

2020多省联合省选模拟赛 题解

仓鼠

前言

- 按照我一贯的风格，三道题都是简单题



买到 A



题解

- 对于一条路径，我们肯定还是能早到一个点就早到一个点。因为这样选择的机会就更多
- 对于每个点和每条边，对于每个时刻预处理出从这个时刻开始最小的等待时间
- 直接做状压DP，记录当前已经到过的点和当前到的最后一个点，枚举路径上下一个点转移
- 时间复杂度 $O(2^N N^2)$

口罩B



题解

- idea来源: WC2019数树
- 就是求有多少棵树和给定的这棵树, 相同的边的数目不小于 $N - K + 1$
- 考虑二项式反演, 即钦定一些边一定是相同的边
- 现在考虑如何计算这种情况下的方案数。相当于有 M 个联通块, 大小分别为 a_1, a_2, \dots, a_M , 那么方案数就是 $N^{M-2} a_1 a_2 \cdots a_M$
- $a_1 a_2 \cdots a_M$ 组合意义就是每个联通块选一个点的方案数
- 树形dp, 设 $F[u][k][0/1]$ 表示以 u 为根的子树中钦定了 k 条边的方案数, $0/1$ 表示有没有在当前的联通块中选择一个点

了吗 C



题解

- 先考虑差分, 令 $V'_u = V_u - \text{Sum}_u$
- 当 $W_u = 0$ 时, $0 \leq V'_u \leq K$
- 当 $W_u = 1$ 时, $V'_u = \text{Sum}_u$
- $s = V_1 = \sum_{u=1}^N V'_u$




题解

- 可以把每个 $W_u = 1$ 的点的贡献扔到子树中每个 $W_u = 0$ 的点上
- 对于每个 $W_u = 0$ 的点，如果它的祖先中有 n 个 $W_u = 1$ 的点，那么其对总和的贡献就是 $V'_u \times 2^n$
- 写出每个 $W_u = 0$ 的点的生成函数，就是 $\frac{x^{2^n(K+1)} - 1}{x^{2^n} - 1}$
- 令所有生成函数乘起来的结果为 $\frac{Q(x)}{P(x)}$ ，那么 $Q(x) = P(x^{K+1})$
- 考虑求出 $P(x) \bmod x^{S+1}$ ，然后做求逆和卷积就可以求出答案了

题解

- 可以直接做多项式exp, 但是常数比较大
- 因为只有 $2^n \leq S$ 的时候才有意义, 所以只有 $O(\log_2 S)$ 种生成函数
- 对于祖先中有 n 个 $W_u = 1$ 的点, 只有项数为 2^n 倍数的项系数非0
- 考虑按照 n 从大到小的顺序把生成函数乘起来。对于同一个 n 的用二项式定理展开, 乘法直接用FFT做就可以了, 这时候卷积的长度是 $O(\frac{S}{2^n})$
- 由于 $S + \frac{S}{2} + \frac{S}{4} + \dots = O(S)$, 所以总的复杂度就是 $O(S \log_2 S)$

An anime-style illustration of two students in a classroom. On the left, a girl with long brown hair, wearing a white sailor-style school uniform with a red neckerchief, sits at a wooden desk with her chin resting on her hand, looking thoughtfully towards the right. On the right, a boy with short black hair, wearing a dark blue school uniform jacket, sits at a desk with his arms crossed, looking down with a serious expression. The background features a bookshelf filled with books and a window with a light blue sky visible outside.

祝大家省选顺利！
谢谢大家