IEL – protokol k projektu

Dominik, Vágner
xvagne10

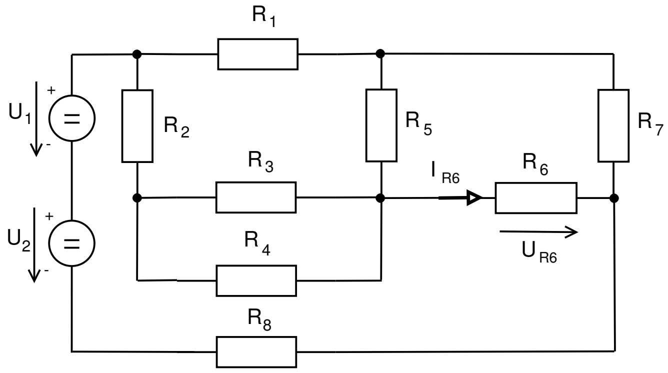
20. prosince 2020

Obsah

Příklad 1

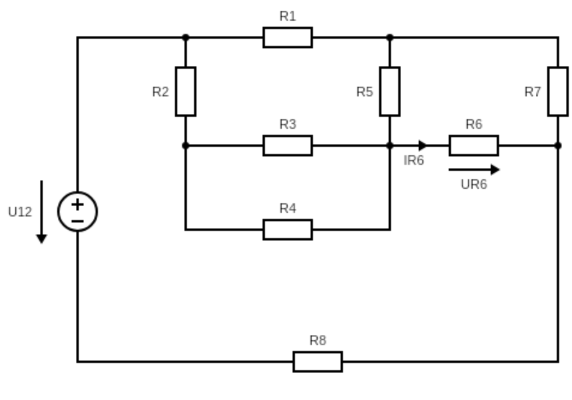
Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6}. Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
H	135	80	680	600	260	310	575	870	355	265



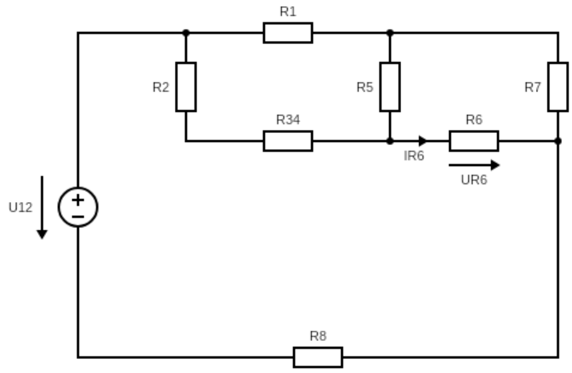
Rešení (Metoda postupného zjednodušování):

Krok 1 - Zjednodušení U_1 a U_2 podle vzorce pro sériově zapojené zdroje.



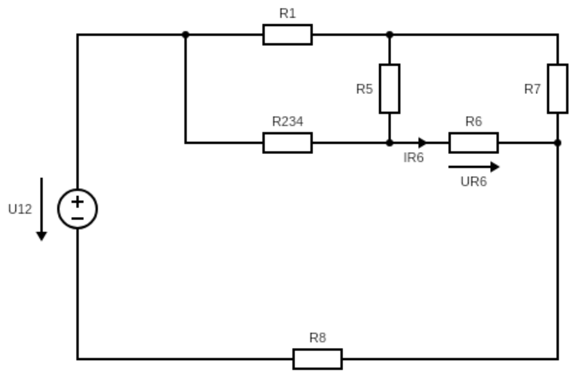
$$U_{12} = U_1 + U_2 = 135 + 80 = 215V$$

Krok 2 - Zjednodušení R_3 a R_4 podle vzorce pro paralelně zapojené rezistory.



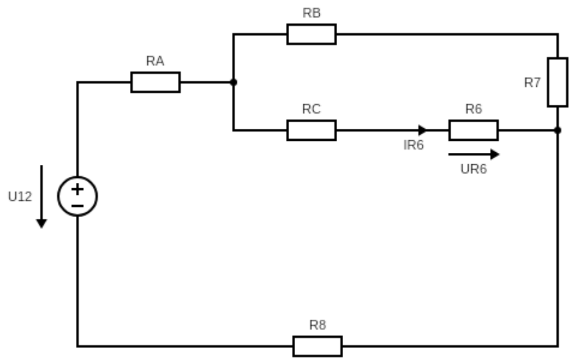
$$R_{34} = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4} = \frac{260 \times 310}{260 + 310} = 141,404\Omega$$

Krok 3 - Zjednodušení R_2 a R_34 podle vzorce pro sériově zapojené rezistory.



$$R_{234} = R_2 + R_34 = 600 + 141,4040 = 741,404\Omega$$

Krok 4 - Provedeme transfiguraci trojúhelník-hvězda.

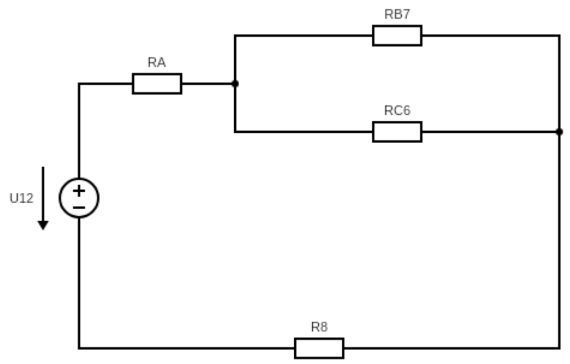


$$R_A = \frac{R_1 \times R_{234}}{R_1 + R_5 + R_{234}} = \frac{680 \times 741,404}{680 + 575 + 741,404} = 252,5314\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_5}{R_1 + R_5 + R_{234}} = \frac{680 \times 575}{680 + 575 + 741,404} = 195,8521\Omega$$

$$R_C = \frac{R_5 \times R_{234}}{R_1 + R_5 + R_{234}} = \frac{575 \times 741,404}{680 + 575 + 741,404} = 213,5376\Omega$$

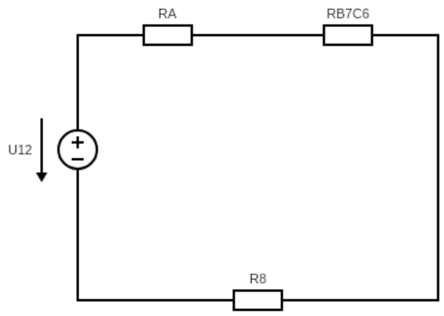
Krok 5 - Zjednodušíme sériově zapojené rezistory R_B, R_7 a R_C, R_6.



$$R_{B7} = R_B + R_6 = 195,8521 + 355 = 550,8521\Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_7 = 213,5376 + 870 = 1083,5376\Omega$$

Krok 6 - Zjednodušení R_{B6} a R_{C7} podle vzorce pro paralelně zapojené rezistory.



$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} \times R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} = \frac{550,8521 \times 1083,5376}{550,8521 + 1083,5376} = 365,1938\Omega$$

Krok 7 - Zjednodušíme sériově zapojené rezistory R_A, R_{B7C6} a R_8 na R_{EKV}.

$$R_{EKV} = R_A + R_{B7C6} + R_8 = 252,5314 + 365,1938 + 265 = 882,7252\Omega$$

Krok 8 - Vypočítáme proud.

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{215}{882,7252} = 0,2436A$$

Krok 9 - Zpětně dopočítáme pomocí kroku č. 6 ubýtek napětí na R_{B7C6}.

$$U_{R_{B7C6}} = I \times R_{B7C6} = 0,2436 \times 365,1938 = 88,9612V$$

Krok 10 - Když víme, že úbýtek napětí je ve větvích paralelního zapojení stejný tak si můžeme dopočítat proud, který prochází spodní větví.

$$\boldsymbol{I_{R6}} = I_{R_{C6}} = \frac{U_{R_{B7C6}}}{R_{C6}} = \frac{88,9612}{1083,5376} = \mathbf{0,0821}\boldsymbol{A}$$

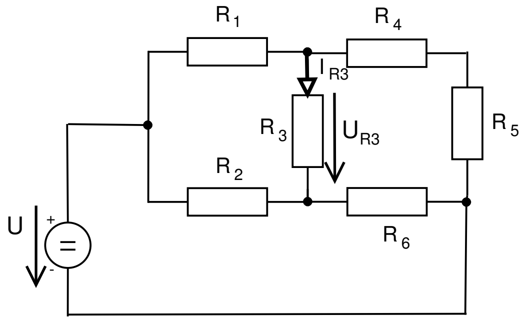
Krok 11 - Dopočítáme úbytek napětí na R_6.

$$\boldsymbol{U_{R_6}} = I_{R_6} \times R_6 = 0,0821 \times 870 = \mathbf{71,427}\boldsymbol{V}$$

Příklad 2

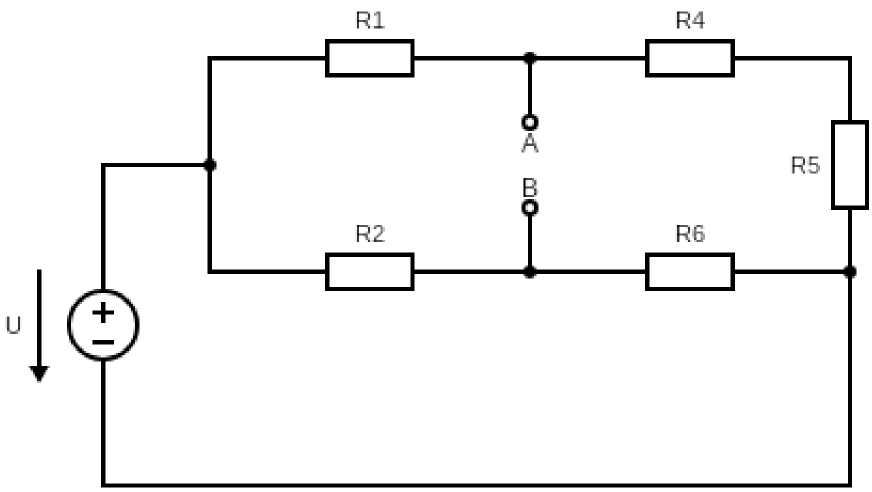
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3}. Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
F	130	180	350	600	195	650	250

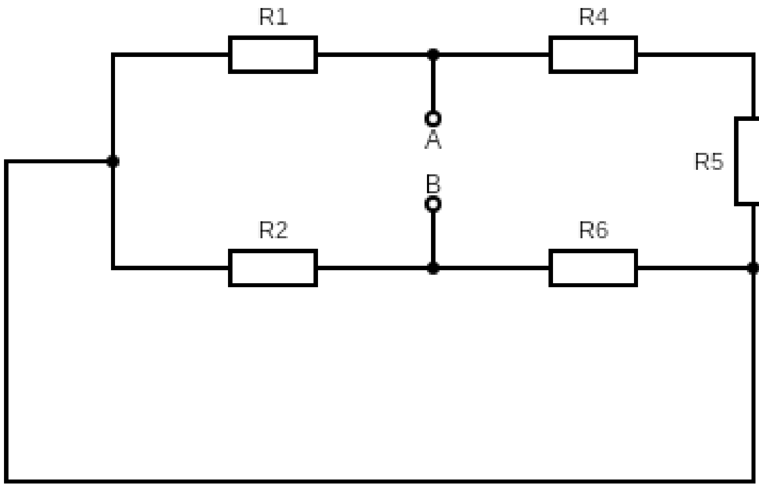


Rešení (Metoda Theveninovy věty):

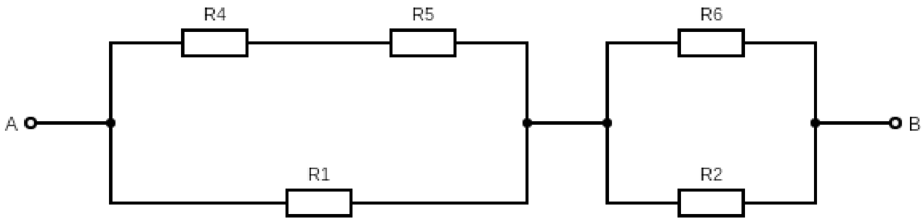
Krok 1 - Překreslíme obvod bez R_3.



Krok 2 - Nahradíme napěťový zdroj zkratem.



Krok 3 - Vypočítáme R_i.



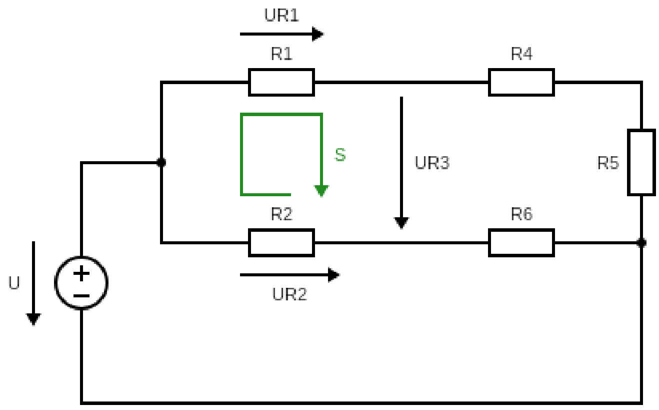
$$R_{45} = R_4 + R_5 = 195 + 650 = 845\Omega$$

$$R_{145} = \frac{R_1 \times R_{45}}{R_1 + R_{45}} = \frac{180 \times 845}{180 + 845} = 148,3902\Omega$$

$$R_{26} = \frac{R_2 \times R_6}{R_2 + R_2} = \frac{350 \times 250}{350 + 250} = 145,8333\Omega$$

$$\boldsymbol{R_i} = R_{26} + R_{145} = 145,8333 + 148,3902 = \mathbf{294,2235\Omega}$$

Krok 4 - Vypočítáme U_{R_3}.



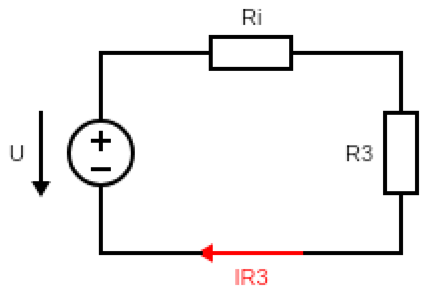
$$U_{R_1} = U \times \frac{R_1}{R_1 + R_4 + R_5} = 130 \times \frac{180}{180 + 195 + 650} = 22,8293V$$

$$U_{R_2} = U \times \frac{R_2}{R_2 + R_6} = 130 \times \frac{350}{350 + 250} = 75,8333V$$

$$S : U = U_{R_1} + U_{R_3} + U_{R_2} = 0$$

$$\boldsymbol{U_{R_3}} = U_{R_2} - U_{R_1} = \mathbf{53,004}\boldsymbol{V}$$

Krok 5 - Vypočítáme I_{R_3}.

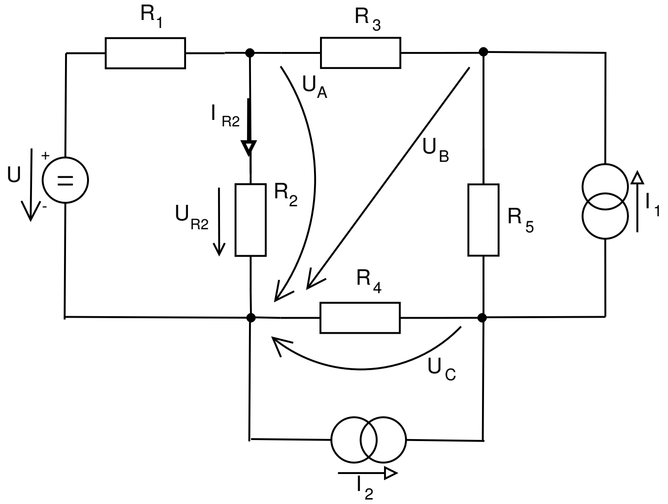


$$\boldsymbol{I_{R_3}} = \frac{U_{R_3}}{R_i + R_3} = \frac{53,004}{294,2235 + 600} = \mathbf{0,0593}\boldsymbol{A}$$

Příklad 3

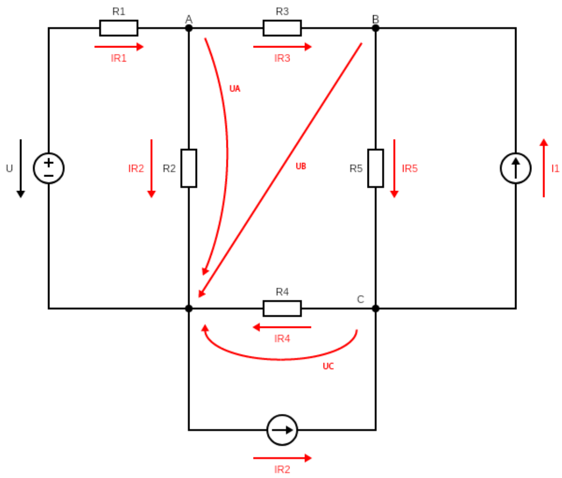
Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2}. Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34



Rešení (Metoda uzlových napětí):

Krok 1 - Vyznačíme si proudy a vytvoříme si rovnice pro uzly A, B, C.



$$A : I_{R_1} - I_{R_3} - I_{R_2} = 0$$

$$B : I_{R_3} + I_1 - I_{R_5} = 0$$

$$C : I_2 - I_1 + I_{R_5} - I_{R_4} = 0$$

Krok 2 - Pomocí Ohmova zákona vyjadříme rovnice pro jednotlivé proudy.

$$I_{R1} = \frac{U - U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

Krok 3 - Dosdíme do rovnic pro uzly A, B, C.

$$\frac{U - U_A}{R_1} - \frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_A}{R_2} = 0$$

$$\frac{U_A - U_B}{R_3} + 0,7 - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0$$

$$0,8 - 0,7 + \frac{U_B - U_C}{R_5} - \frac{U_C}{R_4} = 0$$

Krok 4 - Rovnice pro uzly převedeme do matice a vypočítáme pomocí Cramerova a Sarussova pravidla.

$$\begin{pmatrix} \frac{-1}{R_1} + \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R2} & \frac{1}{R_3} & 0 \\ \frac{1}{R_3} & \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R_5} & \frac{1}{R_5} \\ 0 & \frac{1}{R_5} & \frac{-1}{R_3} + \frac{-1}{R_5} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,0612 \\ -0,7 \\ -0,1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{-1}{49} + \frac{-1}{61} + \frac{-1}{45} & \frac{1}{61} & 0 \\ \frac{1}{61} & \frac{-1}{61} + \frac{-1}{34} & \frac{1}{34} \\ 0 & \frac{1}{34} & \frac{-1}{61} + \frac{-1}{34} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,0612 \\ -0,7 \\ -0,1 \end{pmatrix}$$

$$U_A = 68,6069V$$

$$U_B = 60,2811V$$

$$U_C = 31,8406V$$

Krok 5 - Vypočítáme I_{R_2} a U_2.

$$\boldsymbol{I_{R_2}} = \frac{U_A}{R_2} = \frac{68,6069}{45} = \mathbf{1.5246}\boldsymbol{A}$$

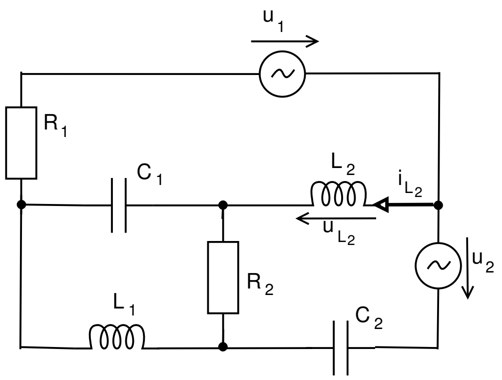
$$\boldsymbol{U_2} = U_A = \mathbf{68,6069}\boldsymbol{V}$$

Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.
Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2}. Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [µF]	C_2 [µF]	f [Hz]
H	65	60	10	10	160	75	155	70	95



Rešení (Metoda smyčkových uzlů):

Krok 1 - Vypočítáme uhlovou rychlost a impedance na cívkách a kondezátorech.

$$\omega = 2 \times \pi \times f = 2 \times \pi \times 95 = 596,9026\ rad * s^-1$$

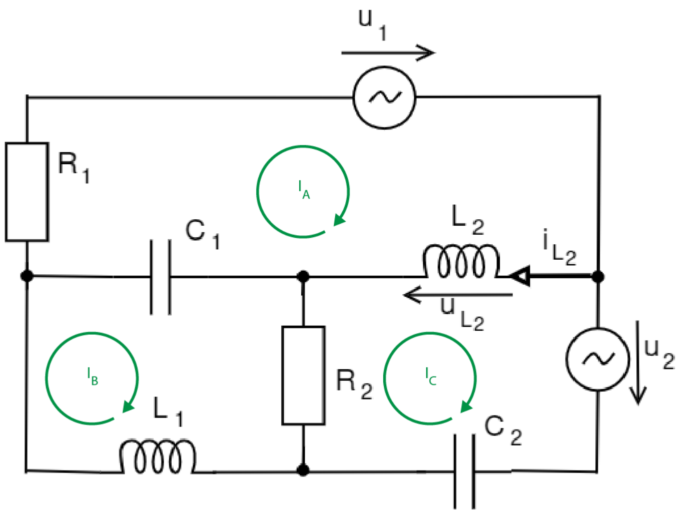
$$Z_{L_1} = -j \times \omega \times L_1 = j \times 596,9026 \times 0,16 = j95,5044\Omega$$

$$Z_{L_2} = -j \times \omega \times L_2 = j \times 596,9026 \times 0,075 = j44,7677\Omega$$

$$Z_{C_1} = -j \times \frac{1}{\omega \times C_1} = -j \times \frac{1}{596,9026 \times 0,000155} = -j10,8085\Omega$$

$$Z_{C_2} = -j \times \frac{1}{\omega \times C_2} = -j \times \frac{1}{596,9026 \times 0,00007} = -j23,9331\Omega$$

Krok 2 - Sestavíme si rovnice pro smyčkové proudy I_A, I_B, I_C.



$$I_A : R_1 \times I_A + U_1 + Z_{L_2} \times (I_A - I_C) + Z_{C_1} \times (I_A - I_B) = 0$$

$$I_B : Z_{C_1} \times (I_B - I_A) + R_2 \times (I_B - I_C) + Z_{L_1} \times I_B = 0$$

$$I_C : Z_{L_2} \times (I_C - I_A) + U_2 + Z_{C_2} \times I_C + R_2 \times (I_C - I_B) = 0$$

Krok 3 - Vytvoříme matici ze smyčkových rovnic.

$$\begin{pmatrix} R_1 + Z_{L_2} + Z_{C_1} & -Z_{C_1} & -Z_{L_2} \\ -Z_{C_1} & R_2 + Z_{L_1} + Z_{C_1} & -R_2 \\ -Z_{L_2} & -R_2 & R_2 + Z_{L_2} + Z_{C_2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ 0 \\ -U_2 \end{pmatrix}$$

Krok 4 - Pomocí Cramerového a Saurussového pravidla vypočítáme I_A a I_C.

$$I_A = -0,9781 - 1,9469jA$$

$$I_C = -0,9020 - 1,7258jA$$

Krok 5 - Vypočítáme proud I_{L_2}.

$$\boldsymbol{I_{L_2}} = I_A - I_C = (-0,9781 - 1,9469j) - (-0,9020 - 1,7258j) = \boldsymbol{-0,0762 - 0,2211j\ A}$$

Krok 6 - Vypočítáme napětí U_{L_2}.

$$\boldsymbol{U_{L_2}} = I_{L_2} \times Z_{L_2} = (-0,0762 - 0,2211j) \times (44,7677j) = \boldsymbol{9,8981 - 3,4113j\ V}$$

Krok 7 - Vypočítáme $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2}..

$$|\boldsymbol{U_{L_2}}| = \sqrt{Re(U_{C_2})^2 + Im(U_{C_2})^2} = \sqrt{(9,8981)^2 + (3,4113)^2} = \boldsymbol{10,469V}$$

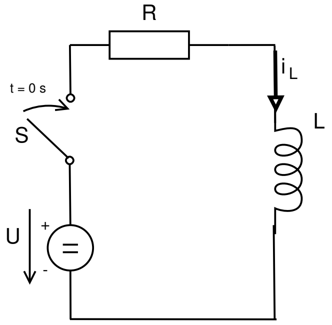
$$\boldsymbol{\varphi_{L_2}} = \arctan \frac{Im(U_{C_2})}{Re(U_{C_2})} = \arctan \frac{-3,4113}{9,8981} = \boldsymbol{-0.3319\ rad} = \boldsymbol{-19^\circ\ 0'\ 57.95"}$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$[s] sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
G	20	50	25	8



Rešení (sestavení diferenciální rovnice pro chování daného obvodu a výpočet analytického rešení):

Krok 1 - Sestavíme si rovnice pro i_L a i'_L.

$$i_L = \frac{U_R}{R}$$

$$i'_L = \frac{U_L}{L}$$

Krok 2 - Vytvoříme rovnici podle II. Kirchhoffového zákona a upravíme ji.

$$U_R + U_L - U = 0$$

$$U = R \times i_L + L \times i'_L$$

Krok 3 - Vypočítáme λ z očekávaného tvaru rovnice.

Očekávaný tvar: $i_L(t) = k(t) \times e^{\lambda \times t}$

$$\lambda = ?$$

$$\lambda \times L + R = 0$$

$$\lambda = -\frac{R}{L}$$

Krok 4 - Dosadíme vypočítanou λ do očekávaného tvaru a derivujeme.

$$i_L(t) = k(t) \times e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i'_L(t) = k'(t) \times e^{-\frac{R}{L}t} + k(t) \times (-\frac{R}{L}) \times e^{-\frac{R}{L}t}$$

Krok 5 - Dosadíme do rovnice ze druhého kroku a upravíme.

$$R \times k(t) \times e^{-\frac{R}{L}t} + L \times (k'(t) \times e^{-\frac{R}{L}t} + k(t) \times (-\frac{R}{L}) \times e^{-\frac{R}{L}t}) = U$$

$$L \times k'(t) \times e^{-\frac{R}{L}t} = U$$

$$k'(t) = \frac{U}{L} \times e^{\frac{R}{L}t} \ / \int$$

$$k(t) = \frac{\frac{U}{L}}{\frac{R}{L}} \times e^{\frac{R}{L}t} + K$$

$$k(t) = \frac{U}{R} \times e^{\frac{R}{L}t} + K$$

Krok 6 - Dosadíme k(t) do očekávané rovnice.

$$i_L = (\frac{U}{R} \times e^{\frac{R}{L}t} + K) * e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i_L = \frac{U}{R} + K \times e^{-\frac{R}{L}t}$$

Krok 7 - Vyjádříme si K podle podmínky $i_L(t) = 8A$ (kde $t = 0$) a vytvoříme analaytické řešení.

$$i_L(0) = \frac{U}{R} + K \times e^{-\frac{R}{L}\times 0}$$

$$K = i_L(0) - \frac{U}{R}$$

Analitické řešení:

$$i_L = \frac{U}{R} + (i_L(0) - \frac{U}{R}) \times e^{-\frac{R}{L}t}$$

Krok 8 - Kontrolu provedeme dosazením hodnot do analitického řešení s hodntou $t = 0$.

$$i_L = \frac{U}{R} + (i_L(0) - \frac{U}{R}) \times e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$8 = \frac{20}{25} + (8 - \frac{20}{25}) * e^0$$

$$8 \;=\; 8$$

Shrnutí výsledků

Příklad	**Skupina**	**Výsledky**	
1	H	$U_{R6} = 71,427V$	$I_{R6} = 0,0821A$
2	F	$U_{R3} = 53,004V$	$I_{R3} = 0,0593A$
3	B	$U_{R2} = 68,6069V$	$I_{R2} = 1,5246A$
4	H	$\lvert U_{L_2}\rvert = 10,469V$	$\varphi_{L_2} = -0.3319rad$
5	G	$i_L = i_L = \frac{U}{R} + (i_L(0) - \frac{U}{R}) \times e^{-\frac{R}{L}t}$	