2020多省联合省选模拟赛题解

仓鼠

前言

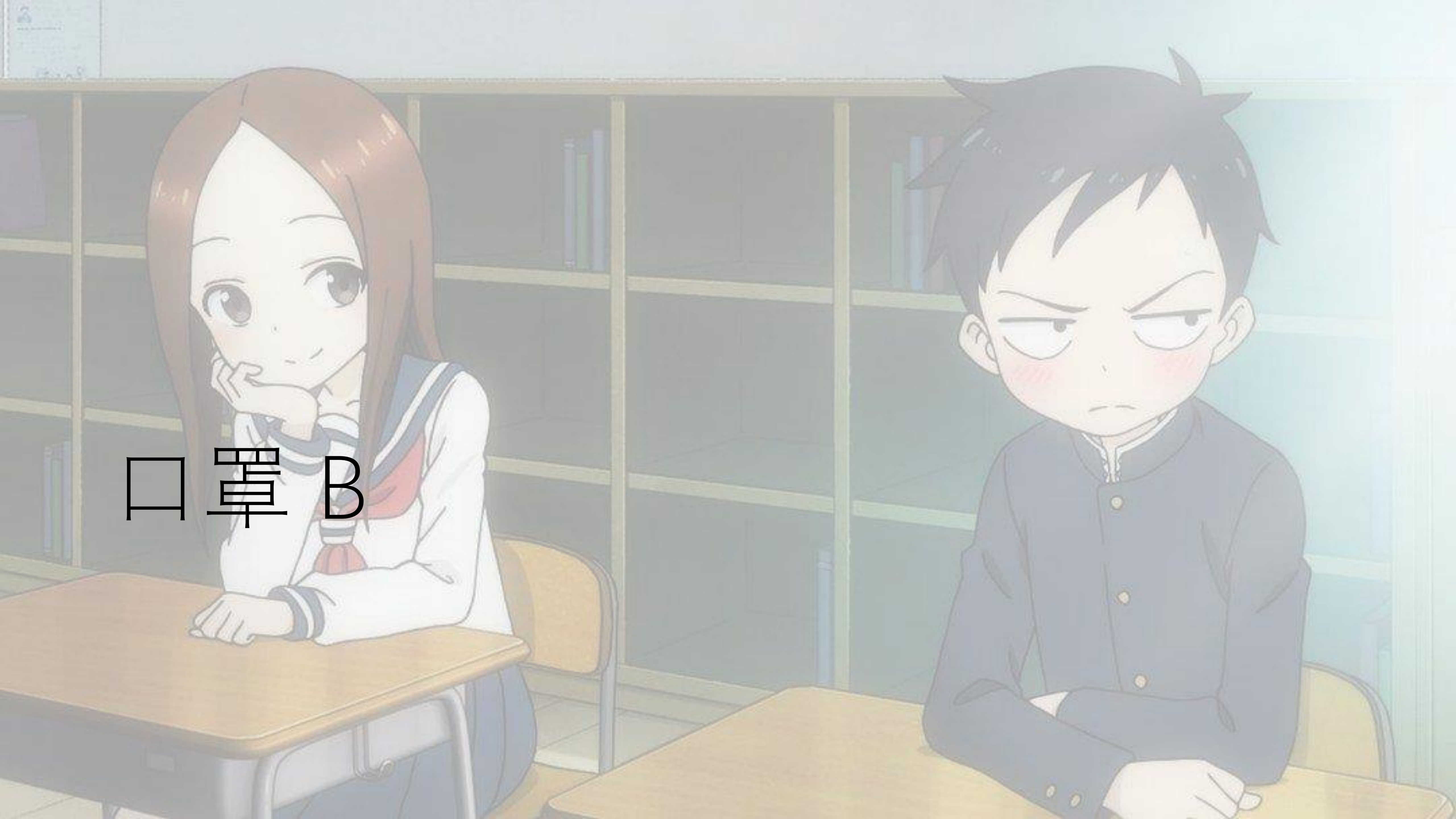
- 按照我一贯的风格，三道题都是简单题

买到 A

题解

- 对于一条路径，我们肯定还是能早到一个点就早到一个点。因为这样选择的机会就更多
- 对于每个点和每条边，对于每个时刻预处理出从这个时刻开始最小的等待时间
- 直接做状压DP，记录当前已经到过的点和当前到的最后一个点，枚举路径上下一个点转移
- 时间复杂度$O(2^N N^2)$

口罩 B



题解

- idea来源：WC2019数树
- 就是求有多少棵树和给定的这棵树，相同的边的数目不小于$N-K+1$
- 考虑二项式反演，即钦定一些边一定是相同的边
- 现在考虑如何计算这种情况下的方案数。相当于有M个联通块，大小分别为$a_1,a_2,\cdots,a_M$，那么方案数就是$N^{M-2}a_1a_2\cdots a_M$
- $a_1a_2\cdots a_M$组合意义就是每个联通块选一个点的方案数
- 树形dp，设$F[u][k][0/1]$表示以u为根的子树中钦定了k条边的方案数，$0/1$表示有没有在当前的联通块中选择一个点

了吗 C

题解

- 先考虑差分，令$V'_u = V_u - Sum_u$
- 当$W_u = 0$时，$0 \le V'_u \le K$
- 当$W_u = 1$时，$V'_u = Sum_u$
- $s = V_1 = \sum_{u=1}^{N} V'_u$

题解

- 可以把每个$W_u = 1$的点的贡献扔到子树中每个$W_u = 0$的点上
- 对于每个$W_u = 0$的点，如果它的祖先中有n个$W_u = 1$的点，那么其对总和的贡献就是$V'_u \times 2^n$
- 写出每个$W_u = 0$的点的生成函数，就是$\frac{x^{2^n(K+1)}-1}{x^{2^n}-1}$
- 令所有生成函数乘起来的结果为$\frac{Q(x)}{P(x)}$，那么$Q(x) = P(x^{K+1})$
- 考虑求出$P(x) \bmod x^{S+1}$，然后做求逆和卷积就可以求出答案了

题解

- 可以直接做多项式exp，但是常数比较大
- 因为只有$2^n \le S$的时候才有意义，所以只有$O(\log_2 S)$种生成函数
- 对于祖先中有n个$W_u = 1$的点，只有项数为2^n倍数的项系数非0
- 考虑按照n从大到小的顺序把生成函数乘起来。对于同一个n的用二项式定理展开，乘法直接用FFT做就可以了，这时候卷积的长度是$O(\frac{S}{2^n})$
- 由于$S + \frac{S}{2} + \frac{S}{4} + \cdots = O(S)$，所以总的复杂度就是$O(S \log_2 S)$

祝大家省选顺利！

谢谢大家