ME414 - Estatística para Experimentalistas

Teste de Hipóteses I

Prof. Carlos Trucíos
ctrucios@unicamp.br
ctruciosm.github.io

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica,
Universidade Estadual de Campinas

Aula 13

Introdução

Introdução

Nos ultimos meses e devido à pandemia, o comercio eletrônico tem dado passos gigantes quanto à velocidade da entrega, preços diferenciados e opções de produtos. Com isto, o *Mercado Livre* está se perguntando se ainda é a opção preferida pelos Brasileiros quanto a comercio eletrônico se refere.

Introdução

Nos ultimos meses e devido à pandemia, o comercio eletrônico tem dado passos gigantes quanto à velocidade da entrega, preços diferenciados e opções de produtos. Com isto, o *Mercado Livre* está se perguntando se ainda é a opção preferida pelos Brasileiros quanto a comercio eletrônico se refere.

Especificamente, *Mercado Livre* quer saber se é a opção preferida por mais de 50% dos Brasileiros (que compram pela internet).

Introdução

Nos ultimos meses e devido à pandemia, o comercio eletrônico tem dado passos gigantes quanto à velocidade da entrega, preços diferenciados e opções de produtos. Com isto, o *Mercado Livre* está se perguntando se ainda é a opção preferida pelos Brasileiros quanto a comercio eletrônico se refere.

Especificamente, *Mercado Livre* quer saber se é a opção preferida por mais de 50% dos Brasileiros (que compram pela internet).

Denotando por p a proporção de Brasileiros que prefere fazer compras pela internet atraves do *Mercado Livre*, definimos as hipóteses

$$H_0 : p \leq 0.5 \quad vs. \quad H_1 : p > 0.5,$$

Introdução

- Para responder essa pergunta, podemos perguntar a todos os Brasileiros qual a opção preferida quanto a comercio eletrônico se refere (mas é inviável)

Introdução

- Para responder essa pergunta, podemos perguntar a todos os Brasileiros qual a opção preferida quanto a comercio eletrônico se refere (mas é inviável)
- Se é enviável, como podemos responder essa pergunta se nunca conhecemos p?

Introdução

- Para responder essa pergunta, podemos perguntar a todos os Brasileiros qual a opção preferida quanto a comercio eletrônico se refere (mas é inviável)
- Se é enviável, como podemos responder essa pergunta se nunca conhecemos p?
- **É aqui que mais uma vez a inferência estatística entra em cena!**. Selecionaremos uma amostra de tamanho n e com base nos resultados obtidos na nossa amostra chegaremos a uma conclusão que será generalizada para a população toda (esta é a essencia do processo de inferência estatística).

Introdução

- Para responder essa pergunta, podemos perguntar a todos os Brasileiros qual a opção preferida quanto a comercio eletrônico se refere (mas é inviável)
- Se é enviável, como podemos responder essa pergunta se nunca conhecemos p?
- **É aqui que mais uma vez a inferência estatística entra em cena!**. Selecionaremos uma amostra de tamanho n e com base nos resultados obtidos na nossa amostra chegaremos a uma conclusão que será generalizada para a população toda (esta é a essencia do processo de inferência estatística).
- Para se fazer isto, precisamos de **Testes de Hipóteses**

Hipóteses

Hipóteses

Uma hipóteses é uma declaração sobre um parâmetro (ou vetor de parâmetros) da população

Hipóteses

Uma hipóteses é uma declaração sobre um parâmetro (ou vetor de parâmetros) da população

O Teste de Hipóteses é usado para determinar (utilizando os dados da nossa amostra) se uma afirmação sobre o valor do parâmetro populacional deve ou não ser rejeitada.

Hipóteses

Uma hipóteses é uma declaração sobre um parâmetro (ou vetor de parâmetros) da população

O Teste de Hipóteses é usado para determinar (utilizando os dados da nossa amostra) se uma afirmação sobre o valor do parâmetro populacional deve ou não ser rejeitada.

Quando trabalhamos com testes de hipóteses temos duas hipóteses complementares/contraditorias. A primeira, chamada de hipótese nula e denotada por H_0 e a outra chamada de hipótese alternativa e denotada por H_1.

Hipóteses

Uma hipóteses é uma declaração sobre um parâmetro (ou vetor de parâmetros) da população

O Teste de Hipóteses é usado para determinar (utilizando os dados da nossa amostra) se uma afirmação sobre o valor do parâmetro populacional deve ou não ser rejeitada.

Quando trabalhamos com testes de hipóteses temos duas hipóteses complementares/contraditorias. A primeira, chamada de hipótese nula e denotada por H_0 e a outra chamada de hipótese alternativa e denotada por H_1.

Uma analogia interessante é pensar em testes de hipóteses como um processo criminal. A pessoa é inocete (H_0 é V) até que se demonstre o contrário (rejeitar H_0).

Hipóteses

Como identificar quem é H_0 e quem H_1?

Hipóteses

Como identificar quem é H_0 e quem H_1?

- Hipótese Alternativa (H_1): é o oposto do que é formulado na hipóteses nula. H_1, também conhecida como hipótese do investigador, é a alegação que o investigador gostaria de confirmar.

Hipóteses

Como identificar quem é H_0 e quem H_1?

- Hipótese Alternativa (H_1): é o oposto do que é formulado na hipóteses nula. H_1, também conhecida como hipótese do investigador, é a alegação que o investigador gostaria de confirmar.
- Hipótese Nula (H_0): é a hipóteses experimental, aquela para quem precisamos forte evidência para rejeitar (de fato, é a hipótese que queremos rejeitar). O termo `nulo` pode-se entender como "sem valor, efeito ou consequência" e sugere que H_0 deve ser identificada como a hipótese de não haver mudança, diferença ou melhoria.

Tipos de Testes de Hipóteses

Seja θ (com espaço paramêtrico Θ) o parâmetro pupulacional a ser testado, então $H_0 : \theta \in \Theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \in \Theta_0^c$, em que $\Theta_0 \cup \Theta_0^c = \Theta$

Tipos de Testes de Hipóteses

Seja θ (com espaço paramêtrico Θ) o parâmetro pupulacional a ser testado, então $H_0 : \theta \in \Theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \in \Theta_0^c$, em que $\Theta_0 \cup \Theta_0^c = \Theta$

Seja θ o parâmetro populacional a ser testado. Geralmente estamos interessados em algumas das seguintes hipóteses:

Tipos de Testes de Hipóteses

Seja θ (com espaço paramêtrico Θ) o parâmetro pupulacional a ser testado, então $H_0 : \theta \in \Theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \in \Theta_0^c$, em que $\Theta_0 \cup \Theta_0^c = \Theta$

Seja θ o parâmetro populacional a ser testado. Geralmente estamos interessados em algumas das seguintes hipóteses:

- Teste **Bilateral**:

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \neq \theta_0$$

Tipos de Testes de Hipóteses

Seja θ (com espaço paramêtrico Θ) o parâmetro pupulacional a ser testado, então $H_0 : \theta \in \Theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \in \Theta_0^c$, em que $\Theta_0 \cup \Theta_0^c = \Theta$

Seja θ o parâmetro populacional a ser testado. Geralmente estamos interessados em algumas das seguintes hipóteses:

- Teste **Bilateral**:

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta \neq \theta_0$$

- Teste **Unilateral**:

$$H_0 : \theta \leq \theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta > \theta_0,$$

$$H_0 : \theta \geq \theta_0 \quad vs \quad H_1 : \theta < \theta_0$$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para aumentar a taxa média de quilômetros rodados por litro. Para avaliar o novo sistema, diversas unidades serão produzidas, instaladas nos automóveis e submetidas a testes de direção. **Como definir os testes de hipóteses?**

Tipos de Testes de Hipóteses

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para aumentar a taxa média de quilômetros rodados por litro. Para avaliar o novo sistema, diversas unidades serão produzidas, instaladas nos automóveis e submetidas a testes de direção. **Como definir os testes de hipóteses?**

- O *time* de produto esta à procura de evidencia que comprove que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados por litro.

Tipos de Testes de Hipóteses

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para aumentar a taxa média de quilômetros rodados por litro. Para avaliar o novo sistema, diversas unidades serão produzidas, instaladas nos automóveis e submetidas a testes de direção. **Como definir os testes de hipóteses?**

- O *time* de produto esta à procura de evidencia que comprove que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados por litro.
- Seja μ a média populacional (Km/L) percorridos pelo carro. Então, queremos provar que $\mu > 10.21$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para aumentar a taxa média de quilômetros rodados por litro. Para avaliar o novo sistema, diversas unidades serão produzidas, instaladas nos automóveis e submetidas a testes de direção. **Como definir os testes de hipóteses?**

- O *time* de produto esta à procura de evidencia que comprove que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados por litro.
- Seja μ a média populacional (Km/L) percorridos pelo carro. Então, queremos provar que $\mu > 10.21$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para aumentar a taxa média de quilômetros rodados por litro. Para avaliar o novo sistema, diversas unidades serão produzidas, instaladas nos automóveis e submetidas a testes de direção. **Como definir os testes de hipóteses?**

- O *time* de produto esta à procura de evidencia que comprove que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados por litro.
- Seja μ a média populacional (Km/L) percorridos pelo carro. Então, queremos provar que $\mu > 10.21$

Lembre-se: Hipótese Alternativa (H_1) é o oposto do que é formulado na hipóteses nula. H_1 refere-se à alegação que o investigador gostaria de confirmar.

Tipos de Testes de Hipóteses

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para aumentar a taxa média de quilômetros rodados por litro. Para avaliar o novo sistema, diversas unidades serão produzidas, instaladas nos automóveis e submetidas a testes de direção. **Como definir os testes de hipóteses?**

- O *time* de produto esta à procura de evidencia que comprove que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados por litro.
- Seja μ a média populacional (Km/L) percorridos pelo carro. Então, queremos provar que $\mu > 10.21$

Lembre-se: Hipótese Alternativa (H_1) é o oposto do que é formulado na hipóteses nula. H_1 refere-se à alegação que o investigador gostaria de confirmar.

- $H_0 : \mu \leq 10.21$ *vs.* $H_1 : \mu > 10.21$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

Hipótese Nula (H_0): é a hipóteses experimental, aquela para quem precisamos forte evidência para rejeitar (de fato, é a hipótese que queremos rejeitar). O termo `nulo` pode-se entender como "sem valor, efeito ou consequência" e sugere que H_0 deve ser identificada como a hipótese de não haver mudança, diferença ou melhoria.

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

Hipótese Nula (H_0): é a hipóteses experimental, aquela para quem precisamos forte evidência para rejeitar (de fato, é a hipótese que queremos rejeitar). O termo `nulo` pode-se entender como "sem valor, efeito ou consequência" e sugere que H_0 deve ser identificada como a hipótese de não haver mudança, diferença ou melhoria.

- A principio, a afirmação do fabricante é verdade e veremos se temos evidência para rejeitar a afirmação dele (provar que ele esta mentindo).

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

Hipótese Nula (H_0): é a hipóteses experimental, aquela para quem precisamos forte evidência para rejeitar (de fato, é a hipótese que queremos rejeitar). O termo `nulo` pode-se entender como "sem valor, efeito ou consequência" e sugere que H_0 deve ser identificada como a hipótese de não haver mudança, diferença ou melhoria.

- A principio, a afirmação do fabricante é verdade e veremos se temos evidência para rejeitar a afirmação dele (provar que ele esta mentindo).
- Ou seja, queremos saber se o fabricante esta mentindo.

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

Hipótese Nula (H_0): é a hipóteses experimental, aquela para quem precisamos forte evidência para rejeitar (de fato, é a hipótese que queremos rejeitar). O termo `nulo` pode-se entender como "sem valor, efeito ou consequência" e sugere que H_0 deve ser identificada como a hipótese de não haver mudança, diferença ou melhoria.

- A principio, a afirmação do fabricante é verdade e veremos se temos evidência para rejeitar a afirmação dele (provar que ele esta mentindo).
- Ou seja, queremos saber se o fabricante esta mentindo.
- $H_0 : \mu \geq 1.99 \quad \textit{vs.} \quad H_1 : \mu < 1.99$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham 2 polegadas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

- A principio, o lote está correto (a menos que tenhamos evidência para dizer que o lote não está correto).

Tipos de Testes de Hipóteses

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham 2 polegadas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

- A principio, o lote está correto (a menos que tenhamos evidência para dizer que o lote não está correto).
- Vamos a rejeitar a remessa se tivermos forte evidencia de que o tamanho das peças é diferentes de 2.

Tipos de Testes de Hipóteses

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham 2 polegadas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

- A principio, o lote está correto (a menos que tenhamos evidência para dizer que o lote não está correto).
- Vamos a rejeitar a remessa se tivermos forte evidencia de que o tamanho das peças é diferentes de 2.
- $H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham 2 polegadas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

- A principio, o lote está correto (a menos que tenhamos evidência para dizer que o lote não está correto).
- Vamos a rejeitar a remessa se tivermos forte evidencia de que o tamanho das peças é diferentes de 2.
- $H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham 2 polegadas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

- A principio, o lote está correto (a menos que tenhamos evidência para dizer que o lote não está correto).
- Vamos a rejeitar a remessa se tivermos forte evidencia de que o tamanho das peças é diferentes de 2.
- $H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$

Hipótese Nula (H_0): é a hipóteses experimental, aquela para quem precisamos forte evidência para rejeitar...

Tipos de Testes de Hipóteses

Ainda ficou dificil?

Tipos de Testes de Hipóteses

Ainda ficou dificil?

Dica: $\leq$, $\geq$ ou $=$ sempre aparecem na hipótese nula

Tipos de Testes de Hipóteses

Ainda ficou dificil?

Dica: $\leq$, $\geq$ ou $=$ sempre aparecem na hipótese nula

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

Tipos de Testes de Hipóteses

Ainda ficou dificil?

Dica: $\leq$, $\geq$ ou $=$ sempre aparecem na hipótese nula

Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

$$H_0 : \mu \leq 10.21 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 10.21$$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

$$H_0 : \mu \geq 1.99 \quad vs. \quad H_1 : \mu < 1.99$$

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

$$H_0 : \mu \geq 1.99 \quad vs. \quad H_1 : \mu < 1.99$$

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham em média 2 polegas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

Tipos de Testes de Hipóteses

Um fabricante de refrigerante declara que as garrafas de 2 litros contém, no mínimo, uma média de 1.99 litros. Uma auditoria chega à empresa e quer vereficar se as declarações da empresa são verdadeiras. **Como definir os testes de hipóteses?**

$$H_0 : \mu \geq 1.99 \quad vs. \quad H_1 : \mu < 1.99$$

Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham em média 2 polegas de diámetro (se o tamanho da peça for maior ou menor, causará problemas na montagem). **Como definir os testes de hipóteses?**

$$H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$$

Erros de Tipo I e Tipo II

Erros de Tipo I e Tipo II

Quando fazemos testes de hipóteses, como estamos trabalhando com base nos dados da amostea, existem algumas situações que podem acontecer:

	H_0 é verdadeiro	H_0 é Falso
Não rejeitar H_0		
Rejeitar H_0		

Erros de Tipo I e Tipo II

Quando fazemos testes de hipóteses, como estamos trabalhando com base nos dados da amostea, existem algumas situações que podem acontecer:

	H_0 é verdadeiro	H_0 é Falso
Não rejeitar H_0	Correto	Erro
Rejeitar H_0	Erro	Correto

Erros de Tipo I e Tipo II

Infelizmente, as conclusões corretas nem sempre são possíveis (lembre-se, estamos utilizando uma amostra) e devemos admitir a possibilidade de erros.

Erros de Tipo I e Tipo II

Infelizmente, as conclusões corretas nem sempre são possíveis (lembre-se, estamos utilizando uma amostra) e devemos admitir a possibilidade de erros.

	H_0 é verdadeiro	H_0 é Falso
Não rejeitar H_0	Correto	Erro do Tipo II
Rejeitar H_0	Erro do Tipo I	Correto

Erros de Tipo I e Tipo II

Infelizmente, as conclusões corretas nem sempre são possíveis (lembre-se, estamos utilizando uma amostra) e devemos admitir a possibilidade de erros.

	H_0 é verdadeiro	H_0 é Falso
Não rejeitar H_0	Correto	Erro do Tipo II
Rejeitar H_0	Erro do Tipo I	Correto

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

$$H_0 : \mu \leq 10.21 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 10.21$$

Identifique o Erro Tipo I e Erro Tipo II

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

$$H_0 : \mu \leq 10.21 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 10.21$$

Identifique o Erro Tipo I e Erro Tipo II

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

$$H_0 : \mu \leq 10.21 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 10.21$$

Identifique o Erro Tipo I e Erro Tipo II

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erro de Tipo I

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

$$H_0 : \mu \leq 10.21 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 10.21$$

Identifique o Erro Tipo I e Erro Tipo II

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erro de Tipo I concluir que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados quando na verdade não aumenta.

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um determinado modelo de carro percorre em média 10.21 Km/L. O *time* de produto desenvolveu um novo sistema de injeção de combustivel, projetado para **aumentar a taxa média de quilômetros rodados** por litro.

$$H_0 : \mu \leq 10.21 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 10.21$$

Identifique o Erro Tipo I e Erro Tipo II

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erro de Tipo I concluir que o novo sistema aumenta a taxa média de quilômetros rodados quando na verdade não aumenta.

Erro de Tipo II concluir que o novo sistema não aumenta a taxa média de quilômetros rodados quando na verdade aumenta sim.

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham em média 2 polegas de diámetro.

$$H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$$

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham em média 2 polegas de diámetro.

$$H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$$

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham em média 2 polegas de diámetro.

$$H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$$

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erro de Tipo Idevolver a remessa por não cumprir com as especificações quando na verdade cumpria com as especificações sim.

Erros de Tipo I e Tipo II

Exemplo: Um inspetor de controle de qualidade precisa decidir de aceitará a remessa de peças recém recebidas ou se a devolverá ao fornecedor por não cumprir com as especificações. As especificações da empresa é que as peças tenham em média 2 polegas de diámetro.

$$H_0 : \mu = 2 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 2$$

- **Erro de Tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeiro
- **Erro de Tipo II:** Não rejeitar H_0 quando H_0 é Falso

Erro de Tipo Idevolver a remessa por não cumprir com as especificações quando na verdade cumpria com as especificações sim.

Erro de Tipo II ficar com a remessa assumindo que cumpre com as especificações mas na verdade não cumpre.

Erros de Tipo I e Tipo II

- Embora as decisões corretas e erradas sejam desconhecidas (lembre-se, nunca sabemos se H_0 é verdadeira ou não, se soubessemos, não fariamos testes de hipótes!), tentamos estabelecer um controle sobre as decisões erradas.

Erros de Tipo I e Tipo II

- Embora as decisões corretas e erradas sejam desconhecidas (lembre-se, nunca sabemos se H_0 é verdadeira ou não, se soubessemos, não fariamos testes de hipótes!), tentamos estabelecer um controle sobre as decisões erradas.
- Este controle é feito atraves das probabilidade de cometer os erros (Tipo I e Tipo II)

Erros de Tipo I e Tipo II

- Embora as decisões corretas e erradas sejam desconhecidas (lembre-se, nunca sabemos se H_0 é verdadeira ou não, se soubessemos, não fariamos testes de hipótes!), tentamos estabelecer um controle sobre as decisões erradas.
- Este controle é feito atraves das probabilidade de cometer os erros (Tipo I e Tipo II)
- Infelizmente, minimizar ambos os erros de forma simultanea não é possível.

Erros de Tipo I e Tipo II

- Embora as decisões corretas e erradas sejam desconhecidas (lembre-se, nunca sabemos se H_0 é verdadeira ou não, se soubessemos, não fariamos testes de hipótes!), tentamos estabelecer um controle sobre as decisões erradas.
- Este controle é feito atraves das probabilidade de cometer os erros (Tipo I e Tipo II)
- Infelizmente, minimizar ambos os erros de forma simultanea não é possível.
- A prática comum é controlar a probabilidade de Erro Tipo I em um nível específico α, e dentro desta classe de testes minimizar a probabilidade do Erro Tipo II tanto quanto possível.

Erros de Tipo I e Tipo II

- Embora as decisões corretas e erradas sejam desconhecidas (lembre-se, nunca sabemos se H_0 é verdadeira ou não, se soubessemos, não fariamos testes de hipótes!), tentamos estabelecer um controle sobre as decisões erradas.
- Este controle é feito atraves das probabilidade de cometer os erros (Tipo I e Tipo II)
- Infelizmente, minimizar ambos os erros de forma simultanea não é possível.
- A prática comum é controlar a probabilidade de Erro Tipo I em um nível específico α, e dentro desta classe de testes minimizar a probabilidade do Erro Tipo II tanto quanto possível.
- α recebe o nome de nível de significância e é definido como $\alpha = Sup_\theta \quad P(\text{Erro Tipo I})$.

Testes de Hipóteses

Teste da média populacional: σ conhecido

Sejam $x_1, \ldots, x_n \sim N(\mu, \sigma)$ com σ conhecido e sejam as hipóteses:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Teste da média populacional: σ conhecido

Sejam $x_1, \ldots, x_n \sim N(\mu, \sigma)$ com σ conhecido e sejam as hipóteses:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

Teste da média populacional: σ conhecido

Sejam $x_1, \ldots, x_n \sim N(\mu, \sigma)$ com σ conhecido e sejam as hipóteses:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0$$

$$H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$$

Teste da média populacional: σ conhecido

Para testar hipóteses é preciso uma **estatística de teste**, nossa estatística de teste é

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Teste da média populacional: σ conhecido

Para testar hipóteses é preciso uma **estatística de teste**, nossa estatística de teste é

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Como $x_1, \ldots, x_n \sim N(\mu, \sigma)$, temos que $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ e sob $H_0 : \mu = \mu_0$, temos que

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

Teste da média populacional: σ conhecido

Pensemos no teste bilateral:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

- Se H_0 for verdade $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ será pequeno.

Teste da média populacional: σ conhecido

Pensemos no teste bilateral:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

- Se H_0 for verdade $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ será pequeno.
- Se H_0 não for verdade, $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ será grande

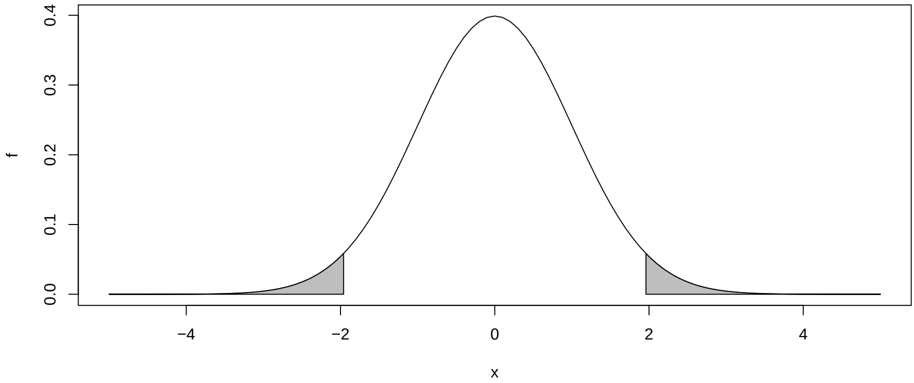
Teste da média populacional: σ conhecido

Pensemos no teste bilateral:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$

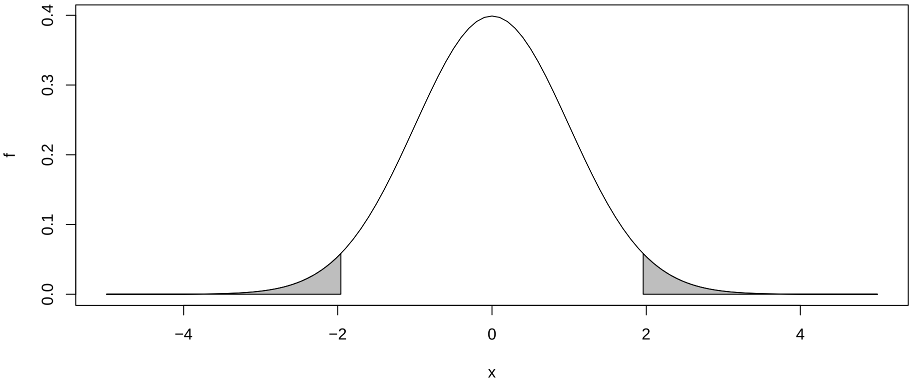
- Se H_0 for verdade $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ será pequeno.
- Se H_0 não for verdade, $z = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ será grande
- Quão grande deve ser para rejeitar a afirmação em H_0? Muito grande (pois precisamos de uma evidência forte para rejeitar H_0)

Teste da média populacional: σ conhecido



- Esse **grande** é a região cinza no gráfico (região de rejeição)

Teste da média populacional: σ conhecido



- Esse **grande** é a região cinza no gráfico (região de rejeição)
- Como calcular os limites dessa região de rejeição?

Teste da média populacional: σ conhecido

- Estamos controlando α, ou seja $P(\text{Erro Tipo I}) = \alpha$

Teste da média populacional: σ conhecido

- Estamos controlando α, ou seja $P(\text{Erro Tipo I}) = \alpha$
- Como já temos a distribuição sob H_0, queremos o valor k, tal que

Teste da média populacional: σ conhecido

- Estamos controlando α, ou seja $P(\text{Erro Tipo I}) = \alpha$
- Como já temos a distribuição sob H_0, queremos o valor k, tal que

Teste da média populacional: σ conhecido

- Estamos controlando α, ou seja $P(\text{Erro Tipo I}) = \alpha$
- Como já temos a distribuição sob H_0, queremos o valor k, tal que

$$\begin{align}
\alpha = P(|Z| > k) &= 1 - \underbrace{P(|Z| \leq k)}_{P(-k \leq Z \leq k)} \tag{1}\\
&= 1 - \left[P(Z \leq k) - \underbrace{P(Z \leq -k)}_{1 - P(Z \leq k)}\right] \tag{2}\\
&= 1 - \left[2P(Z \leq k) - 1\right] \tag{3}\\
&= 2 - 2P(Z \leq k) \tag{4}
\end{align}$$

Teste da média populacional: σ conhecido

- Estamos controlando α, ou seja $P(\text{Erro Tipo I}) = \alpha$
- Como já temos a distribuição sob H_0, queremos o valor k, tal que

$$
\begin{aligned}
\alpha &= P(|Z| > k) = 1 - \underbrace{P(|Z| \leq k)}_{P(-k \leq Z \leq k)} && (1)\\
&= 1 - \left[P(Z \leq k) - \underbrace{P(Z \leq -k)}_{1 - P(Z \leq k)}\right] && (2)\\
&= 1 - \left[2P(Z \leq k) - 1\right] && (3)\\
&= 2 - 2P(Z \leq k) && (4)
\end{aligned}
$$

Então $\dfrac{\alpha}{2} = 1 - P(Z \leq k) \longrightarrow P(Z \leq k) = 1 - \dfrac{\alpha}{2}$

Teste da média populacional: σ conhecido

$$P(Z \leq k) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Como $P(Z \leq k) = F(k)$ (definição da função distribuição),

$$F(k) = 1 - \frac{\alpha}{2},$$

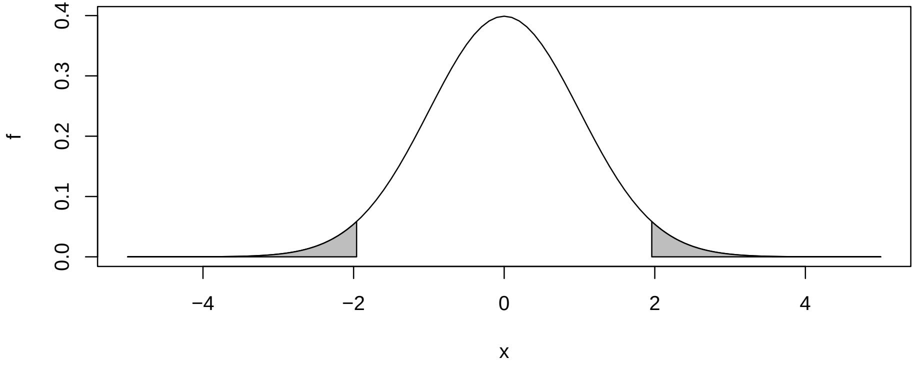
então $\underbrace{F^{-1}(F(k))}_{k} = \underbrace{F^{-1}(1 - \alpha/2)}_{z_{1-\alpha/2}}$.

No R:

```
k = qnorm(1-alpha/2)
```

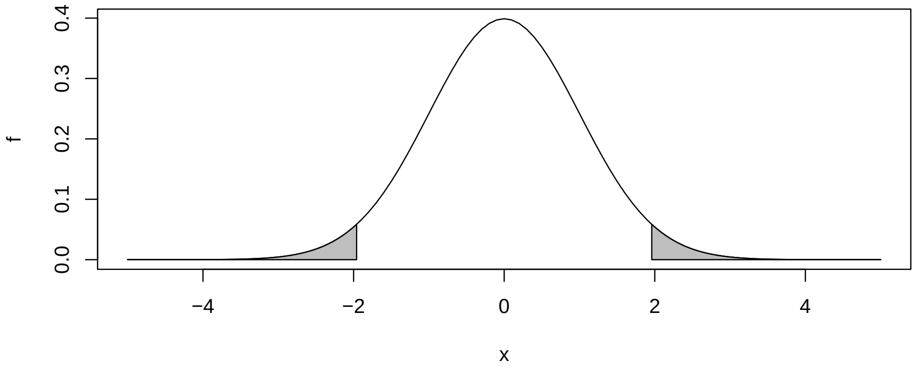
Teste da média populacional: σ conhecido

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$



Teste da média populacional: σ conhecido

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$$



Rejeitamos H_0 se $|z| > k$ (equivalentemente se $z > k$ ou $z < -k$), ou seja, se z cair na região cinza (região de rejeição).

Teste da média populacional: σ conhecido

De forma semelhante

- Se $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0$, rejeitamos H_0 se
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > k_1 = z_{1-\alpha}$$

Teste da média populacional: σ conhecido

De forma semelhante

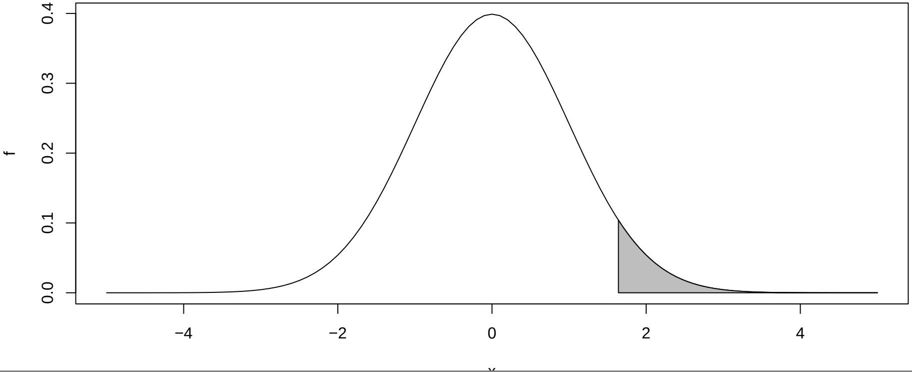
- Se $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0$, rejeitamos H_0 se
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > k_1 = z_{1-\alpha}$$

Teste da média populacional: σ conhecido

De forma semelhante

- Se $H_0 : \mu \leq \mu_0$ *vs* $H_1 : \mu > \mu_0$, rejeitamos H_0 se

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > k_1 = z_{1-\alpha}$$



Teste da média populacional: σ conhecido

De forma semelhante

- Se $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$, rejeitamos H_0 se
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < k_2 = z_\alpha$$

Teste da média populacional: σ conhecido

De forma semelhante

- Se $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$, rejeitamos H_0 se

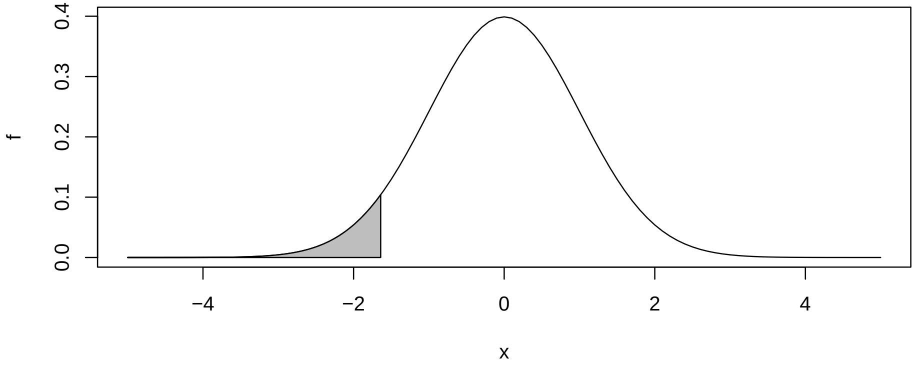
$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < k_2 = z_\alpha$$

Teste da média populacional: σ conhecido

De forma semelhante

- Se $H_0 : \mu \geq \mu_0$ *vs* $H_1 : \mu < \mu_0$, rejeitamos H_0 se

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} < k_2 = z_\alpha$$



Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$ (ao menos que se especifique o contrário)

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$ (ao menos que se especifique o contrário)
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19.4 - 20}{2/\sqrt{50}} = -2.12132$$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$ (ao menos que se especifique o contrário)
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19.4 - 20}{2/\sqrt{50}} = -2.12132$$

- Como $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$, rejeitamos H_0 se $z < z_\alpha$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$ (ao menos que se especifique o contrário)
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19.4 - 20}{2/\sqrt{50}} = -2.12132$$

- Como $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$, rejeitamos H_0 se $z < z_\alpha$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$ (ao menos que se especifique o contrário)
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19.4 - 20}{2/\sqrt{50}} = -2.12132$$

- Como $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$, rejeitamos H_0 se $z < z_\alpha$

```
alpha = 0.05
qnorm(alpha)
```

```
## [1] -1.644854
```

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$. Uma amostra de tamanho 50 produziu $\bar{x} = 19.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 2$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$ (ao menos que se especifique o contrário)
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{19.4 - 20}{2/\sqrt{50}} = -2.12132$$

- Como $H_0 : \mu \geq 20 \quad vs \quad H_1 : \mu < 20$, rejeitamos H_0 se $z < z_\alpha$

```
alpha = 0.05
qnorm(alpha)
```

```
## [1] -1.644854
```

-2.12132 $<$ -1.644854**?** Sim, então rejeitamos H_0

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $2\bar{6}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $2\bar{6}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $2\bar{6}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{26.4 - 25}{6/\sqrt{40}} = 1.47573$$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $2\bar{6}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{26.4 - 25}{6/\sqrt{40}} = 1.47573$$

- Como $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$, rejeitamos H_0 se $z > z_{1-\alpha}$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $2\bar{6}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{26.4 - 25}{6/\sqrt{40}} = 1.47573$$

- Como $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$, rejeitamos H_0 se $z > z_{1-\alpha}$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $\bar{26}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{26.4 - 25}{6/\sqrt{40}} = 1.47573$$

- Como $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$, rejeitamos H_0 se $z > z_{1-\alpha}$

```
alpha = 0.05
qnorm(1-alpha)
```

```
## [1] 1.644854
```

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$. Uma amostra de tamaho 40 produzio $2\bar{6}.4$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 6$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{26.4 - 25}{6/\sqrt{40}} = 1.47573$$

- Como $H_0 : \mu \leq 25 \quad vs \quad H_1 : \mu > 25$, rejeitamos H_0 se $z > z_{1-\alpha}$

```
alpha = 0.05
qnorm(1-alpha)
```

```
## [1] 1.644854
```

$1.47573 > 1.644854$ **?** Não, então não rejeitamos H_0

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio $14\bar{.}15$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio 14.15 e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio $\bar{14.15}$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14.15 - 15}{3/\sqrt{50}} = -2.003469$$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio $14\bar{.}15$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14.15 - 15}{3/\sqrt{50}} = -2.003469$$

- Como $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$, rejeitamos H_0 se $|z| > z_{1-\alpha/2}$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio $\bar{14.15}$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14.15 - 15}{3/\sqrt{50}} = -2.003469$$

- Como $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$, rejeitamos H_0 se $|z| > z_{1-\alpha/2}$

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio $1\bar{4}.15$ e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14.15 - 15}{3/\sqrt{50}} = -2.003469$$

- Como $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$, rejeitamos H_0 se $|z| > z_{1-\alpha/2}$

```
alpha = 0.05
qnorm(1-alpha/2)
```

```
## [1] 1.959964
```

Teste da média populacional: σ conhecido - Exemplo

Considere o teste $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$. Uma amostra de tamaho 50 produzio 14.15 e o desvio padrão populacional é $\sigma = 3$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- Definos a estatística de teste

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14.15 - 15}{3/\sqrt{50}} = -2.003469$$

- Como $H_0 : \mu = 15 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq 15$, rejeitamos H_0 se $|z| > z_{1-\alpha/2}$

```
alpha = 0.05
qnorm(1-alpha/2)
```

```
## [1] 1.959964
```

$|$-2.003469$| = 2.003469 > 1.959964$ **?** Sim, então rejeitamos H_0

Teste da média populacional: σ desconhecido

- Na maioria das vezes σ não é conhecido e utilizamos os dados para estimá-lo

Teste da média populacional: σ desconhecido

- Na maioria das vezes σ não é conhecido e utilizamos os dados para estimá-lo
- Isto implica que mesmo que $X_1, \ldots, X_n \sim N(\mu, \sigma)$, a nossa estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}},$$

não tem mais uma distribuição $N(0, 1)$

Teste da média populacional: σ desconhecido

- Na maioria das vezes σ não é conhecido e utilizamos os dados para estimá-lo
- Isto implica que mesmo que $X_1, \ldots, X_n \sim N(\mu, \sigma)$, a nossa estatística de teste
$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}},$$
não tem mais uma distribuição $N(0,1)$
- De fato, pode-se provar que
$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Então:

Teste da média populacional: σ desconhecido

Então:

- Se $H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$, rejeitamos H_0 se

$$\left| t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \right| > t_{1-\alpha/2, n-1}$$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Então:

- Se $H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$, rejeitamos H_0 se
$$\left| t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \right| > t_{1-\alpha/2, n-1}$$
- Se $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0$, rejeitamos H_0 se
$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} > t_{1-\alpha, n-1}$$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Então:

- Se $H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu \neq \mu_0$, rejeitamos H_0 se

$$\left| t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \right| > t_{1-\alpha/2, n-1}$$

- Se $H_0 : \mu \leq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu > \mu_0$, rejeitamos H_0 se

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} > t_{1-\alpha, n-1}$$

- Se $H_0 : \mu \geq \mu_0 \quad vs \quad H_1 : \mu < \mu_0$, rejeitamos H_0 se

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} < t_{\alpha, n-1}$$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{14 - 12}{4.32/\sqrt{25}} = 2.314815$$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{14 - 12}{4.32/\sqrt{25}} = 2.314815$$

- Como $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$, rejeitamos H_0 se $t > t_{1-\alpha, n-1}$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{14 - 12}{4.32/\sqrt{25}} = 2.314815$$

- Como $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$, rejeitamos H_0 se $t > t_{1-\alpha,n-1}$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{14 - 12}{4.32/\sqrt{25}} = 2.314815$$

- Como $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$, rejeitamos H_0 se $t > t_{1-\alpha,n-1}$

```r
alpha = 0.05; n = 25
qt(1-alpha, n-1)
```

```
## [1] 1.710882
```

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$. Uma amostra de $n = 25$ produziu $\bar{x} = 14$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.32$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{14 - 12}{4.32/\sqrt{25}} = 2.314815$$

- Como $H_0 : \mu \leq 12 \quad vs. \quad H_1 : \mu > 12$, rejeitamos H_0 se $t > t_{1-\alpha,n-1}$

```
alpha = 0.05; n = 25
qt(1-alpha, n-1)
```

```
## [1] 1.710882
```

$2.314815 > 1.710882$ **?** Sim, então rejeitamos H_0

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{17 - 18}{4.5/\sqrt{23}} = -1.06574$$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{17 - 18}{4.5/\sqrt{23}} = -1.06574$$

- Como $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$, rejeitamos H_0 se $|t| > t_{1-\alpha/2,n-1}$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{17 - 18}{4.5/\sqrt{23}} = -1.06574$$

- Como $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$, rejeitamos H_0 se $|t| > t_{1-\alpha/2, n-1}$

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{17 - 18}{4.5/\sqrt{23}} = -1.06574$$

- Como $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$, rejeitamos H_0 se $|t| > t_{1-\alpha/2, n-1}$

```r
alpha = 0.05; n = 23
qt(1-alpha/2, n-1)
```

```
## [1] 2.073873
```

Teste da média populacional: σ desconhecido

Considere $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$. Uma amostra de $n = 23$ produziu $\bar{x} = 17$ e desvio padrão **amostral** $\hat{\sigma} = 4.5$. Rejeitamos ou não H_0?

- Por padrão assumimos $\alpha = 0.05$
- σ é conhecido ou desconhecido?
- Como vamos utilizar $\hat{\sigma}$, definos a estatística de teste

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} = \frac{17 - 18}{4.5/\sqrt{23}} = -1.06574$$

- Como $H_0 : \mu = 18 \quad vs. \quad H_1 : \mu \neq 18$, rejeitamos H_0 se $|t| > t_{1-\alpha/2,n-1}$

```r
alpha = 0.05; n = 23
qt(1-alpha/2, n-1)
```

```
## [1] 2.073873
```

$|$-1.06574$| = 1.06574 > 2.073873$ **?** Não, então não rejeitamos H_0

Leituras recomendadas

- Anderson, D. R; Sweeney, D. J.; e Williams, T. A. (2008). *Estatística Aplicada à Administração e Economia*. 2ed. Cengage Learning. **Cap 9**
- Morettin, P.A; e Bussab, W. de O. (2004). *Estatística Básica*. 5ed, Saraiva. **Cap 12**