# 二、语法分析 (6. 递归下降的 <math>LL(1) 语法分析器)

### 魏恒峰

hfwei@nju.edu.cn

2024年03月29日



### 构建语法分析树: 自顶向下 vs. 自底向上

							(	$\operatorname{Stmt} \rangle$							
if	(		(Expr)		)						(St	$ mt\rangle$			
if		(Expr)	(Optr)	(Expr)	)	(Stmt)									
if		$\langle \mathrm{Id} \rangle$	(Optr)	(Expr)			$\langle \mathrm{Stmt} \rangle$								
if		x	(Optr)	(Expr)							(St	$\operatorname{mt}$			
if		x	>	$\langle \text{Expr} \rangle$								$\operatorname{mt}$			
if		x	>	(Num)	)							$\operatorname{mt}$			
if		x	>	9	)						ζSt	$ mt\rangle$			
if		x	>	9		{				(S		tList			}
if		x	>	9		{	(Sta	$\operatorname{ntList}\rangle$				(S	$ \text{tmt}\rangle$		-;
if			>	9				Stmt)	_				$ \text{tmt}\rangle$		
if			>	9			⟨Id⟩ =	(Expr)	;				$\operatorname{tmt}$		
if		x	>	9			<u>x</u> =	(Expr)	i				$ \text{tmt}\rangle$		
if		x	>	9			x =	(Num)					$\operatorname{tmt}$		
if			>	9			x =	0					$ \text{tmt}\rangle$		
if			>	9						$\langle \mathrm{Id} \rangle$	=		(Expr)		<del>;</del> }
if			>	9			x =			У	-		$\langle \text{Expr} \rangle$		: }
if			>	9			x =			У	-	(Expr)	(Optr)	(Expr)	: }
if			>	9			x =			У	=	$\frac{\langle \mathrm{Id} \rangle}{\langle \mathrm{Id} \rangle}$	(Optr)	(Expr)	: }
if			>	9			x =			У	=	у у	$\langle \mathrm{Optr} \rangle$	$\langle \text{Expr} \rangle$	; }
if			>	9			x =			У	=	у	+	$\langle \text{Expr} \rangle$	: }
if			>	9			x =			У	=		+	(Num)	: }
if	Ò	x	>	9	)	ì	x =	0	:	y	=	y	+	1	: }
	•				1	·			1	J				e . Tu e	, ,

#### 只考虑无二义性的文法

这意味着,每个句子对应唯一的一棵语法分析树



今日主题: LL(1) 语法分析器

自顶向下的、

递归下降的、

基于预测分析表的、

适用于LL(1) 文法的

LL(1) 语法分析器

#### 自顶向下构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

**叶节点**是词法单元流 w\$

仅包含终结符号与特殊的文件结束符 \$ (EOF)

## 自顶向下构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

### 每个中间节点表示对某个非终结符应用某个产生式进行推导

(Q:选择哪个非终结符,以及选择哪个产生式)

**叶节点**是词法单元流 w\$

仅包含终结符号与特殊的文件结束符 \$ (EOF)

### 每个中间节点表示对某个非终结符应用某个产生式进行推导

Q:选择哪个非终结符,以及选择哪个产生式

#### 每个中间节点表示对某个非终结符应用某个产生式进行推导

Q:选择哪个非终结符,以及选择哪个产生式

在推导的每一步,LL(1) 总是选择最左边的非终结符进行展开

#### 每个中间节点表示对某个非终结符应用某个产生式进行推导

Q:选择哪个非终结符,以及选择哪个产生式

在推导的每一步,LL(1) 总是选择最左边的非终结符进行展开

LL(1): 从左向右读入词法单元

## 递归下降的典型实现框架

```
void A() 优先不考虑这里是如何选择产生式的
        选择一个 A 产生式, A \to X_1 X_2 \cdots X_k
             i = 1 \text{ to } k
3)
              else if (X_i 等于当前的输入符号a)
 匹配当前词法单元
6)
                   读入下一个输入符号;
              else /* 发生了一个错误 */;
                 出现了不期望出现的词法单元
```

#### 为每个非终结符写一个递归函数

内部按需调用其它非终结符对应的递归函数, 下降一层

$$S \to F$$
  
 $S \to (S+F)$   
 $F \to a$ 

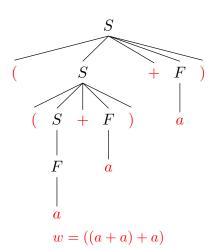
$$w = ((a+a)+a)$$

#### 演示递归下降过程

$$S \to F$$

$$S \to (S+F)$$

$$F \to a$$

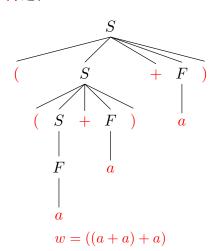


### 演示递归下降过程

$$S \to F$$

$$S \to (S+F)$$

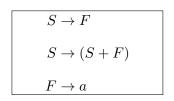
$$F \to a$$

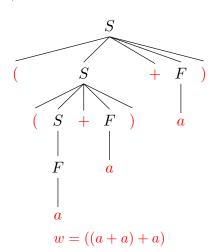


每次都选择语法分析树最左边的非终结符进行展开

#### 同样是展开非终结符 S,

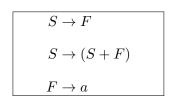
为什么前两次选择了  $S \to (S+F)$ , 而第三次选择了  $S \to F$ ?

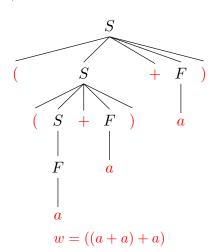




#### 同样是展开非终结符S,

为什么前两次选择了  $S \to (S+F)$ , 而第三次选择了  $S \to F$ ?





因为它们面对的当前词法单元不同

#### 使用预测分析表确定产生式

$$S \to F$$
 
$$S \to (S+F)$$
 
$$F \to a$$

	(	)	a	+	\$
S	2		1		
$\overline{F}$			3		

指明了每个**非终结符**在面对不同的**词法单元或文件结束符**时, 该选择哪个**产生式** (按编号进行索引) 或者报错 (空单元格)

#### Definition (LL(1) 文法)

如果文法 G 的预测分析表是无冲突的, 则 G 是 LL(1) 文法。

#### 无冲突:每个单元格里只有一个产生式(编号)

$$S \to F$$
 
$$S \to (S+F)$$
 
$$F \to a$$

	(	)	a	+	\$
S	2		1		
F			3		

对于当前选择的非终结符,

仅根据输入中当前的词法单元 (LL(1)) 即可确定需要使用哪条产生式

## **递归下降的、预测分析**实现方法

$$S \to F$$

$$S \to (S+F)$$

$$F \to a$$

	(	)	a	+	\$
S	2		1		
F			3		

```
1: procedure MATCH(t)

2: if token = t then

3: token \leftarrow NEXT-TOKEN()

4: else

5: ERROR(token, t)
```

```
1: procedure S()
       if token = ('then )
 2:
           MATCH('('))
 3:
           S()
 4:
 5:
           MATCH('+')
           F()
 6:
           MATCH(')'
 7:
       else if token = 'a' then
 8:
           F()
 9:
10:
       else
           ERROR(token, \{(', 'a'\})
11:
```

## **递归下降的、预测分析**实现方法

$$S \to F$$

$$S \to (S+F)$$

$$F \to a$$

	(	)	a	+	\$
S	2		1		
F			3		

```
1: procedure F()
```

2: if token = 'a' then

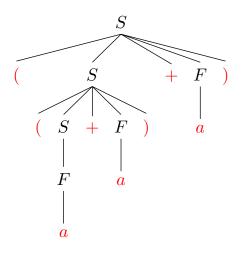
3: MATCH('a')

4: **else** 

5:  $ERROR(token, \{'a'\})$ 

- 1: **procedure** MATCH(t)
- 2: **if** token = t **then**
- 3:  $token \leftarrow NEXT-TOKEN()$
- 4: **else**
- 5: ERROR(token, t)

### 再次理解递归下降过程



$$w = ((a+a)+a)$$

自顶向下的、

递归下降的、

基于预测分析表的、

适用于LL(1) 文法的、

LL(1) 语法分析器

```
prog : func_call | decl EOF;
func_call : ID '(' arg ')';
decl : 'int' ID optional_init ';' ;
arg : 'int' ID optional_init ;
optional_init
    : '=' ID # Init
             # NoInit
```

```
prog : func_call | decl EOF;
func_call : ID '(' arg ')';
decl : 'int' ID optional_init ';' ;
arg : 'int' ID optional_init ;
optional_init
    : '=' ID # Init
            # NoInit
       int x = y; int x;
     f(int x = y) f(int x)
```

 $FIRST(\alpha)$  是可从  $\alpha$  推导得到的句型的**首终结符号**的集合

Definition (FIRST( $\alpha$ ) 集合)

对于任意的 (产生式的右部)  $\alpha \in (N \cup T)^*$ :

$$FIRST(\alpha) = \Big\{ t \in T \cup \{\epsilon\} \mid \alpha \xrightarrow{*} t\beta \lor \alpha \xrightarrow{*} \epsilon \Big\}.$$

 $FIRST(\alpha)$  是可从  $\alpha$  推导得到的句型的**首终结符号**的集合

# Definition (FIRST( $\alpha$ ) 集合)

对于任意的 (产生式的右部)  $\alpha \in (N \cup T)^*$ :

$$FIRST(\alpha) = \left\{ t \in T \cup \{\epsilon\} \mid \alpha \xrightarrow{*} t\beta \lor \alpha \xrightarrow{*} \epsilon \right\}.$$

考虑非终结符 A 的所有产生式  $A \to \alpha_1, A \to \alpha_2, \dots, A \to \alpha_m,$  如果它们对应的 FIRST( $\alpha_i$ ) 集合互不相交,

则只需查看当前输入词法单元,即可确定选择哪个产生式(或报错)

Follow(A) 是可能在某些句型中**紧跟在** A 右边的终结符的集合

Definition (Follow(A) 集合)

对于任意的 (产生式的左部) 非终结符  $A \in N$ :

$$Follow(A) = \Big\{ t \in T \cup \{\$\} \mid \exists s. \ S \xrightarrow{*} s \triangleq \beta A t \gamma \Big\}.$$

Follow(A) 是可能在某些句型中**紧跟在** A **右边的终结符**的集合

Definition (FOLLOW(A) 集合)

对于任意的 (产生式的左部) 非终结符  $A \in N$ :

$$Follow(A) = \Big\{ t \in T \cup \{\$\} \mid \exists s. \ S \xrightarrow{*} s \triangleq \beta A t \gamma \Big\}.$$

考虑产生式  $A \rightarrow \alpha$ ,

如果从  $\alpha$  可能推导出空串 ( $\alpha \stackrel{*}{\Rightarrow} \epsilon$ ),

则只有当当前词法单元  $t \in Follow(A)$ , 才可以选择该产生式

◆□▶ ◆□▶ ◆≧▶ ◆≧▶ ○ 毫 の○○

1: **procedure** FIRST(X)

1: **procedure** FIRST(X)

2: if  $X \in T$  then

3: FIRST(X) = X

▶ 规则 1: X 是终结符

```
1: procedure FIRST(X)
       if X \in T then
                                                             ▶ 规则 1: X 是终结符
2:
            FIRST(X) = X
3:
       for X \to Y_1 Y_2 \dots Y_k do
                                                          ▶ 规则 2: X 是非终结符
4:
            FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_1) \setminus \{\epsilon\}\}\
5:
            for i \leftarrow 2 to k do
6:
                if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_{i-1}) then
7:
                     FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_i) \setminus \{\epsilon\}\}\
8:
```

```
1: procedure FIRST(X)
        if X \in T then
                                                              ▶ 规则 1: X 是终结符
2:
            FIRST(X) = X
 3:
        for X \to Y_1 Y_2 \dots Y_k do
                                                           ▶ 规则 2: X 是非终结符
 4:
             FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_1) \setminus \{\epsilon\}\}\
 5:
             for i \leftarrow 2 to k do
 6:
                 if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_{i-1}) then
 7:
                     FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_i) \setminus \{\epsilon\}\}
 8:
                                                       ▶ 规则 3: X 可推导出空串
             if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_k) then
9:
                 FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{\epsilon\}
10:
```

```
1: procedure FIRST(X)
        if X \in T then
                                                              ▶ 规则 1: X 是终结符
2:
            FIRST(X) = X
 3:
        for X \to Y_1 Y_2 \dots Y_k do
                                                           ▶ 规则 2: X 是非终结符
 4:
             FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_1) \setminus \{\epsilon\}\}\
 5:
             for i \leftarrow 2 to k do
 6:
                 if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_{i-1}) then
 7:
                     FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_i) \setminus \{\epsilon\}\}
 8:
                                                       ▶ 规则 3: X 可推导出空串
             if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_k) then
 9:
                 First(X) \leftarrow First(X) \cup \{\epsilon\}
10:
```

#### 不断应用上面的规则, 直到每个 FIRST(X) 都不再变化

4 D > 4 A > 4 B > 4 B > 9 Q Q

```
1: procedure FIRST(X)
        if X \in T then
                                                              ▶ 规则 1: X 是终结符
2:
            FIRST(X) = X
 3:
        for X \to Y_1 Y_2 \dots Y_k do
                                                           ▶ 规则 2: X 是非终结符
 4:
             FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_1) \setminus \{\epsilon\}\}\
 5:
             for i \leftarrow 2 to k do
 6:
                 if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_{i-1}) then
 7:
                     FIRST(X) \leftarrow FIRST(X) \cup \{FIRST(Y_i) \setminus \{\epsilon\}\}
 8:
                                                       ▶ 规则 3: X 可推导出空串
             if \epsilon \in L(Y_1 \dots Y_k) then
 9:
                 First(X) \leftarrow First(X) \cup \{\epsilon\}
10:
```

# 不断应用上面的规则, 直到每个 FIRST(X) 都不再变化 (不动点!!!)

# 再计算每个符号串 $\alpha$ 的 First( $\alpha$ ) 集合

$$\operatorname{First}(\alpha) = \begin{cases} \operatorname{First}(X) & \epsilon \notin L(X) \\ (\operatorname{First}(X) \setminus \{\epsilon\}) \cup \operatorname{First}(\beta) & \epsilon \in L(X) \end{cases}$$

 $\alpha = X\beta$ 

最后, 如果  $\epsilon \in L(\alpha)$ , 则将  $\epsilon$  加入  $FIRST(\alpha)$ 。

```
prog : func_call | decl EOF;
func_call : ID '(' arg ')';
decl : 'int' ID optional_init ';' ;
arg : 'int' ID optional_init ;
optional_init
    : '=' ID # Init
            # NoInit
       int x = y; int x;
     f(int x = y) f(int x)
```

(1) 
$$X \to Y$$

- (2)  $X \to a$
- (3)  $Y \to \epsilon$
- (4)  $Y \rightarrow c$
- (5)  $Z \to d$
- (6)  $Z \rightarrow XYZ$

$$(1) X \rightarrow Y$$

(2) 
$$X \rightarrow a$$

(3) 
$$Y \to \epsilon$$

(4) 
$$Y \rightarrow c$$

(5) 
$$Z \rightarrow d$$

(6) 
$$Z \to XYZ$$

$$FIRST(X) = \{a, c, \epsilon\}$$

$$FIRST(Y) = \{c, \epsilon\}$$

$$FIRST(Z) = \{a, c, d\}$$

$$FIRST(XYZ) = \{a, c, d\}$$

1: **procedure** FOLLOW(X)

```
1: procedure FOLLOW(X)
```

- 2: for X 是开始符号 do
- 3: Follow(X)  $\leftarrow$  Follow(X)  $\cup$  {\$}

▷ 规则 1: X 是开始符号

- for X 是开始符号 do ▶ 规则 1: X 是开始符号 2:  $Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup \{\$\}$ 3:
- for  $A \to \alpha X$  do ▷ 规则 2: X 是某产生式右部的最后一个符号 4:  $Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup Follow(A)$ 5:

1: procedure FOLLOW(X)

```
1: procedure FOLLOW(X)
      for X 是开始符号 do
                                               ▶ 规则 1: X 是开始符号
2:
          Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup \{\$\}
3:
      for A \to \alpha X do ▷ 规则 2: X 是某产生式右部的最后一个符号
4:
          Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup Follow(A)
5:
      for A \to \alpha X \beta do ▷ 规则 3: X 是某产生式右部中间的一个符号
6:
          Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup (First(\beta) \setminus \{\epsilon\})
7:
          if \epsilon \in \text{First}(\beta) then
8:
             Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup Follow(A)
9:
```

```
1: procedure FOLLOW(X)
      for X 是开始符号 do
                                               ▶ 规则 1: X 是开始符号
2:
          Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup \{\$\}
3:
      for A \to \alpha X do ▷ 规则 2: X 是某产生式右部的最后一个符号
4:
          Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup Follow(A)
5:
      for A \to \alpha X \beta do ▷ 规则 3: X 是某产生式右部中间的一个符号
6:
          Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup (First(\beta) \setminus \{\epsilon\})
7:
          if \epsilon \in \text{First}(\beta) then
8:
             Follow(X) \leftarrow Follow(X) \cup Follow(A)
9:
```

不断应用上面的规则, 直到每个 Follow(X) 都不再变化 (不动点!!!)

```
prog : func_call | decl EOF;
func_call : ID '(' arg ')';
decl : 'int' ID optional_init ';' ;
arg : 'int' ID optional_init ;
optional_init
    : '=' ID # Init
            # NoInit
       int x = y; int x;
     f(int x = y) f(int x)
```

(1) 
$$X \to Y$$

- (2)  $X \to a$
- (3)  $Y \to \epsilon$
- (4)  $Y \rightarrow c$
- (5)  $Z \to d$
- (6)  $Z \rightarrow XYZ$

$$(1) X \rightarrow Y$$

(2) 
$$X \to a$$

(3) 
$$Y \to \epsilon$$

(4) 
$$Y \rightarrow c$$

(5) 
$$Z \rightarrow d$$

(6) 
$$Z \to XYZ$$

$$\begin{aligned} & \operatorname{Follow}(X) = \{a, c, d, \$\} \\ & \operatorname{Follow}(Y) = \{a, c, d, \$\} \\ & \operatorname{Follow}(Z) = \emptyset \end{aligned}$$

如何根据First 与 Follow 集合计算给定文法 G 的预测分析表?

# 如何根据First 与 Follow 集合计算给定文法 G 的预测分析表?

对应每条产生式  $A \rightarrow \alpha$  与终结符 t, 如果

$$t \in \text{First}(\alpha)$$
 (1)

$$\alpha \stackrel{*}{\Rightarrow} \epsilon \wedge t \in \text{Follow}(A) \tag{2}$$

则在表格 [A,t] 中填入  $A \rightarrow \alpha$  (编号)。

# 如何根据First 与 Follow 集合计算给定文法 G 的预测分析表?

对应每条产生式  $A \rightarrow \alpha$  与终结符 t, 如果

$$t \in \text{First}(\alpha)$$
 (1)

$$\alpha \stackrel{*}{\Rightarrow} \epsilon \wedge t \in \text{Follow}(A) \tag{2}$$

则在表格 [A,t] 中填入  $A \rightarrow \alpha$  (编号)。

## Definition (LL(1) 文法)

如果文法 G 的预测分析表是无冲突的, 则 G 是 LL(1) 文法。

$$t \in \text{First}(\alpha)$$
 (1)

$$\epsilon \in \text{First}(\alpha) \land t \in \text{Follow}(A)$$
 (2)

当下的选择未必正确, 但此刻"你别无选择"。

$$(1) X \rightarrow Y$$

(2) 
$$X \to a$$

(3) 
$$Y \to \epsilon$$

(4) 
$$Y \rightarrow c$$

(5) 
$$Z \to d$$

(6) 
$$Z \rightarrow XYZ$$

$$First(X) = \{a, c, \epsilon\}$$

$$First(Y) = \{c, \epsilon\}$$

$$First(Z) = \{a, c, d\}$$

$$FIRST(XYZ) = \{a, c, d\}$$

$$Follow(X) = \{a, c, d, \$\}$$

$$Follow(Y) = \{a, c, d, \$\}$$

$$\operatorname{Follow}(Z) = \emptyset$$

	a	c	d	\$
X	1, 2	1	1	1
Y	3	3, 4	3	3
Z	6	6	5, 6	

# LL(1) 语法分析器

L: 从左向右 (left-to-right) 扫描输入

L: 构建最左 (leftmost) 推导

1: 只需向前看一个输入符号便可确定使用哪条产生式

O You

Please write a 10-line poem about the LL(1) paring algorithm, each line consisting of at least 5 words.

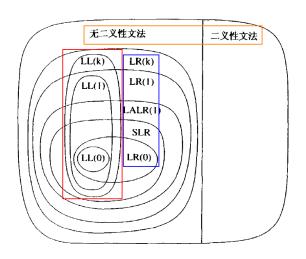
# ChatGPT

In LL(1)'s world, symbols dance,
Predictive tables guide its chance.
Look-ahead of one, it seeks,
Grammar's rules, it carefully peeks.
Leftmost derivation, its creed,
Parsing paths, it does lead.
With clarity, it parses bright,

Syntax trees, it brings to light.

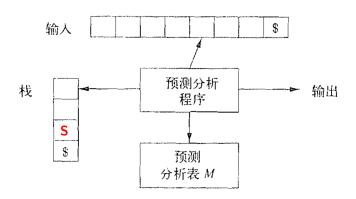
LL(1) parsing, a graceful art.





What is LL(0)?

# 非递归的预测分析算法



## 非递归的预测分析算法

```
设置 in 使它指向 w的第一个符号, 其中 in 是输入指针;
令 X = 栈顶符号;
while ( X ≠ $ ) { /* 栈非空 */
    else if (X是一个终结符号) error();
    else if (M[X,a] 是一个报错条目) error();
    else if (M[X,a] = X \rightarrow Y_1Y_2 \cdots Y_k)
         输出产生式X \to Y_1Y_2 \cdots Y_k;
        弹出栈顶符号;
        将 Y_k, Y_{k-1}, \ldots, Y_1 压入栈中,其中 Y_1 位于栈顶。
```

不是 LL(1) 文法怎么办?

# 不是 LL(1) 文法怎么办?

# 改造它

# 不是 LL(1) 文法怎么办?

改造它

消除左递归 提取左公因子

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{num}$$

$$E 
ightarrow E + T \mid E - T \mid T$$
  $T 
ightarrow T * F \mid T/F \mid F$   $F 
ightarrow (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{num}$ 

#### E 在**不消耗任何词法单元**的情况下, 直接递归调用 E, 造成**死循环**

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{num}$$

$$E
ightarrow E+T\mid E-T\mid T$$
  $T
ightarrow T*F\mid T/F\mid F$   $F
ightarrow (E)\mid {f id}\mid {f num}$ 

#### E 在**不消耗任何词法单元**的情况下, 直接递归调用 E, 造成**死循环**

$$E \rightarrow E + E \mid E - E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid id \mid num$$

$$E 
ightarrow E + T \mid E - T \mid T$$
  $T 
ightarrow T * F \mid T/F \mid F$   $F 
ightarrow (E) \mid \mathbf{id} \mid \mathbf{num}$ 

FIRST
$$(E+T)$$
  $\cap$  FIRST $(T) \neq \emptyset$ 
不是  $LL(1)$  文法

#### 改写成"右递归"文法

$$E \to TE'$$

$$E' \rightarrow + TE' \mid \epsilon$$

$$T \to FT'$$

$$T' \to *FT' \mid \epsilon$$

$$F \to (E) \mid \mathbf{id}$$

#### 改写成"右递归"文法

$$E o TE'$$
 $E' o + TE' \mid \epsilon$ 
 $T o FT'$ 
 $T' o * FT' \mid \epsilon$ 
 $F o (E) \mid \mathbf{id}$ 

FIRST
$$(F) = \{(, id)\}$$
  
FIRST $(T) = \{(, id)\}$   
FIRST $(E) = \{(, id)\}$   
FIRST $(E') = \{+, \epsilon\}$   
FIRST $(T') = \{*, \epsilon\}$ 

Follow(
$$E$$
) = Follow( $E'$ ) = {), \$}  
Follow( $T$ ) = Follow( $T'$ ) = {+, ), \$}  
Follow( $F$ ) = {+, \*, ), \$}

#### 改写成"右递归"文法

$$E o TE'$$

$$E' o + TE' \mid \epsilon$$

$$T o FT'$$

$$T' o * FT' \mid \epsilon$$

$$F o (E) \mid \mathbf{id}$$

$$F o (E) \mid \mathbf{id}$$

$$E o TE'$$

$$E o TE'$$

$$E o TE'$$

$$E o TE'$$

$$E' o TE'$$

$$E' o TE'$$

$$E' o TE'$$

$$T' o \epsilon$$

$$T' o \epsilon$$

$$T' o \epsilon$$

$$F o (E) \mid \mathbf{id}$$

FIRST
$$(F) = \{(, id)\}$$
  
FIRST $(T) = \{(, id)\}$   
FIRST $(E) = \{(, id)\}$ 

$$FIRST(E') = \{+, \epsilon\}$$

$$FIRST(T') = \{*, \epsilon\}$$

$$Follow(E) = Follow(E') = \{), \$\}$$

$$Follow(T) = Follow(T') = \{+, \}, \}$$

$$Follow(F) = \{+, *, ), \$\}$$

## 直接左递归 (Direct Left Recursion)

$$A \to A\alpha \mid \beta$$

$$A \to \beta A'$$
 
$$A' \to \alpha A' \mid \epsilon$$

$$A \to A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \dots A\alpha_m \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \beta_n$$

其中,  $\beta_i$  都不以 A 开头

$$A \to \beta_1 A' \mid \beta_2 A' \mid \dots \mid \beta_n A'$$

$$A' \to \alpha_1 A' \mid \alpha_2 A' \mid \dots \mid \alpha_m A' \mid \epsilon$$

# 间接左递归 (Indirect Left Recursion)

$$S \rightarrow Ac \mid c$$

$$A \rightarrow Bb \mid b$$

$$B \rightarrow Sa \mid a$$

$$S \implies Ac \implies Bbc \implies Sabc$$

## 间接左递归 (Indirect Left Recursion)

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \to Bb \mid b$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$S \implies Ac \implies Bbc \implies Sabc$$

$$A_i \to A_j \alpha \implies i < j$$

## 间接左递归 (Indirect Left Recursion)

$$S \rightarrow Ac \mid c$$
 $A \rightarrow Bb \mid b$ 
 $B \rightarrow Sa \mid a$ 

$$S \implies Ac \implies Bbc \implies Sabc$$

$$A_i \to A_j \alpha \implies i < j$$

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \to Bb \mid b$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \to Bb \mid b$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$\rightarrow (Ac \mid c)a \mid a$$

$$\rightarrow$$
  $Aca \mid ca \mid a$ 

$$\rightarrow (Bb\mid b)ca\mid ca\mid a$$

$$\rightarrow {\color{red}Bbca}\mid bca\mid ca\mid a$$

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \rightarrow Bb \mid b$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$\rightarrow (Ac \mid c)a \mid a$$

$$\rightarrow$$
 Aca | ca | a

$$\rightarrow (Bb \mid b)ca \mid ca \mid a$$

$$\rightarrow Bbca \mid bca \mid ca \mid a$$

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \to Bb \mid b$$

$$B \to (bca \mid ca \mid a)B'$$

$$B' \to bcaB' \mid \epsilon$$

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \rightarrow Bb \mid b$$

$$B \to Sa \mid a$$

$$B \to Sa \mid a$$
$$\to (Ac \mid c)a \mid a$$

$$\rightarrow Aca \mid ca \mid a$$

$$\rightarrow (Bb\mid b)ca\mid ca\mid a$$

$$\rightarrow Bbca \mid bca \mid ca \mid a$$

$$S \to Ac \mid c$$

$$A \rightarrow Bb \mid b$$

$$B \to (bca \mid ca \mid a)B'$$

$$B' \to bcaB' \mid \epsilon$$

$$A_i \to A_j \alpha \implies i < j$$

## 算法要求:

文法中不存在环 (形如  $A \stackrel{*}{\Rightarrow} A$  的推导)

文法中不存在  $\epsilon$  产生式 (形如  $A \rightarrow \epsilon$  的产生式)

#### 算法要求:

文法中不存在环 (形如  $A \stackrel{*}{\Rightarrow} A$  的推导)

文法中不存在  $\epsilon$  产生式 (形如  $A \rightarrow \epsilon$  的产生式)

$$S \to Aa \mid b$$

$$A \to Ac \mid Sb \mid \epsilon$$

## 提取左公因子 (Left-Factoring)

```
/*
      decl : 'int' ID ';'
9
            | 'int' ID '=' ID ';'
      */
      decl : 'int' ID optional_init ';' ;
13
14
      optional_init
           : '=' ID # Init
                    # NoInit
18
19
      /*
      decl : 'int' ID ('=' ID)? ';'
      */
```

## ANTLR 4 可以处理有左公因子的文法

```
stat : 'if' expr 'then' stat
    | 'if' expr 'then' stat 'else' stat
    | expr
    ;
    ;
    expr : ID;
```

## 很明显, 提取左公因子无助于消除文法二义性

# Thank You!



Office 926 hfwei@nju.edu.cn