

**FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS**  
**ESCOLA DE MATEMÁTICA APLICADA**

**CRISTHIAN GRUNDMANN**

**GEODESIC TRACING: VISUALIZAÇÃO DE CURVAS E**  
**SUPERFÍCIES ATRAVÉS DE GEODÉSICAS**

Rio de Janeiro  
2022

**CRISTHIAN GRUNDMANN**

**GEODESIC TRACING: VISUALIZAÇÃO DE CURVAS E  
SUPERFÍCIES ATRAVÉS DE GEODÉSICAS**

Trabalho de conclusão de curso apresentada  
para a Escola de Matemática Aplicada  
(FGV/EMAp) como requisito para o grau de  
bacharel em Matemática Aplicada.

Área de estudo: curvas e superfícies.

Orientador: Asla Medeiros e Sá

Rio de Janeiro

2022

# Lista de códigos

<b>1.1</b>	<b>Exemplo de objetos</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Gramática livre de contexto</b>	<b>4</b>

# 1 Programas

O usuário se comunica com a interface através de um texto, chamado de programa, que contém as objetos de interesse. Por exemplo:

Código 1.1 – Exemplo de objetos

```

1 #circle and tangents
2 param r : [/2, 1];
3 param o : [0, 2pi];
4 curve c(t) = r(cost, sint, 0), t : [0, 2pi];
5 grid k : [0, 2pi, 8];
6 define k2 = k + o;
7 point p = ck2;
8 vector v = c'k2 @ p;
```

O programa começa com uma linha de comentário, estilo Python. Os objetos  $r$  e  $o$  são parâmetros nos intervalos indicados e  $c$  é um círculo parametrizado por  $t$  no intervalo indicado ( $/2 = 1/2$ ). Os parâmetros podem ser alterados por controles deslizantes na interface. O objeto  $k$  é uma grade de 8 pontos igualmente espaçados no intervalo indicado. A definição  $k2$  serve apenas de conveniência, usada no ponto  $p$  e no vetor  $v$ . Note que  $p = ck2$  ( $p = c(k2)$ ) usa uma notação sem parênteses para a aplicação de funções. Como o ponto  $p$  depende de  $k$ , um ponto é desenhado para cada valor de  $k$  da grade. O mesmo ocorre para o vetor  $v$ . As grades são tratadas como constantes, e servem para desenhar múltiplas instâncias dos objetos desenháveis.

Os objetos só podem se referir aos objetos declarados anteriormente. Aplicações de funções devem ter a quantidade certa de argumentos. Operações com tuplas devem ter quantidades consistentes de elementos. Componentes devem ter índices corretos. Intervalos não podem depender de parâmetros ou grades.

O programa deve seguir uma gramática formal que determina as estruturas sintáticas permitidas. A gramática especifica: o formato da declaração de cada tipo de objeto; e as operações matemáticas e suas ordens de precedência. A gramática é definida pelo código [1.2](#).

Código 1.2 – Gramática livre de contexto

```

1  PROG      = DECL PROG | ;
2
3  DECL      = "param"      id ":" INTS ";" ;
4  DECL      = "grid"       id ":" GRIDS ";" ;
5  DECL      = "define"     id "=" EXPR ";" ;
6  DECL      = "curve"      FDECL "," TINTS ";" ;
7  DECL      = "surface"    FDECL "," TINTS ";" ;
8  DECL      = "function"   FDECL ";" ;
9  DECL      = "point"      id "=" EXPR ";" ;
10 DECL      = "vector"     id "=" EXPR "@" EXPR ";" ;
11
12 FDECL      = id "(" IDS ")" "=" EXPR ;
13 IDS        = IDS "," id | id ;
14 INT        = [ EXPR "," EXPR ] ;
15 GRID       = [ EXPR "," EXPR "," EXPR ] ;
16 TINT       = id ":" INT ;
17 INTS       = INTS "," INT | INT ;
18 TINTS      = TINTS "," TINT | TINT ;
19 GRIDS      = GRIDS "," GRID | GRID ;
20
21 EXPR       = ADD ;
22 ADD        = ADD "+" JUX | ADD "-" JUX | JUX ;
23 JUX        = JUX MULT2 | MULT ;
24 MULT       = MULT "*" UNARY | MULT "/" UNARY | UNARY ;
25 MULT2      = MULT2 "*" UNARY | MULT2 "/" UNARY | APP ;
26 UNARY      = "+" UNARY ;
27 UNARY      = "-" UNARY ;
28 UNARY      = "*" UNARY ;
29 UNARY      = "/" UNARY ;
30 UNARY      = APP ;
31 APP        = FUNC UNARY | POW ;
32 FUNC       = FUNC2 "^" UNARY | FUNC2 ;
33 FUNC2      = FUNC2 "_" var | FUNC2 "'" | func ;
34
35 POW        = COMP "^" UNARY | COMP ;
36 COMP       = COMP "_" num | FACT ;
37 FACT       = const | num | var | "(" TUPLE ")" | "[" TUPLE "]" | "{" TUPLE
    "}" ;
38 TUPLE      = ADD "," TUPLE | ADD ;

```

Os termos à esquerda de uma igualdade são os não-terminais, em maiúsculo, e `PROG` é o não-terminal inicial. Os termos em minúsculo são terminais, e representam um token. Os termos entre aspas representam literalmente o texto entre aspas. Por exemplo, `func` representa o nome de uma função. O lado direito de uma igualdade especifica as possíveis formas sentenciais do não-terminal à esquerda, separadas por `|`. Uma forma

sentencial pode conter símbolos terminais e não-terminais. Uma sentença, ou programa, é gerado a partir de `PROG`. Iterativamente, se substitui um não-terminal por uma de suas formas sentenciais. Note que a primeira substituição é a de `PROG`. Observe na linha 10 a especificação de um vetor. A palavra chave `vector` é necessária, seu nome é representado por `id` (identificador), e os termos `EXPR` representam expressões matemáticas.

O não-terminal `EXPR` está definido na linha 21, e representa uma expressão matemática.

Implementação de sintaxe que considera a estética natural da escrita matemática que precisa ser traduzida para sintaxe de linguagem computacional. Isso é feito pelo parser. A justificativa para essa abordagem é motivada pela experiência de especificar desenhos de objetos gráficos em bibliotecas de uso corrente, tais como `sagemath`, `manin` etc. Isso justifica a especificação de uma gramática livre de contexto. Explicitada a seguir. Trabalhos futuros: grade variável Sobre o texto que descreve a gramática Fazer referência à calculadora C++ Fazer referência ao site que valida a não ambiguidade da gramática Por ter influenciado na sintaxe proposta (como?) Tentar lembrar um exemplo de ambiguidade que foi resolvido para a versão atual da gramática. Descrever o LL1 como certificado de não ambiguidade.