

Universidade do Minho

2ºSemestre 2016/17

(MIEI, 3ºAno)

Modelos Estocásticos de Investigação Operacional

Trabalho Prático Nº 1

(Programação Dinâmica Estocástica)

Identificação do Grupo

| <u>Número:</u> | <u>Nome completo:</u> | <u>Rubrica:</u> |
|----------------|--------------------------------------|------------------------|
| A75353 | Júlio Dinis Sá Peixoto | <i>Dimis Peixoto</i> |
| A74185 | Ricardo António Gonçalves Pereira | <i>Ricardo Pereira</i> |
| A75210 | Marcelo Alexandre Matos Fonseca Lima | <i>Marcelo Lima</i> |
| A75315 | Ricardo Jorge Barroso Certo | <i>Ricardo Certo</i> |

Data de entrega: 2017- 04 - 03

Conteúdo

| | | |
|----------|---------------------------------------|-----------|
| 1 | Introdução | 2 |
| 2 | Formulação do problema | 3 |
| 2.1 | Estágios | 3 |
| 2.2 | Estados | 3 |
| 2.3 | Decisões | 3 |
| 2.4 | Objetivo | 4 |
| 2.5 | Considerações | 4 |
| 3 | Descrição da resolução | 5 |
| 3.1 | Repor Stock | 5 |
| 3.1.1 | Matriz transição P_n^k | 5 |
| 3.1.2 | Matriz contribuição R_n^k | 5 |
| 3.1.3 | Diagrama | 7 |
| 3.2 | Não repor Stock | 7 |
| 3.2.1 | Matriz transição P_n^k | 7 |
| 3.2.2 | Matriz contribuição R_n^k | 8 |
| 3.2.3 | Diagrama | 9 |
| 3.3 | Cálculos finais | 9 |
| 4 | Síntese dos resultados obtidos | 11 |
| 5 | Conclusão | 12 |
| 6 | Anexos | 13 |
| 6.1 | Anexo - A1 | 13 |
| 6.2 | Anexo - A2 | 14 |

1. *Introdução*

No âmbito da Unidade Curricular de Modelos Estocásticos de Investigação Operacional, foi-nos proposta a realização de um trabalho prático cujo principal objetivo passaria por formular, para o problema enunciado no mesmo, um modelo de Programação Dinâmica Estocástica, implementando computacionalmente um algoritmo de iteração de valor capaz de o resolver, determinando a política ótima de reposições inicialmente pretendida.

Desta forma, o presente relatório abordará uma solução para apresentar à empresa mencionada, esclarecendo a necessidade de adotar uma política sistemática de reposição do stock máximo de peças do seu técnico-reparador, em função da cidade que este visitará e do número de peças por si transportadas da cidade anterior, de forma a minimizar os seus custos.

2. *Formulação do problema*

O problema apresentado faz referência a uma empresa multinacional de produção de produtos farmacêuticos, sendo esta composta por cinco fábricas distribuídas pela Península Ibérica (Lisboa, Porto, Vigo, Madrid e ainda, Valência). Todas estas fábricas estão continuamente sujeitas à visita de um técnico-reparador, cujo objetivo passa por assistir, durante um dia da semana, ao funcionamento de uma determinada fábrica.

Durante esta visita o técnico-reparador faz manutenção de rotina, mas pode também, exceccionalmente, ter de efetuar a substituição de uma ou duas unidades de uma determinada peça, sendo isto crucial para o bom funcionamento de um equipamento eletrónico e, desta maneira, para a respectiva fábrica.

A cada viagem que faz o técnico pode transportar consigo um número limitado de peças, que podem, ou não, satisfazer a necessidade de reparação de uma determinada fábrica. Em caso negativo, este não será capaz de resolver o problema sozinho, obrigando a empresa a contratar um técnico-reparador local para completar o serviço, o que implica um custo fixo adicional.

No final de cada dia o técnico-reparador da empresa deve decidir se manda ou não repor o seu stock-em-mão, esta reposição é efetuada no dia seguinte na cidade que vai visitar, tem um número máximo de peças e ainda tem um custo associado.

O objetivo da empresa passa, então, por averiguar se deverá ou não adotar uma política de reposição do stock máximo de peças do seu técnico-reparador, em função da cidade que este vai visitar a seguir e do número de peças por si transportadas da cidade anterior de forma a minimizar o total de custos semanais.

2.1 Estágios

No problema em questão, os estágios correspondem ao **início do dia**, havendo 5 dias por semana. Desta forma, o início de um dia e o início do próximo dia representam uma transição de estágios e igualmente a passagem do técnico-reparador de uma cidade para a outra.

2.2 Estados

Os estados correspondem ao **número de peças** que o técnico-reparador possui em cada estágio, limitado pelo stock máximo M .

2.3 Decisões

A decisão que o técnico-reparador tem que tomar no final do dia é entre:

1 - **Repor Stock**

0 - **Não repor Stock**

2.4 Objetivo

O objetivo é **minimizar a esperança do total dos custos semanais**.

2.5 Considerações

Nesta secção serão apresentadas algumas breves considerações que o grupo teve antes de partir para a resolução concreta do problema.

- **A inexistência de horizonte temporal indefinido.** Trata-se de um problema com um número indeterminado de estágios.
- **Existência de um ciclo de estágios semanal.** De facto, existe realmente um ciclo semanal de 5 dias, em que cada um destes corresponde a uma cidade diferente, este repete-se a cada 5 transições.
- **Necessidade de contratar um técnico-reparador local.** Quando o técnico-reparador não conseguir, por falta de equipamento, realizar uma determinada reparação numa dada cidade, será necessária a contratação de um técnico-reparador extra, tendo um custo acrescido e fazendo com que o técnico-reparador principal não utilize nenhuma das peças que possui em stock na cidade em causa.

3. Descrição da resolução

Da formulação e análise realizada no capítulo anterior, podemos passar para a resolução do problema. Para tal, vamos recorrer a um algoritmo de iteração de valor realizado em *Excel*. Como se trata de um problema com um número de estágios indeterminado, mas apresenta ciclicidade (ciclo semanal), vamos realizar e analisar as iterações dia a dia, e semana a semana.

Inicialmente, começamos por separar as alternativas existentes no momento de decisão do técnico-reparador.

3.1 Repor Stock

Nesta secção consideramos que o técnico-reparador toma sempre a decisão de repor o stock no final do dia. Desta forma, temos que determinar em que circunstâncias e probabilidade é possível tal ocorrer. Para tal, passamos a definir as matrizes P_n^k , para as probabilidades, e R_n^k , para os custos.

3.1.1 Matriz transição P_n^k

A matriz transição representa a matriz com as probabilidades de transição do estágio j para o estágio $j+1$, para todos os estados possíveis, isto é, o conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$.

Desta forma, temos que a matriz de transição para a decisão de repor, onde em qualquer estágio j , todos os seus respectivos estados, transitam para o **estado 5**. Isto acontece porque em cada estágio (início do dia) é o momento de reposição de stock, logo o técnico-reparador quando transita de um estado para o outro, obrigatoriamente em cada estágio terá o seu stock repostado. Desta forma, a probabilidade de transitar de um estado i pertencente ao conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$ (do estágio j para o estágio $j+1$), para o estado 5, é 1, porque é a única opção de transição. Logo a matriz é dada por:

| Estados | P(n,k) | | | | | |
|---------|--------|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Figura 3.1: Matriz transição para P_1^1

3.1.2 Matriz contribuição R_n^k

A matriz contribuição representa a matriz com os custos de transição do estágio j para o estágio $j+1$, para todos os estados possíveis, isto é, ao conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$.

Neste caso, temos que ter em atenção alguns custos que diferem do normal:

- **Estado 0 para o estado 5:** Quando o técnico-reparador possui 0 peças em stock, podem ocorrer dois casos com custos: necessitar de 1 peça ou 2 peças. Por causa disto, existe probabilidade do técnico-reparador ter que contactar um técnico-reparador local. Para além disso, ainda possui o custo comum de repor as peças. Desta forma o custo desta transição é dado por, para um estágio j :

$$(custo_contactar_tec_j * (prob_1peca_j + prob_2peca_j)) + custo_repor_j$$

- **Estado 1 para o estado 5:** Esta transição distingue-se da anterior, no aspecto de apenas incorrer do custo pela necessidade de 2 peças, ao contrário da anterior, que podia precisar de 1 ou 2 peças. Para além disso, o custo de reposição mantém-se logo, para um estágio j , é dado por:

$$(custo_contactar_tec_j * prob_2peca_j) + custo_repor_j$$

- **Estado 5 para o estado 5:** Dado que os estágios correspondem ao início do dia, existe sempre a possibilidade de durante o dia ser necessário utilizar peças numa cidade qualquer. Logo o técnico-reparador apenas repõem o stock caso isso aconteça, o que quer dizer que o custo, para um dado estágio j , é dado por:

$$custo_repor_j * (prob_1peca_j + prob_2peca_j)$$

Os restantes casos, apenas incorrem do custo de reposição normal: $custo_repor_j$

| Estados | R(n,k) | | | | | |
|---------|--------|---|---|---|---|-----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 265 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 63 |

Figura 3.2: Matriz contribuição para R_1^1

3.1.3 Diagrama

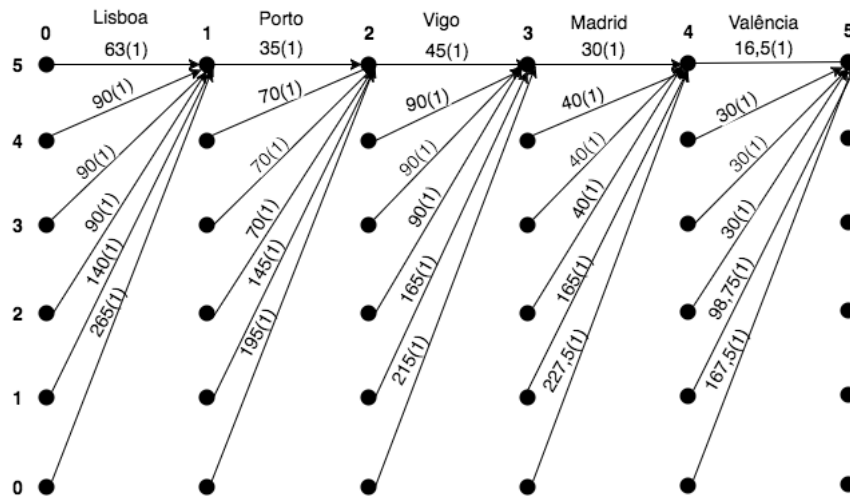


Figura 3.3: Diagrama com os diferentes custos e probabilidades, entre estágios, para a decisão de repor.

3.2 Não repor Stock

Da mesma forma que o caso de repor stock, a passagem entre os diferentes estágios mantém sempre a mesma decisão, que neste caso é não repor o stock. Para além disso, também é necessário definir as matrizes P_n^k , para as probabilidades, e R_n^k , para os custos.

3.2.1 Matriz transição P_n^k

A matriz transição, como já referido anteriormente, representa a matriz com as probabilidades de transição do estágio j para o estágio $j+1$, para todos os estados possíveis, isto é, o conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$.

A matriz de transição para a decisão de não repor o stock, possui uma grande variação de probabilidades. Os casos baseiam-se em:

- **Estado 0 para o estado 0:** Quando o técnico-reparador possui 0 peças apenas possui uma alternativa de transição, isto é, transitar para o estado 0 novamente, pois nesta decisão o técnico-reparador não repõem o stock. Desta forma, a probabilidade é 1.
- **Estado 1 para o estado 1 e 2:** Quando o técnico-reparador possui 1 peça, existem duas alternativas de transição. Caso o técnico-reparador usar a única peça que tem, transita para o estado 0, com a mesma probabilidade de precisar de usar 1 peça na cidade onde se encontra. A outra alternativa é quando o técnico-reparador precisar de usar 2 peças (que não possui) ou de nenhuma peça. Em ambos, transita para o estado 1, pois não utiliza nenhuma peça em stock, logo a probabilidade é igual a soma das probabilidades de precisar de usar 0 ou 2 peças.
- **Restantes casos:** Nos restantes casos, as probabilidades são distribuídas por 3 alternativas. Para um dado estado i , onde $2 \leq i \leq 5$, a probabilidade de transição é igual a probabilidade de necessitar de X peças. Logo a transição baseia-se em passar do estado i para o estado $(i-X)$, com as respectiva probabilidade de necessitar de X peças.

Logo a matriz é dada por:

| Estados | P(n,k) | | | | | |
|---------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,5 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,3 |

Figura 3.4: Matriz transição para P_1^0

3.2.2 Matriz contribuição R_n^k

A matriz contribuição, como também já referido em cima, representa a matriz com os custos de transição do estágio j para o estágio $j+1$, para todos os estados possíveis, isto é, ao conjunto $\{0,1,2,3,4,5\}$.

Neste caso, apenas temos de ter em atenção aos dois únicos custos:

- **Estado 0 para o estado 0:** Quando o técnico-reparador possui 0 peças em stock, podem ocorrer dois casos com custos: necessitar de 1 peça ou 2 peças, o que prova a necessidade do técnico-reparador de ter que contactar um técnico-reparador local. Desta foram o custo desta transição é dado por, para um estágio j :

$$(custo_contactar_tec_j * (prob_1peca_j + prob_2peca_j))$$

- **Estado 1 para o estado 1:** Esta transição destingue-se da anterior, no aspecto de apenas incorre do custo pela necessitar de 2 peças, ao contrário da anterior, que podia precisar de 1 ou 2 peças. Logo para um estágio j , é dado por:

$$(custo_contactar_tec_j * prob_2peca_j)$$

Os restantes casos não incorrem de qualquer custo.

| Estados | R(n,k) | | | | | |
|---------|--------|----|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 175 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Figura 3.5: Matriz transição para R_1^0

3.2.3 Diagrama

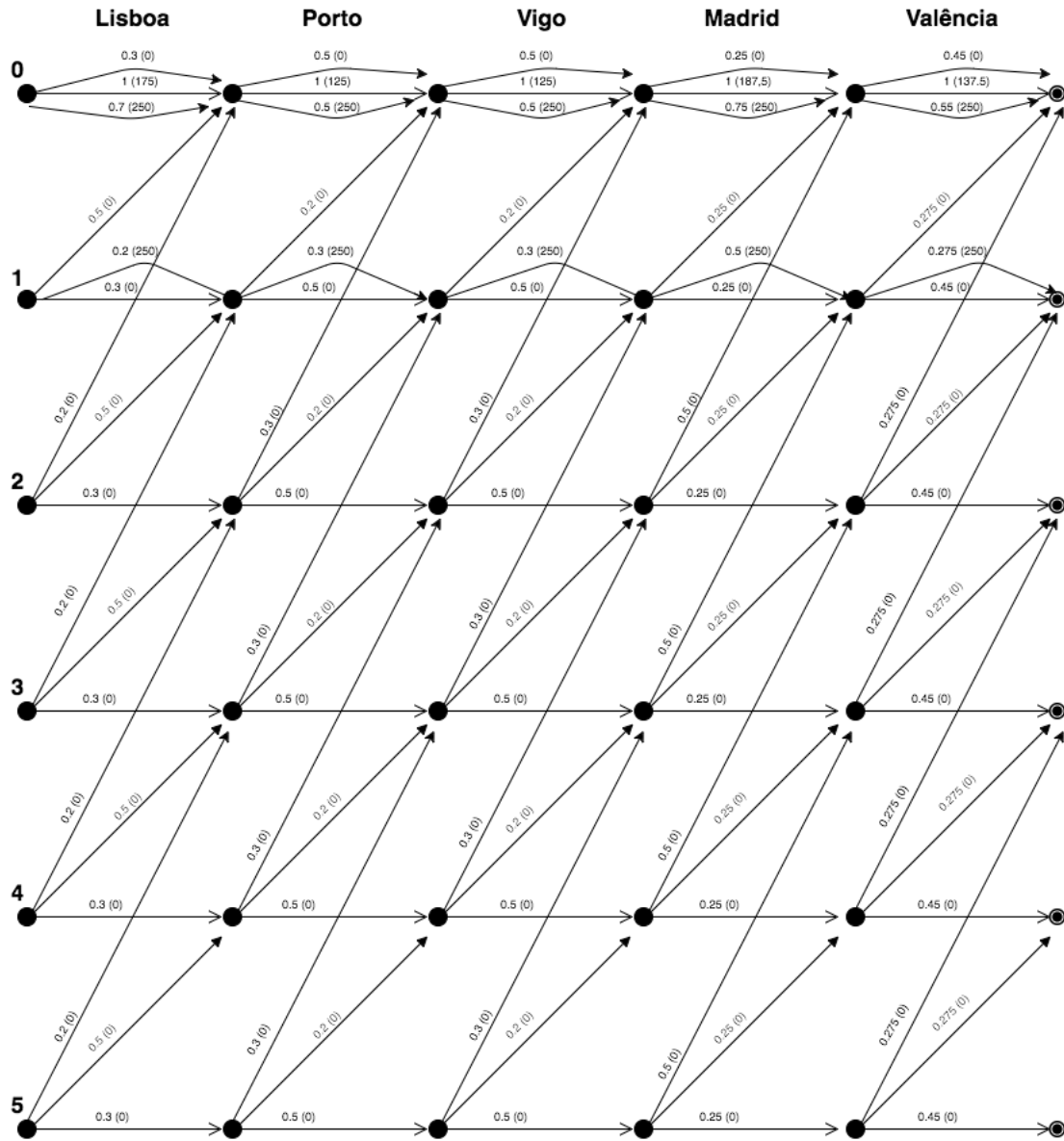


Figura 3.6: Diagrama com os diferentes custos e probabilidades, entre estágios, para a decisão de não repor.

3.3 Cálculos finais

Após a obtenção das matrizes P_n^k e R_n^k , para ambas as decisões, passamos a calcular os vetores das esperanças das contribuições Q_n^k para cada decisão. Os vetores obtêm-se com a seguinte fórmula:

$$q_{i,(n)} = \sum_{j=1}^N p_{ij,(n)} + r_{ij,(n)}$$

O valor de $q_{i,(n)}$, representa o valor da posição i do vetor Q_n^k .

Após obter esse valor, passamos a calcular o produto entre P_n^k e F_{n-1} . Com isto podemos obter o vetor V_n^k , isto é:

$$V_n^k = Q_n^k + P_n^k * F_{n-1}$$

Por fim, com os dois vetores V_n^k (um para cada decisão), escolhemos o valor **mínimo** (minimizar custos) na posição i, para todas as posições do vetor, formando assim o vetor F_n .

Este raciocínio aplica-se aos vários estágios/cidades, e repete-se entre semanas. Como o número de estágios é infinito, temos que encontrar um número de estágios que nos dê uma solução ótima. Para tal, é necessário considerar a diferença dos valores dos vetores F_n , entre semanas, até que se torne constante. A diferença é dada por:

$$S_n = F_n - F_{n-5}$$

Quando o vetor S_n começar a tomar valores constantes, é porque o número de estágios está perto da solução ótima.

4. *Síntese dos resultados obtidos*

Como podemos ver o resultado em anexo (Anexo A2), a diferença semanal, estabilizou ao fim da 4ª semana, com um valor de **76,5825**, isto é, o custo semanal ótimo é de 76,5825 euros. O plano de decisões a seguir durante a semana para obter valor ótimo é o seguinte:

| Estado | Lisboa | Porto | Vigo | Madrid | Valência |
|---------------|---------------|--------------|-------------|---------------|-----------------|
| 0 | Repor | Repor | Repor | Repor | Repor |
| 1 | Repor | Repor | Repor | Repor | Repor |
| 2 | Não Repor | Repor | Repor | Repor | Repor |
| 3 | Não Repor | Repor | Não Repor | Repor | Repor |
| 4 | Não Repor | Não Repor | Não Repor | Repor | Não Repor |
| 5 | Não Repor | Não Repor | Não Repor | Repor | Não Repor |

Figura 4.1: Política das decisões a tomar para a solução ótima.

5. *Conclusão*

Tal como dito anteriormente, o objetivo deste trabalho prático passava por elaborar um algoritmo capaz de nos fornecer todas os dados necessários para desenvolver uma solução face ao problema apresentado pela empresa em questão.

Desta forma, apesar das diversas adversidades que fomos enfrentando à medida que avançávamos com o a implementação do algoritmo, conseguimos chegar aquela que achamos ser a solução que melhor se ajusta às necessidades da empresa, as quais passam por minimizar a todo o custo as suas despesas face à reparação dos seus equipamentos. Apesar de estarmos confiantes relativamente à solução encontrada, estamos cientes que esta por vezes pode não ser aquela realmente mais eficaz, uma vez que estamos a trabalhar no campo das probabilidades, o qual, como é óbvio, é bastante inconsistente e impossível de prever. Deste modo, cabe à própria empresa decidir se realmente vale a pena por em prática a solução encontrada, de modo a minimizar totalmente as suas perdas.

Relativamente à elaboração deste trabalho prático, o processo revelou-se bastante produtivo para todo o grupo no que toca ao desenvolvimento das capacidades associadas à formulação de modelos de Programação Dinâmica Estocástica, uma vez que nos permitiu adquirir e aperfeiçoar todos os conhecimentos que nos foram transmitidos durante as aulas da unidade curricular.

Assim, podemos concluir que fomos capazes de desenvolver um trabalho ao nível daquilo que inicialmente era esperado e esperemos que assim continue para os próximos que se avizinham.

6. *Anexos*

6.1 Anexo - A1

| | | | | | |
|---|-------------------|----------|----------|----------|----------|
| ANEXO: Tabelas de dados | | | | | |
| Aluno N° | 74185 | | | | |
| Distribuição de probabilidades (n° de peças a substituir por cidade: | | | | | |
| | Cidade (j) | | | | |
| N°peças (k) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 0,3 | 0,5 | 0,5 | 0,25 | 0,45 |
| 1 | 0,5 | 0,2 | 0,2 | 0,25 | 0,275 |
| 2 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,275 |
| Custo das reposições: | | | | | |
| a(j) = | 90 | 70 | 90 | 40 | 30 |
| Custo extra pela contratação de reparador externo: | | | | | |
| K(j) = | 250 | 250 | 250 | 250 | 250 |
| Stock máximo do reparador | | | | | |
| M = | 5 | | | | |

6.2 Anexo - A2

| Programa: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|-----------------|----------|--------|-------|-------|-------|-------|------|--------|-------|---|---|---|---|--------|---------------|----------|----------------------------|--------------------------|--------------------------|-----|-----|--|--|
| N | K | Estágios | P(n,k) | | | | | | R(n,k) | | | | | | Q(n,k) | P(n,k)*F(n-1) | V(n,k) | F(n) | D(n)=F(n)-F(n-1) | | | | | |
| | | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | | | | | | | |
| 0 | X | X | X | | | | | | X | | | | | | X | X | X | 0 0 0 0 0 0 | X | | | | | |
| 1 | Repor Stock | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 265 | 265 | 0 | 265 | | | | | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 | 140 | 0 | 140 | | | | | | |
| | | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 | 90 | 0 | 90 | | | | | | |
| | | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 | 90 | 0 | 90 | | | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 | 90 | 0 | 90 | | | | | | |
| | Não repor Stock | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 63 | 63 | 0 | 63 | 175 25 0 0 0 | 175 25 0 0 0 | | | | |
| | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 175 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 175 | 0 | 175 | 0 | 0 | | | | |
| | | 1 | 0,5 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 25 | 0 | 25 | 0 | 0 | | | | |
| | | 2 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| | | 3 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | |
| 2 | Repor Stock | 4 | 0 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 195 | 195 | 0 | 195 | | | | | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 145 | 145 | 0 | 145 | | | | | | |
| | | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 | 70 | 0 | 70 | | | | | | |
| | Não repor Stock | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 | 70 | 0 | 70 | 195 115 57,5 | 20 90 57,5 | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 70 | 70 | 0 | 70 | 7,5 0 | 7,5 0 | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 35 | 35 | 0 | 35 | | | | | | |
| | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 125 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 125 | 175 | 300 | | | 7,5 | 7,5 | | |
| | | 1 | 0,2 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 75 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 60 | 55 | 115 | | | 0 | 0 | | |
| 3 | Repor Stock | 2 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 57,5 | 57,5 | | | 0 | 0 | | |
| | | 3 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7,5 | 7,5 | | | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| | Não repor Stock | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 215 | 215 | 0 | 215 | | | | | | |
| | | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 165 | 165 | 0 | 165 | | | | | | |
| | | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 | 90 | 0 | 90 | | | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 90 | 90 | 0 | 90 | | | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 45 | 45 | 0 | 45 | | | | | | |
| 4 | Repor Stock | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 125 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 125 | 195 | 320 | 49,75 | 42,25 | | | | |
| | | 1 | 0,2 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 75 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 60 | 131 | 191 | 18,75 | 2,25 | | | | |
| | | 2 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 110,25 | 110,25 | 2,25 | 2,25 | | | | |
| | | 3 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 49,75 | 49,75 | | | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18,75 | 18,75 | | | | | | |
| | Não repor Stock | 5 | 0 | 0 | 0 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2,25 | 2,25 | | | | | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 227,5 | 227,5 | 2,25 | 229,75 | | | | | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 165 | 165 | 2,25 | 167,25 | | | | | | |
| | | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 40 | 40 | 2,25 | 42,25 | | | | | | |
| | | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 40 | 40 | 2,25 | 42,25 | | | | | | |
| 5 | Repor Stock | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 40 | 40 | 2,25 | 42,25 | 229,75 | 14,75 | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 30 | 2,25 | 32,25 | 167,25 | 2,25 | | | | |
| | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 187,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 187,5 | 215 | 402,5 | 42,25 | -7,5 | | | | |
| | | 1 | 0,25 | 0,75 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 125 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 93,75 | 177,5 | 271,25 | 42,25 | 23,5 | | | | |
| | | 2 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 171,25 | 171,25 | 30,125 | 27,875 | | | | |
| | Não repor Stock | 3 | 0 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 117,4375 | 117,438 | | | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 62,125 | 62,125 | | | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0,5 | 0,25 | 0,25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30,125 | 30,125 | | | | | | |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 167,5 | 167,5 | 30,125 | 197,625 | | | | | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 98,75 | 98,75 | 30,125 | 128,875 | | | | | | |
| 6 | Repor Stock | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 30 | 30,125 | 60,125 | 197,625 | -32,125 | | | | |
| | | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 30 | 30,125 | 60,125 | 128,875 | -38,375 | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 30 | 30 | 30,125 | 60,125 | 60,125 | 17,875 | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16,5 | 16,5 | 30,125 | 46,625 | 60,125 | 17,875 | | | | |
| | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 137,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 137,5 | 229,75 | 367,25 | 60,125 | 17,875 | | | | |
| | Não repor Stock | 1 | 0,275 | 0,725 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 68,75 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 49,84375 | 184,4375 | 234,281 | 42,25 | 0 | | | | |
| | | 2 | 0,275 | 0,275 | 0,45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 128,1875 | 128,188 | 36,7938 | 6,66875 | | | | |
| | | 3 | 0 | 0,275 | 0,275 | 0,45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 76,625 | 76,625 | | | | | | |
| | | 4 | 0 | 0 | 0,275 | 0,275 | 0,45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 42,25 | 42,25 | | | | | | |
| | | 5 | 0 | 0 | 0 | 0,275 | 0,275 | 0,45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 36,79375 | 36,7938 | | | | | | |

15