

DQN 算法

DQN 算法的核心思想是在 Q-learning 算法的基础上引入深度神经网络来近似动作价值函数 $Q(s, a)$ ，从而能够处理高维的状态空间。此外，DQN 算法还引入了一些技巧，如经验回放和目标网络等，来提高训练的稳定性和效果。

Q 网络

在深度学习基础章节中，我们演示了如何使用神经网络来近似状态价值函数 $V(s)$ 并使用梯度下降和 TD 误差来更新网络参数。类似地，我们也可以使用神经网络来近似动作价值函数 $Q(s, a)$ ，回顾 Q-learning 算法的更新公式，如式 (1) 所示。

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow Q(s_t, a_t) + \alpha[r_t + \gamma \max_a Q'(s_{t+1}, a) - Q(s_t, a_t)] \quad (1)$$

其中 $y_t = r_t + \gamma \max_a Q'(s_{t+1}, a)$ 表示期望或目标的 Q 值， $Q(s_t, a_t)$ 表示实际的 Q 值， α 是学习率。引入神经网络近似 Q 函数后，如式 (2) 所示。

$$Q_\theta(s_t, a_t) \leftarrow Q_\theta(s_t, a_t) + \alpha[y_t - Q_\theta(s_t, a_t)] \quad (2)$$

其中参数 θ 是神经网络的参数，可以通过梯度下降的方式来优化。具体来说，可以以最小化 TD 误差为目标，即最小化目标 Q 值和实际 Q 值之间的差距，如式 (3) 所示。

$$\begin{aligned} L(\theta) &= (y_t - Q_\theta(s_t, a_t))^2 \\ \theta &\leftarrow \theta - \alpha \nabla_\theta L(\theta) \end{aligned} \quad (3)$$

注意，由于是基于 TD 更新的，因此依然需要判断终止状态，如式 (4) 所示。

$$y_t = \begin{cases} r_t & \text{对于终止状态 } s_t \\ r_t + \gamma \max_{a'} Q_\theta(s_{t+1}, a') & \text{对于非终止状态 } s_t \end{cases} \quad (4)$$

经验回放

在 Q-learning 算法中，我们每次执行一步交互得到一个样本之后，就立即用这个最新的样本去更新 Q 函数，如式 (5) 所示。

$$(s_t, a_t, s_{t+1}, r_{t+1}) \rightarrow \text{update } Q(s_t, a_t) \quad (5)$$

这种更新方式在引入神经网络后会带来一些问题。首先，每次用单个样本去迭代网络参数很容易导致训练的不稳定，从而影响模型的收敛。其次，每次迭代的样本都是从环境中实时交互得到的，这样的样本是在时间上是连续的，即是有关联的，这与梯度下降法的数据假设不符，即**训练集中的样本必须是独立同分布的**。此外，每个样本只被使用一次就被丢弃，数据使用率较低，而在强化学习中与环境交互产生样本的成本往往较高，**较低的数据使用率会严重影响训练效率**。

为了解决这些问题，DQN 算法引入了经验回放机制。具体来说，我们会将每次与环境交互得到的样本 $(s_t, a_t, s_{t+1}, r_{t+1})$ 存储在一个经验回放池（Replay Buffer）中，如式 (6) 所示。

$$(s_t, a_t, s_{t+1}, r_{t+1}) \rightarrow D \quad (6)$$

然后在每次更新网络参数时，我们会从经验回放池中随机抽取一个小批量的样本进行训练，如式 (7) 所示。

$$D \rightarrow \{(s_i, a_i, s_{i+1}, r_{i+1})\}_{i=1}^N \quad (7)$$

其中下标 i 表示从经验回放池中随机抽取的样本，意味着不再跟时间相关， N 是小批量的样本数量。利用这些样本，我们可以计算对应的目标 Q 值 y_i ，并使用梯度下降的方法来更新网络参数 θ ，如式 (8) 所示。

$$L(\theta) = \mathbb{E}_{(s_i, a_i, s_{i+1}, r_{i+1}) \sim D} [(y_i - Q_\theta(s_i, a_i))^2]$$

$$\theta \leftarrow \theta - \alpha \nabla_\theta L(\theta)$$
(8)

如图 1 所示，不同于 Q-learning 算法每次用最新的样本直接喂入神经网络去更新网络模型，DQN 算法会把每次与环境交互得到的样本都存储在一个经验回放中，然后每次从经验池中随机抽取一批样本来训练网络。

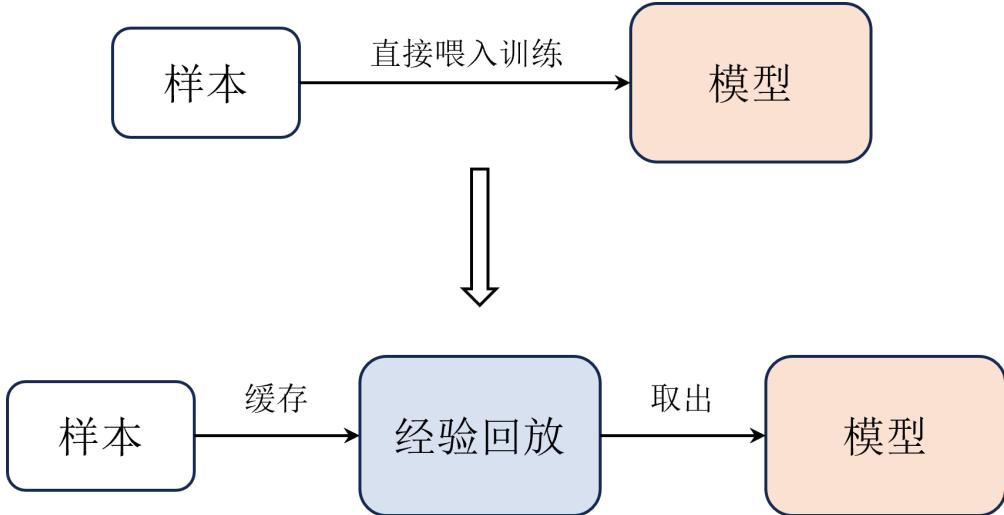


图 1: 经验回放示例

目标网络

注意到在式 (4) 中，目标值 y_t 的参数 θ 与实际值即当前网络 Q_θ 的参数是相同的。这意味着网络要学习的目标会在每次更新时发生变化，等价于我们在追逐一个不断移动的目标，这很容易造成训练的不稳定，甚至损失发散导致无法收敛（即训练失败）。

为了解决这个问题，DQN 算法引入了目标网络（Target Network）的概念。具体来说，我们会维护一个与当前网络结构相同但参数不同的目标网络 Q_{θ^-} ，并使用目标网络来计算目标 Q 值，如式 (9) 所示。

$$y_t = \begin{cases} r_t & \text{对于终止状态 } s_t \\ r_t + \gamma \max_{a'} Q_{\theta^-}(s_{t+1}, a') & \text{对于非终止状态 } s_t \end{cases} \quad (9)$$

目标网络的参数 θ^- 会定期地从当前网络的参数 θ 复制过来，如式 (10) 所示。

$$\theta^- \leftarrow \theta \quad \text{Update every } C \text{ steps} \quad (10)$$

其中 C 是一个超参数，表示每隔多少步更新一次目标网络的参数。这样一来，目标网络的参数在会在一定时间内保持不变，从而使得目标 Q 值相对稳定，避免了追逐不断移动的目标的问题，提高了训练的稳定性和收敛性，如图 2 所示。

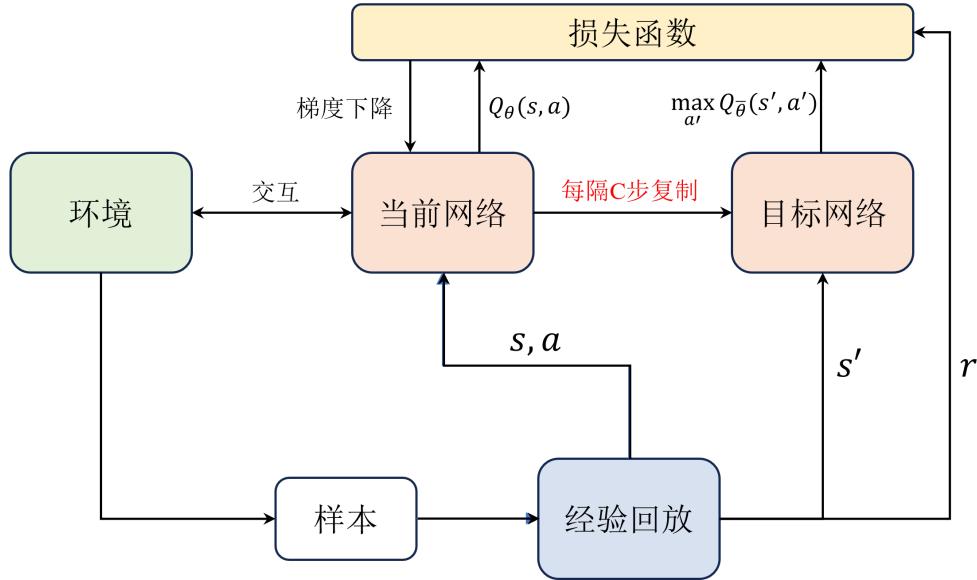


图 2: 目标网络示例

另外，式 (10) 中的更新方式被称为硬更新 (Hard Update)，即每隔 C 步直接将当前网络的参数复制给目标网络。除此之外，还有一种软更新 (Soft Update) 的方式，即每次更新时将目标网络的参数向当前网络的参数靠近一点，如式 (11) 所示。

$$\theta^- \leftarrow \tau\theta + (1 - \tau)\theta^- \quad (11)$$

其中 τ 是一个超参数，通常取值很小（如 0.001），表示每次更新时目标网络参数向当前网络参数靠近的比例。注意，软更新的方式在 DQN 算法中并不常用，原因是硬更新已经能够很好地解决目标不稳定的问题，但在一些后续的强化学习算法例如 DDPG 和 TD3 中被广泛采用。

算法流程

DQN 算法的完整流程如图 3 所示，包括初始化网络和经验回放池、与环境交互采样、存储样本到经验回放池、从经验回放池中随机采样小批量样本、计算目标 Q 值和损失函数、更新网络参数以及定期更新目标网络参数等步骤，完整的代码实现可参考实战部分的内容。

DQN 算法

```
1: 初始化当前网络参数  $\theta$  和目标网络参数  $\theta^- \leftarrow \theta$ 
2: 初始化经验回放  $D$ 
3: for 回合数  $m = 1, 2, \dots, M$  do
4:   重置环境，获得初始状态  $s_0$ 
5:   for 时步  $t = 1, 2, \dots, T$  do
6:     交互采样：
7:       根据  $\varepsilon - greedy$  策略采样动作  $a_t$ 
8:       环境根据  $a_t$  反馈奖励  $r_t$  和下一个状态  $s_{t+1}$ 
9:       存储样本  $(s_t, a_t, r_t, s_{t+1})$  到经验回放  $D$  中
10:      更新状态  $s_{t+1} \leftarrow s_t$ 
11:      策略更新：
12:        从  $D$  中随机采样一个批量的样本
13:        计算  $Q$  的期望值，即  $y_i = r_t + \gamma \max_{a_{i+1}} Q_{\theta^-}(s_{i+1}, a)$ 
14:        计算损失  $L(\theta) = (y_i - Q_{\theta}(s_i, a_i))^2$  并梯度下降更新参数  $\theta$ 
15:        每  $C$  步复制参数到目标网络  $\theta^- \leftarrow \theta$ 
16:    end for
17: end for
```

图 3: DQN 算法流程

思考

相比于 Q-learning 算法，DQN 算法做了哪些改进？

答：主要包括：**引入深度神经网络**：Q-learning 算法中使用的是表格法来存储动作价值函数，但对于状态空间较大的问题，表格法会变得不可行。DQN 通过引入深度神经网络来近似动作价值函数，能够处理高维连续状态空间的问题。**经验回放**：传统的 Q-learning 算法每次更新时只使用当前状态和动作的信息，但这种方式可能会导致样本之间的相关性和不稳定性。DQN 采用经验回放机制，将所有的状态、动作、奖励、下一状态组成的经验存储在经验池中，然后从经验池中随机取样进行训练，可以缓解样本相关性和不稳定性的问题。**目标网络**：DQN 还引入了目标网络来解决动作价值函数的不稳定性问题。目标网络是一个与当前神经网络结构相同的网络，但其参数被固定一段时间。在训练时，使用目标网络来计算目标 Q 值，从而减少当前神经网络参数对目标 Q 值的影响，提高训练稳定性。**奖励裁剪**：在某些情况下，奖励值可能非常大或非常小，这可能会导致训练不稳定。DQN 采用奖励裁剪，将奖励值限制在一个较小的范围内，从而在一定程度上提高了训练稳定性。

为什么要在 DQN 算法中引入 $\varepsilon - greedy$ 策略？

答：目的是为了平衡探索和利用的关系。具体来说， $\varepsilon - greedy$ 策略会以一定的概率 ε 随机选择动作，以一定的概率 $1 - \varepsilon$ 选择当前状态下具有最大 Q 值的动作，从而在训练过程中保证一定的探索性，使得智能体能够尝试一些未知的状态和动作，从而获得更多的奖励。如果在训练过程中完全按照当前状态下的最大 Q 值选择动作，可能会导致智能体过于保守，无法获得更多的奖励。而如果完全随机选择动作，可能会导致智能体无法学习到更优的策略，从而影响学习效果。因此，引入 $\varepsilon - greedy$ 策略可以在探索和利用之间进行平衡，从而在训练过程中获得更好的性能。需要注意的是， $\varepsilon - greedy$ 策略中的 ε 值是一个重要的超参数，需要根据具体问题进行调整。如果 ε 值过小，可能会导致智能体无法充分探索环境；如果 ε 值过大，可能会导致智能体无法有效地利用已有的经验。因此，需要根据具体问题进行调参。

DQN 算法为什么要多加一个目标网络？

答：目标网络的作用是为了解决动作价值函数的不稳定性问题。目标网络是一个与当前神经网络结构相同的网络，但其参数被固定一段时间。在训练时，使用目标网络来计算目标 Q 值，从而减少当前神经网络参数对目标 Q 值的影响，提高训练稳定性。具体来说，当使用当前神经网络来计算目标 Q 值时，当前神经网络的参数和目标 Q 值的计算都是基于同一批数据的，这可能导致训练过程中出现不稳定的情况。而使用目标网络来计算目标 Q 值时，目标网络的参数是固定的，不会受到当前神经网络的训练过程的影响，因此可以提高训练的稳定性。同时，目标网络的更新也是基于一定的规则进行的。在每个训练步骤中，目标网络的参数被更新为当前网络的参数的加权平均值，其权重由一个超参数 τ 控制。通过这种方式，目标网络的更新过程可以更加平稳，避免了训练过程中出现剧烈的波动，从而提高了训练的效率和稳定性。因此，引入目标网络是 DQN 算法的一个重要改进，可以显著提高算法的性能和稳定性。

经验回放的作用是什么？

答：经验回放主要作用在于缓解样本相关性和不稳定性问题，提高算法的训练效率和稳定性。**缓解样本相关性问题**：在深度强化学习中，每个样本通常都是与前几个样本高度相关的。如果直接使用当前样本进行训练，可能会导致样本之间的相关性过高，从而影响算法的训练效果。经验回放机制通过从经验池中随机取样，可以打破样本之间的相关性，提高训练的效果。**缓解不稳定性问题**：在深度强化学习中，每个样本的值函数都是基于当前神经网络的参数计算的。由于神经网络的参数在每个训练步骤中都会发生变化，因此每个样本的值函数也会随之变化。这可能会导致算法的训练过程不稳定，经验回放机制可以通过随机取样的方式，减少每个训练步骤中样本值函数的变化，从而提高训练的稳定性。