

## light:

首先注意到连续段数等于开着的灯数减相邻两个都开着的灯对数。

令  $k = \sqrt{n}$ , 对于出现次数  $> k$  的颜色, 我们维护与这种颜色相邻的开着的灯数。每次我们改变  $> k$  的颜色时, 直接用这个算答案。改变  $\leq k$  的颜色就暴力枚举每个位置。

时间复杂度  $O(n\sqrt{n})$ 。

## crossing:

我们设  $x_i$  表示第  $i$  次观察的时间(对周期取模), 那么如果有一个灯在两次观察中都是红灯, 我们就可以得到一个形如  $x_i - x_j = k$  的方程。将这看做是  $i$  指向  $j$  权值为  $k$  的有向边, 那么一个环的长度显然是周期的倍数。不难证明最小环就是周期, 可以用 floyd 求出, 时间复杂度为  $O(m^3 + nm^2)$

同理我们可以设  $y_i$  表示第  $i$  个灯由红变绿的时间, 可以用一样的方法求出, 时间复杂度为  $O(n^3 + mn^2)$ 。结合两种方法可以做到  $O(n\sqrt{nm})$ 。

如果我们建图时将权值排序后只连接相邻权值之间的边, 那么可以证明两种方法建出来的图中, 任意一个简单环的长度都是周期, 那么可以 dfs 求出。

时间复杂度  $O(nm \log n)$

## escape:

注意到人的操作是可逆的, 那么我们考虑将所有可能出现的状态整合成一些“标准状态”。我们不停合并能全部走到一起的人, 那么会形成这样的情况:

- (1) 有若干个段, 每段之间是不连通的;
- (2) 每段中有若干个小段, 每小段中至少会有若干人, 其余的人则可以在整个段中任意移动。

那么我们发现能到达某个房间的人数是固定的(与其它人在哪里无关)。

我们设  $f[i][j]$  表示能到达第  $i$  个房间的人数恰好为  $j$  时, 前  $i$  个房间最多有多少人。转移如下:

- (1)  $j < a[i]$  时, 转移到  $f[i+1][j+b[i]]$  或  $f[i+1][0 \sim b[i]-1]$ ;
- (2)  $a[i] \leq j < a[i]+b[i]$  时, 转移到  $f[i+1][j-a[i]]$ ;
- (3)  $a[i]+b[i] \leq j$  时, 转移到  $f[i+1][j]$ 。

转移时出现新的人时加上对应的人数。

时间复杂度  $O(n * \max\{m, a_i, b_i\})$