PRUEBA ACUMULATICA SEMESTRAL (A) MAÑANA FÍSICA I

Lunes 9 de Julio 2012. Duración 1 hora 30 minutos.

La calculadora es de uso personal. Se deben entregar respuestas numéricas con sus unidades cuando corresponda. Utilice 3 decimales en sus cálculos. El orden y claridad de sus explicaciones son importantes para la corrección. **Las figuras debe hacerlas** en su desarrollo. Tome $g = 10 m/s^2$.

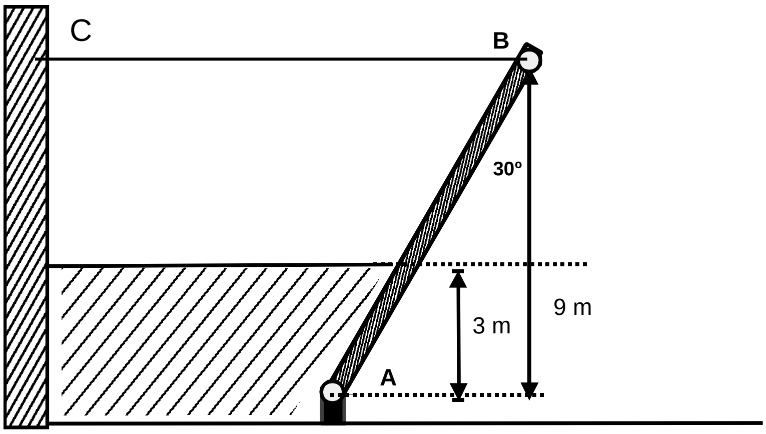
1. Considere un volumen de 2 m^3 de agua que se congela transformándose en hielo el cual es colocado en un estanque lleno de agua. Las densidades del agua y hielo son:

$$\rho_{agua} = 1000 kgm^{-3}, \quad \rho_{hielo} = 917 kgm^{-3}.$$

Determine

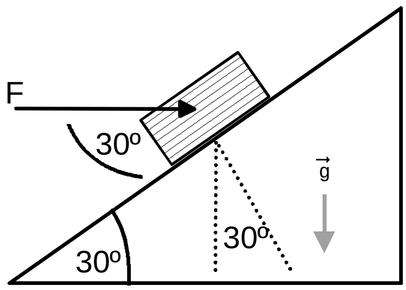
a. El volumen sumergido de hielo.
b. El volumen no sumergido de hielo.

2. Considere la compuerta rectangular AB inclinada en 30º respecto a la vertical, articulada suavemente en A y sostenida en B mediante una cuerda horizontal CB unida un muro vertical. Desde A al nivel del agua hay 3 m y hasta el nivel de B hay 9 m. El agua tiene densidad 1000 kg/m^3. El ancho de la compuerta es 2 m (hacia dentro de la figura) y ella tiene una masa de 2000 kg. Determine



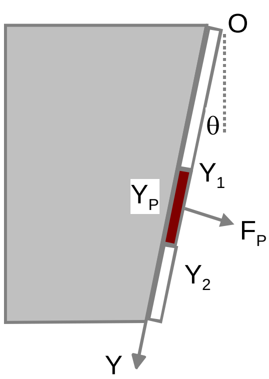
a. La ubicación del centro de presión.
b. La componente horizontal de la reacción en A.
c. La componente vertical de la reacción en A.
d. La tensión de la cuerda.

3. Un bloque de masa 10 kg está en equilibrio sobre un plano inclinado en 30º donde hay roce siendo el coeficiente de roce estático $\mu_S = 0,3$. El bloque es sostenido en equilibrio mediante la aplicación de una fuerza horizontal de magnitud F como se indica en la figura. Determine los valores máximos y mínimos de F para que exista equilibrio.



$$y_P = \frac{2}{3}\frac{y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2}{y_1 + y_2}, \quad F_P = \frac{1}{2}\rho w g (y_2^2 - y_1^2)\cos\theta,$$

$$E = \rho_L V_S g$$



Pauta PAS -1-2012-A
Física I Plan Semestral

Hay un punto (1p), base y se le suman los indicados. Si alguien no llega al resultado correcto en cada letra, evalúe el error cometido, y el puntaje que le correspondería, menor al máximo indicado.

1. Datos $V = 2\,\mathrm{m}^3$ de agua. $\rho_{agua} = 1000\,\mathrm{kg\,m}^{-3}$, $\rho_{hielo} = 917\,\mathrm{kg\,m}^{-3}$. Con esto calculamos la masa M

$$\begin{aligned} M_{agua} &= \rho_{agua} V = 2000\,\mathrm{kg} = M_{hielo} \\ V_{hielo} &= \frac{M_{hielo}}{\rho_{hielo}} = \frac{2000}{917} = 2.181\,\mathrm{m}^3 \end{aligned}$$

El empuje es igual al peso de $2000\,\mathrm{kg}$

$$E = \rho_{agua} V_S g = 2000g$$

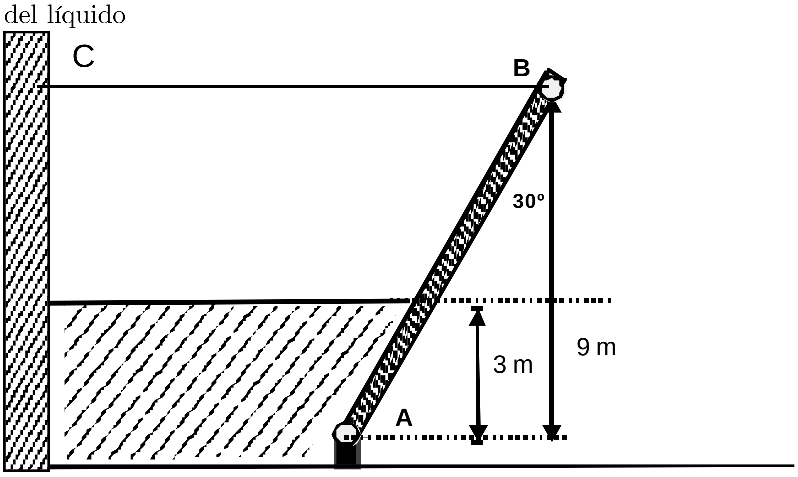
de donde

$$\begin{aligned} V_S &= \frac{2000}{1000} = 2\,\mathrm{m}^3 && \text{((a) 3p)} \\ V_{NS} &= 2.181 - 2 = 0.181\,\mathrm{m}^3 && \text{((b) 3p)} \end{aligned}$$

Otra forma de verlo es

$$\begin{aligned} W &= E \\ \rho_{agua} V_{agua} g &= \rho_{agua} V_S g \Rightarrow V_S = V_{agua} = 2\,\mathrm{m}^3 \end{aligned}$$

2. Colocando el eje y con origen en B hacia abajo sobre la compuerta, al nivel del líquido



podemos calcular $\frac{6}{\cos 30} = y_1$

$$\begin{aligned} y_1 &= 0\,\mathrm{m} \\ y_2 &= \frac{3}{\cos 30} = 2\sqrt{3} = 3.464\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

El peso de la barra es 20000 N. Las ecuaciones de equilibrio son (torque respecto a A). El largo de la compuerta es $\frac{9}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} = 10.392$ m

$$\begin{aligned}
H_A - T + F_P \cos 30 &= 0 \\
V_A - 20000 - F_P \sin 30 &= 0 \\
-20000 \times \frac{10.392}{2} \sin 30 - F_P(y_2 - y_P) + T \times 10.392 \cos 30 &= 0
\end{aligned}$$

calculamos

$$\begin{aligned}
y_P &= \frac{2}{3} y_2 = \frac{4}{3}\sqrt{3} = 2.309\,\mathrm{m} && \text{((a) 1.5 p)} \\
F_P &= \frac{1}{2} 1000 \times 2 \times 10((2\sqrt{3})^2) \frac{1}{2}\sqrt{3} = 60\,000\sqrt{3} \\
&= 1.039 \times 10^5\,\mathrm{N} && (1)
\end{aligned}$$

entonces numéricamente

$$\begin{aligned}
H_A - T + 60\,000\sqrt{3}\frac{1}{2}\sqrt{3} &= 0 \\
V_A - 20000 - 60\,000\sqrt{3}\frac{1}{2} &= 0 \\
-20000 \times \frac{10.392}{2}\frac{1}{2} - 60\,000\sqrt{3}(3.464 - 2.309) + T \times 10.392\frac{1}{2}\sqrt{3} &= 0
\end{aligned}$$

de donde se despejan$3.464 - 2.309 = 1.155$

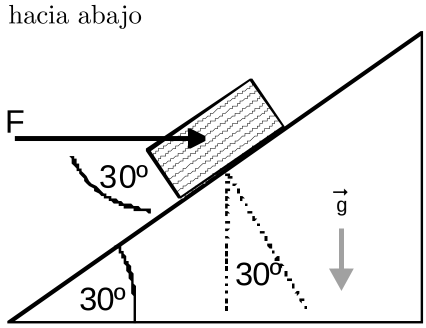
$$T = \frac{20000 \times \frac{10.392}{2}\frac{1}{2} + 60\,000\sqrt{3}(3.464 - 2.309)}{10.392\frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

$$T = 19110.685\,\mathrm{N} \qquad \text{((d) 1.5 p)}$$

$$H_A = -70889.315\,\mathrm{N} \qquad \text{((b) 1.5 p)}$$

$$V_A = 71961.524\ \mathrm{N} \qquad \text{((c) 1.5 p)}$$

3. Nos ponemos en los dos casos extremos, a punto de deslizar hacia arriba y a punto de deslizar hacia abajo



Para el primer caso $f = \mu_S N$ es hacia abajo y las condiciones de equilibio son

$$\begin{aligned} F\cos 30 - \mu_S N - Mg\sin 30 &= 0 \\ N - F\sin 30 - Mg\cos 30 &= 0 \end{aligned}$$

numéricamente

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sqrt{3}F - 0.3N - 50 &= 0 \\ N - \frac{1}{2}F - 50\sqrt{3} &= 0 \end{aligned}$$

de donde se resuelve

$$F^{\max} = 106.115\,\mathrm{N} \qquad (3\text{ p})$$

Para el caso del mínimo, la fuerza de roce está hacia arriba, luego

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sqrt{3}F + 0.3N - 50 &= 0 \\ N - \frac{1}{2}F - 50\sqrt{3} &= 0 \end{aligned}$$

de donde se resuelve

$$F^{\min} = 23.640\,\mathrm{N} \qquad (3\text{ p})$$