

# Solution

Great\_Influence

2018 年 8 月 1 日

# 1 running

## 1.1 10pts:

枚举所有路径计算即可。时间复杂度 $O(n^3)$ 。

## 1.2 30pts:

根据期望的可加性，可以将答案转换为每个观测员期望观测到人的期望之和。直接枚举观测员计算即可。时间复杂度 $O(n^2)$ 。

## 1.3 50pts:

可能有什么常数巨大的神秘算法。

## 1.4 特殊性质:

所有的 $W_i$ 均相等，也就是每条路径都只会贡献一次答案，且该条路径长度要大于 $W_i$ 。也许有什么神秘算法吧比如点分治什么的。时间复杂度 $O(n \log^2 n)$

## 1.5 100pts:

考虑天天爱跑步的做法。

天天爱跑步求答案时，采用了差分思想。开一个桶记录每种深度的点有多少个。某棵树内深度为 $k$ 的点数为进这棵树后 $k$ 的计数减去进之前的计数。我们同样需要维护这个桶。

仍然是考虑每个观测员期望观测多少人。

某个观测员 $i$ 能够观测到人当且仅当这个人的起点距离 $i$ 为 $w_i$ 。那么，分成两种情况讨论。一种情况是观测到的人的起点在 $i$ 的子树内。假如这棵子树为 $p$ ，那么这部分贡献为 $(n - sz[v]) * (p \text{ 内深度为 } dep_i + w_i \text{ 的点数})$ 。利用之前的差分可以轻松做到 $O(n)$ 。另一种情况是观测到的人的起点不在子树内，那么因为树是纯随机的，其深度期望为 $\log n$ 。那么，我们可以直接枚举其祖先节点，计算贡献。

发现一个点会有多个位置被查询，那么，可以事先处理好被查询的位置，然后用一样的方法就可以做到 $O(n \log n)$ 了。

**1.6 Extra:**

如果你很头铁的话，你可以选择将差分数组持久化。这样的复杂度为 $O(n\log^2 n)$ 。

如果你更头铁的话，可以发现这是道动态点分治裸题。利用动态点分治也可以做到 $O(n\log n)$ 。

## 2 road

### 2.1 30pts:

数据范围很小，直接搜索就可以了。时间复杂度 $O(???)$

### 2.2 n=1(20pts):

既然是树，那么路径肯定就唯一了。直接利用倍增等算法计算出到1号点的路径最小值就可以了。时间复杂度 $O(n\log n)$

### 2.3 特殊性质:

仙人掌。

发现每个点到根的最短路径可能会经过的点只可能是几个环和链拼成的。那么，对于每个非环点，我们直接将它的值和它父亲的答案取最小值算作它的答案，对于每个环，直接将该环 $dfn$ 最小的点的答案和环上最小值取最小值算作它的答案。时间复杂度 $O(n + m + q)$ 。

### 2.4 70pts:

询问不多。

容易知道，一路上经过的点只可能是路径上点双中的点。那么考虑使用 $Tarjan$ 算法缩点双，用一个点代表这个点双，然后图就会转为树。直接在这棵树上用各种算法都可以。时间复杂度 $O(n + m + q\log n)$ 。

### 2.5 100]pts:

发现询问可以简单预处理，只需要一遍dfs就可以了。时间复杂度 $O(n + m + q)$ 。

### 3 queue

#### 3.1 10pts:

$n$ 非常小。可以枚举每只蚯蚓到哪个地方去。

时间复杂度 $O(n!)$ 。

#### 3.2 30pts:

发现一个性质，每只蚯蚓到达的目的地一定是连续的。那么，枚举第一只只蚯蚓到哪个洞就可以了。时间复杂度 $O(n^2)$ (100是乱给的)

#### 3.3 50pts:

我也不太会做。。

#### 3.4 100pts:

题目要求是最大值最小，明显是二分。

那么，直接二分答案，将洞的序列扩展3倍，从第一只蚯蚓开始，一个个算出它可以到的洞的范围，然后再判断一下能否存在洞与蚯蚓配对的方案。存在合法方案的充要条件是这些蚯蚓配对的洞的范围能够放得下一个公差为1的等差序列。

至于答案，直接快速幂就可以了。