

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ Ι

Εργαστηριακή Άσκηση 5

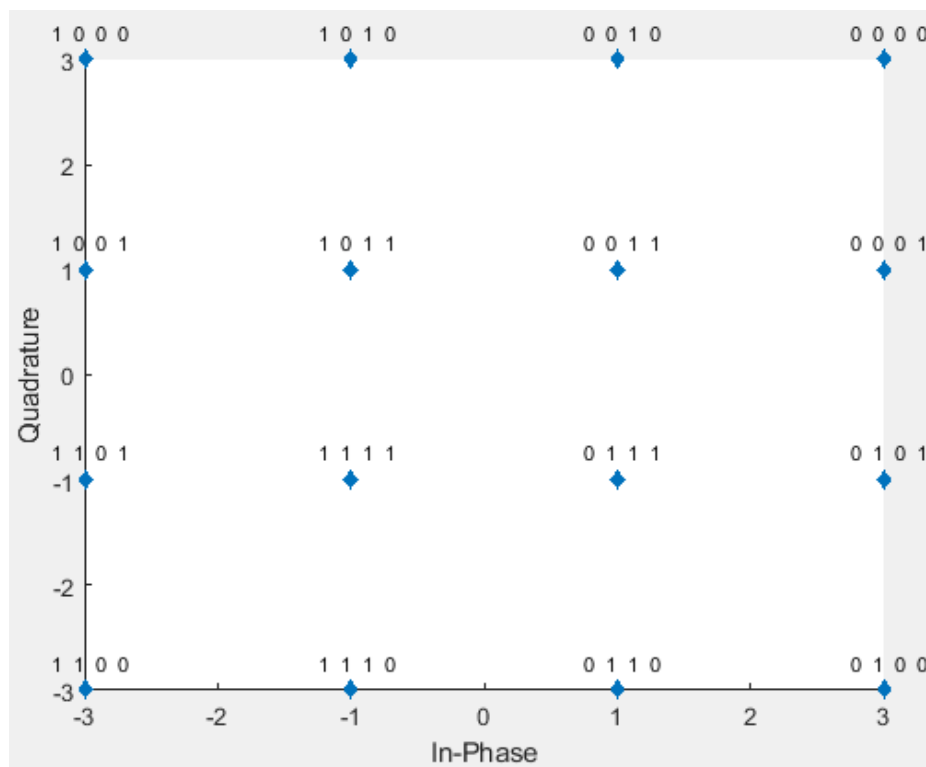
Ονοματεπώνυμο: Μπέτζελος Χρήστος

Α.Μ. : 031 16 067

Εξάμηνο: 6^ο

Μέρος 1^ο

Σχεδιάζουμε σηματικό αστερισμό 16-QAM πλήρους ορθογωνικού πλέγματος, με σημειωμένες τις δυαδικές λέξεις δίπλα σε κάθε σημείο του (όπως στο σχήμα 5.4(β) των σημειώσεων) με κωδικοποίηση Gray. Το scatter plot φαίνεται παρακάτω.



Χρησιμοποιήσαμε το τμήμα εντολών 26-34 από τον Κώδικα 5.2 για την παραγωγή ενός διανύσματος mapping το οποίο περιέχει όλα τα σημεία του σηματικού αστερισμού κατά σειρά αύξουσας κωδικολέξης. Με την εντολή scatterplot() σχεδιάσαμε τα σημεία του σηματικού αστερισμού και με κατάλληλες εντολές προσθήκης κειμένου γράψαμε κοντά σε κάθε σημείο την αντίστοιχη κωδικολέξη.

Κώδικας 1^{ου} Μέρους

```
clc;
clear all;
close all;
% Διάνυσμα mapping για την κωδικοποίηση Gray M-QAM
% Αφορά σε πλήρες ορθογωνικό πλέγμα σημείων, διάστασης M=L^2
% l=log2(L): αριθμός bit ανά συνιστώσα (inphase, quadrature)
M=16;
k=log2(M);
L=sqrt(M);
l=log2(L);
core=[1+1i;1-1i;-1+1i;-1-1i]; % τετριμμένη κωδικοποίηση, M=4
mapping=core;
if(l>1)
    for j=1:l-1
        mapping=mapping+j*2*core(1);
        mapping=[mapping;conj(mapping)];
        mapping=[mapping;-conj(mapping)];
    end
end;
scatter(real(mapping), imag(mapping),'filled','d');
xlabel("In-Phase");
ylabel("Quadrature");
for i=1:M
    text(real(mapping(i))-1/8,imag(mapping(i))+1/8,num2str(de2bi(i-1,k,'left-msb')),'FontSize',8);
end
```

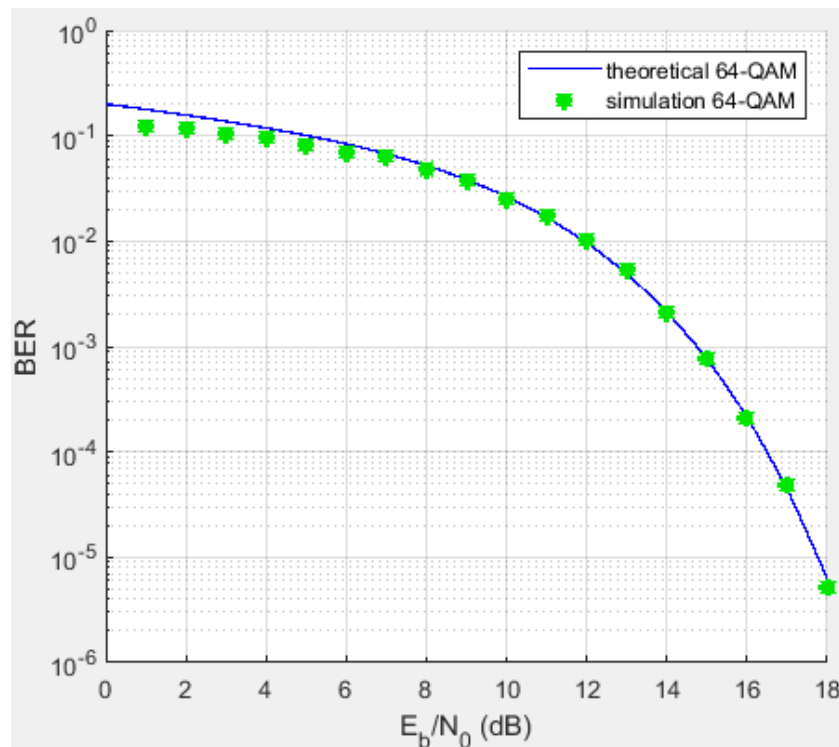
Μέρος 2°

Έχουμε στη διάθεσή μας το ζωνοπερατό δίαυλο 6.75-9.25 MHz και θέλουμε να εκπέμψουμε με ρυθμό 12 Mbps. Επιλέγουμε σύστημα M-QAM πλήρους ορθογωνικού πλέγματος και σηματοδοσίας Nyquist, κατάλληλο για το σκοπό αυτό. Επιλέγουμε το μικρότερο δυνατό M και κατάλληλη τιμή roll-off ώστε να εκμεταλλευτούμε όλο το διαθέσιμο εύρος ζώνης. Η συχνότητα δειγματοληψίας πρέπει να είναι επαρκώς υψηλή, ώστε τα σήματα όλων των βαθμίδων διαμόρφωσης-αποδιαμόρφωσης να μπορούν να παρασταθούν χωρίς σφάλμα αναδίπλωσης (aliasing).

Ο ρυθμός μετάδοσης, R (bits/s), συνδέεται με το ρυθμό μετάδοσης συμβόλων, $1/T$ (baud rate), και το μέγεθος του σηματικού αστερισμού, M , με τη σχέση $\frac{R}{\log_2 M} = \frac{1}{T}$. Εξ άλλου, το απαιτούμενο εύρος ζώνης για ζωνοπερατή μετάδοση με σηματοδοσία Nyquist, ισούται με $W = \frac{1}{2T}(1 + \alpha)$, όπου α ο συντελεστής εξάπλωσης (roll-off factor) του φίλτρου Nyquist. Από το συνδυασμό των παραπάνω σχέσεων, το μέγεθος του σηματικού αστερισμού θα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση: $\log_2 M \geq \frac{R}{W}(1 + \alpha)$

Με βάση τα πραγματικά δεδομένα που μας δίνονται υπολογίζουμε ότι $\log_2 M \geq 4.8 + 4.8\alpha$. Επομένως, ξεκινώντας από τα μικρά M και αυξάνοντας βρίσκουμε το μικρότερο δυνατό που είναι το 64. Άρα $M=64$. Από εκεί προκύπτει το μέγιστο $\alpha=0.25$.

Εξομοιώνουμε πομπό και δέκτη και σχεδιάζουμε θεωρητικά και πειραματικά την καμπύλη $P_b \leftrightarrow E_b/N_0$ με χρήση του εργαλείου bertool. Το διάγραμμα φαίνεται παρακάτω.

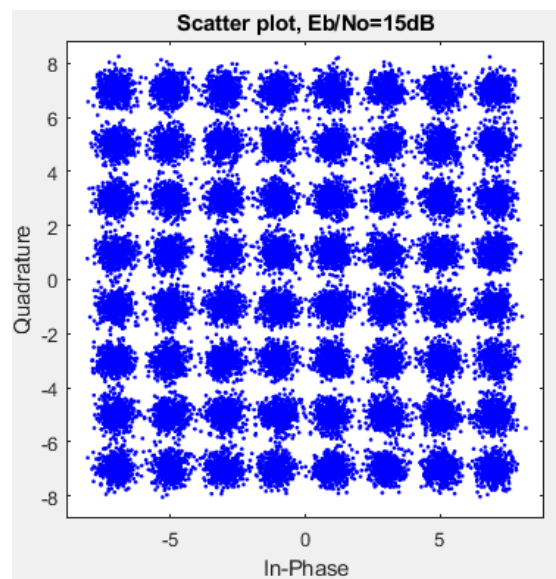
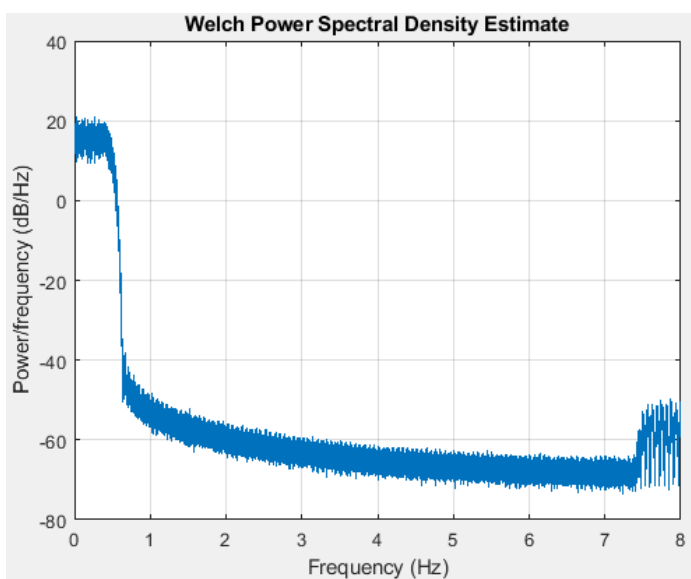
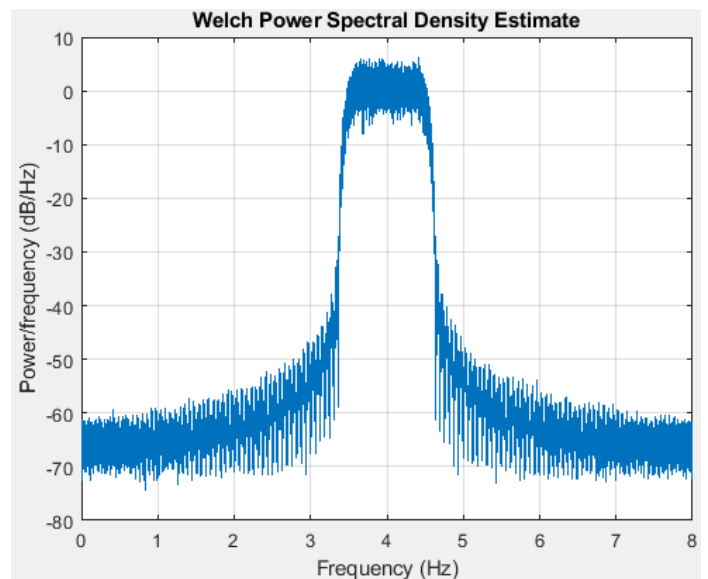
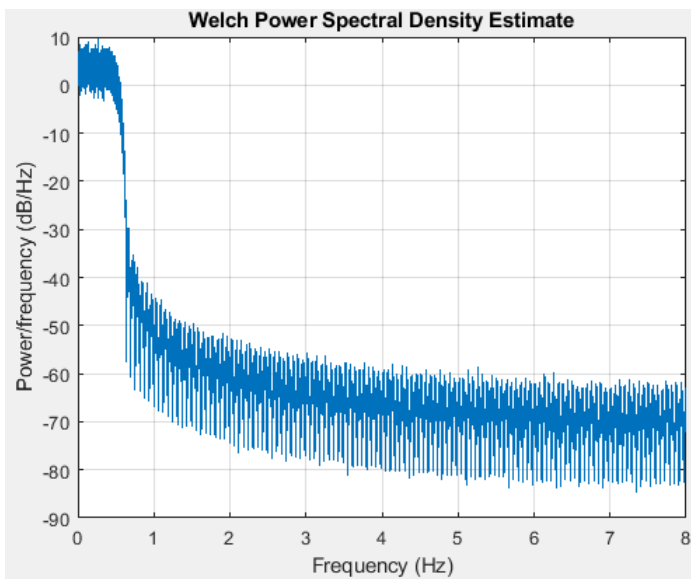


Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `gam_errors()` ως παράμετρο στην γνωστή μας `ask_ber_func()` που χρησιμοποιεί το bertool. Ο κώδικας της φαίνεται στο υπόμνημα.

Προκειμένου να σχεδιάσουμε την πυκνότητα φάσματος ισχύος των σημάτων μας και το διάγραμμα αστερισμού χρησιμοποιούμε και προσθέτουμε στον κώδικά μας τις παρακάτω εντολές. (Οι παράμετροι είναι $M=64$, $N_{\text{symb}}=30000$, $n_{\text{samp}}=16$, $\text{roll-off}=0.25$, $E_b/N_0=15$).

```
figure(1); pwelch(real(ytx), [], [], [], nsamp); % σε κλίμακα 1/T
figure(2); pwelch(s, [], [], [], nsamp); % σε κλίμακα 1/T
figure(3); pwelch(real(yrx), [], [], [], nsamp); % σε κλίμακα 1/T
scatterplot(yrx); % διάγραμμα διασκορπισμού
```

Οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται παρακάτω.



Κώδικας 2^{ου} Μέρους

```
function errors=qam_errors(k,Nsymb,nsamp,EbNo)
M=2^k;
L=sqrt(M); % LxL σηματοκός αστερισμός, L=2^l, l>0
l=log2(L);
fc=4; % συχνότητα φέροντος, πολλαπλάσιο του Baud Rate (1/T)
SNR=EbNo-10*log10(nsamp/k/2); % SNR ανά δείγμα σήματος
%πραγματικά δεδομένα-απαιτήσεις
W=(9.25-6.75)*10^6;
R=12*10^6;
a=k*W/R-1;
core=[1+1i;1-1i;-1+1i;-1-1i];
mapping=core;
if(l>1)
    for j=1:l-1
        mapping=mapping+j*2*core(1);
        mapping=[mapping;conj(mapping)];
        mapping=[mapping;-conj(mapping)];
    end
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ΠΟΜΠΟΣ %%%%%%%%%%%%%%
x=floor(2*rand(k*Nsymb,1)); % τυχαία δυαδική ακολουθία
xsym=bi2de(reshape(x,k,length(x)/k).','left-msb');
y=[];
for n=1:length(xsym)
    y=[y mapping(xsym(n)+1)];
end
%Ορισμός φίλτρου μορφοποίησης
delay = 8; % Group delay (# περιόδωνT)
filtorder = delay*nsamp*2;
rolloff = a; % συντελεστής εξάπλωσης φίλτρου
rNyquist=rcosine(1,nsamp,'fir/sqrt',rolloff,delay);
%Εκπεμπόμενο σήμα
ytx=upsample(y,nsamp);
ytx = conv(ytx,rNyquist);
% quadrature modulation
m=(1:length(ytx));
s=real(ytx.*exp(1i*2*pi*fc*m/nsamp));
% Προσθήκη λευκού γκαουσιανού θορύβου
Ps=10*log10(s*s'/length(s)); % ισχύς σήματος, σε db
Pn=Ps-SNR; % αντίστοιχη ισχύς θορύβου, σε db
n=sqrt(10^(Pn/10))*randn(1,length(ytx));
snoisy=s+n; % θορυβώδες ζωνοπερατό σήμα
% Αποδιαμόρφωση
yrx=2*snoisy.*exp(-1i*2*pi*fc*m/nsamp); clear s;
yrx = conv(yrx,rNyquist);
yrx = downsample(yrx,nsamp); % Υποδειγμάτιση στο πλέγμα nT
yrx = yrx(2*delay+(1:length(y))); % περικοπή άκρων συνέλιξης.
% συμφασική και εγκάρσια συνιστώσα
yi=real(yrx); yq=imag(yrx);
xrx=[]; % διάνυσμα δυαδικής ακολουθίας εξόδου --αρχικά κενό
q=[-L+1:2:L-1];
for n=1:length(yrx) % επιλογή πλησιέστερου σημείου
    [m,j]=min(abs(q-yi(n)));
    yi(n)=q(j);
    [m,j]=min(abs(q-yq(n)));
    yq(n)=q(j);
    m=1;
    while(mapping(m)~=yi(n)+1i*yq(n)) m=m+1; end
    xrx=[xrx; de2bi(m-1,k,'left-msb')'];
end
% ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΡΥΘΜΟΥ ΛΑΘΩΝ με σύγκριση των σημείων QAM (y-yrx)
errors=sum(not(y==(yi+1i*yq)));
```

Μέρος 3^ο

Υποθέτουμε ότι ο μέγιστος ανηγμένος σηματοθορυβικός λόγος, E_b/N_0 , που μπορούμε να πετύχουμε στο δέκτη είναι 10 dB και ο κωδικοποιητής διαύλου που έχουμε στη διάθεσή μας απαιτεί η πιθανότητα εσφαλμένου bit να μην υπερβαίνει την τιμή 0.002. Αναδιπλωνόμαστε σε σύστημα QAM μικρότερης τάξης, χωρίς να αλλάξουμε τις άλλες παραμέτρους σηματοδοσίας.

Με βάση τον προηγούμενο τύπο που αποδείξαμε ισχύει $\log_2 M \geq \frac{R}{W} (1 + \alpha)$. Λύνοντας ως προς R βρίσκουμε ότι $R \leq \frac{\log_2 M}{1 + \alpha} \cdot W$. Αντικαθιστώντας τις υπάρχουσες παραμέτρους βρίσκουμε ότι $R \leq 2 \log_2 M$.

Προκειμένου να βρούμε το κατάλληλο M θα τρέξουμε τον κώδικά μας για διάφορες τιμές του M με $E_b/N_0=10\text{dB}$.

- Για **M=64**: Παίρνουμε πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου:

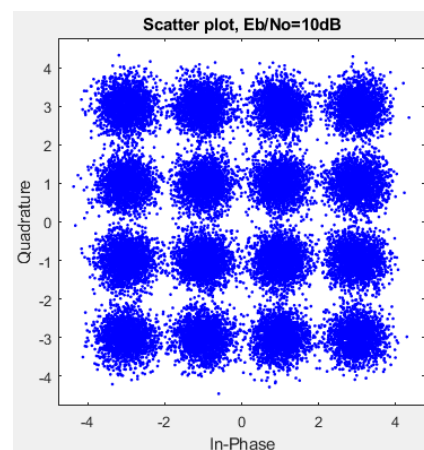
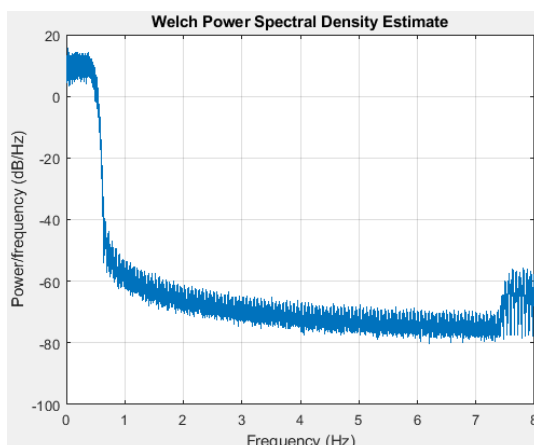
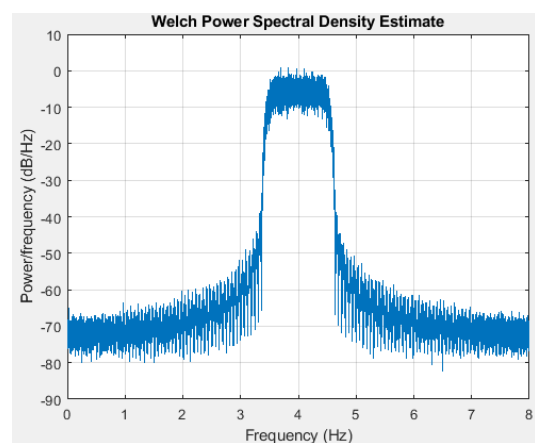
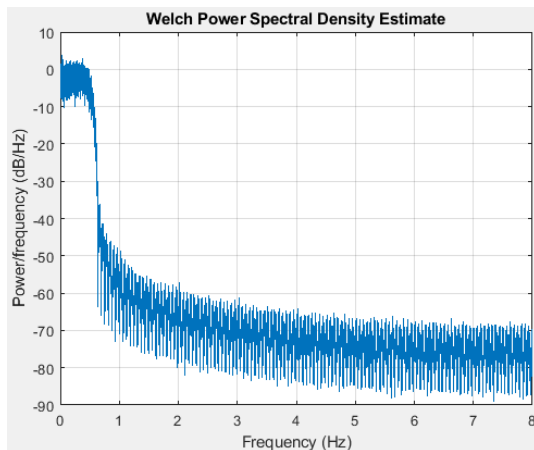
| | |
|------|--------|
| ber1 | 0.0257 |
| ber2 | 0.0267 |

- Για **M=16**: Παίρνουμε πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου:

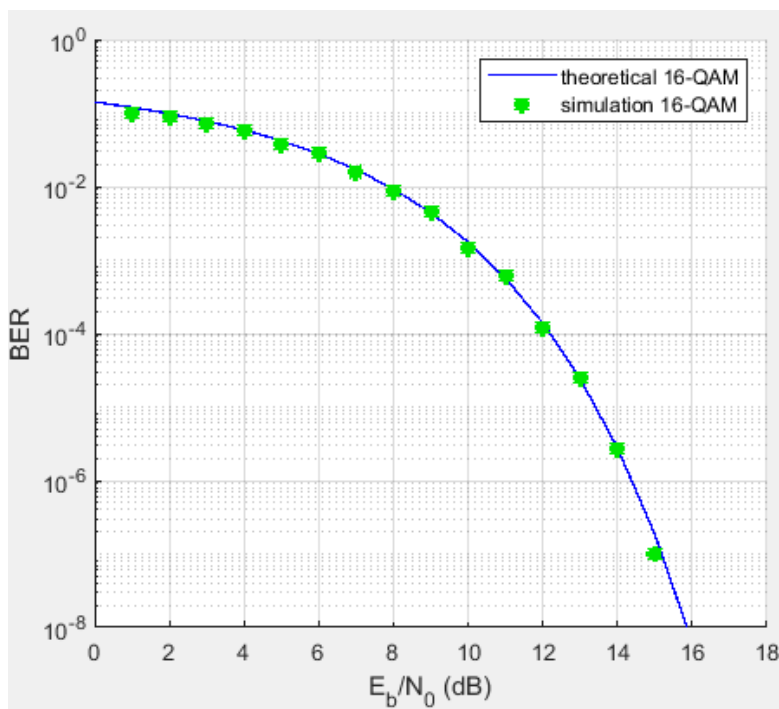
| | |
|------|--------|
| ber1 | 0.0017 |
| ber2 | 0.0017 |

Παρατηρούμε ότι για M=16 είμαστε οριακά κάτω από την μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή οπότε δεν χρειάζεται να μειώσουμε κι άλλο το M. Επομένως M=16 και με βάση την προηγούμενη σχέση $R \leq 2 \cdot 4 = 8$ ο μέγιστος ρυθμός μετάδοσης είναι **$R_{\max} = 8\text{Mbps}$** .

Σχεδιάζουμε και πάλι την πυκνότητα φάσματος ισχύος των σημάτων μας.



Σχεδιάζουμε πάλι θεωρητικά και πειραματικά την καμπύλη $P_b \leftrightarrow E_b/N_0$ με χρήση του εργαλείου bertool. Το διάγραμμα φαίνεται παρακάτω.



Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `qam_errors()` ως παράμετρο στην γνωστή μας `ask_ber_func()` που χρησιμοποιεί το bertool.

Κώδικας 3^{ου} Μέρους

```
clc;
clear all;
close all;
L=4; % LxL σηματοκός αστερισμός, L=2^l, l>0
l=log2(L); k=2^l; M=L^2;
Nsymb=30000;
nsamp=16; % συντελεστής υπερδειγμάτισης, # δειγμάτων/T
fc=4; % συχνότητα φέροντος, πολλαπλάσιο του Baud Rate (1/T)
EbNo=10; % Eb/No, σε db
SNR=EbNo-10*log10(nsamp/k/2); % SNR ανά δείγμα σήματος
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
W=(9.25-6.75)*10^6;
R=8*10^6;
a=k*W/R-1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
core=[1+1i;1-1i;-1+1i;-1-1i];
mapping=core;
if(l>1)
    for j=1:l-1
        mapping=mapping+j*2*core(1);
        mapping=[mapping;conj(mapping)];
        mapping=[mapping;-conj(mapping)];
    end
end;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ΠΟΜΠΟΣ %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x=floor(2*rand(k*Nsymb,1)); % τυχαία δυαδική ακολουθία
xsym=bi2de(reshape(x,k,length(x)/k).','left-msb');
y=[];
for n=1:length(xsym)
    y=[y mapping(xsym(n)+1)];
end
%Ορισμός φίλτρου μορφοποίησης
delay = 8; % Group delay (# περιόδωνT)
filtorder = delay*nsamp*2;
rolloff = 0.25; % συντελεστής εξάπλωσης φίλτρου
rNyquist=rcosine(1,nsamp,'fir/sqrt',rolloff,delay);
%Εκπεμπόμενο σήμα
ytx=upsample(y,nsamp);
ytx = conv(ytx,rNyquist);
% Υπολογισμός & σχεδιασμός φάσματος
figure(1); pwelch(real(ytx),[],[],[],nsamp); % σε κλίμακα 1/T
% quadrature modulation
m=(1:length(ytx));
s=real(ytx.*exp(1i*2*pi*fc*m/nsamp));
figure(2); pwelch(s,[],[],[],nsamp); % σε κλίμακα 1/T
% Προσθήκη λευκού γκαουσιανού θορύβου
Ps=10*log10(s*s'/length(s)); % ισχύς σήματος, σε db
Pn=Ps-SNR; % αντίστοιχη ισχύς θορύβου, σε db
n=sqrt(10^(Pn/10))*randn(1,length(ytx));
snoisy=s+n; % θορυβώδες ζωνοπερατό σήμα
% Αποδιαμόρφωση
yrx=2*snoisy.*exp(-1i*2*pi*fc*m/nsamp); clear s;
yrx = conv(yrx,rNyquist);
figure(3); pwelch(real(yrx),[],[],[],nsamp); % κλίμακα 1/T
yrx = downsample(yrx,nsamp); % Υποδειγμάτιση στο πλέγμα nT
yrx = yrx(2*delay+(1:length(y))); % περικοπή άκρων συνέλιξης.
% -----
yi=real(yrx); yq=imag(yrx); % συμφασική και εγκάρσια συνιστώσα
xrx=[]; % διάνυσμα δυαδικής ακολουθίας εξόδου --αρχικά κενό
q=[-L+1:2:L-1];
for n=1:length(yrx) % επιλογή πλησιέστερου σημείου
```



```

[m,j]=min(abs(q-yi(n)));
yi(n)=q(j);
[m,j]=min(abs(q-yq(n)));
yq(n)=q(j);
m=1;
while(mapping(m)~=yi(n)+1i*yq(n)) m=m+1; end
xrx=[xrx; de2bi(m-1,k,'left-msb')'];
end
scatterplot(yrx); % διάγραμμα διασκορπισμού
title("Scatter plot, Eb/No=10dB");
% ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΡΥΘΜΟΥ ΛΑΘΩΝ
% Με δύο τρόπους: (α) με σύγκριση των σημείων QAM (y-yrx)
% (β) με σύγκριση των δυαδικών ακολουθιών (x-xrx)
ber1=sum(not(y==(yi+1i*yq)))/length(x);
ber2=sum(not(xrx==x))/length(x);

```

Μέρος 4^ο

Υποθέτοντας ότι μπορεί να μειωθεί στο μισό του το roll-off του φίλτρου Nyquist δηλαδή $\alpha' = 0.25/2 = 0.125$ ο νέος μέγιστος ρυθμός μετάδοσης είναι $R' \leq \frac{\log_2 M}{1+\alpha'} \cdot W$. Κάνοντας τις πράξεις προκύπτει ότι $R'_{\max} = 8.89 \text{ Mbps}$. Άρα, ο ρυθμός μετάδοσης στο ερώτημα 3 μπορεί να αυξηθεί κατά $\Delta R = 0.89 \text{ Mbps}$. Σχεδιάζουμε ξανά θεωρητικά και πειραματικά την καμπύλη $P_b \leftrightarrow E_b/N_0$ με χρήση του εργαλείου bertool. Το διάγραμμα φαίνεται παρακάτω.

