional de árboles plantados, estime el número total de árboles que el granjero debería plantar para maximizar la producción y cuál es la producción máxima.

Soluciones

1. a) $\text{Dom}(f) =] - \infty, -2[\cup [1/2, +\infty[$
 $\text{Rec}(f) = [0, 2[\cup]2, +\infty]$
b) $f^{-1}(3) = \{-4\}$

2. Si denotamos los lados del rectángulo por x y por y . Como el área es 3600, entonces

$$x \cdot y = 3600 \Rightarrow y = \frac{3600}{x}$$

Entonces, la función del perímetro es

$$P(x) = 2x + 2y = 2x + 2 \left(\frac{3600}{x} \right) = 2x + \frac{7200}{x}$$

3. a) $U(x) = 20x - 10.000$
b) Se deben vender 500 unidades.
c) Se deben vender 550 utilidades.

4. Si x : cantidad de personas adicional a los 35

$$f(x) = (x + 35)(60 - 0,5x)$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 42,5x + 2100$$

La cantidad de personas que maximizará el ingreso es 77 o 78 personas. En ambos casos el ingreso será de 3.003 dólares.

5. Si x : número de naranjos adicionales a los 60

$$f(x) = (60 + x)(400 - 4x)$$

$$f(x) = -4x^2 + 160x + 24.000$$

Para maximizar la producción, en total se deben plantar 80 árboles (20 adicionales a los 60), con esto, la producción de total de naranjas es de 25.600 unidades.