

Examen: Programarea Algoritmilor Eficienti

4 Septembrie 2023

Alexandru Popa

In primul rand, va rog sa va scrieti NUMELE si GRUPA pe foaia de examen. Timpul de lucru este de 120 de minute. Aveti 1 punct din oficiu...

1 Demonstratii de NP-Completitudine: 2 puncte

Problema 1. *Se da un graf neorientat G si un numar $k \geq 2$. Sa se decida daca exista un drum in G de lungime mai mare decat k .*

Demonstrati ca Problema 1 este NP-completa printr-o reductie de la una din problemele studiate la curs (de exemplu, 3-SAT, Vertex Cover, Set Cover, Hamiltonian Path, Traveling Salesman Problem).

2 Algoritmi de aproximare: 4,5 puncte

2.1 2 puncte

Problema 2. *Se da un graf orientat G . Sa se gaseasca un subgraf aciclic al lui G cu un numar maxim de muchii.*

Sa se gaseasca un algoritm polinomial cu un factor de 2 aproximare pentru Problema 2. Demonstrati corectitudinea algoritmului, timpul de rulare si faptul ca atinge factorul de aproximare cerut.

2.2 2,5 puncte

Se instanta set cover $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ si $S_1 = \{1, 2\}$, $S_2 = \{1, 3, 5\}$, $S_3 = \{2, 3, 4\}$, $S_4 = \{4, 5, 6\}$, $S_5 = \{6\}$

Problema 3.

Cerinte:

1. (0,5 puncte). Sa se gaseasca un set cover minim pe graful dat
2. (1 punct). Sa se scrie instanta de set cover data ca o problema de programare liniara pe intregi.
3. (1 punct). Gasiti o solutie la relaxarea programului liniar formulat la punctul anterior care este strict mai mica decat set cover-ul optim pe instanta data.

3 Algoritmi fixed parameter: 2,5 puncte

3.1 1 puncte

Problema 4. *Se da un graf G si un numar k . Sa se determine daca exista un subgraf complet cu cel putin $n - k$ noduri.*

Gasiti un algoritm fixed parameter pentru Problema 4 (si, evident, demonstrati corectitudinea si timpul de rulare).

3.2 1,5 punct

Problema 5. *Se dau n puncte in plan si un numar k . Sa se determine daca pot trasa k linii drepte astfel incat fiecare din cele n puncte sa se afle pe cel putin o dreapta.*

Sa se gaseasca un algoritm fixed parameter pentru problema de mai sus. Demonstrati corectitudinea algoritmului si timpul de rulare al acestuia.