

$$A \models \neg \psi[e] \Leftrightarrow \neg \psi^A(e) = 1 \Leftrightarrow \psi^A(e) = 0 \Leftrightarrow A \not\models \psi[e]$$


---

$$A \models (\forall x \psi)[e] \Leftrightarrow (\forall x \psi)^A(e) = 1 \Leftrightarrow \text{pentru orice } a \in A \\ \psi^A(e_{x \leftarrow a}) = 1 \Leftrightarrow \text{pentru orice } a \in A \quad A \models \psi[e_{x \leftarrow a}]$$

$$\neg \exists x \varphi \neq \forall x \neg \varphi$$

$$\exists x \varphi := \neg \forall x \neg \varphi$$

Fie  $\mathcal{A}$ -structura  $A$  și o evaluare  $e: V \rightarrow A$

$$\begin{aligned} A \models (\neg \exists x \varphi)[e] &\Leftrightarrow (\neg \exists x \varphi)^A(e) = 1 \Leftrightarrow (\exists x \varphi)^A(e) = 0 \\ &\Leftrightarrow (\neg \forall x \neg \varphi)^A(e) = 0 \Leftrightarrow (\forall x \neg \varphi)^A(e) = 1 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\underline{A \models (\forall x \neg \varphi)[e]} \Rightarrow \underline{\neg \exists x \varphi \models \forall x \neg \varphi}$$

$$(52) \quad \neg \forall x \varphi \models \exists x \neg \varphi$$

$$\begin{aligned} A \models (\neg \forall x \varphi)[e] &\Leftrightarrow A \models (\neg \neg \exists x \neg \varphi)[e] \Leftrightarrow \text{nu se intimplă} \\ &\text{că nu se intămplă că } A \models (\exists x \neg \varphi)[e] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow A \models (\exists x \neg \varphi)[e] \end{aligned}$$

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

$A \models (\neg \exists x \varphi)[e] \Leftrightarrow A \models (\neg \neg \forall x \neg \varphi)[e] \Leftrightarrow$  MU se întâmplă ca

$A \models (\neg \forall x \neg \varphi)[e] \Leftrightarrow$  MU se întâmplă că, nu se  
 întâmplă că  $A \models (\forall x \neg \varphi)[e] \Leftrightarrow A \models (\forall x \neg \varphi)[e]$   
 $\Rightarrow$  concluzia

$$(53) \quad \forall x (\varphi \wedge \psi) \models \forall x \varphi \wedge \forall x \psi$$

$$A \models (\forall x (\varphi \wedge \psi)) [e] \Leftrightarrow \text{pentru } \boxed{\text{oricare}} a \in A, A \models (\varphi \wedge \psi) [e_x \leftarrow a]$$

$$\Leftrightarrow \text{pentru oricare } a \in A, A \models \varphi [e_x \leftarrow a] \boxed{\text{și}} A \models \psi [e_x \leftarrow a]$$

$$\Leftrightarrow \text{pentru oricare } a \in A, A \models \varphi [e_x \leftarrow a] \text{ și } \\ \text{pentru oricare } a \in A, A \models \psi [e_x \leftarrow a]$$

$$\Leftrightarrow A \models (\forall x \varphi) [e] \text{ și } A \models (\forall x \psi) [e]$$

$$\Leftrightarrow A \models (\forall x \varphi \wedge \forall x \psi) [e] \Rightarrow \forall x (\varphi \wedge \psi) \models \forall x \varphi \wedge \forall x \psi$$

⑤

$$(54) \quad \forall x \varphi \vee \forall x \psi \models \forall x (\varphi \vee \psi)$$

$$A \models (\forall x \varphi \vee \forall x \psi) [e] \Leftrightarrow A \models (\forall x \varphi) [e] \text{ sau}$$

$$A \models (\forall x \psi) [e] \Leftrightarrow \text{pentru orice } a \in A, A \models \varphi [e_{x \leftarrow a}] \text{ sau}$$

$$\text{pentru orice } a \in A, A \models \psi [e_{x \leftarrow a}] \stackrel{?}{\Rightarrow} \text{pentru orice } a \in A,$$

$$A \models (\varphi \vee \psi) [e_{x \leftarrow a}] \Leftrightarrow A \models (\forall x (\varphi \vee \psi)) [e]$$

$$A = \mathbb{N} \quad \begin{array}{l} \varphi := x < 2 \\ \psi := x \geq 2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \forall x \varphi \vee \psi \\ \hline \forall x \in \mathbb{N} \quad x < 2 \text{ sau } x \geq 2 \\ \hline (\forall x \in \mathbb{N} \quad x < 2) \text{ sau } (\forall x \in \mathbb{N} \quad x \geq 2) \models \end{array} \right.$$