二、语法分析
(5. $LR0$ 语法分析器)

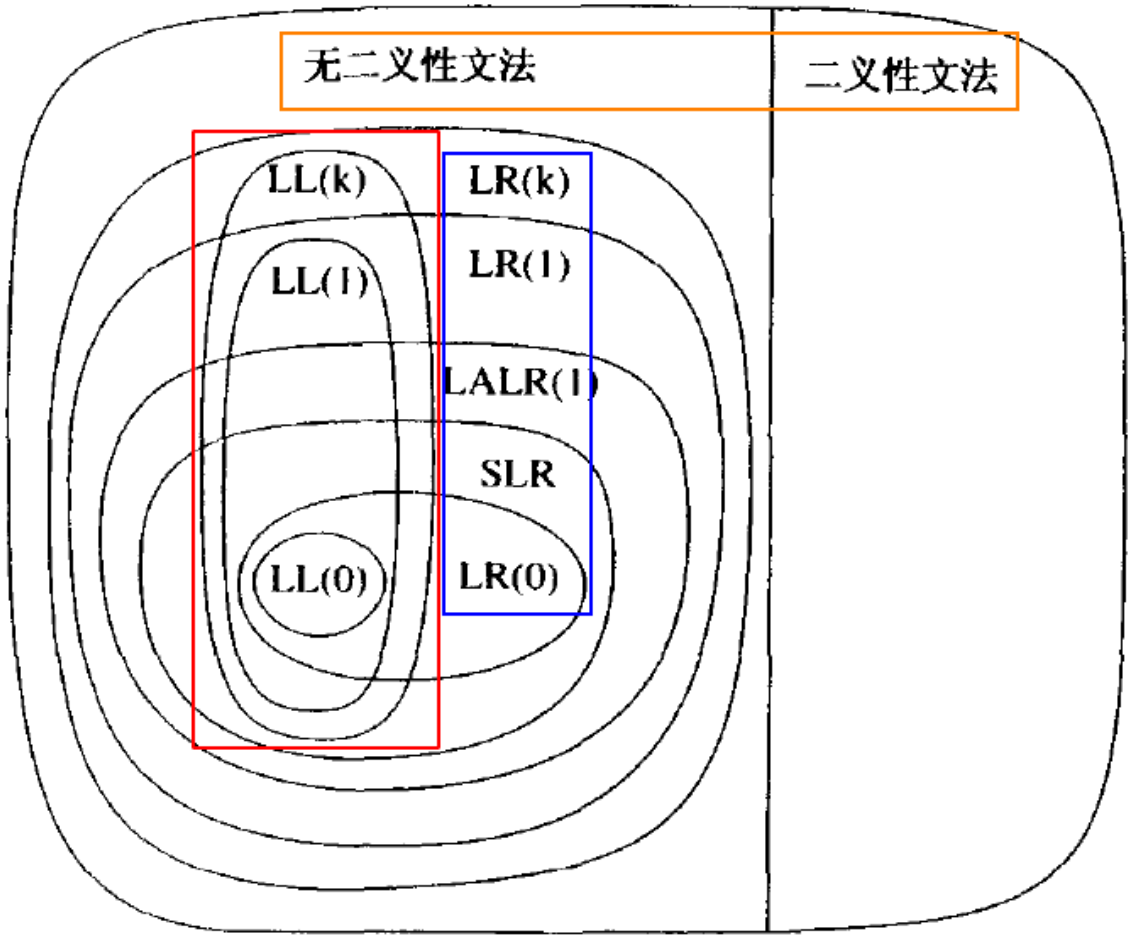
魏恒峰

hfwei@nju.edu.cn

2023 年 05 月 24 日

只考虑**无二义性**的文法

这意味着, 每个句子对应唯一的一棵语法分析树



今日主题: LR **语法分析器**

自顶向下的、

递归下降的、

预测分析的、

适用于$LL(1)$ **文法**的、

$LL(1)$ 语法分析器

$LL(k)$ 的**弱点**:

在仅看到右部的前 k 个词法单元时就必须预测要使用哪条产生式

$LL(k)$ 的**弱点**:

在仅看到右部的前 k 个词法单元时就必须预测要使用哪条产生式

$LR(k)$ 的**优点**:

看到与正在考虑的这个产生式的整个右部对应的词法单元之后再决定

自底向上的、

不断归约的、

基于句柄识别自动机的、

适用于LR **文法**的、

LR 语法分析器

自底向上构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

叶节点是词法单元流 $w\$$

仅包含终结符号与特殊的**文件结束符** $\$$

自底向上构建语法分析树

根节点是文法的起始符号 S

每个**中间非终结符节点**表示**使用它的某条产生式进行归约**

叶节点是词法单元流 $w\$$

仅包含终结符号与特殊的**文件结束符** $\$$

自顶向下的“推导”与自底向上的“归约”

$$E \underset{\text{rm}}{\Longrightarrow} T \underset{\text{rm}}{\Longrightarrow} T * F \underset{\text{rm}}{\Longrightarrow} T * \mathbf{id} \underset{\text{rm}}{\Longrightarrow} F * \mathbf{id} \underset{\text{rm}}{\Longrightarrow} \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

(1) $E \to E + T$

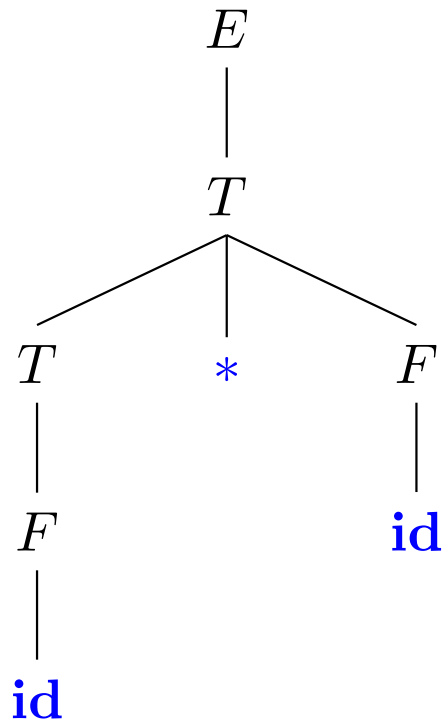
(2) $E \to T$

(3) $T \to T * F$

(4) $T \to F$

(5) $F \to (E)$

(6) $F \to \mathbf{id}$



$w = \mathbf{id} * \mathbf{id}$

$$E \Longleftarrow T \Longleftarrow T * F \Longleftarrow T * \mathbf{id} \Longleftarrow F * \mathbf{id} \Longleftarrow \mathbf{id} * \mathbf{id}$$

“推导” $(A \to \alpha)$ 与 “归约” $(A \leftarrow \alpha)$

$$S \triangleq \gamma_0 \Longrightarrow \ldots \gamma_{i-1} \Longrightarrow \gamma_i \Longrightarrow \gamma_{r+1} \Longrightarrow \cdots \Longrightarrow r_n = w$$

$$S \triangleq \gamma_0 \Longleftarrow \ldots \gamma_{i-1} \Longleftarrow \gamma_i \Longleftarrow \gamma_{r+1} \Longleftarrow \cdots \Longleftarrow r_n = w$$

自底向上语法分析器为输入构造**反向推导**

LR 语法分析器

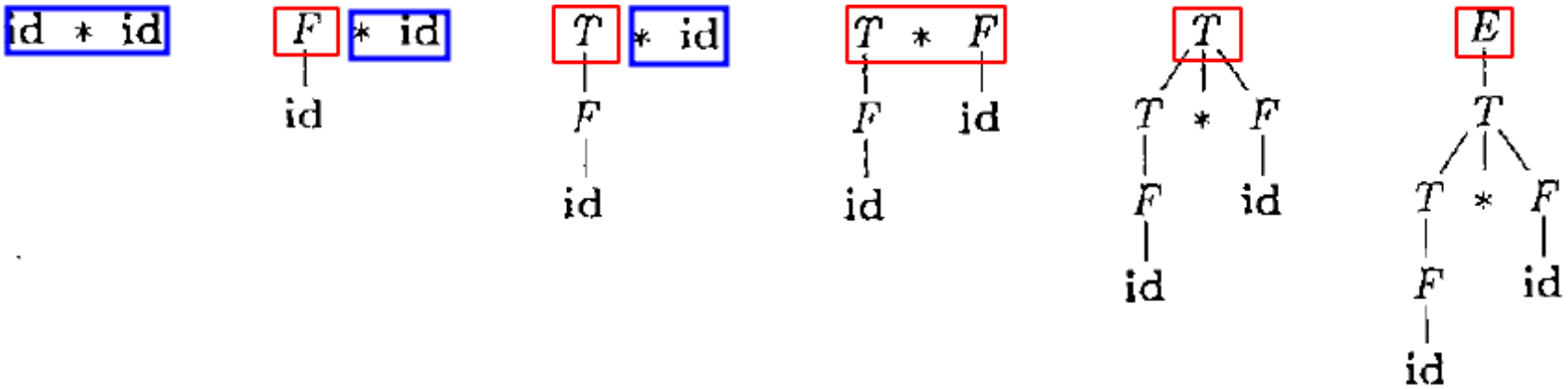
L：**从左向右** (Left-to-right) 扫描输入

R：构建**反向** (Reverse) **最右** (Rightmost) 推导

“反向最右推导”与“从左到右扫描”相一致

LR 语法分析器的状态

在任意时刻, 语法分析树的**上边缘**与**剩余的输入**构成当前句型



$$E \Longleftarrow T \Longleftarrow T*F \Longleftarrow T*\mathbf{id} \Longleftarrow F*\mathbf{id} \Longleftarrow \mathbf{id}*\mathbf{id}$$

LR 语法分析器使用**栈**存储语法分析树的**上边缘**

它包含了语法分析器目前所知的所有信息

演示 “栈” 上操作

(1) $E \to E + T$

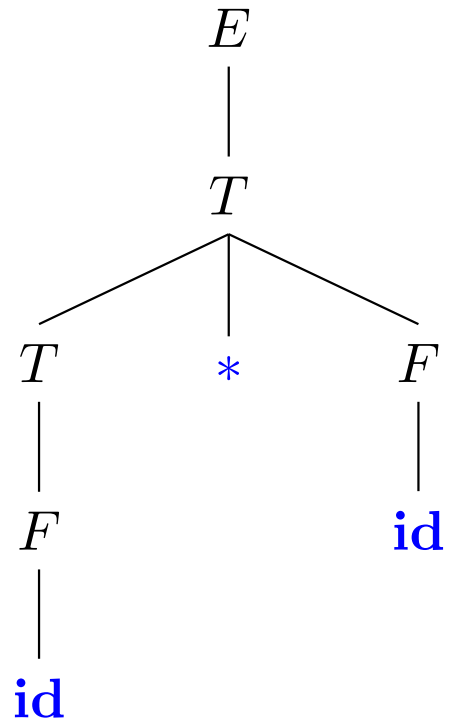
(2) $E \to T$

(3) $T \to T * F$

(4) $T \to F$

(5) $F \to (E)$

(6) $F \to \mathbf{id}$



$w = \mathbf{id} * \mathbf{id}$

两大操作: **移入输入符号** 与 **按产生式归约**

直到栈中仅剩开始符号 E, 且输入已结束, 则成功停止

基于栈的 LR 语法分析器

Q_1：何时归约? (何时移入?)

Q_2：按哪条产生式进行归约?

基于栈的 LR 语法分析器

(1) $E \to E + T$

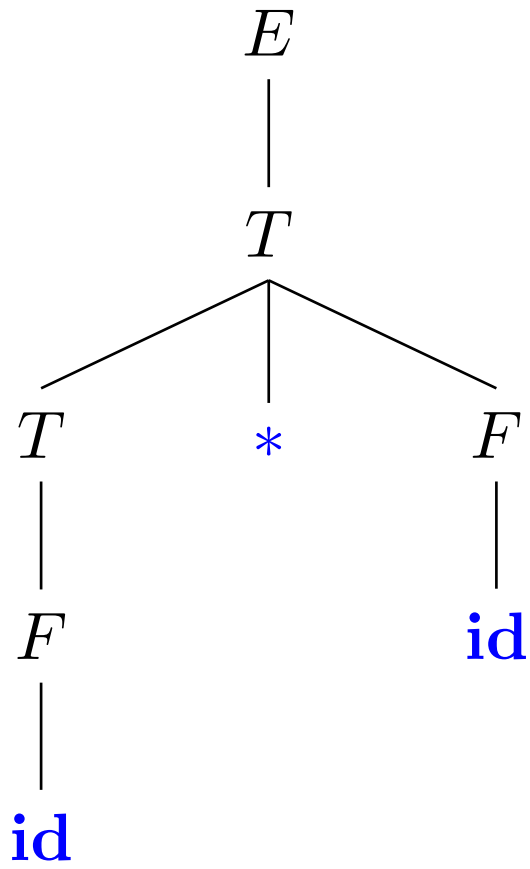
(2) $E \to T$

(3) $T \to T * F$

(4) $T \to F$

(5) $F \to (E)$

(6) $F \to \mathbf{id}$



为什么第二个 F 以 $T * F$ 整体被归约为 T?

这与**栈**的当前状态 "$T * F$" 相关

LR (实际为 SLR) 分析表指导 LR 语法分析器

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

在**当前状态 (编号)**下, 面对**当前文法符号**时, 该采取什么**动作**

ACTION 表指明动作, GOTO 表仅用于归约时的状态转换

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

sn	移入输入符号, 并进入**状态** n
rk	使用k **号产生式**进行归约
gn	转换到**状态** n
acc	成功接受, 结束
空白	错误

演示“栈”上操作：移入与归约

(1) $E \to E + T$

(2) $E \to T$

(3) $T \to T * F$

(4) $T \to F$

(5) $F \to (E)$

(6) $F \to \mathbf{id}$

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

$w = \mathbf{id} * \mathbf{id\$}$

栈中存储语法分析器的**状态 (编号)**，“编码”了语法分析树的上边缘

```
1:  procedure LR()
2:      PUSH(S, s_0)                                  ▷ 或 PUSH(S, $_{s_0})
3:      token ← NEXT-TOKEN()
4:      while (1) do
5:          s ← TOP(S)
6:          if ACTION[s, token] = s_i then            ▷ 移入
7:              PUSH(S, i)                            ▷ 或 PUSH(S, token_{s_i})
8:              token ← NEXT-TOKEN()
9:          else if ACTION[s, token] = r_j then       ▷ 归约; j : A → α
10:             |α| 次 POP(S)
11:             s ← TOP(S)
12:             PUSH(S, GOTO[s, A])   ▷ 转换状态; 或 PUSH(S, A_{GOTO[s,A]})
13:         else if ACTION[s, token] = acc then       ▷ 接受
14:             break
15:         else
16:             ERROR(...)
```

如何构造 LR 分析表?

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

在**当前状态 (编号)**下, 面对**当前文法符号**时, 该采取什么**动作**

状态是什么？如何跟踪状态？

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

状态是语法分析树的上边缘, 存储在栈中

何时归约？使用哪条产生式进行归约？

状态	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	s5			s4			1	2	3
1		s6				acc			
2		r2	s7		r2	r2			
3		r4	r4		r4	r4			
4	s5			s4			8	2	3
5		r6	r6		r6	r6			
6	s5			s4				9	3
7	s5			s4					10
8		s6			s11				
9		r1	s7		r1	r1			
10		r3	r3		r3	r3			
11		r5	r5		r5	r5			

必要条件： 当前状态中，已观察到某个产生式的完整右部

何时归约？使用哪条产生式进行归约？

Definition (句柄 (Handle))

在输入串的 (唯一) 反向最右推导中, **如果**下一步是逆用产生式 $A \to \alpha$ 将 α 归约为 A, 则称 α 是当前句型的**句柄**。

最右句型	句柄	归约用的产生式
$\mathbf{id}_1 * \mathbf{id}_2$	$\mathbf{id}_1$	$F \to \mathbf{id}$
$F * \mathbf{id}_2$	F	$T \to F$
$T * \mathbf{id}_2$	$\mathbf{id}_2$	$F \to \mathbf{id}$
$T * F$	$T * F$	$T \to T * F$
T	T	$E \to T$

LR 语法分析器的关键就是高效**寻找每个归约步骤所使用的句柄**。

句柄可能在哪里？

Theorem

存在一种 LR 语法分析方法，保证**句柄总是出现在栈顶**。

句柄可能在哪里？

Theorem

存在一种 LR 语法分析方法，保证**句柄总是出现在栈顶**。

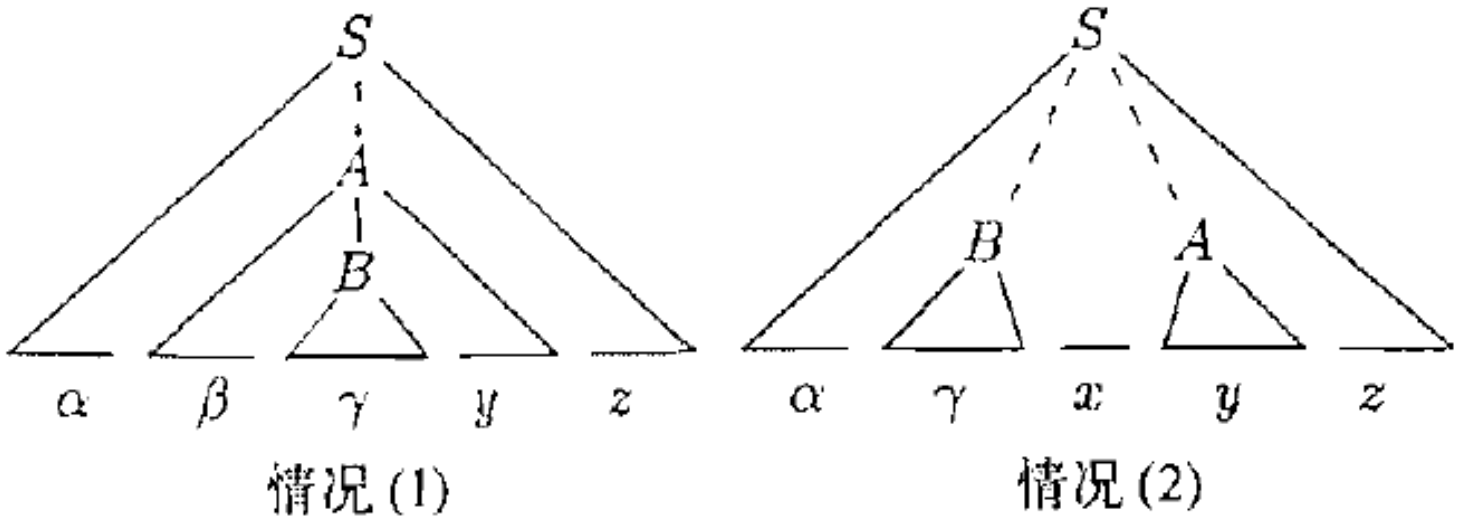


图 4-29　一个最右推导中两个连续步骤的两种情况

$$S \overset{*}{\underset{\text{rm}}{\Longrightarrow}} \alpha Az \overset{*}{\underset{\text{rm}}{\Longrightarrow}} \alpha\beta Byz \overset{*}{\underset{\text{rm}}{\Longrightarrow}} \alpha\beta\gamma yz \quad S \overset{*}{\underset{\text{rm}}{\Longrightarrow}} \alpha BxAz \overset{*}{\underset{\text{rm}}{\Longrightarrow}} \alpha Bxyz \overset{*}{\underset{\text{rm}}{\Longrightarrow}} \alpha\gamma xyz$$

Theorem

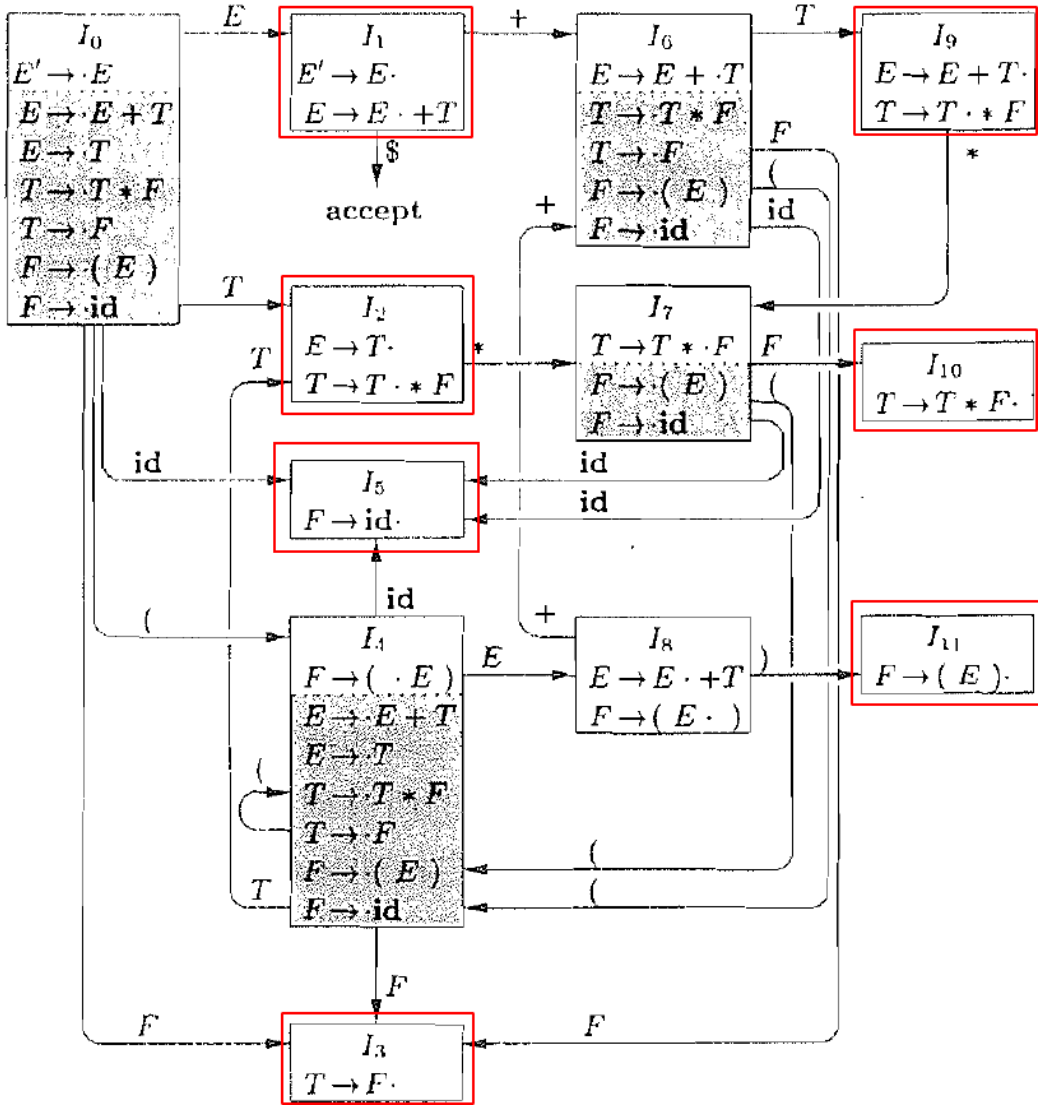
存在一种 LR 语法分析方法，保证**句柄总是出现在栈顶**。

Theorem

存在一种 LR 语法分析方法，保证**句柄总是出现在栈顶**。

设计一种满足“句柄总是出现在栈顶”性质的 LR 语法分析器。

$LR(0)$ 句柄识别有穷状态自动机 (Handle-Finding Automaton)



状态是什么?

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition ($LR(0)$ 项 (Item))

文法 G 的一个 $LR(0)$ **项**是 G 的某个产生式加上一个位于体部的**点**。

项指明了语法分析器已经观察到了某个产生式的某个前缀

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition ($LR(0)$ 项 (Item))

文法 G 的一个 $LR(0)$ **项**是 G 的某个产生式加上一个位于体部的**点**。

项指明了语法分析器已经观察到了某个产生式的某个前缀

$$A \to XYZ$$

$$[A \to \cdot XYZ]$$

$$[A \to X \cdot YZ]$$

$$[A \to XY \cdot Z]$$

$$[A \to XYZ \cdot]$$

(产生式 $A \to \epsilon$ 只有一个项 $[A \to \cdot]$)

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition (项集)

项集就是若干**项**构成的集合。

因此, 句柄识别自动机的一个**状态**可以表示为一个**项集**

状态刻画了“当前观察到的**针对所有产生式的右部的前缀**”

Definition (项集)

项集就是若干**项**构成的集合。

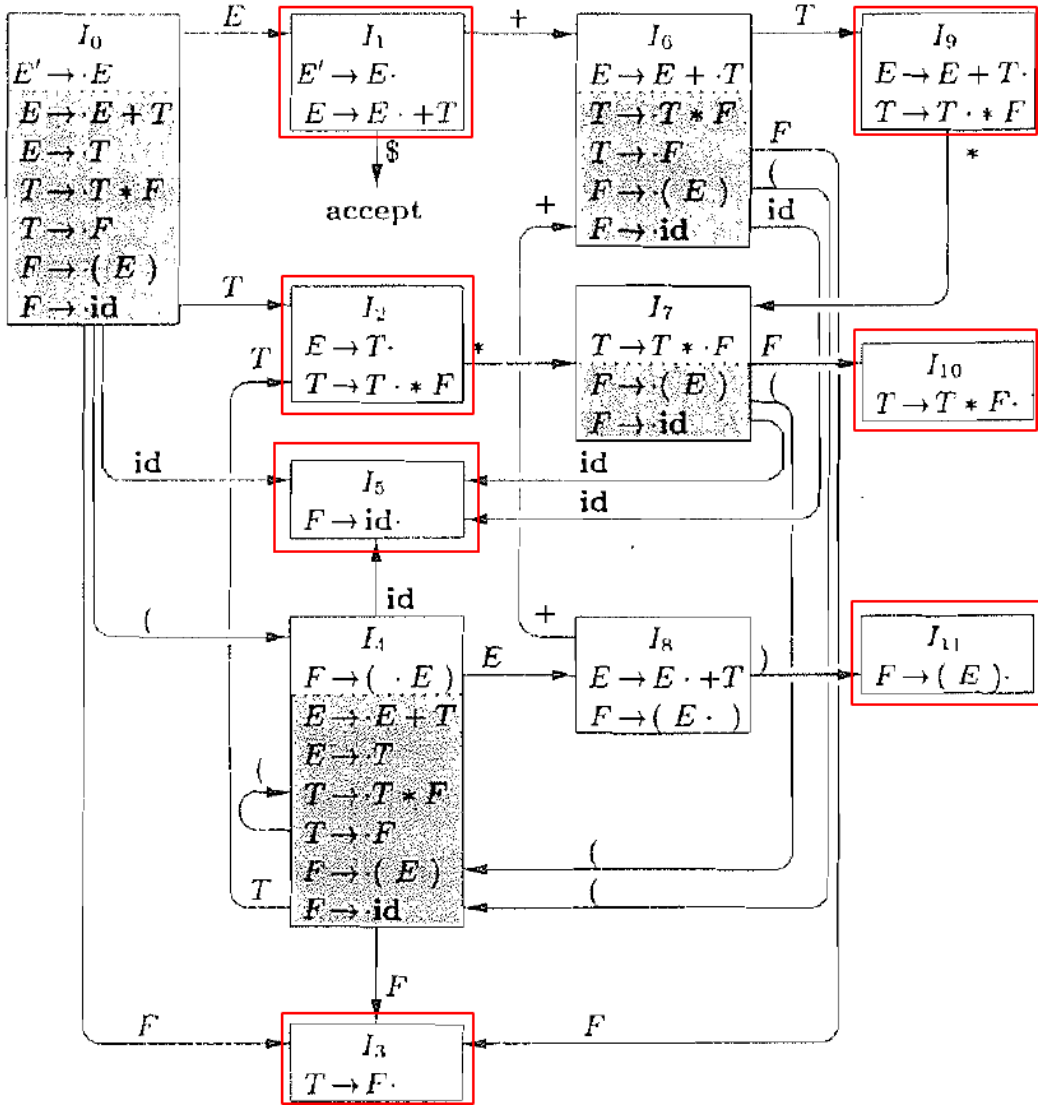
因此，句柄识别自动机的一个**状态**可以表示为一个**项集**

Definition (项集族)

项集族就是若干**项集**构成的集合。

因此，句柄识别自动机的**状态集**可以表示为一个**项集族**

$LR(0)$ 句柄识别自动机



项、项集、项集族

Definition (增广文法 (Augmented Grammar))

文法 G 的**增广文法** G' 是在 G 中加入产生式 $S' \to S$ 得到的文法。

目的: 告诉语法分析器何时停止分析并接受输入符号串

语法分析器当前栈中仅有 S 且**面对** \$,

要使用 $S' \to S$ **进行归约**时, 输入符号串被接受

$LR(0)$ 句柄识别自动机

初始状态是什么?

点指示了**栈顶**, 左边 (与路径) 是栈中内容, 右边是期望看到的文法符号串

(0) $E' \to E$

(1) $E \to E + T$

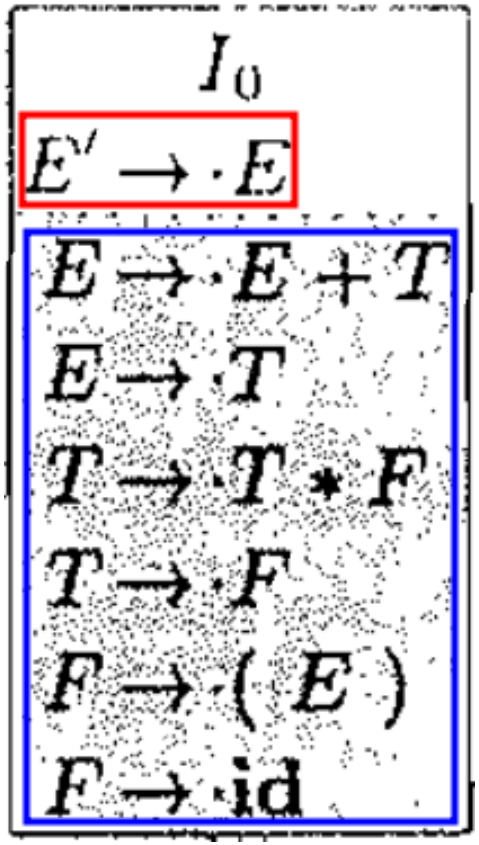
(2) $E \to T$

(3) $T \to T * F$

(4) $T \to F$

(5) $F \to (E)$

(6) $F \to \mathbf{id}$



CLOSURE($\{[E' \to \cdot E]\}$)

$$\boxed{\text{CLOSURE}(\{[E' \to \cdot E]\})}$$

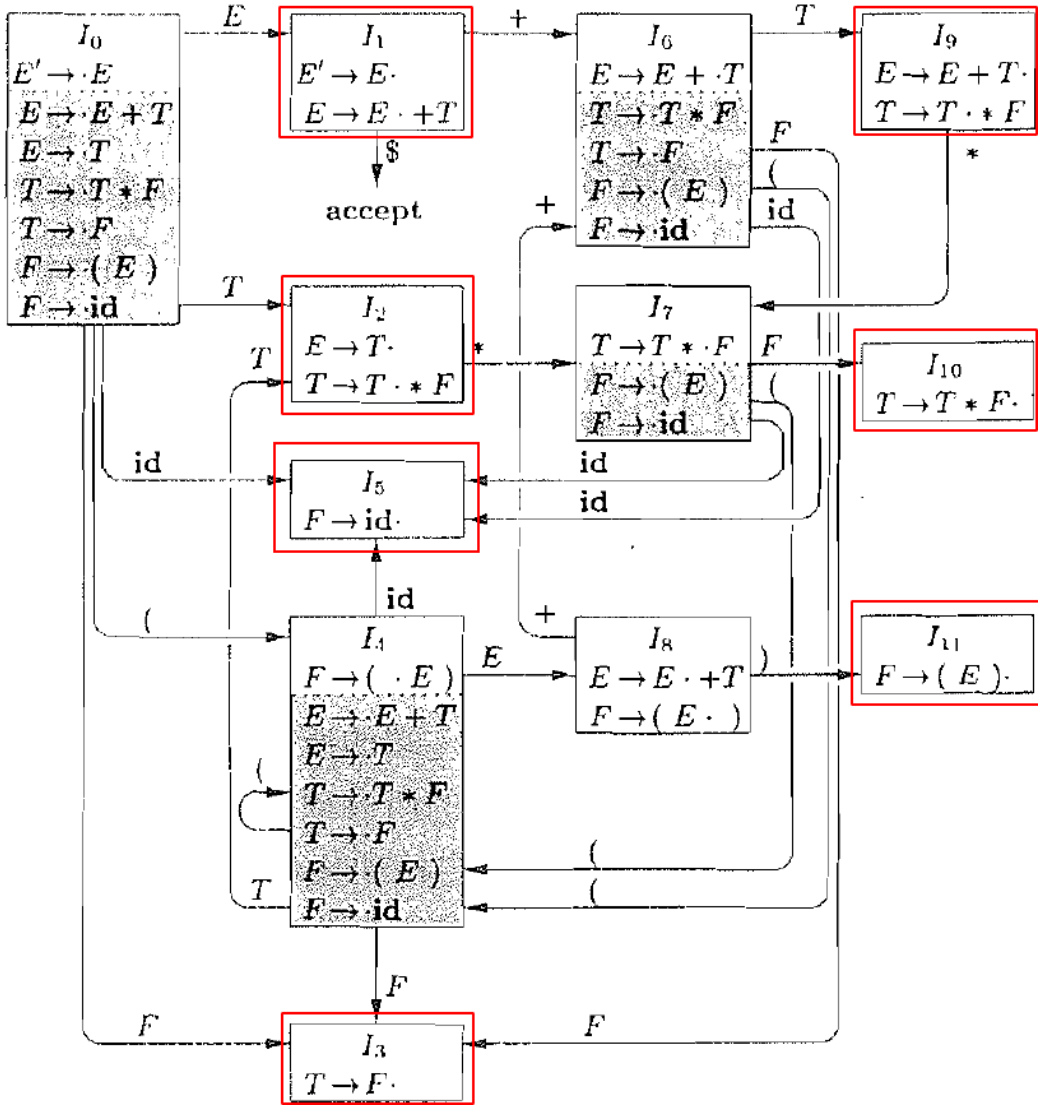
一开始, 栈为空, 期望输入是 E 可以展开得到的一个句子并以 \$ 结束。

输入以 E 开始, 意味着它可能以 E 的任何一个右部开始。

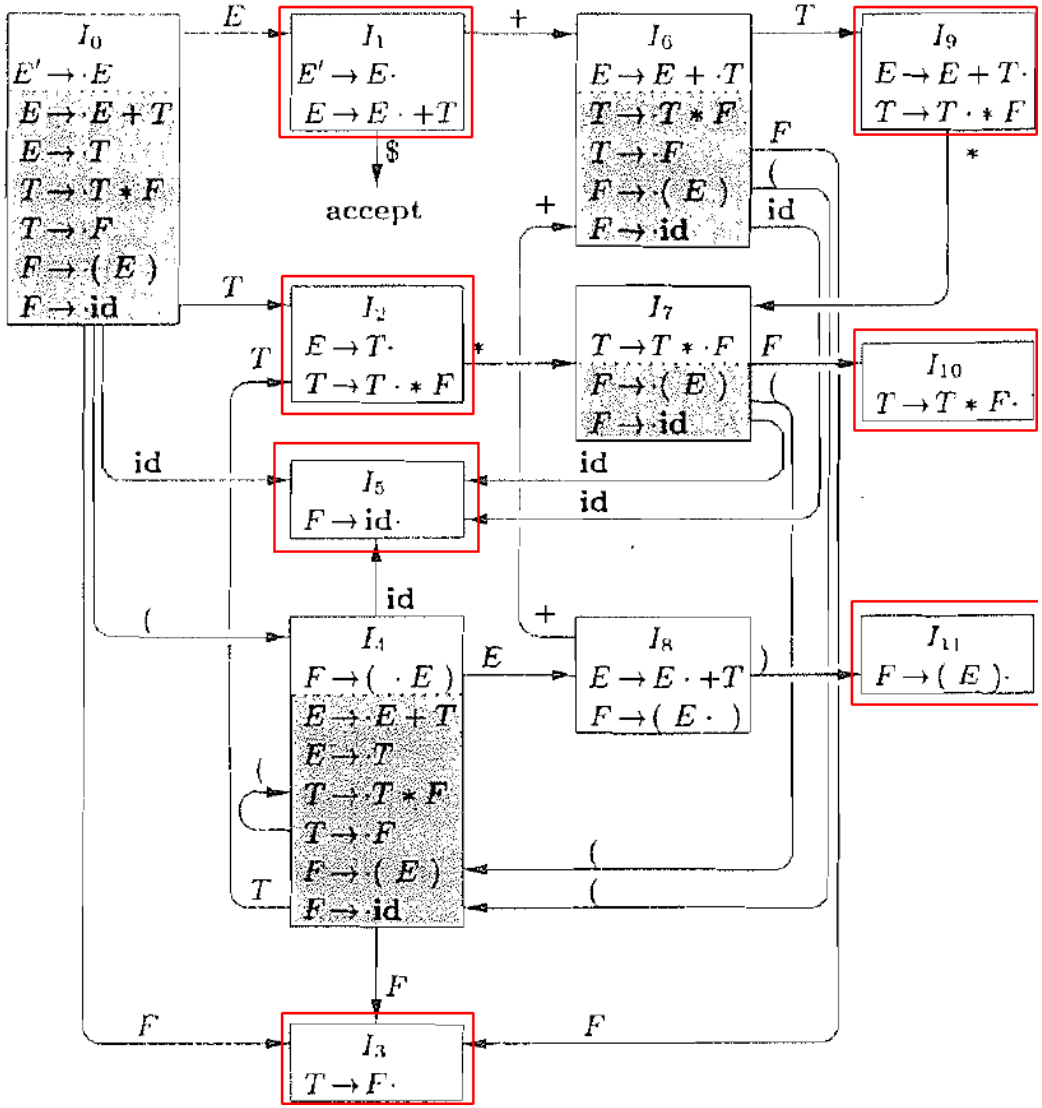
$LR(0)$ 句柄识别自动机

状态之间如何转移?

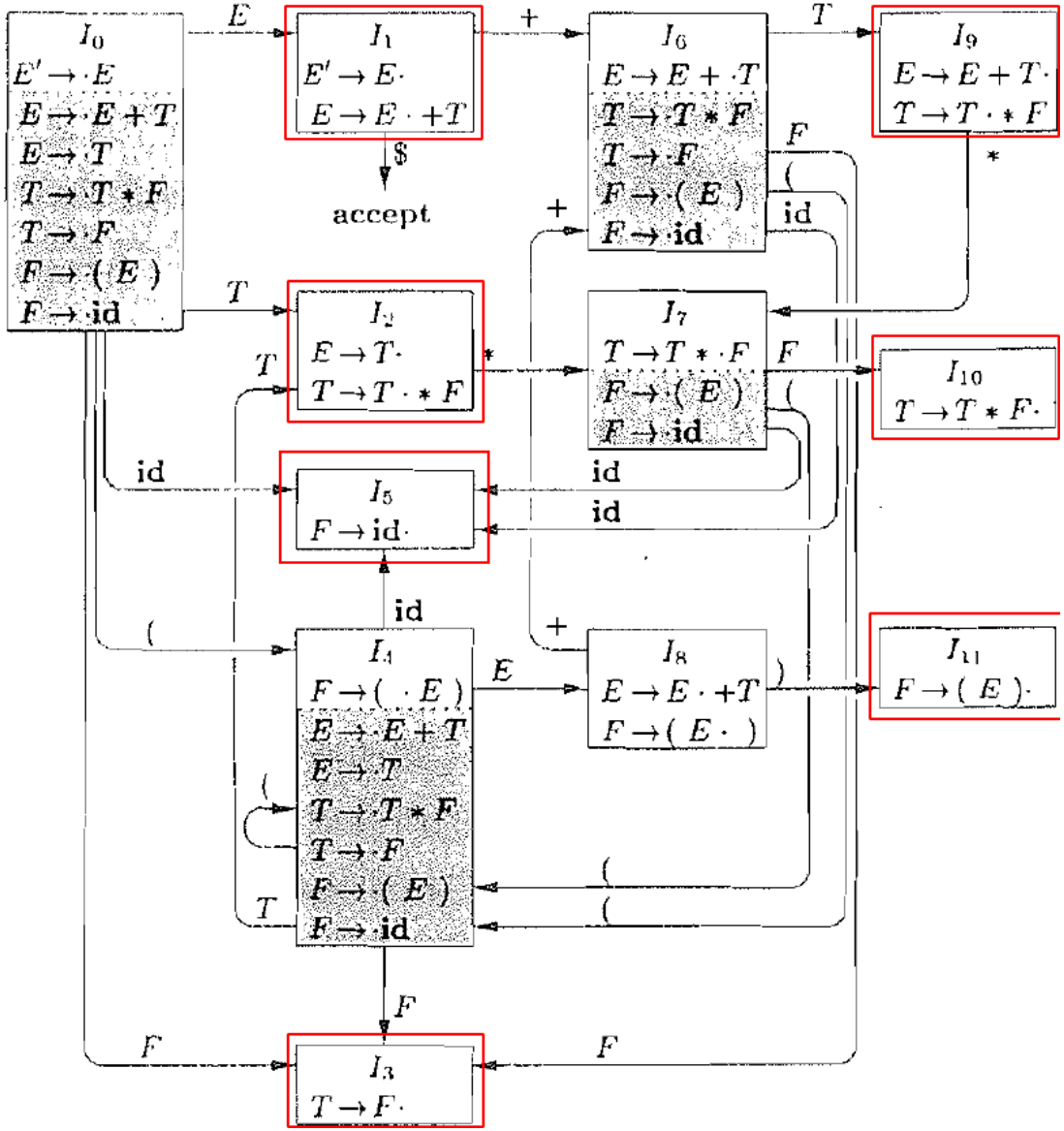
演示 $LR(0)$ 句柄识别自动机的构造过程



演示 $LR(0)$ **句柄识别自动机**的构造过程

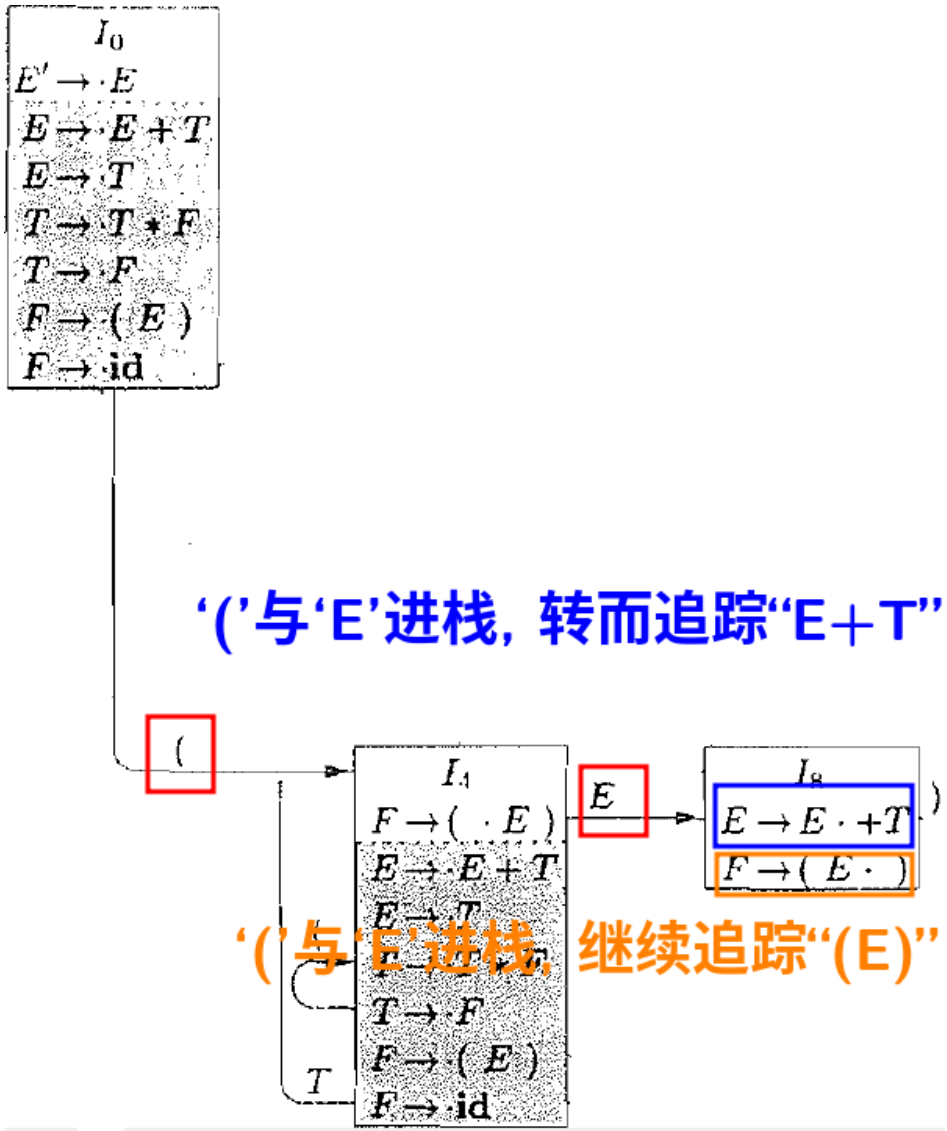


$$J = \text{GOTO}(I, X) = \text{CLOSURE}\left(\left\{[A \to \alpha X \cdot \beta] \middle| [A \to \alpha \cdot X \beta] \in I\right\}\right)$$



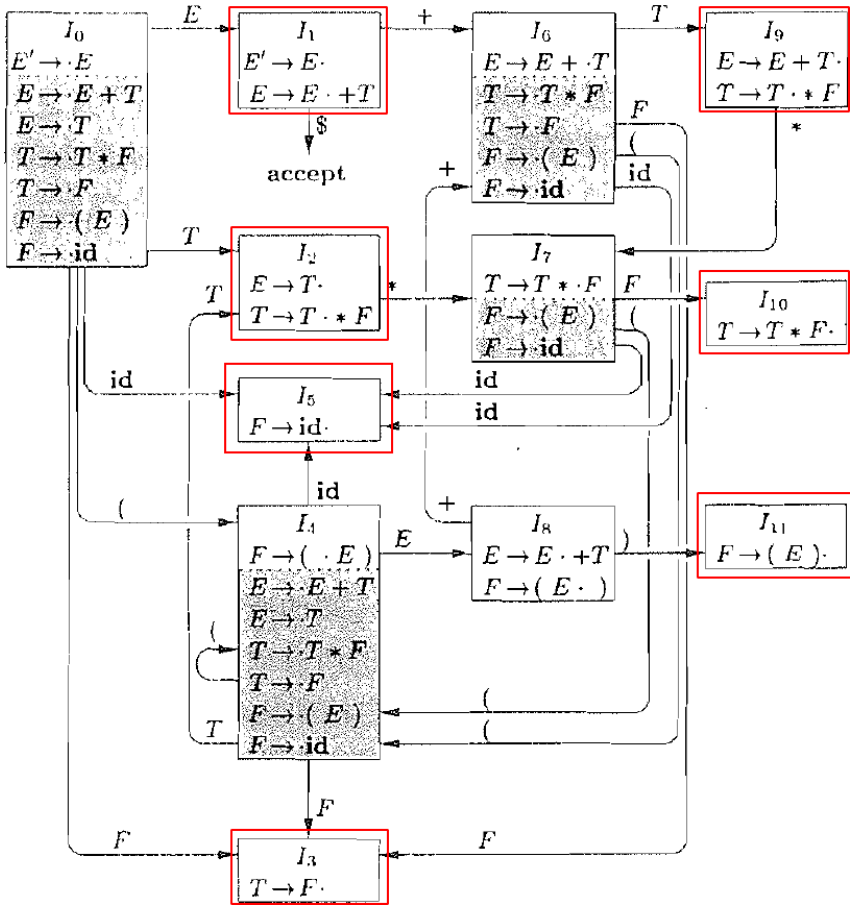
接受状态: $F = \{I \in C \mid \exists [A \to \alpha \cdot] \in I\}$

(此时, 产生式 $A \to \alpha$ 的完整右部出现在栈顶)



点指示了**栈顶**, 左边 (与路径) 是栈中内容, 右边是期望看到的文法符号串

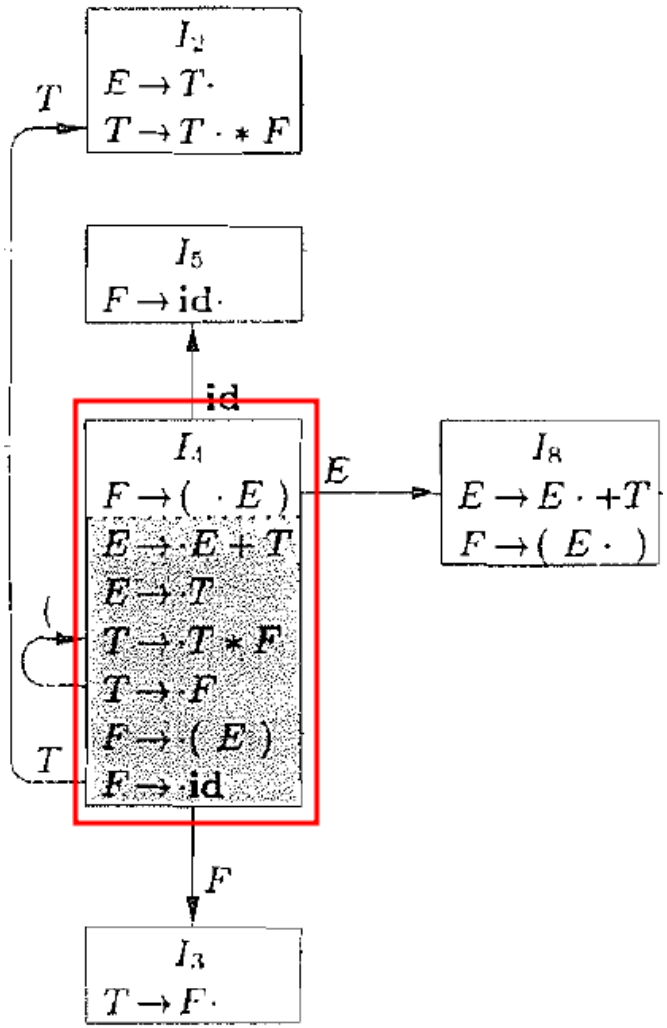
$LR(0)$ 分析表



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	$s5$			$s4$			$g1$	$g2$	$g3$
1		$s6$				acc			
2	$r2$	$r2$	$s7, r2$	$r2$	$r2$	$r2$			
3	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$			
4	$s5$			$s4$			$g8$	$g2$	$g3$
5	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$			
6	$s5$			$s4$				$g9$	$g3$
7	$s5$			$s4$					$g10$
8		$s6$			$s11$				
9	$r1$	$r1$	$s7, r1$	$r1$	$r1$	$r1$			
10	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$			
11	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$			

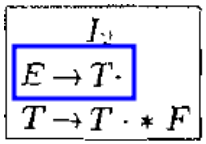
GOTO 函数被拆分成 ACTION 表 (针对终结符) 与 GOTO 表 (针对非终结符)

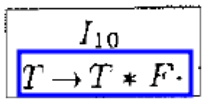
(1) $\text{GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	$s5$			$s4$			$g1$	$g2$	$g3$
1		$s6$				acc			
2	$r2$	$r2$	$s7, r2$	$r2$	$r2$	$r2$			
3	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$			
4	$s5$			$s4$			$g8$	$g2$	$g3$
5	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$			
6	$s5$			$s4$				$g9$	$g3$
7	$s5$			$s4$					$g10$
8		$s6$			$s11$				
9	$r1$	$r1$	$s7, r1$	$r1$	$r1$	$r1$			
10	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$			
11	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$			

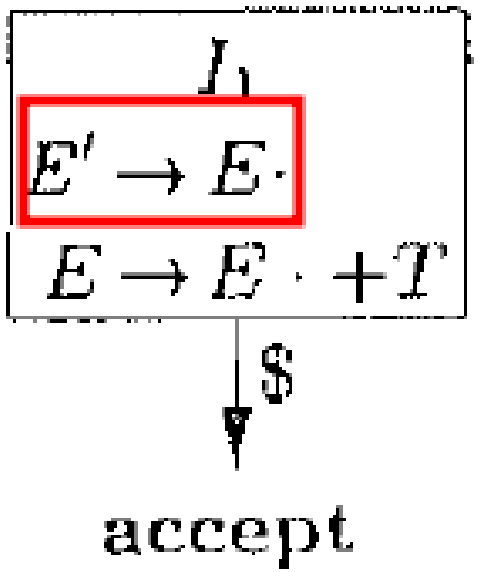
(2) $\text{GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in N \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$





	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	$s5$			$s4$			$g1$	$g2$	$g3$
1		$s6$				acc			
2	$r2$	$r2$	$s7, r2$	$r2$	$r2$	$r2$			
3	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$			
4	$s5$			$s4$			$g8$	$g2$	$g3$
5	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$			
6	$s5$			$s4$				$g9$	$g3$
7	$s5$			$s4$					$g10$
8		$s6$			$s11$				
9	$r1$	$r1$	$s7, r1$	$r1$	$r1$	$r1$			
10	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$			
11	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$			

(3) $[k : A \to \alpha\cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$\}.\ \text{ACTION}[i, t] = rk$



	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	$s5$			$s4$			$g1$	$g2$	$g3$
1		$s6$				acc			
2	$r2$	$r2$	$s7, r2$	$r2$	$r2$	$r2$			
3	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$			
4	$s5$			$s4$			$g8$	$g2$	$g3$
5	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$			
6	$s5$			$s4$				$g9$	$g3$
7	$s5$			$s4$					$g10$
8		$s6$			$s11$				
9	$r1$	$r1$	$s7, r1$	$r1$	$r1$	$r1$			
10	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$			
11	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$			

(4) $[S' \to S\cdot] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$

$LR(0)$ 分析表构造规则总结

(1) $\text{GOTO}(I_i, a) = I_j \wedge a \in T \implies \text{ACTION}[i, a] \leftarrow sj$

(2) $\text{GOTO}(I_i, A) = I_j \wedge A \in N \implies \text{GOTO}[i, A] \leftarrow gj$

(3) $[k : A \to \alpha\cdot] \in I_i \wedge A \neq S' \implies \forall t \in T \cup \{\$\}.\ \text{ACTION}[i, t] = rk$

(4) $[S' \to S\cdot] \in I_i \implies \text{ACTION}[i, \$] \leftarrow acc$

Definition ($LR(0)$ 文法)

如果文法 G 的$LR(0)$ **分析表**是**无冲突**的, 则 G 是 $LR(0)$ 文法。

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	$s5$			$s4$			$g1$	$g2$	$g3$
1		$s6$				acc			
2	$r2$	$r2$	$s7, r2$	$r2$	$r2$	$r2$			
3	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$			
4	$s5$			$s4$			$g8$	$g2$	$g3$
5	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$			
6	$s5$			$s4$				$g9$	$g3$
7	$s5$			$s4$					$g10$
8		$s6$			$s11$				
9	$r1$	$r1$	$s7, r1$	$r1$	$r1$	$r1$			
10	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$			
11	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$			

非 $LR(0)$ 分析表/文法

$LR(0)$ 分析表每一行 (状态) **所选用的归约产生式是相同的**

	ACTION						GOTO		
	id	+	*	(	)	$	E	T	F
0	$s5$			$s4$			$g1$	$g2$	$g3$
1		$s6$				acc			
2	$r2$	$r2$	$s7, r2$	$r2$	$r2$	$r2$			
3	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$	$r4$			
4	$s5$			$s4$			$g8$	$g2$	$g3$
5	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$	$r6$			
6	$s5$			$s4$				$g9$	$g3$
7	$s5$			$s4$					$g10$
8		$s6$			$s11$				
9	$r1$	$r1$	$s7, r1$	$r1$	$r1$	$r1$			
10	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$	$r3$			
11	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$	$r5$			

归约时不需要向前看, 这就是 "0" 的含义

$LR(0)$ 语法分析器

L：**从左向右** (Left-to-right) 扫描输入

R：构建**反向** (Reverse) **最右推导**

0：**归约**时无需向前看

$LR(0)$ 自动机与栈之间的互动关系

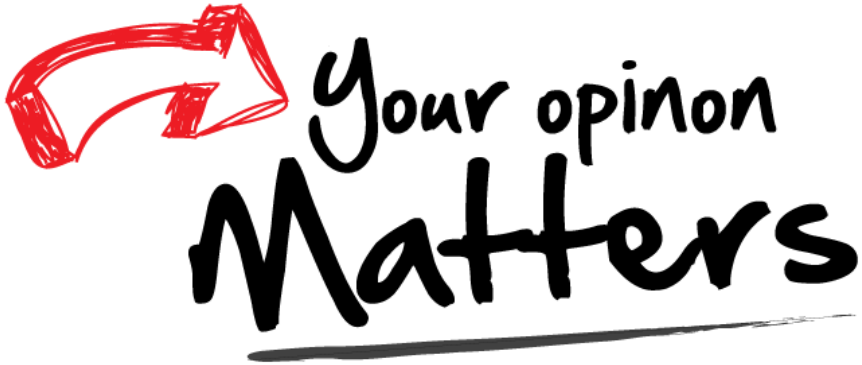
向前走 $\Leftrightarrow$ 移入

回溯 $\Leftrightarrow$ 归约

自动机才是本质，栈是实现方式

(用栈记住 “来时的路”, 以便回溯)


Thank
You!



Office 926

hfwei@nju.edu.cn