

$$\vdash \neg\neg\phi \rightarrow \phi$$

$$\stackrel{\text{T.D.}}{\Leftrightarrow} \{ \neg\phi \} \vdash \phi$$

$$\stackrel{\text{T.C.T.2}}{\Leftrightarrow} \{ \neg\neg\phi \} \models \phi$$

$$\left| \Rightarrow \forall e: V \rightarrow \{0,1\}, e^+(\phi) = 1 \Rightarrow e^+(\neg\neg\phi) = 1 \right.$$

$$\text{Fix } e: V \rightarrow \{0,1\}, \boxed{e^+(\neg\phi) = 1} \Leftrightarrow \neg e^+(\neg\phi) = 1 \Leftrightarrow e^+(\neg\phi) = 0$$

$$\Leftrightarrow \neg e^+(\phi) = 0 \Leftrightarrow \boxed{e^+(\phi) = 1}$$

$$\Rightarrow \{ \neg\neg\phi \} \models \phi \Leftrightarrow \{ \neg\neg\phi \} \vdash \phi \Leftrightarrow \vdash \neg\neg\phi \rightarrow \phi$$

①

$$\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\neg \psi \rightarrow \neg \varphi)$$

$$\stackrel{\text{I.D.}}{\Leftrightarrow} \{ \varphi \rightarrow \psi \} \vdash \neg \psi \rightarrow \neg \varphi \stackrel{\text{I.C.I.}}{\Leftrightarrow} \{ \varphi \rightarrow \psi \} \models \neg \psi \rightarrow \neg \varphi$$

$$\varphi \rightarrow \psi \sim \neg \psi \rightarrow \neg \varphi$$

$\varphi$	$\psi$	$\neg \varphi$	$\neg \psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg \psi \rightarrow \neg \varphi$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1

②

$$(1) \quad \phi = (V_0 \rightarrow \neg V_1) \rightarrow (V_1 \rightarrow \neg V_0)$$

$V_0$	$V_1$	$\neg V_1$	$\neg V_0$	$V_0 \rightarrow \neg V_1$	$V_1 \rightarrow \neg V_0$	$R$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1

(3)

$$(\neg V_0 \wedge \neg V_1) \vee \neg V_0$$

$$(\neg V_0 \wedge V_1) \vee$$

$$(V_0 \wedge \neg V_1) \vee$$

$$(V_0 \wedge V_1) \vee$$

$$\neg V_0 \vee (V_0 \wedge V_1)$$

---


$$\begin{aligned} \dagger &= (V_0 \rightarrow \neg V_1) \rightarrow (V_1 \rightarrow \neg V_0) \sim (\neg V_0 \vee \neg V_1) \rightarrow (\neg V_1 \vee \neg V_0) \\ &\sim \neg (\neg V_0 \vee \neg V_1) \vee (\neg V_1 \vee \neg V_0) \sim \underbrace{(V_0 \wedge V_1) \vee \neg V_1 \vee \neg V_0}_{\neg V_0} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (V_0 \wedge V_1) \vee \neg V_1 \vee \neg V_0 &\sim ((\underbrace{V_0 \vee \neg V_1}) \wedge (\neg V_1 \vee \underbrace{V_0})) \vee \neg V_0 \\
 &\sim (\underbrace{\neg V_0 \vee V_0}_{\wedge V} \vee \neg V_1) \wedge (\neg V_1 \vee \underbrace{V_1 \vee \neg V_1}_{\vee}) \quad \text{FNC} \\
 &\quad \downarrow \quad \wedge \text{ceva} = \text{ceva}
 \end{aligned}$$

$$\sim (\underbrace{\neg V_1 \vee V_1}_{\vee}) \vee \neg V_0 \sim \neg V_0 \vee V_0$$

$\downarrow \quad \vee \text{ceva} = 1$

$$\varphi = (((v_0 \wedge v_1) \vee v_2) \rightarrow \neg(\neg v_2 \leftrightarrow v_1)) \rightarrow v_0$$

$v_0$	$v_1$	$v_2$	A	B	$A \rightarrow B$	C
0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

$$\text{FNC} : D_1 \wedge D_2 \wedge D_3$$

$$\text{FND} : C_1 \vee C_2 \vee C_3 \vee C_4 \vee C_5$$

$D_1$	$v_0 \vee v_1 \vee v_2$
$C_1$	$\neg v_0 \wedge \neg v_1 \wedge v_2$
$D_2$	$v_0 \vee \neg v_1 \vee v_2$
$D_3$	$v_0 \vee \neg v_1 \vee \neg v_2$
$C_2$	$v_0 \wedge \neg v_1 \wedge v_2$
$C_3$	$v_0 \wedge v_1 \wedge v_2$
$C_4$	$v_0 \wedge v_1 \wedge \neg v_2$
$C_5$	$v_0 \wedge v_1 \wedge v_2$

5