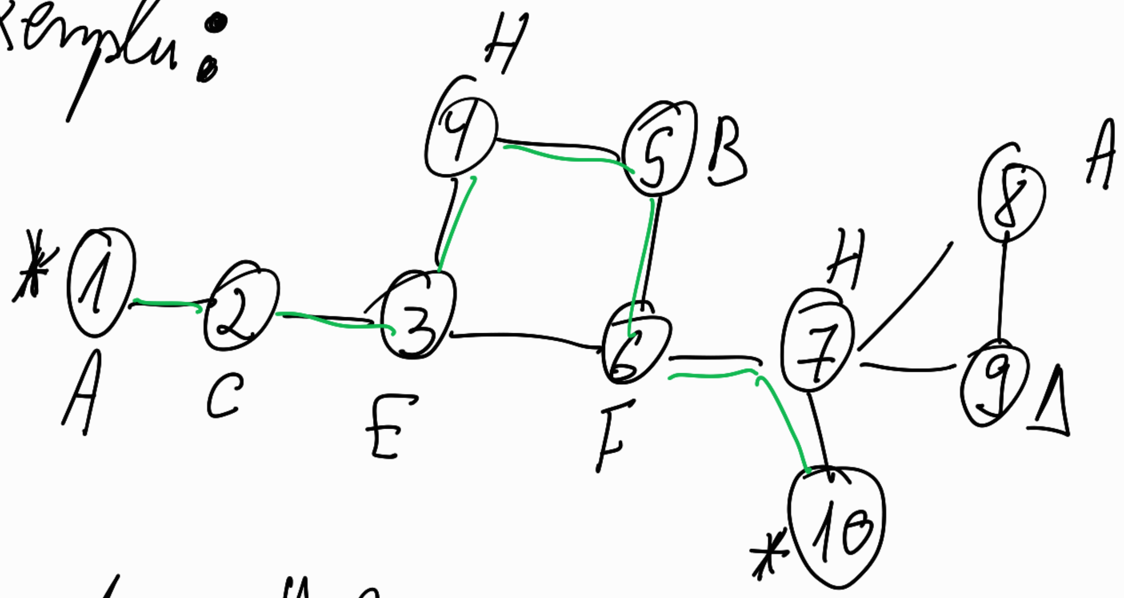
K-path

Se dă un graf neorientat și un nr. k și 2 noduri S, D
Să se decidă dacă ∃ un drum de la S la D care trece prin exact k noduri.

Exemplu:



$k = 8$ D A

{A, B, C, D, E, F, G, H}

2 Taskuri:

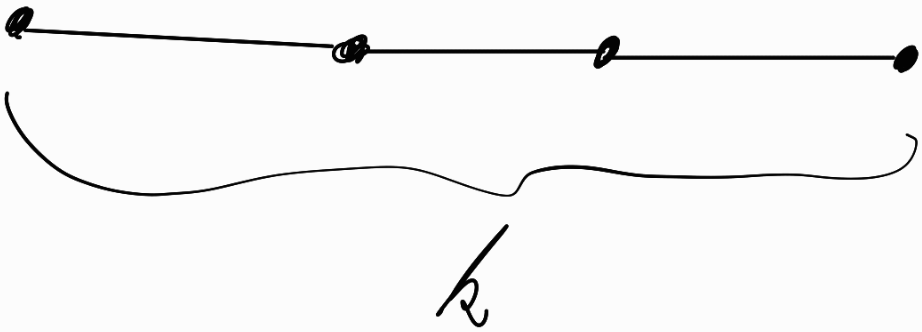
1. Dându-se o colorare aleatoare a nodurilor grafului cu k culori, care este probabilitatea ca nodurile de pe un drum de lungime ...

... de lungime k să fie colorate cu culori diferite?

2. Dacă am o asemenea colorare cum determin în timp P(olynomial) un drum de lungime k de la S la Δ?

1. P(path de lungime k colorat cu culori distincte) ≥

$$\geq \frac{k!}{k^k} \geq \frac{\cancel{k^k}}{e^k \cdot \cancel{k^k}} \geq \frac{1}{e^k}$$



k

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^k}{k!}$$

$k \quad k^k$

$$e^k \ge \frac{k^k}{k!}$$

$$k! \ge \frac{k^k}{e^k}$$

P(dacă (∃) un path de lungime k să nu fie colorat cu culori distincte) $\le 1 - \frac{1}{e^k}$

P(după q colorări nicio colorare să nu coloreze un path de lungime k cu culori distincte) $\le \left(1 - \frac{1}{e^k}\right)^q$

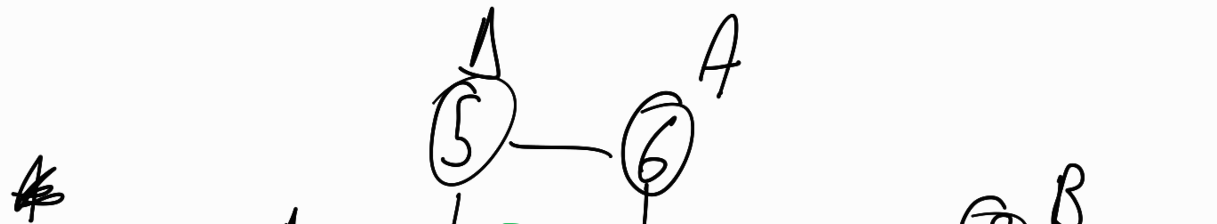
$$\le e^{\left(-\frac{1}{e^k}\cdot q\right)} \le \frac{1}{e^{100}}$$

$$1 + x \le e^x$$

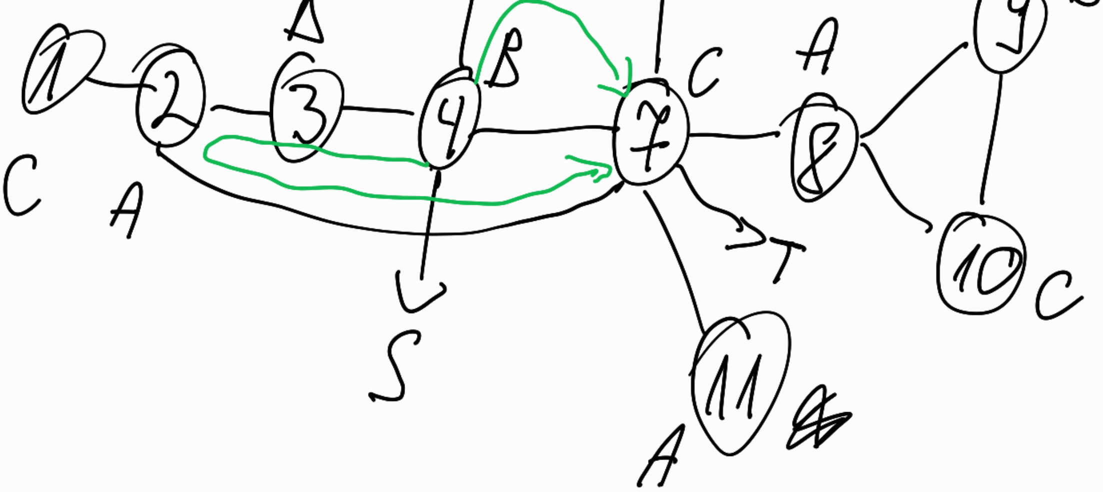
Dacă facem $q = 100 \cdot e^k$, avem:

$$x = -\frac{1}{e^k}$$

2.

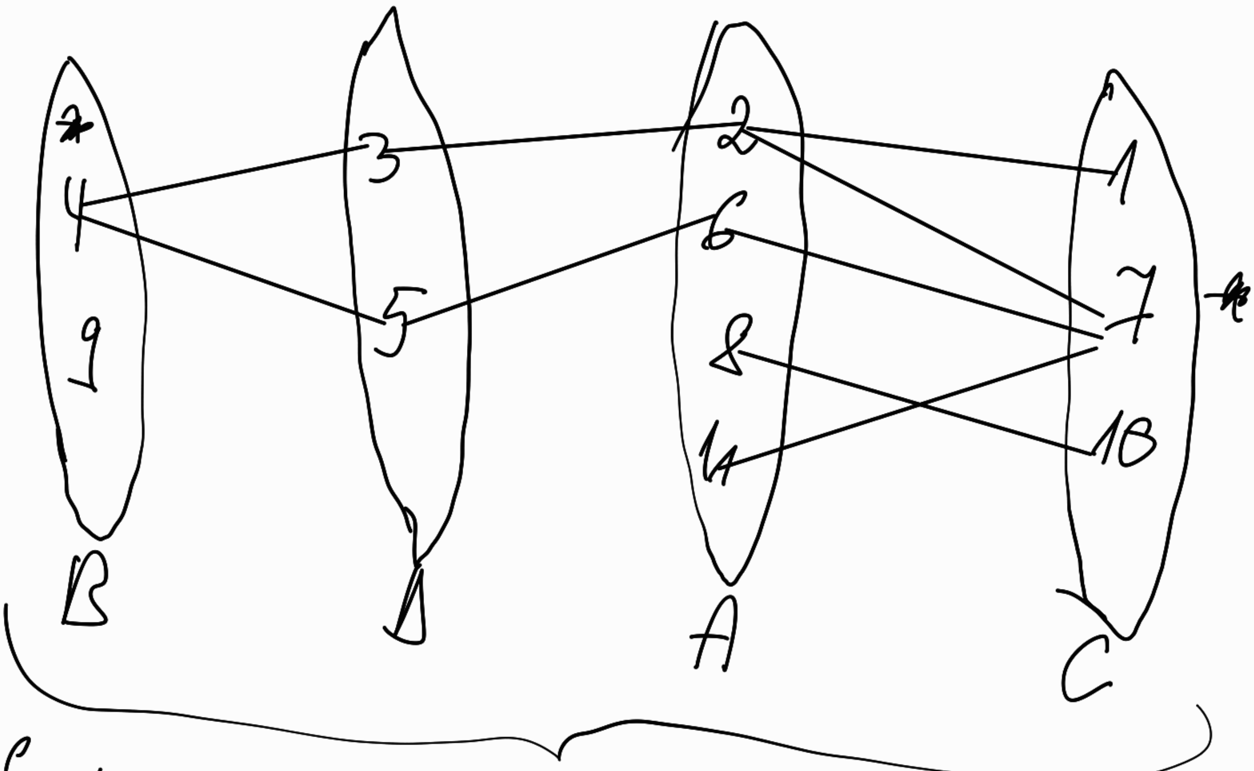


$k = 4.$



Vom considera toate ale $k!$ permutari ale culorilor

Exemplu: BDAC



$S = 4$

Color Coding

$T = 7$

Closest Strin

[illegible]est String

Se dau k șiruri $x_1, x_2 \dots x_i \dots x_k$ de lungime L peste un alfabet Σ și un întreg d. Există un șir y de lungime L a.î. distanța $d(x_i, y)$ să fie $\le d$, $(\forall)\ 1 \le i \le k$?

$d(x_i, y) \longrightarrow$ distanța Hamming (numărul de poziții pe care diferă șirurile)

Exemplu:

x_1: C B Δ C C A C B B
x_2: A B Δ B C A B Δ B
x_3: C Δ Δ B A C C B Δ
x_4: Δ Δ A B A C C B Δ
x_5: A C Δ B Δ Δ C B C

y: A Δ Δ B C A C B Δ

$k = 5$ ← FPT în k.
$L = 9$
$d = 4$

ILP (probleme de programare liniară pe întregi) se pot rezolva în timp $O(p^{O(p)} \cdot n^{O(1)})$ unde p este nr. de variabile.

Fie P o partiție a mulțimii [illegible] cel mult

Fie P o partiție a mulțimii $[k]$. Sunt cel mult k^k partiții.

Fiecare coloană este o partiție P.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_1:	C	B	Δ	C	C	A	C	B	B
X_2:	A	B	Δ	B	C	A	B	Δ	B
X_3:	C	Δ	Δ	B	A	C	C	B	Δ
X_4:	Δ	Δ	A	B	A	C	C	B	Δ
X_5:	A	C	Δ	B	Δ	Δ	C	B	C
Y:	A	Δ	Δ	B	C	A	C	B	Δ

col 1: $(\{1,3\}; \{2;5\}; \{4\})$ clase de echivalență

$X_P = (\{1,3\}\{2,5\}\{4\}) = 1$

$\Rightarrow C = \{2,5\}$

col 2: $(\{1,2\}; \{3;4\}; \{5\})$

col 6: $(\{1,2\}; \{3;4\}; \{5\})$

col 5: —— " ——

col 9: —— " ——

$X_{P,C}$ = câte coloane are corespund partiției P

b, c pentru partiția s au

în șirul dat de soluție litera corespunzătoare clasei C. ("y")

Ex: $x_p = (\{1;2\};\{3;4\};\{5\}) = 2$

$C = \{1;2\}$

$x_p = (\{1,2\}\ \{3;4\};\{5\}) = 2$

$C = \{3;4\}$

C_p = numărul de coloane care corespund partiției P

$\sum c_p = L$

$\sum x_{p,c} \leq C_p$ $(\forall)$ partiție

$\sum\limits_{\notin C} x_{p,c} \leq d$ $(\forall)$ $1 \leq i \leq k$