

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Методы обработки изображений

Лабораторный практикум
по дисциплине «Методы обработки изображений»
для студентов дневной формы обучения направления «Радиотехника»
Ч. 1

Составители: С. В. Воронов,
А. Г. Ташлинский,
И. В. Горбачев

Ульяновск
УлГТУ
2016

УДК 004.932.4(076)

ББК 32.973-018.2я7

М 54

Рецензент директор УФ ИРЭ РАН доктор технических наук, доцент
Сергеев В. А.

*Рекомендовано научно-методической комиссией радиотехнического
факультета в качестве лабораторного практикума*

Методы обработки изображений : лабораторный практикум. В 2 ч.
М 54 Ч. 1 / сост.: С. В. Воронов, А. Г. Ташлинский, И. В. Горбачев. – Уль-
яновск : УлГТУ, 2016. – 50 с.

Лабораторный практикум разработан в соответствии с программой курса «Ме-
тоды обработки изображений» и предназначен для студентов радиотехническо-
го факультета, но может использоваться и студентами других направлений
и специальностей. Рассматриваются методы улучшения и фильтрации изобра-
жений в пространственной области.

В издании даются краткие сведения из теории, необходимые для выполнения
лабораторных работ, описывается задание на работу, приводятся контрольные
вопросы.

Работа подготовлена на кафедре «Радиотехника» Ульяновского государственно-
го технического университета.

УДК 004.932.4(076)

ББК 32.973-018.2я7

© Воронов С. В., Ташлинский А. Г., Горбачев И. В., составление, 2016

© Оформление. УлГТУ, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

1. Лабораторная работа №1

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ГРАДАЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ УЛУЧШЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ	4
--	---

2. Лабораторная работа №2

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТОГРАММНЫХ МЕТОДОВ УЛУЧШЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ	13
---	----

3. Лабораторная работа №3

ОСНОВЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ. СГЛАЖИВАЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ И ФИЛЬТРЫ ПОВЫШЕНИЯ РЕЗКОСТИ	30
---	----

Лабораторная работа №1

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ГРАДАЦИОННЫХ
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ УЛУЧШЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование основных градационных преобразований улучшения изображений на примере заданных цифровых двумерных изображений.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Главная цель улучшения заключается в такой обработке изображения, чтобы результат оказался более подходящим с точки зрения конкретного применения.

Градационные преобразования изображений являются подгруппой группы пространственных методов улучшения изображений. Термин *пространственная область* относится к плоскости изображения как таковой, и, таким образом, все пространственные методы основаны на прямом манипулировании пикселями изображения.

Градационные преобразования – процедуры, оперирующие непосредственно значениями пикселей изображения. Процессы градационной обработки описываются уравнением:

$$s(x, y) = T[r(x, y)], \quad (1.1)$$

где s и r – переменные, обозначающие, соответственно, значения яркостей исходного и результирующего изображений в каждой точке (x, y) ; T – некий оператор преобразования над исходным изображением.

В этом случае $s(x, y)$ зависит только от значения яркости $r(x, y)$ исходного изображения, и T становится *функцией градационного преобразования яркостей* (также *функция преобразования интенсивностей* или *функция отображения*).

Определяя зависимость (1.1), можно построить некоторые довольно простые, но действенные методы пространственной обработки изображений (рис. 1.1). Поскольку результат улучшения каждого элемента изображения зависит только от яркости этого же элемента, методы данной кате-

гории часто относят к процедурам поэлементной обработки.

Поскольку мы имеем дело с дискретным (квантованным) представлением, значения функции преобразования, как правило, хранятся в одномерном массиве, и отображение $r \rightarrow s$ осуществляется по таблице. В случае 8-битного представления таблица преобразования, содержащая значения T , будет состоять из 256 элементов.

В качестве введения в градационные преобразования рассмотрим рис. 1.2, на котором показаны три основных типа преобразований, часто используемых для улучшения изображений: линейное (негатив и тождественное преобразование), логарифмическое (логарифм и обратный логарифм) и степенное (n -я степень и корень n -й степени).

Тождественное преобразование является тривиальным случаем, при котором яркости на выходе идентичны яркостям на входе. Оно приведено на графике только для полноты рассмотрения.

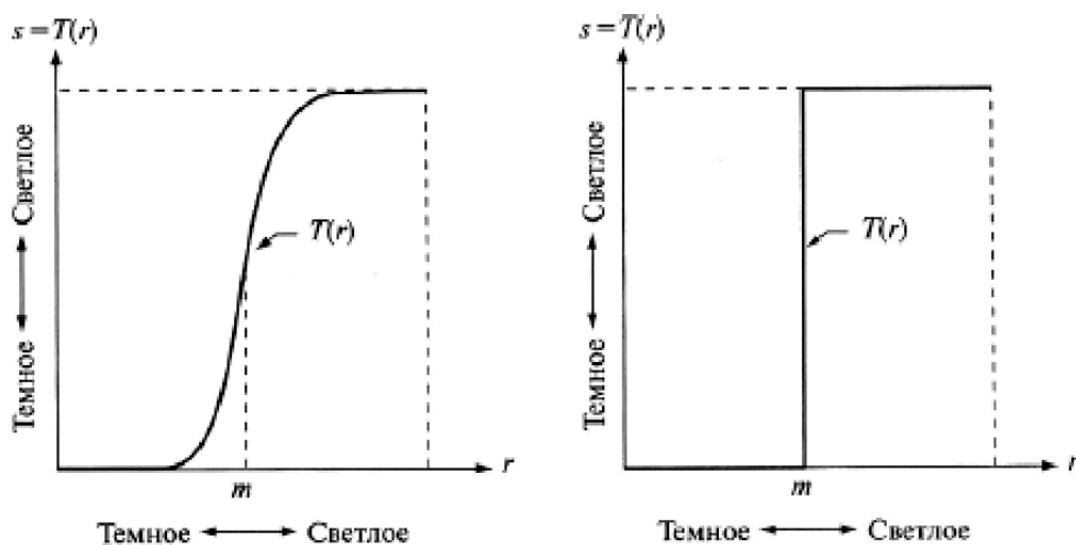


Рис. 1.1. Градационное преобразование для улучшения контраста

Рассмотрим другие типы градационных преобразований более подробно.

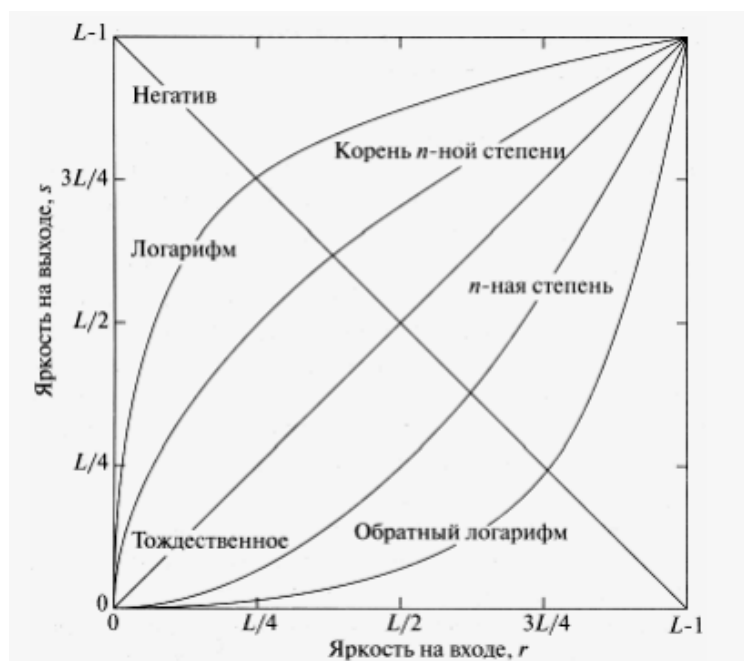


Рис. 1.2. Некоторые основные функции градационных преобразований, используемых для улучшения изображений

Негативное преобразование

Преобразование изображения в негатив с яркостями в диапазоне $[0, L-1]$ осуществляется с использованием негативного преобразования, определяемого выражением:

$$s = (L-1) - r. \quad (1.2)$$

Подобный переворот уровней яркости изображения создает эквивалент фотографического негатива. Этот тип обработки особенно подходит для усиления белых или серых деталей на фоне темных областей изображения, особенно когда темные области имеют преобладающие размеры.

Обратное логарифмическое преобразование

Общий вид логарифмического преобразования, выражается формулой:

$$s = c \lg(1 + r), \quad (1.3)$$

где c — константа и предполагается, что $r > 0$.

Форма логарифмической кривой показывает, что данное преобразование отображает узкий диапазон малых значений яркостей на исходном изображении в более широкий диапазон выходных значений. Для больших значений входного сигнала верно противоположное утверждение.

Наоборот, при использовании обратного логарифмического преобразования происходит растяжение диапазона ярких пикселей и сжатие диапазона темных пикселей.

Любая кривая, имеющая общий вид, близкий к показанной на рис. 1.2 логарифмической функции, будет осуществлять такое растяжение/сжатие диапазонов яркости на изображении. Более универсальными, чем логарифмические, являются степенные преобразования, но, несмотря на это, логарифмическая функция имеет важную особенность: позволяет сжимать динамический диапазон изображений, имеющих большие вариации в значениях пикселей.

Степенные преобразования

Степенные преобразования имеют вид:

$$s = cr^{\gamma}, \quad (1.4)$$

где c и γ являются положительными константами.

Так же, как в случае логарифмического преобразования, кривые степенных зависимостей при малых γ отображают узкий диапазон малых входных значений в широкий диапазон выходных значений, при этом для больших входных значений верно обратное утверждение. Однако в отличие от логарифмических функций, здесь возникает целое семейство кривых возможного преобразования, получаемых простым изменением параметра γ . Как и следовало ожидать, кривые, полученные со значениями $\gamma > 1$, дают прямо противоположный эффект по сравнению с теми, которые получены при $\gamma < 1$. Наконец отметим, что уравнение (1.4) приводится к тождественному преобразованию при $c = \gamma = 1$.

Амплитудная характеристика многих устройств, используемых для ввода, печати или визуализации изображений, соответствует степенному закону. Процедура, используемая для коррекции такой степенной характеристики, называется *гамма-коррекцией*.

Гамма-коррекция необходима, если требуется точное воспроизведение изображения на экране компьютера. Изображения, которые не откорректированы правильно, могут выглядеть или как выбеленные, или, что более вероятно, как слишком темные. Правильное воспроизведение цветов

также требует некоторых знаний о гамма-коррекции, поскольку подобное преобразование меняет не только яркость, но также соотношения между красным, зеленым и синим цветами.

Кусочно-линейные функции преобразований

Подходом, дополняющим рассмотренные методы, является использование кусочно-линейных функций. Главное преимущество кусочно-линейных функций по сравнению с вышерассмотренными состоит в том, что их форма может быть сколь угодно сложной. На самом деле практическая реализация некоторых важных преобразований может быть осуществлена только с помощью кусочно-линейных функций. Основным недостатком кусочно-линейных функций заключается в том, что для их описания необходимо задавать значительно большее количество параметров.

Усиление контраста. Одним из простейших случаев использования кусочно-линейных функций является преобразование, усиливающее контрасты. Усиление контраста достигается увеличением динамического диапазона яркостей на обрабатываемом изображении.

На рис. 1.3 показано типичное преобразование, используемое для усиления контраста. Положения точек (r_1, s_1) и (r_2, s_2) задают вид функции преобразования. Если $r_1 = s_1$ и $r_2 = s_2$, преобразование становится тождественным, не вносящим изменения в значения яркостей. Если $r_1 = r_2$ и $s_1 = 0$, $s_2 = L - 1$ преобразование превращается в пороговую функцию, которая в результате дает бинарное изображение. Промежуточные значения (r_1, s_1) и (r_2, s_2) обеспечивают различные степени растяжения уровней яркости на результирующем изображении, меняя тем самым его контраст. Вообще говоря, условия $r_1 < r_2$ и $s_1 < s_2$ означают, что функция является однозначной и монотонно возрастающей, что обеспечивает сохранение правильной последовательности уровней яркости, предотвращая тем самым появление ложных деталей на обработанном изображении.

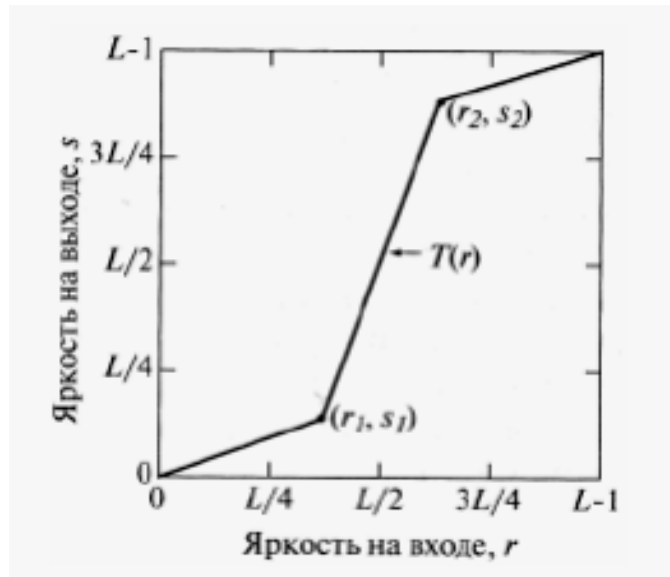


Рис. 1.3. Вид функции усиления преобразования для усиления контраста

Вырезание диапазона яркостей. Зачастую желательно выделить какой-то конкретный диапазон яркостей на изображении. Так, в практических применениях может потребоваться улучшение контраста только отдельных деталей. Существуют различные способы вырезания уровней яркости, однако большинство из них являются вариациями двух следующих подходов.

Первый подход состоит в отображении всех тех уровней, которые представляют интерес, некоторой одной фиксированной яркостью, а всех остальных уровней – другой (более высокой или более низкой). Такое преобразование, показанное функцией на рис. 1.4 (а), дает в результате бинарное изображение.

Второй подход, основанный на преобразовании с функцией на рис. 1.4 (б), фиксирует яркость точек из выбранного диапазона, но сохраняет яркости фона и остальных точек изображения. Легко построить дальнейшие разновидности двух преобразований.

Вырезание битовых плоскостей

Вместо выделения диапазонов яркостей, может оказаться полезным выделение информации о вкладе тех или иных битов в общее изображение. Если каждый пиксель изображения кодирован 8 битами, то все изображение можно представить себе в виде 8-битовых плоскостей, ранжированных

от плоскости 0 с наименее значащими битами до плоскости 7 с наиболее значащими. В терминах 8-битовых байтов плоскость 0 содержит все младшие биты, а плоскость 7 – все старшие биты из составляющих изображение байтов. Можно заметить, что старшие биты (главным образом первые четыре) содержат основную часть визуально значимых данных. Остальные битовые плоскости дают вклад в более тонкие детали изображения.

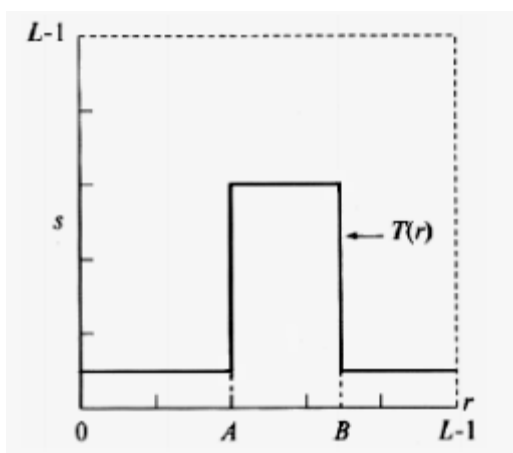


Рис. 1.4 (а). Вырезание диапазона яркостей $[A, B]$ с приведением остальных значений к константе

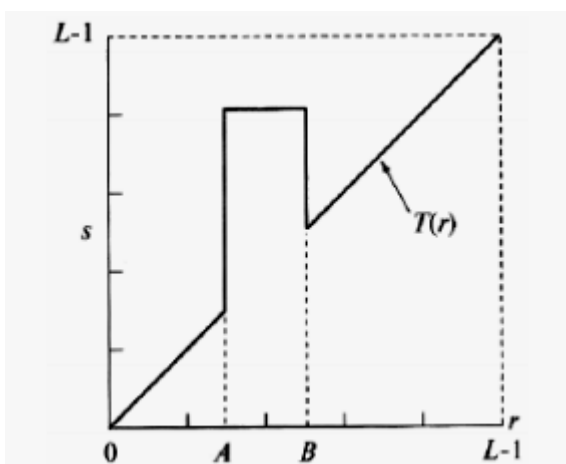


Рис. 1.4 (б). Вырезание диапазона яркостей $[A, B]$ с сохранением остальных значений

Разделение цифрового изображения на битовые плоскости полезно для анализа относительной информативности, которую несет каждый бит изображения, что позволяет оценить необходимое число битов, требуемое для квантования каждого пикселя, например, при сжатии изображений.

На основе извлечения битовых плоскостей из 8-битового изображения нетрудно показать, что (бинарное) изображение битовой плоскости 7 может быть получено обработкой исходного изображения пороговым градационным преобразованием, которое отображает все уровни изображения от 0 до 127 в некоторый один (например, 0), а все уровни от 128 до 255 – в другой (например, 255).

3. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ

1. В соответствии с номером варианта считать в память содержимое заданного файла – изображения в формате:

- палитра: 256 оттенков серого,
- число каналов: 1,
- тип файла: bmp (без сжатия).

2. Реализовать преобразования:

- негативное;
- прямое и обратное логарифмическое, подобрав коэффициент c так, чтобы исходный диапазон яркостей отображался в диапазон палитры;
- степенное с произвольным значением гаммы, подобрав коэффициент c как указано выше;
- бинарное с произвольным значением порога;
- вырезания произвольного диапазона яркостей обоими подходами (с приведением пикселей вне указанного диапазона к произвольной константе и сохранением значений);
- вырезание произвольной битовой плоскости.

3. Перезагрузить искомое изображение и, произведя необходимые градационные преобразования с подобранными параметрами, приблизить его к оригинальному (файлы «g_original.bmp» и «p_original.bmp»), улучшив для перцепционного восприятия. Сравнить качество такого улучшения сопоставлением двух изображений (улучшенного и оригинального) путем построения изображения-карты с отсчетами в виде разности уровней (в масштабе палитры).

Варианты заданий:

вариант	0	1	2	3	4	5	6	7
имя файла*	g_1	p_1	g_2	p_2	g_3	p_3	g_4	p_4
вариант	8	9	A	B	C	D	E	F
имя файла*	g_5	p_5	g_6	p_6	g_7	p_7	g_8	p_8

*Имя файла указано без расширения; искомое расширение – «.bmp».

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Титульный лист с названием лабораторной работы, фамилией и группой.
2. Номер варианта и соответствующее имя файла для обработки.
3. Для каждого проводимого преобразования отобразить результирующее изображение в сравнении с исходным, указав при этом параметры преобразования.
4. Для части 3 задания отобразить изображения: искомого (согласно варианту), улучшенного (как результат обработки искомого) и оригинального. Отобразить погрешность при восстановлении в виде изображения-карты, согласно заданию.
5. Выводы о проделанной работе согласно цели.

5. СПИСОК КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Место градационных преобразований в методах улучшения изображений. Общий вид градационного преобразования.
2. Назначение логарифмических и степенных преобразований.
3. Записать выражение обратного логарифмического преобразования.
4. Пример растяжения динамического диапазона изображения до масштаба палитры изображения (показать графически).
5. График бинарного (порогового) преобразования.
6. Вид графика функции вырезания битовых плоскостей (0...7).
7. Какой порог необходимо установить в случае бинарного преобразования для достижения такого же эффекта, что и для вырезания 7-битовой плоскости?

Лабораторная работа №2

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГИСТОГРАММНЫХ МЕТОДОВ
УЛУЧШЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование методов эквализации и приведения гистограммы для заданных цифровых двумерных изображений.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Понятие гистограммы. Видоизменение гистограммы

Гистограммы являются основой для многочисленных методов пространственной обработки изображений. Кроме получения полезной статистики об изображении, содержащаяся в гистограмме информация также весьма полезна и в таких задачах, как сжатие и сегментация изображений. Кроме того, видоизменение гистограммы (гистограммная обработка) может быть успешно использовано для улучшения изображений. Гистограммы достаточно просты как для программного вычисления, так и для аппаратной реализации, что делает их удобным инструментом для обработки изображений в реальном времени.

Гистограммой цифрового изображения с уровнями яркости в диапазоне $[0, L-1]$ называется дискретная функция $h(r_k) = n_k$, где r_k есть k -й уровень яркости, а n_k — число пикселей на изображении, имеющих яркость r_k . Общей практикой является нормализация гистограммы путем деления каждого из ее значений на общее число пикселей в изображении, обозначаемое n . Тем самым, значения нормализованной гистограммы будут $p(r_k) = n_k / n$ для $k = 0, 1, \dots, L-1$. Вообще говоря, $p(r_k)$ есть оценка вероятности появления пикселя со значением яркости r_k . Заметим, что сумма всех значений нормализованной гистограммы равна единице.

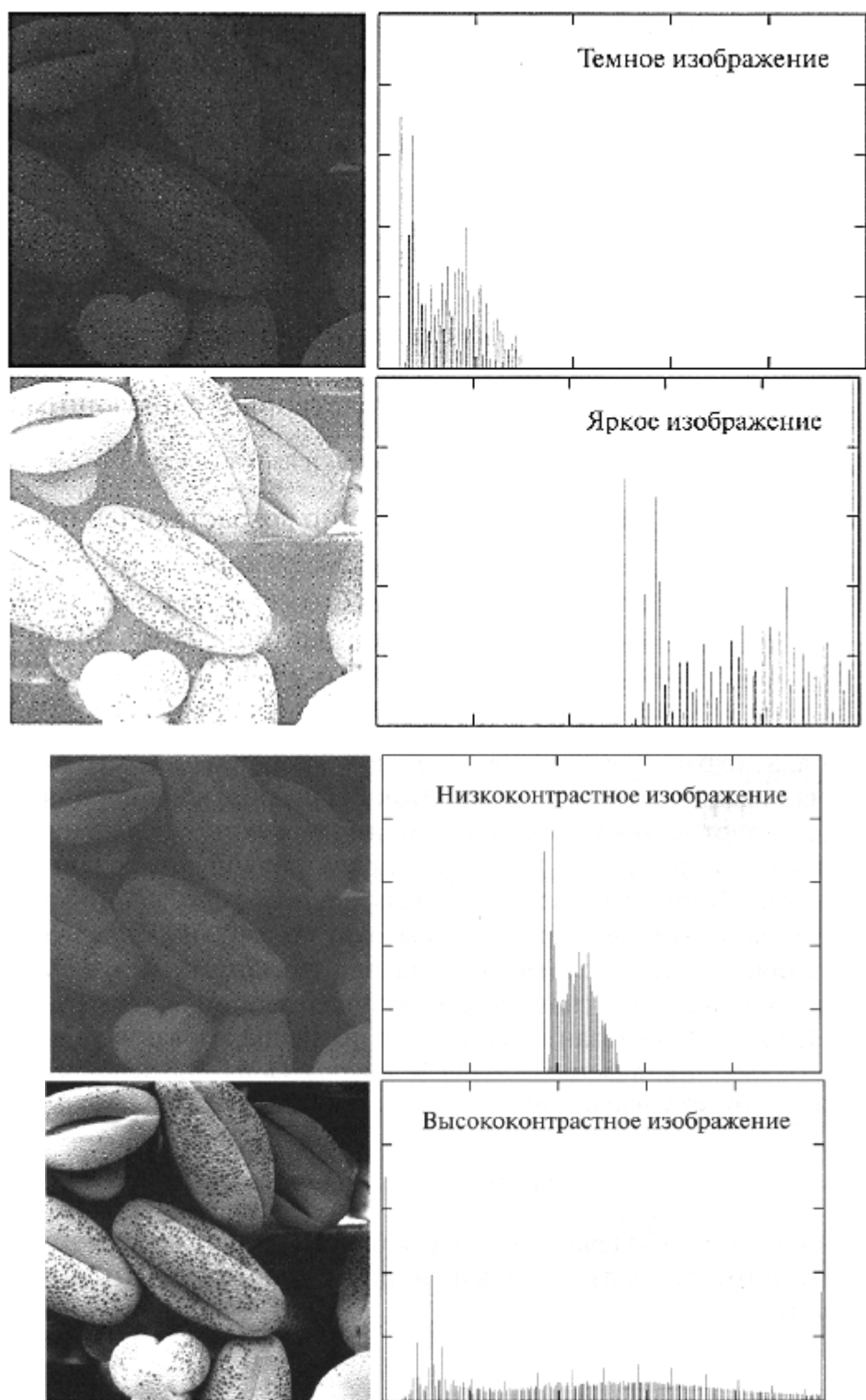


Рис. 2.1. Изображения различных типов (темное, светлое, низко- и высококонтрастное) и их гистограммы

В качестве примера иллюстрации роли гистограммы в улучшении изображения, рассмотрим рис. 2.1, на котором приведен снимок пыльцы

цветка, показанный в четырех вариантах яркостных характеристик: темном, светлом, низко- и высококонтрастном. Справа от изображений приведены гистограммы, соответствующие этим изображениям. По горизонтальной оси каждого графика отложены значения уровней яркости r_k , а по вертикальной — значения гистограммы $h(r_k) = n_k$ (или $p(r_k) = n_k / n$, если они нормализованы). Тем самым, эти графики суть попросту зависимости $h(r_k) = n_k$ от r_k или $p(r_k) = n_k / n$ от r_k .

Легко видеть, что на гистограмме темного изображения ненулевые уровни сконцентрированы в области низких (темных) значений диапазона яркостей. Аналогично, значимые уровни гистограммы яркого изображения смещены к верхней части диапазона. Изображение с низким контрастом имеет узкую гистограмму, расположенную вблизи центра диапазона яркостей. Для одноцветного изображения это означает вялый, «вылинявший» серый вид. Наконец, видно, что ненулевые уровни гистограммы высококонтрастного изображения покрывают широкую часть диапазона яркостей, а также, что распределение значений пикселей не слишком отличается от равномерного, за исключением небольшого числа пиков, возвышающихся над остальными значениями. Интуитивно можно сделать вывод, что изображение, распределение значений элементов которого близко к равномерному и занимает весь диапазон возможных значений яркостей, будет выглядеть высококонтрастным и будет содержать большое количество полутонов.

Таким образом, основываясь только на информации, содержащейся в гистограмме исходного изображения, можно построить функцию преобразования, которая позволит автоматически добиваться такого эффекта.

Эквализация гистограммы

Для простоты сначала рассмотрим непрерывные функции. Предполагается, что значения r , отражающие яркость элементов изображения, распределены непрерывно в диапазоне $[0,1]$, при этом значение $r=0$ соответствует черному, а $r=1$ — белому. Позже будет осуществлен переход к дискретному представлению, а интервал значений будет расширен до $[0, L-1]$.

Для любого r , удовлетворяющего вышеуказанным условиям, рассматривается преобразование вида:

$$s = T(r), \quad 0 \leq r \leq 1,$$

которое для любого пикселя, имеющего значение r , дает значение s . Предполагается, что функция преобразования $T(r)$ удовлетворяет следующим условиям:

1. $T(r)$ является однозначной и монотонно возрастающей на интервале $0 < r < 1$;
2. $0 < T(r) < 1$ при $0 < r < 1$.

В условии 1 требование однозначности функции $T(r)$ необходимо для существования обратного преобразования, а требование монотонности — для сохранения порядка изменения яркостей от черного к белому на выходном изображении. Функция преобразования, не являющаяся монотонно возрастающей, может привести к появлению на выходном изображении интервалов яркости с инвертированными значениями. Наконец, условие 2 означает, что допустимый диапазон выходных значений сигнала совпадает с диапазоном входных значений. На рис. 2.2 показан пример функции преобразования, которая удовлетворяет поставленным выше условиям.

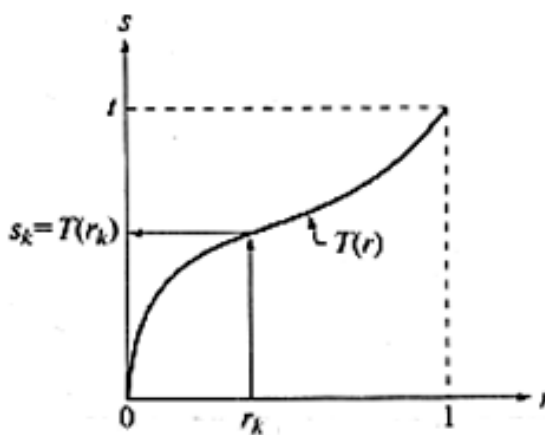


Рис. 2.2. Однозначная и монотонно возрастающая функция градационного преобразования

Обратное преобразование из s в r будет следующим:

$$R = T^{-1}(s), 0 \leq s \leq 1.$$

Уровни яркости на изображении могут рассматриваться как значения случайной величины в интервале $[0,1]$. Одной из важнейших характеристик случайной величины является плотность распределения вероятностей. Пусть $p_r(r)$ и $p_s(s)$ означают плотности распределения вероятностей случайных переменных r и s соответственно, где индекс при p означает, что $p_r(r)$ и $p_s(s)$ являются разными функциями. Из элементарной теории вероятностей следует, что если $p_r(r)$ и $T(r)$ известны и удовлетворяют условию 1, то плотность распределения вероятностей значений преобразованного сигнала s может быть получена с помощью простой формулы:

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right|. \quad (2.1)$$

Таким образом, плотность распределения вероятностей значений преобразованного сигнала s задается плотностью распределения вероятностей значений яркостей входного изображения и выбранной функцией преобразования.

В обработке изображений особую важность имеет следующая функция:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw, \quad (2.2)$$

где w – переменная интегрирования.

Правая часть этого уравнения есть не что иное, как функция распределения случайной переменной r . Поскольку плотность распределения вероятностей всегда положительна, а интеграл функции есть площадь под графиком функции, следовательно, данная функция преобразования является однозначно определенной и монотонно возрастающей, и, тем самым, удовлетворяет условию 1. Аналогично, поскольку интеграл плотности распределения вероятностей случайной величины при изменении r в диапазоне $[0,1]$ также находится в диапазоне $[0,1]$, то условие 2 также выполняется.

Зная функцию преобразования $T(r)$, будем иметь:

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{r} = \frac{d}{dr} \left[\int_0^r p_r(w) dw \right] = p_r(r). \quad (2.3)$$

Подставляя этот результат в уравнение (2.1) и предполагая, что все значения плотности вероятностей больше нуля, получаем в результате:

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{1}{p_r(r)} \right| = 1, \quad 0 \leq s \leq 1. \quad (2.4)$$

Таким образом, получаем, что $p_s(s)$ есть равномерная плотность распределения вероятностей на отрезке $[0,1]$, равная нулю вне данного интервала. Попросту говоря, было продемонстрировано, что выполнение градационного преобразования согласно функции, заданной уравнением (2.2), приводит к получению некоторой случайной величины s , характеризующейся равномерной плотностью распределения вероятностей. Здесь важно заметить, что хотя $T(r)$, как это следует из (2.2), зависит от $p_r(r)$, результирующая плотность распределения вероятностей $p_s(s)$, как следует из (2.4), всегда является равномерной, независимо от формы $p_r(r)$.

В случае дискретных значений вместо плотностей распределения вероятностей и интегралов мы имеем дело с вероятностями конкретных значений и суммами. Вероятность появления пикселя со значением яркости r_k приблизительно равна

$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1, \quad (2.5)$$

где, как говорилось в начале настоящего раздела, n есть общее число пикселей на изображении, n_k — число точек яркости r_k , а L — максимально допустимое число уровней яркости на изображении.

Дискретным аналогом функции преобразования, задаваемой уравнением (2.2), будет:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1. \quad (2.6)$$

Таким образом, обработанное (выходное) изображение получается отображением каждого пикселя входного изображения, имеющего яркость r_k , в соответствующий элемент выходного изображения со значением s_k , согласно уравнению (2.6).

Как указывалось ранее, зависимость $p(r_k)$ от r_k называется *гистограммой*. Преобразование (отображение), задаваемое уравнением (1.6), называется *эквализацией* или *линеаризацией* гистограммы.

В отличие от непрерывного случая, невозможно в общем виде доказать, что дискретное преобразование может дать в результате некоторый дискретный эквивалент равномерной плотности распределения вероятностей, которой должна соответствовать равномерная гистограмма. Однако преобразование по формуле (2.6) направлено на растяжение гистограммы входного изображения таким образом, что значения элементов эквализованного изображения будут перекрывать более широкий диапазон уровней яркостей.

Ранее уже обсуждались многие преимущества изображения, уровни яркости которого покрывают весь диапазон возможных значений. Данный метод, кроме того, что формирует изображение, близкое к выдвинутому критерию, обладает дополнительным преимуществом в том, что является полностью «автоматическим». Иными словами, получая на вход изображение, процедура эквализации гистограммы сводится к выполнению преобразования по формуле (1.6), что базируется лишь на информации, которая может быть извлечена непосредственно из обрабатываемого изображения без указания каких-либо дополнительных параметров. Стоит также отметить простоту вычислений, которая требуется для реализации этого метода.

Приведение (задание) гистограммы

Как уже было отмечено, эквализация гистограммы автоматически находит функцию преобразования, которая стремится сформировать выходное изображение с равномерной гистограммой. В случае необходимости автоматического улучшения это является хорошим подходом, поскольку результаты этого метода предсказуемы и он прост в реализации. Однако в некоторых случаях улучшение, основанное на модели равномер-

ной гистограммы, не является наилучшим подходом. В частности, иногда полезно задать иную желаемую форму гистограммы для обрабатываемого изображения. Метод, позволяющий получить обработанное изображение с задаваемой формой гистограммы, называется методом приведения *гистограммы* или задания *гистограммы*.

Вернемся ненадолго к непрерывному представлению яркостей r и z (рассматриваемые непрерывные случайные переменные), которые обозначают уровни яркостей входного и выходного (обработанного) изображений, и пусть $p_r(r)$ и $p_z(z)$ соответственно означают их непрерывные плотности распределения вероятностей. Значения $p_r(r)$ мы можем оценить по исходному изображению, в то время как $p_z(z)$ является задаваемой плотностью распределения вероятностей, которую должно иметь выходное изображение.

Пусть s – случайная переменная со следующими свойствами:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w)dw , \quad (2.7)$$

где w – переменная интегрирования.

Это выражение есть не что иное, как непрерывная форма эквализации гистограммы – повторение уравнения (2.2). Предположим также, что z – еще одна случайная переменная со свойством:

$$G(z) = \int_0^z p_z(t)dt = s , \quad (2.8)$$

где t – переменная интегрирования.

Из этих двух уравнений следует, что $G(z) = T(r)$, а значит, z должно подчиняться следующему условию:

$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)] . \quad (2.9)$$

Преобразование $T(r)$ может быть получено из уравнения (2.7) сразу, как только $p_r(r)$ оценена по входному изображению. Подобным образом может быть получена функция преобразования $G(z)$, поскольку задана $p_z(z)$.

Предполагая, что $G(z)$ существует и удовлетворяет условиям 1 и 2, указанным выше, из уравнений (2.7) – (2.9) следует, что изображение с заданной плотностью распределения вероятностей может быть получено из исходного изображения с помощью следующей процедуры:

1. Получение функции преобразования $T(r)$ с помощью уравнения (2.7).
2. Получение функции преобразования $G(z)$ с помощью уравнения (2.8).
3. Вычисление обратной функции преобразования $G^{-1}(z)$.
4. Получение выходного изображения путем применения уравнения (2.9) ко всем пикселям входного изображения.

Результатом такой процедуры будет изображение, уровни яркости z которого имеют заданную плотность распределения вероятностей $p_z(z)$.

Хотя только что описанная процедура в принципе понятна, на практике достаточно редко удастся получить аналитические выражения для $T(r)$ и $G^{-1}(z)$. К счастью, в случае дискретных величин эта задача значительно упрощается. Издержки остаются теми же, что и в случае эквализации гистограммы, когда достижимым является только некоторое приближение к желаемой гистограмме.

Дискретная формулировка уравнения (2.7) задана уже известным уравнением:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1, \quad (2.10)$$

где n есть общее число пикселей на изображении, n_j – число точек яркости r , а L – число уровней яркости.

Подобным образом, дискретная формулировка уравнения (2.8) получается из заданной гистограммы $p_z(z)$, $i = 0, 1, \dots, L-1$, и имеет вид:

$$v_k = G(z_k) = \sum_{i=0}^k p_z(z_i) = s_k, \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (2.11)$$

Как и в непрерывном случае, ищется значение z , которое удовлетворяет этому уравнению. Переменная v_k была добавлена сюда только для ясности последующих рассуждений. Наконец, дискретный вариант уравнения (2.9) записывается в виде:

$$z_k = G^{-1}[T(r_k)] = G^{-1}(s_k), \quad k = 0, 1, \dots, L-1. \quad (2.12)$$

Уравнения (2.4) – (2.6) являются основой для реализации алгоритма приведения гистограмм дискретных изображений. Уравнение (2.10) базируется на гистограмме исходного изображения и является отображением его уровней яркостей в соответствующие промежуточные значения s_k . Уравнение (2.11) на основании заданной гистограммы $p_z(z)$ задает функцию преобразования G . Наконец, уравнение (2.6) дает (приближенные) значения яркостей результирующего изображения с заданной гистограммой. Первые два уравнения могут быть легко реализованы, поскольку все значения известны.

Реализация уравнения (2.12) также понятна, но, тем не менее, заслуживает дополнительного пояснения. Для начала мы отметим следующее:

1. Каждый набор значений яркостей $\{r_j\}$, $\{s_j\}$ и $\{z_j\}$, $j = 0, 1, \dots, L-1$, является одномерным массивом размерами $L \times 1$.
2. Все отображения из r в s и из s в z задаются простыми табличными преобразованиями между заданным значением пикселя и этими массивами.
3. Каждый из элементов этих массивов, например, s_k содержит два необходимых информационных элемента: индекс k , указывающий на позицию элемента в массиве, и s – значение, соответствующее этой позиции.
4. Мы рассматриваем только целые значения пикселей. Например, для 8-битового изображения $L = 256$, а значит, значения в каждом из вышеупомянутых массивов есть целые числа в диапазоне от 0 до 255. Это означает, что теперь мы имеем дело с целыми значениями яркостей в интервале $[0, L-1]$, вместо нормализованного интервала $[0, 1]$.

Для того чтобы увидеть, как метод приведения гистограммы может быть реализован в действительности, рассмотрим рис. 2.3 (а), временно игнорируя показанную связь между этим рисунком и рисунком 2.3 (в). Здесь показана дискретная функция гипотетического преобразования

$s = T(r)$, полученного на основе анализа заданного изображения. Первый уровень яркости r_1 исходного изображения отображается в уровень s_1 , второй r_2 — в s_2 , k -й уровень r_k — в s_k и так далее (важным моментом здесь является упорядоченное соответствие между этими значениями). Каждое значение s_j вычисляется предварительно с помощью уравнения (2.10), так, что процесс отображения использует исходное значение пикселя r в качестве индекса в массиве, чтобы получить соответствующее результирующее значение s . Этот процесс чрезвычайно прост, поскольку мы имеем дело с целыми числами. Например, s -образ для 8-битового значения 127 будет находиться в позиции 127 массива $\{s_j\}$ (напомним, элементы массива нумеруются с 0), содержащего всего 256 позиций (0...255). Если мы остановимся на этом шаге и заменим значение пикселя только что полученным, то результатом будет эквализованное изображение.

Чтобы реализовать приведение гистограммы к заданной, мы должны сделать еще один шаг. Кривая на рис. 2.3 (б) является гипотетической функцией преобразования G , полученной из заданной гистограммы $p_z(z)$ с помощью уравнения (2.11). Для любого z_q эта функция дает соответствующее значение v_q . Такое отображение показано стрелками. Наоборот, взяв любое значение v_q , можно найти соответствующее значение z_q с помощью обратного преобразования G^{-1} . На рисунке это означает, что нужно изменить направления стрелок на обратные, чтобы отобразить v_q в z_q . Однако, согласно уравнению (2.11), $v = s$ для одинаковых индексов, а значит, такой подход может быть использован для нахождения искомого значения z_k , соответствующего промежуточному значению s_k , которое было определено из уравнения $s_k = T(r_k)$. Эта идея продемонстрирована на рис. 2.3 (в).

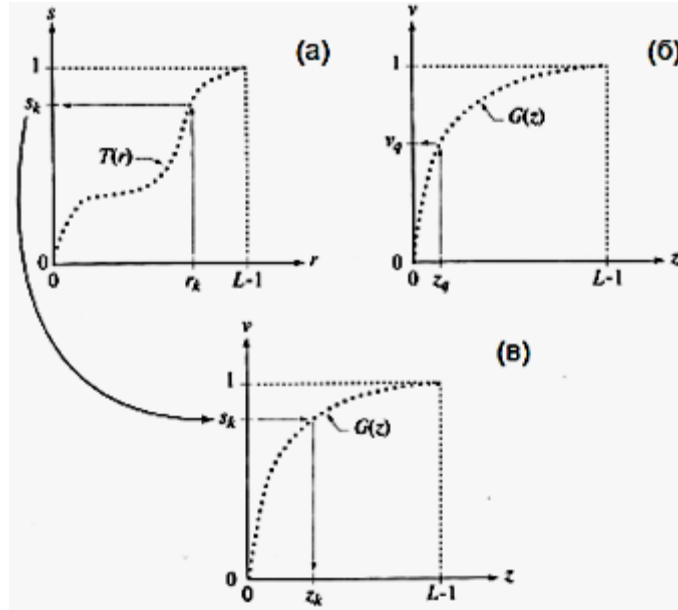


Рис. 2.3 (а) Графическая интерпретация отображения r_k в s_k через $T(r)$.

(б) Отображение z_q в соответствующее ему значение v_q через $G(z)$.

(в) Обратное отображение s_k в соответствующее ему значение z_k

Изначально значений z не существует (напомним, что эти значения как раз и являются целью процедуры приведения гистограмм), а значит, для того, чтобы найти z из s , следует использовать какую-то итеративную схему. Поскольку мы имеем дело с целыми значениями, этот процесс не сложен. Как видно из уравнения (2.11), $v_k = s_k$, следовательно, z должны удовлетворять уравнению $G(z_k) = s_k$, или $G(z_k) - s_k = 0$. Таким образом, все, что требуется сделать, чтобы определить значение z_k , соответствующее s_k , сводится к итеративному поиску по значениям z для всех $k = 0, 1, \dots, L-1$. Это то же самое, что и уравнение (2.12), только нам не нужно находить обратную функцию к G , поскольку используются итерации по z . Так как искомые величины являются целыми, то ближайшим значением, которое можно выбрать для удовлетворения уравнению $G(z_k) - s_k = 0$, является $z_k = z$ для каждого k , где z есть *наименьшее* целое в интервале $[0, L-1]$, такое, что

$$G(z^*) - s_k \geq 0, \quad k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (2.13)$$

Вышесказанное иллюстрируется рис. 2.3 (в). Для очередного значения s_k необходимо начинать с $z = 0$ и увеличивать значение z на единицу до того момента, когда станет выполняться неравенство (2.13); эта точка и есть искомое $z_k = z$. Повторение этой операции для всех значений k позволяет получить все требуемые значения отображений из s в z , что и является реализацией уравнения (2.12). На практике не нужно начинать каждый раз с $z = 0$, поскольку известно, что значения s_k являются монотонно возрастающими. Следовательно, для очередного $k = k + 1$ можно начинать с точки $z_k = z$ и затем увеличивать значения.

Алгоритм приведения гистограммы, который был только что изложен, может быть подытожен в следующем виде:

1. Получить гистограмму исходного изображения.
2. С помощью уравнения (2.10) вычислить значения отображений r_k в s_k .
3. На основе заданных значений $p_z(z)$ с помощью уравнения (2.11) вычислить функцию преобразования G .
4. Итеративным путем с использованием неравенства (2.13) вычислить значения z_k для каждого s_k .
5. Для каждого пикселя исходного изображения, имеющего значение r_k , отобразить r_k в соответствующее значение z_k , найденное на предыдущем шаге.

Заметим, что даже для дискретного случая необходимо, чтобы обратное преобразование G^{-1} удовлетворяло условиям 1 и 2, указанным выше. Нетрудно показать, что единственным способом гарантировать однозначность и монотонность G^{-1} будет требование, чтобы преобразование G являлось строго монотонно возрастающим, а это, в свою очередь, означает, что ни одно из значений задаваемой гистограммы $p_z(z)$ в уравнении (2.1) не должно быть равно нулю.

Локальное улучшение

Рассмотренные ранее методы гистограммной обработки являлись глобальными, что означало построение функции преобразования на основе анализа яркостного содержания всего изображения. Хотя такой глобаль-

ный подход и пригоден для улучшения в целом, существуют случаи, когда приходится улучшать детали посредством анализа малых областей изображения. Связано это с тем, что число пикселей в таких областях мало и не может оказывать заметного влияния на глобальную гистограмму, форма которой не обязательно соответствует необходимому локальному улучшению. Решение состоит в разработке функции преобразования, основанной на распределении яркостей (или других характеристик) по окрестности каждого элемента изображения.

Описанные ранее методы гистограммной обработки могут быть легко применены и к локальному улучшению. Процедура состоит в том, что задается форма квадратной или прямоугольной окрестности вокруг обрабатываемого элемента и затем центр этой области передвигается от точки к точке. Для каждого нового положения окрестности подсчитывается гистограмма по входящим в нее точкам и находится функция преобразования эквализации или приведения гистограммы. Наконец, эта функция используется для отображения уровня яркости центрального элемента окрестности. Затем центр окрестности перемещается на соседний пиксель и процедура повторяется. Поскольку при перемещении от точки к точке меняется только один столбец или строка окрестности, то становится возможным обновление гистограммы, полученной на предыдущем шаге, путем добавления данных нового столбца справа и исключения данных столбца слева (при построчной развертке изображения). Такой подход имеет очевидные преимущества по сравнению с вычислением гистограммы заново по всем точкам окрестности, при ее смещении всего на один элемент. Другим подходом, применяемым иногда для уменьшения количества вычислений, является использование непересекающихся областей, но такой метод обычно приводит к появлению нежелательного эффекта шахматного поля.

3. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ

1. В соответствии с номером варианта считать в память содержимое заданного файла (изображения в формате) – палитра: 256 оттенков серого, число каналов: 1, тип графики: bmp без сжатия (использовать файлы л/р №1).

Вывести изображение и его гистограмму на экран.

2. Для данного изображения реализовать алгоритмы гистограммной обработки:

- эквализации гистограммы;
- приведения (задания) гистограммы.

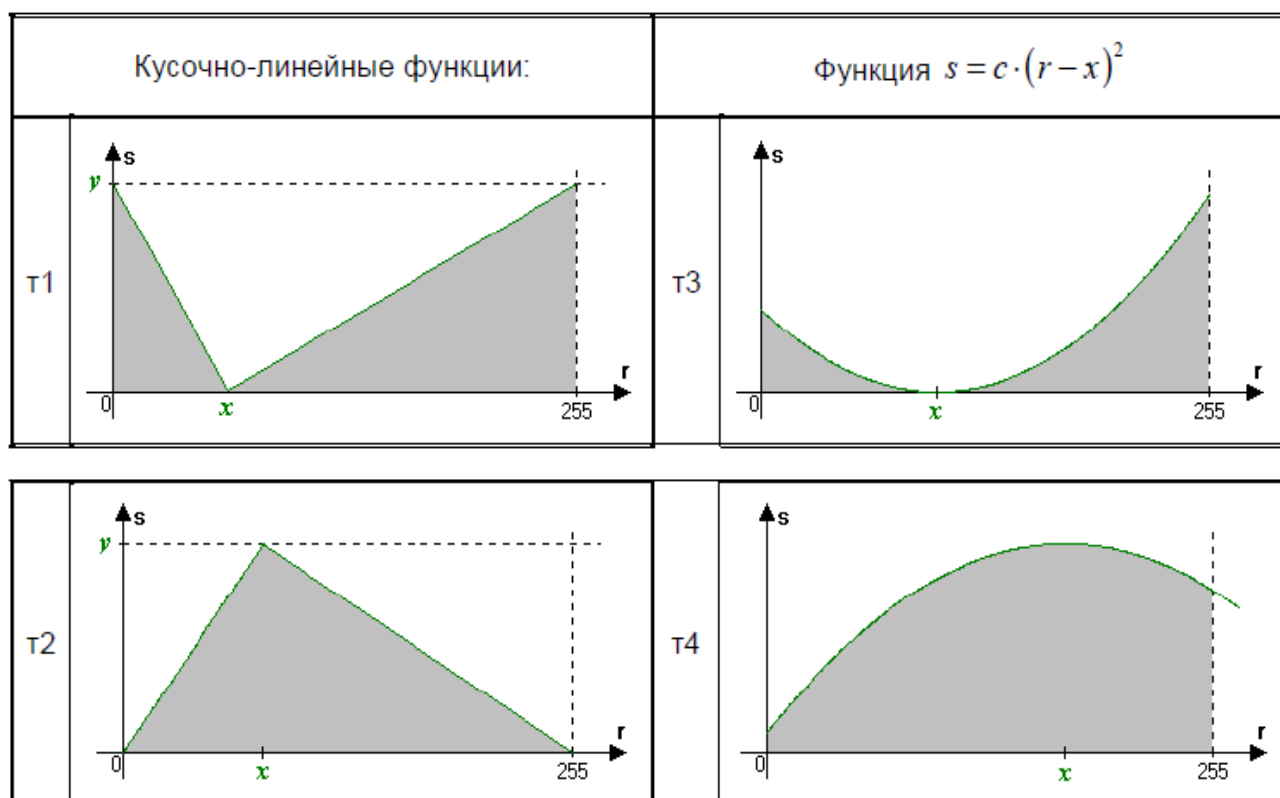
Вывести на экран результирующие изображения, их гистограммы, а также графики функции преобразования яркостей (зависимость выходных значений яркости от входных) и функции распределения яркостей результирующего изображения.

Для алгоритма приведения гистограммы сформировать и вывести на экран заданную гистограмму в соответствии с вариантом. Изменив вид заданной гистограммы на гистограмму с равномерной ПРВ яркостей, сравнить результат с результатом алгоритма эквализации.

3. Для изображения «loc_n.bmp» реализовать локально алгоритм эквализации гистограммы, выбрав в качестве окрестности плавающее окно со сторонами 10-30 пикселей. Сравнить результат с глобальной эквализацией этого же изображения, выведя оба результата на экран.

Варианты заданий:

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7
Вид заданной гистограммы	т1, х=0	т2, х=0	т3, х=0	т4, х=0	т1, х=100	т2, х=100	т3, х=100	т4, х=100
Номер варианта	8	9	А	В	С	Д	Е	Ф
Вид заданной гистограммы	т1, х=200	т2, х=200	т3, х=200	т4, х=100	т1, х=255	т2, х=255	т3, х=255	т4, х=255



Для гистограмм т1 и т2 взять величину y , а для гистограмм т3 и т4 – величину c , выбрать из условия, чтобы площадь под графиком функции равнялась единице.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Титульный лист с названием лабораторной работы, фамилией и группой.
2. Номер варианта и соответствующее имя файла для обработки.
3. Для каждого пункта задания включить в отчет получаемые результаты, а именно:
 - для эквализации гистограммы:
 - исходное изображение и его гистограмму;
 - изображение – результат эквализации и его гистограмму;
 - графики функции преобразования яркостей и функции распределения яркостей результирующего изображения;
 - для приведения (задания) гистограммы:
 - исходное изображение и его гистограмму;
 - график заданной гистограммы (согласно варианту);

- изображение – результат приведения и его гистограмму;
 - графики функции преобразования яркостей и функции распределения яркостей результирующего изображения;
 - для локальной эквализации:
 - исходное изображение и его гистограмму;
 - изображение – результат глобальной эквализации и его гистограмму;
 - изображение – результат локальной эквализации в заданной окрестности и его гистограмму.
4. Выводы по каждому из алгоритмов и о проделанной работе в целом.

5. СПИСОК КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Понятие гистограммы. Нормализация гистограммы. Вероятностная трактовка гистограммы.
2. Суть метода эквализации гистограммы. Алгоритм метода эквализации для дискретного случая. Достоинства и недостатки метода.
3. Суть метода приведения (задания) гистограммы. Алгоритм метода приведения для дискретного случая. Достоинства и недостатки метода.
4. Итеративная схема получения значения z (рис. 2.3) в методе приведения гистограммы.
5. Понятие функции преобразования яркостей метода и функции распределения яркостей результирующего изображения. Их нахождение.
6. Цели применения гистограммных методов в локальной области. Причины непригодности в этих случаях глобальных методов.

Лабораторная работа №3

**ОСНОВЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ.
СГЛАЖИВАЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ
И ФИЛЬТРЫ ПОВЫШЕНИЯ РЕЗКОСТИ**

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование методов пространственной фильтрации для улучшения изображений. Знакомство с основными двумерными фильтрами сглаживания и повышения резкости на примере заданных цифровых изображений.

2. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Вообще говоря, фильтрация тесно связана с применением преобразования Фурье и обработкой сигналов в частотной области. Этот вопрос будет рассматриваться позже. В данной же лабораторной работе нас интересуют операции фильтрации, которые выполняются непосредственно над элементами изображения. Для подобных операций используется термин пространственная фильтрация.

Процесс пространственной фильтрации основан на простом перемещении маски – матрицы коэффициентов фильтра, скользящей по поверхности кадра изображения (также называемой ядром, шаблоном или окном) – от точки к точке изображения. В каждой точке (x, y) отклик фильтра вычисляется с использованием предварительно заданных связей. В случае линейной пространственной фильтрации отклик задается суммой произведений 2 / 13 коэффициентов фильтра на соответствующие значения пикселей в области, покрытой маской фильтра.

Так, фильтрация изображения f , имеющего размеры $M \times N$, с помощью фильтра размера $m \times n$ задается выражением общего вида:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x+s, y+t), \quad (3.1)$$

где $a=(m-1)/2$ и $b=(n-1)/2$.

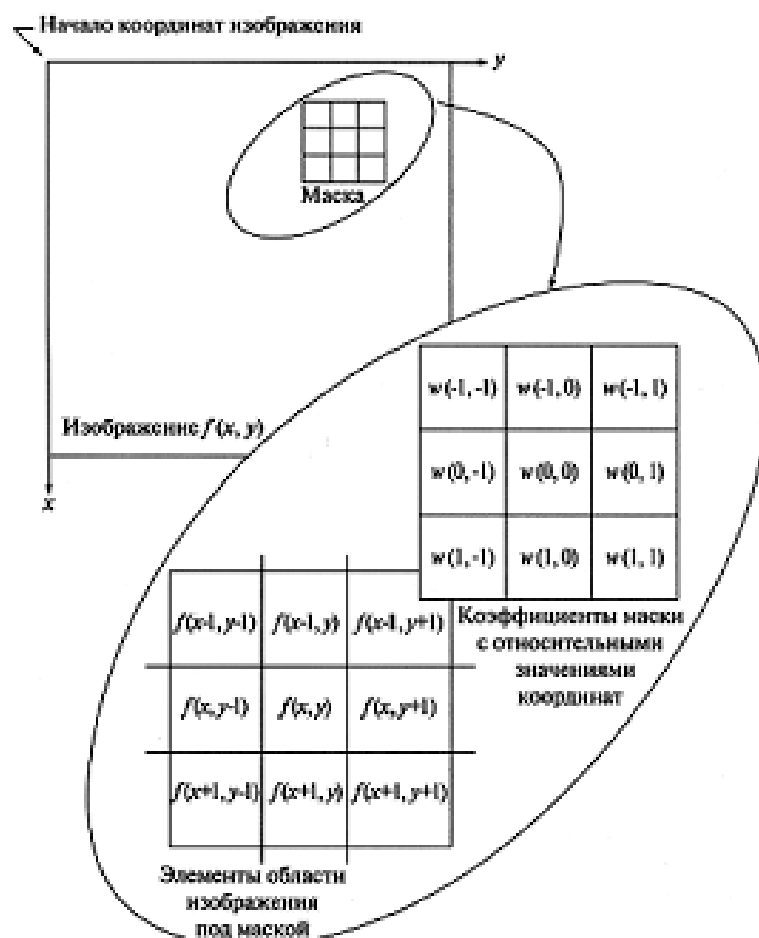


Рис. 3.1. Схема пространственной фильтрации. Увеличенные рисунки представляют маску 3×3 и фрагмент изображения непосредственно под ней.

При фильтрации всего изображения данная формула должна быть вычислена для всех сочетаний $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ и $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Это означает, что все элементы изображения будут обработаны по заданной маске. Забегая вперед, можно отметить, что процедура линейной фильтрации, задаваемая уравнением (3.1), в частотной области аналогична операции свертки. По этой причине линейную пространственную фильтрацию часто называют «сверткой маски с изображением». Аналогично, маску фильтра иногда называют маской свертки или ядром свертки.

Легко видеть, что при $m = n = 3$ формула (3.1) сведется к формуле для случая, показанного на рис. 3.1. В частности заметим, что коэффициент $w(0, 0)$ будет стоять при значении $f(x, y)$, указывая тем самым, что маска центрирована в точке (x, y) . В дальнейшем будем рассматривать маски

нечетных размеров, причем наименьшей будет маска 3×3 элемента (маска размерами 1×1 элемент будет исключена как тривиальная).

В случае, когда интерес представляет только значение отклика R по маске $m \times n$ в точке (x, y) , а не схема реализации маски свертки, иногда используют следующее выражение:

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_{mn} z_{mn} = \sum_{i=1}^{mn} w_i z_i, \quad (3.2)$$

где w_i – суть коэффициенты маски, z_i – значения пикселей, соответствующих данным коэффициентам, а mn – общее число коэффициентов в маске.

Нелинейные пространственные фильтры также работают по окрестности, причем механизм перемещения маски по изображению тот же, что был только что обрисован. Схема действий операции нелинейной фильтрации также зависит от значений элементов анализируемой окрестности, но не обязательно должна использовать коэффициенты линейной комбинации.

Важным вопросом при реализации операции пространственной фильтрации по окрестности является рассмотрение ситуации, когда центр фильтра приближается к границам изображения. Для простоты рассмотрим квадратную маску размерами $n \times n$. Когда эта маска находится на расстоянии $(n - 1) / 2$ элемента от границы изображения, как минимум одна сторона маски будет находиться на его краю. Если же центр маски приближается к границе, то одна или несколько строк или столбцов маски будут находиться вне изображения. Существуют несколько способов учесть это обстоятельство:

1. Ограничение перемещения центра маски по изображению: не ближе, чем $(n - 1) / 2$ элементов от края. Результирующее изображение после фильтрации будет по размерам меньше оригинала, зато все его точки будут обработаны полной маской.

Если результат должен иметь те же размеры, что и оригинал, то обычно используется подход, при котором для фильтрации используется только та часть маски, которая полностью находится внутри изображения. При этом возле границ изображения образуется полоса точек, которые обрабатываются только частью маски фильтра.

2. Расширение изображения за его границы добавлением строк и столбцов из нулей (или других постоянных значений) или же повторением строк и столбцов. После обработки добавленные строки и столбцы удаляются. Это позволяет сохранить размеры обработанного изображения равными размерам исходного, однако значения элементов, использовавшихся для расширения, будут оказывать влияние на значения элементов изображения внутри аналогичной полосы, которая тем шире, чем больше размеры маски.

Сглаживающие пространственные фильтры

Сглаживающие фильтры применяются для расфокусировки изображения и подавления шума. Расфокусировка может применяться как предварительный шаг обработки изображения, например, для удаления мелких деталей перед обнаружением больших объектов, или же для устранения разрывов в линиях или деталях. Для подавления шумов может использоваться расфокусировка с применением как линейной, так и нелинейной фильтрации.

Линейные сглаживающие фильтры

Выход (отклик) простейшего линейного сглаживающего пространственного фильтра есть среднее значение элементов по окрестности, покрытой маской фильтра. Такие фильтры иногда называют усредняющими или сглаживающими фильтрами.

Идея применения сглаживающих фильтров достаточно ясна. Заменой исходных значений элементов изображения на средние значения по маске фильтра достигается уменьшение «резких» переходов уровней яркости. Поскольку случайный шум как раз характеризуется резкими скачками яркости, наиболее очевидным применением сглаживания является подавление шума. Однако контуры, которые обычно представляют интерес на изображении, также характеризуются резкими перепадами яркостей, поэтому негативной стороной применения сглаживающих фильтров является расфокусировка контуров. Другим применением такой процедуры может быть сглаживание ложных контуров, которые возникают при преобразованиях с недостаточным числом уровней яркости.

Главное использование сглаживающих фильтров состоит в подавлении «несущественных» деталей на изображении. Под «несущественными»

понимаются совокупности пикселей, которые малы по сравнению с размерами маски фильтра.

На рис. 3.2 показаны два сглаживающих фильтра по окрестности 3×3 . Постоянный множитель перед каждой из масок равен единице, деленной на сумму значений коэффициентов, как это необходимо для нормировки. Вообще, любая маска с размерами $m \times n$ должна иметь нормировочный коэффициент, равный $1/mn$.

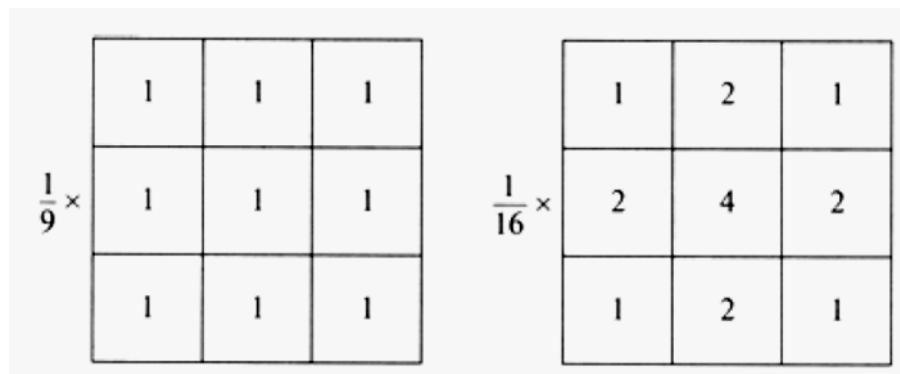


Рис. 3.2. Две маски сглаживающих фильтров по окрестности 3×3

Первый фильтр дает обычное среднее значение по маске. Применение его к изображению как раз и дает среднее значение яркостей по окрестности 3×3 . Такой пространственный фильтр, все коэффициенты которого одинаковы, иногда называют однородным усредняющим фильтром.

Вторая маска дает так называемое взвешенное среднее; этот термин применяется, чтобы показать, что значения элементов умножаются на разные коэффициенты, что позволяет присвоить им как бы разные «важности» (веса) по сравнению с другими. Так, коэффициент в центре маски имеет самое большее значение (вес), тем самым задавая соответствующему элементу большую важность при вычислении среднего. Значения остальных коэффициентов в маске уменьшаются по мере удаления от центра маски; диагональные члены, по сравнению с ортогональными, расположены от центра дальше, и таким образом «вешают» меньше, чем ближайшие соседи центрального элемента. Основная стратегия присвоения центральному пикселю наибольшего веса, а остальным – обратно пропорционально их расстоянию, имеет целью уменьшение расфокусировки при сглаживании. Следует заметить, что на практике достаточно трудно увидеть разни-

цу между изображениями, сглаженными фильтрами по одной из масок на рис. 3.2, или какими-то другими, аналогичными по конструкции (и размерам), поскольку размеры области, покрываемые маской при фильтрации одного элемента, очень малы.

Как было замечено ранее, важным применением пространственного сглаживания является расфокусировка изображения, позволяющая создать грубый образ объектов, которые могут представлять интерес. При этом интенсивность мелких объектов смешивается с фоном, в то время как большие объекты остаются в виде пятен и могут быть легко обнаружены. Размеры объектов, которые будут смешиваться с фоном, приблизительно совпадают с размерами маски сглаживающего фильтра. В качестве примера рассмотрим изображение на рис. 3.3, полученное телескопом «Хаббл» с орбиты Земли (изображение слева). Результат применения усредняющего фильтра с маской 15×15 элементов показан на втором изображении. Можно видеть, что многие из объектов или оказались смешаны с фоном, или же их яркость значительно уменьшилась. Обычно после такого сглаживания следует операция разделения по порогу, позволяющая убрать объекты малой интенсивности. Результат применения пороговой операции к сглаженному изображению с уровнем порога в 25% от наибольшей яркости показан на изображении справа. Сравнивая это изображение с исходным, можно сделать вывод, что полученный результат был бы приемлемым с позиции поиска самых больших и ярких объектов.

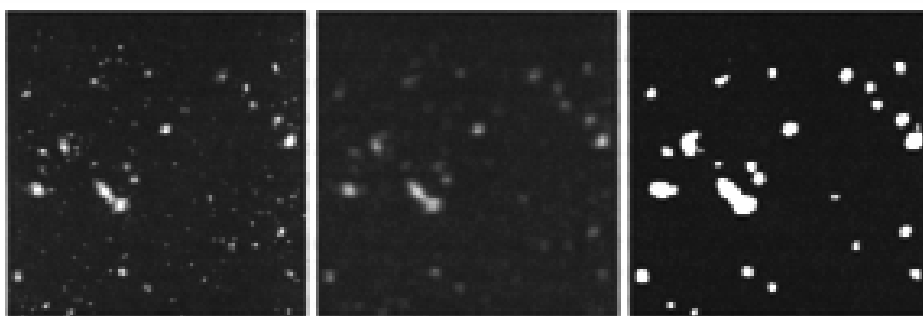


Рис. 3.3. Операция поиска с пороговым разделением объектов. Сглаживание является промежуточной операцией, улучшающей результат работы пороговой операции

Фильтры, основанные на порядковых статистиках

Фильтры, основанные на порядковых статистиках, относятся к классу нелинейных пространственных фильтров. Отклик такого фильтра определяется предварительным упорядочиванием (ранжированием) значений пикселей, покрываемых маской фильтра, и последующим выбором значения, находящегося на определенной позиции упорядоченной последовательности (т. е. имеющего определенный ранг). Собственно фильтрация сводится к замещению исходного значения пикселя (в центре маски) на полученное значение отклика фильтра. Наиболее известен медианный фильтр, который, как следует из названия, заменяет значение пикселя на значение медианы распределения яркостей всех пикселей в окрестности (включая и исходный). Медианные фильтры весьма популярны потому, что для определенных типов случайных шумов они демонстрируют отличные возможности подавления шума при значительно меньшем эффекте расфокусировки, чем у линейных сглаживающих фильтров с аналогичными размерами. В частности, медианные фильтры эффективны при фильтрации импульсных шумов, иногда называемых шумами «соль и перец», которые выглядят как наложение на изображение случайных черных и белых точек.

Медиана набора чисел есть такое число ξ , что половина чисел из набора меньше или равны ξ , а другая половина – больше или равны ξ . Чтобы выполнить медианную фильтрацию для элемента изображения, необходимо сначала упорядочить по возрастанию значения пикселей внутри окрестности, затем найти значение медианы, и, наконец, присвоить полученное значение обрабатываемому элементу. Так, для окрестности 3×3 элементов медианой будет 5-е значение по величине, для окрестности 5×5 – 13-е значение, и так далее. Если несколько элементов в окрестности имеют одинаковые значения, эти значения будут сгруппированы. Например, пусть в окрестности 3×3 элементы имеют следующие значения: (10, 20, 20, 20, 15, 20, 20, 25, 100). После упорядочивания они будут расположены следующим образом: (10, 15, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 100), и, следовательно, медианой будет значение 20.

Можно сказать, что основная функция медианного фильтра заключается в замене отличающегося от фона значения пикселя на другое, более

близкое его соседям. На самом деле, изолированные темные или светлые (по сравнению с окружающим фоном) кластеры, имеющие площадь не более чем $n^2/2$ (половина площади маски фильтра), будут удалены медианным фильтром с маской размерами $n \times n$ – значения таких пикселей в соответствующих точках будут заменены на значения медиан по окрестностям. Кластеры больших размеров искажаются значительно меньше.

Хотя медианный фильтр значительно более распространен в обработке изображений, чем остальные виды фильтров, основанные на порядковых статистиках, тем не менее, он не является единственным. Медиана представляет собой 50-й процентиль упорядоченного набора чисел, но, как следует из основ статистики, упорядочивание предоставляет много других возможностей. Например, использование 100-го percentиля приводит к так называемому фильтру максимума, который полезен при поиске на изображении наиболее ярких точек по отношению к окружающему фону. Процентиль 0 является фильтром минимума, используемым для поиска противоположных значений.

На рис. 3.4 представлен рентгеновский снимок монтажной платы, сильно искаженный импульсным шумом (изображение слева). Чтобы проиллюстрировать преимущество медианной фильтрации по сравнению с усредняющим фильтром, показан результат обработки зашумленного изображения усредняющим фильтром по окрестности 3×3 (центральное изображение), а на изображении справа – результат медианной фильтрации по окрестности 3×3 . Можно отметить, что на изображении, обработанном усредняющим фильтром, уровень шумов стал чуть ниже, но ценою заметной расфокусировки. При этом совершенно очевидно преимущество медианного фильтра во всех отношениях.

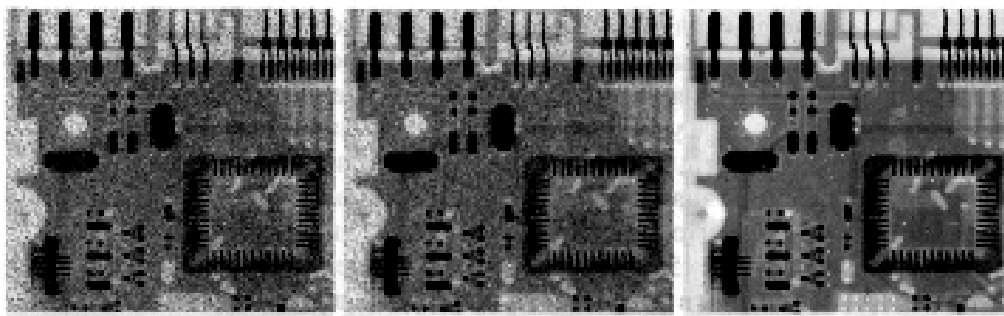


Рис. 3.4. Иллюстрация работы медианного фильтра в сравнении с линейным усредняющим фильтром

Пространственные фильтры повышения резкости

Главная цель повышения резкости заключается в том, чтобы подчеркнуть мелкие детали изображения или улучшить те детали, которые оказались расфокусированы вследствие ошибок или несовершенства самого метода съемки. Повышение резкости изображений используется достаточно широко – от электронной печати и медицинской интроскопии до технического контроля в промышленности и систем автоматического наведения в военной сфере.

Расфокусировка изображения, как было показано выше, может быть достигнута пространственной операцией усреднения значений точек по окрестности. Поскольку усреднение аналогично интегрированию, то логично прийти к выводу, что повышение резкости, будучи явлением, обратным по отношению к расфокусировке, может быть достигнуто пространственным дифференцированием. Это действительно так, и далее будут обсуждаться различные способы задания и использования операторов повышения резкости путем численного дифференцирования. С принципиальной точки зрения, величина отклика оператора производной в точке изображения пропорциональна степени разрывности изображения в данной точке. Таким образом, дифференцирование изображения позволяет усилить перепады и другие разрывы (например, шумы) и не подчеркивать области с медленными изменениями уровней яркостей.

Улучшение изображений с использованием вторых производных: лапласиан

Данный подход сводится к выбору дискретной формулировки двумерной второй производной и к последующему построению маски фильтра, основанной на данной формулировке. Будем рассматривать изотропные фильтры, отклик которых не зависит от направления неоднородностей на обрабатываемом изображении. Другими словами, изотропные фильтры являются инвариантными к повороту, в том смысле, что поворот изображения и последующее применение фильтра дает тот же результат, что и первоначальное применение фильтра с последующим поворотом результата.

Можно показать, что простейшим изотропным оператором, основанным на производных, является лапласиан (оператор Лапласа), который в случае функции двух переменных $f(x,y)$ определяется как:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}. \quad (3.3)$$

Поскольку производные любого порядка являются линейными операторами, то значит и лапласиан является линейным оператором.

Чтобы применить данное уравнение в цифровой обработке изображений, его необходимо выразить в дискретном виде. Существует несколько способов задать лапласиан в дискретном виде на основе значений соседних пикселей. Нижеследующее определение дискретной второй производной является одним из наиболее часто используемых. Принимая во внимание, что теперь имеются две переменные, для частной второй производной по x будет использоваться следующая формула:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y), \quad (3.4)$$

и, аналогично для производной по y :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y). \quad (3.5)$$

Дискретная формулировка двумерного лапласиана, заданного уравнением (3.3), получается объединением этих двух составляющих:

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y). \quad (3.6)$$

Это уравнение может быть реализовано с помощью маски, представленной на рис. 3.5, которая дает изотропный результат для поворотов на углы, кратные 90° (крайнее левое изображение). Способы реализации описаны при обсуждении уравнения (3.1) и иллюстрации для линейных сглаживающих фильтров. Здесь попросту используются другие значения коэффициентов.

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Рис. 3.5. Маски фильтров, используемые для реализации дискретного лапласиана

Диагональные направления могут быть включены в формулу дискретного лапласиана (3.6) добавлением еще двух членов – по одному для каждого из диагональных направлений. Вид каждого из них такой же, как в уравнении (3.4) или (3.5), но указываются координаты точек, расположенных по диагоналям. Поскольку каждая диагональная добавка включает член $-2f(x, y)$, то суммарный вычитаемый из суммы член составит $-8f(x, y)$. Маска, соответствующая такому новому определению, представлена на втором изображении слева. Такая маска является изотропной для поворотов на углы, кратные 45° . Две оставшиеся маски, показанные на рис. 3.5, также часто используются на практике. Они основаны на определении лапласиана, являющегося «негативным» по отношению к тому, который уже был рассмотрен. По существу они дают идентичный результат, но различие в знаке должно учитываться при комбинации – операцией сложения или вычитания – изображения, отфильтрованного лапласианом, с другим изображением.

Поскольку оператор Лапласа по сути является второй производной, его применение подчеркивает разрывы уровней яркостей на изображении и

подавляет области со слабыми изменениями яркостей. Это приводит к получению изображения, содержащего сероватые линии на месте контуров и других разрывов, наложенные на темный фон без особенностей. Но фон можно «восстановить», сохранив при этом эффект повышения резкости, достигаемый лапласианом. Для этого достаточно сложить исходное изображение и лапласиан. Как уже было только что отмечено, при этом необходимо помнить, какое из определений лапласиана было использовано. Если использовалось определение, использующее отрицательные центральные коэффициенты, тогда для получения эффекта повышения резкости изображение-лапласиан следует вычитать, и наоборот. Таким образом, обобщенный алгоритм использования лапласиана для улучшения изображений сводится к следующему:

$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) - \nabla^2 f(x, y), & w(0, 0) < 0; \\ f(x, y) + \nabla^2 f(x, y), & w(0, 0) \geq 0, \end{cases} \quad (3.7)$$

где $w(0, 0)$ – значение центрального коэффициента маски лапласиана.

На практике уравнение (3.7) обычно реализуется не в два этапа – первоначальное вычисление изображения, фильтрованного лапласианом, и последующее вычитание его из исходного изображения, – а в один. Для этого действия, описываемые данным уравнением, выполняются за один проход алгоритма при использовании единой маски. Коэффициенты такой единой маски легко получаются подстановкой уравнения (3.6) в первую строку уравнения (3.7):

$$g(x, y) = 5f(x, y) - [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)]. \quad (3.8)$$

Это уравнение может быть реализовано с помощью составной маски, показанной на рис. 3.6 слева. Маска, показанная справа, должна использоваться, если в вычисление лапласиана включаются диагональные соседние элементы. Идентичные маски получатся, если во вторую строку уравнения (3.7) подставить со знаком минус уравнение (3.6).

0	-1	0	-1	-1	-1
-1	5	-1	-1	9	-1
0	-1	0	-1	-1	-1

Рис. 3.6. Составные маски лапласиана

Результаты, получающиеся с применением маски, содержащей диагональные элементы, обычно являются более резкими, чем с применением первичной маски. Эта особенность проиллюстрирована изображениями на рис. 3.7, где изображена поврежденная при перегреве вольфрамовая нить накала (изображения получены сканирующим электронным микроскопом при приблизительно 250-кратном увеличении). Здесь представлены результаты фильтрации лапласианом с использованием масок рис. 3.5 (второе и третье изображение соответственно). Сравнивая изображения после фильтрации с оригиналом (первое изображение), можно заметить, что обе маски дают заметное улучшение, но результаты на крайнем справа изображении выглядят более резкими – диагональные элементы усиливают перепады яркостей.

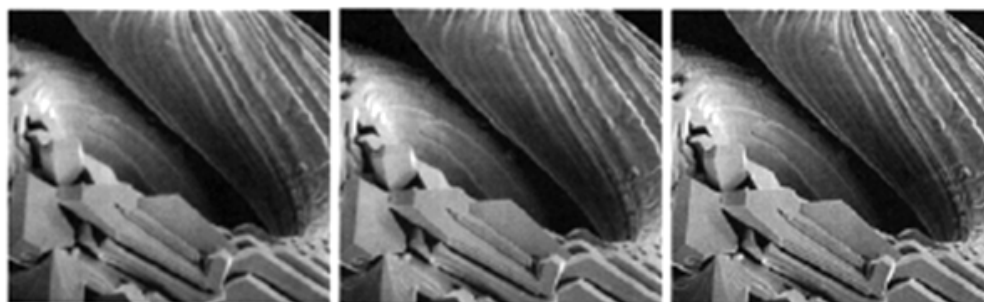


Рис. 3.7. Результаты фильтрации изображения с использованием нескольких масок лапласиана

Что же касается визуального восприятия в целом, то можно отметить, что детали на отфильтрованных изображениях видны значительно более чистыми и резкими, чем на исходном изображении. Добавление исходного изо-

бражения к лапласиану восстановило общий диапазон изменения яркостей, а лапласиан усилил контрасты в местах яркостных разрывов. Конечным результатом стало изображение, на котором мелкие детали улучшены, а фоновые полутона отлично сохранены. Результаты, подобные данному, позволили методам улучшения, основанным на лапласиане, стать основным инструментом, часто используемым для повышения резкости цифровых изображений.

Нерезкое маскирование и фильтрация с подъемом высоких частот

Процедура, много лет использующаяся в полиграфии для повышения резкости изображений, заключается в вычитании из изображения его расфокусированной копии. Эта процедура, называемая нерезким маскированием, выражается формулой:

$$f_s(x,y) = f(x,y) - \bar{f}(x,y), \quad (3.9)$$

где $f_s(x,y)$ обозначает изображение с повышенной резкостью, полученное нерезким маскированием, а $\bar{f}(x,y)$ – расфокусированная копия исходного изображения $f(x,y)$. Нерезкое маскирование ведет свое начало из фотографии, где для получения более резкого отпечатка на негатив накладывался расфокусированный позитив, и экспозиция осуществлялась через полученный двухслойный оригинал.

Некоторым обобщением нерезкого маскирования является фильтрация с подъемом высоких частот. Процедура фильтрации с подъемом высоких частот, формирующая изображение $f_{hb}(x,y)$, задается формулой:

$$f_{hb}(x,y) = Af(x,y) - \bar{f}(x,y), \quad (3.10)$$

где $A \geq 1$, а $\bar{f}(x,y)$, как и раньше, расфокусированная копия $f(x,y)$. Это уравнение может быть записано в виде:

$$f_{hb}(x,y) = (A-1)f(x,y) + f(x,y) - \bar{f}(x,y) = (A-1)f(x,y) + f_s(x,y). \quad (3.11)$$

Уравнение (3.11), вообще говоря, не определяет жестко способ получения резкого изображения. Можно выбрать использование лапласиана, тогда $f_s(x,y)$ может быть получено из уравнения (3.7). В этом случае уравнение для вычисления результата фильтрации с подъемом высоких частот будет иметь вид:

$$g(x,y)=\begin{cases} Af(x,y)-\nabla^2 f(x,y), w(0,0)<0; \\ Af(x,y)+\nabla^2 f(x,y), w(0,0)\geq 0. \end{cases} \quad (3.12)$$

Фильтрация с подъемом высоких частот также может быть реализована за один проход при использовании одной из двух масок, показанных на рис. 3.8. При $A = 1$ фильтрация с подъемом высоких частот становится «стандартным» повышением резкости с помощью лапласиана, при увеличении A больше 1 эффект увеличения резкости становится все меньше и меньше. В конце концов, при достаточно больших A , результат фильтрации изображения с подъемом высоких частот будет приблизительно совпадать с результатом умножения исходного изображения на константу.

0	-1	0
-1	$A+4$	-1
0	-1	0

(а)

-1	-1	-1
-1	$A+8$	-1
-1	-1	-1

(б)

Рис. 3.8. Маски для метода фильтрации с подъемом высоких частот, $A \geq 1$

Одним из типичных приложений фильтрации изображения с подъемом высоких частот является случай, когда исходное изображение темнее, чем это требуется. Варьированием коэффициента усиления высоких частот обычно удается добиться общего увеличения яркости изображения и получить желаемый результат. Рис. 3.9 иллюстрирует как раз такое применение метода. Изображение слева есть более темный вариант исходного изображения на рис. 3.7. На рис. 3.9 (б) показано изображение-лапласиан, полученное при использовании маски на рис. 3.8 (б) с $A = 0$. Центральное изображение было получено при использовании маски на рис. 3.9 справа, с $A = 1$. Как и ожидалось, изображение стало более резким, но все еще остается столь же темным, что и исходное. Наконец, на правом изображении показан результат при $A = 1,7$. Этот результат намного более приемлем, поскольку увеличен средний уровень яркости, а, следовательно, изображение стало более светлым и естественным для глаз.

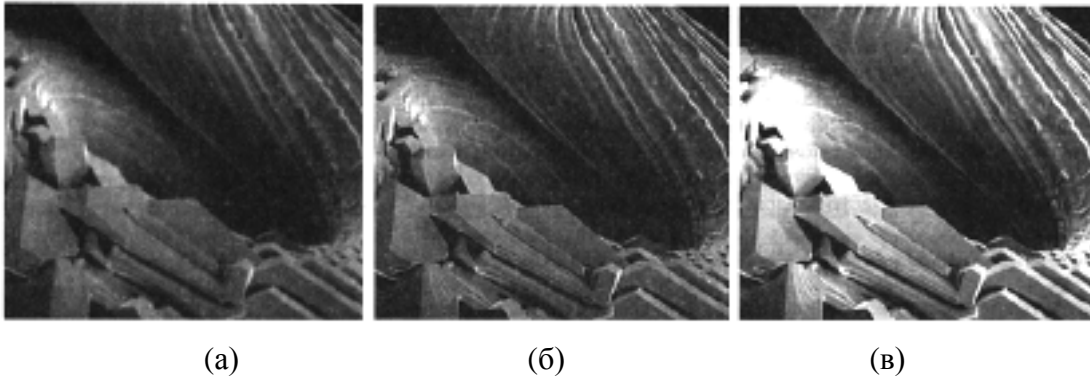


Рис. 3.9. Визуализация улучшения изображения при помощи фильтра усиления высоких частот

Улучшение изображений с использованием первых производных: градиент

В обработке изображений первые производные реализуются через модуль градиента. Для функции $f(x,y)$ градиент f в точке (x,y) определяется как двумерный *вектор-столбец*:

$$\nabla f = \begin{pmatrix} G_x \\ G_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

Модуль этого вектора определяется следующим образом:

$$|\nabla f| = \sqrt{G_x^2 G_y^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}. \quad (3.14)$$

Компоненты вектора градиента являются линейными операторами, но модуль вектора, очевидно, нет. С другой стороны, частные производные в уравнении (3.13) не являются инвариантными к повороту (изотропными), но модуль вектора градиента таковым является.

Объем вычислений, необходимый для обработки всего изображения оператором (3.14), достаточно велик, поэтому частой практикой является приближение значения модуля градиента:

$$|\nabla f| \approx |G_x| + |G_y|. \quad (3.15)$$

Это уравнение проще в вычислениях, оно все еще сохраняет относи-

тельные изменения в уровнях яркостей, но свойство изотропности пропадает. Однако, как и в случае лапласиана, свойства изотропности для определяемого в следующем абзаце дискретного градиента сохраняются только для ограниченного набора угловых приращений, который зависит от масок, используемых для приближения производных. Как оказывается, маски, наиболее часто используемые для приближения градиента, дают те же результаты только для углов, кратных 90° . Эти результаты не зависят от того, какое уравнение используется (3.14) или (3.15), так что при использовании более простого уравнения ничего существенного не теряется.

Аналогично лапласиану, первоначально будут определены дискретные приближения приведенных выше уравнений, а затем уже по ним будут сформированы соответствующие маски фильтров. Чтобы упростить последующие рассуждения, для указания точек в окрестности 3×3 будут использоваться обозначения, показанные на первом изображении рис. 3.10. Так, например, центральная точка z_5 обозначает $f(x, y)$, z_1 обозначает $f(x-1, y-1)$, и т. д.

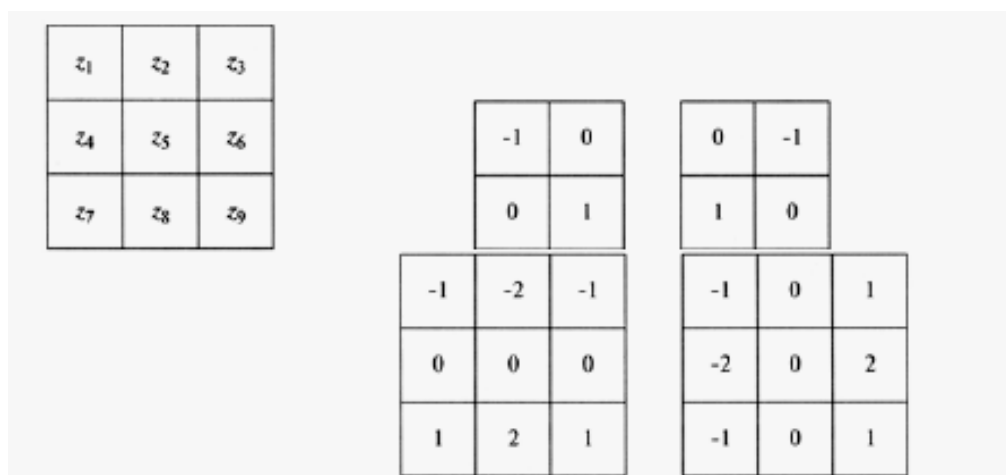


Рис. 3.10. Область изображения размерами 3×3 элемента ($z_1 \dots z_9$ – значения яркости соответствующих пикселей под маской) и маски, используемые для вычисления градиента в точке, отмеченной z_5

Простейшими приближениями первой производной являются следующие: $G_x = z_8 - z_5$ и $G_y = z_6 - z_5$. Два других определения, предложенные Робертсом в ранних исследованиях по цифровой обработке изображений, используют перекрестные направления:

$$G_x = z_9 - z_5, G_y = z_8 - z_6. \quad (3.16)$$

Если выбрать уравнение (3.14), то модуль градиента будет вычисляться по следующей формуле:

$$|\nabla f| = \sqrt{(z_9 - z_5)^2 + (z_8 - z_6)^2}. \quad (3.17)$$

Если используются абсолютные значения, тогда получим следующее приближение к значениям модуля градиента:

$$|\nabla f| \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6|. \quad (3.18)$$

Это уравнение может быть реализовано с помощью двух масок размера 2×2 , показанных на рис. 3.10. Эти маски называют перекрестным градиентным оператором Робертса. Однако маски четного размера реализовывать неудобно. Наименьшая маска фильтра, которая нас интересует, имеет размеры 3×3 . Приближением, использующим абсолютные значения для той же самой точки z_5 , но уже по маске 3×3 , будет:

$$|\nabla f| \approx |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|. \quad (3.19)$$

Разность между значениями пикселей в третьей и первой строках окрестности 3×3 приближает значение производной по направлению x , а разность между значениями пикселей в третьем и первом столбцах приближает значение производной по направлению y .

Маски 3×3 , представленные на рис. 3.10, называют оператором Собела. Они могут использоваться для реализации уравнений (3.17) – (3.18) с помощью того же алгоритма, что и уравнение (3.1). Использование весовых коэффициентов со значением 2 основано на стремлении присвоить центральным (в строках и столбцах) точкам большей значимости, и тем самым достичь большей значимости, и тем самым достичь большей гладкости. Заметим, что суммы коэффициентов каждой из масок равны 0, и это означает, что на участках изображения с постоянным уровнем яркости отклик любого из приведенных операторов будет

равен 0, как и должно быть у оператора, соответствующего первой производной.

Градиент часто используется в техническом контроле для того, чтобы помочь человеку обнаружить дефекты, или, что является более общим, как предварительная обработка в автоматизированном контроле. Рассмотрим некоторый простой пример, чтобы показать, как может быть использован градиент для улучшения видимости дефектов и для удаления слабо меняющихся характеристик фона. В данном конкретном примере улучшение используется в качестве шага предварительной обработки для последующего автоматического контроля, а не для визуального анализа.

На рис. 3.11 показано оптическое изображение контактной линзы, освещенной специальной световой установкой, предназначенной для подчеркивания неточностей. В данном случае можно заметить два дефекта на краях (они видны на окружности в позициях «4 и 5 часов»). Здесь же показан градиент, подсчитанный по формуле (3.18) с масками оператора Собела. Дефекты краев видны как на первом, так и на втором изображении, но преимуществом второго изображения является то, что удалены слабо меняющиеся изменения яркостей, тем самым упрощена задача автоматического контроля. Заметим также, что градиентная обработка подчеркивает мелкие дефекты, которые нелегко заметить на полутоновом изображении. Способность подчеркнуть мелкие неоднородности на ровном сером поле есть еще одна важная характеристика градиента.

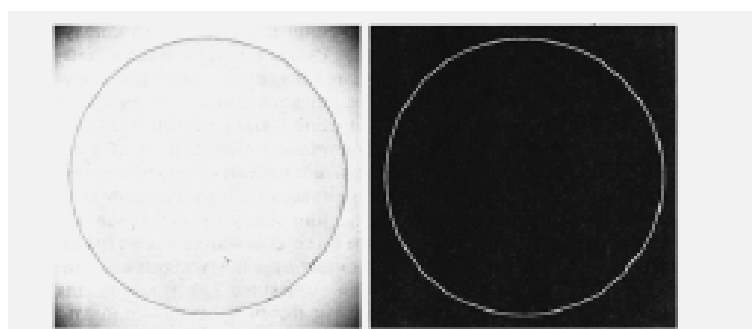


Рис. 3.11. Оптическое изображение контактной линзы и его градиент, полученный оператором Собела

3. ЗАДАНИЕ НА ЛАБОРАТОРНУЮ РАБОТУ

1. Реализовать алгоритм линейной фильтрации на примере заданного изображения. Получить расфокусированное изображение файла «g_orig.bmp» с использованием сглаживающей маски размера 3×3 .

2. Реализовать алгоритм медианной фильтрации на примере заданного изображения. Усилить резкость изображения файла «g_imp-noise.bmp», искаженного импульсным шумом, с использованием скользящей маски размера 3×3 .

3. Реализовать алгоритм повышения резкости с использованием вторых производных (лапласиана). Для заданного изображения «planet.bmp» построить изображение-лапласиан, произведя его градационную коррекцию тем или иным способом. Произвести восстановление изображения с повышением резкости, для чего совместить (сложить или вычесть) исходное изображение с изображением-лапласианом с учетом знака центрального элемента маски фильтра.

4. Модифицировать алгоритм повышения резкости с использованием лапласиана для случая подъема высоких частот. Получить результаты работы фильтра для трех значений коэффициента A согласно варианту.

5. Реализовать алгоритм усиления резкости с градиентом в качестве фильтра. Использовать маски 3×3 оператора Собела. Для изображения «planet.bmp» сравнить результаты фильтрации с фильтрами Лапласа и градиента, сделать необходимые выводы.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Титульный лист с названием лабораторной работы, фамилией и группой.
2. Номер варианта и соответствующее имя файла для обработки.
3. Для каждого проводимого преобразования отобразить результирующие изображение в сравнении с исходным, указав при этом параметры преобразования.
4. Выводы о проделанной работе согласно цели.

5. ПРИМЕРЫ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

1. Дать определения понятиям фильтрации, маски, ядра, окна фильтра, отклику фильтра.
2. Записать формулу (3.2) для случая маски размеров 3×3 .
3. Сглаживающий усредняющий фильтр. Цель применения (2-3), результат работы сглаживающего фильтра.
4. Принцип работы метода сглаживания однородного усредняющего фильтра и фильтра взвешенного среднего. Отличия в применении.
5. Пример нелинейной фильтрации – медианный фильтр. Случаи возможного применения.
6. Фильтры максимума и минимума. Формулы отклика для окрестности $n \times n$.
7. Цели задачи повышения резкости. Негативные составляющие увеличения резкости.
8. Дискретная реализация оператора Лапласа.
9. Суть процедуры нерезкого маскирования и фильтрации с подъемом высоких частот. Возможные случаи применения. Переход к оператору Лапласа.
10. Дискретная формула оператора градиента. Маски Робертса и Собела.

Учебное электронное издание
Методы обработки изображений
Лабораторный практикум. Ч. 1

Составители: *Воронов* Сергей Васильевич, *Ташлинский* Александр Григорьевич,
Горбачев Иван Владимирович

ЭИ № 628. Объем данных 1,33 Мб.

Редактор Е. Б. Полякова

Печатное издание
Подписано в печать 25.05.2016 г. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 3,02. Тираж 40 экз. Заказ 480.

Ульяновский государственный технический университет
432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.
ИПК «Венец» УлГТУ, 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.
Тел.: (8422) 778-113
E-mail: venec@ulstu.ru
<http://www.venec.ulstu.ru>