



Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Coordinación Cálculo I

Guía de Ejercicios

Semana 01 13-18 de marzo de 2023

Factorización - Productos Notables

Productos Notables

1. Simplifique las siguientes expresiones

a) $\frac{(3x+1)^2 + 3(x-1)^2}{3x^2+1}$

b) $(2\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2 + 2(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$

c) $\frac{(m+2)(m-2)+9}{m^2+5}$

d) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

e) $\frac{(x+2a)^2 + (2x-a)^2}{(x+a)(x-a) + 2a^2}$

f) $(a^2+b^2)^2 - a(2ab^2) - (a^2-b^2)^2 - 2b(a^2b)$

2. Si a , b son dos números reales tales que $a^2 + b^2 = 4ab$, probar que

$$\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a+b)^2 - (a-b)^2} = 2$$

3. Desarrolle

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2$$

¿Podría generalizar la fórmula de $(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^2$? para todo $n \in \mathbb{N}$.

4. Simplifique las siguientes expresiones con fracciones algebraicas

a) $\frac{\frac{x^2}{x+1} - \frac{2x}{x+2}}{\frac{x+1}{x+2} - \frac{2}{x}}$

c) $\frac{1 - \frac{3}{x+2}}{\frac{x-3}{x-2} - \frac{x-7}{x^2-4}}$

b) $\left(\frac{3x+2}{x+1} + \frac{x^2+3x+7}{x^2-2x-3} - \frac{4x+1}{x-3} \right) : \frac{9x}{x+1}$

d) $\frac{\frac{a}{a+x} - \frac{2}{2a+2x}}{\frac{a}{a-x} + \frac{a}{a+x}}$

$$e) \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{x - 5}$$

$$f) \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{2x^2 - xy - y^2}{x^2 - xy - 2y^2}$$

$$g) \frac{a + 5}{a^2 + 7a + 10} + \frac{a - 3}{a^2 - a - 6} + \frac{a + 1}{a^2 + 3a + 2}$$

$$h) \left(\frac{x}{x + 2} - \frac{4}{x^2 - 4} + \frac{2}{x - 2} \right) : \left(\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{1}{x + 2} \right)$$

5. (Completación de cuadrados). Determine el valor de k para la expresión represente un cuadrado de binomio. Exprese el cuadrado del binomio correspondiente.

$$a) x^2 + 4x + k$$

$$b) 4x^2 + 12x + k$$

$$c) 9x^2 - 6x + k$$

$$d) 16x^2 - 24x + k$$

$$e) 4x^2 + 2x + k$$

$$f) x^2 - \frac{x}{2} + k$$

$$g) x^4 + 2x^3 + k$$

$$h) x^6 + 4x^4 + k$$

Soluciones

1. a) 4

c) 1

e) 5

b) 27

d) 10

f) 0

3. $(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

4. a) $\frac{x^2}{x+2}$

d) $\frac{(a-1)(a-x)}{2a^2}$

f) $\frac{2x+y}{x-2y}$

b) $\frac{1}{3-x}$

g) $\frac{3}{a+2}$

c) $\frac{x-2}{x-1}$

e) $\frac{x^2-2x+5}{(x-3)(x-5)}$

h) x

5. a) $k=4, (x+2)^2$

d) $k=9, (4x-3)^2$

g) $k=x^2, (x^2+x)^2$

b) $k=9, (2x+3)^2$

e) $k=1/4, (2x+1/2)^2$

c) $k=1, (3x-1)^2$

f) $k=1/16, (x-1/4)^2$

h) $k=4x^2, (x^3+2x)^2$