

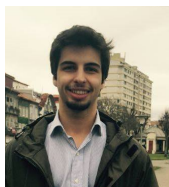
Universidade do Minho

Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

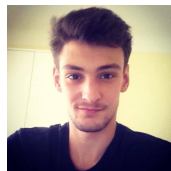
MIEI - 3º ANO - 1º SEMESTRE
UNIVERSIDADE DO MINHO

TRABALHO PRÁTICO 3

GRUPO 3



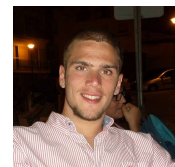
Dinis Peixoto
A75353



Ricardo Pereira
A74185



Marcelo Lima
A75210



Ricardo Certo
A75315

16 de Novembro de 2017

Conteúdo

1	Introdução	3
2	Parte I	4
2.1	Formulação do problema	4
2.1.1	Variáveis de decisão	4
2.1.2	Função objetivo	4
2.1.3	Restrições	4
2.2	Ficheiro de Input	5
2.3	Ficheiro de Output	12
2.4	Plano detalhado de produção	19
2.4.1	Laranja	19
2.4.2	Pêra	20
2.4.3	Maça	21
2.5	Validação	21
2.5.1	Validação do plano detalhado de produção	21
2.5.2	Validação da solução ótima	29
3	Parte II	33
3.1	Formulação do problema	33
3.1.1	Variáveis de decisão	33
3.1.2	Função objetivo	33
3.1.3	Restrições	33
3.2	Ficheiro de Input	35
3.3	Ficheiro de Output	43
3.4	Plano detalhado de produção	50
3.4.1	Laranjas	50
3.4.2	Maças	51
3.4.3	Pêras	52
3.5	Validação	52
3.5.1	Validação do plano detalhado de produção	52
3.5.2	Validação da solução ótima	60
4	Parte III	64
4.1	Formulação do problema	64
4.1.1	Variáveis de decisão	64
4.1.2	Função objetivo	64
4.1.3	Restrições	64

4.2	Ficheiro de Input	65
4.3	Ficheiro de Output	73
4.4	Plano detalhado de produção	80
4.4.1	Laranjas	80
4.4.2	Maças	81
4.4.3	Pêras	82
4.5	Validação	82
4.5.1	Validação do plano detalhado de produção	82
4.5.2	Validação da solução ótima	90
5	Conclusão	93

1. *Introdução*

No contexto do enunciado do terceiro trabalho prático da unidade curricular de Modelos Determinísticos e Investigação Operacional, iremos retratar uma empresa encarregue por produzir sumo de laranja, maçã e pêra, à base de concentrado.

A produção consiste na mistura das matérias-primas com o concentrado de sumo de fruta, água e açúcar, seguindo-se o enchimento dos pacotes de sumo na única linha de engarrafamento que a empresa possui. O tempo de produção de um dado sumo corresponde ao tempo de engarrafamento, dado que a mistura das matérias-primas é efetuada num tempo negligenciável. A empresa vai também possuir dois armazéns, o de matérias-primas e o de produtos finais, responsáveis por guardar os tambores e guardar as paletes com os pacotes de sumo, respetivamente.

Pretendemos elaborar um modelo de programação linear que nos permita determinar as quantidades a comprar, a produzir e a armazenar, em cada período e para cada tipo de sumo, de modo a correspondermos com os pedidos dos clientes num horizonte de planeamento de dozes meses, de forma a minimizarmos o custo global.

As quantidades de concentrado vão ser expressas em unidades equivalentes (U.E). Uma U.E de concentrado de fruta é o peso de concentrado necessário para produzir uma tonelada de produto final (que equivale a uma U.E de produto final).

Para além destes aspetos referidos o trabalho prático estará dividido em três partes, cada uma delas possuindo as suas próprias especificações, complementares ao modelo de programação linear realizado no exercício 3 da parte I .

2. Parte I

2.1 Formulação do problema

2.1.1 Variáveis de decisão

lf: Variável binária que indica se ocorreu ou não limpeza em Fevereiro.

lm: Variável binária que indica se ocorreu ou não limpeza em Março.

la: Variável binária que indica se ocorreu ou não limpeza em Agosto.

ls: Variável binária que indica se ocorreu ou não limpeza em Setembro.

mi3: Variável binária que indica se ocorreu ou não manutenção em Março, para a fruta i ($i = 1, 2$ ou 3).

mj9: Variável binária que indica se ocorreu ou não manutenção em Setembro, para a fruta i ($i = 1, 2$ ou 3).

2.1.2 Função objetivo

$$250m_{13} + 250m_{23} + 250m_{33} + 400m_{19} + 400m_{29} + 400m_{39}$$

Foi acrescentada esta equação à função objectivo do trabalho prático nº1, a que correspondem os custos de manutenção em Março (250 U.M., para as variáveis m_{13} , m_{23} e m_{33}), e em Setembro (400 U.M., para as variáveis m_{19} , m_{29} e m_{39}).

2.1.3 Restrições

Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês

$$\begin{aligned} B_{11} + B_{21} + B_{31} &\leq 30; \\ B_{12} + B_{22} + B_{32} &\leq 30 - 30lf; \\ B_{13} + B_{23} + B_{33} &\leq 30 - 30lm; \\ B_{14} + B_{24} + B_{34} &\leq 30; \\ B_{15} + B_{25} + B_{35} &\leq 30; \\ B_{16} + B_{26} + B_{36} &\leq 30; \\ B_{17} + B_{27} + B_{37} &\leq 30; \\ B_{18} + B_{28} + B_{38} &\leq 30 - 30la; \\ B_{19} + B_{29} + B_{39} &\leq 30 - 30ls; \\ B_{110} + B_{210} + B_{310} &\leq 30; \\ B_{111} + B_{211} + B_{311} &\leq 30; \\ B_{112} + B_{212} + B_{312} &\leq 30; \end{aligned}$$

De forma a garantir que não seja possível armazenar no mês em que houve limpeza, criamos 4 variáveis binárias (uma para cada mês), para passar o valor do armazenamento de 30 para 0, indicando que não há stock para o próximo mês.

Restrições da produção de um fruto num mês

$$P13 \leq 30tug13 - 2m13;$$

$$P23 \leq 30tug23 - 2m23;$$

$$P33 \leq 30tug33 - 2m33;$$

$$P19 \leq 30tug19 - 2m19;$$

$$P29 \leq 30tug29 - 2m29;$$

$$P39 \leq 30tug39 - 2m39;$$

Para garantir que caso a manutenção ocorra em março (mês 3) ou setembro (mês 9), o limite de produção seja decrementado 2 unidades, é necessário ter variáveis binárias para indicar tal acontecimento. Para tal, criamos 6 variáveis, que indicam se ocorreu ou não a manutenção, e para que fruta, pois no modelo da parte III do trabalho prático 1, apenas podemos produzir uma das 3 frutas.

Escolha do mês de manutenção

$$m13 + m23 + m33 + m19 + m29 + m39 = 1;$$

Esta restrição garante que apenas pode ocorrer a manutenção para um dos meses (março ou setembro), e para uma das frutas (maça, laranja e pêra).

Escolha do mês de limpeza

$$lf + lm + la + ls = 1;$$

Restrição que indica que apenas pode ocorrer a limpeza em um dos 4 meses (fevereiro, março, agosto e setembro).

$$lf + lm = m13 + m23 + m33;$$

$$la + ls = m19 + m29 + m39;$$

Restrições que nos permitem relacionar as variáveis binárias da operação de manutenção e da operação de limpeza, onde apenas pode existir limpeza caso ocorra manutenção em março (1ª restrição) ou setembro (2ª restrição).

2.2 Ficheiro de Input

/* Função Objetivo */

```
min: 10P11 + 3A11 + 1B11 + 180C11 + 10P12 + 3A12 + 1B12 + 160C12 +
10P13 + 3A13 + 1B13 + 180C13 + 10P14 + 3A14 + 1B14 + 160C14 +
10P15 + 3A15 + 1B15 + 180C15 + 10P16 + 3A16 + 1B16 + 160C16 +
10P17 + 3A17 + 1B17 + 180C17 + 12P18 + 3A18 + 1B18 + 160C18 +
10P19 + 3A19 + 1B19 + 180C19 + 10P110 + 3A110 + 1B110 + 160C110 +
10P111 + 3A111 + 1B111 + 180C111 + 10P112 + 3A112 + 1B112 +
```

160C112 + 10P21 + 3A21 + 1B21 + 231C21 + 10P22 + 3A22 + 1B22 +
 199C22 + 10P23 + 3A23 + 1B23 + 187C23 + 10P24 + 3A24 + 1B24 +
 198C24 + 10P25 + 3A25 + 1B25 + 210C25 + 10P26 + 3A26 + 1B26 +
 208C26 + 10P27 + 3A27 + 1B27 + 211C27 + 12P28 + 3A28 + 1B28 +
 220C28 + 10P29 + 3A29 + 1B29 + 217C29 + 10P210 + 3A210 + 1B210 +
 216C210 + 10P211 + 3A211 + 1B211 + 221C211 + 10P212 + 3A212 +
 1B212 + 217C212 + 10P31 + 3A31 + 1B31 + 116C31 + 10P32 + 3A32 +
 1B32 + 116C32 + 10P33 + 3A33 + 1B33 + 124C33 + 10P34 + 3A34 +
 1B34 + 120C34 + 10P35 + 3A35 + 1B35 + 132C35 + 10P36 + 3A36 +
 1B36 + 128C36 + 10P37 + 3A37 + 1B37 + 136C37 + 12P38 + 3A38 +
 1B38 + 116C38 + 10P39 + 3A39 + 1B39 + 120C39 + 10P310 + 3A310 +
 1B310 + 108C310 + 10P311 + 3A311 + 1B311 + 100C311 + 10P312 +
 3A312 + 1B312 + 116C312 + 10ATr11 + ATi11 + 10ATr12 + ATi12 +
 10ATr13 + ATi13 + 10ATr14 + ATi14 + 10ATr15 + ATi15 + 10ATr16 +
 ATi16 + 10ATr17 + ATi17 + 10ATr18 + ATi18 + 10ATr19 + ATi19 +
 10ATr110 + ATi110 + 10ATr111 + ATi111 + 10ATr112 + ATi112 +
 10ATr21 + ATi21 + 10ATr22 + ATi22 + 10ATr23 + ATi23 + 10ATr24 +
 ATi24 + 10ATr25 + ATi25 + 10ATr26 + ATi26 + 10ATr27 + ATi27 +
 10ATr28 + ATi28 + 10ATr29 + ATi29 + 10ATr210 + ATi210 + 10ATr211 +
 ATi211 + 10ATr212 + ATi212 + 10ATr31 + ATi31 + 10ATr32 +
 ATi32 + 10ATr33 + ATi33 + 10ATr34 + ATi34 + 10ATr35 + ATi35 +
 10ATr36 + ATi36 + 10ATr37 + ATi37 + 10ATr38 + ATi38 +
 10ATr39 + ATi39 + 10ATr310 + ATi310 + 10ATr311 + ATi311 +
 10ATr312 + ATi312 + 250m13 + 250m23 + 250m33 + 400m19 + 400m29 + 400m39;

/* Restrições */

/* Restringir a produção para o armazém de produto final */

P11 + 20 - A11 = EN11 ;
 P21 + 10 - A21 = EN21 ;
 P31 + 10 - A31 = EN31 ;

P12 + A11 - A12 = ATi11 + ATr11 + EN12 ;
 P22 + A21 - A22 = ATi21 + ATr21 + EN22 ;
 P32 + A31 - A32 = ATi31 + ATr31 + EN32 ;

P13 + A12 - A13 = ATi12 + ATr12 + EN13 ;
 P23 + A22 - A23 = ATi22 + ATr22 + EN23 ;
 P33 + A32 - A33 = ATi32 + ATr32 + EN33 ;

P14 + A13 - A14 = ATi13 + ATr13 + EN14 ;
 P24 + A23 - A24 = ATi23 + ATr23 + EN24 ;
 P34 + A33 - A34 = ATi33 + ATr33 + EN34 ;

P15 + A14 - A15 = ATi14 + ATr14 + EN15 ;
 P25 + A24 - A25 = ATi24 + ATr24 + EN25 ;

$$P35 + A34 - A35 = ATi34 + ATr34 + EN35 ;$$

$$P16 + A15 - A16 = ATi15 + ATr15 + EN16 ;$$

$$P26 + A25 - A26 = ATi25 + ATr25 + EN26 ;$$

$$P36 + A35 - A36 = ATi35 + ATr35 + EN36 ;$$

$$P17 + A16 - A17 = ATi16 + ATr16 + EN17 ;$$

$$P27 + A26 - A27 = ATi26 + ATr26 + EN27 ;$$

$$P37 + A36 - A37 = ATi36 + ATr36 + EN37 ;$$

$$P18 + A17 - A18 = ATi17 + ATr17 + EN18 ;$$

$$P28 + A27 - A28 = ATi27 + ATr27 + EN28 ;$$

$$P38 + A37 - A38 = ATi37 + ATr37 + EN38 ;$$

$$P19 + A18 - A19 = ATi18 + ATr18 + EN19 ;$$

$$P29 + A28 - A29 = ATi28 + ATr28 + EN29 ;$$

$$P39 + A38 - A39 = ATi38 + ATr38 + EN39 ;$$

$$P110 + A19 - A110 = ATi19 + ATr19 + EN110 ;$$

$$P210 + A29 - A210 = ATi29 + ATr29 + EN210 ;$$

$$P310 + A39 - A310 = ATi39 + ATr39 + EN310 ;$$

$$P111 + A110 - A111 = ATi110 + ATr110 + EN111 ;$$

$$P211 + A210 - A211 = ATi210 + ATr210 + EN211 ;$$

$$P311 + A310 - A311 = ATi310 + ATr310 + EN311 ;$$

$$P112 + A111 - A112 = ATi111 + ATr111 + EN112;$$

$$P212 + A211 - A212 = ATi211 + ATr211 + EN212;$$

$$P312 + A311 - A312 = ATi311 + ATr311 + EN312;$$

/* Restrições da entrega e atraso num mês */

$$EN11 + ATi11 + ATr11 = 9;$$

$$EN21 + ATi21 + ATr21 = 5;$$

$$EN31 + ATi31 + ATr31 = 4;$$

$$EN12 + ATi12 + ATr12 = 9;$$

$$EN22 + ATi22 + ATr22 = 5;$$

$$EN32 + ATi32 + ATr32 = 4;$$

$$EN13 + ATi13 + ATr13 = 9;$$

$$EN23 + ATi23 + ATr23 = 5;$$

$$EN33 + ATi33 + ATr33 = 4;$$

$$EN14 + ATi14 + ATr14 = 12;$$

$$EN24 + ATi24 + ATr24 = 6;$$

$$EN34 + ATi34 + ATr34 = 5;$$

$EN15 + ATi15 + ATr15 = 16;$
 $EN25 + ATi25 + ATr25 = 8;$
 $EN35 + ATi35 + ATr35 = 6;$

$EN16 + ATi16 + ATr16 = 17;$
 $EN26 + ATi26 + ATr26 = 9;$
 $EN36 + ATi36 + ATr36 = 7;$

$EN17 + ATi17 + ATr17 = 19;$
 $EN27 + ATi27 + ATr27 = 10;$
 $EN37 + ATi37 + ATr37 = 8;$

$EN18 + ATi18 + ATr18 = 19;$
 $EN28 + ATi28 + ATr28 = 10;$
 $EN38 + ATi38 + ATr38 = 8;$

$EN19 + ATi19 + ATr19 = 16;$
 $EN29 + ATi29 + ATr29 = 8;$
 $EN39 + ATi39 + ATr39 = 6;$

$EN110 + ATi110 + ATr110 = 12;$
 $EN210 + ATi210 + ATr210 = 6;$
 $EN310 + ATi310 + ATr310 = 5;$

$EN111 + ATi111 + ATr111 = 10;$
 $EN211 + ATi211 + ATr211 = 5;$
 $EN311 + ATi311 + ATr311 = 4;$

$EN112 = 9;$
 $EN212 = 5;$
 $EN312 = 4;$

/ Restringir a compra para o armazém de matéria-prima */*

$C11 + 16 - B11 = P11;$
 $C21 + 8 - B21 = P21;$
 $C31 + 6 - B31 = P31;$

$C12 + B11 - B12 = P12;$
 $C22 + B21 - B22 = P22;$
 $C32 + B31 - B32 = P32;$

$C13 + B12 - B13 = P13;$
 $C23 + B22 - B23 = P23;$
 $C33 + B32 - B33 = P33;$

$C14 + B13 - B14 = P14;$
 $C24 + B23 - B24 = P24;$
 $C34 + B33 - B34 = P34;$

$C15 + B14 - B15 = P15;$
 $C25 + B24 - B25 = P25;$
 $C35 + B34 - B35 = P35;$

$C16 + B15 - B16 = P16;$
 $C26 + B25 - B26 = P26;$
 $C36 + B35 - B36 = P36;$

$C17 + B16 - B17 = P17;$
 $C27 + B26 - B27 = P27;$
 $C37 + B36 - B37 = P37;$

$C18 + B17 - B18 = P18;$
 $C28 + B27 - B28 = P28;$
 $C38 + B37 - B38 = P38;$

$C19 + B18 - B19 = P19;$
 $C29 + B28 - B29 = P29;$
 $C39 + B38 - B39 = P39;$

$C110 + B19 - B110 = P110;$
 $C210 + B29 - B210 = P210;$
 $C310 + B39 - B310 = P310;$

$C111 + B110 - B111 = P111;$
 $C211 + B210 - B211 = P211;$
 $C311 + B310 - B311 = P311;$

$C112 + B111 - B112 = P112;$
 $C212 + B211 - B212 = P212;$
 $C312 + B311 - B312 = P312;$

/ Restringir a produção no mês */*

$P11 + P21 + P31 \leq 30;$
 $P12 + P22 + P32 \leq 30;$
 $P13 + P23 + P33 \leq 30;$
 $P14 + P24 + P34 \leq 30;$
 $P15 + P25 + P35 \leq 30;$
 $P16 + P26 + P36 \leq 30;$
 $P17 + P27 + P37 \leq 30;$
 $P18 + P28 + P38 \leq 30;$
 $P19 + P29 + P39 \leq 30;$

```

P110 + P210 + P310 <= 30;
P111 + P211 + P311 <= 30;
P112 + P212 + P312 <= 30;

/* Restringir o armazenamento de produto final no mês */

A11 + A21 + A31 <= 40;
A12 + A22 + A32 <= 40;
A13 + A23 + A33 <= 40;
A14 + A24 + A34 <= 40;
A15 + A25 + A35 <= 40;
A16 + A26 + A36 <= 40;
A17 + A27 + A37 <= 40;
A18 + A28 + A38 <= 40;
A19 + A29 + A39 <= 40;
A110 + A210 + A310 <= 40;
A111 + A211 + A311 <= 40;
A112 + A212 + A312 <= 40;

/* Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês */

B11 + B21 + B31 <= 30;
B12 + B22 + B32 <= 30;
B13 + B23 + B33 <= 30 - 30lf;
B14 + B24 + B34 <= 30 - 30lm;
B15 + B25 + B35 <= 30;
B16 + B26 + B36 <= 30;
B17 + B27 + B37 <= 30;
B18 + B28 + B38 <= 30;
B19 + B29 + B39 <= 30 - 30la;
B110 + B210 + B310 <= 30 - 30ls;
B111 + B211 + B311 <= 30;
B112 + B212 + B312 <= 30;

/* Restringir armazenamento final */

A112 = 20;
A212 = 10;
A312 = 10;

B112 = 16;
B212 = 8;
B312 = 6;

/* Restrições da produção para apenas um fruto num mês */
tug11 + tug21 + tug31 = 1;
tug12 + tug22 + tug32 = 1;

```

```

tug13 + tug23 + tug33 = 1;
tug14 + tug24 + tug34 = 1;
tug15 + tug25 + tug35 = 1;
tug16 + tug26 + tug36 = 1;
tug17 + tug27 + tug37 = 1;
tug18 + tug28 + tug38 = 1;
tug19 + tug29 + tug39 = 1;
tug110 + tug210 + tug310 = 1;
tug111 + tug211 + tug311 = 1;
tug112 + tug212 + tug312 = 1;

/* Restrições da produção de um fruto num mês */

P11 <= 30tug11;
P21 <= 30tug21;
P31 <= 30tug31;

P12 <= 30tug12;
P22 <= 30tug22;
P32 <= 30tug32;

P13 <= 30tug13 - 2m13;
P23 <= 30tug23 - 2m23;
P33 <= 30tug33 - 2m33;

P14 <= 30tug14;
P24 <= 30tug24;
P34 <= 30tug34;

P15 <= 30tug15;
P25 <= 30tug25;
P35 <= 30tug35;

P16 <= 30tug16;
P26 <= 30tug26;
P36 <= 30tug36;

P17 <= 30tug17;
P27 <= 30tug27;
P37 <= 30tug37;

P18 <= 30tug18;
P28 <= 30tug28;
P38 <= 30tug38;

P19 <= 30tug19 - 2m19;
P29 <= 30tug29 - 2m29;

```

```

P39 <= 30tug39 - 2m39;

P110 <= 30tug110;
P210 <= 30tug210;
P310 <= 30tug310;

P111 <= 30tug111;
P211 <= 30tug211;
P311 <= 30tug311;

P112 <= 30tug112;
P212 <= 30tug212;
P312 <= 30tug312;

/* Escolha do mês de manutenção */
m13 + m23 + m33 + m19 + m29 + m39 = 1;

/* Escolha do mês de limpeza */
lf + lm + la + ls = 1;
lf + lm = m13 + m23 + m33;
la + ls = m19 + m29 + m39;

/* Declaração das variáveis binárias */

Bin ATi11, ATi21, ATi31, ATi12, ATi22, ATi32, ATi13, ATi23,
ATi33, ATi14, ATi24, ATi34, ATi15, ATi25, ATi35, ATi16, ATi26,
ATi36, ATi17, ATi27, ATi37, ATi18, ATi28, ATi38, ATi19, ATi29,
ATi39, ATi110, ATi210, ATi310, ATi111, ATi211, ATi311, ATi112,
ATi212, ATi312;

Bin tug11, tug21, tug31, tug12, tug22, tug32, tug13, tug23,
tug33, tug14, tug24, tug34, tug15, tug25, tug35, tug16, tug26,
tug36, tug17, tug27, tug37, tug18, tug28, tug38, tug19, tug29,
tug39, tug110, tug210, tug310, tug111, tug211, tug311, tug112,
tug212, tug312;

Bin lf,lm,la,ls;

Bin m13, m23, m33, m19, m29, m39;

```

2.3 Ficheiro de Output

Value of objective function: 53922.00000000

Actual values of the variables:

P11	14
A11	25

B11	2
C11	0
P12	0
A12	16
B12	2
C12	0
P13	0
A13	7
B13	2
C13	0
P14	23
A14	18
B14	0
C14	21
P15	0
A15	2
B15	0
C15	0
P16	30
A16	15
B16	0
C16	30
P17	0
A17	0
B17	0
C17	0
P18	30
A18	7
B18	0
C18	30
P19	0
A19	0
B19	0
C19	0
P110	30
A110	9
B110	0
C110	30
P111	0
A111	0
B111	0
C111	0
P112	30
A112	20
B112	16
C112	46
P21	0

A21	5
B21	8
C21	0
P22	0
A22	0
B22	8
C22	0
P23	28
A23	23
B23	28
C23	48
P24	0
A24	17
B24	28
C24	0
P25	0
A25	9
B25	28
C25	0
P26	0
A26	0
B26	30
C26	2
P27	26
A27	16
B27	28
C27	24
P28	0
A28	6
B28	28
C28	0
P29	28
A29	26
B29	0
C29	0
P210	0
A210	20
B210	0
C210	0
P211	0
A211	15
B211	0
C211	0
P212	0
A212	10
B212	8
C212	8

P31	0
A31	6
B31	6
C31	0
P32	12
A32	14
B32	0
C32	6
P33	0
A33	10
B33	0
C33	0
P34	0
A34	5
B34	2
C34	2
P35	30
A35	29
B35	0
C35	28
P36	0
A36	22
B36	0
C36	0
P37	0
A37	14
B37	0
C37	0
P38	0
A38	6
B38	0
C38	0
P39	0
A39	0
B39	0
C39	0
P310	0
A310	0
B310	0
C310	0
P311	23
A311	14
B311	6
C311	29
P312	0
A312	10
B312	6

C312	0
ATr11	0
ATi11	0
ATr12	0
ATi12	0
ATr13	0
ATi13	0
ATr14	0
ATi14	0
ATr15	0
ATi15	0
ATr16	0
ATi16	0
ATr17	3
ATi17	1
ATr18	0
ATi18	0
ATr19	8
ATi19	1
ATr110	0
ATi110	0
ATr111	0
ATi111	1
ATr112	0
ATi112	0
ATr21	0
ATi21	0
ATr22	0
ATi22	0
ATr23	0
ATi23	0
ATr24	0
ATi24	0
ATr25	0
ATi25	0
ATr26	0
ATi26	0
ATr27	0
ATi27	0
ATr28	0
ATi28	0
ATr29	0
ATi29	0
ATr210	0
ATi210	0
ATr211	0
ATi211	0

ATr212	0
ATi212	0
ATr31	0
ATi31	0
ATr32	0
ATi32	0
ATr33	0
ATi33	0
ATr34	0
ATi34	0
ATr35	0
ATi35	0
ATr36	0
ATi36	0
ATr37	0
ATi37	0
ATr38	0
ATi38	0
ATr39	0
ATi39	0
ATr310	4
ATi310	1
ATr311	0
ATi311	0
ATr312	0
ATi312	0
m13	0
m23	0
m33	0
m19	0
m29	1
m39	0
EN11	9
EN21	5
EN31	4
EN12	9
EN22	5
EN32	4
EN13	9
EN23	5
EN33	4
EN14	12
EN24	6
EN34	5
EN15	16
EN25	8
EN35	6

EN16	17
EN26	9
EN36	7
EN17	15
EN27	10
EN37	8
EN18	19
EN28	10
EN38	8
EN19	7
EN29	8
EN39	6
EN110	12
EN210	6
EN310	0
EN111	9
EN211	5
EN311	4
EN112	9
EN212	5
EN312	4
lf	0
lm	0
la	0
ls	1
tug11	1
tug21	0
tug31	0
tug12	0
tug22	0
tug32	1
tug13	0
tug23	1
tug33	0
tug14	1
tug24	0
tug34	0
tug15	0
tug25	0
tug35	1
tug16	1
tug26	0
tug36	0
tug17	0
tug27	1
tug37	0
tug18	1

tug28	0
tug38	0
tug19	0
tug29	1
tug39	0
tug110	1
tug210	0
tug310	0
tug111	0
tug211	0
tug311	1
tug112	1
tug212	0
tug312	0

2.4 Plano detalhado de produção

2.4.1 Laranja

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	14	0	0	23	0	30	0	30	0	30	0	30
Quantidade Comprada (c)	0	0	0	21	0	30	0	30	0	30	0	46
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	16
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	25	16	7	18	2	15	0	7	0	9	0	20
Quantidade de produto entregue (en)	9	9	9	12	16	17	15	19	7	12	9	9
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	3	0	8	0	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Verifica se existe manutenção (m)	-	-	0	-	-	-	-	-	0	-	-	-
Verifica se existe limpeza (l)	-	0	0	-	-	-	-	0	1	-	-	-
Procura	9	9	9	12	16	17	19	19	16	12	10	9

2.4.2 Pêra

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	0	12	0	0	30	0	0	0	0	0	23	0
Quantidade Comprada (c)	0	0	0	2	28	0	0	0	0	0	29	0
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	6	0	0	2	0	0	0	0	0	0	6	6
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	6	14	10	5	29	22	14	6	0	0	14	10
Quantidade de produto entregue (en)	4	4	4	5	6	7	8	8	6	0	4	4
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
Verifica se existe manutenção (m)	-	-	0	-	-	-	-	-	0	-	-	-
Verifica se existe limpeza (l)	-	0	0	-	-	-	1	0	1	-	-	-
Procura	4	4	4	5	6	7	8	8	6	5	4	4



2.4.3 Maça

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	0	0	28	0	0	0	26	0	28	0	0	0
Quantidade Comprada (c)	0	0	48	0	0	2	24	0	0	0	0	8
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	8	8	28	28	28	30	28	28	0	0	0	8
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	5	0	23	17	9	0	16	6	26	20	15	10
Quantidade de produto entregue (en)	5	5	5	6	8	9	10	10	8	6	5	5
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
Verifica se existe manutenção (m)	-	-	0	-	-	-	-	-	1	-	-	-
Verifica se existe limpeza (l)	-	0	0	-	-	-	-	0	1	-	-	-
Procura	5	5	5	6	8	9	10	10	8	6	5	5

2.5 Validação

2.5.1 Validação do plano detalhado de produção

/* Restrições */

/* Restringir a produção para o armazém de produto final */

$$P11 + 20 - A11 = EN11 \Leftrightarrow 14 + 20 - 25 = 9 \Leftrightarrow$$

$$9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P21 + 10 - A21 = EN21 \Leftrightarrow 0 + 10 - 5 = 5 \Leftrightarrow$$

$$5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P31 + 10 - A31 = EN31 \Leftrightarrow 0 + 10 - 6 = 4 \Leftrightarrow$$

$$4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P12 + A11 - A12 = ATi11 + ATr11 + EN12 \Leftrightarrow$$

$$0 + 25 - 16 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P22 + A21 - A22 = ATi21 + ATr21 + EN22 \Leftrightarrow$$

$$0 + 5 - 0 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P32 + A31 - A32 = ATi31 + ATr31 + EN32 \Leftrightarrow$$

$$12 + 6 - 14 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P13 + A12 - A13 = ATi12 + ATr12 + EN13 \Leftrightarrow$$

$$0 + 16 - 7 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$$

$P23 + A22 - A23 = ATi22 + ATr22 + EN23 \Leftrightarrow$
 $28 + 0 - 23 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P33 + A32 - A33 = ATi32 + ATr32 + EN33 \Leftrightarrow$
 $0 + 14 - 10 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$P14 + A13 - A14 = ATi13 + ATr13 + EN14 \Leftrightarrow$
 $23 + 7 - 18 = 0 + 0 + 12 \Leftrightarrow 12 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P24 + A23 - A24 = ATi23 + ATr23 + EN24 \Leftrightarrow$
 $0 + 23 - 17 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P34 + A33 - A34 = ATi33 + ATr33 + EN34 \Leftrightarrow$
 $0 + 10 - 5 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$P15 + A14 - A15 = ATi14 + ATr14 + EN15 \Leftrightarrow$
 $0 + 18 - 2 = 0 + 0 + 16 \Leftrightarrow 16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P25 + A24 - A25 = ATi24 + ATr24 + EN25 \Leftrightarrow$
 $0 + 17 - 9 = 0 + 0 + 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P35 + A34 - A35 = ATi34 + ATr34 + EN35 \Leftrightarrow$
 $30 + 5 - 29 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$P16 + A15 - A16 = ATi15 + ATr15 + EN16 \Leftrightarrow$
 $30 + 2 - 15 = 0 + 0 + 17 \Leftrightarrow 17 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P26 + A25 - A26 = ATi25 + ATr25 + EN26 \Leftrightarrow$
 $0 + 9 - 0 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P36 + A35 - A36 = ATi35 + ATr35 + EN36 \Leftrightarrow$
 $0 + 29 - 22 = 0 + 0 + 7 \Leftrightarrow 7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$P17 + A16 - A17 = ATi16 + ATr16 + EN17 \Leftrightarrow$
 $0 + 15 - 0 = 0 + 0 + 15 \Leftrightarrow 15 = 15 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P27 + A26 - A27 = ATi26 + ATr26 + EN27 \Leftrightarrow$
 $26 + 0 - 16 = 0 + 0 + 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P37 + A36 - A37 = ATi36 + ATr36 + EN37 \Leftrightarrow$
 $0 + 22 - 14 = 0 + 0 + 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$P18 + A17 - A18 = ATi17 + ATr17 + EN18 \Leftrightarrow$
 $30 + 0 - 7 = 1 + 3 + 19 \Leftrightarrow 23 = 23 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P28 + A27 - A28 = ATi27 + ATr27 + EN28 \Leftrightarrow$
 $0 + 16 - 6 = 0 + 0 + 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P38 + A37 - A38 = ATi37 + ATr37 + EN38 \Leftrightarrow$
 $0 + 14 - 6 = 0 + 0 + 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$P19 + A18 - A19 = ATi18 + ATr18 + EN19 \Leftrightarrow$
 $0 + 7 - 0 = 0 + 0 + 7 \Leftrightarrow 7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P29 + A28 - A29 = ATi28 + ATr28 + EN29 \Leftrightarrow$
 $28 + 6 - 26 = 0 + 0 + 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P39 + A38 - A39 = ATi38 + ATr38 + EN39 \Leftrightarrow$
 $0 + 6 - 0 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$P110 + A19 - A110 = ATi19 + ATr19 + EN110 \Leftrightarrow$
 $30 + 0 - 9 = 1 + 8 + 12 \Leftrightarrow 21 = 21 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P210 + A29 - A210 = ATi29 + ATr29 + EN210 \Leftrightarrow$
 $0 + 26 - 20 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P310 + A39 - A310 = ATi39 + ATr39 + EN310 \Leftrightarrow$
 $0 + 0 - 0 = 0 + 0 + 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$P111 + A110 - A111 = ATi110 + ATr110 + EN111 \Leftrightarrow$
 $0 + 9 - 0 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P211 + A210 - A211 = ATi210 + ATr210 + EN211 \Leftrightarrow$
 $0 + 20 - 15 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P311 + A310 - A311 = ATi310 + ATr310 + EN311 \Leftrightarrow$
 $23 + 0 - 14 = 1 + 4 + 4 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$

$P112 + A111 - A112 = ATi111 + ATr111 + EN112 \Leftrightarrow$
 $30 + 0 - 20 = 1 + 0 + 9 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P212 + A211 - A212 = ATi211 + ATr211 + EN212 \Leftrightarrow$
 $0 + 15 - 10 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P312 + A311 - A312 = ATi311 + ATr311 + EN312 \Leftrightarrow$
 $0 + 14 - 10 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restrições da entrega e atraso num mês */

$EN11 + ATi11 + ATr11 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow$
 $9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN21 + ATi21 + ATr21 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN31 + ATi31 + ATr31 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow$
 $4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN12 + ATi12 + ATr12 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow$
 $9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN22 + ATi22 + ATr22 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN32 + ATi32 + ATr32 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow$
 $4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN13 + ATi13 + ATr13 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow$
 $9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN23 + ATi23 + ATr23 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN33 + ATi33 + ATr33 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow$
 $4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN14 + ATi14 + ATr14 = 12 \Leftrightarrow 12 + 0 + 0 = 12 \Leftrightarrow$
 $12 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN24 + ATi24 + ATr24 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow$

$6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN34 + ATi34 + ATr34 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN15 + ATi15 + ATr15 = 16 \Leftrightarrow 16 + 0 + 0 = 16 \Leftrightarrow$
 $16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN25 + ATi25 + ATr25 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow$
 $8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN35 + ATi35 + ATr35 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow$
 $6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN16 + ATi16 + ATr16 = 17 \Leftrightarrow 17 + 0 + 0 = 17 \Leftrightarrow$
 $17 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN26 + ATi26 + ATr26 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow$
 $9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN36 + ATi36 + ATr36 = 7 \Leftrightarrow 7 + 0 + 0 = 7 \Leftrightarrow$
 $7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN17 + ATi17 + ATr17 = 19 \Leftrightarrow 15 + 1 + 3 = 19 \Leftrightarrow$
 $19 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN27 + ATi27 + ATr27 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \Leftrightarrow$
 $10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN37 + ATi37 + ATr37 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow$
 $8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN18 + ATi18 + ATr18 = 19 \Leftrightarrow 19 + 0 + 0 = 19 \Leftrightarrow$
 $19 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN28 + ATi28 + ATr28 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \Leftrightarrow$
 $10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN38 + ATi38 + ATr38 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow$
 $8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN19 + ATi19 + ATr19 = 16 \Leftrightarrow 7 + 1 + 8 = 16 \Leftrightarrow$
 $16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN29 + ATi29 + ATr29 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow$
 $8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN39 + ATi39 + ATr39 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow$
 $6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN110 + ATi110 + ATr110 = 12 \Leftrightarrow 12 + 0 + 0 = 12 \Leftrightarrow$
 $12 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN210 + ATi210 + ATr210 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow$
 $6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN310 + ATi310 + ATr310 = 5 \Leftrightarrow 0 + 1 + 4 = 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN111 + ATi111 + ATr111 = 10 \Leftrightarrow 9 + 1 + 0 = 10 \Leftrightarrow$

```

10 = 10 ... Verdadeiro
EN211 + ATi211 + ATr211 = 5 <=> 5 + 0 + 0 = 5 <=>
5 = 5 ... Verdadeiro
EN311 + ATi311 + ATr311 = 4 <=> 4 + 0 + 0 = 4 <=>
4 = 4 ... Verdadeiro

EN112 = 9 <=> 9 = 9 ... Verdadeiro
EN212 = 5 <=> 5 = 5 ... Verdadeiro
EN312 = 4 <=> 4 = 4 ... Verdadeiro

/* Restringir a compra para o armazém de matéria-prima */

C11 + 16 - B11 = P11 <=> 0 + 16 - 2 = 14 <=>
14 = 14 ... Verdadeiro
C21 + 8 - B21 = P21 <=> 0 + 8 - 8 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro
C31 + 6 - B31 = P31 <=> 0 + 6 - 6 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro

C12 + B11 - B12 = P12 <=> 0 + 2 - 2 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro
C22 + B21 - B22 = P22 <=> 0 + 8 - 8 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro
C32 + B31 - B32 = P32 <=> 6 + 6 - 0 = 12 <=>
12 = 12 ... Verdadeiro

C13 + B12 - B13 = P13 <=> 0 + 2 - 2 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro
C23 + B22 - B23 = P23 <=> 48 + 8 - 28 = 28 <=>
28 = 28 ... Verdadeiro
C33 + B32 - B33 = P33 <=> 0 + 0 - 0 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro

C14 + B13 - B14 = P14 <=> 21 + 2 - 0 = 23 <=>
23 = 23 ... Verdadeiro
C24 + B23 - B24 = P24 <=> 0 + 28 - 28 = 0 <=>
28 = 28 ... Verdadeiro
C34 + B33 - B34 = P34 <=> 2 + 0 - 2 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro

C15 + B14 - B15 = P15 <=> 0 + 0 - 0 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro
C25 + B24 - B25 = P25 <=> 0 + 28 - 28 = 0 <=>
0 = 0 ... Verdadeiro
C35 + B34 - B35 = P35 <=> 28 + 2 - 0 = 30 <=>
30 = 30 ... Verdadeiro

```

$C16 + B15 - B16 = P16 \Leftrightarrow 30 + 0 - 0 = 30 \Leftrightarrow$
 $30 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C26 + B25 - B26 = P26 \Leftrightarrow 2 + 28 - 30 = 0 \Leftrightarrow$
 $30 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C36 + B35 - B36 = P36 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C17 + B16 - B17 = P17 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C27 + B26 - B27 = P27 \Leftrightarrow 24 + 30 - 28 = 26 \Leftrightarrow$
 $26 = 26 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C37 + B36 - B37 = P37 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C18 + B17 - B18 = P18 \Leftrightarrow 30 + 0 - 0 = 30 \Leftrightarrow$
 $30 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C28 + B27 - B28 = P28 \Leftrightarrow 0 + 28 - 28 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C38 + B37 - B38 = P38 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C19 + B18 - B19 = P19 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C29 + B28 - B29 = P29 \Leftrightarrow 0 + 28 - 0 = 28 \Leftrightarrow$
 $28 = 28 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C39 + B38 - B39 = P39 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C110 + B19 - B110 = P110 \Leftrightarrow 30 + 0 - 0 = 30 \Leftrightarrow$
 $30 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C210 + B29 - B210 = P210 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C310 + B39 - B310 = P310 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C111 + B110 - B111 = P111 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C211 + B210 - B211 = P211 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C311 + B310 - B311 = P311 \Leftrightarrow 29 + 0 - 6 = 23 \Leftrightarrow$
 $23 = 23 \dots \text{Verdadeiro}$

$C112 + B111 - B112 = P112 \Leftrightarrow 46 + 0 - 16 = 30 \Leftrightarrow$
 $30 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C212 + B211 - B212 = P212 \Leftrightarrow 8 + 0 - 8 = 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C312 + B311 - B312 = P312 \Leftrightarrow 0 + 6 - 6 = 0 \Leftrightarrow$

0 = 0 ... Verdadeiro

/* Restringir a produção no mês */

P11 + P21 + P31 <= 30 <=> 14 + 0 + 0 <= 30 <=> 14 <= 30 ... Verdadeiro
P12 + P22 + P32 <= 30 <=> 0 + 0 + 12 <= 30 <=> 12 <= 30 ... Verdadeiro
P13 + P23 + P33 <= 30 <=> 0 + 28 + 0 <= 30 <=> 28 <= 30 ... Verdadeiro
P14 + P24 + P34 <= 30 <=> 23 + 0 + 0 <= 30 <=> 23 <= 30 ... Verdadeiro
P15 + P25 + P35 <= 30 <=> 0 + 0 + 30 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P16 + P26 + P36 <= 30 <=> 30 + 0 + 0 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P17 + P27 + P37 <= 30 <=> 0 + 26 + 0 <= 30 <=> 26 <= 30 ... Verdadeiro
P18 + P28 + P38 <= 30 <=> 30 + 0 + 0 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P19 + P29 + P39 <= 30 <=> 0 + 28 + 0 <= 30 <=> 28 <= 30 ... Verdadeiro
P110 + P210 + P310 <= 30 <=> 30 + 0 + 0 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P111 + P211 + P311 <= 30 <=> 0 + 0 + 23 <= 30 <=> 23 <= 30 ... Verdadeiro
P112 + P212 + P312 <= 30 <=> 30 + 0 + 0 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro

/* Restringir o armazenamento de produto final no mês */

A11 + A21 + A31 <= 40 <=> 25 + 5 + 6 <= 40 <=> 36 <= 40 ... Verdadeiro
A12 + A22 + A32 <= 40 <=> 16 + 0 + 14 <= 40 <=> 30 <= 40 ... Verdadeiro
A13 + A23 + A33 <= 40 <=> 7 + 23 + 10 <= 40 <=> 40 <= 40 ... Verdadeiro
A14 + A24 + A34 <= 40 <=> 18 + 17 + 5 <= 40 <=> 40 <= 40 ... Verdadeiro
A15 + A25 + A35 <= 40 <=> 2 + 9 + 29 <= 40 <=> 40 <= 40 ... Verdadeiro
A16 + A26 + A36 <= 40 <=> 15 + 0 + 22 <= 40 <=> 37 <= 40 ... Verdadeiro
A17 + A27 + A37 <= 40 <=> 0 + 16 + 14 <= 40 <=> 30 <= 40 ... Verdadeiro
A18 + A28 + A38 <= 40 <=> 7 + 6 + 6 <= 40 <=> 19 <= 40 ... Verdadeiro
A19 + A29 + A39 <= 40 <=> 0 + 26 + 0 <= 40 <=> 26 <= 40 ... Verdadeiro
A110 + A210 + A310 <= 40 <=> 9 + 20 + 0 <= 40 <=> 29 <= 40 ... Verdadeiro
A111 + A211 + A311 <= 40 <=> 0 + 15 + 14 <= 40 <=> 29 <= 40 ... Verdadeiro
A112 + A212 + A312 <= 40 <=> 20 + 10 + 10 <= 40 <=> 40 <= 40 ... Verdadeiro

/* Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês */

B11 + B21 + B31 <= 30 <=> 2 + 8 + 6 <= 30 <=> 16 <= 30 ... Verdadeiro
B12 + B22 + B32 <= 30 <=> 2 + 8 + 0 <= 30 <=> 10 <= 30 ... Verdadeiro
B13 + B23 + B33 <= 30 - 30lf <=> 2 + 28 + 0 <= 30 - 30x0 <=>
30 <= 30 ... Verdadeiro
B14 + B24 + B34 <= 30 - 30lm <=> 0 + 28 + 2 <= 30 - 30x0 <=>
30 <= 30 ... Verdadeiro
B15 + B25 + B35 <= 30 <=> 0 + 28 + 0 <= 30 <=> 28 <= 30 ... Verdadeiro
B16 + B26 + B36 <= 30 <=> 0 + 30 + 0 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
B17 + B27 + B37 <= 30 <=> 0 + 28 + 0 <= 30 <=> 28 <= 30 ... Verdadeiro
B18 + B28 + B38 <= 30 <=> 0 + 28 + 0 <= 30 <=> 28 <= 30 ... Verdadeiro
B19 + B29 + B39 <= 30 - 30la <=> 0 + 0 + 0 <= 30 - 30x0 <=>
0 <= 30 ... Verdadeiro
B110 + B210 + B310 <= 30 - 30ls <=> 0 + 0 + 0 <= 30 - 30x1 <=>

```

0 <= 0 ... Verdadeiro
B111 + B211 + B311 <= 30 <=> 0 + 0 + 6 <= 30 <=> 6 <= 30 ... Verdadeiro
B112 + B212 + B312 <= 30 <=> 16 + 8 + 6 <= 30 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro

/* Restringir armazenamento final */

A112 = 20 <=> 20 = 20 ... Verdadeiro
A212 = 10 <=> 10 = 10 ... Verdadeiro
A312 = 10 <=> 10 = 10 ... Verdadeiro

B112 = 16 <=> 16 = 16 ... Verdadeiro
B212 = 8 <=> 8 = 8 ... Verdadeiro
B312 = 6 <=> 6 = 6 ... Verdadeiro

/* Restrições da produção para apenas um fruto num mês*/
tug11 + tug21 + tug31 = 1 <=> 1 + 0 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug12 + tug22 + tug32 = 1 <=> 0 + 0 + 1 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug13 + tug23 + tug33 = 1 <=> 0 + 1 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug14 + tug24 + tug34 = 1 <=> 1 + 0 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug15 + tug25 + tug35 = 1 <=> 0 + 0 + 1 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug16 + tug26 + tug36 = 1 <=> 1 + 0 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug17 + tug27 + tug37 = 1 <=> 0 + 1 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug18 + tug28 + tug38 = 1 <=> 1 + 0 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug19 + tug29 + tug39 = 1 <=> 0 + 1 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug110 + tug210 + tug310 = 1 <=> 1 + 0 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug111 + tug211 + tug311 = 1 <=> 0 + 0 + 1 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
tug112 + tug212 + tug312 = 1 <=> 1 + 0 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro

/* Restrições da produção de um fruto num mês */

P11 <= 30tug11 <=> 14 <= 30x1 <=> 14 <= 30 ... Verdadeiro
P21 <= 30tug21 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P31 <= 30tug31 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P12 <= 30tug12 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P22 <= 30tug22 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P32 <= 30tug32 <=> 12 <= 30x1 <=> 12 <= 30 ... Verdadeiro

P13 <= 30tug13 - 2m13 <=> 0 <= 30x0 - 2x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P23 <= 30tug23 - 2m23 <=> 28 <= 30x1 - 2x0 <=> 28 <= 30 ... Verdadeiro
P33 <= 30tug33 - 2m33 <=> 0 <= 30x0 - 2x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P14 <= 30tug14 <=> 23 <= 30x1 <=> 23 <= 31 ... Verdadeiro
P24 <= 30tug24 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P34 <= 30tug34 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P15 <= 30tug15 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

```

```

P25 <= 30tug25 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P35 <= 30tug35 <=> 30 <= 30x1 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro

P16 <= 30tug16 <=> 30 <= 30x1 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P26 <= 30tug26 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P36 <= 30tug36 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P17 <= 30tug17 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P27 <= 30tug27 <=> 26 <= 30x1 <=> 26 <= 30 ... Verdadeiro
P37 <= 30tug37 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P18 <= 30tug18 <=> 30 <= 30x1 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P28 <= 30tug28 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P38 <= 30tug38 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P19 <= 30tug19 - 2m19 <=> 0 <= 30x0 - 2x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P29 <= 30tug29 - 2m29 <=> 28 <= 30x1 - 2x1 <=> 28 <= 28 ... Verdadeiro
P39 <= 30tug39 - 2m39 <=> 0 <= 30x0 - 2x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P110 <= 30tug110 <=> 30 <= 30x1 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P210 <= 30tug210 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P310 <= 30tug310 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

P111 <= 30tug111 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P211 <= 30tug211 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P311 <= 30tug311 <=> 23 <= 30x1 <=> 23 <= 30 ... Verdadeiro

P112 <= 30tug112 <=> 30 <= 30x1 <=> 30 <= 30 ... Verdadeiro
P212 <= 30tug212 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro
P312 <= 30tug312 <=> 0 <= 30x0 <=> 0 <= 0 ... Verdadeiro

/* Escolha do mês de manutenção */
m13 + m23 + m33 + m19 + m29 + m39 = 1 <=>
0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro

/* Escolha do mês de limpeza */
lf + lm + la + ls = 1 <=> 0 + 0 + 0 + 1 = 1 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro
lf + lm = m13 + m23 + m33 <=> 0 + 0 = 0 + 0 + 0 <=> 0 = 0 ... Verdadeiro
la + ls = m19 + m29 + m39 <=> 0 + 1 = 0 + 1 + 0 <=> 1 = 1 ... Verdadeiro

```

2.5.2 Validação da solução ótima

Sumo de Laranja

```

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */
CustoConcentradoLaranja = 180 x C11 + 160 x C12 + 180 x C13 +
160 x C14 + 180 x C15 + 160 x C16 + 180 x C17 + 160 x C18 + 180 x C19 +

```

$160 \times C110 + 180 \times C111 + 160 \times C112 = 180 \times 0 + 160 \times 0 + 180 \times 0 +$
 $160 \times 21 + 180 \times 0 + 160 \times 30 + 180 \times 0 + 160 \times 30 + 180 \times 0 +$
 $160 \times 30 + 180 \times 0 + 160 \times 46 = 25120 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo de produção */

$\text{CustoProducaoLaranja} = 10 \times P11 + 10 \times P12 + 10 \times P13 + 10 \times P14 +$
 $10 \times P15 + 10 \times P16 + 10 \times P17 + 12 \times P18 + 10 \times P19 + 10 \times P110 +$
 $10 \times P111 + 10 \times P112 = 10 \times 14 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + 10 \times 23 +$
 $10 \times 0 + 10 \times 30 + 10 \times 0 + 12 \times 30 + 10 \times 0 + 10 \times 30 +$
 $10 \times 0 + 10 \times 30 = 1630 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo de armazenamento */

$\text{CustoStockLaranja} = 3(A11 + A12 + A13 + A14 + A15 + A16 +$
 $A17 + A18 + A19 + A110 + A111 + A112) + B11 + B12 + B13 +$
 $B14 + B15 + B16 + B17 + B18 + B19 + B110 + B111 + B112 = 3(25 + 16 + 7$
 $+ 18 + 2 + 15 + 0 + 7 + 0 + 9 + 0 + 20) + 2 + 2 + 2 +$
 $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 16 = 379 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */

$\text{CustoAtrasoLaranja} = ATi11 + ATi12 + ATi13 + ATi14 + ATi15 +$
 $ATi16 + ATi17 + ATi18 + ATi19 + ATi110 + ATi111 + ATi112 +$
 $10(ATr11 + ATr12 + ATr13 + ATr14 + ATr15 + ATr16 + ATr17 +$
 $ATr18 + ATr19 + ATr110 + ATr111 + ATr112) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +$
 $0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 10(0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 3 +$
 $0 + 8 + 0 + 0 + 0) = 113 \text{ (U.M.)}$

Sumo de Maçã

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */

$\text{CustoConcentradoMaca} = 231 \times C21 + 199 \times C22 + 187 \times C23 + 198 \times C24 +$
 $210 \times C25 + 208 \times C26 + 211 \times C27 + 220 \times C28 + 217 \times C29 + 216 \times C210 +$
 $221 \times C211 + 217 \times C212 = 231 \times 0 + 199 \times 0 + 187 \times 48 + 198 \times 0 +$
 $210 \times 0 + 208 \times 2 + 211 \times 24 + 220 \times 0 + 217 \times 0 + 216 \times 0 +$
 $221 \times 0 + 217 \times 8 = 16192 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo de produção */

$\text{CustoProducaoMaca} = 10 \times P21 + 10 \times P22 + 10 \times P23 + 10 \times P24 + 10 \times P25 +$
 $10 \times P26 + 10 \times P27 + 12 \times P28 + 10 \times P29 + 10 \times P210 + 10 \times P211 +$
 $10 \times P212 = 10 \times 0 + 10 \times 0 + 10 \times 28 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + 10 \times 0 +$
 $10 \times 26 + 12 \times 0 + 10 \times 28 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + 10 \times 0 = 820 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo de armazenamento */

$\text{CustoStockMaca} = 3(A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26 + A27 + A28 +$
 $A29 + A210 + A211 + A212) + B21 + B22 + B23 + B24 + B25 + B26 + B27 +$
 $B28 + B29 + B210 + B211 + B212 = 3(5 + 0 + 23 + 17 + 9 + 0 + 16 + 6 +$
 $26 + 20 + 15 + 10) + 8 + 8 + 28 + 28 + 28 + 30 + 28 +$
 $28 + 0 + 0 + 0 + 8 = 635 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */

CustoAtrasoMaca = ATi21 + ATi22 + ATi23 + ATi24 + ATi25 + ATi26 +
 ATi27 + ATi28 + ATi29 + ATi210 + ATi211 + ATi212 + 10(ATr21 + ATr22 +
 ATr23 + ATr24 + ATr25 + ATr26 + ATr27 + ATr28 + ATr29 + ATr210 +
 ATr211 + ATr212) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
 10(0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0) = 0 (U.M)

Sumo de Pêra

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */

CustoConcentradoPera = 116 x C31 + 116 x C32 + 124 x C33 + 120 x C34 +
 132 x C35 + 128 x C36 + 136 x C37 + 116 x C38 + 120 x C39 + 108 x C310 +
 100 x C311 + 116 x C312 = 116 x 0 + 116 x 6 + 124 x 0 + 120 x 2 +
 132 x 28 + 128 x 0 + 136 x 0 + 116 x 0 + 120 x 0 + 108 x 0 +
 100 x 29 + 116 x 0 = 7532 (U.M)

/* Cálculo do custo de produção */

CustoProducaoPera = 10 x P31 + 10 x P32 + 10 x P33 + 10 x P34 + 10 x P35 +
 10 x P36 + 10 x P37 + 12 x P38 + 10 x P39 + 10 x P310 + 10 x P311 +
 10 x P312 = 10 x 0 + 10 x 12 + 10 x 0 + 10 x 0 + 10 x 30 + 10 x 0 + 10 x 0 +
 12 x 0 + 10 x 0 + 10 x 0 + 10 x 23 + 10 x 0 = 650 (U.M.)

/* Cálculo do custo de armazenamento */

CustoStockPera = 3(A31 + A32 + A33 + A34 + A35 + A36 + A37 + A38 +
 A39 + A310 + A311 + A312) + B31 + B32 + B33 + B34 + B35 + B36 +
 B37 + B38 + B39 + B310 + B311 + B312 = 3(6 + 14 + 10 + 5 + 29 + 22 + 14 + 6 +
 0 + 0 + 14 + 10) + 6 + 0 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 6 + 6 = 410 (U.M.)

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */

CustoAtrasoPera = ATi31 + ATi32 + ATi33 + ATi34 + ATi35 + ATi36 +
 ATi37 + ATi38 + ATi39 + ATi310 + ATi311 + ATi312 + 10(ATr31 +
 ATr32 + ATr33 + ATr34 + ATr35 + ATr36 + ATr37 + ATr38 + ATr39 +
 ATr310 + ATr311 + ATr312) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 10(0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
 4 + 0 + 0) = 41 (U.M)

/* Custos de manutenção */

CustoManutencao = 250 m13 + 250 m23 + 250 m33 + 400 m19 + 400 m29 + 400 m39 =
 250 x 1 + 250 x 0 + 250 x 0 + 400 x 0 + 400 x 1 + 400 x 0 = 400

/* CustoTotal */

CustoTotal = CustoConcentradoLaranja + CustoConcentradoMaca +

$\text{CustoConcentradoPera} + \text{CustoProducaoLaranja} + \text{CustoProducaoMaca} +$
 $\text{CustoProducaoPera} + \text{CustoStockLaranja} + \text{CustoStockMaca} +$
 $\text{CustoStockPera} + \text{CustoAtrasoLaranja} + \text{CustoAtrasoMaca} + \text{CustoAtrasoPera} +$
 $\text{CustoManutencao} = 25120 + 16192 + 7532 + 1630 + 820 + 650 + 379 + 635 +$
 $410 + 113 + 0 + 41 + 400 = 53922 \text{ (U.M)}$

Como podemos observar, o Custo Total é igual à solução ótima obtida utilizando o LPSolve.

3. Parte II

3.1 Formulação do problema

3.1.1 Variáveis de decisão

mdj: Variável binária que indica se ocorreu ou não troca de fruta na produção no mês j .

3.1.2 Função objetivo

$$10md1 + 10md2 + 10md3 + 10md4 + 10md5 + 10md6 + 10md7 + 10md8 + 10md9 + 10md10 + 10md11 + 10md12$$

Foi acrescentada esta equação à função objectivo da parte I, a que correspondem os custos de troca de fruta em produção no mês j ($j = 1, 2, \dots, 12$, custo de 10 U.M.).

3.1.3 Restrições

Limitar capacidade de produção

$$\begin{aligned} P11 &\leq 29tug11; \\ P21 &\leq 29tug21; \\ P31 &\leq 30tug31; \\ P12 &\leq 28tug12 + 1 - 1tug21 + 1 - 1tug31; \\ P22 &\leq 28tug22 + 1 - 1tug11 + 1 - 1tug31; \\ P32 &\leq 28tug32 + 1 - 1tug11 + 1 - 1tug21; \\ P13 &\leq 28tug13 + 1 - 1tug22 + 1 - 1tug32; \\ P23 &\leq 28tug23 + 1 - 1tug12 + 1 - 1tug32; \\ P33 &\leq 28tug33 + 1 - 1tug12 + 1 - 1tug22; \\ P14 &\leq 28tug14 + 1 - 1tug23 + 1 - 1tug33; \\ P24 &\leq 28tug24 + 1 - 1tug13 + 1 - 1tug33; \\ P34 &\leq 28tug34 + 1 - 1tug13 + 1 - 1tug23; \\ P15 &\leq 28tug15 + 1 - 1tug24 + 1 - 1tug34; \\ P25 &\leq 28tug25 + 1 - 1tug14 + 1 - 1tug34; \\ P35 &\leq 28tug35 + 1 - 1tug14 + 1 - 1tug24; \\ P16 &\leq 28tug16 + 1 - 1tug25 + 1 - 1tug35; \\ P26 &\leq 28tug26 + 1 - 1tug15 + 1 - 1tug35; \\ P36 &\leq 28tug36 + 1 - 1tug15 + 1 - 1tug25; \\ P17 &\leq 28tug17 + 1 - 1tug26 + 1 - 1tug36; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P27 &\leq 28tug27 + 1 - 1tug16 + 1 - 1tug36; \\
P37 &\leq 28tug37 + 1 - 1tug16 + 1 - 1tug26; \\
P18 &\leq 28tug18 + 1 - 1tug27 + 1 - 1tug37; \\
P28 &\leq 28tug28 + 1 - 1tug17 + 1 - 1tug37; \\
P38 &\leq 28tug38 + 1 - 1tug17 + 1 - 1tug27; \\
P19 &\leq 28tug19 + 1 - 1tug28 + 1 - 1tug38; \\
P29 &\leq 28tug29 + 1 - 1tug18 + 1 - 1tug38; \\
P39 &\leq 28tug39 + 1 - 1tug18 + 1 - 1tug28; \\
P110 &\leq 28tug110 + 1 - 1tug29 + 1 - 1tug39; \\
P210 &\leq 28tug210 + 1 - 1tug19 + 1 - 1tug39; \\
P310 &\leq 28tug310 + 1 - 1tug19 + 1 - 1tug29; \\
P111 &\leq 28tug111 + 1 - 1tug210 + 1 - 1tug310; \\
P211 &\leq 28tug211 + 1 - 1tug110 + 1 - 1tug310; \\
P311 &\leq 28tug311 + 1 - 1tug110 + 1 - 1tug210; \\
P112 &\leq 28tug112 + 1 - 1tug211 + 1 - 1tug311; \\
P212 &\leq 28tug212 + 1 - 1tug111 + 1 - 1tug311; \\
P312 &\leq 28tug312 + 1 - 1tug111 + 1 - 1tug211;
\end{aligned}$$

Restrição que garante que quando existe mudança do tipo de sumo de um período para o período seguinte, a capacidade de produção seja decrementada. Para cada mês é verificado, através das variáveis binárias tug, se ocorreu uma troca de produção de fruta, e caso tenha ocorrido não altera a capacidade de 28, no entanto se não ocorreu, incrementa a capacidade.

Restrições para escolha do mês da troca de fruta

$$\begin{aligned}
md1 &\geq tug31 - 1; \\
md2 &\geq tug12 - tug11; \\
md2 &\geq tug22 - tug21; \\
md2 &\geq tug32 - tug31; \\
md3 &\geq tug13 - tug12; \\
md3 &\geq tug23 - tug22; \\
md3 &\geq tug33 - tug32; \\
md4 &\geq tug14 - tug13; \\
md4 &\geq tug24 - tug23; \\
md4 &\geq tug34 - tug33; \\
md5 &\geq tug15 - tug14; \\
md5 &\geq tug25 - tug24; \\
md5 &\geq tug35 - tug34; \\
md6 &\geq tug16 - tug15; \\
md6 &\geq tug26 - tug25; \\
md6 &\geq tug36 - tug35; \\
md7 &\geq tug17 - tug16; \\
md7 &\geq tug27 - tug26; \\
md7 &\geq tug37 - tug36; \\
md8 &\geq tug18 - tug17; \\
md8 &\geq tug28 - tug27; \\
md8 &\geq tug38 - tug37;
\end{aligned}$$

```

md9 >= tug19 - tug18;
md9 >= tug29 - tug28;
md9 >= tug39 - tug38;
md10 >= tug110 - tug19;
md10 >= tug210 - tug29;
md10 >= tug310 - tug39;
md11 >= tug111 - tug110;
md11 >= tug211 - tug210;
md11 >= tug311 - tug310;
md12 >= tug112 - tug111;
md12 >= tug212 - tug211;
md12 >= tug312 - tug311;

```

Restrição que nos indica se ocorreu ou não troca. Analisando as variáveis tug do mês actual, com o mês anterior, podemos concluir se ocorreu ou não troca da fruta, isto é, a diferença entre tug_{ij} e $tug_{i(j-1)}$, para a fruta i e mês j , tem valor 0, se manteve a fruta, logo não ocorreu troca. Caso o valor obtido seja 1 ou -1, indica-nos que houve troca de fruta. Como os valores de -1 e 1 aparecem em simultâneo, num dado mês, uma vez que uma fruta deixa de ser produzida (valor 1), e outra começa a ser produzida (valor -1), a restrição de valor ($mdj \geq 1$) é que fica sobreposta, logo a variável mdj , tem valor 1.

3.2 Ficheiro de Input

/* Função Objetivo */

```

min: 10P11 + 3A11 + 1B11 + 180C11 + 10P12 + 3A12 + 1B12 + 160C12 +
10P13 + 3A13 + 1B13 + 180C13 + 10P14 + 3A14 + 1B14 + 160C14 +
10P15 + 3A15 + 1B15 + 180C15 + 10P16 + 3A16 + 1B16 + 160C16 +
10P17 + 3A17 + 1B17 + 180C17 + 12P18 + 3A18 + 1B18 + 160C18 +
10P19 + 3A19 + 1B19 + 180C19 + 10P110 + 3A110 + 1B110 + 160C110 +
10P111 + 3A111 + 1B111 + 180C111 + 10P112 + 3A112 + 1B112 +
160C112 + 10P21 + 3A21 + 1B21 + 231C21 + 10P22 + 3A22 + 1B22 +
199C22 + 10P23 + 3A23 + 1B23 + 187C23 + 10P24 + 3A24 + 1B24 +
198C24 + 10P25 + 3A25 + 1B25 + 210C25 + 10P26 + 3A26 + 1B26 +
208C26 + 10P27 + 3A27 + 1B27 + 211C27 + 12P28 + 3A28 + 1B28 +
220C28 + 10P29 + 3A29 + 1B29 + 217C29 + 10P210 + 3A210 + 1B210 +
216C210 + 10P211 + 3A211 + 1B211 + 221C211 + 10P212 + 3A212 +
1B212 + 217C212 + 10P31 + 3A31 + 1B31 + 116C31 + 10P32 + 3A32 +
1B32 + 116C32 + 10P33 + 3A33 + 1B33 + 124C33 + 10P34 + 3A34 +
1B34 + 120C34 + 10P35 + 3A35 + 1B35 + 132C35 + 10P36 + 3A36 +
1B36 + 128C36 + 10P37 + 3A37 + 1B37 + 136C37 + 12P38 + 3A38 +
1B38 + 116C38 + 10P39 + 3A39 + 1B39 + 120C39 + 10P310 + 3A310 +
1B310 + 108C310 + 10P311 + 3A311 + 1B311 + 100C311 + 10P312 +
3A312 + 1B312 + 116C312 + 10ATr11 + ATi11 + 10ATr12 + ATi12 +
10ATr13 + ATi13 + 10ATr14 + ATi14 + 10ATr15 + ATi15 + 10ATr16 +
ATi16 + 10ATr17 + ATi17 + 10ATr18 + ATi18 + 10ATr19 + ATi19 +

```

$10ATr110 + ATi110 + 10ATr111 + ATi111 + 10ATr112 + ATi112 +$
 $10ATr21 + ATi21 + 10ATr22 + ATi22 + 10ATr23 + ATi23 + 10ATr24 +$
 $ATi24 + 10ATr25 + ATi25 + 10ATr26 + ATi26 + 10ATr27 + ATi27 +$
 $10ATr28 + ATi28 + 10ATr29 + ATi29 + 10ATr210 + ATi210 + 10ATr211 +$
 $ATi211 + 10ATr212 + ATi212 + 10ATr31 + ATi31 + 10ATr32 +$
 $ATi32 + 10ATr33 + ATi33 + 10ATr34 + ATi34 + 10ATr35 + ATi35 +$
 $10ATr36 + ATi36 + 10ATr37 + ATi37 + 10ATr38 + ATi38 +$
 $10ATr39 + ATi39 + 10ATr310 + ATi310 + 10ATr311 + ATi311 +$
 $10ATr312 + ATi312 + 10md1 + 10md2 + 10md3 + 10md4 + 10md5 + 10md6 +$
 $10md7 + 10md8 + 10md9 + 10md10 + 10md11 + 10md12;$

/* Restrições */

/* Restringir a produção para o armazém de produto final */

$P11 + 20 - A11 = EN11 ;$
 $P21 + 10 - A21 = EN21 ;$
 $P31 + 10 - A31 = EN31 ;$

$P12 + A11 - A12 = ATi11 + ATr11 + EN12 ;$
 $P22 + A21 - A22 = ATi21 + ATr21 + EN22 ;$
 $P32 + A31 - A32 = ATi31 + ATr31 + EN32 ;$

$P13 + A12 - A13 = ATi12 + ATr12 + EN13 ;$
 $P23 + A22 - A23 = ATi22 + ATr22 + EN23 ;$
 $P33 + A32 - A33 = ATi32 + ATr32 + EN33 ;$

$P14 + A13 - A14 = ATi13 + ATr13 + EN14 ;$
 $P24 + A23 - A24 = ATi23 + ATr23 + EN24 ;$
 $P34 + A33 - A34 = ATi33 + ATr33 + EN34 ;$

$P15 + A14 - A15 = ATi14 + ATr14 + EN15 ;$
 $P25 + A24 - A25 = ATi24 + ATr24 + EN25 ;$
 $P35 + A34 - A35 = ATi34 + ATr34 + EN35 ;$

$P16 + A15 - A16 = ATi15 + ATr15 + EN16 ;$
 $P26 + A25 - A26 = ATi25 + ATr25 + EN26 ;$
 $P36 + A35 - A36 = ATi35 + ATr35 + EN36 ;$

$P17 + A16 - A17 = ATi16 + ATr16 + EN17 ;$
 $P27 + A26 - A27 = ATi26 + ATr26 + EN27 ;$
 $P37 + A36 - A37 = ATi36 + ATr36 + EN37 ;$

$P18 + A17 - A18 = ATi17 + ATr17 + EN18 ;$
 $P28 + A27 - A28 = ATi27 + ATr27 + EN28 ;$
 $P38 + A37 - A38 = ATi37 + ATr37 + EN38 ;$

$$\begin{aligned}
P19 + A18 - A19 &= ATi18 + ATr18 + EN19 ; \\
P29 + A28 - A29 &= ATi28 + ATr28 + EN29 ; \\
P39 + A38 - A39 &= ATi38 + ATr38 + EN39 ; \\
\\
P110 + A19 - A110 &= ATi19 + ATr19 + EN110 ; \\
P210 + A29 - A210 &= ATi29 + ATr29 + EN210 ; \\
P310 + A39 - A310 &= ATi39 + ATr39 + EN310 ; \\
\\
P111 + A110 - A111 &= ATi110 + ATr110 + EN111 ; \\
P211 + A210 - A211 &= ATi210 + ATr210 + EN211 ; \\
P311 + A310 - A311 &= ATi310 + ATr310 + EN311 ; \\
\\
P112 + A111 - A112 &= ATi111 + ATr111 + EN112; \\
P212 + A211 - A212 &= ATi211 + ATr211 + EN212; \\
P312 + A311 - A312 &= ATi311 + ATr311 + EN312; \\
\\
/* Restrições da entrega e atraso num mês */ \\
\\
EN11 + ATi11 + ATr11 &= 9; \\
EN21 + ATi21 + ATr21 &= 5; \\
EN31 + ATi31 + ATr31 &= 4; \\
\\
EN12 + ATi12 + ATr12 &= 9; \\
EN22 + ATi22 + ATr22 &= 5; \\
EN32 + ATi32 + ATr32 &= 4; \\
\\
EN13 + ATi13 + ATr13 &= 9; \\
EN23 + ATi23 + ATr23 &= 5; \\
EN33 + ATi33 + ATr33 &= 4; \\
\\
EN14 + ATi14 + ATr14 &= 12; \\
EN24 + ATi24 + ATr24 &= 6; \\
EN34 + ATi34 + ATr34 &= 5; \\
\\
EN15 + ATi15 + ATr15 &= 16; \\
EN25 + ATi25 + ATr25 &= 8; \\
EN35 + ATi35 + ATr35 &= 6; \\
\\
EN16 + ATi16 + ATr16 &= 17; \\
EN26 + ATi26 + ATr26 &= 9; \\
EN36 + ATi36 + ATr36 &= 7; \\
\\
EN17 + ATi17 + ATr17 &= 19; \\
EN27 + ATi27 + ATr27 &= 10; \\
EN37 + ATi37 + ATr37 &= 8; \\
\\
EN18 + ATi18 + ATr18 &= 19;
\end{aligned}$$

$$EN28 + ATi28 + ATr28 = 10;$$

$$EN38 + ATi38 + ATr38 = 8;$$

$$EN19 + ATi19 + ATr19 = 16;$$

$$EN29 + ATi29 + ATr29 = 8;$$

$$EN39 + ATi39 + ATr39 = 6;$$

$$EN110 + ATi110 + ATr110 = 12;$$

$$EN210 + ATi210 + ATr210 = 6;$$

$$EN310 + ATi310 + ATr310 = 5;$$

$$EN111 + ATi111 + ATr111 = 10;$$

$$EN211 + ATi211 + ATr211 = 5;$$

$$EN311 + ATi311 + ATr311 = 4;$$

$$EN112 = 9;$$

$$EN212 = 5;$$

$$EN312 = 4;$$

/* Restringir a compra para o armazém de matéria-prima */

$$C11 + 16 - B11 = P11;$$

$$C21 + 8 - B21 = P21;$$

$$C31 + 6 - B31 = P31;$$

$$C12 + B11 - B12 = P12;$$

$$C22 + B21 - B22 = P22;$$

$$C32 + B31 - B32 = P32;$$

$$C13 + B12 - B13 = P13;$$

$$C23 + B22 - B23 = P23;$$

$$C33 + B32 - B33 = P33;$$

$$C14 + B13 - B14 = P14;$$

$$C24 + B23 - B24 = P24;$$

$$C34 + B33 - B34 = P34;$$

$$C15 + B14 - B15 = P15;$$

$$C25 + B24 - B25 = P25;$$

$$C35 + B34 - B35 = P35;$$

$$C16 + B15 - B16 = P16;$$

$$C26 + B25 - B26 = P26;$$

$$C36 + B35 - B36 = P36;$$

$$C17 + B16 - B17 = P17;$$

$$C27 + B26 - B27 = P27;$$

$$C37 + B36 - B37 = P37;$$

$$C18 + B17 - B18 = P18;$$

$$C28 + B27 - B28 = P28;$$

$$C38 + B37 - B38 = P38;$$

$$C19 + B18 - B19 = P19;$$

$$C29 + B28 - B29 = P29;$$

$$C39 + B38 - B39 = P39;$$

$$C110 + B19 - B110 = P110;$$

$$C210 + B29 - B210 = P210;$$

$$C310 + B39 - B310 = P310;$$

$$C111 + B110 - B111 = P111;$$

$$C211 + B210 - B211 = P211;$$

$$C311 + B310 - B311 = P311;$$

$$C112 + B111 - B112 = P112;$$

$$C212 + B211 - B212 = P212;$$

$$C312 + B311 - B312 = P312;$$

/* Restringir a produção no mês */

$$P11 + P21 + P31 \leq 30;$$

$$P12 + P22 + P32 \leq 30;$$

$$P13 + P23 + P33 \leq 30;$$

$$P14 + P24 + P34 \leq 30;$$

$$P15 + P25 + P35 \leq 30;$$

$$P16 + P26 + P36 \leq 30;$$

$$P17 + P27 + P37 \leq 30;$$

$$P18 + P28 + P38 \leq 30;$$

$$P19 + P29 + P39 \leq 30;$$

$$P110 + P210 + P310 \leq 30;$$

$$P111 + P211 + P311 \leq 30;$$

$$P112 + P212 + P312 \leq 30;$$

/* Restringir o armazenamento de produto final no mês */

$$A11 + A21 + A31 \leq 40;$$

$$A12 + A22 + A32 \leq 40;$$

$$A13 + A23 + A33 \leq 40;$$

$$A14 + A24 + A34 \leq 40;$$

$$A15 + A25 + A35 \leq 40;$$

$$A16 + A26 + A36 \leq 40;$$

$$A17 + A27 + A37 \leq 40;$$

$$A18 + A28 + A38 \leq 40;$$


```

A19 + A29 + A39 <= 40;
A110 + A210 + A310 <= 40;
A111 + A211 + A311 <= 40;
A112 + A212 + A312 <= 40;

/* Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês */

B11 + B21 + B31 <= 30;
B12 + B22 + B32 <= 30;
B13 + B23 + B33 <= 30;
B14 + B24 + B34 <= 30;
B15 + B25 + B35 <= 30;
B16 + B26 + B36 <= 30;
B17 + B27 + B37 <= 30;
B18 + B28 + B38 <= 30;
B19 + B29 + B39 <= 30;
B110 + B210 + B310 <= 30;
B111 + B211 + B311 <= 30;
B112 + B212 + B312 <= 30;

/* Restringir armazenamento final */

A112 = 20;
A212 = 10;
A312 = 10;

B112 = 16;
B212 = 8;
B312 = 6;

/* Restrições da produção para apenas um fruto num mês*/
tug11 + tug21 + tug31 = 1;
tug12 + tug22 + tug32 = 1;
tug13 + tug23 + tug33 = 1;
tug14 + tug24 + tug34 = 1;
tug15 + tug25 + tug35 = 1;
tug16 + tug26 + tug36 = 1;
tug17 + tug27 + tug37 = 1;
tug18 + tug28 + tug38 = 1;
tug19 + tug29 + tug39 = 1;
tug110 + tug210 + tug310 = 1;
tug111 + tug211 + tug311 = 1;
tug112 + tug212 + tug312 = 1;

/*Restrições da produção de um fruto num mês*/

P11 <= 29tug11;

```

```

P21 <= 29tug21;
P31 <= 30tug31; /*Houve produção de pera no mes 12 do ano anterior */

P12 <= 28tug12 + 1-1tug21 + 1-1tug31;
P22 <= 28tug22 + 1-1tug11 + 1-1tug31;
P32 <= 28tug32 + 1-1tug11 + 1-1tug21;

P13 <= 28tug13 + 1-1tug22 + 1-1tug32;
P23 <= 28tug23 + 1-1tug12 + 1-1tug32;
P33 <= 28tug33 + 1-1tug12 + 1-1tug22;

P14 <= 28tug14 + 1-1tug23 + 1-1tug33;
P24 <= 28tug24 + 1-1tug13 + 1-1tug33;
P34 <= 28tug34 + 1-1tug13 + 1-1tug23;

P15 <= 28tug15 + 1-1tug24 + 1-1tug34;
P25 <= 28tug25 + 1-1tug14 + 1-1tug34;
P35 <= 28tug35 + 1-1tug14 + 1-1tug24;

P16 <= 28tug16 + 1-1tug25 + 1-1tug35;
P26 <= 28tug26 + 1-1tug15 + 1-1tug35;
P36 <= 28tug36 + 1-1tug15 + 1-1tug25;

P17 <= 28tug17 + 1-1tug26 + 1-1tug36;
P27 <= 28tug27 + 1-1tug16 + 1-1tug36;
P37 <= 28tug37 + 1-1tug16 + 1-1tug26;

P18 <= 28tug18 + 1-1tug27 + 1-1tug37;
P28 <= 28tug28 + 1-1tug17 + 1-1tug37;
P38 <= 28tug38 + 1-1tug17 + 1-1tug27;

P19 <= 28tug19 + 1-1tug28 + 1-1tug38;
P29 <= 28tug29 + 1-1tug18 + 1-1tug38;
P39 <= 28tug39 + 1-1tug18 + 1-1tug28;

P110 <= 28tug110 + 1-1tug29 + 1-1tug39;
P210 <= 28tug210 + 1-1tug19 + 1-1tug39;
P310 <= 28tug310 + 1-1tug19 + 1-1tug29;

P111 <= 28tug111 + 1-1tug210 + 1-1tug310;
P211 <= 28tug211 + 1-1tug110 + 1-1tug310;
P311 <= 28tug311 + 1-1tug110 + 1-1tug210;

P112 <= 28tug112 + 1-1tug211 + 1-1tug311;
P212 <= 28tug212 + 1-1tug111 + 1-1tug311;
P312 <= 28tug312 + 1-1tug111 + 1-1tug211;

```

```

md1 >= 1 - tug31;

md2 >= tug12 - tug11;
md2 >= tug22 - tug21;
md2 >= tug32 - tug31;

md3 >= tug13 - tug12;
md3 >= tug23 - tug22;
md3 >= tug33 - tug32;

md4 >= tug14 - tug13;
md4 >= tug24 - tug23;
md4 >= tug34 - tug33;

md5 >= tug15 - tug14;
md5 >= tug25 - tug24;
md5 >= tug35 - tug34;

md6 >= tug16 - tug15;
md6 >= tug26 - tug25;
md6 >= tug36 - tug35;

md7 >= tug17 - tug16;
md7 >= tug27 - tug26;
md7 >= tug37 - tug36;

md8 >= tug18 - tug17;
md8 >= tug28 - tug27;
md8 >= tug38 - tug37;

md9 >= tug19 - tug18;
md9 >= tug29 - tug28;
md9 >= tug39 - tug38;

md10 >= tug110 - tug19;
md10 >= tug210 - tug29;
md10 >= tug310 - tug39;

md11 >= tug111 - tug110;
md11 >= tug211 - tug210;
md11 >= tug311 - tug310;

md12 >= tug112 - tug111;
md12 >= tug212 - tug211;
md12 >= tug312 - tug311;

/* Declaração das variáveis binárias */

```

Bin ATi11, ATi21, ATi31, ATi12, ATi22, ATi32, ATi13,
 ATi23, ATi33, ATi14, ATi24, ATi34, ATi15, ATi25, ATi35,
 ATi16, ATi26, ATi36, ATi17, ATi27, ATi37, ATi18, ATi28,
 ATi38, ATi19, ATi29, ATi39, ATi110, ATi210, ATi310, ATi111,
 ATi211, ATi311, ATi112, ATi212, ATi312;

Bin tug11, tug21, tug31, tug12, tug22, tug32, tug13, tug23,
 tug33, tug14, tug24, tug34, tug15, tug25, tug35, tug16,
 tug26, tug36, tug17, tug27, tug37, tug18, tug28, tug38,
 tug19, tug29, tug39, tug110, tug210, tug310, tug111, tug211,
 tug311, tug112, tug212, tug312;

Bin md1, md2, md3, md4, md5, md6, md7, md8, md9, md10, md11, md12;

3.3 Ficheiro de Output

Value of objective function: 53279.00000000

Actual values of the variables:

P11	8
A11	19
B11	8
C11	0
P12	2
A12	12
B12	6
C12	0
P13	1
A13	4
B13	5
C13	0
P14	22
A14	14
B14	2
C14	19
P15	2
A15	0
B15	0
C15	0
P16	29
A16	12
B16	30
C16	59
P17	30
A17	23
B17	0

C17	0
P18	2
A18	6
B18	1
C18	3
P19	1
A19	0
B19	0
C19	0
P110	29
A110	8
B110	2
C110	31
P111	2
A111	0
B111	0
C111	0
P112	29
A112	20
B112	16
C112	45
P21	0
A21	5
B21	8
C21	0
P22	0
A22	0
B22	8
C22	0
P23	26
A23	21
B23	25
C23	43
P24	0
A24	15
B24	26
C24	1
P25	26
A25	33
B25	0
C25	0
P26	0
A26	24
B26	0
C26	0
P27	0
A27	14

B27	28
C27	28
P28	0
A28	4
B28	28
C28	0
P29	28
A29	24
B29	0
C29	0
P210	0
A210	18
B210	1
C210	1
P211	1
A211	14
B211	0
C211	0
P212	1
A212	10
B212	8
C212	9
P31	0
A31	6
B31	6
C31	0
P32	15
A32	17
B32	2
C32	11
P33	2
A33	15
B33	0
C33	0
P34	1
A34	11
B34	2
C34	3
P35	1
A35	6
B35	1
C35	0
P36	1
A36	0
B36	0
C36	0
P37	0

A37	0
B37	0
C37	0
P38	20
A38	4
B38	1
C38	21
P39	1
A39	0
B39	0
C39	0
P310	1
A310	0
B310	0
C310	1
P311	23
A311	14
B311	6
C311	29
P312	0
A312	10
B312	6
C312	0
ATr11	0
ATi11	0
ATr12	0
ATi12	0
ATr13	0
ATi13	0
ATr14	0
ATi14	0
ATr15	0
ATi15	0
ATr16	0
ATi16	0
ATr17	0
ATi17	0
ATr18	0
ATi18	0
ATr19	8
ATi19	1
ATr110	0
ATi110	0
ATr111	0
ATi111	0
ATr112	0
ATi112	0

ATr21	0
ATi21	0
ATr22	0
ATi22	0
ATr23	0
ATi23	0
ATr24	0
ATi24	0
ATr25	0
ATi25	0
ATr26	0
ATi26	0
ATr27	0
ATi27	0
ATr28	0
ATi28	0
ATr29	0
ATi29	0
ATr210	0
ATi210	0
ATr211	0
ATi211	0
ATr212	0
ATi212	0
ATr31	0
ATi31	0
ATr32	0
ATi32	0
ATr33	0
ATi33	0
ATr34	0
ATi34	0
ATr35	0
ATi35	0
ATr36	0
ATi36	0
ATr37	7
ATi37	1
ATr38	0
ATi38	0
ATr39	0
ATi39	1
ATr310	4
ATi310	1
ATr311	0
ATi311	0
ATr312	0

ATi312	0
md1	1
md2	1
md3	1
md4	1
md5	1
md6	1
md7	0
md8	1
md9	1
md10	1
md11	1
md12	1
EN11	9
EN21	5
EN31	4
EN12	9
EN22	5
EN32	4
EN13	9
EN23	5
EN33	4
EN14	12
EN24	6
EN34	5
EN15	16
EN25	8
EN35	6
EN16	17
EN26	9
EN36	7
EN17	19
EN27	10
EN37	0
EN18	19
EN28	10
EN38	8
EN19	7
EN29	8
EN39	5
EN110	12
EN210	6
EN310	0
EN111	10
EN211	5
EN311	4
EN112	9

EN212	5
EN312	4
tug11	1
tug21	0
tug31	0
tug12	0
tug22	0
tug32	1
tug13	0
tug23	1
tug33	0
tug14	1
tug24	0
tug34	0
tug15	0
tug25	1
tug35	0
tug16	1
tug26	0
tug36	0
tug17	1
tug27	0
tug37	0
tug18	0
tug28	0
tug38	1
tug19	0
tug29	1
tug39	0
tug110	1
tug210	0
tug310	0
tug111	0
tug211	0
tug311	1
tug112	1
tug212	0
tug312	0

3.4 Plano detalhado de produção

3.4.1 Laranjas

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	8	2	1	22	2	29	30	2	1	29	2	29
Quantidade Comprada (c)	0	0	0	19	0	59	0	3	0	31	0	45
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	8	6	5	2	0	30	0	1	0	2	0	16
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	19	12	4	14	0	12	23	6	0	8	0	20
Quantidade de produto entregue (en)	9	9	9	12	16	17	19	19	7	12	10	9
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
Verifica se houve troca na produção (md)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
Procura	9	9	9	12	16	17	19	19	16	12	10	9

3.4.2 Maças

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	0	0	26	0	26	0	0	0	28	0	14	1
Quantidade Comprada (c)	0	0	43	1	0	0	28	0	0	1	1	9
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	8	8	25	26	0	0	28	28	0	1	0	8
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	5	0	21	15	33	24	14	4	24	18	0	10
Quantidade de produto entregue (en)	5	5	5	6	8	9	10	10	8	6	5	5
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
Verifica se houve troca na produção (md)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
Procura	5	5	5	6	8	9	10	10	8	6	5	5

3.4.3 Pêras

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	0	15	2	1	1	1	0	20	1	1	23	0
Quantidade Comprada (c)	0	11	0	3	0	0	0	21	0	1	29	0
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	6	2	0	2	1	0	0	1	0	0	6	6
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	6	17	15	11	6	0	0	4	0	0	14	10
Quantidade de produto entregue (en)	4	4	4	5	6	7	0	8	5	0	4	4
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	7	0	0	4	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
Verifica se houve troca na produção (md)	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
Procura	4	4	4	5	6	7	8	8	6	5	4	4

3.5 Validação

3.5.1 Validação do plano detalhado de produção

/* Restrições */

/* Restringir a produção para o armazém de produto final */

$$P11 + 20 - A11 = EN11 \Leftrightarrow 8 + 20 - 19 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P21 + 10 - A21 = EN21 \Leftrightarrow 0 + 10 - 5 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P31 + 10 - A31 = EN31 \Leftrightarrow 0 + 10 - 6 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P12 + A11 - A12 = ATi11 + ATr11 + EN12 \Leftrightarrow 2 + 19 - 12 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P22 + A21 - A22 = ATi21 + ATr21 + EN22 \Leftrightarrow 0 + 5 - 0 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P32 + A31 - A32 = ATi31 + ATr31 + EN32 \Leftrightarrow 15 + 6 - 17 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$$

$$P13 + A12 - A13 = ATi12 + ATr12 + EN13 \Leftrightarrow 1 + 12 - 4 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow$$

$9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P23 + A22 - A23 = ATi22 + ATr22 + EN23 \Leftrightarrow 26 + 0 - 21 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P33 + A32 - A33 = ATi32 + ATr32 + EN33 \Leftrightarrow 2 + 17 - 15 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow$
 $4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$P14 + A13 - A14 = ATi13 + ATr13 + EN14 \Leftrightarrow 22 + 4 - 14 = 0 + 0 + 12 \Leftrightarrow$
 $12 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P24 + A23 - A24 = ATi23 + ATr23 + EN24 \Leftrightarrow 0 + 21 - 15 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow$
 $6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P34 + A33 - A34 = ATi33 + ATr33 + EN34 \Leftrightarrow 1 + 15 - 11 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$P15 + A14 - A15 = ATi14 + ATr14 + EN15 \Leftrightarrow 2 + 14 - 0 = 0 + 0 + 16 \Leftrightarrow$
 $16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P25 + A24 - A25 = ATi24 + ATr24 + EN25 \Leftrightarrow 26 + 15 - 33 = 0 + 0 + 8 \Leftrightarrow$
 $8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P35 + A34 - A35 = ATi34 + ATr34 + EN35 \Leftrightarrow 1 + 11 - 6 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow$
 $6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

v
 $P16 + A15 - A16 = ATi15 + ATr15 + EN16 \Leftrightarrow 29 + 0 - 12 = 0 + 0 + 17 \Leftrightarrow$
 $17 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P26 + A25 - A26 = ATi25 + ATr25 + EN26 \Leftrightarrow 0 + 33 - 24 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow$
 $9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P36 + A35 - A36 = ATi35 + ATr35 + EN36 \Leftrightarrow 1 + 6 - 0 = 0 + 0 + 7 \Leftrightarrow$
 $7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$P17 + A16 - A17 = ATi16 + ATr16 + EN17 \Leftrightarrow 30 + 12 - 23 = 0 + 0 + 19 \Leftrightarrow$
 $19 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P27 + A26 - A27 = ATi26 + ATr26 + EN27 \Leftrightarrow 0 + 24 - 14 = 0 + 0 + 10 \Leftrightarrow$
 $10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P37 + A36 - A37 = ATi36 + ATr36 + EN37 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 + 0 + 0 \Leftrightarrow$
 $0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$P18 + A17 - A18 = ATi17 + ATr17 + EN18 \Leftrightarrow 2 + 23 - 6 = 0 + 0 + 19 \Leftrightarrow$
 $19 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P28 + A27 - A28 = ATi27 + ATr27 + EN28 \Leftrightarrow 0 + 14 - 4 = 0 + 0 + 10 \Leftrightarrow$
 $10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P38 + A37 - A38 = ATi37 + ATr37 + EN38 \Leftrightarrow 20 + 0 - 4 = 1 + 7 + 8 \Leftrightarrow$
 $16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$

$P19 + A18 - A19 = ATi18 + ATr18 + EN19 \Leftrightarrow 1 + 6 - 0 = 0 + 0 + 7 \Leftrightarrow$
 $7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P29 + A28 - A29 = ATi28 + ATr28 + EN29 \Leftrightarrow 28 + 4 - 24 = 0 + 0 + 8 \Leftrightarrow$
 $8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P39 + A38 - A39 = ATi38 + ATr38 + EN39 \Leftrightarrow 1 + 4 - 0 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow$
 $5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$P110 + A19 - A110 = ATi19 + ATr19 + EN110 \Leftrightarrow 29 + 0 - 8 = 1 + 8 + 12 \Leftrightarrow 21 = 21 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P210 + A29 - A210 = ATi29 + ATr29 + EN210 \Leftrightarrow 0 + 24 - 18 = 0 + 0 + 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P310 + A39 - A310 = ATi39 + ATr39 + EN310 \Leftrightarrow 1 + 0 - 0 = 1 + 0 + 0 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$P111 + A110 - A111 = ATi110 + ATr110 + EN111 \Leftrightarrow 2 + 8 - 0 = 0 + 0 + 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P211 + A210 - A211 = ATi210 + ATr210 + EN211 \Leftrightarrow 1 + 18 - 14 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P311 + A310 - A311 = ATi310 + ATr310 + EN311 \Leftrightarrow 23 + 0 - 14 = 1 + 4 + 4 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$

$P112 + A111 - A112 = ATi111 + ATr111 + EN112 \Leftrightarrow 29 + 0 - 20 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P212 + A211 - A212 = ATi211 + ATr211 + EN212 \Leftrightarrow 1 + 14 - 10 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P312 + A311 - A312 = ATi311 + ATr311 + EN312 \Leftrightarrow 0 + 14 - 10 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restrições da entrega e atraso num mês */

$EN11 + ATi11 + ATr11 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN21 + ATi21 + ATr21 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN31 + ATi31 + ATr31 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN12 + ATi12 + ATr12 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN22 + ATi22 + ATr22 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN32 + ATi32 + ATr32 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN13 + ATi13 + ATr13 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN23 + ATi23 + ATr23 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN33 + ATi33 + ATr33 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN14 + ATi14 + ATr14 = 12 \Leftrightarrow 12 + 0 + 0 = 12 \Leftrightarrow 12 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN24 + ATi24 + ATr24 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN34 + ATi34 + ATr34 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN15 + ATi15 + ATr15 = 16 \Leftrightarrow 16 + 0 + 0 = 16 \Leftrightarrow 16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN25 + ATi25 + ATr25 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN35 + ATi35 + ATr35 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN16 + ATi16 + ATr16 = 17 \Leftrightarrow 17 + 0 + 0 = 17 \Leftrightarrow 17 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN26 + ATi26 + ATr26 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN36 + ATi36 + ATr36 = 7 \Leftrightarrow 7 + 0 + 0 = 7 \Leftrightarrow 7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN17 + ATi17 + ATr17 = 19 \Leftrightarrow 19 + 0 + 0 = 19 \Leftrightarrow 19 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN27 + ATi27 + ATr27 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN37 + ATi37 + ATr37 = 8 \Leftrightarrow 0 + 1 + 7 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN18 + ATi18 + ATr18 = 19 \Leftrightarrow 19 + 0 + 0 = 19 \Leftrightarrow 19 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN28 + ATi28 + ATr28 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN38 + ATi38 + ATr38 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN19 + ATi19 + ATr19 = 16 \Leftrightarrow 7 + 1 + 8 = 16 \Leftrightarrow 16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN29 + ATi29 + ATr29 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN39 + ATi39 + ATr39 = 6 \Leftrightarrow 5 + 1 + 0 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN110 + ATi110 + ATr110 = 12 \Leftrightarrow 12 + 0 + 0 = 12 \Leftrightarrow 12 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN210 + ATi210 + ATr210 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN310 + ATi310 + ATr310 = 5 \Leftrightarrow 0 + 1 + 4 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN111 + ATi111 + ATr111 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN211 + ATi211 + ATr211 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN311 + ATi311 + ATr311 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN112 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN212 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN312 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir a compra para o armazém de matéria-prima */

$C11 + 16 - B11 = P11 \Leftrightarrow 0 + 16 - 8 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C21 + 8 - B21 = P21 \Leftrightarrow 0 + 8 - 8 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C31 + 6 - B31 = P31 \Leftrightarrow 0 + 6 - 6 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C12 + B11 - B12 = P12 \Leftrightarrow 0 + 8 - 6 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C22 + B21 - B22 = P22 \Leftrightarrow 0 + 8 - 8 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C32 + B31 - B32 = P32 \Leftrightarrow 11 + 6 - 2 = 15 \Leftrightarrow 15 = 15 \dots \text{Verdadeiro}$

$C13 + B12 - B13 = P13 \Leftrightarrow 0 + 6 - 5 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C23 + B22 - B23 = P23 \Leftrightarrow 43 + 8 - 25 = 26 \Leftrightarrow 26 = 26 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C33 + B32 - B33 = P33 \Leftrightarrow 0 + 2 - 0 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \dots \text{Verdadeiro}$

$C14 + B13 - B14 = P14 \Leftrightarrow 19 + 5 - 2 = 22 \Leftrightarrow 22 = 22 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C24 + B23 - B24 = P24 \Leftrightarrow 1 + 25 - 26 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C34 + B33 - B34 = P34 \Leftrightarrow 3 + 0 - 2 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$C15 + B14 - B15 = P15 \Leftrightarrow 0 + 2 - 0 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C25 + B24 - B25 = P25 \Leftrightarrow 0 + 26 - 0 = 26 \Leftrightarrow 26 = 26 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C35 + B34 - B35 = P35 \Leftrightarrow 0 + 2 - 1 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$C16 + B15 - B16 = P16 \Leftrightarrow 59 + 0 - 30 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C26 + B25 - B26 = P26 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C36 + B35 - B36 = P36 \Leftrightarrow 0 + 1 - 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$C17 + B16 - B17 = P17 \Leftrightarrow 0 + 30 - 0 = 30 \Leftrightarrow 30 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C27 + B26 - B27 = P27 \Leftrightarrow 28 + 0 - 28 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C37 + B36 - B37 = P37 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C18 + B17 - B18 = P18 \Leftrightarrow 3 + 0 - 1 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C28 + B27 - B28 = P28 \Leftrightarrow 0 + 28 - 28 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C38 + B37 - B38 = P38 \Leftrightarrow 21 + 0 - 1 = 20 \Leftrightarrow 20 = 20 \dots \text{Verdadeiro}$

$C19 + B18 - B19 = P19 \Leftrightarrow 0 + 1 - 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C29 + B28 - B29 = P29 \Leftrightarrow 0 + 28 - 0 = 28 \Leftrightarrow 28 = 28 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C39 + B38 - B39 = P39 \Leftrightarrow 0 + 1 - 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$C110 + B19 - B110 = P110 \Leftrightarrow 31 + 0 - 2 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C210 + B29 - B210 = P210 \Leftrightarrow 1 + 0 - 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C310 + B39 - B310 = P310 \Leftrightarrow 1 + 0 - 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$C111 + B110 - B111 = P111 \Leftrightarrow 0 + 2 - 0 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C211 + B210 - B211 = P211 \Leftrightarrow 0 + 1 - 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C311 + B310 - B311 = P311 \Leftrightarrow 29 + 0 - 6 = 23 \Leftrightarrow 23 = 23 \dots \text{Verdadeiro}$

$C112 + B111 - B112 = P112 \Leftrightarrow 45 + 0 - 16 = 29 \Leftrightarrow 29 = 29 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C212 + B211 - B212 = P212 \Leftrightarrow 9 + 0 - 8 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C312 + B311 - B312 = P312 \Leftrightarrow 0 + 6 - 6 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir a produção no mês */

$P11 + P21 + P31 \leq 30 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 8 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P12 + P22 + P32 \leq 30 \Leftrightarrow 2 + 0 + 15 \leq 30 \Leftrightarrow 17 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P13 + P23 + P33 \leq 30 \Leftrightarrow 1 + 26 + 2 \leq 30 \Leftrightarrow 29 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P14 + P24 + P34 \leq 30 \Leftrightarrow 22 + 0 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 23 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P15 + P25 + P35 \leq 30 \Leftrightarrow 2 + 26 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 29 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P16 + P26 + P36 \leq 30 \Leftrightarrow 29 + 0 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P17 + P27 + P37 \leq 30 \Leftrightarrow 30 + 0 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P18 + P28 + P38 \leq 30 \Leftrightarrow 2 + 0 + 20 \leq 30 \Leftrightarrow 22 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P19 + P29 + P39 \leq 30 \Leftrightarrow 1 + 28 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P110 + P210 + P310 \leq 30 \Leftrightarrow 29 + 0 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P111 + P211 + P311 \leq 30 \Leftrightarrow 2 + 1 + 23 \leq 30 \Leftrightarrow 25 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P112 + P212 + P312 \leq 30 \Leftrightarrow 29 + 1 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir o armazenamento de produto final no mês */

$A11 + A21 + A31 \leq 40 \Leftrightarrow 19 + 5 + 6 \leq 40 \Leftrightarrow 30 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A12 + A22 + A32 \leq 40 \Leftrightarrow 12 + 0 + 17 \leq 40 \Leftrightarrow 29 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$

$A13 + A23 + A33 \leq 40 \Leftrightarrow 4 + 21 + 15 \leq 40 \Leftrightarrow 40 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A14 + A24 + A34 \leq 40 \Leftrightarrow 14 + 15 + 11 \leq 40 \Leftrightarrow 40 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A15 + A25 + A35 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 33 + 6 \leq 40 \Leftrightarrow 39 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A16 + A26 + A36 \leq 40 \Leftrightarrow 12 + 24 + 0 \leq 40 \Leftrightarrow 36 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A17 + A27 + A37 \leq 40 \Leftrightarrow 23 + 14 + 0 \leq 40 \Leftrightarrow 37 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A18 + A28 + A38 \leq 40 \Leftrightarrow 6 + 4 + 4 \leq 40 \Leftrightarrow 14 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A19 + A29 + A39 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 24 + 0 \leq 40 \Leftrightarrow 24 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A110 + A210 + A310 \leq 40 \Leftrightarrow 8 + 18 + 0 \leq 40 \Leftrightarrow 26 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A111 + A211 + A311 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 14 + 14 \leq 40 \Leftrightarrow 28 \leq 40 \dots$ Verdadeiro
 $A112 + A212 + A312 \leq 40 \Leftrightarrow 20 + 10 + 10 \leq 40 \Leftrightarrow 40 \leq 40 \dots$ Verdadeiro

/* Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês */

$B11 + B21 + B31 \leq 30 \Leftrightarrow 8 + 8 + 6 \leq 30 \Leftrightarrow 24 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B12 + B22 + B32 \leq 30 \Leftrightarrow 6 + 8 + 2 \leq 30 \Leftrightarrow 16 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B13 + B23 + B33 \leq 30 \Leftrightarrow 5 + 25 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B14 + B24 + B34 \leq 30 \Leftrightarrow 2 + 26 + 2 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B15 + B25 + B35 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 1 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B16 + B26 + B36 \leq 30 \Leftrightarrow 30 + 0 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B17 + B27 + B37 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 28 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 28 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B18 + B28 + B38 \leq 30 \Leftrightarrow 1 + 28 + 1 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B19 + B29 + B39 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 0 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B110 + B210 + B310 \leq 30 \Leftrightarrow 2 + 1 + 0 \leq 30 \Leftrightarrow 3 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B111 + B211 + B311 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 0 + 6 \leq 30 \Leftrightarrow 6 \leq 30 \dots$ Verdadeiro
 $B112 + B212 + B312 \leq 30 \Leftrightarrow 16 + 8 + 6 \leq 30 \Leftrightarrow 30 \leq 30 \dots$ Verdadeiro

/* Restringir armazenamento final */

$A112 = 20 \Leftrightarrow 20 = 20 \dots$ Verdadeiro
 $A212 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots$ Verdadeiro
 $A312 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots$ Verdadeiro

$B112 = 16 \Leftrightarrow 16 = 16 \dots$ Verdadeiro
 $B212 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots$ Verdadeiro
 $B312 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots$ Verdadeiro

/* Restrições da produção para apenas um fruto num mês*/

$tug11 + tug21 + tug31 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug12 + tug22 + tug32 = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug13 + tug23 + tug33 = 1 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug14 + tug24 + tug34 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug15 + tug25 + tug35 = 1 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug16 + tug26 + tug36 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug17 + tug27 + tug37 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug18 + tug28 + tug38 = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro
 $tug19 + tug29 + tug39 = 1 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots$ Verdadeiro

$tug110 + tug210 + tug310 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug111 + tug211 + tug311 = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug112 + tug212 + tug312 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \Leftrightarrow 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

/*Restrições da produção de um fruto num mês*/

$P11 \leq 29tug11 \Leftrightarrow 8 \leq 291 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P21 \leq 29tug21 \Leftrightarrow 0 \leq 290 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P31 \leq 30tug31 \Leftrightarrow 0 \leq 300 \dots \text{Verdadeiro}$

/*Houve produção de pera no mes 12 do ano anterior */

$P12 \leq 28tug12 + 1-1xtug21 + 1-1xtug31 \Leftrightarrow 2 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x0 \Leftrightarrow 2 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P22 \leq 28tug22 + 1-1xtug11 + 1-1xtug31 \Leftrightarrow 0 \leq 280 + 1-1x1 + 1-1x0 \Leftrightarrow 0 \leq 281 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P32 \leq 28tug32 + 1-1xtug11 + 1-1xtug21 \Leftrightarrow 15 \leq 281 + 1-1x1 + 1-1x0 \Leftrightarrow 15 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$

$P13 \leq 28tug13 + 1-1xtug22 + 1-1xtug32 \Leftrightarrow 1 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x1 \Leftrightarrow 1 \leq 281 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P23 \leq 28tug23 + 1-1xtug12 + 1-1xtug32 \Leftrightarrow 26 \leq 281 + 1-1x0 + 1-1x1 \Leftrightarrow 26 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P33 \leq 28tug33 + 1-1xtug12 + 1-1xtug22 \Leftrightarrow 2 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x0 \Leftrightarrow 2 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$

$P14 \leq 28tug14 + 1-1xtug23 + 1-1xtug33 \Leftrightarrow 22 \leq 281 + 1-1x1 + 1-1x0 \Leftrightarrow 22 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P24 \leq 28tug24 + 1-1xtug13 + 1-1xtug33 \Leftrightarrow 0 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x0 \Leftrightarrow 0 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P34 \leq 28tug34 + 1-1xtug13 + 1-1xtug23 \Leftrightarrow 1 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x1 \Leftrightarrow 1 \leq 281 \dots \text{Verdadeiro}$

$P15 \leq 28tug15 + 1-1xtug24 + 1-1xtug34 \Leftrightarrow 2 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x0 \Leftrightarrow 2 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P25 \leq 28tug25 + 1-1xtug14 + 1-1xtug34 \Leftrightarrow 26 \leq 281 + 1-1x1 + 1-1x0 \Leftrightarrow 26 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P35 \leq 28tug35 + 1-1xtug14 + 1-1xtug24 \Leftrightarrow 1 \leq 280 + 1-1x1 + 1-1x0 \Leftrightarrow 1 \leq 281 \dots \text{Verdadeiro}$

$P16 \leq 28tug16 + 1-1xtug25 + 1-1xtug35 \Leftrightarrow 29 \leq 281 + 1-1x1 + 1-1x0 \Leftrightarrow 29 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P26 \leq 28tug26 + 1-1xtug15 + 1-1xtug35 \Leftrightarrow 0 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x0 \Leftrightarrow 0 \leq 282 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P36 \leq 28tug36 + 1-1xtug15 + 1-1xtug25 \Leftrightarrow 1 \leq 280 + 1-1x0 + 1-1x1 \Leftrightarrow 1 \leq 281 \dots \text{Verdadeiro}$

```

P17 <= 28tug17 + 1-1xtug26 + 1-1xtug36 <=> 30 <= 281 + 1-1x0 + 1-1x0 <=>
30 <= 283 ... Verdadeiro
P27 <= 28tug27 + 1-1xtug16 + 1-1xtug36 <=> 0 <= 280 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
0 <= 281 ... Verdadeiro
P37 <= 28tug37 + 1-1xtug16 + 1-1xtug26 <=> 0 <= 280 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
0 <= 281 ... Verdadeiro

P18 <= 28tug18 + 1-1xtug27 + 1-1xtug37 <=> 2 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x0 <=>
2 <= 282 ... Verdadeiro
P28 <= 28tug28 + 1-1xtug17 + 1-1xtug37 <=> 0 <= 280 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
0 <= 281 ... Verdadeiro
P38 <= 28tug38 + 1-1xtug17 + 1-1xtug27 <=> 20 <= 281 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
20 <= 282 ... Verdadeiro

P19 <= 28tug19 + 1-1xtug28 + 1-1xtug38 <=> 1 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x1 <=>
1 <= 281 ... Verdadeiro
P29 <= 28tug29 + 1-1xtug18 + 1-1xtug38 <=> 28 <= 281 + 1-1x0 + 1-1x1 <=>
28 <= 282 ... Verdadeiro
P39 <= 28tug39 + 1-1xtug18 + 1-1xtug28 <=> 1 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x0 <=>
1 <= 282 ... Verdadeiro

P110 <= 28tug110 + 1-1xtug29 + 1-1xtug39 <=> 29 <= 281 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
29 <= 282 ... Verdadeiro
P210 <= 28tug210 + 1-1xtug19 + 1-1xtug39 <=> 0 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x0 <=>
0 <= 282 ... Verdadeiro
P310 <= 28tug310 + 1-1xtug19 + 1-1xtug29 <=> 1 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x1 <=>
1 <= 281 ... Verdadeiro

P111 <= 28tug111 + 1-1xtug210 + 1-1xtug310 <=> 2 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x0 <=>
2 <= 282 ... Verdadeiro
P211 <= 28tug211 + 1-1xtug110 + 1-1xtug310 <=> 1 <= 280 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
1 <= 281 ... Verdadeiro
P311 <= 28tug311 + 1-1xtug110 + 1-1xtug210 <=> 23 <= 281 + 1-1x1 + 1-1x0 <=>
23 <= 282 ... Verdadeiro

P112 <= 28tug112 + 1-1xtug211 + 1-1xtug311 <=> 29 <= 281 + 1-1x0 + 1-1x1 <=>
29 <= 282 ... Verdadeiro
P212 <= 28tug212 + 1-1xtug111 + 1-1xtug311 <=> 1 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x1 <=>
1 <= 281 ... Verdadeiro
P312 <= 28tug312 + 1-1xtug111 + 1-1xtug211 <=> 0 <= 280 + 1-1x0 + 1-1x0 <=>
0 <= 282 ... Verdadeiro

/* Restrições sobre a troca de produção de fruta */

md1 >= 1 - tug31 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro

md2 >= tug12 - tug11 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro

```

```

md2 >= tug22 - tug21 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md2 >= tug32 - tug31 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro

md3 >= tug13 - tug12 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md3 >= tug23 - tug22 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md3 >= tug33 - tug32 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro

md4 >= tug14 - tug13 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md4 >= tug24 - tug23 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
md4 >= tug34 - tug33 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro

md5 >= tug15 - tug14 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
md5 >= tug25 - tug24 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md5 >= tug35 - tug34 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro

md6 >= tug16 - tug15 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md6 >= tug26 - tug25 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
md6 >= tug36 - tug35 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro

md7 >= tug17 - tug16 <=> 0 >= 1 - 1 ... Verdadeiro
md7 >= tug27 - tug26 <=> 0 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md7 >= tug37 - tug36 <=> 0 >= 0 - 0 ... Verdadeiro

md8 >= tug18 - tug17 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
md8 >= tug28 - tug27 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md8 >= tug38 - tug37 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro

md9 >= tug19 - tug18 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md9 >= tug29 - tug28 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md9 >= tug39 - tug38 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro

md10 >= tug110 - tug19 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md10 >= tug210 - tug29 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
md10 >= tug310 - tug39 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro

md11 >= tug111 - tug110 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
md11 >= tug211 - tug210 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md11 >= tug311 - tug310 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro

md12 >= tug112 - tug111 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
md12 >= tug212 - tug211 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
md12 >= tug312 - tug311 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro

```

3.5.2 Validação da solução ótima

Sumo de Laranja

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */

CustoConcentradoLaranja = 180 x C11 + 160 x C12 + 180 x C13 +
160 x C14 + 180 x C15 + 160 x C16 + 180 x C17 + 160 x C18 + 180 x C19 +
160 x C110 + 180 x C111 + 160 x C112 = 180 x 0 + 160 x 0 + 180 x 0 +
160 x 19 + 180 x 0 + 160 x 59 + 180 x 0 + 160 x 3 + 180 x 0 +
160 x 31 + 180 x 0 + 160 x 45 = 25120 (U.M.)

/* Cálculo do custo de produção */

CustoProducaoLaranja = 10 x P11 + 10 x P12 + 10 x P13 + 10 x P14 +
10 x P15 + 10 x P16 + 10 x P17 + 12 x P18 + 10 x P19 + 10 x P110 +
10 x P111 + 10 x P112 = 10 x 8 + 10 x 2 + 10 x 1 + 10 x 22 +
10 x 2 + 10 x 29 + 10 x 30 + 12 x 2 + 10 x 1 + 10 x 29 +
10 x 2 + 10 x 29 = 1574 (U.M.)

/* Cálculo do custo de armazenamento */

CustoStockLaranja = 3(A11 + A12 + A13 + A14 + A15 + A16 +
A17 + A18 + A19 + A110 + A111 + A112) + B11 + B12 + B13 +
B14 + B15 + B16 + B17 + B18 + B19 + B110 + B111 + B112 = 3(19 + 12 +
4 + 14 + 0 + 12 + 23 + 6 + 0 + 8 + 0 + 20) + 8 + 6 + 5 +
2 + 0 + 30 + 0 + 1 + 0 + 2 + 0 + 16 = 424 (U.M.)

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */

CustoAtrasoLaranja = ATi11 + ATi12 + ATi13 + ATi14 + ATi15 +
ATi16 + ATi17 + ATi18 + ATi19 + ATi110 + ATi111 + ATi112 +
10(ATr11 + ATr12 + ATr13 + ATr14 + ATr15 + ATr16 + ATr17 +
ATr18 + ATr19 + ATr110 + ATr111 + ATr112) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 +
10(0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
0 + 8 + 0 + 0 + 0) = 81 (U.M)

Sumo de Maçã

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */

CustoConcentradoMaca = 231 x C21 + 199 x C22 + 187 x C23 + 198 x C24 +
210 x C25 + 208 x C26 + 211 x C27 + 220 x C28 + 217 x C29 + 216 x C210 +
221 x C211 + 217 x C212 = 231 x 0 + 199 x 0 + 187 x 43 + 198 x 1 +
210 x 0 + 208 x 0 + 211 x 28 + 220 x 0 + 217 x 0 + 216 x 1 +
221 x 0 + 217 x 9 = 16316 (U.M)

/* Cálculo do custo de produção */

CustoProducaoMaca = 10 x P21 + 10 x P22 + 10 x P23 + 10 x P24 + 10 x P25 +
10 x P26 + 10 x P27 + 12 x P28 + 10 x P29 + 10 x P210 + 10 x P211 + 10 x P212 =
10 x 0 + 10 x 0 + 10 x 26 + 10 x 0 + 10 x 26 +
10 x 0 + 10 x 0 + 12 x 0 + 10 x 28 + 10 x 0 + 10 x 1 + 10 x 1 = 820 (U.M.)

/* Cálculo do custo de armazenamento */

CustoStockMaca = 3(A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26 + A27 + A28 +

$A29 + A210 + A211 + A212) + B21 + B22 + B23 + B24 + B25 + B26 + B27 +$
 $B28 + B29 + B210 + B211 + B212 = 3(5 + 0 + 21 + 15 + 33 + 24 + 14 + 4 +$
 $24 + 18 + 14 + 10) + 8 + 8 + 25 + 26 + 0 + 0 + 28 +$
 $28 + 0 + 1 + 0 + 8 = 678 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */
 $\text{CustoAtrasoMaca} = \text{ATi21} + \text{ATi22} + \text{ATi23} + \text{ATi24} + \text{ATi25} + \text{ATi26} +$
 $\text{ATi27} + \text{ATi28} + \text{ATi29} + \text{ATi210} + \text{ATi211} + \text{ATi212} + 10(\text{ATr21} + \text{ATr22} +$
 $\text{ATr23} + \text{ATr24} + \text{ATr25} + \text{ATr26} + \text{ATr27} + \text{ATr28} + \text{ATr29} + \text{ATr210} +$
 $\text{ATr211} + \text{ATr212}) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +$
 $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 10(0 + 0 +$
 $0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +$
 $0 + 0) = 0 \text{ (U.M.)}$

Sumo de Pêra

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */
 $\text{CustoConcentradoPera} = 116 \times C31 + 116 \times C32 + 124 \times C33 + 120 \times C34 +$
 $132 \times C35 + 128 \times C36 + 136 \times C37 + 116 \times C38 + 120 \times C39 + 108 \times C310 +$
 $100 \times C311 + 116 \times C312 = 116 \times 0 + 116 \times 11 + 124 \times 0 + 120 \times 3 +$
 $132 \times 0 + 128 \times 0 + 136 \times 0 + 116 \times 21 + 120 \times 0 + 108 \times 1 +$
 $100 \times 29 + 116 \times 0 = 7080 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo de produção */
 $\text{CustoProducaoPera} = 10 \times P31 + 10 \times P32 + 10 \times P33 + 10 \times P34 +$
 $10 \times P35 + 10 \times P36 + 10 \times P37 + 12 \times P38 + 10 \times P39 + 10 \times P310 +$
 $10 \times P311 + 10 \times P312 = 10 \times 0 + 10 \times 15 + 10 \times 2 + 10 \times 1 + 10 \times 1 +$
 $10 \times 1 + 10 \times 0 + 12 \times 20 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 23 + 10 \times 0 = 690 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo de armazenamento */
 $\text{CustoStockPera} = 3(A31 + A32 + A33 + A34 + A35 + A36 + A37 +$
 $A38 + A39 + A310 + A311 + A312) + B31 + B32 + B33 + B34 + B35 +$
 $B36 + B37 + B38 + B39 + B310 + B311 + B312 = 3(6 + 17 + 15 +$
 $11 + 6 + 0 + 0 + 4 + 0 + 0 + 14 + 10) + 6 + 2 + 0 + 2 + 1 + 0 +$
 $0 + 1 + 0 + 0 + 6 + 6 = 273 \text{ (U.M.)}$

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */
 $\text{CustoAtrasoPera} = \text{ATi31} + \text{ATi32} + \text{ATi33} + \text{ATi34} + \text{ATi35} + \text{ATi36} +$
 $\text{ATi37} + \text{ATi38} + \text{ATi39} + \text{ATi310} + \text{ATi311} + \text{ATi312} + 10(\text{ATr31} +$
 $\text{ATr32} + \text{ATr33} + \text{ATr34} + \text{ATr35} + \text{ATr36} + \text{ATr37} + \text{ATr38} + \text{ATr39} +$
 $\text{ATr310} + \text{ATr311} + \text{ATr312}) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +$
 $1 + 0 + 1 + 1 + 0 + 0 + 10(0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 7 + 0 + 0 +$
 $4 + 0 + 0) = 113 \text{ (U.M.)}$

Custos de mudança de tipo de sumo

$$\begin{aligned} \text{CustoMudanca} &= 10 \times \text{md1} + 10 \times \text{md2} + 10 \times \text{md3} + 10 \times \text{md4} + 10 \times \text{md5} + \\ &10 \times \text{md6} + 10 \times \text{md7} + 10 \times \text{md8} + 10 \times \text{md9} + 10 \times \text{md10} + 10 \times \text{md11} + \\ &10 \times \text{md12} = 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + \\ &10 \times 0 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 + 10 \times 1 = 110 \end{aligned}$$

CustoTotal

$$\begin{aligned} \text{CustoTotal} &= \text{CustoConcentradoLaranja} + \text{CustoConcentradoMaca} + \\ &\text{CustoConcentradoPera} + \text{CustoProducaoLaranja} + \text{CustoProducaoMaca} + \\ &\text{CustoProducaoPera} + \text{CustoStockLaranja} + \text{CustoStockMaca} + \\ &\text{CustoStockPera} + \text{CustoAtrasoLaranja} + \text{CustoAtrasoMaca} + \\ &\text{CustoAtrasoPera} + \text{CustoMudanca} = \\ &25120 + 16316 + 7080 + 1574 + 820 + 690 + 424 + 678 + 273 + 81 + \\ &0 + 113 + 110 = 53279 \text{ (U.M)} \end{aligned}$$

Como podemos observar, o Custo Total é igual à solução ótima obtida utilizando o LPSolve.

4. *Parte III*

4.1 Formulação do problema

4.1.1 Variáveis de decisão

Não foram adicionadas novas variáveis.

4.1.2 Função objetivo

A função objectivo não foi alterada.

4.1.3 Restrições

$$\begin{aligned} P11 &\leq 30tug11; \\ P21 &\leq 30tug21; \\ P31 &\leq 30tug31 + 30; \\ P12 &\leq 30tug12 + 30tug11; \\ P22 &\leq 30tug22 + 30tug21; \\ P32 &\leq 30tug32 + 30tug31; \\ P13 &\leq 30tug13 + 30tug12; \\ P23 &\leq 30tug23 + 30tug22; \\ P33 &\leq 30tug33 + 30tug32; \\ P14 &\leq 30tug14 + 30tug13; \\ P24 &\leq 30tug24 + 30tug23; \\ P34 &\leq 30tug34 + 30tug33; \\ P15 &\leq 30tug15 + 30tug14; \\ P25 &\leq 30tug25 + 30tug24; \\ P35 &\leq 30tug35 + 30tug34; \\ P16 &\leq 30tug16 + 30tug15; \\ P26 &\leq 30tug26 + 30tug25; \\ P36 &\leq 30tug36 + 30tug35; \\ P17 &\leq 30tug17 + 30tug16; \\ P27 &\leq 30tug27 + 30tug26; \\ P37 &\leq 30tug37 + 30tug36; \\ P18 &\leq 30tug18 + 30tug17; \\ P28 &\leq 30tug28 + 30tug27; \\ P38 &\leq 30tug38 + 30tug37; \\ P19 &\leq 30tug19 + 30tug18; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P29 &\leq 30tug29 + 30tug28; \\
P39 &\leq 30tug39 + 30tug38; \\
P110 &\leq 30tug110 + 30tug19; \\
P210 &\leq 30tug210 + 30tug29; \\
P310 &\leq 30tug310 + 30tug39; \\
P111 &\leq 30tug111 + 30tug110; \\
P211 &\leq 30tug211 + 30tug210; \\
P311 &\leq 30tug311 + 30tug310; \\
P112 &\leq 30tug112 + 30tug111; \\
P212 &\leq 30tug212 + 30tug211; \\
P312 &\leq 30tug312 + 30tug311;
\end{aligned}$$

Para considerar a produção até a um certo dia do próximo mês, apenas alargamos a restrição de produção para o mês i e fruta j , permitindo assim ter mais produção de diferentes frutas, no mesmo mês. A restrição já existente $P1j + P2j + P3j \leq 30$ ($j=1,2,\dots,12$), garante nos que não seja produzidos frutas fora dos seus limites, mesmo começando a meio do mês.

4.2 Ficheiro de Input

/* Função Objetivo */

```

min: 10P11 + 3A11 + 1B11 + 180C11 + 10P12 + 3A12 + 1B12 + 160C12 +
10P13 + 3A13 + 1B13 + 180C13 + 10P14 + 3A14 + 1B14 + 160C14 +
10P15 + 3A15 + 1B15 + 180C15 + 10P16 + 3A16 + 1B16 + 160C16 +
10P17 + 3A17 + 1B17 + 180C17 + 12P18 + 3A18 + 1B18 + 160C18 +
10P19 + 3A19 + 1B19 + 180C19 + 10P110 + 3A110 + 1B110 + 160C110 +
10P111 + 3A111 + 1B111 + 180C111 + 10P112 + 3A112 + 1B112 +
160C112 + 10P21 + 3A21 + 1B21 + 231C21 + 10P22 + 3A22 + 1B22 +
199C22 + 10P23 + 3A23 + 1B23 + 187C23 + 10P24 + 3A24 + 1B24 +
198C24 + 10P25 + 3A25 + 1B25 + 210C25 + 10P26 + 3A26 + 1B26 +
208C26 + 10P27 + 3A27 + 1B27 + 211C27 + 12P28 + 3A28 + 1B28 +
220C28 + 10P29 + 3A29 + 1B29 + 217C29 + 10P210 + 3A210 + 1B210 +
216C210 + 10P211 + 3A211 + 1B211 + 221C211 + 10P212 + 3A212 +
1B212 + 217C212 + 10P31 + 3A31 + 1B31 + 116C31 + 10P32 + 3A32 +
1B32 + 116C32 + 10P33 + 3A33 + 1B33 + 124C33 + 10P34 + 3A34 +
1B34 + 120C34 + 10P35 + 3A35 + 1B35 + 132C35 + 10P36 + 3A36 +
1B36 + 128C36 + 10P37 + 3A37 + 1B37 + 136C37 + 12P38 + 3A38 +
1B38 + 116C38 + 10P39 + 3A39 + 1B39 + 120C39 + 10P310 + 3A310 +
1B310 + 108C310 + 10P311 + 3A311 + 1B311 + 100C311 + 10P312 +
3A312 + 1B312 + 116C312 + 10ATr11 + ATi11 + 10ATr12 + ATi12 +
10ATr13 + ATi13 + 10ATr14 + ATi14 + 10ATr15 + ATi15 + 10ATr16 +
ATi16 + 10ATr17 + ATi17 + 10ATr18 + ATi18 + 10ATr19 + ATi19 +
10ATr110 + ATi110 + 10ATr111 + ATi111 + 10ATr112 + ATi112 +
10ATr21 + ATi21 + 10ATr22 + ATi22 + 10ATr23 + ATi23 + 10ATr24 +
ATi24 + 10ATr25 + ATi25 + 10ATr26 + ATi26 + 10ATr27 + ATi27 +
10ATr28 + ATi28 + 10ATr29 + ATi29 + 10ATr210 + ATi210 + 10ATr211 +

```

$ATi211 + 10ATr212 + ATi212 + 10ATr31 + ATi31 + 10ATr32 +$
 $ATi32 + 10ATr33 + ATi33 + 10ATr34 + ATi34 + 10ATr35 + ATi35 +$
 $10ATr36 + ATi36 + 10ATr37 + ATi37 + 10ATr38 + ATi38 +$
 $10ATr39 + ATi39 + 10ATr310 + ATi310 + 10ATr311 + ATi311 +$
 $10ATr312 + ATi312 + 10md1 + 10md2 + 10md3 + 10md4 + 10md5 + 10md6 +$
 $10md7 + 10md8 + 10md9 + 10md10 + 10md11 + 10md12;$

/* Restrições */

/* Restringir a produção para o armazém de produto final */

$P11 + 20 - A11 = EN11 ;$
 $P21 + 10 - A21 = EN21 ;$
 $P31 + 10 - A31 = EN31 ;$

$P12 + A11 - A12 = ATi11 + ATr11 + EN12 ;$
 $P22 + A21 - A22 = ATi21 + ATr21 + EN22 ;$
 $P32 + A31 - A32 = ATi31 + ATr31 + EN32 ;$

$P13 + A12 - A13 = ATi12 + ATr12 + EN13 ;$
 $P23 + A22 - A23 = ATi22 + ATr22 + EN23 ;$
 $P33 + A32 - A33 = ATi32 + ATr32 + EN33 ;$

$P14 + A13 - A14 = ATi13 + ATr13 + EN14 ;$
 $P24 + A23 - A24 = ATi23 + ATr23 + EN24 ;$
 $P34 + A33 - A34 = ATi33 + ATr33 + EN34 ;$

$P15 + A14 - A15 = ATi14 + ATr14 + EN15 ;$
 $P25 + A24 - A25 = ATi24 + ATr24 + EN25 ;$
 $P35 + A34 - A35 = ATi34 + ATr34 + EN35 ;$

$P16 + A15 - A16 = ATi15 + ATr15 + EN16 ;$
 $P26 + A25 - A26 = ATi25 + ATr25 + EN26 ;$
 $P36 + A35 - A36 = ATi35 + ATr35 + EN36 ;$

$P17 + A16 - A17 = ATi16 + ATr16 + EN17 ;$
 $P27 + A26 - A27 = ATi26 + ATr26 + EN27 ;$
 $P37 + A36 - A37 = ATi36 + ATr36 + EN37 ;$

$P18 + A17 - A18 = ATi17 + ATr17 + EN18 ;$
 $P28 + A27 - A28 = ATi27 + ATr27 + EN28 ;$
 $P38 + A37 - A38 = ATi37 + ATr37 + EN38 ;$

$P19 + A18 - A19 = ATi18 + ATr18 + EN19 ;$
 $P29 + A28 - A29 = ATi28 + ATr28 + EN29 ;$
 $P39 + A38 - A39 = ATi38 + ATr38 + EN39 ;$

$$\begin{aligned} P110 + A19 - A110 &= ATi19 + ATr19 + EN110 ; \\ P210 + A29 - A210 &= ATi29 + ATr29 + EN210 ; \\ P310 + A39 - A310 &= ATi39 + ATr39 + EN310 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P111 + A110 - A111 &= ATi110 + ATr110 + EN111 ; \\ P211 + A210 - A211 &= ATi210 + ATr210 + EN211 ; \\ P311 + A310 - A311 &= ATi310 + ATr310 + EN311 ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P112 + A111 - A112 &= ATi111 + ATr111 + EN112; \\ P212 + A211 - A212 &= ATi211 + ATr211 + EN212; \\ P312 + A311 - A312 &= ATi311 + ATr311 + EN312; \end{aligned}$$

/* Restrições da entrega e atraso num mês */

$$\begin{aligned} EN11 + ATi11 + ATr11 &= 9; \\ EN21 + ATi21 + ATr21 &= 5; \\ EN31 + ATi31 + ATr31 &= 4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN12 + ATi12 + ATr12 &= 9; \\ EN22 + ATi22 + ATr22 &= 5; \\ EN32 + ATi32 + ATr32 &= 4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN13 + ATi13 + ATr13 &= 9; \\ EN23 + ATi23 + ATr23 &= 5; \\ EN33 + ATi33 + ATr33 &= 4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN14 + ATi14 + ATr14 &= 12; \\ EN24 + ATi24 + ATr24 &= 6; \\ EN34 + ATi34 + ATr34 &= 5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN15 + ATi15 + ATr15 &= 16; \\ EN25 + ATi25 + ATr25 &= 8; \\ EN35 + ATi35 + ATr35 &= 6; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN16 + ATi16 + ATr16 &= 17; \\ EN26 + ATi26 + ATr26 &= 9; \\ EN36 + ATi36 + ATr36 &= 7; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN17 + ATi17 + ATr17 &= 19; \\ EN27 + ATi27 + ATr27 &= 10; \\ EN37 + ATi37 + ATr37 &= 8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EN18 + ATi18 + ATr18 &= 19; \\ EN28 + ATi28 + ATr28 &= 10; \\ EN38 + ATi38 + ATr38 &= 8; \end{aligned}$$

$$EN19 + ATi19 + ATr19 = 16;$$

$$EN29 + ATi29 + ATr29 = 8;$$

$$EN39 + ATi39 + ATr39 = 6;$$

$$EN110 + ATi110 + ATr110 = 12;$$

$$EN210 + ATi210 + ATr210 = 6;$$

$$EN310 + ATi310 + ATr310 = 5;$$

$$EN111 + ATi111 + ATr111 = 10;$$

$$EN211 + ATi211 + ATr211 = 5;$$

$$EN311 + ATi311 + ATr311 = 4;$$

$$EN112 = 9;$$

$$EN212 = 5;$$

$$EN312 = 4;$$

/* Restringir a compra para o armazém de matéria-prima */

$$C11 + 16 - B11 = P11;$$

$$C21 + 8 - B21 = P21;$$

$$C31 + 6 - B31 = P31;$$

$$C12 + B11 - B12 = P12;$$

$$C22 + B21 - B22 = P22;$$

$$C32 + B31 - B32 = P32;$$

$$C13 + B12 - B13 = P13;$$

$$C23 + B22 - B23 = P23;$$

$$C33 + B32 - B33 = P33;$$

$$C14 + B13 - B14 = P14;$$

$$C24 + B23 - B24 = P24;$$

$$C34 + B33 - B34 = P34;$$

$$C15 + B14 - B15 = P15;$$

$$C25 + B24 - B25 = P25;$$

$$C35 + B34 - B35 = P35;$$

$$C16 + B15 - B16 = P16;$$

$$C26 + B25 - B26 = P26;$$

$$C36 + B35 - B36 = P36;$$

$$C17 + B16 - B17 = P17;$$

$$C27 + B26 - B27 = P27;$$

$$C37 + B36 - B37 = P37;$$

$$C18 + B17 - B18 = P18;$$

$$C28 + B27 - B28 = P28;$$

$$C38 + B37 - B38 = P38;$$

$$C19 + B18 - B19 = P19;$$

$$C29 + B28 - B29 = P29;$$

$$C39 + B38 - B39 = P39;$$

$$C110 + B19 - B110 = P110;$$

$$C210 + B29 - B210 = P210;$$

$$C310 + B39 - B310 = P310;$$

$$C111 + B110 - B111 = P111;$$

$$C211 + B210 - B211 = P211;$$

$$C311 + B310 - B311 = P311;$$

$$C112 + B111 - B112 = P112;$$

$$C212 + B211 - B212 = P212;$$

$$C312 + B311 - B312 = P312;$$

/* Restringir a produção no mês */

$$P11 + P21 + P31 \leq 30;$$

$$P12 + P22 + P32 \leq 30;$$

$$P13 + P23 + P33 \leq 30;$$

$$P14 + P24 + P34 \leq 30;$$

$$P15 + P25 + P35 \leq 30;$$

$$P16 + P26 + P36 \leq 30;$$

$$P17 + P27 + P37 \leq 30;$$

$$P18 + P28 + P38 \leq 30;$$

$$P19 + P29 + P39 \leq 30;$$

$$P110 + P210 + P310 \leq 30;$$

$$P111 + P211 + P311 \leq 30;$$

$$P112 + P212 + P312 \leq 30;$$

/* Restringir o armazenamento de produto final no mês */

$$A11 + A21 + A31 \leq 40;$$

$$A12 + A22 + A32 \leq 40;$$

$$A13 + A23 + A33 \leq 40;$$

$$A14 + A24 + A34 \leq 40;$$

$$A15 + A25 + A35 \leq 40;$$

$$A16 + A26 + A36 \leq 40;$$

$$A17 + A27 + A37 \leq 40;$$

$$A18 + A28 + A38 \leq 40;$$

$$A19 + A29 + A39 \leq 40;$$

$$A110 + A210 + A310 \leq 40;$$

$$A111 + A211 + A311 \leq 40;$$

$$A112 + A212 + A312 \leq 40;$$

```
/* Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês */
```

```
B11 + B21 + B31 <= 30;  
B12 + B22 + B32 <= 30;  
B13 + B23 + B33 <= 30;  
B14 + B24 + B34 <= 30;  
B15 + B25 + B35 <= 30;  
B16 + B26 + B36 <= 30;  
B17 + B27 + B37 <= 30;  
B18 + B28 + B38 <= 30;  
B19 + B29 + B39 <= 30;  
B110 + B210 + B310 <= 30;  
B111 + B211 + B311 <= 30;  
B112 + B212 + B312 <= 30;
```

```
/* Restringir armazenamento final */
```

```
A112 = 20;  
A212 = 10;  
A312 = 10;
```

```
B112 = 16;  
B212 = 8;  
B312 = 6;
```

```
/* Restrições da produção para apenas um fruto num mês*/
```

```
tug11 + tug21 + tug31 = 1;  
tug12 + tug22 + tug32 = 1;  
tug13 + tug23 + tug33 = 1;  
tug14 + tug24 + tug34 = 1;  
tug15 + tug25 + tug35 = 1;  
tug16 + tug26 + tug36 = 1;  
tug17 + tug27 + tug37 = 1;  
tug18 + tug28 + tug38 = 1;  
tug19 + tug29 + tug39 = 1;  
tug110 + tug210 + tug310 = 1;  
tug111 + tug211 + tug311 = 1;  
tug112 + tug212 + tug312 = 1;
```

```
/*Restrições da produção de um fruto num mês*/
```

```
P11 <= 30tug11;  
P21 <= 30tug21;  
P31 <= 30tug31 + 30;
```

```
P12 <= 30tug12 + 30tug11;
```

```

P22 <= 30tug22 + 30tug21;
P32 <= 30tug32 + 30tug31;

P13 <= 30tug13 + 30tug12;
P23 <= 30tug23 + 30tug22;
P33 <= 30tug33 + 30tug32;

P14 <= 30tug14 + 30tug13;
P24 <= 30tug24 + 30tug23;
P34 <= 30tug34 + 30tug33;

P15 <= 30tug15 + 30tug14;
P25 <= 30tug25 + 30tug24;
P35 <= 30tug35 + 30tug34;

P16 <= 30tug16 + 30tug15;
P26 <= 30tug26 + 30tug25;
P36 <= 30tug36 + 30tug35;

P17 <= 30tug17 + 30tug16;
P27 <= 30tug27 + 30tug26;
P37 <= 30tug37 + 30tug36;

P18 <= 30tug18 + 30tug17;
P28 <= 30tug28 + 30tug27;
P38 <= 30tug38 + 30tug37;

P19 <= 30tug19 + 30tug18;
P29 <= 30tug29 + 30tug28;
P39 <= 30tug39 + 30tug38;

P110 <= 30tug110 + 30tug19;
P210 <= 30tug210 + 30tug29;
P310 <= 30tug310 + 30tug39;

P111 <= 30tug111 + 30tug110;
P211 <= 30tug211 + 30tug210;
P311 <= 30tug311 + 30tug310;

P112 <= 30tug112 + 30tug111;
P212 <= 30tug212 + 30tug211;
P312 <= 30tug312 + 30tug311;

md1 >= tug31 - 1;

md2 >= tug12 - tug11;
md2 >= tug22 - tug21;

```



```
md2 >= tug32 - tug31;
```

```
md3 >= tug13 - tug12;
```

```
md3 >= tug23 - tug22;
```

```
md3 >= tug33 - tug32;
```

```
md4 >= tug14 - tug13;
```

```
md4 >= tug24 - tug23;
```

```
md4 >= tug34 - tug33;
```

```
md5 >= tug15 - tug14;
```

```
md5 >= tug25 - tug24;
```

```
md5 >= tug35 - tug34;
```

```
md6 >= tug16 - tug15;
```

```
md6 >= tug26 - tug25;
```

```
md6 >= tug36 - tug35;
```

```
md7 >= tug17 - tug16;
```

```
md7 >= tug27 - tug26;
```

```
md7 >= tug37 - tug36;
```

```
md8 >= tug18 - tug17;
```

```
md8 >= tug28 - tug27;
```

```
md8 >= tug38 - tug37;
```

```
md9 >= tug19 - tug18;
```

```
md9 >= tug29 - tug28;
```

```
md9 >= tug39 - tug38;
```

```
md10 >= tug110 - tug19;
```

```
md10 >= tug210 - tug29;
```

```
md10 >= tug310 - tug39;
```

```
md11 >= tug111 - tug110;
```

```
md11 >= tug211 - tug210;
```

```
md11 >= tug311 - tug310;
```

```
md12 >= tug112 - tug111;
```

```
md12 >= tug212 - tug211;
```

```
md12 >= tug312 - tug311;
```

```
/* Declaração das variáveis binárias */
```

```
Bin ATi11, ATi21, ATi31, ATi12, ATi22, ATi32, ATi13,  
ATi23, ATi33, ATi14, ATi24, ATi34, ATi15, ATi25, ATi35,  
ATi16, ATi26, ATi36, ATi17, ATi27, ATi37, ATi18, ATi28,
```

ATi38, ATi19, ATi29, ATi39, ATi110, ATi210, ATi310,
ATi111, ATi211, ATi311, ATi112, ATi212, ATi312;

Bin tug11, tug21, tug31, tug12, tug22, tug32, tug13, tug23,
tug33, tug14, tug24, tug34, tug15, tug25, tug35, tug16,
tug26, tug36, tug17, tug27, tug37, tug18, tug28, tug38,
tug19, tug29, tug39, tug110, tug210, tug310, tug111, tug211,
tug311, tug112, tug212, tug312;

Bin md1, md2, md3, md4, md5, md6, md7, md8, md9, md10, md11, md12;

4.3 Ficheiro de Output

Value of objective function: 53032.00000000

Actual values of the variables:

P11	0
A11	11
B11	16
C11	0
P12	10
A12	12
B12	6
C12	0
P13	0
A13	3
B13	6
C13	0
P14	24
A14	15
B14	0
C14	18
P15	0
A15	0
B15	0
C15	0
P16	23
A16	5
B16	17
C16	40
P17	17
A17	3
B17	0
C17	0
P18	15
A18	0
B18	17

C18	32
P19	17
A19	0
B19	0
C19	0
P110	14
A110	2
B110	8
C110	22
P111	8
A111	0
B111	0
C111	0
P112	29
A112	20
B112	16
C112	45
P21	0
A21	5
B21	8
C21	0
P22	6
A22	6
B22	2
C22	0
P23	30
A23	31
B23	24
C23	52
P24	0
A24	25
B24	24
C24	0
P25	18
A25	35
B25	6
C25	0
P26	0
A26	26
B26	6
C26	0
P27	0
A27	16
B27	13
C27	7
P28	0
A28	6

B28	13
C28	0
P29	12
A29	10
B29	1
C29	0
P210	16
A210	20
B210	0
C210	15
P211	0
A211	15
B211	0
C211	0
P212	0
A212	10
B212	8
C212	8
P31	7
A31	13
B31	0
C31	1
P32	0
A32	9
B32	0
C32	0
P33	0
A33	5
B33	0
C33	0
P34	0
A34	0
B34	6
C34	6
P35	6
A35	0
B35	0
C35	0
P36	7
A36	0
B36	7
C36	14
P37	7
A37	0
B37	0
C37	0
P38	15

A38	6
B38	0
C38	15
P39	0
A39	0
B39	0
C39	0
P310	0
A310	0
B310	0
C310	0
P311	22
A311	13
B311	7
C311	29
P312	1
A312	10
B312	6
C312	0
ATr11	0
ATi11	0
ATr12	0
ATi12	0
ATr13	0
ATi13	0
ATr14	0
ATi14	0
ATr15	0
ATi15	1
ATr16	0
ATi16	0
ATr17	0
ATi17	0
ATr18	0
ATi18	1
ATr19	0
ATi19	0
ATr110	0
ATi110	0
ATr111	0
ATi111	0
ATr112	0
ATi112	0
ATr21	0
ATi21	0
ATr22	0
ATi22	0

ATr23	0
ATi23	0
ATr24	0
ATi24	0
ATr25	0
ATi25	0
ATr26	0
ATi26	0
ATr27	0
ATi27	0
ATr28	0
ATi28	0
ATr29	0
ATi29	0
ATr210	0
ATi210	0
ATr211	0
ATi211	0
ATr212	0
ATi212	0
ATr31	0
ATi31	0
ATr32	0
ATi32	0
ATr33	0
ATi33	0
ATr34	0
ATi34	0
ATr35	0
ATi35	0
ATr36	0
ATi36	0
ATr37	0
ATi37	1
ATr38	0
ATi38	0
ATr39	0
ATi39	0
ATr310	4
ATi310	1
ATr311	0
ATi311	0
ATr312	0
ATi312	0
md1	0
md2	1
md3	1

md4	1
md5	1
md6	1
md7	1
md8	1
md9	1
md10	1
md11	1
md12	1
EN11	9
EN21	5
EN31	4
EN12	9
EN22	5
EN32	4
EN13	9
EN23	5
EN33	4
EN14	12
EN24	6
EN34	5
EN15	15
EN25	8
EN35	6
EN16	17
EN26	9
EN36	7
EN17	19
EN27	10
EN37	7
EN18	18
EN28	10
EN38	8
EN19	16
EN29	8
EN39	6
EN110	12
EN210	6
EN310	0
EN111	10
EN211	5
EN311	4
EN112	9
EN212	5
EN312	4
tug11	1
tug21	0

tug31	0
tug12	0
tug22	1
tug32	0
tug13	1
tug23	0
tug33	0
tug14	0
tug24	1
tug34	0
tug15	0
tug25	0
tug35	1
tug16	1
tug26	0
tug36	0
tug17	0
tug27	0
tug37	1
tug18	1
tug28	0
tug38	0
tug19	0
tug29	1
tug39	0
tug110	1
tug210	0
tug310	0
tug111	0
tug211	0
tug311	1
tug112	1
tug212	0
tug312	0

4.4 Plano detalhado de produção

4.4.1 Laranjas

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	0	10	0	24	0	23	17	15	17	14	8	29
Quantidade Comprada (c)	0	0	0	18	0	40	0	32	0	22	0	45
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	16	6	6	0	0	17	0	17	0	8	0	16
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	11	12	3	15	0	5	3	0	0	2	0	20
Quantidade de produto entregue (en)	9	9	9	12	15	17	19	18	16	12	10	9
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
Verifica se houve troca na produção (md)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Procura	9	9	9	12	16	17	19	19	16	12	10	9

4.4.2 Maças

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	0	6	30	0	18	0	0	0	12	16	0	0
Quantidade Comprada (c)	0	0	52	0	0	0	7	0	0	15	0	8
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	8	2	24	24	6	6	13	13	1	0	0	8
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	5	6	31	25	35	26	16	6	10	20	15	10
Quantidade de produto entregue (en)	5	5	5	6	8	9	10	10	8	6	5	5
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
Verifica se houve troca na produção (md)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Procura	5	5	5	6	8	9	10	10	8	6	5	5

4.4.3 Pêras

Mês	Jan	Fer	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Quantidade Produzida (p)	7	0	0	0	6	7	7	15	0	0	22	1
Quantidade Comprada (c)	1	0	0	6	0	14	0	15	0	0	29	0
Quantidade Armazenada (matéria-prima) (b)	0	0	0	6	0	7	0	0	0	0	7	6
Quantidade Armazenada (produto final) (a)	13	9	5	0	0	0	0	6	0	0	13	10
Quantidade de produto entregue (en)	4	4	4	5	6	7	7	8	6	0	4	4
Verifica se tem atraso ou não (ati)	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
Quantidade acima de 1 unidade que foi entregue (atr)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0
Verifica a quantidade produzida no mês j da fruta i (tug)	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
Verifica se houve troca na produção (md)	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Procura	4	4	4	5	6	7	8	8	6	5	4	4

4.5 Validação

4.5.1 Validação do plano detalhado de produção

/* Restrições */

/* Restringir a produção para o armazém de produto final */

$P_{11} + 20 - A_{11} = EN_{11} \Leftrightarrow 0 + 20 - 11 = 9 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$P_{21} + 10 - A_{21} = EN_{21} \Leftrightarrow 0 + 10 - 5 = 5 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$P_{31} + 10 - A_{31} = EN_{31} \Leftrightarrow 7 + 10 - 13 = 4 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$P_{12} + A_{11} - A_{12} = ATi_{11} + ATr_{11} + EN_{12} \Leftrightarrow 10 + 11 - 12 = 0 + 0 + 9 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$P_{22} + A_{21} - A_{22} = ATi_{21} + ATr_{21} + EN_{22} \Leftrightarrow 6 + 5 - 6 = 0 + 0 + 5 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$P_{32} + A_{31} - A_{32} = ATi_{31} + ATr_{31} + EN_{32} \Leftrightarrow 0 + 13 - 9 = 0 + 0 + 4 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$P_{13} + A_{12} - A_{13} = ATi_{12} + ATr_{12} + EN_{13} \Leftrightarrow 0 + 12 - 3 = 0 + 0 + 9 \quad \dots \text{Verdadeiro}$

$$\begin{aligned} P23 + A22 - A23 &= ATi22 + ATr22 + EN23 \quad \Leftrightarrow 30 + 6 - 31 = \\ 0 + 0 + 5 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P33 + A32 - A33 &= ATi32 + ATr32 + EN33 \quad \Leftrightarrow 0 + 9 - 5 = \\ 0 + 0 + 4 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P14 + A13 - A14 &= ATi13 + ATr13 + EN14 \quad \Leftrightarrow 24 + 3 - 15 = \\ 0 + 0 + 12 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P24 + A23 - A24 &= ATi23 + ATr23 + EN24 \quad \Leftrightarrow 0 + 31 - 25 = \\ 0 + 0 + 6 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P34 + A33 - A34 &= ATi33 + ATr33 + EN34 \quad \Leftrightarrow 0 + 5 - 0 = \\ 0 + 0 + 5 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P15 + A14 - A15 &= ATi14 + ATr14 + EN15 \quad \Leftrightarrow 0 + 15 - 0 = \\ 0 + 0 + 15 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P25 + A24 - A25 &= ATi24 + ATr24 + EN25 \quad \Leftrightarrow 18 + 25 - 35 = \\ 0 + 0 + 8 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P35 + A34 - A35 &= ATi34 + ATr34 + EN35 \quad \Leftrightarrow 6 + 0 - 0 = \\ 0 + 0 + 6 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P16 + A15 - A16 &= ATi15 + ATr15 + EN16 \quad \Leftrightarrow 23 + 0 - 5 = \\ 1 + 0 + 17 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P26 + A25 - A26 &= ATi25 + ATr25 + EN26 \quad \Leftrightarrow 0 + 35 - 26 = \\ 0 + 0 + 9 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P36 + A35 - A36 &= ATi35 + ATr35 + EN36 \quad \Leftrightarrow 7 + 0 - 0 = \\ 0 + 0 + 7 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P17 + A16 - A17 &= ATi16 + ATr16 + EN17 \quad \Leftrightarrow 17 + 5 - 3 = \\ 0 + 0 + 19 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P27 + A26 - A27 &= ATi26 + ATr26 + EN27 \quad \Leftrightarrow 0 + 26 - 16 = \\ 0 + 0 + 10 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P37 + A36 - A37 &= ATi36 + ATr36 + EN37 \quad \Leftrightarrow 7 + 0 - 0 = \\ 0 + 0 + 7 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P18 + A17 - A18 &= ATi17 + ATr17 + EN18 \quad \Leftrightarrow 15 + 3 - 0 = \\ 0 + 0 + 18 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P28 + A27 - A28 &= ATi27 + ATr27 + EN28 \quad \Leftrightarrow 0 + 16 - 6 = \\ 0 + 0 + 10 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P38 + A37 - A38 &= ATi37 + ATr37 + EN38 \quad \Leftrightarrow 15 + 0 - 6 = \\ 1 + 0 + 8 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P19 + A18 - A19 &= ATi18 + ATr18 + EN19 \quad \Leftrightarrow 17 + 0 - 0 = \\ 1 + 0 + 16 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P29 + A28 - A29 &= ATi28 + ATr28 + EN29 \quad \Leftrightarrow 12 + 6 - 10 = \\ 0 + 0 + 8 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \\ P39 + A38 - A39 &= ATi38 + ATr38 + EN39 \quad \Leftrightarrow 0 + 6 - 0 = \\ 0 + 0 + 6 \quad \dots &\text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

$P110 + A19 - A110 = ATi19 + ATr19 + EN110 \Leftrightarrow 14 + 0 - 2 = 0 + 0 + 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P210 + A29 - A210 = ATi29 + ATr29 + EN210 \Leftrightarrow 16 + 10 - 20 = 0 + 0 + 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P310 + A39 - A310 = ATi39 + ATr39 + EN310 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 + 0 + 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$P111 + A110 - A111 = ATi110 + ATr110 + EN111 \Leftrightarrow 8 + 2 - 0 = 0 + 0 + 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P211 + A210 - A211 = ATi210 + ATr210 + EN211 \Leftrightarrow 0 + 20 - 15 = 0 + 0 + 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P311 + A310 - A311 = ATi310 + ATr310 + EN311 \Leftrightarrow 22 + 0 - 13 = 1 + 4 + 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$P112 + A111 - A112 = ATi111 + ATr111 + EN112 \Leftrightarrow 29 + 0 - 20 = 0 + 0 + 9 \Leftrightarrow$
 $P212 + A211 - A212 = ATi211 + ATr211 + EN212 \Leftrightarrow 0 + 15 - 10 = 0 + 0 + 5 \Leftrightarrow$
 $P312 + A311 - A312 = ATi311 + ATr311 + EN312 \Leftrightarrow 1 + 13 - 10 = 0 + 0 + 4 \Leftrightarrow$

/* Restrições da entrega e atraso num mês */
 /* Restrições da entrega e atraso num mês */

$EN11 + ATi11 + ATr11 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN21 + ATi21 + ATr21 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN31 + ATi31 + ATr31 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN12 + ATi12 + ATr12 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN22 + ATi22 + ATr22 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN32 + ATi32 + ATr32 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN13 + ATi13 + ATr13 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN23 + ATi23 + ATr23 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN33 + ATi33 + ATr33 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN14 + ATi14 + ATr14 = 12 \Leftrightarrow 12 + 0 + 0 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN24 + ATi24 + ATr24 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN34 + ATi34 + ATr34 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN15 + ATi15 + ATr15 = 16 \Leftrightarrow 15 + 1 + 0 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN25 + ATi25 + ATr25 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN35 + ATi35 + ATr35 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN16 + ATi16 + ATr16 = 17 \Leftrightarrow 17 + 0 + 0 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN26 + ATi26 + ATr26 = 9 \Leftrightarrow 9 + 0 + 0 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN36 + ATi36 + ATr36 = 7 \Leftrightarrow 7 + 0 + 0 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN17 + ATi17 + ATr17 = 19 \Leftrightarrow 19 + 0 + 0 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN27 + ATi27 + ATr27 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN37 + ATi37 + ATr37 = 8 \Leftrightarrow 7 + 1 + 0 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN18 + ATi18 + ATr18 = 19 \Leftrightarrow 18 + 1 + 0 = 19 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN28 + ATi28 + ATr28 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN38 + ATi38 + ATr38 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN19 + ATi19 + ATr19 = 16 \Leftrightarrow 16 + 0 + 0 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN29 + ATi29 + ATr29 = 8 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN39 + ATi39 + ATr39 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN110 + ATi110 + ATr110 = 12 \Leftrightarrow 12 + 0 + 0 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN210 + ATi210 + ATr210 = 6 \Leftrightarrow 6 + 0 + 0 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN310 + ATi310 + ATr310 = 5 \Leftrightarrow 0 + 1 + 4 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN111 + ATi111 + ATr111 = 10 \Leftrightarrow 10 + 0 + 0 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN211 + ATi211 + ATr211 = 5 \Leftrightarrow 5 + 0 + 0 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN311 + ATi311 + ATr311 = 4 \Leftrightarrow 4 + 0 + 0 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

$EN112 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN212 = 5 \Leftrightarrow 5 = 5 \dots \text{Verdadeiro}$
 $EN312 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir a compra para o armazém de matéria-prima */

$C11 + 16 - B11 = P11 \Leftrightarrow 0 + 16 - 16 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C21 + 8 - B21 = P21 \Leftrightarrow 0 + 8 - 8 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C31 + 6 - B31 = P31 \Leftrightarrow 1 + 6 - 0 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$C12 + B11 - B12 = P12 \Leftrightarrow 0 + 16 - 6 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C22 + B21 - B22 = P22 \Leftrightarrow 0 + 8 - 2 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C32 + B31 - B32 = P32 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C13 + B12 - B13 = P13 \Leftrightarrow 0 + 6 - 6 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C23 + B22 - B23 = P23 \Leftrightarrow 52 + 2 - 24 = 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C33 + B32 - B33 = P33 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C14 + B13 - B14 = P14 \Leftrightarrow 18 + 6 - 0 = 24 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C24 + B23 - B24 = P24 \Leftrightarrow 0 + 24 - 24 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C34 + B33 - B34 = P34 \Leftrightarrow 6 + 0 - 6 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C15 + B14 - B15 = P15 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C25 + B24 - B25 = P25 \Leftrightarrow 0 + 24 - 6 = 18 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C35 + B34 - B35 = P35 \Leftrightarrow 0 + 6 - 0 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

$C16 + B15 - B16 = P16 \Leftrightarrow 40 + 0 - 17 = 23 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C26 + B25 - B26 = P26 \Leftrightarrow 0 + 6 - 6 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C36 + B35 - B36 = P36 \Leftrightarrow 14 + 0 - 7 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$C17 + B16 - B17 = P17 \Leftrightarrow 0 + 17 - 0 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C27 + B26 - B27 = P27 \Leftrightarrow 7 + 6 - 13 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C37 + B36 - B37 = P37 \Leftrightarrow 0 + 7 - 0 = 7 \dots \text{Verdadeiro}$

$C18 + B17 - B18 = P18 \Leftrightarrow 32 + 0 - 17 = 15 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C28 + B27 - B28 = P28 \Leftrightarrow 0 + 13 - 13 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C38 + B37 - B38 = P38 \Leftrightarrow 15 + 0 - 0 = 15 \dots \text{Verdadeiro}$

$C19 + B18 - B19 = P19 \Leftrightarrow 0 + 17 - 0 = 17 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C29 + B28 - B29 = P29 \Leftrightarrow 0 + 13 - 1 = 12 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C39 + B38 - B39 = P39 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C110 + B19 - B110 = P110 \Leftrightarrow 22 + 0 - 8 = 14 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C210 + B29 - B210 = P210 \Leftrightarrow 15 + 1 - 0 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C310 + B39 - B310 = P310 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$C111 + B110 - B111 = P111 \Leftrightarrow 0 + 8 - 0 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C211 + B210 - B211 = P211 \Leftrightarrow 0 + 0 - 0 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C311 + B310 - B311 = P311 \Leftrightarrow 29 + 0 - 7 = 22 \dots \text{Verdadeiro}$

$C112 + B111 - B112 = P112 \Leftrightarrow 45 + 0 - 16 = 29 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C212 + B211 - B212 = P212 \Leftrightarrow 8 + 0 - 8 = 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $C312 + B311 - B312 = P312 \Leftrightarrow 0 + 7 - 6 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir a produção no mês */

$P11 + P21 + P31 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 0 + 7 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P12 + P22 + P32 \leq 30 \Leftrightarrow 10 + 6 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P13 + P23 + P33 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 30 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P14 + P24 + P34 \leq 30 \Leftrightarrow 24 + 0 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P15 + P25 + P35 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 18 + 6 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P16 + P26 + P36 \leq 30 \Leftrightarrow 23 + 0 + 7 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P17 + P27 + P37 \leq 30 \Leftrightarrow 17 + 0 + 7 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P18 + P28 + P38 \leq 30 \Leftrightarrow 15 + 0 + 15 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P19 + P29 + P39 \leq 30 \Leftrightarrow 17 + 12 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P110 + P210 + P310 \leq 30 \Leftrightarrow 14 + 16 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P111 + P211 + P311 \leq 30 \Leftrightarrow 8 + 0 + 22 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P112 + P212 + P312 \leq 30 \Leftrightarrow 29 + 0 + 1 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir o armazenamento de produto final no mês */

$A11 + A21 + A31 \leq 40 \Leftrightarrow 11 + 5 + 13 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A12 + A22 + A32 \leq 40 \Leftrightarrow 12 + 6 + 9 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$

$A13 + A23 + A33 \leq 40 \Leftrightarrow 3 + 31 + 5 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A14 + A24 + A34 \leq 40 \Leftrightarrow 15 + 25 + 0 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A15 + A25 + A35 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 35 + 0 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A16 + A26 + A36 \leq 40 \Leftrightarrow 5 + 26 + 0 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A17 + A27 + A37 \leq 40 \Leftrightarrow 3 + 16 + 0 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A18 + A28 + A38 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 6 + 6 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A19 + A29 + A39 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 10 + 0 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A110 + A210 + A310 \leq 40 \Leftrightarrow 2 + 20 + 0 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A111 + A211 + A311 \leq 40 \Leftrightarrow 0 + 15 + 13 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A112 + A212 + A312 \leq 40 \Leftrightarrow 20 + 10 + 10 \leq 40 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir o armazenamento de matéria-prima no mês */

$B11 + B21 + B31 \leq 30 \Leftrightarrow 16 + 8 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B12 + B22 + B32 \leq 30 \Leftrightarrow 6 + 2 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B13 + B23 + B33 \leq 30 \Leftrightarrow 6 + 24 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B14 + B24 + B34 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 24 + 6 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B15 + B25 + B35 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 6 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B16 + B26 + B36 \leq 30 \Leftrightarrow 17 + 6 + 7 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B17 + B27 + B37 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 13 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B18 + B28 + B38 \leq 30 \Leftrightarrow 17 + 13 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B19 + B29 + B39 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B110 + B210 + B310 \leq 30 \Leftrightarrow 8 + 0 + 0 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B111 + B211 + B311 \leq 30 \Leftrightarrow 0 + 0 + 7 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B112 + B212 + B312 \leq 30 \Leftrightarrow 16 + 8 + 6 \leq 30 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restringir armazenamento final */

$A112 = 20 \Leftrightarrow 20 = 20 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A212 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$
 $A312 = 10 \Leftrightarrow 10 = 10 \dots \text{Verdadeiro}$

$B112 = 16 \Leftrightarrow 16 = 16 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B212 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \dots \text{Verdadeiro}$
 $B312 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \dots \text{Verdadeiro}$

/* Restrições da produção para apenas um fruto num mês*/

$tug11 + tug21 + tug31 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug12 + tug22 + tug32 = 1 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug13 + tug23 + tug33 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug14 + tug24 + tug34 = 1 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug15 + tug25 + tug35 = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug16 + tug26 + tug36 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug17 + tug27 + tug37 = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug18 + tug28 + tug38 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug19 + tug29 + tug39 = 1 \Leftrightarrow 0 + 1 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$tug110 + tug210 + tug310 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug111 + tug211 + tug311 = 1 \Leftrightarrow 0 + 0 + 1 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $tug112 + tug212 + tug312 = 1 \Leftrightarrow 1 + 0 + 0 = 1 \dots \text{Verdadeiro}$

/*Restrições da produção de um fruto num mês*/

$P11 \Leftarrow 30tug11 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P21 \Leftarrow 30tug21 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P31 \Leftarrow 30tug31 + 30 \Leftrightarrow 7 \Leftarrow 300 + 30 \dots \text{Verdadeiro}$

$P12 \Leftarrow 30tug12 + 30tug11 \Leftrightarrow 10 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P22 \Leftarrow 30tug22 + 30tug21 \Leftrightarrow 6 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P32 \Leftarrow 30tug32 + 30tug31 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P13 \Leftarrow 30tug13 + 30tug12 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P23 \Leftarrow 30tug23 + 30tug22 \Leftrightarrow 30 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P33 \Leftarrow 30tug33 + 30tug32 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P14 \Leftarrow 30tug14 + 30tug13 \Leftrightarrow 24 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P24 \Leftarrow 30tug24 + 30tug23 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P34 \Leftarrow 30tug34 + 30tug33 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P15 \Leftarrow 30tug15 + 30tug14 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P25 \Leftarrow 30tug25 + 30tug24 \Leftrightarrow 18 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P35 \Leftarrow 30tug35 + 30tug34 \Leftrightarrow 6 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P16 \Leftarrow 30tug16 + 30tug15 \Leftrightarrow 23 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P26 \Leftarrow 30tug26 + 30tug25 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P36 \Leftarrow 30tug36 + 30tug35 \Leftrightarrow 7 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$

$P17 \Leftarrow 30tug17 + 30tug16 \Leftrightarrow 17 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P27 \Leftarrow 30tug27 + 30tug26 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P37 \Leftarrow 30tug37 + 30tug36 \Leftrightarrow 7 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P18 \Leftarrow 30tug18 + 30tug17 \Leftrightarrow 15 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P28 \Leftarrow 30tug28 + 30tug27 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P38 \Leftarrow 30tug38 + 30tug37 \Leftrightarrow 15 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$

$P19 \Leftarrow 30tug19 + 30tug18 \Leftrightarrow 17 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P29 \Leftarrow 30tug29 + 30tug28 \Leftrightarrow 12 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P39 \Leftarrow 30tug39 + 30tug38 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P110 \Leftarrow 30tug110 + 30tug19 \Leftrightarrow 14 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P210 \Leftarrow 30tug210 + 30tug29 \Leftrightarrow 16 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P310 \Leftarrow 30tug310 + 30tug39 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P111 \Leftarrow 30tug111 + 30tug110 \Leftrightarrow 8 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$

$P211 \Leftarrow 30tug211 + 30tug210 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P311 \Leftarrow 30tug311 + 30tug310 \Leftrightarrow 22 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$

$P112 \Leftarrow 30tug112 + 30tug111 \Leftrightarrow 29 \Leftarrow 301 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P212 \Leftarrow 30tug212 + 30tug211 \Leftrightarrow 0 \Leftarrow 300 + 300 \dots \text{Verdadeiro}$
 $P312 \Leftarrow 30tug312 + 30tug311 \Leftrightarrow 1 \Leftarrow 300 + 301 \dots \text{Verdadeiro}$

$md1 \geq tug31 - 1 \Leftrightarrow 0 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$md2 \geq tug12 - tug11 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md2 \geq tug22 - tug21 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md2 \geq tug32 - tug31 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md3 \geq tug13 - tug12 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md3 \geq tug23 - tug22 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md3 \geq tug33 - tug32 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md4 \geq tug14 - tug13 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md4 \geq tug24 - tug23 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md4 \geq tug34 - tug33 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md5 \geq tug15 - tug14 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md5 \geq tug25 - tug24 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md5 \geq tug35 - tug34 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md6 \geq tug16 - tug15 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md6 \geq tug26 - tug25 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md6 \geq tug36 - tug35 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$md7 \geq tug17 - tug16 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md7 \geq tug27 - tug26 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md7 \geq tug37 - tug36 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md8 \geq tug18 - tug17 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md8 \geq tug28 - tug27 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md8 \geq tug38 - tug37 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$

$md9 \geq tug19 - tug18 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md9 \geq tug29 - tug28 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md9 \geq tug39 - tug38 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md10 \geq tug110 - tug19 \Leftrightarrow 1 \geq 1 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md10 \geq tug210 - tug29 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md10 \geq tug310 - tug39 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

$md11 \geq tug111 - tug110 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 1 \dots \text{Verdadeiro}$
 $md11 \geq tug211 - tug210 \Leftrightarrow 1 \geq 0 - 0 \dots \text{Verdadeiro}$

```
md11 >= tug311 - tug310 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
```

```
md12 >= tug112 - tug111 <=> 1 >= 1 - 0 ... Verdadeiro
```

```
md12 >= tug212 - tug211 <=> 1 >= 0 - 0 ... Verdadeiro
```

```
md12 >= tug312 - tug311 <=> 1 >= 0 - 1 ... Verdadeiro
```

4.5.2 Validação da solução ótima

Sumo de Laranja

```
/* Cálculo do custo de compra de concentrado */
```

```
CustoConcentradoLaranja = 180 x C11 + 160 x C12 + 180 x C13  
+ 160 x C14 + 180 x C15 + 160 x C16 + 180 x C17 + 160 x C18  
+ 180 x C19 + 160 x C110 + 180 x C111 + 160 x C112 = 180 x 0  
+ 160 x 0 + 180 x 0 + 160 x 18 + 180 x 0 + 160 x 40 + 180 x 0  
+ 160 x 32 + 180 x 0 + 160 x 22 + 180 x 0 + 160 x 45 = 25120 (U.M.)
```

```
/* Cálculo do custo de produção */
```

```
CustoProducaoLaranja = 10 x P11 + 10 x P12 + 10 x P13 + 10 x P14 +  
10 x P15 + 10 x P16 + 10 x P17 + 12 x P18 + 10 x P19 + 10 x P110 +  
10 x P111 + 10 x P112 = 10 x 0 + 10 x 10 + 10 x 0 + 10 x 24 +  
10 x 0 + 10 x 23 + 10 x 17 + 12 x 15 + 10 x 17 + 10 x 14 +  
10 x 8 + 10 x 29 = 1600 (U.M.)
```

```
/* Cálculo do custo de armazenamento */
```

```
CustoStockLaranja = 3( A11 + A12 + A13 + A14 + A15 + A16 +  
A17 + A18 + A19 + A110 + A111 + A112 ) + B11 + B12 + B13 +  
B14 + B15 + B16 + B17 + B18 + B19 + B110 + B111 + B112 =  
3( 11 + 12 + 3 + 15 + 0 + 5 + 3 + 0 + 0 + 2 + 0 + 20 ) +  
16 + 6 + 6 + 0 + 0 + 17 + 0 + 17 + 0 + 8 + 0 + 16 = 299 (U.M.)
```

```
/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */
```

```
CustoAtrasoLaranja = ATi11 + ATi12 + ATi13 + ATi14 + ATi15 +  
ATi16 + ATi17 + ATi18 + ATi19 + ATi110 + ATi111 + ATi112 +  
10( ATr11 + ATr12 + ATr13 + ATr14 + ATr15 + ATr16 + ATr17 +  
ATr18 + ATr19 + ATr110 + ATr111 + ATr112 ) = 0 + 0 + 0 + 0 + 1 +  
0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 +  
10( 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +  
0 + 0 + 0 + 0 + 0 ) = 2 (U.M.)
```

Sumo de Maçã

```
/* Cálculo do custo de compra de concentrado */
```

```
CustoConcentradoMaca = 231 x C21 + 199 x C22 + 187 x C23 +  
198 x C24 + 210 x C25 + 208 x C26 + 211 x C27 + 220 x C28 +  
217 x C29 + 216 x C210 + 221 x C211 + 217 x C212 = 231 x 0 +  
199 x 0 + 187 x 52 + 198 x 0 + 210 x 0 + 208 x 0 + 211 x 7 +
```

$$220 \times 0 + 217 \times 0 + 216 \times 15 + 221 \times 0 + 217 \times 8 = 16177 \text{ (U.M.)}$$

/* Cálculo do custo de produção */

$$\begin{aligned} \text{CustoProducaoMaca} &= 10 \times P21 + 10 \times P22 + 10 \times P23 + 10 \times P24 + \\ &10 \times P25 + 10 \times P26 + 10 \times P27 + 12 \times P28 + 10 \times P29 + 10 \times P210 + \\ &10 \times P211 + 10 \times P212 = 10 \times 0 + 10 \times 6 + 10 \times 30 + 10 \times 0 \\ &+ 10 \times 18 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + 12 \times 0 + 10 \times 12 + 10 \times 16 + \\ &10 \times 0 + 10 \times 0 = 820 \text{ (U.M.)} \end{aligned}$$

/* Cálculo do custo de armazenamento */

$$\begin{aligned} \text{CustoStockMaca} &= 3(A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26 + \\ &A27 + A28 + A29 + A210 + A211 + A212) + B21 + B22 + B23 + \\ &B24 + B25 + B26 + B27 + B28 + B29 + B210 + B211 + B212 = \\ &3(5 + 6 + 31 + 25 + 35 + 26 + 16 + 6 + 10 + 20 + 15 + 10) \\ &+ 8 + 2 + 24 + 24 + 6 + 6 + 13 + 13 + 1 + 0 + 0 + 8 = 720 \text{ (U.M.)} \end{aligned}$$

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */

$$\begin{aligned} \text{CustoAtrasoMaca} &= ATi21 + ATi22 + ATi23 + ATi24 + ATi25 + \\ &ATi26 + ATi27 + ATi28 + ATi29 + ATi210 + ATi211 + ATi212 + \\ &10(ATr21 + ATr22 + ATr23 + ATr24 + ATr25 + ATr26 + ATr27 + \\ &ATr28 + ATr29 + ATr210 + ATr211 + ATr212) = 0 + 0 + 0 + 0 + \\ &0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 10(0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ &+ 0 + 0 + 0 + 0 + 0) = 0 \text{ (U.M.)} \end{aligned}$$

Sumo de Pêra

/* Cálculo do custo de compra de concentrado */

$$\begin{aligned} \text{CustoConcentradoPera} &= 116 \times C31 + 116 \times C32 + 124 \times C33 + \\ &120 \times C34 + 132 \times C35 + 128 \times C36 + 136 \times C37 + 116 \times C38 + \\ &120 \times C39 + 108 \times C310 + 100 \times C311 + 116 \times C312 = 116 \times 1 + \\ &116 \times 0 + 124 \times 0 + 120 \times 6 + 132 \times 0 + 128 \times 14 + 136 \times 0 + \\ &116 \times 15 + 120 \times 0 + 108 \times 0 + 100 \times 29 + 116 \times 0 = 7268 \text{ (U.M.)} \end{aligned}$$

/* Cálculo do custo de produção */

$$\begin{aligned} \text{CustoProducaoPera} &= 10 \times P31 + 10 \times P32 + 10 \times P33 + 10 \times P34 + \\ &10 \times P35 + 10 \times P36 + 10 \times P37 + 12 \times P38 + 10 \times P39 + 10 \times P310 + \\ &10 \times P311 + 10 \times P312 = 10 \times 7 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + \\ &10 \times 6 + 10 \times 7 + 10 \times 7 + 12 \times 15 + 10 \times 0 + 10 \times 0 + \\ &10 \times 22 + 10 \times 1 = 680 \text{ (U.M.)} \end{aligned}$$

/* Cálculo do custo de armazenamento */

$$\begin{aligned} \text{CustoStockPera} &= 3(A31 + A32 + A33 + A34 + A35 + A36 + \\ &A37 + A38 + A39 + A310 + A311 + A312) + B31 + B32 + B33 + \\ &B34 + B35 + B36 + B37 + B38 + B39 + B310 + B311 + B312 = \\ &3(13 + 9 + 5 + 0 + 0 + 0 + 0 + 6 + 0 + 0 + 13 + 10) + 0 + \\ &0 + 0 + 6 + 0 + 7 + 0 + 0 + 0 + 0 + 7 + 6 = 273 \text{ (U.M.)} \end{aligned}$$

```

/* Cálculo do custo das penalidades de atraso */
CustoAtrasoPera = ATi31 + ATi32 + ATi33 + ATi34 + ATi35 + ATi36 +
ATi37 + ATi38 + ATi39 + ATi310 + ATi311 + ATi312 + 10( ATr31 +
ATr32 + ATr33 + ATr34 + ATr35 + ATr36 + ATr37 + ATr38 + ATr39 +
ATr310 + ATr311 + ATr312 ) = 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 10( 0 +
0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 +
4 + 0 + 0 ) = 194 (U.M)

```

Custos de mudança de tipo de sumo

```

CustoMudanca = 10 x md1 + 10 x md2 + 10 x md3 + 10 x md4 +
10 x md5 + 10 x md6 + 10 x md7 + 10 x md8 + 10 x md9 +
10 x md10 + 10 x md11 + 10 x md12 = 10 x 0 + 10 x 1 +
10 x 1 + 10 x 1 + 10 x 1 + 10 x 1 + 10 x 1 + 10 x 1 +
10 x 1 + 10 x 1 + 10 x 1 = 110

```

CustoTotal

```

CustoTotal = CustoConcentradoLaranja + CustoConcentradoMaca +
CustoConcentradoPera + CustoProducaoLaranja + CustoProducaoMaca +
CustoProducaoPera + CustoStockLaranja + CustoStockMaca +
CustoStockPera + CustoAtrasoLaranja + CustoAtrasoMaca +
CustoAtrasoPera + CustoMudanca =
25120 + 16177 + 7268 + 1600 + 820 + 680 + 299 + 720 + 273 + 2 +
0 + 194 + 110 = 53032 (U.M)

```

Como podemos observar, o Custo Total é igual á solução ótima obtida utilizando o LPSolve.

5. *Conclusão*

Como podemos observar, o valor da solução ótima na parte 1 foi de 53922 U.M. Na parte 2, a solução ótima foi de 53279 U.M. Na parte 3, a solução ótima foi de 53032. O valor da solução ótima parte 2 é mais baixo do que o da parte 1, o que nos leva a concluir que uma perda da capacidade de produção por causa da mudança do tipo de sumo produzido de um mês para o outro é pouco relevante. Enquanto que o valor da solução ótima da parte 3 é ligeiramente superior ao valor da parte 2 pois nesta parte existe uma maior dinâmica na produção, pois já é possível mudar o tipo de sumo a ser produzido a meio do mês e, portanto, o valor da solução ótima é justificado por esse acontecimento. Com a realização deste trabalho pudemos por em prática os conhecimentos lecionados nas aulas sobre programação inteira.