NOIP模拟赛 Solution

Wuweizheng

a

Solution 1

暴力枚举每一小段颜色即可。

代码见 $std/a/bf.cpp$

Solution 2

对于 $n=1$ 的情况，即只有相邻小段颜色不同的限制，设 $dp[i][j]$ 为在长度为 i 的绳子上染 j 种颜色的方案数：

$$dp[i][j]=dp[i-1][j-1]+dp[i-1][j]*(j-1)$$

现在染第 i 个小段，如果前 $i-1$ 段中已经有了 j 种颜色，因为相邻的不能相同，即第 i 段的颜色不能和第 $i-1$ 段相同，所以乘上 $j-1$ 。如果前 $i-1$ 段中有 $j-1$ 种颜色，当前加入的是一种没有出现的颜色，则直接加上 $dp[i-1][j-1]$ 。可以发现，这个转移与第二类斯特林数的转移很像，其实，如果没有相邻颜色不同的限制，这就是一个第二类斯特林数。同时，也不难发现，这个 dp 与第二类斯特林数一样，都是无序的，即染的颜色的顺序无序或者分成的那些非空子集无序。

最后，还要枚举由哪 j 种颜色组成，即 C_m^j，同时因为也要枚举颜色的顺序，所以其实是乘上 $C_m^j*A_j^j=A_m^j$ 。

代码见 $std/a/Bf.cpp$

Solution 3

设 $Dp[i][j]$ 表示在第 1 到第 $i-1$ 条绳子已经合法染色完毕，第 i 根绳子用 j 种颜色的方案数，那么：

$$Dp[i][j]=(\sum_{k=1}^{m}dp[i-1][k])*(i\text{绳子上染}j\text{种颜色的合法方案})-(i\text{与}i-1\text{颜色种类相同的方案数})$$

这个容斥应该还是比较显然的。

在 i 绳子上染 j 种颜色的合法方案为 $dp[l_i][j]*A_m^j$ 。那么，现在考虑如何求出 i 与 $i-1$ 颜色相同的方案数，这里要注意，减去的是 i 与 $i-1$ 染完全相同种类的颜色的方案数（即个数相同且类型相同，题目描述的反面）。因为此时第 $i-1$ 根绳子的颜色种类及顺序已经确定了，这个在求 Dp 数组的过程中可以看出，所以对于第 i 根颜色不需要再去枚举是由哪 j 种颜色组成了，但是任要枚举顺序， $i-1$ 染 j 种颜色且前面全部合法的方案为 $Dp[i-1][j]$ ，i 染 j 种颜色的合法方案为 $dp[l_i][j]$ ，再乘上一个 $j!$ 。

时间复杂度 $O(L+S^2)$ ，其中 $S=5000$ ，即每条绳子的最大值。

代码见 $std/a/a.cpp$

b

Solution1

按照题意模拟即可。

代码见 $std/b/bf.cpp$

Solution2

对于这个树的形态随机的点，我是为那些想出一些神奇的做法但是又会被链、菊花图或者扫把图卡掉的同学而专门准备的。相信有很多同学都可以轻松地拿到这个部分的分。

当然，我相信大多数同学还是可以一眼秒掉的，所以，无需理会这个部分分，直接看正解吧！

Solution3

对树上的每个节点都建一颗时间线段树，时间也就是指的第几次操作，显然，需要动态开点。

对于线段树的每个节点，都维护当前时间段中的 1 操作次数 s_1 和所有关键点的权值之和 s_2。

然后由底向上将线段树合并，在合并的时候，只有前面时间的修改操作会对后面时间的 1 操作产生影响。

于是，在将 x 与 y 合并时，不难写出：

$Ans+=s1[rs[x]]*s2[ls[y]]+s1[rs[y]]*s2[ls[x]]$

其中 ls,rs 分别代表左右子树。

时间复杂度为 $O(nlogn)$

代码见 $std/b/b.cpp$

C

Solution1

暴力模拟即可。

其实，如果不捆绑的话，有些 $n=10$ 的点暴力都能跑过......

代码见 $std/c/bf.cpp$

Solution2

不难想到迭代加深搜索。

为了更好让估价函数的表示更加清晰，我们可以将原来的 $n*4$ 的矩阵，行行连接在一起，拼接成一个长度为 $4n$ 的序列，当然，不转化也是可以的。

题目中，要求向上下左右移动，转化成序列上的移动可以表示为：

- 如果 $(i\%4)==0$ 那么可以跳到 $(i-3),(i-1),(i+4),(i-4)$
- 如果 $(i\%4)==1$ 那么可以跳到 $(i+1),(i+3),(i+4),(i-4)$
- 如果 $(i\%4)==2$ 那么可以跳到 $(i-1),(i+1),(i+4),(i-4)$
- 如果 $(i\%4)==3$ 那么可以跳到 $(i-1),(i+1),(i+4),(i-4)$

然后设 $dis[i][j]$ 为从 i 到 j 所需要的最小步数，不难发现，对于任意的一个局面，将其移回初始状态的最小步数为 $(\sum dis[i][a[i]])-dis[pos][1]$ 其中，$a[i]$ 为当前第 i 位的数值，pos 为当前 1 所在的位置，因为其它都排好之后，1 自动排好，所以减去 $dis[pos][1]$ 。然后，就可以利用这个作为估价函数剪枝了，如果剩下的步数小于最小步数，就可以停下了。

总结

本套题作为 8 月份 $NOIP$ 集训的第一套题，覆盖面广，难度适中，码量适中，解法自然，为后面大神的 $NOI\ plus$ 题目做了很好的铺垫，同时，你也可以利用这套题目给你的 8 月份集训之旅进行热身，帮助你尽快地进入状态。

出题人相信，这套美妙的题目，可以给拼搏于远大目标的逐梦之路上的你提供一个有力的援助！