R para Ciência de Dados

Exploração e Visualização de Dados

Profa Carolina Paraíba e Prof Gilberto Sassi

Departamento de Estatística
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal da Bahia

Novembro de 2024

R para Ciência de Dados: Exploração e Visualização de Dados

- Introdução ao R
- Estatística Descritiva
  - Conceitos Básicos
  - Classificação de Variáveis
  - Tabelas e gráficos para variável qualitativa
  - Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta
  - Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua
  - Medidas Resumo
  - Boxplot
  - Gráfico de dispersão
- Introdução à Regressão Linear Simples

Preparando o ambiente

- Você precisa de um computador para acompanhar as aulas.
- Usaremos nas aulas: RStudio Cloud.
- No seu dia-a-dia, recomendamos instalar o `R` com versão pelo menos `4.1`: cran.r-project.org.
- **IDE** recomendada: *RStudio* e
- Neste curso, usaremos o *framework* **tidyverse**:
  - Instale o framework a partir do repositório CRAN: `install.packages("tidyverse")`
- Outras linguagens interessantes: `python` e `julia`.
  - `python`: linguagem interpretada de próposito geral, contemporânea do `R`, simples e fácil de aprender.
  - `julia`: linguagem interpretada para análise de dados, lançada em 2012, promete simplicidade e velocidade.

A linguagem R: uma introdução

O precursor do R: S.

- R é uma linguagem derivada do S.
- S foi desenvolvido em `fortran` por **John Chambers** em *1976* no **Bell Labs**.
- S foi desenvolvido para ser um ambiente de análise estatística.
- Filosofia do S: permitir que usuários possam analisar dados usando Estatística com pouco conhecimento de programação.

História do R

- Em *1991*, **Ross Ihaka** e **Robert Gentleman** criaram o R na **Nova Zelândia**.
- Em *1996*, **Ross** e **Robert** liberam o R sob a licença “GNU General License”, o que tornou o R um software livre.
- Em *1997*, **The Core Group** é criado para melhorar e controlar o código fonte do R.

Porque usar o R

- Constante melhoramento e atualização.
- Portabilidade (disponível em praticamente todos os sistemas operacionais).
- Grande comunidade de desenvolvedores que adicionam novas capacidades ao R através de pacotes.
- Produz gráficos de maneira relativamente simples.
- Interatividade.
- Grande comunidade de usuários (especialmente útil para resolução de problemas).

Onde estudar fora da aula?

Livros

- **Nível *cheguei agora aqui*:** zen do R.
- **Nível Iniciante:** R Tutorial na W3Schools.
- **Nível Iniciante:** Hands-On Programming with R.
- **Nível Intermediário:** R for Data Science.
- **Nível Avançado:** Advanced R.

Em pt-br

- Curso-R: material.curso-r.com.

O que você pode fazer quando estiver em apuros?

- consultar a documentação do `R`:

```
help(mean)
?mean
```

- Peça ajuda a um programador mais experiente.
- Consulte o pt.stackoverflow.com.
- Use ferramentas de busca como o google e duckduckgo.com.

```
log("G")
```

- Na ferramenta de busca, pesquise por `Error in log("G"): non-numeric argument to mathematical function`

Operações básicas

Soma

```r
1 + 1
```

```
## [1] 2
```

Substração

```r
2 - 1
```

```
## [1] 1
```

Divisão

```r
3 / 2
```

```
## [1] 1.5
```

Potenciação

```r
2^3
```

```
## [1] 8
```

Os dados no `R`

- **Tipo de dados:** caracter (`character`), número real (`double`), número inteiro (`integer`), número complexo (`complex`) e lógico (`logical`).
- **Estrutura de dados:** atomic `vector` (a estrutura de dados mais básica no `R`), `matrix`, `array`, `list` e `data.frame` (`tibble` no `tidyverse`).
- **Estrutura de dados Homogênea:** `vector`, `matrix` e `array`.
- **Estrutura de dados Heterôgenea:** `list` e `data.frame` (`tibble` no `tidyverse`).

Tipo de dados no R

Número inteiro

```
a <- 1L
typeof(a)
```

```
## [1] "integer"
```

Número real

```
b <- 1.2
typeof(b)
```

```
## [1] "double"
```

Número complexo

```
d <- 1 + 1i
typeof(d)
```

```
## [1] "complex"
```

Tipo de dados no R

Número lógico

```
typeof(TRUE)
```

```
## [1] "logical"
```

Caracter

```
cor <- "Vermelho"
typeof(cor)
```

```
## [1] "character"
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor

- Agrupamento de valores de mesmo tipo em um único objeto.
- Criação de vetor: `c(...)` e `vector('<tipo de dados>', <comprimento do vetor>)`, `seq(from = a, to = b, by = c)`.

Vetor de caracteres

```
cores  <- c("Vermelho", "Verde")
cores
```

```
## [1] "Vermelho" "Verde"
```

```
b <- vector("character", 3)
b
```

```
## [1] "" "" ""
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor de números reais

```r
a  <- c(0.2, 1.35)
a
```

```
## [1] 0.20 1.35
```

```r
b <- vector("double", 3)
b
```

```
## [1] 0 0 0
```

```r
d <- seq(from = 1, to = 3.5, by = 0.5)
d
```

```
## [1] 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor de números inteiros

```r
a  <- c(1L, 2L)
a
```

```
## [1] 1 2
```

```r
b <- vector("integer", 3)
b
```

```
## [1] 0 0 0
```

```r
d <- 1:4
d
```

```
## [1] 1 2 3 4
```

Estrutura de dados homogênea

Vetor lógico

```r
a  <- c(TRUE, FALSE)
a
```

```
## [1]  TRUE FALSE
```

```r
b <- vector("logical", 3)
b
```

```
## [1] FALSE FALSE FALSE
```

Estrutura de dados homogênea

Matriz

- Agrupamento de valores de mesmo tipo em um único objeto de dimensão 2.
- Criação de matriz: `matrix(..., nrow = <integer>, ncol = <integer>)` ou `diag(<vector>)`.

Matriz de caracteres

```r
a <- matrix(c("a", "b", "c", "d"), nrow = 2)
a
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,] "a"  "c"
## [2,] "b"  "d"
```

Estrutura de dados homogênea

Matriz de números reais

```r
a <- matrix(seq(from = 0, to = 1.5, by = 0.5), nrow = 2)
a
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]  0.0  1.0
## [2,]  0.5  1.5
```

Matriz de inteiros

```r
a <- matrix(1L:4L, nrow = 2)
a
```

```
##      [,1] [,2]
## [1,]    1    3
## [2,]    2    4
```

Estrutura de dados homogênea

Matriz de valores lógicos

```r
a <- matrix(c(TRUE, F, F, T), nrow = 2)
a
```

```
##        [,1]  [,2]
## [1,]  TRUE FALSE
## [2,] FALSE  TRUE
```

Estrutura de dados homogênea

Operações com vetores numéricos (`double`, `integer` e `complex`).

- Operações básicas (operação, substração, multiplicação e divisão) realizada em cada elemento do vetor.
- *Slicing*: extrair parte de um vetor (não precisa ser vetor numérico).

Slicing

```r
a <- c("a", "b", "c", "d", "e", "f", "g", "h", "i")
a[1:5]
```

```
## [1] "a" "b" "c" "d" "e"
```

Estrutura de dados homogênea

Adição (vetores númericos)

```r
a <- 1:5
b <- 6:10
a + b
```

```
## [1]  7  9 11 13 15
```

Substração (vetores numéricos)

```r
a <- 1:5
b <- 6:10
b - a
```

```
## [1] 5 5 5 5 5
```

Estrutura de dados homogênea

Multiplicação (vetores numéricos)

```r
a <- 1:5
b <- 6:10
b * a
```

```
## [1]  6 14 24 36 50
```

Divisão (vetores numéricos)

```r
a <- 1:5
b <- 6:10
b / a
```

```
## [1] 6.000000 3.500000 2.666667 2.250000 2.000000
```

Estrutura de dados homogênea

Operações com matrizes numéricas (`double`, `integer` e `complex`).

- Operações básicas (operação, substração, multiplicação e divisão) realizada em cada elemento das matrizes.
- Multiplicação de matrizes (vide multiplicação de matrizes), inversão de matrizes (vide inversão de matrizes), matriz transposta (vide matriz transposta), determinante (vide determinante de uma matriz) e solução de sistema de equações lineares (vide sistema de equações lineares).

Estrutura de dados heterogênea

Lista

- Agrupamento de valores de tipos diversos e estrutura de dados.
- Criação de listas: `list(...)` e `vector("list", <comprimento da lista>)`.

```
a <- list(pedido_id = 8001406,
          nome = "Fulano",
          sobrenome = "de Tal",
          cpf = "12345678900",
          itens = list(list(descricao = "Ferrari",
                            frete = 0,
                            valor = 500000),
                       list(descricao = "Dolly",
                           frete = 1.5, valor = 3.90)))
```

Estrutura de dados heterogênea

- Agrupamento de dados em tabela, onde: cada coluna é uma variável; cada linha é uma observação.
- Criação de `tibble`: `tibble(...)` e `tribble(....)`.

`tibble` (data frame)

```
library(tidyverse)

a <- tibble(variavel_1 = c(1, 2), variavel_2 = c("a", "b"))
glimpse(a)
```

```
## Rows: 2
## Columns: 2
## $ variavel_1 <dbl> 1, 2
## $ variavel_2 <chr> "a", "b"
```

```
a
```

```
## # A tibble: 2 x 2
##   variavel_1 variavel_2
##        <dbl> <chr>
## 1          1 a
## 2          2 b
```

Estrutura de dados heterogênea

Operações em um `tibble`

Algumas funções úteis depois de aprender a carregar os dados no `R`.

Função	Descrição
`head()`	Mostra as primeiras linhas de um `tibble`
`tail()`	Mostra as últimas linhas de um `tibble`
`glimpse()`	Impressão de informações básicas dos dados
`add_case()` ou `add_row()`	Adiciona uma nova observação

Estrutura de dados heterogênea

Concatenação de listas

```r
a  <- list("a", "b")
b <- list(1, 2)
d <- c(a, b)
d
```

```
## [[1]]
## [1] "a"
##
## [[2]]
## [1] "b"
##
## [[3]]
## [1] 1
##
## [[4]]
## [1] 2
```

Estrutura de dados heterogênea

Slicing a lista

```
d[1:2]
```

```
## [[1]]
## [1] "a"
##
## [[2]]
## [1] "b"
```

Acessando o valor de elemento em uma lista

```
d[[2]]
```

```
## [1] "b"
```

Acessando elementos em uma lista usando $

```
d <- list(elemento_1 = 1, elemento_2 = "docente")
d$elemento_2
```

```
## [1] "docente"
```

Estrutura de dados heterogênea

Slicing uma lista com ["nome"]

```r
d <- list(elemento_1 = 1, elemento_2 = "docente",
          elemento_3 = list("olá"))
d["elemento_3"]
```

```
## $elemento_3
## $elemento_3[[1]]
## [1] "olá"
```

Obtendo os nomes dos elementos em um lista

```r
d <- list(c(1, 2, 3), elemento_1 = 1,
          elemento_2 = "docente",
          elemento_3 = list("olá"))
names(d)
```

```
## [1] ""           "elemento_1" "elemento_2" "elemento_
```

Valores especiais no `R`

Valores especiais	Descrição	Função para identificar
`NA` (Not Available)	Valor faltante.	`is.na()`
`NaN` (Not a Number)	Resultado do cálculo indefinido.	`is.nan()`
`Inf` (Infinito)	Valor que excede o valor máximo que sua máquina aguenta.	`is.inf()`
`NULL` (Nulo)	Valor indefinido de expressões e funções (diferente de `NaN` e `NA`)	`is.null()`

O operador pipe |>

O valor resultante da expressão do lado esquerdo vira primeiro argumento da função do lado direito.

Principal vantagem: simplifica a leitura e a documentação de funções compostas.

```
f(x, y)
```

é exatamente a mesma coisa que executar

```
x |> f(y)
```

```
log(sqrt(sum(x^2)))
```

é exatamente a mesma coisa que executar

```
x^2 |> sum() |> sqrt() |> log()
```

Parênteses 1: guia de estilo no R

- O nome de um objeto precisa ter um *significado*.
- O nome deve indicar e deixar claro o que este objeto é ou faz: qualquer pessoa precisa entender o que este objeto é ou faz.

Parênteses 1: guia de estilo no R

- Use a convenção do `R`:
  - Use apenas letras minúsculas, números e *underscore* (comece sempre com letras minúsculas).
  - Nomes de objetos precisam ser substantivos e precisam descrever o que este objeto é ou faz (seja conciso, direto e significativo).
  - Evite ao máximo os nomes que já são usados (*buit-in*) no `R`.
  - Coloque espaço depois da vírgula.
  - Não coloque espaço antes nem depois de parênteses. Exceção: coloque um espaço `()` antes e depois de `if`, `for` ou `while`, e coloque um espaço depois de `()`.
  - Coloque espaço entre operadores básicos: $+$, $-$, $\star$, $==$ e outros. Exceção: `^`.
- Para mais detalhes, consulte: guia de estilo do `tidyverse`.

Parênteses 2: estrutura de diretórios

- Mantenha uma estrutura (organização) consistente de diretórios em seus projetos.
- Sugestão de estrutura:
    - `dados`: diretório para armazenar seus conjuntos de dados.
        - `brutos`: dados brutos.
        - `processados`: dados processados.
    - `codigos`: código fonte do seu projeto.
    - `figuras`: figuras criadas no seu projeto.
    - `resultados`: outros arquivos que não são figuras.
    - `antigo`: arquivos da versão anterior do projeto.
    - `notas`: notas de reuniões e afins.
    - `relatorio` (ou `artigo`): documento final de seu projeto.
    - ‘referencias“: livros, artigos e qualquer coisa que são referências em seu projeto.
- Para mais detalhes, consulte esse guia do curso-r: diretórios e `.Rproj`.

Leitura de arquivos no formato `xlsx` ou `xls`

- **Pacote:** `readxl` do `tidyverse` (instale com o comando `install.packages('readxl')`)
- Parâmetros das funções `read_xls` (para ler arquivos `.xls`) e `read_xlsx` (para ler arquivos `.xlsx`):
  - `path`: caminho até o arquivo.
  - `sheet`: especifica a planilha do arquivo que será lida.
  - `range`: especifica uma área de uma planilha para leitura. Por exemplo: `B3:E15`.
  - `col_names`: Argumento lógico com valor padrão igual a `TRUE`. Indica se a primeira linha tem o nome das variáveis.
- Para mais detalhes, consulte a documentação oficial do *tidyverse*: documentação de `read_xl`.

Lendo dados no R

Exemplo 1.

Considere a amostra de mulheres em perimenopausa disponível no arquivo *mulheres_20242.xlsx*. As variáveis observadas para cada mulher da amostra são: idade (em anos); altura (em cm); peso (em kg); escolaridade (ensino médio, ensino fundamental, ensino superior); estado civil (solteira, casada, divorciada, viúva); gravidez (sim, se a mulher já teve pelo menos uma gravidez e não, caso contrário); endometriose (sim, se a mulher já foi diagnosticada com endometriose e não, caso contrário).

▪

Lendo dados no R

Leitura de arquivos no formato xlsx ou xls

```
library(readxl)
library(tidyverse)

dados <- read_xlsx(
  path = "dados/brutos/mulheres_20242.xlsx")
```

Salvando dados no `R`

Salvar no formato `.xlsx`

- **Pacote:** `writexl` do `tidyverse` (instale com o comando `install.packages('writexl')`)
- Parâmetros da função `write_xlsx` (para ler arquivos `.xlsx`):
  - `path`: caminho até o arquivo.
  - `col_names`: Argumento lógico com valor padrão igual a `TRUE`. Indica se a primeira linha tem o nome das variáveis.
  - `format_headers`: Argumento lógico com valor padrão igual a `TRUE`. Indica que os nomes das colunas no arquivo `.xlsx` estarão centralizados e em negrito.
- Para mais detalhes, consulte a documentação oficial do *writexl*: documentação de `writexl`.

Salvando dados no `R`

Salvar no formato `.xlsx`

```
library(writexl)

dados_selecionado <- dados |>
  select(idade, escolaridde)

write_xlsx(dados_selecionado,
           path = "dados/processados/dados_selecionado.xlsx")
```

Conceitos Básicos

- **População**: todos os elementos ou indivíduos alvo do estudo.
- **Amostra**: parte da população.
- **Parâmetro:** característica numérica da população. Usamos letras gregas para denotar parâmetros populacionais.
- **Estatística:** característica numérica da amostra. Em geral, usamos uma estatística para estimar o parâmetro populacional.
- **Variável:** *característica mensurável comum a todos os elementos da população.* Usamos letras maiúsculas do alfabeto latino para representar uma variável e letras minúsculas do alfabeto latino para representar o valor observado da variável em um elemento da amostra.

Conceitos Básicos

Exemplo:

- **População**: Todos os residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.
- **Amostra**: 5 residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais *selecionados segundo um plano de amostragem probabilística*.
- **Variável:** salário em R$ (denotado pela letra X).
- **Parâmetro:** *salário médio* da população de residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais (denotado pela letra grega μ).
- **Estatística:** *salário médio* da amostra de 20 residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.

Conceitos Básicos

Exemplo (continuação):

Suponha que foi selecionada uma amostra de $n = 5$ residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais para os quais foi observada a variável salário em R$.

Tabela 3: Salário em R$ de uma amostra de 5 residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.

Elemento da amostra	Salário
1	843.95
2	876.98
3	1055.87
4	907.05
5	912.93

Conceitos Básicos

Exemplo (continuação):

Para este exemplo, temos que:

- Variável: X: salário em R$.
- Valores observados de X: x_i: valor observado da variável no i-ésimo elemento da amostra, $i = 1, 2, 3, 4, 5$: 843.95; 876.98; 1055.87; 907.05; 912.93
- Parâmetro: μ: salário médio dos residentes da cidade de Salvador com 25 anos ou mais.
- Estatística: média amostral: $\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{n}$.

Exemplo (continuação):

Média amostral:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n} \\ &= \frac{843.95 + 876.98 + 1055.87 + 907.05 + 912.93}{5} \\ &= 919.356.\end{aligned}$$

Classificação de Variáveis

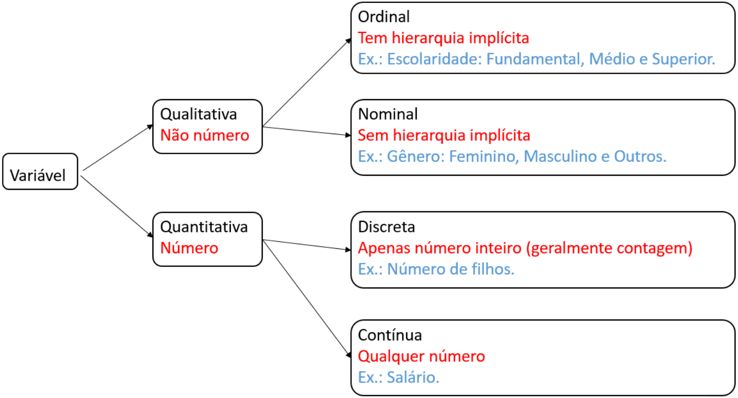


Figura 1: Classificação de variáveis.

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

A primeira coisa que fazemos é contar!

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
B_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
B_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
B_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra.

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

- **Pacote:** `tabyl` do `janitor` (instale com o comando `install.packages('janitor')`).
- Parâmetros da função `tabyl`:
  - `dat`: *data frame* ou vetor com os valores da variável que desejamos tabular.
  - `var1`: nome da primeira variável.
  - `var2`: nome da segunda variável (opcional).
- Para mais detalhes, consulte a documentação oficial do *janitor*: documentação de `tabyl`.

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Tabela de frequência:

```
tab <- tabyl(dados, escolaridade) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Escolaridade" = escolaridade,
    "Frequência" = n,
    "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Tabela de frequência:

```
tab
```

```
##  Escolaridade Frequência Porcentagem
##   fundamental         13      21.67%
##         medio          8      13.33%
##      superior         39      65.00%
##         Total         60     100.00%
```

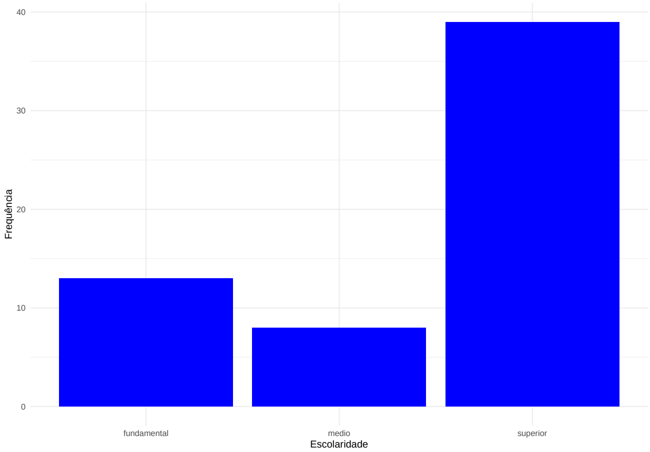
Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Gráfico de barras:

```
ggplot(dados) +
  geom_bar(mapping = aes(escolaridade), fill = "blu
  labs(x = "Escolaridade", y = "Frequência") +
  theme_minimal()
```

Tabelas e gráficos para variável qualitativa

Gráfico de barras:



Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

A primeira coisa que fazemos é contar!

X	frequência	frequência relativa	porcentagem
x_1	n_1	f_1	$100 \cdot f_1\%$
x_2	n_2	f_2	$100 \cdot f_2\%$
x_3	n_3	f_3	$100 \cdot f_3\%$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k	f_k	$100 \cdot f_k\%$
Total	n	1	100%

Em que n é o tamanho da amostra e $\{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$ são os números que são os valores únicos de X na amostra.

Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Tabela de frequência:

```
tab <- tabyl(dados, filhos) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Nro de filhos" = filhos,
    "Frequência" = n,
    "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Tabela de frequência:

```
tab
```

```
##  Nro de filhos Frequência Porcentagem
##              0         16      26.67%
##              1          7      11.67%
##              2         10      16.67%
##              3          6      10.00%
##              4         12      20.00%
##              5          9      15.00%
##          Total         60     100.00%
```

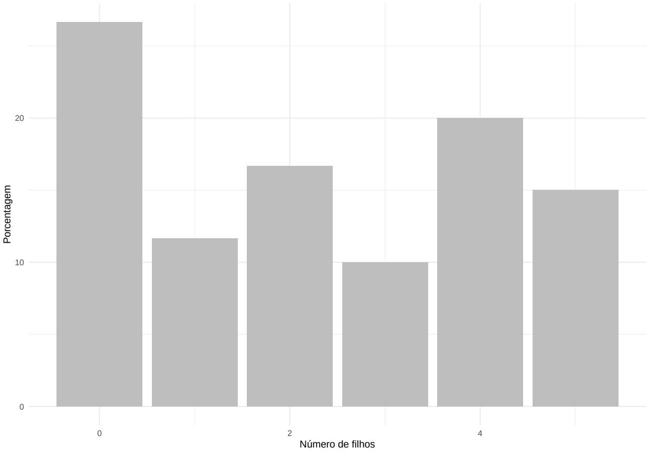
Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Gráfico de barras:

```
ggplot(dados) +
  geom_bar(aes(filhos, after_stat(100 * prop)),
    fill = "grey") +
  labs(x = "Número de filhos",
       y = "Porcentagem") +
  theme_minimal()
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa discreta

Gráfico de barras:



Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

- X: variável quantitativa contínua

Tabela 6: Tabela de frequências para a variável quantitativa contínua.

X	Frequência	Frequência relativa	Porcentagem
$[l_0, l_1)$	n_1	$f_1 = \frac{n_1}{n_1+\cdots+n_k}$	$p_1 = f_1 \cdot 100$
$[l_1, l_2)$	n_2	$f_2 = \frac{n_2}{n_1+\cdots+n_k}$	$p_2 = f_2 \cdot 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$[l_{k-1}, l_k]$	n_k	$f_k = \frac{n_k}{n_1+\cdots+n_k}$	$p_k = f_k \cdot 100$

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Em que:

- $\min = l_0 \leq l_1 \leq \cdots \leq l_{k-1} \leq l_k = \max$ (min é o menor valor do suporte da variável $\mathtt{X}$ e max é o maior valor do suporte da variável $\mathtt{X}$);
- n_i é número de valores de $\mathtt{X}$ entre l_{i-1} e l_i
- $l_0, l_1, \ldots, l_k$ quebram o suporte da variável $\mathtt{X}$ (*breakpoints*);
- $l_0, l_1, \cdots, l_k$ são escolhidos de acordo com a teoria por trás da análise de dados (ou pelo regulador).

Recomendação: use $l_0, l_1, \cdots, l_k$ igualmente espaçados, e use a regra de Sturges para determinar o valor de k: $k = 1 + \log_2(n)$ onde n é tamanho da amostra. Se $1 + \log 2(n)$ não é um número inteiro, usamos $k = \lceil 1 + \log 2(n) \rceil$.

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
k <- ceiling(1 + log(nrow(dados)))

dados <- mutate(
  dados,
  idade_int = cut(
    idade, breaks = k,
    include.lowest = TRUE,
    right = FALSE))
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
tab <- tabyl(dados, idade_int) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename(
    "Idade" = idade_int,
    "Frequência absoluta" = n,
    "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```
tab
```

```
##       Idade Frequência absoluta Porcentagem
##  [39,40.5)                    3       5.00%
##  [40.5,42)                    2       3.33%
##  [42,43.5)                   17      28.33%
##  [43.5,45)                   15      25.00%
##  [45,46.5)                   15      25.00%
##  [46.5,48]                    8      13.33%
##       Total                  60     100.00%
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Tabela de frequência:

```r
limites <- c(39, 41, 43, 45, 47, 49)

dados <- dados |>
  mutate(idade_int = cut(dados$idade,
                         breaks = limites,
                         include.lowest = T,
                         right = F))

tab <- dados |>
  tabyl(idade_int) |>
  adorn_totals() |>
  adorn_pct_formatting(digits = 2) |>
  rename("Idade" = idade_int,
         "Frequência absoluta" = n,
         "Porcentagem" = percent)
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

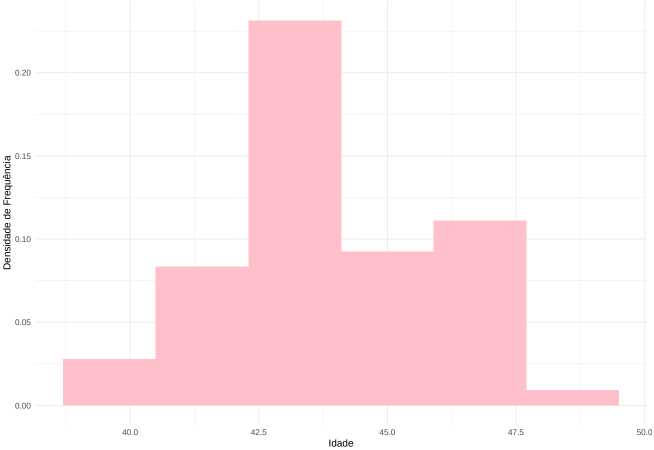
Histograma:

```
k <- ceiling(1 + log(nrow(dados)))

ggplot(dados) +
  geom_histogram(
    aes(x = idade, y = after_stat(density)),
    bins = k,
    fill = "pink") +
  theme_minimal() +
  labs(x = "Idade",
       y = "Densidade de Frequência")
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Histograma:



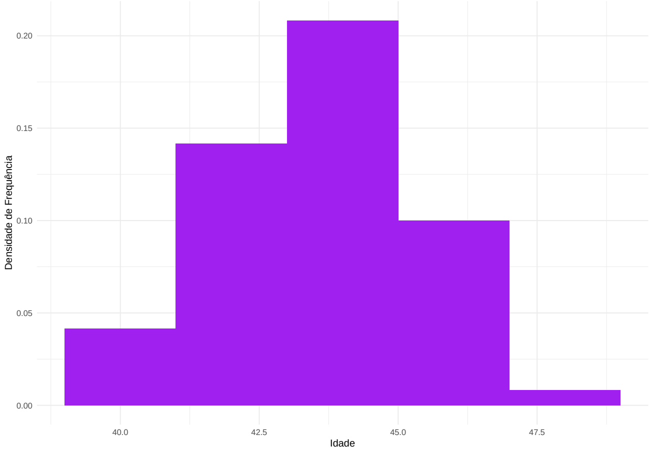
Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Histograma:

```
ggplot(dados) +
  geom_histogram(
    aes(x = idade, y = after_stat(density)),
    breaks = limites,
    fill = "purple") +
  theme_minimal() +
  labs(x = "Idade", y = "Densidade de Frequência")
```

Tabelas e gráficos para variável quantitativa contínua

Histograma:



Medidas Resumo

As medidas resumo são obtidas apenas para variáveis quantitativas discretas ou contínuas.

A ideia é encontrar um ou alguns valores que sintetizem todos os valores.

Medidas de posição (tendência central)

A ideia é encontrar um valor que representa *bem* todos os valores.

- **Média:** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$.
- **Mediana:** valor que divide a sequência ordenada de valores em duas partes iguais.

Medidas Resumo

Medidas de dispersão

A ideia é medir a homogeneidade dos valores.

- **Variância:** $s^2 = \dfrac{(x_1 - \overline{X})^2 + \cdots + (x_n - \overline{X})^2}{n-1}$.
- **Desvio padrão:** $s = \sqrt{s^2}$ (mesma unidade dos dados).
- **Coeficiente de variação** $cv = \dfrac{s}{\overline{x}} \cdot 100\%$ (adimensional, ou seja, "sem unidade").

Medidas Resumo

Podemos usar a função `summarise` do pacote `dplyr` (incluso no pacote `tidyverse`).

```
sum_idade <- dados |>
  summarise(
    media = mean(idade),
    mediana = median(idade),
    dp = sd(idade),
    cv = dp / media)

sum_idade
```

```
## # A tibble: 1 x 4
##   media mediana    dp     cv
##   <dbl>   <dbl> <dbl>  <dbl>
## 1  44.0      44  1.94 0.0440
```

Medidas Resumo

Podemos usar a função `group_by` para calcular medidas resumo por categorias de uma variável qualitativa.

```
dados |> group_by(escolaridade) |>
  summarise(
    media = mean(idade),
    mediana = median(idade),
    dp = sd(idade),
    cv = dp / media)
```

```
## # A tibble: 3 x 5
##   escolaridade media mediana    dp     cv
##   <chr>        <dbl>   <dbl> <dbl>  <dbl>
## 1 fundamental   44.2    44    2.20 0.0498
## 2 medio         43.6    43.5  1.69 0.0386
## 3 superior      44.1    44    1.93 0.0439
```

Medidas Resumo

- **Quantil:** denotado por $q(p)$, é um valor que satisfaz:
  - $p \times 100\%$ das observações é no máximo $q(p)$;
  - $(1 - p) \times 100\%$ das observações é no mínimo $q(p)$.
- **Quartis:** dividem o conjunto de dados em quatro partes.
  - Primeiro quartil: $q_1 = q(1/4)$.
  - Segundo quartil: $q_2 = q(1/2)$.
  - Terceiro quartil: $q_3 = q(3/4)$.

Medidas Resumo

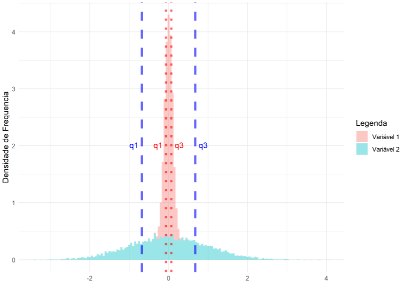
```
dados |> group_by(escolaridade) |>
  summarise(
    q1 = quantile(idade, 0.25),
    q2 = quantile(idade, 0.5),
    q3 = quantile(idade, 0.75),
    frequencia = n())
```

```
## # A tibble: 3 x 5
##   escolaridade    q1    q2    q3 frequencia
##   <chr>        <dbl> <dbl> <dbl>      <int>
## 1 fundamental   43    44      46         13
## 2 medio         42.8  43.5    45          8
## 3 superior      43    44      45         39
```

Boxplot

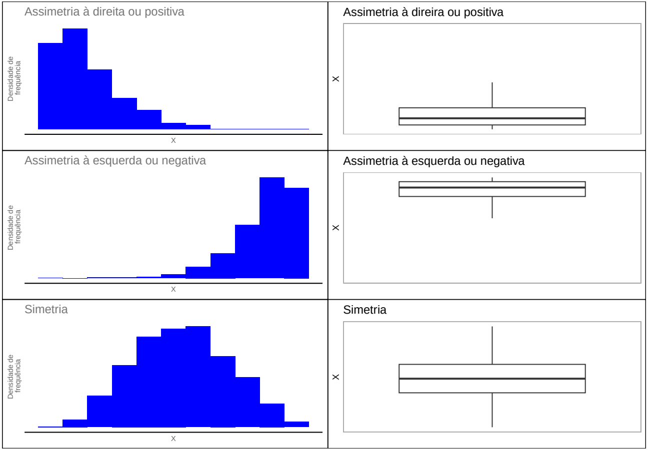
medida de dispersão: uma distância pequena entre q_1 e q_3 indica homogeneidade dos dados.

Diferença de quartis: $dq = q_3 - q_1$.

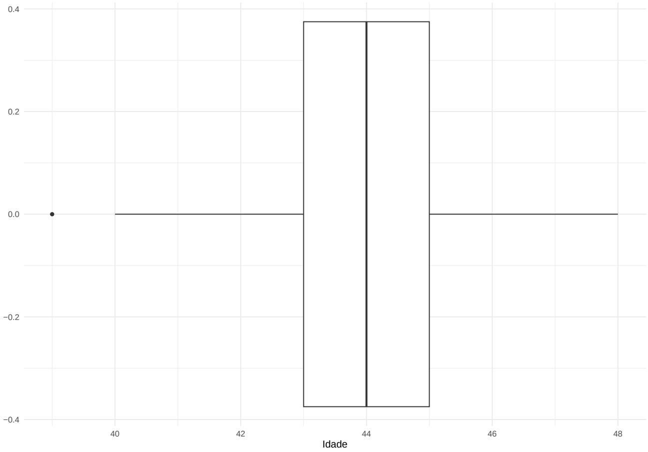


Boxplot

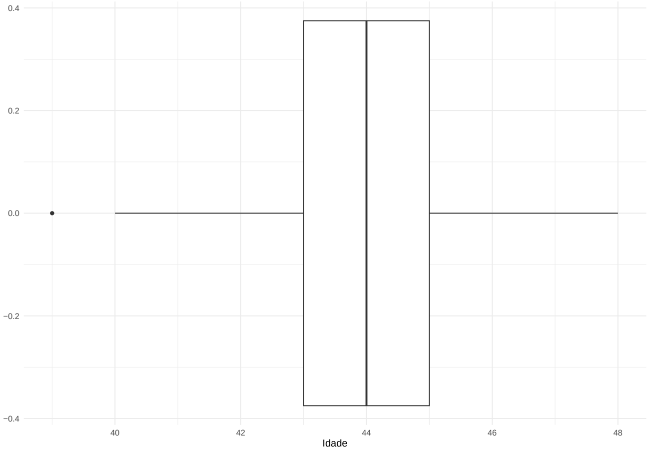
Assimetria:



Boxplot



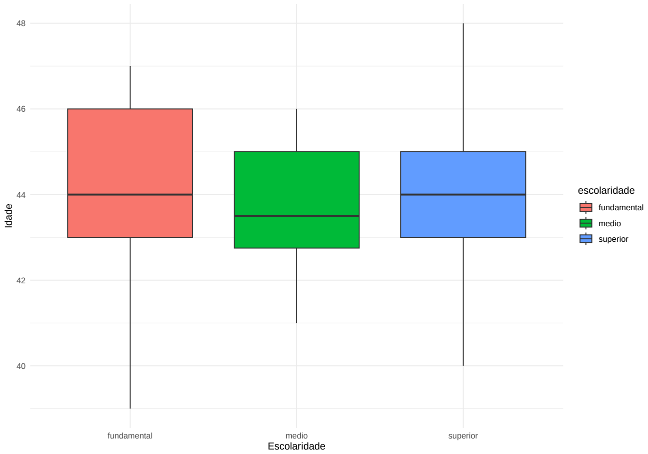
Boxplot



Boxplot

```r
ggplot(dados) +
  geom_boxplot(aes(x = escolaridade, y = idade,
                   fill = escolaridade)) +
  labs(x = "Escolaridade", y = "Idade") +
  theme_minimal()
```

Boxplot



48
46
44
42
40
Idade
fundamental
medio
superior
Escolaridade
escolaridade
fundamental
medio
superior

Gráfico de dispersão

Um *gráfico de dispersão* é uma representação gráfica de duas variáveis quantitativas onde a variável explicativa está no eixo x e a variável resposta está no eixo y e cada par de valores (x, y) é representado por um ponto. Ao analisar um gráfico de dispersão, buscamos responder as seguintes questões:

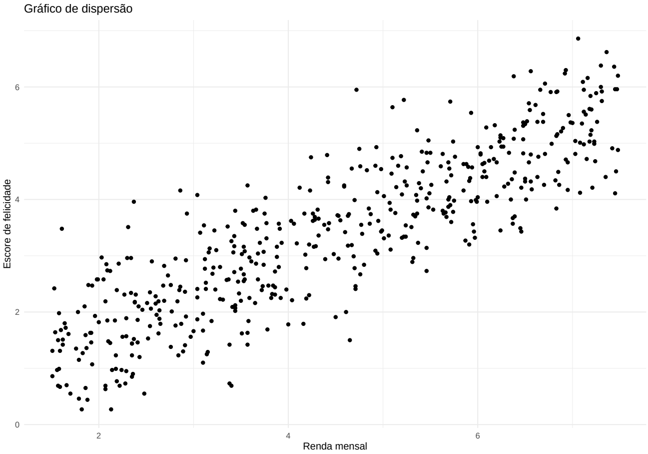
- Qual é a direção da relação?
- A relação é linear ou não linear?
- A relação é fraca, moderada ou forte?
- Existem valores atípicos ou extremos?

Gráfico de dispersão

```
dados <- read_xlsx(
  path = "dados/brutos/dispersao.xlsx",
  sheet = "felicidade")

ggplot(dados) +
  geom_point(aes(x = salario, y = escore)) +
  labs(x = "Renda mensal",
       y = "Escore de felicidade",
       title = "Gráfico de dispersão") +
  theme_minimal()
```

Gráfico de dispersão



Coeficiente de correlação linear de Pearson

O *coeficiente de correlação linear de Pearson* é uma medida numérica da força de associação linear entre duas variáveis quantitativas.

Sejam $x_1, x_2, \ldots, x_n$ n valores observados da variável aleatória quantitativa X e sejam $y_1, y_2, \ldots, y_n$ n valores observados da variável aleatória quantitativa Y. A correlação amostral, r, entre X e Y é definida por

$$r = \frac{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}.$$

Coeficiente de correlação linear de Pearson

- O coeficiente de correlação linear é adimensional e é tal que $-1 \leq r \leq 1$.
- Se $r > 0$, temos que as duas variáveis possuem uma relação linear positiva.
- Se $r < 0$, temos que as duas variáveis possuem uma relação linear negativa.
- Quando $r = 0$, temos uma ausência de relação linear entre as duas variáveis.

```r
cor(dados$salario, dados$escore)
```

```
## [1] 0.8657234
```

Introdução à Regressão Linear Simples

Problema de Análise de Regressão: estabelecer e determinar uma função que descreva a relação entre uma variável, chamada de variável resposta e denotada por Y, e um conjunto de variáveis observáveis, chamadas de variáveis preditoras, explicativas ou covariáveis e denotadas por $X_1, X_2, \ldots, X_p$.

Uma vez estabelecida e determinada a relação funcional entre a variável resposta e as covariáveis, a Análise de Regressão pode explorar esta relação para obter informações sobre Y a partir do conhecimento de $X_1, X_2, \ldots, X_p$. Os modelos de regressão podem, então, serem usados para predição, estimação, testes de hipótese e para modelar relações casuais.

Introdução à Regressão Linear Simples

Modelo de Regressão Linear Simples:

Seja:

- Y a variável resposta;
- $y_1, y_2, \ldots, y_n$, n valores observados da variável resposta Y;
- X a variável preditora;
- $x_1, x_2, \ldots, x_n$, n valores observados da variável preditora.

As observações (x_i, y_i), $i = 1, 2, \ldots, n$ são pares de valores observados de (X, Y)

Introdução à Regressão Linear Simples

É muito pouco provável que as coordenadas $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ forneçam exatamente uma linha reta: haverá algum erro que deve ser considerado na construção do modelo. Assim, o modelo de regressão linear simples é descrito por

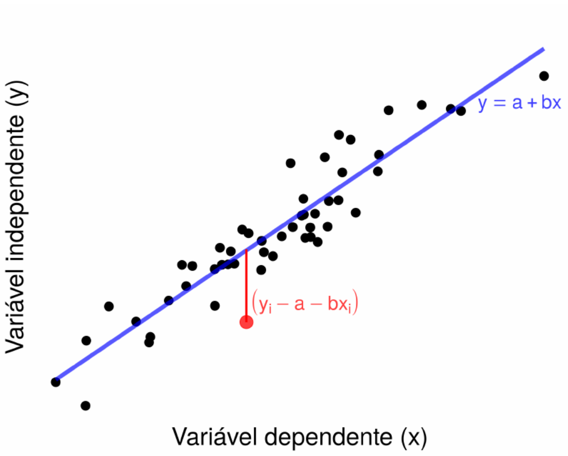
$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \tag{1}$$

onde β_0 é o intercepto, β_1 é o parâmetro de inclinação e ϵ_i é o erro aleatório do valor de y_i com relação à reta $\beta_0 + \beta_1 x_i$, para $i = 1, 2, \ldots, n$.

β_0 e β_1 são parâmetros (populacionais) desconhecidos que devem ser estimados utilizando os métodos de estimação de Inferência Estatística.

Modelo de Regressão Linear Simples

Ilustração dos erros em regressão linear simples:



Suposições do modelo de regressão linear simples:

No modelo de regressão linear simples usual, os ϵ_i's são variáveis aleatórias sujeitas às seguintes condições:

- O valor esperado de cada erro é zero: $E(\epsilon_i) = 0$, $i = 1, \ldots, n$.
- Os erros têm a mesma variância: $Var(\epsilon_i) = \sigma^2$, $i = 1, \ldots, n$.
- Os erros são não correlacionados:
  $Cov(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0, \; i \neq j, \; i, j = 1, 2, \ldots, n.$

Introdução à Regressão Linear Simples

De uma maneira mais simples, podemos enunciar as suposições do modelo de regressão linear simples como segue:

- Linearidade: a variável resposta Y tem uma relação (aproximadamente) linear com a variável preditora X.
- Homoscedasticidade: para cada valor de X, a distribuição dos erros tem a mesma variância. Isso significa dizer que o nível de erro no modelo é aproximadamente o mesmo independente do valor da variável preditora.
- Independência dos erros: os erros não devem ser correlacionados. Idealmente, não deve ocorrer nenhum padrão entre resíduos consecutivos.

Por último, fazemos uma suposição extra:

- Normalidade: os erros do modelo são normalmente distribuídos.

Introdução à Regressão Linear Simples

Estimação:

Os parâmetros β_0 e β_1 são desconhecidos e devem ser estimados utilizando os dados amostrais observados.

O método de mínimos quadrados (MMQ) é mais utilizado do que qualquer outro procedimento de estimação em modelos de regressão e fornece os estimadores de β_0 e β_1 tal que a soma de quadrados das diferenças entre as observações y_i's e a linha reta ajustada seja mínima.

Assim, de todos os possíveis valores de β_0 e β_1, os estimadores de mínimos quadrados (EMQ) serão aqueles que minimizam a soma de quadrados dos erros, que é dada por

$$\sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2. \tag{2}$$

Introdução à Regressão Linear Simples

Usando o MMQ, as estimativas de β_0 e β_1 são, respectivamente

$$\hat{\beta}_0 = \overline{y} - \hat{\beta}_1 \overline{x} \tag{3}$$

e

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - n\overline{y}\ \overline{x}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}, \tag{4}$$

onde $\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ e $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ são as médias amostrais dos y_i's e x_i's, respectivamente.

Reta ajustada (modelo ajustado):

Uma vez as estimativas de β_0 e β_1 tenham sido obtidas, teremos a reta de regressão linear ajustada.

O modelo de regressão linear simples ajustado é

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i, \ \ i = 1, \ldots, n, \tag{5}$$

que é a estimativa pontual da média de Y_i para um particular x_i.

Introdução à Regressão Linear Simples

Interpretação dos parâmetros:

A inclinação de uma reta é a mudança na variável y sobre a mudança na variável x. Se a mudança na variável x é um, então a inclinação é interpretada como a mudança em y para um incremento de uma unidade em x. Essa mesma interpretação pode ser aplicada ao parâmetro de inclinação da reta de regressão linear simples ajustada. Assim, temos que:

- $\hat{\beta}_1$ representa o aumento estimado em Y para cada aumento de uma unidade em X. Se o valor de $\hat{\beta}_1$ é negativo, então temos um incremento negativo.
- $\hat{\beta}_0$ é o intercepto da linha de regressão com o eixo-y. Então, quando $X = 0$ é um valor que faz sentido para os dados estudados, $\hat{\beta}_0$ é a estimativa do valor de Y quando $X = 0$.