

# **Instrumentación Electrónica: Medición de circuitos de corriente continua y corriente alterna**

Pazos Pérez, José  
DNI

# Índice

<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>1 Material</b>	<b>3</b>
1.1 Corriente Continua (Experiencia I)	3
1.2 Corriente Alterna (Experiencia II)	3
<b>2 Tratamiento de datos</b>	<b>3</b>
2.1 Reglas de redondeo	4
2.2 Incertidumbre de medidas directas	4
2.3 Múltiples medidas directas	4
2.4 Regresión lineal simple	4
2.5 Propagación de incertidumbres	6
<b>I Corriente Continua</b>	<b>7</b>
<b>1 Objetivos</b>	<b>7</b>
<b>2 Resultados</b>	<b>7</b>
2.1 Medida de resistencias	7
2.1.1 Código de colores	7
2.1.2 Medida directa	8
2.2 Ley de Ohm	9
2.2.1 Explicación teórica	9
2.2.2 Estimación indirecta	9
2.2.3 Representación gráfica de V frente a I	11
2.2.4 Ajuste por mínimos cuadrados	12
2.3 Circuito en Serie	14
2.3.1 Procedimiento de medición	15
2.3.2 Resistencia equivalente	15
2.3.3 Medición experimental	16
2.3.4 Representación gráfica de V frente a I	16
2.3.5 Ajuste por mínimos cuadrados	17
2.4 Circuito en Paralelo	18
2.4.1 Procedimiento de medición	18
2.4.2 Resistencia equivalente	19
2.4.3 Medición experimental	19

<b>3 Conclusiones</b>	<b>20</b>
<b>II Corriente Alterna</b>	<b>21</b>
<b>Anexos</b>	<b>22</b>
A Bibliografía . . . . .	22

# Introducción

El objetivo de esta memoria es ofrecer un informe detallado de las prácticas de instrumentación, detallando las distintas experiencias llevadas a cabo con circuitos de **corriente continua** y **corriente alterna**.

## 1 Material

### 1.1 Corriente Continua (Experiencia I)

- Polímetro
- Fuente de alimentación (CC)
- Resistencias de  $180k\Omega$ ,  $220k\Omega$ ,  $390k\Omega$  y  $1M\Omega$
- Tablero de conexiones
- Cables

### 1.2 Corriente Alterna (Experiencia II)

- Osciloscopio
- Fuente de alimentación (CA, senoidal)
- Resistencia de  $10k\Omega$
- Condensador de  $12nF$
- Tablero de conexiones
- Cables

## 2 Tratamiento de datos

Para una correcta interpretación de los resultados expuestos en las próximas páginas, explicaremos las distintas metodologías y convenciones sobre el tratamiento de los datos de las mismas. En este apartado se incluyen la explicación de los métodos de **regresión lineal** y **propagación de incertidumbres**.

## 2.1 Reglas de redondeo

En todas las mediciones expuestas utilizaremos los siguientes métodos de redondeo, aquellos convenidos en las jornadas de introducción:

1. Si la cifra en la posición  $n+1$  es mayor que 5, la cifra  $n$  se incrementa en una unidad.
2. Si la cifra en la posición  $n+1$  es menor que 5, la cifra  $n$  se mantiene igual.
3. Si la cifra en la posición  $n+1$  es igual a 5, y alguna de las otras cifras suprimidas es distinta de 0, la cifra  $n$  se incrementa en una unidad.
4. Si la cifra en la posición  $n+1$  es igual a 5, y el resto de cifras suprimidas son iguales a 0, la cifra  $n$  se mantiene igual si es par y se incrementa en una unidad si es impar.

## 2.2 Incertidumbre de medidas directas

En la práctica de corriente continua debemos indicar las incertidumbres de las mediciones realizadas. Como el polímetro utilizado es un aparato digital, consideraremos que una estimación de la incertidumbre sobre el valor real será la resolución ( $\Delta x$ ) del mismo. Por lo tanto, tomaremos una unidad de la última cifra que muestre el aparato como  $s_B(x)$ .

Como en estas medidas no existe otro tipo de incertidumbre a la que podamos aplicar un tratamiento estadístico, consideraremos  $s_B(x)$  la incertidumbre final de la medida.

## 2.3 Múltiples medidas directas

Si realizamos una serie de medidas directas, la desviación típica de la media ( $s_A(\bar{x})$ ) representa la incertidumbre de cualquier medida realizada con el mismo instrumento bajo las mismas condiciones. Con ambos datos podemos calcular la incertidumbre combinada:

$$s_C(\bar{x}) = \sqrt{[s_A(\bar{x})]^2 + [s_B(x)]^2} \quad (1)$$

## 2.4 Regresión lineal simple

Para ajustar los una serie de datos que parezcan seguir una relación lineal podemos utilizar el método de **ajuste por mínimos cuadrados**. Al ser *lineal*, podemos ajustarla por una recta general de la forma  $y = \alpha + \beta x$ . El problema a resolver es conseguir la mejor aproximación  $a$ ,  $b$  de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y sus incertidumbres utilizando nuestra serie de parámetros  $\{x_i, y_i\}$ .

Para ello minimizaremos la suma de los productos del peso estadístico de cada punto,  $w_i$ ,

por el cuadrado de la desviación de los datos,  $[y_i - (a + bx_i)]^2$ . Por lo tanto, las derivadas parciales respecto a  $a$  y  $b$  deben de ser 0.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n w_i [y_i - (a + bx_i)]^2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = 0, \frac{\partial \chi^2}{\partial b} = 0 \quad (3)$$

De aquí resultan dos posibles casos:

1. Si las incertidumbres de  $x_i$  no son despreciables respecto a las de  $y_i$ . Obtenemos la siguiente ecuación:  $\omega_i = \frac{1}{s^2(y_i) + b^2 s^2(x_i)}$ , que excede el nivel de este curso.
2. Si por el contrario podemos despreciar las incertidumbres de  $x_i$  respecto a  $y_i$ , podemos simplificar la ecuación anterior a  $\omega_i = [s(y_i)]^{-2}$ .

En nuestro caso, tanto en la estimación de una resistencia mediante la ley de Ohm como en el circuito en serie se pueden despreciar las incertidumbres. En ambos representaremos intensidad (I) frente a voltaje (V). La incertidumbre de la intensidad es del orden de  $10^{-7}$ , mientras que la del voltaje es del orden de  $10^{-2}$ , por lo que podremos aplicar el segundo método.

Además, podemos considerar que las incertidumbres de  $y_i$  permanecen constantes entre las diferentes medidas, por lo que también lo hará el peso estadístico  $w = cte$ . Podemos sustituir en la fórmula 2 y derivar respecto a  $a$  y  $b$  para obtener:

$$\chi^2 = w \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$$

$$an + b \sum_i x_i = \sum_i y_i \quad \sum_i x_i + b \sum_i x_i^2 = \sum_i x_i y_i \quad (4)$$

Finalmente, conseguimos las expresiones matemáticas de  $a$  y  $b$  en base a la serie de medidas  $\{x_i, y_i\}$ :

$$a = \frac{(\sum_i y_i)(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)(\sum_i x_i y_i)}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2} \quad (5)$$

$$b = \frac{n(\sum_i x_i y_i) - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2} \quad (6)$$

Además de los coeficientes para ajustar la recta, también podemos obtener otras magnitudes de interés sobre nuestra muestra:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - a - bx_i)^2}{1}} \quad (7)$$

Figura 1: Desviación típica del ajuste para la muestra

$$s(a) = s \sqrt{\frac{\sum_i x_i^2}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}} \quad s(b) = s \sqrt{\frac{n}{n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}} \quad (8)$$

Figura 2: Incertidumbres de los parámetros  $a$  y  $b$

$$r = \frac{n(\sum_i x_i y_i) - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)}{\sqrt{[n(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2][n(\sum_i y_i^2) - (\sum_i y_i)^2]}} \quad (9)$$

Figura 3: Coeficiente de regresión lineal

## 2.5 Propagación de incertidumbres

Hay que hayar la incertidumbre correcta para aquellas medidas que sean indirectas (no se miden experimentalmente, si no que se aplican fórmulas a mediciones experimentales). Para ello empleamos el método de propagación de incertidumbres, que nos da la desviación estándar combinada:

$$s(y) = \sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 s^2(x_i)} \quad (10)$$

Las magnitudes  $x_i$  son aquellas medidas experimentalmente de las que depende la magnitud indirecta  $y$ . Todas las magnitudes  $x_i$  han de ser independientes entre si.

## Experiencia I

# Corriente Continua

## 1 Objetivos

- Comprobar que el código de colores de las resistencias se corresponde con su valor real.
- Verificar el cumplimiento de la ley de Ohm ( $V = I \cdot R$ ) en un circuito simple.
- Verificar las leyes de asociación de resistencias en circuitos en serie, paralelo y mixto.
- Perfeccionar el manejo del polímetro y demás utensilios del laboratorio.

## 2 Resultados

### 2.1 Medida de resistencias

El material de la práctica incluye cuatro resistencias. Para conocer sus valores utilizaremos dos métodos distintos, uno teórico y uno experimental, y luego contrastaremos los resultados.

#### 2.1.1 Código de colores

Las resistencias tienen cuatro bandas de colores que indican su **valor nominal**. Estos colores se rigen por el siguiente código de resistencias estándar para cuatro bandas.



Color	1º	2º	Multiplicador	Tolerancia
Negro	0	0	1Ω	-
Marrón	1	1	10Ω	±1%
Rojo	2	2	100Ω	±2%
Naranja	3	3	1kΩ	-
Amarillo	4	4	10kΩ	-
Verde	5	5	100kΩ	±0,5%
Azul	6	6	1MΩ	±0,25%
Violeta	7	7	10MΩ	±0,1%
Gris	8	8	100MΩ	±0,05%
Blanco	9	9	1GΩ	-
Dorado	-	-	0,1Ω	±5%
Plateado	-	-	0,01Ω	±10%

Figura 4: Código de colores para resistencias

En base a esta tabla podemos calcular el valor teórico de la resistencia y su indeterminación (La tolerancia por el valor nominal). La primera banda indicará la primera cifra (A), la segunda banda será la segunda cifra (B), y la tercera banda la potencia de diez a la que está elevado ( $C = 10^n$ ). Por lo tanto, el número resultante será de la forma  $AB \cdot C$ . La última banda representa la tolerancia de acuerdo a la tabla anterior. Así tenemos los siguientes resultados, ordenados de menor a mayor.





Resistencia	Color	V. Nominal (Ω)	Tolerancia (%)	s(R) (Ω)
$R_1$		180000	5	9000
$R_2$		220000	5	11000
$R_3$		390000	5	19500
$R_4$		1000000	5	50000

Tabla 1: Medida del valor nominal de las resistencias

### 2.1.2 Medida directa

Ahora utilizaremos el polímetro para determinar el valor experimental de cada resistencia y comprobar si se corresponde al valor teórico. Configuramos el polímetro para la medición de resistencias, y obtenemos los siguientes resultados:

Resistencia	Lectura ( $\Omega$ )	Resolución ( $\Omega$ )	$R \pm s(R)$ ( $\Omega$ )
$R_1$	175500	100	$175500 \pm 100$
$R_2$	216000	1000	$216000 \pm 1000$
$R_3$	394000	1000	$394000 \pm 1000$
$R_4$	1006000	1000	$1006000 \pm 1000$

Tabla 2: Medida del valor experimental de las resistencias

Podemos observar que los resultados experimentales entran dentro del umbral de confianza del 5% de los obtenidos teóricamente, por lo que asumiremos que son correctos.

## 2.2 Ley de Ohm

### 2.2.1 Explicación teórica

Si tomamos un circuito eléctrico de corriente continua, podemos derivar la siguiente relación entre la diferencia de potencial del circuito ( $V$ ), la intensidad que circula por él ( $I$ ) y la resistencia eléctrica del material ( $R$ ). A esta relación la llamamos **Ley de Ohm**.

$$V = I \cdot R \quad (11)$$

Seguendo el sistema internacional (SI),  $V$  se expresa en Voltios ( $V$ ),  $I$  en Amperios ( $A$ ) y  $R$  en Ohmios ( $\Omega$ ).

### 2.2.2 Estimación indirecta

Ahora comprobaremos experimentalmente el cumplimiento de la Ley de Ohm. Para ello construiremos un circuito simple, utilizando una fuente de corriente continua y una resistencia ( $R_1$ : 180k $\Omega$ ). Lo dispondremos de la siguiente manera:

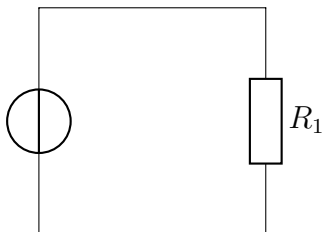


Figura 5: Circuito simple

Colocaremos el polímetro en dos posiciones: Para medir la intensidad, en serie; para medir el potencial, en paralelo alrededor de la resistencia. Podemos verlo en el diagrama mostrado a continuación.

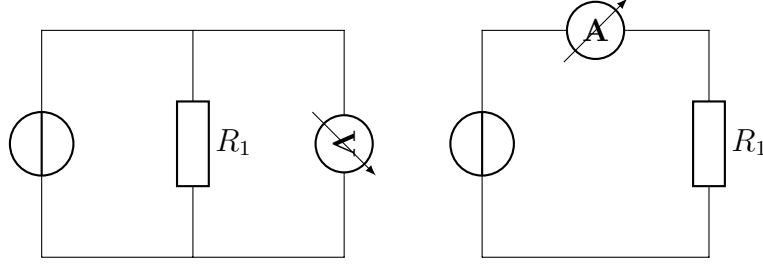


Figura 6: Medición de potenciales y intensidades

Ahora configuramos la fuente de corriente continua para un voltaje  $V_1$ , y medimos con el polímetro primero el voltaje (Porque la medida de la fuente no siempre es fiable) y luego la intensidad asociada a ese voltaje,  $I_1$ . Realizamos sucesivas mediciones aumentando progresivamente el voltaje, y obtendremos unos datos, por ejemplo:

Medida	$V \pm s(V)$ (V)	$I \pm s(I)$ (I)
1	$1,184 \pm 0,001$	$6,7\text{E-}06 \pm 1\text{E-}07$
2	$2,11 \pm 0,01$	$1,20\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$

Tabla 3: Ejemplo de las mediciones de voltaje e intensidad

Sim embargo, nuestro objetivo es comprobar si se cumple la Ley de Ohm, y para eso debemos de calcular el valor de las resistencias de manera indirecta. Para eso utilizaremos la ecuación 11 y despejaremos para  $R$ .

$$R = \frac{V}{I}$$

Ahora debemos de calcular la incertidumbre de  $R$ ,  $s(R)$ . Para ello utilizamos el método de propagación de incertidumbres descrito en la sección 2.5, y utilizaremos la ecuación 10. Tomaremos  $V$  como  $x_1$ ,  $I$  como  $x_2$  y  $R$  como  $y$ .

$$\begin{aligned}
 s(R) &= \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V}\right)^2 s^2(V) + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 s^2(I)} & \frac{\partial R}{\partial V} &= \frac{1}{I} & \frac{\partial R}{\partial I} &= -\frac{V}{I^2} \\
 s(R) &= \sqrt{\left(\frac{1}{I}\right)^2 s^2(V) + \left(-\frac{V}{I^2}\right)^2 s^2(I)} & & & &
 \end{aligned} \tag{12}$$

Aplicamos la fórmula anterior para calcular las incertidumbres de  $R$ . Redondeamos  $s(R)$  para que tenga dos cifras significativas (Por ejemplo: De 2641 a  $2,6 \cdot 10^3$ ) y ajustamos  $R$  para que su última cifra significativa coincida con la posición decimal de la última cifra significativa de  $s(R)$ . (Por ejemplo: con  $s(R) = 2,6 \cdot 10^3$ ,  $R$  se redondearía a las centenas ( $10^2$ )). Utilizamos las técnicas de redondeo del apartado 2.1.

Medida	$V \pm s(V)$ (V)	$I \pm s(I)$ (I)	$R \pm s(R)$ ( $\Omega$ )
1	$1,184 \pm 0,001$	$6,7\text{E-}06 \pm 1\text{E-}07$	$1,767\text{E+}05 \pm 2,6\text{E+}03$
2	$2,11 \pm 0,01$	$1,20\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,758\text{E+}05 \pm 1,7\text{E+}03$
3	$3,04 \pm 0,01$	$1,72\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,767\text{E+}05 \pm 1,2\text{E+}03$
4	$4,06 \pm 0,01$	$2,30\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7652\text{E+}05 \pm 8,8\text{E+}02$
5	$5,04 \pm 0,01$	$2,86\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7622\text{E+}05 \pm 7,1\text{E+}02$
6	$6,08 \pm 0,01$	$3,45\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7623\text{E+}05 \pm 5,9\text{E+}02$
7	$7,10 \pm 0,01$	$4,03\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7618\text{E+}05 \pm 5,0\text{E+}02$
8	$8,10 \pm 0,01$	$4,60\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7609\text{E+}05 \pm 4,4\text{E+}02$
9	$9,16 \pm 0,01$	$5,21\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7582\text{E+}05 \pm 3,9\text{E+}02$
10	$10,14 \pm 0,01$	$5,76\text{E-}05 \pm 1\text{E-}07$	$1,7604\text{E+}05 \pm 3,5\text{E+}02$

Tabla 4: Potenciales e intensidades de un circuito simple con la resistencia  $R_1$

Podemos observar que el valor de  $R$  es prácticamente constante para cualquier combinación de voltajes e intensidades que escojamos. Además, se adecua mucho al valor experimental que obtuvimos en el apartado 2.1.2 ( $175500 \pm 100 \Omega$ ), por lo que podemos concluir que se cumple la **Ley de Ohm**.

### 2.2.3 Representación gráfica de V frente a I

Hagamos ahora una representación gráfica de los valores del potencial ( $V$ ) frente a los de la intensidad ( $I$ ). Para hacer la gráfica utilizaremos el paquete `matplotlib` y para cargar los datos desde un `.csv` en el que tabulamos los datos (que también usamos para generar las tablas en `LATEX`) añadiremos `pandas` (una extensión de `numpy`).

```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

d = pd.read_csv(name + ".csv", sep=';', decimal=',')
x = d["i"] ; y = d["v"]
n = d.shape[0]

def plot(x, y):
    plt.scatter(x, y)
    plt.xlabel('I ($\mu$A)')
    plt.ylabel('V(V)', rotation=0, labelpad=20)
    plt.show()

plot(x, y)
```

Vamos a crear una gráfica *scatter* (de dispersión) para no unir los puntos de manera automática, ya que los valores medidos en el laboratorio son discretos. También cambiaremos la escala del eje x a  $\mu\text{A}$  para una leyenda más compacta. La exportamos a .pgf para poder cargarla en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X sin pérdida de calidad, y la representamos a continuación:

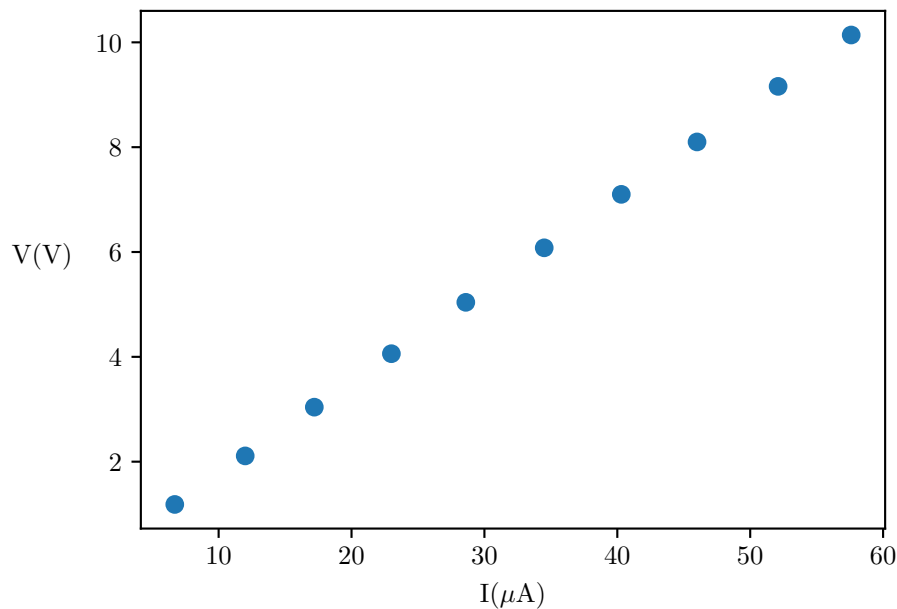


Figura 7: Voltaje (V) frente a intensidad (I)

#### 2.2.4 Ajuste por mínimos cuadrados

Como podemos observar, parece que existe una relación lineal entre las dos magnitudes. Procedemos entonces a hacer un ajuste de regresión lineal por mínimos cuadrados. Como explicamos en la sección 2.4, tenemos que calcular los coeficientes  $a$  y  $b$  de la recta  $a + bx$ . Para ello utilizamos las ecuaciones 5 y 6. Como vemos, hay que calcular los siguientes términos:

$$\sum_i x_i \quad \sum_i y_i \quad \sum_i x_i y_i \quad \sum_i x_i^2$$

Para ello, utilizaremos la tabla en .csv en la que tenemos los datos, y la cargaremos en python. Ahora definiremos una función `reg_lin()` que calcule estas sumas a partir de las columnas de nuestra tabla y las almacene en variables separadas. Posteriormente, aplicaremos las fórmulas 5 y 6 y calcularemos así los términos  $a$  y  $b$ .

```
def reg_lin(x, y, n):
    sx = x.sum()
    sy = y.sum()
    sxy = (x*y).sum()
```

```

sx2 = (x**2).sum()

a = (sy*sx2 - sx*sxy) / (n*sx2 - sx**2)
b = (n*sxy - sx*sy) / (n*sx2 - sx**2)

return a, b

a, b = reg_lin(x, y, n)

```

El comando `.sum()` de la tabla de cargamos en **pandas** simplemente suma todos los términos de la columna que especificamos. En este caso, tomamos la columna `x` como la intensidad ( $I$ ) y la columna `y` como el potencial ( $V$ ) de la tabla 4, que cargamos directamente en **python**. También podemos realizar operaciones con las columnas antes de sumar sus términos, como multiplicar una por otra o elevar sus términos al cuadrado. Así podemos crear los sumatorios necesarios para resolver las fórmulas de  $a$  y  $b$ . Obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
\sum_i x_i &= 3,18 \cdot 10^{-4} & \sum_i y_i &= 56,0 & \sum_i x_i y_i &= 2,25 \cdot 10^{-3} & \sum_i x_i^2 &= 1,28 \cdot 10^{-8} \\
a &= 9,19 \cdot 10^{-3} & b &= 175000
\end{aligned}$$

Podemos utilizar ahora estos valores para crear la gráfica con la recta que mejor se ajuste a los datos, añadiendo el siguiente código a nuestra función `plot()`:

```

def plot(x, y, a, b):
    #Codigo anterior
    xr = np.linspace(5, 60, 10)
    yr = (a + b*xr) / (10**6)
    plt.plot(xr, yr, color="skyblue", zorder=1)

```

Y, ahora sí, podemos ver nuestra gráfica completa.

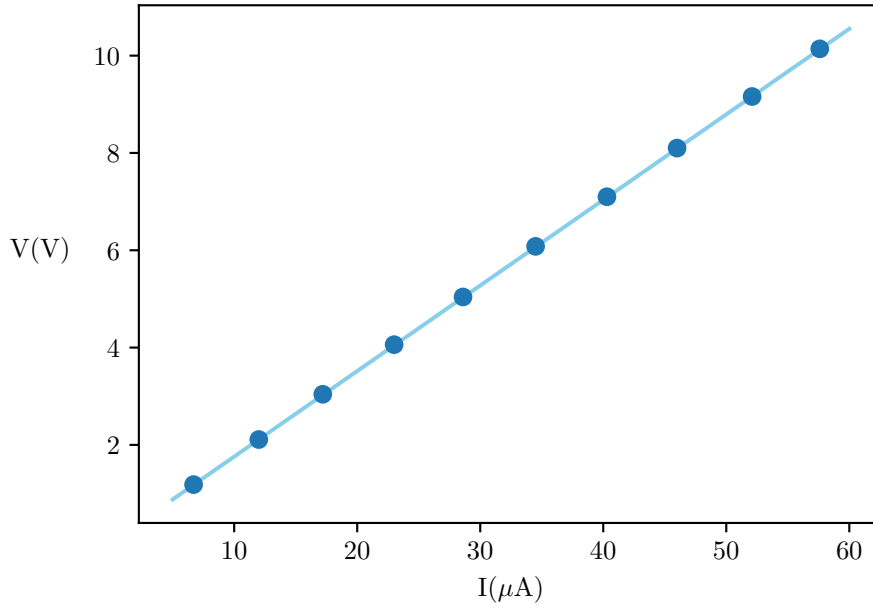


Figura 8: Voltaje (V) frente a intensidad (I) con regresión lineal

A simple vista se puede observar que el ajuste es razonablemente preciso. Sin embargo, podemos obtener una medida fiable de cuán preciso es. Para ello utilizamos el coeficiente de regresión lineal (Ecuación 9). En este caso, obtenemos que es  $r = 0.999997$ , un ajuste con cinco nueves, lo cual muestra una precisión notable.

## 2.3 Circuito en Serie

La siguiente experiencia consiste en crear un circuito con tres resistencias ( $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ ) en serie con el objetivo de medir la intensidad del circuito, y el potencial total y en cada resistencia. Para ello colocaremos los componentes de la siguiente manera:

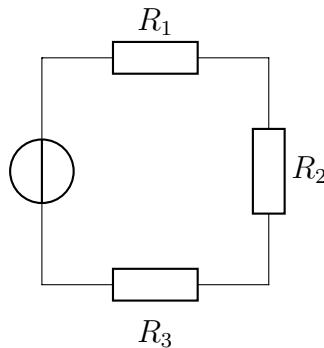


Figura 9: Circuito con tres resistencias en serie

### 2.3.1 Procedimiento de medición

Para medir las diferentes magnitudes, colocaremos el polímetro en serie para las intensidades y en paralelo para los voltajes.

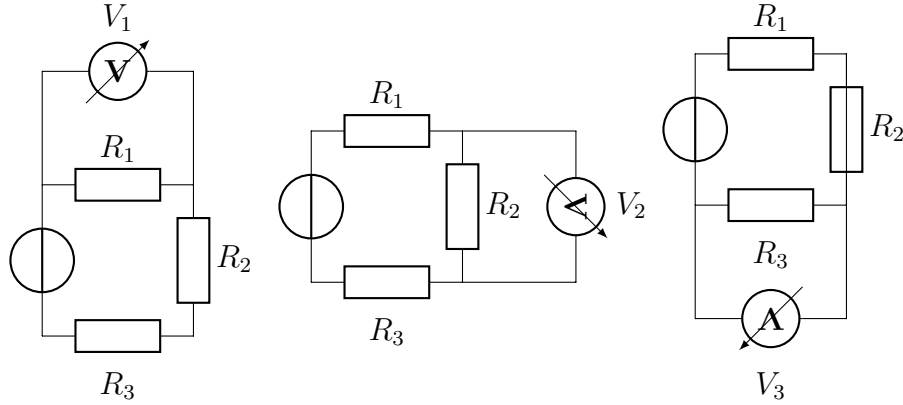


Figura 10: Medición de potenciales de  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  respectivamente

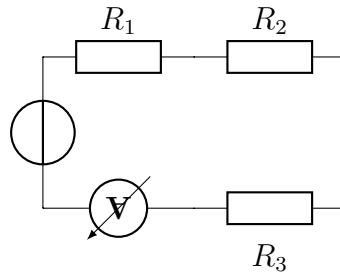


Figura 11: Medición de la intensidad total del circuito

### 2.3.2 Resistencia equivalente

Primero debemos de averiguar cual es la resistencia equivalente de todo el circuito. Para ello utilizamos la siguiente fórmula, que se aplica a resistencias en serie:

$$R_S = \sum_{k=1}^N R_k \quad R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (13)$$

De aquí podemos deducir que la diferencia de potencial para cada resistencia será distinta, y que su suma ha de resultar en la total del circuito. En este caso:

$$V = \sum_{k=1}^N V_k \quad V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (14)$$

Por lo tanto, calculamos la resistencia equivalente del circuito aplicando la fórmula 13:

$$R_S = 175500 + 216000 + 394000 = 785500\Omega \quad s(R_S) = \pm(100 + 1000 + 1000) = \pm 2100\Omega$$

$$R_S = 785500 \pm 2100\Omega$$



### 2.3.3 Medición experimental

Siguiendo el procedimiento anterior, realizamos una serie de medidas en el circuito 9. Iremos variando el potencial ( $V$ ) de la fuente y anotando los cambios del resto de magnitudes. Como especificamos en el apartado 2.2 tomaremos la resolución de la medida como su incertidumbre.

Medida	$V (V) \pm s(V)$	$V_1 (V) \pm s(V_1)$	$V_2 (V) \pm s(V_2)$	$V_3 (V) \pm s(V_3)$	$I (A) \pm s(I)$
1	$1,063 \pm 0,001$	$0,233 \pm 0,001$	$0,289 \pm 0,001$	$0,523 \pm 0,001$	$1,3E-06 \pm 1E-07$
2	$2,05 \pm 0,01$	$0,451 \pm 0,001$	$0,558 \pm 0,001$	$1,011 \pm 0,001$	$2,5E-06 \pm 1E-07$
3	$3,04 \pm 0,01$	$0,671 \pm 0,001$	$0,830 \pm 0,001$	$1,502 \pm 0,001$	$3,8E-06 \pm 1E-07$
4	$4,06 \pm 0,01$	$0,894 \pm 0,001$	$1,106 \pm 0,001$	$1,990 \pm 0,001$	$5,1E-06 \pm 1E-07$
5	$5,04 \pm 0,01$	$1,110 \pm 0,001$	$1,374 \pm 0,001$	$2,47 \pm 0,01$	$6,3E-06 \pm 1E-07$
6	$6,12 \pm 0,01$	$1,347 \pm 0,001$	$1,667 \pm 0,001$	$3,00 \pm 0,01$	$7,7E-06 \pm 1E-07$
7	$7,08 \pm 0,01$	$1,558 \pm 0,001$	$1,928 \pm 0,001$	$3,47 \pm 0,01$	$8,9E-06 \pm 1E-07$
8	$8,07 \pm 0,01$	$1,777 \pm 0,001$	$2,19 \pm 0,01$	$3,96 \pm 0,01$	$1,02E-05 \pm 1E-07$
9	$9,00 \pm 0,01$	$1,970 \pm 0,001$	$2,44 \pm 0,01$	$4,42 \pm 0,01$	$1,13E-05 \pm 1E-07$
10	$10,08 \pm 0,01$	$2,21 \pm 0,01$	$2,74 \pm 0,01$	$4,95 \pm 0,01$	$1,27E-05 \pm 1E-07$

Tabla 5: Potenciales e intensidades del circuito en serie

### 2.3.4 Representación gráfica de $V$ frente a $I$

Utilizaremos el mismo programa de `python` que en el apartado anterior para representar nuestro voltaje ( $V$ ) frente a la intensidad ( $I$ ).

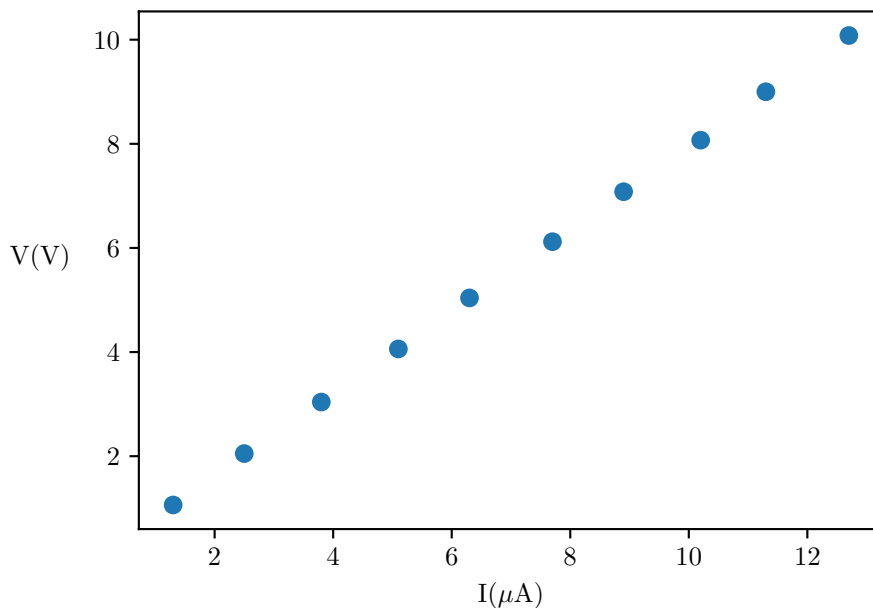


Figura 12: Voltaje ( $V$ ) frente a intensidad ( $I$ )

También podemos comparar la diferencia entre los potenciales de las distintas resistencias en serie añadiendo las gráficas de  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  frente a  $I$ .

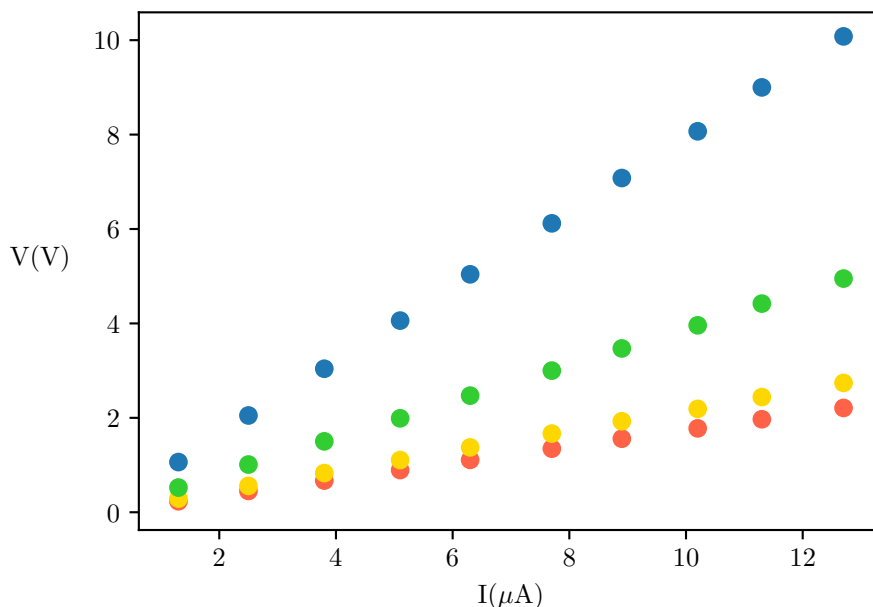


Figura 13: Voltajes ( $V$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) frente a intensidad ( $I$ )

### 2.3.5 Ajuste por mínimos cuadrados

Vuelve a aparecer lo que parece una relación lineal en la gráfica, por lo que pasaremos a hacer un ajuste por mínimos cuadrados. Como explicamos en el apartado inicial 2.4 y cómo ya aplicamos en la sección anterior, 2.2.4, calcularemos los parámetros  $a$  y  $b$  utilizando las ecuaciones 5 y 6, para ello calculando diversos sumatorios utilizando el programa de `python` que describimos, cargando la tabla en `.csv` con nuestros datos y aplicando las fórmulas de los sumatorias, con lo que obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \sum_i x_i &= 6,98 \cdot 10^{-5} & \sum_i y_i &= 55,6 & \sum_i x_i y_i &= 4,93 \cdot 10^{-4} & \sum_i x_i^2 &= 6,20 \cdot 10^{-10} \\ a &= 4,71 \cdot 10^{-2} & b &= 790000 \end{aligned}$$

El proceso sería el mismo para obtener los datos de las rectas de  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ . Finalmente podríamos dibujar las gráficas, ahora con una recta creada por regresión lineal que se ajusta a los datos que obtuvimos.

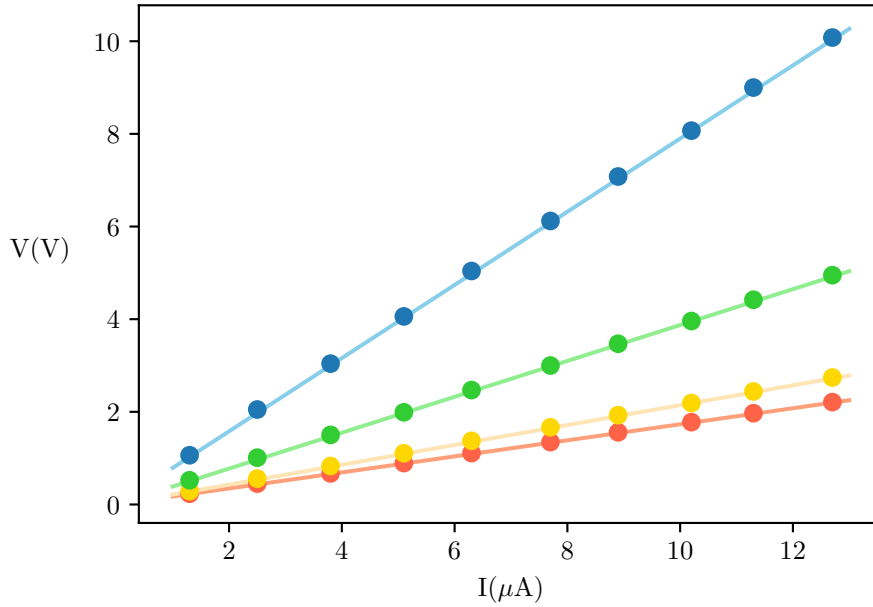


Figura 14: Voltajes ( $V$ ,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) frente a intensidad ( $I$ ) con regresión lineal

En cuanto a los coeficientes de regresión lineal, de nuevo obtenemos resultados satisfactorios:  $r = 0,99997$ ,  $r_1 = 0,99998$ ,  $r_2 = 0,99997$  y  $r_3 = 0,99997$ , un ajuste de cuatro nuevos en ambos casos.

## 2.4 Circuito en Paralelo

En este apartado construiremos un circuito utilizando tres resistencias ( $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ ) colocadas en paralelo. Ahora mediremos la intensidad en cada resistencia y total, además del voltaje del circuito. Colocamos los componentes siguiendo el diagrama:

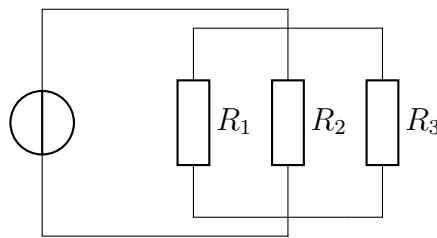


Figura 15: Circuito con tres resistencias en paralelo

### 2.4.1 Procedimiento de medición

Con el objetivo de medir las distintas magnitudes, conectaremos el polímetro en serie para las intensidades y en paralelo para los voltajes.

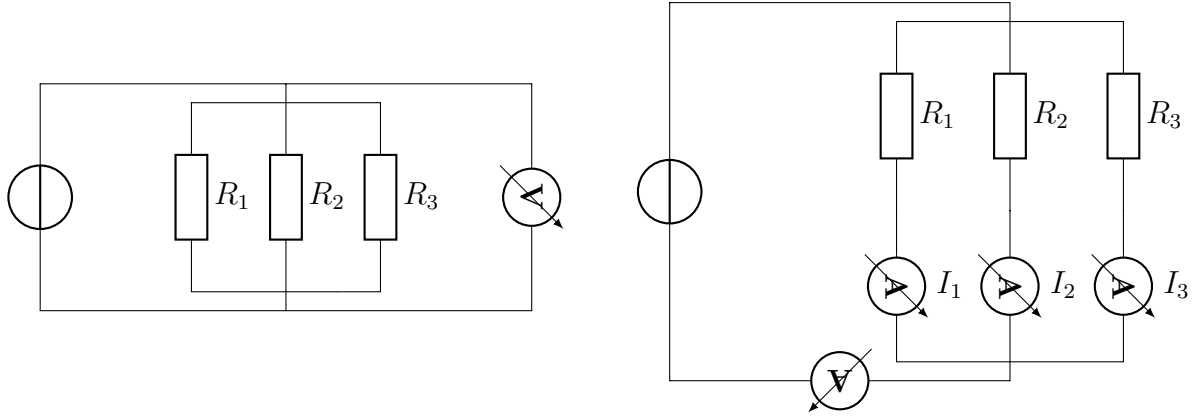


Figura 16: Medición de potencial del circuito ( $V$ ) y de intensidades, total ( $I$ ) y de cada resistencia ( $I_1$ ,  $I_2$  y  $I_3$  respectivamente)

### 2.4.2 Resistencia equivalente

Calculemos la resistencia equivalente al circuito aplicando la fórmula para resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_P} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} \quad \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (15)$$

Además de esto sabemos que la intensidad total del circuito se distribuirá entre las tres resistencias, verificándose que:

$$I = \sum_{k=1}^N I_k \quad I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (16)$$

Con esta información podemos calcular la resistencia equivalente al circuito aplicando la fórmula 15:

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{175500} + \frac{1}{216000} + \frac{1}{394000} \quad R_P = \frac{1}{\frac{1}{175500} + \frac{1}{216000} + \frac{1}{394000}} = 7,77 \cdot 10^4 \Omega$$

$$s(R_P) = \frac{1}{\frac{1}{\pm 100} + \frac{1}{\pm 1000} + \frac{1}{\pm 1000}} = \pm 83,3 \Omega \quad R_P = 7,77 \cdot 10^4 \pm 83,3 \Omega$$

### 2.4.3 Medición experimental

Utilizando el procedimiento descrito con anterioridad, realizamos una serie de mediciones en el circuito 15. Variaremos el voltaje para obtener diferentes medidas de los voltajes ( $V$ ) e intensidades ( $I$ ). El resultado se expone en la siguiente tabla (Por cuestiones de presentación se omitirá  $\pm s(I)$  en las columnas correspondientes, ya que quedaría redundante y sólo dificultaría la lectura sin aportar información.  $s(I) = s(I_1) = s(I_2) = s(I_3) = 1 \cdot 10^{-7} A$ ):

Medida	$V \text{ (V)} \pm s(V)$	$I_1 \text{ (V)}$	$I_2 \text{ (V)}$	$I_3 \text{ (V)}$	$I \text{ (A)}$
1	$1,132 \pm 0,001$	6,40E-06	5,10E-06	2,80E-06	1,45E-05
2	$2,07 \pm 0,01$	1,17E-05	9,40E-06	5,20E-06	2,64E-05
3	$3,01 \pm 0,01$	1,70E-05	1,37E-05	7,40E-06	3,83E-05
4	$4,04 \pm 0,01$	2,29E-05	1,85E-05	1,02E-05	5,16E-05
5	$5,06 \pm 0,01$	2,88E-05	2,32E-05	1,27E-05	6,48E-05
6	$6,07 \pm 0,01$	3,45E-05	2,78E-05	1,53E-05	7,76E-05
7	$7,09 \pm 0,01$	4,03E-05	3,25E-05	1,79E-05	9,07E-05
8	$8,08 \pm 0,01$	4,59E-05	3,70E-05	2,04E-05	1,03E-04
9	$9,07 \pm 0,01$	5,15E-05	4,16E-05	2,29E-05	1,16E-04
10	$10,12 \pm 0,01$	5,75E-05	4,64E-05	2,56E-05	1,29E-04

Tabla 6: Potenciales e intensidades del circuito en paralelo

### 3 Conclusiones

Experiencia II

## Corriente Alterna

# Anexos

## A Bibliografía

(All the info)