Prvá domáca úloha

Skupina 9

Dominik Eliaš
Jaromír Hradil
Martin Chládek
Jakub Konetzny
Peter Krutý

1. **(1 bod)** Pro která reálná čísla x mají intervaly $\langle 1, |x+2| \rangle$ a $(1 - |x+1|, 9)$ více než jeden společný prvek?

A $\langle 1, |x+2| \rangle$

B $(1 - |x+1|, 9)$

---

1. Podmienka → $1 < |x+2|$

→ Absolutná hodnota sa vždy počíta pre 2 intervaly

$x \geq -2$: $1 < x+2$, $-1 < x$

$x < -2$: $1 < -x-2$, $x < -3$

$\boxed{\text{1. Podmienka} = x \in (-\infty, -3) \cup (-1, \infty)}$

---

2. Podmienka → $1 - |x+1| < 9$

$-8 < |x+1|$

↳ Absolutná hodnota je vždy väčšia ako zápor. číslo, tzn. že 2. podmienka platí pre všetky Reálne čísla

$\boxed{\text{2. Podmienka} = x \in R}$

---

3. Podmienka → $|x+2| > 1 - |x+1|$

$|x+2| + |x+1| > 1$ → Z absolutné hodnoty sa počítajú pre 3 intervaly

$x < -2$:
$-x-2-x-1 > 1$
$-4 > 2x$
$-2 > x$

$-2 \leq x < -1$:
$x+2-x-1 > 1$
$1 > 1$
interval bez riešenia

$x \leq -1$:
$x+2+x+1 > 1$
$2x+3 > 1$
$2x > -2$
$x > -1$

$\boxed{\text{3. podmienka} = x \in (-\infty, -2) \cup (-1, \infty)}$

Výsledok je prienik troch podmienok

$$x \in (-\infty, -2) \cup (-1, \infty)$$

2. (**1 bod**) Na množině $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ je dána relace $\sim$ následovně:

$$a \sim b \iff 11|(10a + b).$$

Zjistěte, zda $\sim$ je ekvivalence na množině $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$, v případě kladné odpovědi najděte její rozklad.

$\{0, \ldots, 9\} = M$

$a \sim b \iff 11 / 10a+6$

$R = \{(0,0); (1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); (6,6); (7,7); (8,8); (9,9)\}$

R ✓ S ✓ T ✓

$S = \{\{0\}; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{4\}; \{5\}; \{6\}; \{7\}; \{8\}; \{9\}\}$

3. (**1.5 bodu**) Nechť A je množina obsahující 20 různých přirozených čísel vybraných z aritmetické posloupnosti $1, 4, 7, \ldots, 100$. Je možné vždy vybrat dvě z nich tak, aby jejich součet byl 104? Svou odpověď zdůvodněte.

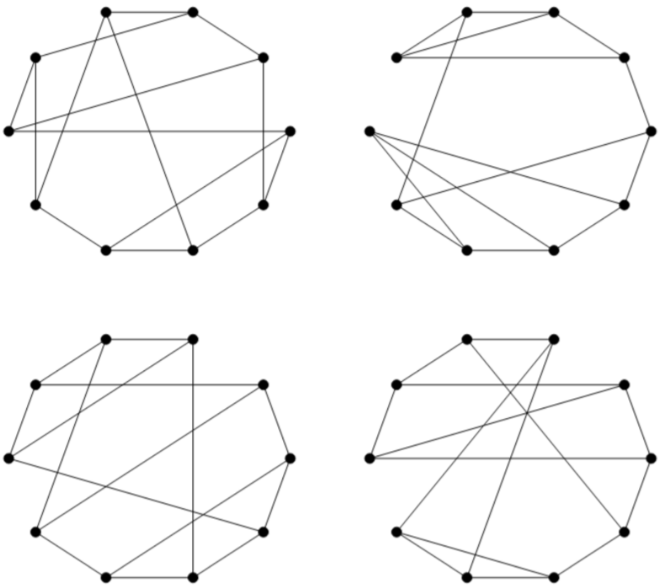
$|A| = 20; \; x \in A; \; x = 3n - 2; \; n \in \langle 1, 34 \rangle$

$x_1 + x_2 \overset{?}{=} 104$

Nech $n_1 = 1 \wedge n_2 = 34 \Rightarrow x_1 = 1 \wedge x_2 = 100 \Rightarrow x_1 + x_2 = 101$

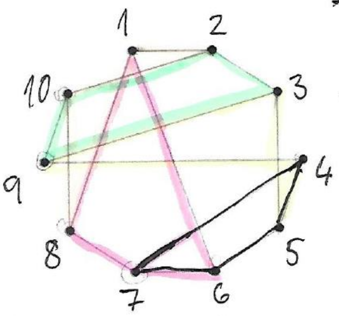
$\lightning$ spor; $101 \neq 104$

4. (**1.5 bodu**) Zjistěte, zdali jsou následující grafy izomorfní.



- Každý graf : 10 vrcholov
- Každý vrchol: rovnaký počet stupňov (3)
- tzn., že každý graf má $\frac{10 \cdot 3}{2} = 15$ strán

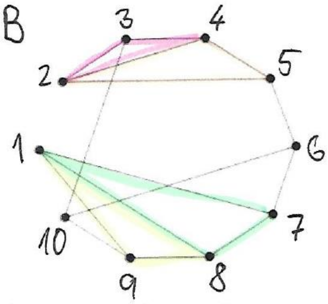
A



$B \simeq D$

↳ oba obsahujú 4 trojuholníky ako podgrafy a hodnoty vrcholov si navzájom odpovedajú

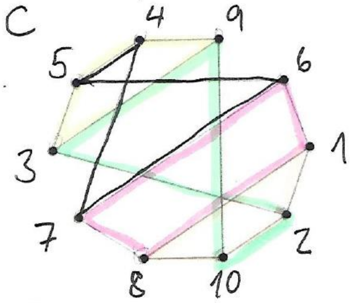
B



$B \not\simeq A$; $B \not\simeq A \Rightarrow D \not\simeq A$

↳ graf A neobsahuje ani jeden trojuholník, tzn., že niesú izomorfné lebo nemajú spoločné

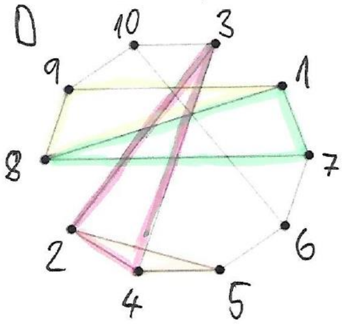
C



$B \not\simeq C$, $B \not\simeq C \Rightarrow D \not\simeq C$

↳ graf C neobsahuje ani jeden trojuholník, tzn., že niesú izomorfné lebo nemajú spoločné

D



$A \simeq C$

↳ oba obsahujú 5 kružníc dĺžky 4 a hodnoty vrcholov si navzájom odpovedajú