

二、语法分析

(14. $LR(0)$ 语法分析器)

魏恒峰

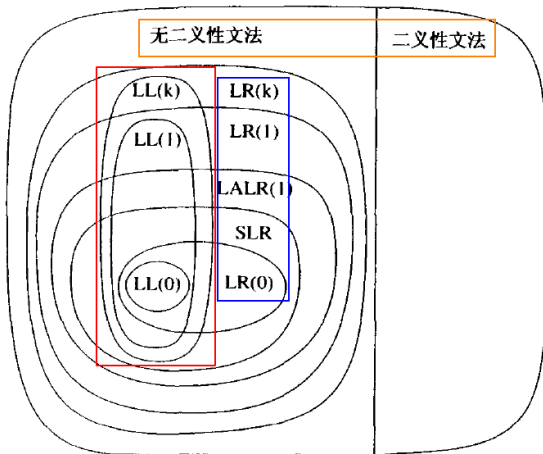
hfwei@nju.edu.cn

2024 年 05 月 31 日



只考虑**无二义性**的文法

这意味着, 每个句子对应唯一的一棵语法分析树



今日主题: **LR 语法分析器**

自顶向下的、
递归下降的、
预测分析的、
适用于 $LL(1)$ 文法的、
 $LL(1)$ 语法分析器

$LL(k)$ 的弱点:

在仅看到右部的 k 个词法单元时必须预测要使用哪条产生式

$LL(k)$ 的弱点:

在仅看到右部的 k 个词法单元时就必须预测要使用哪条产生式

$LR(k)$ 的优点:

看到某个产生式的整个右部对应的词法单元之后再决定

自底向上的、
不断归约的、
基于句柄识别自动机的、
适用于 LR 文法的、
 LR 语法分析器

自底向上构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

叶节点是词法单元流 $w\$$

仅包含终结符号与特殊的文件结束符 $\$$

自底向上构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

每个中间非终结符节点表示使用它的某条产生式进行归约

叶节点是词法单元流 $w\$$

仅包含终结符号与特殊的文件结束符 $\$$

自顶向下的“推导”与 自底向上的“归约”

$$E \xRightarrow{\text{rm}} T \xRightarrow{\text{rm}} T * F \xRightarrow{\text{rm}} T * \mathbf{id} \xRightarrow{\text{rm}} F * \mathbf{id} \xRightarrow{\text{rm}} \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

$$(1) E \rightarrow E + T$$

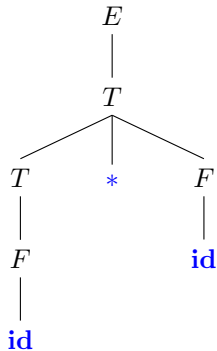
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \mathbf{id}$$



$$w = \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

$$E \longleftarrow T \longleftarrow T * F \longleftarrow T * \mathbf{id} \longleftarrow F * \mathbf{id} \longleftarrow \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

“推导” ($A \rightarrow \alpha$) 与 “归约” ($A \leftarrow \alpha$)

$$S \triangleq \gamma_0 \Rightarrow \dots \gamma_{i-1} \Rightarrow \gamma_i \Rightarrow \gamma_{r+1} \Rightarrow \dots \Rightarrow r_n = w$$

$$S \triangleq \gamma_0 \Leftarrow \dots \gamma_{i-1} \Leftarrow \gamma_i \Leftarrow \gamma_{r+1} \Leftarrow \dots \Leftarrow r_n = w$$

自底向上语法分析器为输入构造**反向推导**

LR 语法分析器

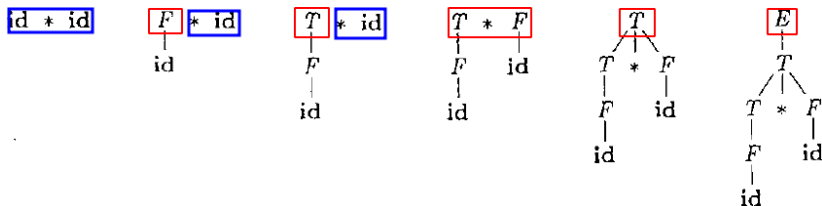
L : 从左向右 (Left-to-right) 扫描输入

R : 构建反向 (Reverse) 最右 (Rightmost) 推导

“反向最右推导”与“从左到右扫描”相一致

LR 语法分析器的状态

在任意时刻, 语法分析树的**上边缘**与**剩余的输入**构成当前句型



$$E \Leftarrow T \Leftarrow T * F \Leftarrow T * \text{id} \Leftarrow F * \text{id} \Leftarrow \text{id} * \text{id}$$

LR 语法分析器使用**栈**存储语法分析树的**上边缘**

演示“栈”上操作

$$(1) E \rightarrow E + T$$

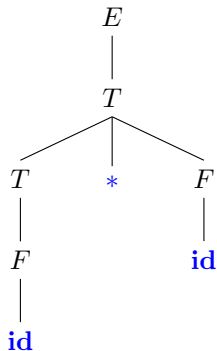
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \text{id}$$



$w = \text{id} * \text{id}$

两大操作: 移入输入符号 与 按产生式归约

直到栈中仅剩开始符号 E , 且输入已结束, 则成功停止

基于栈的 LR 语法分析器

Q_1 : 何时归约? (何时移入?)

Q_2 : 按哪条产生式进行归约?

基于栈的 LR 语法分析器

$$(1) E \rightarrow E + T$$

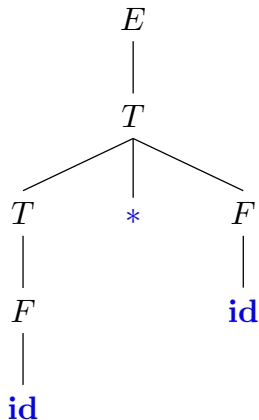
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \text{id}$$



为什么第二个 F 以 $T * F$ 整体被归约为 T ?

这与栈的当前状态 “ $T * F$ ” 相关

LR (实际为 SLR) 分析表指导 LR 语法分析器

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

在当前状态 (编号) 下, 面对当前文法符号时, 该采取什么动作

ACTION 表指明动作, GOTO 表仅用于归约时的状态转换

状态	ACTION					GOTO			
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

<i>sn</i>	移入输入符号, 并进入状态 <i>n</i>
<i>rk</i>	使用 <i>k</i> 号产生式进行归约
<i>gn</i>	转换到状态 <i>n</i>
<i>acc</i>	成功接受, 结束
空白	错误

演示“栈”上操作: 移人与归约

(1) $E \rightarrow E + T$

(2) $E \rightarrow T$

(3) $T \rightarrow T * F$

(4) $T \rightarrow F$

(5) $F \rightarrow (E)$

(6) $F \rightarrow \text{id}$

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

$w = \text{id} * \text{id}\$$

栈中存储语法分析器的状态 (编号), “编码”了语法分析树的上边缘

```

1: procedure LR()
2:   PUSH($,  $s_0$ )                                ▷ 或 PUSH($,  $s_0$ )
3:   token ← NEXT-TOKEN()
4:   while (1) do
5:      $s \leftarrow \text{TOP}(S)$ 
6:     if ACTION[ $s$ , token] =  $s_i$  then                ▷ 移入
7:       PUSH( $S$ ,  $i$ )                                ▷ 或 PUSH( $S$ , token $_{s_i}$ )
8:       token ← NEXT-TOKEN()
9:     else if ACTION[ $s$ , token] =  $r_j$  then           ▷ 归约;  $j : A \rightarrow \alpha$ 
10:       $|\alpha|$  次 POP( $S$ )
11:       $s \leftarrow \text{TOP}(S)$ 
12:      PUSH( $S$ , GOTO[ $s$ ,  $A$ ]) ▷ 转换状态; 或 PUSH( $S$ ,  $A_{\text{GOTO}[s, A]}$ )
13:    else if ACTION[ $s$ , token] =  $acc$  then           ▷ 接受
14:      break
15:    else
16:      ERROR(...)

```

如何构造 LR 分析表?

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

在当前状态 (编号)下, 面对当前文法符号时, 该采取什么动作

状态是什么？如何跟踪状态？

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

状态是语法分析树的上边缘, 存储在栈中

何时归约？使用哪条产生式进行归约？

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

必要条件: 当前状态中, 已观察到某个产生式的完整右部

何时归约？使用哪条产生式进行归约？

Definition (句柄 (Handle))

在输入串的 (唯一) 反向最右推导中, **如果** 下一步是逆用产生式 $A \rightarrow \alpha$ 将 α 归约为 A , 则称 α 是**当前句型的句柄**。

最右句型	句柄	归约用的产生式
$\boxed{id_1} * id_2$	id_1	$F \rightarrow id$
$\boxed{F} * id_2$	F	$T \rightarrow F$
$T * \boxed{id_2}$	id_2	$F \rightarrow id$
$\boxed{T * F}$	$T * F$	$T \rightarrow T * F$
\boxed{T}	T	$E \rightarrow T$

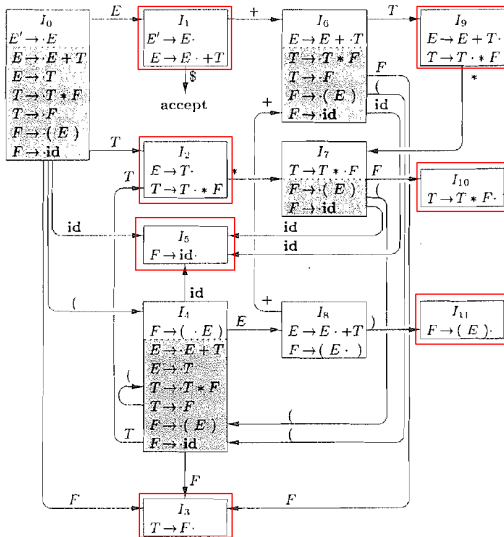
LR 语法分析器的关键就是高效**寻找每个归约步骤所使用的句柄**。

句柄可能在哪里？

句柄可能在哪里？

设计一种满足“句柄总是出现在栈顶”性质的 LR 语法分析器。

LR(0) 句柄识别有穷状态自动机 (Handle-Finding Automaton)



状态是什么？

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition ($LR(0)$ 项 (Item))

文法 G 的一个 $LR(0)$ **项**是 G 的某个产生式加上一个位于体部的**点**。

项指明了语法分析器已经观察到了某个产生式的某个前缀

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition ($LR(0)$ 项 (Item))

文法 G 的一个 $LR(0)$ **项**是 G 的某个产生式加上一个位于体部的**点**。

项指明了语法分析器已经观察到了某个产生式的某个前缀

$$A \rightarrow XYZ$$

$$[A \rightarrow \cdot XYZ]$$

$$[A \rightarrow X \cdot YZ]$$

$$[A \rightarrow XY \cdot Z]$$

$$[A \rightarrow XYZ \cdot]$$

(产生式 $A \rightarrow \epsilon$ 只有一个项 $[A \rightarrow \cdot]$)

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition (项集)

项集就是若干**项**构成的集合。

因此, 句柄识别自动机的一个**状态**可以表示为一个**项集**

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition (项集)

项集就是若干**项**构成的集合。

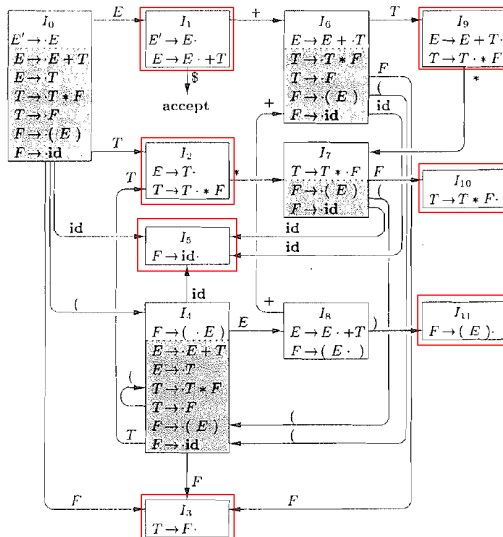
因此, 句柄识别自动机的一个**状态**可以表示为一个**项集**

Definition (项集族)

项集族就是若干**项集**构成的集合。

因此, 句柄识别自动机的**状态集**可以表示为一个**项集族**

LR(0) 句柄识别自动机



项、项集、项集族

Definition (增广文法 (Augmented Grammar))

文法 G 的**增广文法** G' 是在 G 中加入产生式 $S' \rightarrow S$ 得到的文法。

目的: 告诉语法分析器何时停止分析并接受输入符号串

语法分析器**当前栈中仅有 S 且面对 $\$$** ,
要使用 $S' \rightarrow S$ 进行归约时, 输入符号串被接受

$LR(0)$ 句柄识别自动机



初始状态是什么？

点指示了栈顶, 左边 (与路径) 是栈中内容, 右边是期望看到的文法符号串

$$(0) E' \rightarrow E$$

$$(1) E \rightarrow E + T$$

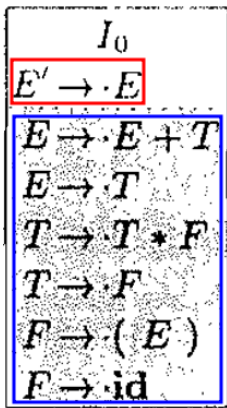
$$(2) E \rightarrow T$$

$$(3) T \rightarrow T * F$$

$$(4) T \rightarrow F$$

$$(5) F \rightarrow (E)$$

$$(6) F \rightarrow \text{id}$$



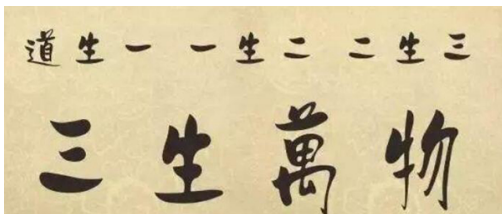
$\text{CLOSURE}(\{[E' \rightarrow \cdot E]\})$

$$\text{CLOSURE}(\{[E' \rightarrow \cdot E]\})$$

一开始, 栈为空, 期望输入是 E 可以展开得到的一个句子并以 $\$$ 结束。

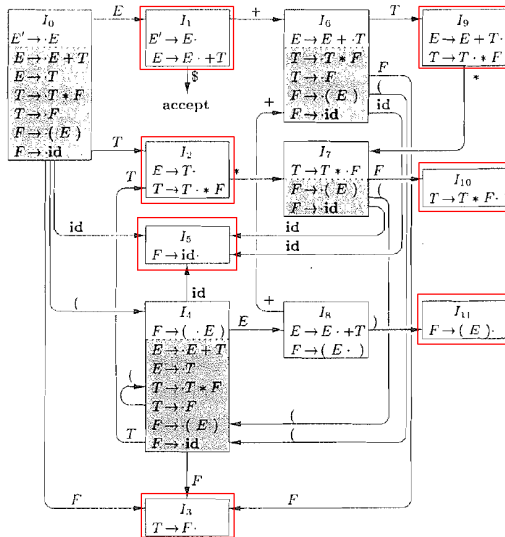
输入以 E 开始, 意味着它可能以 E 的任何一个右部开始。

$LR(0)$ 句柄识别自动机

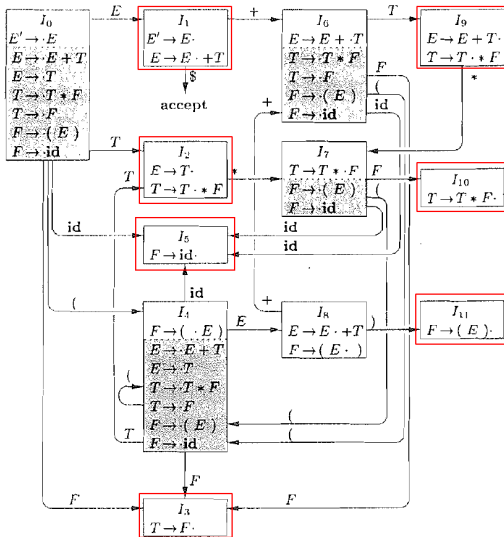


状态之间如何转移？

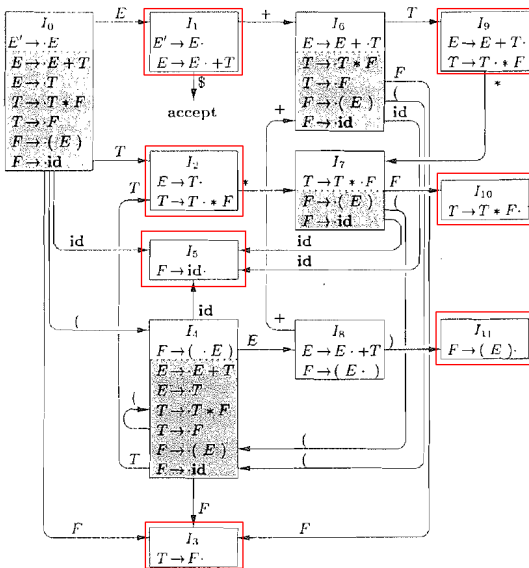
演示 LR(0) 句柄识别自动机的构造过程



演示 LR(0) 句柄识别自动机的构造过程

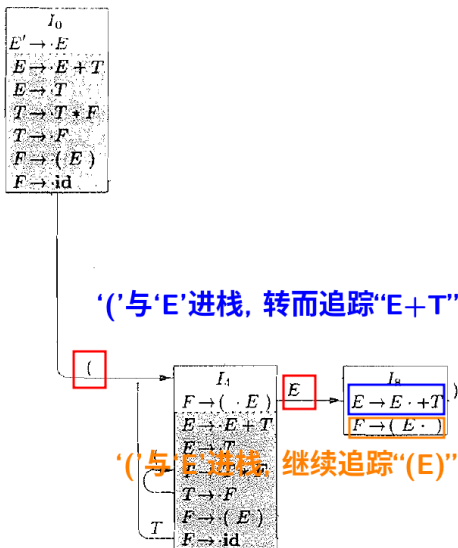


$$J = \text{GOTO}(I, \textcolor{red}{X}) = \text{CLOSURE}\left(\left\{ [A \rightarrow \textcolor{blue}{\alpha X} \cdot \textcolor{blue}{\beta}] \mid [A \rightarrow \textcolor{red}{\alpha} \cdot \textcolor{red}{X\beta}] \in I \right\}\right)$$



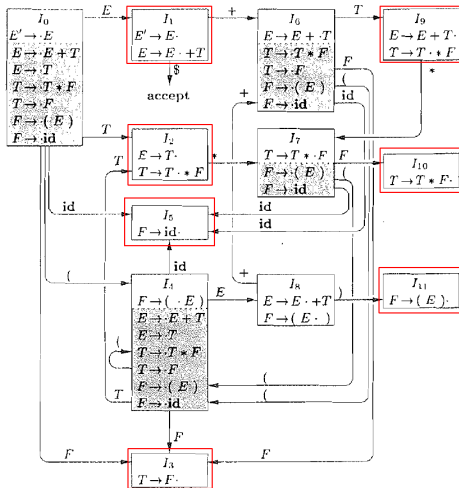
接受状态: $F = \{I \in C \mid \exists [A \rightarrow \alpha \cdot] \in I\}$

(此时, 产生式 $A \rightarrow \alpha$ 的完整右部出现在栈顶)



点指示了栈顶, 左边 (与路径) 是栈中内容, 右边是期望看到的文法符号串

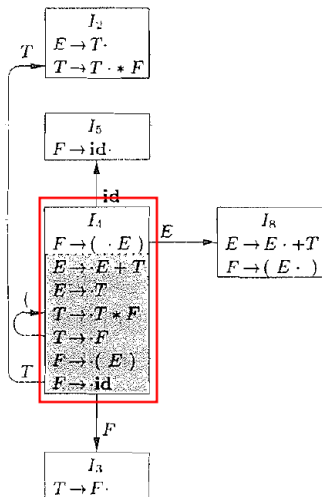
LR(0) 分析表



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6				s11			
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

GOTO 函数被拆分成 ACTION 表 (针对终结符) 与 GOTO 表 (针对非终结符)

$$(1) \text{GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$$



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1	s6					acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8	s6					s11			
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

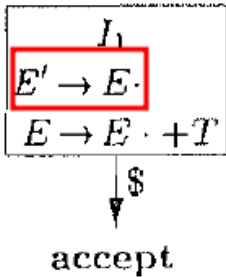
$$(2) \text{GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in N \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$$

I_i
$E \rightarrow T \cdot$
$T \rightarrow T \cdot * F$

I_{10}
$T \rightarrow T * F \cdot$

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

$$(3) [k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$, \}. \text{ACTION}[i, t] = rk$$



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6				s11			
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

$$(4) [S' \rightarrow S \cdot] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$$

LR(0) 分析表构造规则总结

- (1) $\text{GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$
- (2) $\text{GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in N \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$
- (3) $[k : A \rightarrow \alpha \cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$ \}. \text{ACTION}[i, t] = rk$
- (4) $[S' \rightarrow S \cdot] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$

Definition ($LR(0)$ 文法)

如果文法 G 的 $LR(0)$ 分析表是无冲突的, 则 G 是 $LR(0)$ 文法。

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7,r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4			g9	g3	
7	s5			s4				g10	
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7,r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

非 $LR(0)$ 分析表/文法

$LR(0)$ 分析表每一行 (状态) 所选用的归约产生式是相同的

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	()	\$	E	T	F
0	s5			s4			g1	g2	g3
1		s6				acc			
2	r2	r2	s7, r2	r2	r2	r2			
3	r4	r4	r4	r4	r4	r4			
4	s5			s4			g8	g2	g3
5	r6	r6	r6	r6	r6	r6			
6	s5			s4				g9	g3
7	s5			s4					g10
8		s6			s11				
9	r1	r1	s7, r1	r1	r1	r1			
10	r3	r3	r3	r3	r3	r3			
11	r5	r5	r5	r5	r5	r5			

归约时不需要向前看, 这就是“0”的含义

$LR(0)$ 语法分析器

L : 从左向右 (Left-to-right) 扫描输入

R : 构建反向 (Reverse) 最右推导

0 : 归约时无需向前看

$LR(0)$ 自动机与栈之间的互动关系

向前走 \Leftrightarrow 移入

回溯 \Leftrightarrow 归约

自动机才是本质，栈是实现方式
(用栈记住“来时的路”，以便回溯)

Thank
You!



Office 926

hfwei@nju.edu.cn