

# Stukan 1

**Ordkunskap:** Se till att du vet vad dessa begrepp innebär:

linjärt ekvationssystem

trappstegsform

elementär radoperation

inkonsistent ekvationssystem

gausseliminering

utökad matris / totalmatris

**Övning 1.** Överför följande matriser till trappstegsform (eng. row echelon form):

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

**Övning 2.** Lös följande ekvationssystem med hjälp av Gausseliminering:

a)

$$\begin{cases} 4x - y - 3z = -3 \\ x + 2y + z = -2 \\ -2x + 5y + z = -1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + y - 4z = 1 \\ y + z = 4 \\ x + 2y - 3z = 9 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x + y - 4z = 1 \\ y + z = 4 \\ x + 4y - z = 13 \end{cases}$$

**Facit:** Se nästa sida.

**Övning 1.** Observera att det kan finnas fler än ett svar.

a)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \sim \dots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

b) Här kan du börja med att byta plats på rad 1 och rad 2 för att få en 1:a längst upp till vänster i matrisen. Detta är inte obligatoriskt men det blir lite enklare att gausseliminera vidare genom att ta (rad 2  $-$  4  $\cdot$  rad 1) och (rad 3  $+$  2  $\cdot$  rad 1).

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & -3 \\ -2 & 5 & 1 \end{bmatrix} \sim \dots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -9 & -7 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

c) Den givna matrisen är redan på trappstegsform.

**Övning 2.**

a)

$$\begin{cases} x = -\frac{8}{9} \\ y = -\frac{5}{9} \\ z = 0 \end{cases}$$

b) Systemet saknar lösning, dvs. är inkonsistent.

c)

$$\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 4 - t \\ z = t \end{cases}$$

eller med andra ord

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

där  $t$  är ett godtyckligt reellt tal.