

IN310 - Mathématiques pour l'informatique
1^{er} contrôle continu 2022-2023

Durée : 1h30.

Les documents sont autorisés. Pas de calculatrices. Pas d'ordinateur. Pas de téléphone.

Question 1

Effectuer les conversions suivantes :

- (a) $(3871)_9$ en base 3.
- (b) $(5724)_{10}$ en base 4.

Question 2

Donner en base 7 le résultat des calculs suivants :

- (a) $(63055)_7 + (32613)_7$
- (b) $(514)_7 \times (7^3)_{10}$

Question 3

Montrer par induction que $\sum_{k=0}^n (k^2 + 3k + 9) = \frac{1}{3}(n^2 + 5n + 27)(n + 1)$ pour tout $n \geq 0$.

Question 4

Les fonctions suivantes sont-elles injectives, surjectives, bijectives ? Justifier votre réponse par une preuve ou un contre-exemple.

- 1. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, avec $f(n) = n + 1$.
- 2. $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, avec $g(x, y) = (x + y, x - y)$.

Question 5

Soit A l'ensemble $\{0, 1, 2, 3\}$. Pour chacune des relations binaires sur A ci-dessous (exprimées comme des sous-ensembles de $A \times A$, dire si elle est réflexive, symétrique, anti-symétrique, transitive, totale. Justifier votre réponse.

- (a) $\mathcal{R} = \{(0, 3), (0, 2), (1, 1), (2, 0), (2, 1), (2, 3)\}$,
- (b) $\mathcal{S} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$,
- (c) $\mathcal{T} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$.

Question 6

On considère la relation \mathcal{R} sur les paires d'entiers définie par

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \text{ si et seulement si } a - b \geq c - d.$$

La relation \mathcal{R} est-elle réflexive, symétrique, anti-symétrique, transitive ? La relation \mathcal{R} est-elle une relation d'ordre ? Justifier chacune de vos réponses par une preuve ou un contre-exemple.